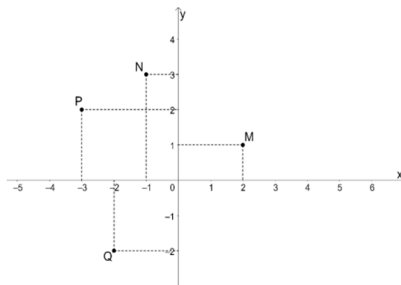




I – PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho bốn số phức có điểm biểu diễn lần lượt là M, N, P, Q như hình vẽ bên. Số phức có mô đun lớn nhất là số phức có điểm biểu diễn là



- A. N . B. P . C. Q . D. M .

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (e+2)x$ và $y = (2+e^x)x$ là

- A. $\frac{e-2}{4}$. B. $\frac{e+2}{4}$. C. $\frac{e-2}{2}$. D. $\frac{e+2}{2}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-2), B(3;-2;4)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

- A. $(2;5;6)$. B. $(-2;5;6)$. C. $(4;1;2)$. D. $(2;-5;6)$.

Câu 4: $\int_1^2 \frac{4}{3x+2} dx$ bằng

- A. $\frac{4}{3} \ln \frac{11}{5}$. B. $\frac{4}{3} \ln 55$. C. $4 \ln \frac{11}{5}$. D. $\frac{1}{3} \ln \frac{11}{5}$.

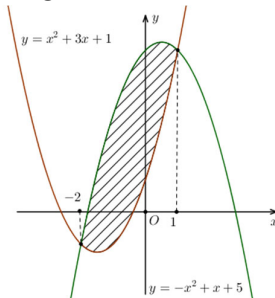
Câu 5: Thể tích của một khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ bằng

- A. $32\sqrt{2}\pi$. B. $128\sqrt{2}\pi$. C. $16\sqrt{2}\pi$. D. $64\sqrt{2}\pi$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2;2;-1)$ và $\vec{b} = (3;-2;6)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3}{7}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{3}{7}$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{4}{21}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{4}{21}$.

Câu 7: Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính bởi công thức nào dưới đây?



- A. $S = \int_{-2}^1 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. B. $S = \int_{-2}^1 (-4x - 6) dx$.
C. $S = \int_{-2}^1 (4x + 6) dx$. D. $S = \int_{-2}^1 (2x^2 + 2x - 4) dx$.

Câu 8: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ là

A. $x^2 - \frac{1}{x} + C$. B. $x^2 + \ln x + C$. C. $2 + \frac{1}{x} + C$. D. $2x + 2 \ln x + C$.

Câu 9. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 5 + 3i = |z|$. Giá trị của $5a + b$ bằng
A. -3 . B. 13 . C. -8 . D. -11 .

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - e^{3x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 2$ là
A. $\frac{3 + e^2 - e^6}{3}$. B. $\frac{2 + e^2 - e^6}{3}$. C. $\frac{e^6 - e^2 - 3}{3}$. D. $\frac{e^6 - e^2 - 2}{3}$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $z = (1 + 2i)^2 - i + 1$. Môđun của số phức đã cho bằng
A. 13 . B. $\sqrt{13}$. C. 1 . D. $\sqrt{5}$.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn $z + (2 - 5i) = \bar{z}(i - 1)$. Phần ảo của số phức đã cho là
A. $-5i$. B. -8 . C. -5 . D. $-8i$.

Câu 13: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x^2$ là
A. $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + C$. B. $x^4 - x^3 + C$. C. $3x^2 - 2x + C$. D. $\frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + C$.

Câu 14: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $V = \int_0^3 (x^2 + 5)^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^3 (x^2 + 5) dx$. C. $V = \pi \int_0^3 (x^2 + 5)^2 dx$. D. $V = \int_0^3 (x^2 + 5) dx$.

Câu 15. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a\sqrt{3}$, góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng 30° . Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. $\sqrt{3}\pi a^3$. B. $\sqrt{3}a^3$. C. $3\sqrt{3}\pi a^3$. D. $3\sqrt{3}a^3$.

Câu 16. Cho tích phân $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = 6$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 3g(x)] dx$ bằng
A. -3 . B. -15 . C. 21 . D. 3 .

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC với $A(1; -3; 2)$, $B(-3; 4; 5)$, $C(1; 2; 3)$. Độ dài đường trung tuyến AM ($M \in BC$) của tam giác ABC bằng
A. $2\sqrt{5}$. B. 44 . C. 6 . D. $2\sqrt{11}$.

Câu 18: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $S = \int_1^e 3^x dx$. B. $S = \pi \int_1^e 3^x dx$. C. $S = \pi \int_1^e 3^{2x} dx$. D. $S = \int_1^e 3^{2x} dx$.

Câu 19. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(4)$.
A. $F(4) = 5 + \sqrt{2}$. B. $F(4) = 5 - \sqrt{2}$. C. $F(4) = 4 - 2\sqrt{2}$. D. $F(4) = 5 - 2\sqrt{2}$.

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + 3i$. Tổng phần thực và phần ảo số phức z bằng
A. 5 . B. -3 . C. -1 . D. 2 .

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(5; -3; -2)$ và $B(1; -1; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là
A. $3x - 2y + z - 19 = 0$. B. $2x - y - 3z - 19 = 0$. C. $2x - y - 3z - 7 = 0$. D. $3x - 2y - z - 23 = 0$.

Câu 22. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x - 4e^x + 3$ là

- A. $\frac{5^x}{\ln 5} - 4e^x + 3x + C$. B. $\frac{5^x}{\log 5} - 4e^x + 3x + C$. C. $5^x \ln 5 - 4e^x + C$. D. $5^x - 4e^x + 3 + C$.

Câu 23. Số phức liên hợp với số phức $7 - 8i$ là

- A. $7 + 8i$. B. $8 + 7i$. C. $8 - 7i$. D. $-7 + 8i$.

Câu 24. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 4\sin x + 5\cos x$ là

- A. $x^3 - 4\cos x + 5\sin x + C$. B. $x^3 + 4\cos x + 5\sin x + C$.
C. $x^3 - 4\cos x - 5\sin x + C$. D. $6x - 4\cos x - 5\sin x + C$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): 4x + 2y + 4z - 7 = 0$ bằng

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{13}{6}$. C. $\frac{17}{3}$. D. $\frac{13}{3}$.

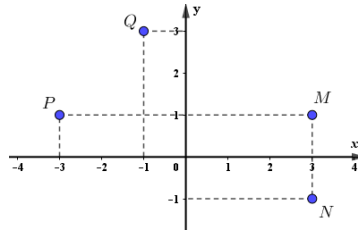
Câu 26. Số phức có phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -6 là

- A. $5 + 6i$. B. $-5 + 6i$. C. $-5 - 6i$. D. $5 - 6i$.

Câu 27. Cho $\int_1^2 f(2x+1)dx = 20$. Tính $I = \int_3^5 f(x)dx$.

- A. $I = 10$. B. $I = 20$. C. $I = 30$. D. $I = 40$.

Câu 28. Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 3i$?



- A. M. B. P. C. Q. D. N.

Câu 29. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và có thiết diện qua trục hình trụ là một hình vuông. Đường kính của đường tròn đáy của hình trụ đã cho bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. C. $5\sqrt{2}\pi$. D. $\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$.

Câu 30. Cho hình nón có đường sinh bằng $3a$ và bán kính đường tròn đáy bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $3\pi a^2$. B. $6\pi a^2$. C. $\frac{4\sqrt{5}\pi a^2}{3}$. D. $12\pi a^2$.

Câu 31. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(2 + \ln x)$ là

- A. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$. B. $2x^2 \ln x + x^2 + C$. C. $2x^2 \ln x - x^2 + C$. D. $2x^2 \ln x - 3x^2 + C$.

Câu 32. Thể tích khối cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a\sqrt{3}$ là

- A. $28\pi a^3$. B. $\frac{28\sqrt{7}}{3}\pi a^3$. C. $\frac{28}{3}\pi a^3$. D. $\frac{28\sqrt{7}}{7}\pi a^3$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$ và hai điểm $A(6; 4; -7)$,

$B(2; 2; -1)$. Điểm $M(a; b; c) \in (P)$ và thỏa $T = MA^2 - 3MB^2$ đạt giá trị lớn nhất. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a + c = 0$. B. $2a + 3b - 7c = 2019$. C. $a + b + c = 0$. D. $a + b = 4$.

Câu 34. Cho $\int_3^4 \frac{2x+3}{x^2+3x} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 7$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $2a+3b+7c$ bằng

- A. -9. B. 6. C. 15. D. 3.

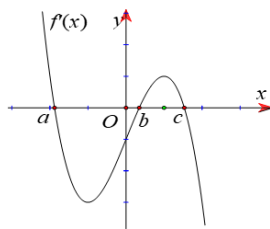
Câu 35. Một khối cầu có thể tích bằng 288π thì diện tích mặt cầu đó bằng

- A. $\frac{144}{3}\pi$. B. 128π . C. 72π . D. 144π .

Câu 36. Cho $\int_0^1 \frac{x}{(x+3)^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $8a+b+c$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -1. D. -2.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm có hoành độ a, b, c như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $f(c) > f(a) > f(b)$. B. $f(b) > f(a) > f(c)$.
C. $f(c) > f(b) > f(a)$. D. $f(a) > f(c) > f(b)$.

Câu 38: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(1 + \cos x) dx = a\pi^2 + b\pi + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $4a+b-3c$ bằng

- A. -1. B. -2. C. 4. D. 0.

Câu 39. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4 \sin 5x \cdot \cos x$ là .

- A. $-\sin 4x - \frac{2}{3} \sin 6x + C$. B. $-\frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{3} \cos 6x + C$.
C. $\frac{4}{5} \cos 5x \cdot \sin x + C$. D. $\frac{1}{2} \cos 4x + \frac{1}{3} \cos 6x + C$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$					
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
y		$+\infty$		-2		1		-2		$+\infty$

Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$; $y = 0$; $x = -2$ và $x = 2$.

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

II – PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1: Tìm nguyên hàm của $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 - e^x + 3$ biết $F(0) = 2019$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác cân với $\widehat{ASB} = 120^\circ$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Xác định tâm và tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

----- HẾT -----

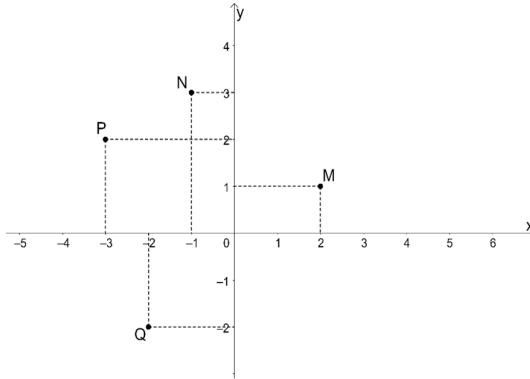
BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	D	A	D	C	A	A	D	C	B	B	A	C	C	B	D	A	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	B	B	D	D	C	A	B	A	B	A	D	D	C	D	C	B	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

I – PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho bốn số phức có điểm biểu diễn lần lượt là M, N, P, Q như hình vẽ bên. Số phức có mô đun lớn nhất là số phức có điểm biểu diễn là



- A. N . B. P . C. Q . D. M .

Lời giải

Chọn B

Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các số phức có điểm biểu diễn lần lượt là M, N, P, Q .

$$z_1 = 2 + i \Rightarrow |z_1| = \sqrt{5}, \quad z_2 = -1 + 3i \Rightarrow |z_2| = \sqrt{10}$$

$$z_3 = -3 + 2i \Rightarrow |z_3| = \sqrt{13}, \quad z_4 = -2 - 2i \Rightarrow |z_4| = 2\sqrt{2}$$

Vậy số phức có mô đun lớn nhất là số phức có điểm biểu diễn là điểm P

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (e+2)x$ và $y = (2+e^x)x$ là

- A. $\frac{e-2}{4}$. B. $\frac{e+2}{4}$. C. $\frac{e-2}{2}$. D. $\frac{e+2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } (e+2)x = (2+e^x)x \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\text{Diện tích hình phẳng } S = \int_0^1 (ex - e^x x) dx = \int_0^1 ex dx - \int_0^1 e^x x dx = S_1 - S_2$$

$$S_1 = \int_0^1 ex dx = e \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{e}{2}$$

$$S_2 = \int_0^1 xe^x dx \quad \text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$S_2 = xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = (xe^x - e^x) \Big|_0^1 = 1$$

$$\text{Vậy: } S = \frac{e-2}{2}$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-2), B(3;-2;4)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

A. $(2;5;6)$.

B. $(-2;5;6)$.

C. $(4;1;2)$.

D. $(2;-5;6)$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} = (2; -5; 6).$$

Câu 4. $\int_1^2 \frac{4}{3x+2} dx$ bằng

A. $\frac{4}{3} \ln \frac{11}{5}$.

B. $\frac{4}{3} \ln 55$.

C. $4 \ln \frac{11}{5}$.

D. $\frac{1}{3} \ln \frac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^2 \frac{4}{3x+2} dx = 4 \int_1^2 \frac{1}{3x+2} dx = \frac{4}{3} \ln |3x+2| \Big|_1^2 = \frac{4}{3} \ln 11 - \frac{4}{3} \ln 5 = \frac{4}{3} \ln \frac{11}{5}.$$

Câu 5. Thể tích của một khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ bằng

A. $32\sqrt{2}\pi$.

B. $128\sqrt{2}\pi$.

C. $16\sqrt{2}\pi$.

D. $64\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi.$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2;2;-1)$ và $\vec{b} = (3;-2;6)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3}{7}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{3}{7}$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{4}{21}$.

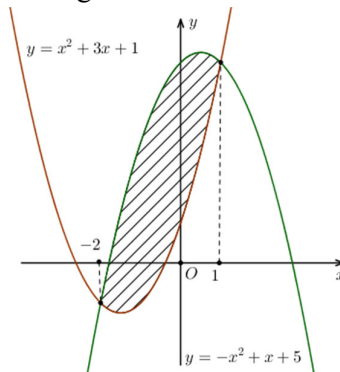
D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{4}{21}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 2 \cdot (-2) + (-1) \cdot 6}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} = -\frac{4}{21}.$$

Câu 7. Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính bởi công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_{-2}^1 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.

B. $S = \int_{-2}^1 (-4x - 6) dx$.

C. $S = \int_{-2}^1 (4x + 6) dx$.

D. $S = \int_{-2}^1 (2x^2 + 2x - 4) dx$.

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích hình phẳng cần tìm $S = \int_{-2}^1 \left[-x^2 + x + 5 - (x^2 + 3x + 1) \right] dx = \int_{-2}^1 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ là

- A.** $x^2 - \frac{1}{x} + C$. **B.** $x^2 + \ln x + C$. **C.** $2x + \frac{1}{x} + C$. **D.** $2x + 2 \ln x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x) dx = \int \left(2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C$.

Câu 9. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 5 + 3i = |z|$. Giá trị của $5a + b$ bằng

- A.** -3 . **B.** 13 . **C.** -8 . **D.** -11 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $z + 5 + 3i = |z| \Leftrightarrow a + bi + 5 + 3i = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow a + 5 + (b + 3)i = \sqrt{a^2 + b^2}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 5 = \sqrt{a^2 + b^2} \\ b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -5 \\ a^2 + 10a + 25 = a^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{8}{5} \\ b = -3 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Vậy $5a + b = -11$.

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - e^{3x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 2$ là

- A.** $\frac{3 + e^2 - e^6}{3}$. **B.** $\frac{2 + e^2 - e^6}{3}$. **C.** $\frac{e^6 - e^2 - 3}{3}$. **D.** $\frac{e^6 - e^2 - 2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $1 - e^{3x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \notin (1; 2)$.

Diện tích hình phẳng là $S = \left| \int_1^2 (1 - e^{3x}) dx \right| = \left| \left(x - \frac{1}{3} e^{3x} \right) \Big|_1^2 \right| = \left| \left(2 - \frac{1}{3} e^6 \right) - \left(1 - \frac{1}{3} e^2 \right) \right| = \frac{e^6 - e^2 - 3}{3}$.

Vậy $S = \frac{e^6 - e^2 - 3}{3}$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $z = (1 + 2i)^2 - i + 1$. Môđun của số phức đã cho bằng

- A.** 13 . **B.** $\sqrt{13}$. **C.** 1 . **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = (1 + 2i)^2 - i + 1 \Leftrightarrow z = -2 + 3i$.

Do đó: $|z| = |-2 + 3i| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn $z + (2 - 5i) = \bar{z}(i - 1)$. Phần ảo của số phức đã cho là

- A.** $-5i$. **B.** -8 . **C.** -5 . **D.** $-8i$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $z + (2 - 5i) = \bar{z}(i - 1) \Leftrightarrow x + yi + 2 - 5i = (x - yi)(i - 1)$

$$\Leftrightarrow (x + 2) + (y - 5)i = (-x + y) + (x + y)i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = -x + y \\ y - 5 = x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -2 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -8 \end{cases}$$

Khi đó: $z = -5 - 8i$. Vậy số phức z có phần ảo là -8 .

Câu 13: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x^2$ là

A. $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + C$.

B. $x^4 - x^3 + C$.

C. $3x^2 - 2x + C$.

D. $\frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int (x^3 - x^2) dx = \int x^3 dx - \int x^2 dx = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + C$

Câu 14: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5, y = 0, x = 0, x = 3$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^3 (x^2 + 5)^2 dx$.

B. $V = \pi \int_0^3 (x^2 + 5) dx$.

C. $V = \pi \int_0^3 (x^2 + 5)^2 dx$.

D. $V = \int_0^3 (x^2 + 5) dx$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng được giới hạn bởi các đường

$y = x^2 + 5, y = 0, x = 0, x = 3$ quanh trục Ox , ta có $V = \pi \int_0^3 (x^2 + 5)^2 dx$.

Câu 15. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a\sqrt{3}$, góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng 30° . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\sqrt{3}\pi a^3$.

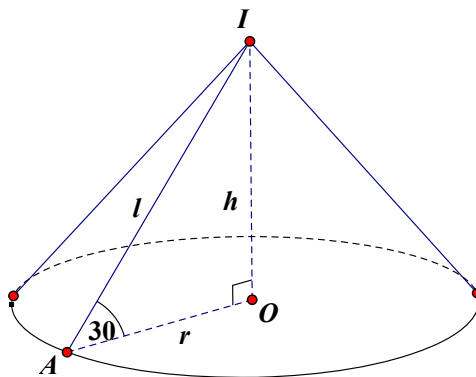
B. $\sqrt{3}a^3$.

C. $3\sqrt{3}\pi a^3$.

D. $3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là đỉnh của khối nón, O là tâm đáy, A thuộc đường tròn đáy, l là đường sinh, r là bán kính đáy, h là chiều cao của khối nón.

Theo giả thiết ta có tam giác IOA vuông tại O , $\widehat{IAO} = 30^\circ$, $l = 2a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow r = l \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a\sqrt{3} = 3a, h = l \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{3} = a\sqrt{3}.$$

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (3a)^2 a\sqrt{3} = 3\sqrt{3}\pi a^3$.

- Câu 16.** Cho tích phân $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = 6$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 3g(x)] dx$ bằng
- A.** -3. **B.** -15. **C.** 21. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_0^1 [f(x) - 3g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - 3 \int_0^1 g(x) dx = 3 - 3.6 = -15$$

- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC với $A(1; -3; 2)$, $B(-3; 4; 5)$, $C(1; 2; 3)$. Độ dài đường trung tuyến AM ($M \in BC$) của tam giác ABC bằng
- A.** $2\sqrt{5}$. **B.** 44. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có đường trung tuyến AM nên M là trung điểm cạnh BC do đó

$$M(-1; 3; 4) \Rightarrow \overline{AM} = (-2; 6; 2) \Rightarrow AM = \sqrt{(-2)^2 + 6^2 + 2^2} = 2\sqrt{11}.$$

- Câu 18:** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.** $S = \int_1^e 3^x dx$. **B.** $S = \pi \int_1^e 3^x dx$. **C.** $S = \pi \int_1^e 3^{2x} dx$. **D.** $S = \int_1^e 3^{2x} dx$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox ($y = 0$) và các đường

$$x = a, x = b \text{ được tính theo công thức } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

$$\text{Vì } 3^x > 0 \text{ nên } S = \int_1^e 3^x dx.$$

- Câu 19.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(4)$.
- A.** $F(4) = 5 + \sqrt{2}$. **B.** $F(4) = 5 - \sqrt{2}$. **C.** $F(4) = 4 - 2\sqrt{2}$. **D.** $F(4) = 5 - 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Giả sử } F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C.$$

$$\text{Vì } F(2) = 1 \Rightarrow 1 = 2\sqrt{2} + C \Leftrightarrow C = 1 - 2\sqrt{2} \Rightarrow F(x) = 2\sqrt{x} + 1 - 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } F(4) = 4 + 1 - 2\sqrt{2} = 5 - 2\sqrt{2}.$$

- Câu 20.** Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + 3i$. Tổng phần thực và phần ảo số phức z bằng
- A.** 5. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } z + 2\bar{z} = 6 + 3i \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 6 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2a = 6 \\ b - 2b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}.$$

Vậy $a+b=-1$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(5;-3;-2)$ và $B(1;-1;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $3x-2y+z-19=0$.

B. $2x-y-3z-19=0$.

C. $2x-y-3z-7=0$.

D. $3x-2y-z-23=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có vector pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (-4; 2; 6)$ nên có phương trình là $-4(x-5)+2(y+3)+6(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x-y-3z-19=0$.

Câu 22. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x-4e^x+3$ là

A. $\frac{5^x}{\ln 5}-4e^x+3x+C$.

B. $\frac{5^x}{\log 5}-4e^x+3x+C$.

C. $5^x \ln 5-4e^x+C$.

D. 5^x-4e^x+3+C .

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x)dx = \int (5^x - 4e^x + 3)dx = \int 5^x dx - 4 \int e^x dx + 3 \int dx = \frac{5^x}{\ln 5} - 4e^x + 3x + C.$$

Câu 23. Số phức liên hợp với số phức $7-8i$ là

A. $7+8i$.

B. $8+7i$.

C. $8-7i$.

D. $-7+8i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) suy ra số phức liên hợp của z là $\bar{z}=a-bi$.

Vậy số phức liên hợp với số phức $7-8i$ là $7+8i$.

Câu 24. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-4\sin x+5\cos x$ là

A. $x^3-4\cos x+5\sin x+C$.

B. $x^3+4\cos x+5\sin x+C$.

C. $x^3-4\cos x-5\sin x+C$.

D. $6x-4\cos x-5\sin x+C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x)dx = \int (3x^2 - 4\sin x + 5\cos x)dx = x^3 + 4\cos x + 5\sin x + C.$$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-10=0$ và $(Q): 4x+2y+4z-7=0$ bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{13}{6}$.

C. $\frac{17}{3}$.

D. $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \neq \frac{-10}{-7}$ nên (P) và (Q) song song với nhau.

$$\text{Lấy } M(0;0;5) \in (P) \text{ thì } d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|4 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 4 \cdot 5 - 7|}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2}} = \frac{13}{6}.$$

Câu 26. Số phức có phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -6 là

A. $5+6i$.

B. $-5+6i$.

C. $-5-6i$.

D. $5-6i$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa, số phức có phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -6 là $5 - 6i$.

Câu 27. Cho $\int_1^2 f(2x+1)dx = 20$. Tính $I = \int_3^5 f(x)dx$.

A. $I = 10$.

B. $I = 20$.

C. $I = 30$.

D. $I = 40$.

Lời giải

Chọn D

Xét tích phân $J = \int_1^2 f(2x+1)dx$.

Đặt $2x+1=t \Rightarrow dx = \frac{1}{2}dt$.

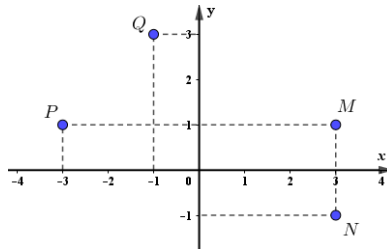
Đổi cận:

x	1	2
t	3	5

$$J = \int_1^2 f(2x+1)dx = \frac{1}{2} \int_3^5 f(t)dt = \frac{1}{2} \int_3^5 f(x)dx.$$

Theo giả thiết: $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_3^5 f(x)dx = 20 \Leftrightarrow \int_3^5 f(x)dx = 40$.

Câu 28. Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 3i$?



A. M .

B. P .

C. Q .

D. N .

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = -1 + 3i$ được biểu diễn bởi điểm có tọa độ $(-1; 3) \Rightarrow$ chọn điểm Q .

Câu 29. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và có thiết diện qua trục hình trụ là một hình vuông. Đường kính của đường tròn đáy của hình trụ đã cho bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

C. $5\sqrt{2}\pi$.

D. $\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết: thiết diện qua trục hình trụ là một hình vuông $\Rightarrow l = d$.

$$S_{xq} = 2\pi Rl \Rightarrow 50\pi = \pi d^2 \Rightarrow 50\pi = \pi d^2 \Rightarrow d^2 = 50 \Rightarrow d = 5\sqrt{2}.$$

Câu 30. Cho hình nón có đường sinh bằng $3a$ và bán kính đường tròn đáy bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $3\pi a^2$.

B. $6\pi a^2$.

C. $\frac{4\sqrt{5}\pi a^2}{3}$.

D. $12\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 2a \cdot 3a = 6\pi a^2$.

Câu 31. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(2 + \ln x)$ là

- A.** $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$. **B.** $2x^2 \ln x + x^2 + C$. **C.** $2x^2 \ln x - x^2 + C$. **D.** $2x^2 \ln x - 3x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

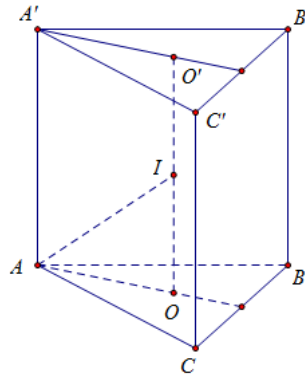
$$\int f(x) dx = \int 4x(2 + \ln x) dx = \int (2 + \ln x) d(2x^2) = 2x^2(2 + \ln x) - \int 2x dx = 2x^2(2 + \ln x) - x^2 + C = 2x^2 \ln x + 3x^2 + C.$$

Câu 32. Thể tích khối cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a\sqrt{3}$ là

- A.** $28\pi a^3$. **B.** $\frac{28\sqrt{7}}{3} \pi a^3$. **C.** $\frac{28}{3} \pi a^3$. **D.** $\frac{28\sqrt{7}}{7} \pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O , O' lần lượt là tâm tam giác ABC , $A'B'C'$ và I là trung điểm OO' . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

$$OO' = 2a\sqrt{3} \Rightarrow OI = a\sqrt{3}; OA = \frac{2}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2a.$$

$$\text{Bán kính mặt cầu } r = IA = \sqrt{OA^2 + OI^2} = \sqrt{4a^2 + 3a^2} = a\sqrt{7}.$$

$$\text{Thể tích khối cầu: } V = \frac{4}{3} \pi (a\sqrt{7})^3 = \frac{28\sqrt{7}}{3} \pi a^3.$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$ và hai điểm $A(6; 4; -7)$,

$B(2; 2; -1)$. Điểm $M(a; b; c) \in (P)$ và thỏa $T = MA^2 - 3MB^2$ đạt giá trị lớn nhất. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $a + c = 0$. **B.** $2a + 3b - 7c = 2019$.
C. $a + b + c = 0$. **D.** $a + b = 4$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm thỏa mãn: } \overrightarrow{IA} - 3\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} = \frac{\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{OB}}{1 - 3} = (0; 1; 2) \Leftrightarrow I(0; 1; 2).$$

Khi đó, với mọi điểm $M(x; y; z) \in (P)$, ta luôn có:

$$T = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = -2\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} - 3\overrightarrow{IB}) + \overrightarrow{IA}^2 - 3\overrightarrow{IB}^2 = -2MI^2 + IA^2 - 3IB^2.$$

Vì I , A , B cố định nên $IA^2 - 3IB^2$ là hằng số.

Do đó, T đạt GTLN $\Leftrightarrow -2MI^2$ đạt GTLN $\Leftrightarrow MI$ đạt GTNN

$\Leftrightarrow MI \perp (P) \Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ \overline{IM} \text{ cùng phương } \vec{n}_{(P)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + z = -2 \\ \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow M(-1; 2; 1).$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 2, c = 1.$$

$$\text{Vậy } a + c = 0.$$

Câu 34. Cho $\int_3^4 \frac{2x+3}{x^2+3x} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 7$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $2a + 3b + 7c$ bằng

A. -9 .

B. 6 .

C. 15 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_3^4 \frac{2x+3}{x^2+3x} dx &= \int_3^4 \frac{x+(x+3)}{x \cdot (x+3)} dx = \int_3^4 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} \right) dx = \left(\ln |x(x+3)| \right) \Big|_3^4 = \ln 28 - \ln 18 \\ &= \ln \frac{14}{9} = \ln 14 - \ln 9 = \ln 2 - 2 \ln 3 + \ln 7. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -2, c = 1.$$

$$\text{Vậy } 2a + 3b + 7c = 3.$$

Câu 35. Một khối cầu có thể tích bằng 288π thì diện tích mặt cầu đó bằng

A. $\frac{144}{3}\pi$.

B. 128π .

C. 72π .

D. 144π .

Lời giải

Chọn D

Gọi bán kính của khối cầu là R .

$$\text{Thể tích khối cầu là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi \Rightarrow R^3 = 216 \Rightarrow R = 6.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 36 = 144\pi.$$

Câu 36. Cho $\int_0^1 \frac{x}{(x+3)^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $8a + b + c$ bằng

A. 1 .

B. 2 .

C. -1 .

D. -2 .

Lời giải

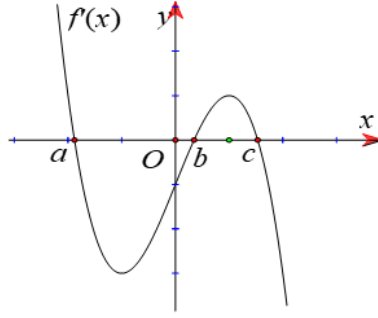
Chọn C

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{x}{(x+3)^2} dx &= \int_0^1 \frac{x+3-3}{(x+3)^2} dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+3} - 3 \cdot \frac{1}{(x+3)^2} \right) dx \\ &= \left(\ln |x+3| + \frac{3}{x+3} \right) \Big|_0^1 = \ln 4 + \frac{3}{4} - \ln 3 - 1 = -\frac{1}{4} + 2 \ln 2 - \ln 3. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 2 \\ c = -1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } 8a + b + c = -1.$$

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm có hoành độ a, b, c như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $f(c) > f(a) > f(b)$.

B. $f(b) > f(a) > f(c)$.

C. $f(c) > f(b) > f(a)$.

D. $f(a) > f(c) > f(b)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích hình giới hạn bởi đồ thị hàm số $f'(x)$ với các đường Ox , $x = a$, $x = b$ và diện tích hình giới hạn bởi đồ thị $f'(x)$ với các đường Ox , $x = c$, $x = b$. Ta có

$$S_1 = \int_a^b |f'(x)| dx = \int_a^b -f'(x) dx = f(a) - f(b) > 0 \Rightarrow f(a) > f(b)$$

$$\text{Và } S_2 = \int_b^c |f'(x)| dx = \int_b^c f'(x) dx = f(c) - f(b) > 0 \Rightarrow f(c) > f(b)$$

Từ đồ thị $f'(x)$ ta thấy $S_1 > S_2 \Rightarrow f(a) - f(b) > f(c) - f(b) \Rightarrow f(a) > f(c)$

Vậy $f(a) > f(c) > f(b)$.

Câu 38: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(1 + \cos x) dx = a\pi^2 + b\pi + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $4a + b - 3c$ bằng

A. -1.

B. -2.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Với } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(1 + \cos x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx.$$

$$\text{Ta thấy } I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx = \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{8}.$$

$$\text{Gọi } I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

Áp dụng công thức tích phân từng phần ta có

$$I_2 = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

Do đó $I = I_1 + I_2 = \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi}{2} - 1$. Suy ra $a = \frac{1}{8}$, $b = \frac{1}{2}$, $c = -1$.

Vậy $4a + b - 3c = 4 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 3 \cdot (-1) = 4$.

Câu 39. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4 \sin 5x \cdot \cos x$ là .

A. $-\sin 4x - \frac{2}{3} \sin 6x + C$.

B. $-\frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{3} \cos 6x + C$.

C. $\frac{4}{5} \cos 5x \cdot \sin x + C$.

D. $\frac{1}{2} \cos 4x + \frac{1}{3} \cos 6x + C$.

Lời giải

Chọn B.

$$\int 4 \sin 5x \cdot \cos x \cdot dx = \int 2(\sin 6x + \sin 4x) dx = 2 \left(-\frac{\cos 6x}{6} - \frac{\cos 4x}{4} \right) + C = -\frac{1}{3} \cos 6x - \frac{1}{2} \cos 4x + C.$$

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$					
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
y		$+\infty$		-2		1		-2		$+\infty$

Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$; $y = 0$; $x = -2$ và $x = 2$.

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn C.

Gọi S là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$; $y = 0$; $x = -2$ và $x = 2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= \int_{-2}^2 |f'(x)| dx = \int_{-2}^0 f'(x) dx - \int_0^2 f'(x) dx = [f(0) - f(-2)] - [f(2) - f(0)] \\ &= (1 + 2) - (-2 - 1) = 6. \end{aligned}$$

II – PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1: Tìm nguyên hàm của $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 - e^x + 3$ biết $F(0) = 2019$.

Lời giải

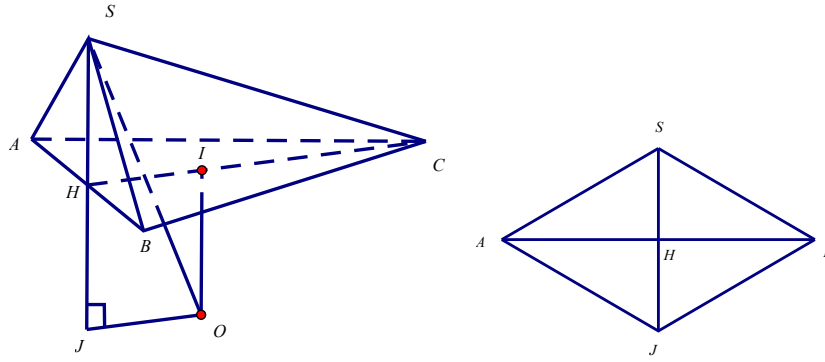
$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^3 - e^x + 3) dx = \frac{x^4}{4} - e^x + 3x + C$$

$$\text{Mà } F(0) = 2019 \Rightarrow \frac{0^4}{4} - e^0 + 3 \cdot 0 + C = 2019 \Rightarrow C = 2020$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{x^4}{4} - e^x + 3x + 2020$$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác cân với $\widehat{ASB} = 120^\circ$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Xác định tâm và tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB .

Gọi I ; J lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và $\triangle SAB$.

Do $\triangle ABC$ đều nên $I \in CH$ và $CH \perp AB$.

$\triangle SAB$ cân tại S nên $J \in SH$ và $SH \perp AB$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SH \subset (SAB) \\ CH \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SH \perp (ABC) \\ CH \perp (SAB) \end{cases}.$$

Trong mặt phẳng (SCH) dựng $\begin{cases} Ix \parallel SH \\ Jy \parallel CH \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ix \perp (ABC) \\ Jy \perp (SAB) \end{cases}$

$\Rightarrow Ix$; Jy lần lượt là trục đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và $\triangle SAB$.

Trong mặt phẳng (SCH) : $Ix \cap Jy = O \Rightarrow \begin{cases} O \in Ix \\ O \in Jy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OA = OB = OC \\ OA = OB = OS \end{cases}$

$\Rightarrow OA = OB = OC = OS$.

$\Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $OJ = IH = \frac{1}{3}CH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác SAB ta có:

$$\frac{AB}{\sin S} = 2R_{SAB} = 2JS \Rightarrow JS = \frac{AB}{2 \sin S} = \frac{a}{2 \sin 120^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $R = \sqrt{OJ^2 + SJ^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6}.$

$$\Rightarrow \text{Thể tích mặt cầu là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\pi\sqrt{15}a^3}{54}.$$

----- HẾT -----