



Giáo viên: **LÊ BÁ BẢO**_ Trường THPT Đặng Huy Trứ, Huế

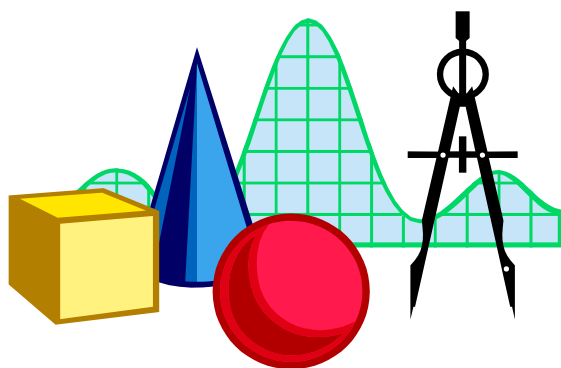
SĐT: **0935.785.115**

Đăng kí học theo địa chỉ: **116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế**
Hoặc Trung tâm Km 10 Hương Trà

Chuyên đề:

KHẢO SÁT HÀM SỐ

Chủ đề: ĐƯỜNG TIỆM CẬN



Lê Bá Bảo!

Huế, tháng 8/2020

Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ



Chuyên đề: **KHẢO SÁT HÀM SỐ**

Chủ đề 4: **ĐƯỜNG TIỆM CẬN**

Môn: **TOÁN 12 _ GIẢI TÍCH**

I- LÝ THUYẾT

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$).

1. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **ít nhất một** trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$ (1)	$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ (2)
$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ (3)	$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ (4)

Nhận xét: Đối với hàm phân thức $y = \frac{u(x)}{v(x)}$ thì tiệm cận đứng $x = x_0$ thì x_0 thường là nghiệm của phương trình $v(x) = 0$.

2. Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường tiệm cận ngang** (hay **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **ít nhất một** trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ (5)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$ (6)
---	---

3. Đường tiệm cận xiên (Chương trình Nâng cao)

Đường thẳng $y = ax + b$, $a \neq 0$, được gọi là **đường tiệm cận xiên** (gọi tắt là **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$	Hoặc: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$
--	--

Chú ý: Để xác định các hệ số a , b trong phương trình của tiệm cận xiên, ta có thể áp dụng các công thức sau:

$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x};$	$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$
Hoặc: $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x};$	$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax]$

Nhận xét: Thông thường khi xác định các đường tiệm cận của hàm số, ta nên tính tất cả các giới hạn ở trên.

II. MỘT SỐ KẾT QUẢ CẦN LƯU Ý

Kết quả 1: Đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$, ($ad - bc \neq 0, c \neq 0$) có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$; tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ thì $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Kết quả 2: Không tồn tại tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(H): y = \frac{ax + b}{cx + d}$ qua tâm đối xứng của đồ thị (H) .

Kết quả 3: Đồ thị hàm số $(H): y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng Δ_1 ; tiệm cận ngang Δ_2 thì với điểm M bất kì thuộc (H) ta có:

$$+) \quad T = d(M; \Delta_1) \cdot d(M; \Delta_2) = \frac{|ad-bc|}{c^2} \quad +) \quad T = d(M; \Delta_1) + d(M; \Delta_2) \geq 2\sqrt{\frac{|ad-bc|}{c^2}}$$

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1: CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số nhận $y = 1$ và $y = -1$ là tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số nhận $x = 1$ và $x = -1$ là tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 2: Nếu hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn điều kiện $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2019$ thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

- A. $y = 2019$.
- B. $x = 2019$.
- C. $y = -2019$.
- D. $x = -2019$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.
- D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang phân biệt.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $x = 2$.
- D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		+
y	1	$-\infty$	5

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3.
- B. 0.
- C. 1.
- D. 2.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	2		$+\infty$		2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		-		+		-
y	$+\infty$		1	$+\infty$	1	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+		-		
$f(x)$	3	$+\infty$		2		$-\infty$		

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
y'		-		+	0	-		-
y	$+\infty$		1	$+\infty$	4	$-\infty$		2

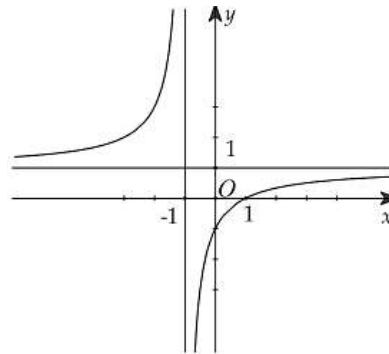
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1		2		$+\infty$
y'		-		-	0	+
y	3	$+\infty$		$+\infty$	-2	5

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 11: Đồ thị như hình vẽ là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{3-x}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(-\infty; 2)$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	1	2
y'	+	0	-
y	5	3	0

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = 2$.
- C. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận là $y = 5$ và $x = 2$.
- D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận ngang $y = 5$.

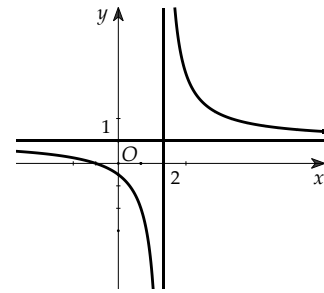
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	+	0	+
y	2	$+\infty$	-1	$+\infty$	-2

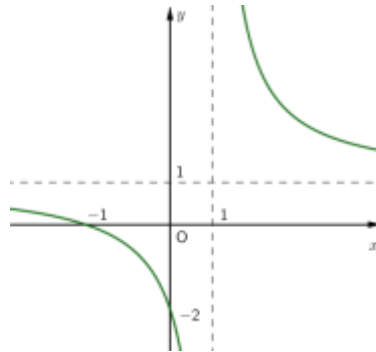
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x = -1$; $x = 0$ và $x = 1$.
- C. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 1$.
- D. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và $x = 1$.

- Câu 14:** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. B. $y' < 0, \forall x \neq 2$.
 C. $y' > 0, \forall x \neq 1$. D. $y' > 0, \forall x \neq 2$.



- Câu 15:** Đồ thị như hình vẽ là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{3-x}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x-1}$. D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

- Câu 16:** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

- A. $y = \frac{2x+2}{x-1}$. B. $y = \frac{1-2x}{x-1}$. C. $y = \frac{x-2}{x-1}$. D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

- Câu 17:** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	2

- A. $y = \frac{2x+2}{x-1}$. B. $y = \frac{1-2x}{x-1}$. C. $y = \frac{x-2}{x-1}$. D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

- Câu 18:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	1	2	-3

Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA HÀM SỐ

Câu 19: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Câu 20: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Câu 21: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Câu 22: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-2}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $y = 2$.

Câu 23: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$. C. $y = x^2$. D. $y = \frac{\sin x}{x-1}$.

Câu 24: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

- A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{x^2}{x+3}$. D. $y = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$.

Câu 25: Đồ thị hàm số nào sau đây có nhiều đường tiệm cận nhất?

- A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = \frac{x+5}{x-1}$. C. $y = \frac{x-1}{x^2-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x^2-4}$.

Câu 26: Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có nhiều tiệm cận nhất?

- A. $y = \frac{2x^2+x+1}{x^2-1}$. B. $y = \frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y = \frac{1}{3\sin^2 x + \cos^2 x}$. D. $y = x^2 + x + 1$.

Câu 27: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tọa độ là

- A. $(1; -2)$. B. $(1; 2)$. C. $(-1; 2)$. D. $(2; 1)$.

Câu 28: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 29: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$. B. $y = \sqrt{x^2-1}$. C. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$. D. $y = \frac{x}{x+1}$.

Câu 30: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng nào dưới đây?

- A. $y = -1$. B. $x = -1$. C. $y = \frac{1}{4}$. D. $x = \frac{1}{4}$.

Câu 31: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{2}{x+1}$. B. $y = \frac{-2x+3}{x-2}$. C. $y = \frac{2x-2}{x+2}$. D. $y = \frac{1+x}{1-2x}$.

Câu 32: Đồ thị hàm số $y = \frac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là

- A. $x = -2, y = -3$. B. $x = -2, y = 3$. C. $x = -2, y = 1$. D. $x = 2, y = 1$.

Câu 33: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 34: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2-1}$ nằm bên phải trục tung là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 35: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 36: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 37: Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 38: Tổng số các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}$ là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 39: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 40: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 41: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 42: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 43: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

- Câu 44:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{|x|-1}$ là
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 45:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+|x|}$ là
 A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.
- Câu 46:** Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+3}{x^2-2|x|-3}$ có tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là
 A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.
- Câu 47:** Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?
 A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.
- Câu 48:** Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?
 A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.
- Câu 49:** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.
 A. $x = -3$ và $x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 3$ và $x = 2$. D. $x = 3$.
- Câu 50:** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.
 A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.
- Câu 51:** Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?
 A. 4. B. 0. C. 1. D. 2.
- Câu 52:** Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là
 A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.
- Câu 53:** Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là
 A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.
- Câu 54:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?
 A. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}+1}{2019}$. B. $y = \frac{x^2-1}{x-1}$. C. $y = \frac{x^2}{x^2+2018}$. D. $y = \frac{x}{x+12}$.
- Câu 55:** Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x}$.
 A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.
- Câu 56:** Số tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^3-1}}$ là
 A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 57: Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2\sqrt{x^2-1}+1}{x}$ là

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 58: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x-2}$ có số đường tiệm cận đứng là

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

DẠNG 3: BÀI TOÁN THAM SỐ

Câu 59: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận là

A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 60: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+m}$ có ba đường tiệm cận là

A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; 0) \setminus \{-1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 61: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+2mx+m}$ có ba đường tiệm cận là

A. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty) \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$. C. $(-\infty; 0) \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 62: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+m}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ là

A. $\mathbb{R}$. B. $\emptyset$. C. $\{1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 63: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

A. $m = -1$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 64: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

A. 0. B. -3. C. 3. D. 6.

Câu 65: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$ ($m \neq -1$) có đồ thị là (C). Tìm m để đồ thị (C) nhận điểm $I(2;1)$ làm tâm đối xứng.

A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 66: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-m}$ có tiệm cận đứng là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $\{0\}$. C. $\emptyset$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 67: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x^3-m}$ có tiệm cận đứng là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $\{0\}$. C. $\emptyset$. D. $\mathbb{R}$.

- Câu 68:** Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận?
- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.
- Câu 69:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng?
- A. 2021. B. 2018. C. 2019. D. 2020.
- Câu 70:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{5x-3}{x^2 - 2mx + 1}$ **không** có tiệm cận đứng.
- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. B. $-1 < m < 1$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.
- Câu 71:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x^3 - 3x^2 - m}$ có đúng một tiệm cận đứng.
- A. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -4 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m > 0 \\ m \leq -4 \end{cases}$. D. $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 72:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = \frac{6x-3}{(mx^2 - 6x + 3)(9x^2 + 6mx + 1)}$ có đúng một đường tiệm cận?
- A. 0. B. 2. C. 1. D. Vô số.
- Câu 73:** Tìm a, b để đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ nhận $x=1$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.
- A. $a = -1; b = 2$. B. $a = 4; b = 4$. C. $a = 1; b = 2$. D. $a = -1; b = -2$.
- Câu 74:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2 + 1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.
- A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.
B. $m < 0$.
C. $m > 0$.
D. $m = 0$.
- Câu 75:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{mx^2 - 8x + 2}}$ có đúng bốn đường tiệm cận?
- A. 8. B. 6. C. 7. D. Vô số.
- Câu 76:** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2m}{(x-1)(x+m)}$. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng?
- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 77:** Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = \pm 1$. D. Không có m .

Câu 78: Có bao nhiêu giá trị nguyên của hàm số thực m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số

$$y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$$
 có hai tiệm cận đứng?

- A. 2019. B. 2021. C. 2018. D. 2020.

Câu 79: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + 1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

- A. $-1 \leq m < 0$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $m < -1$. D. $m > 0$.

Câu 80: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10; 10)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

- A. 12. B. 11. C. 0. D. 10.

Câu 81: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-2019; 2019)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{4036x+2}{\sqrt{mx^2+3}}$ có hai đường tiệm cận ngang?

- A. 0. B. 2018. C. 4036. D. 25.

Câu 82: Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+mx+4}$ có hai đường tiệm cận?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 83: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6; 6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

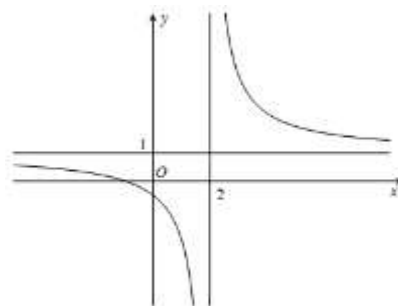
- A. 8. B. 9. C. 12. D. 11.

Câu 84: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

- A. 2007. B. 2010. C. 2009. D. 2008.

DẠNG 4: TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM ẨN

Câu 85: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$, ($a, b \in \mathbb{R}$), có đồ thị như hình vẽ sau:



Tính $T = a + b$.

- A. $T = 2$. B. $T = 0$. C. $T = -1$. D. $T = 3$.

Câu 86: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	1		$+\infty$		$-\infty$

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

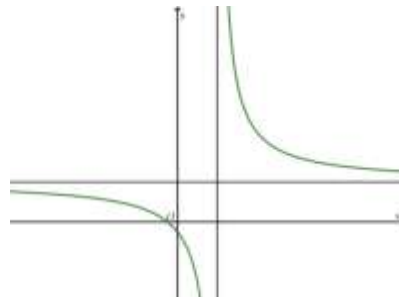
Câu 87: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	-2		$+\infty$		$-\infty$

Khẳng định nào dưới đây đúng?

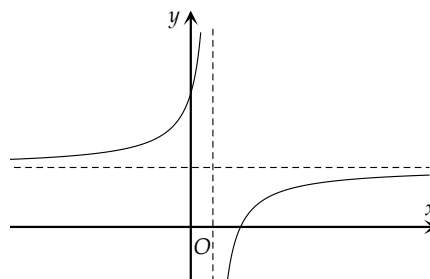
- A. $ac > 0, ab > 0$. B. $ad < 0; bc > 0$. C. $cd < 0; bd > 0$. D. $ab > 0; cd > 0$.

Câu 88: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A. $ab > 0, ad < 0$. B. $ab < 0, ad > 0$. C. $bd > 0, ad < 0$. D. $ab > 0, ad > 0$.

Câu 89: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $bc > 0$. B. $ad < 0$. C. $bd > 0$. D. $ab < 0$.

Câu 90: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+3}{bx+c}$ ($b \in \mathbb{Z}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	-2		-2

Arrows: $(-\infty, -2) \rightarrow -\infty$, $(1, +\infty) \rightarrow -2$

Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. -2 . B. 2 . C. 0 . D. -1 .

Câu 91: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-b}{cx+b+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	1		1

Arrows: $(-\infty, 1) \rightarrow +\infty$, $(2, -\infty) \rightarrow 1$

Biết tập hợp tất cả các giá trị b thỏa mãn là khoảng $(m; n)$. Tính tổng $S = m + 2n$.

- A. $S = \frac{5}{2}$. B. $S = -\frac{3}{2}$. C. $S = -1$. D. $S = -2$.

Câu 92: Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$ 0 $+$		$+$
y	$+\infty$		$+\infty$ 1 $+\infty$		$-\infty$ 0

Arrows: $(-\infty, +\infty) \rightarrow -\infty$, $(-1, +\infty) \rightarrow 1$, $(0, +\infty) \rightarrow +\infty$, $(1, -\infty) \rightarrow -\infty$, $(+\infty, 0) \rightarrow 0$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

- A. 2 . B. 3 . C. 4 . D. 5 .

Câu 93: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$		$-$		$+$ 0 $-$
y	-2		$+\infty$ $+\infty$		4 0

Arrows: $(-\infty, +\infty) \rightarrow +\infty$, $(-1, +\infty) \rightarrow +\infty$, $(0, -\infty) \rightarrow -\infty$, $(1, 4) \rightarrow 4$, $(+\infty, 0) \rightarrow 0$

Gọi m và n lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{1}{f(x)-2}, \text{ tính } S = m + n.$$

A. $S = 3$.

B. $S = 4$.

C. $S = 6$.

D. $S = 5$.

Câu 94: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1		2		$+\infty$
y'	$-$	$ $		$+$	$ $	$-$
y	5	$ $		$+\infty$	$ $	$+\infty$
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $			$ $	
		$ $				

Gọi m và n lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{1}{f(x)-3}, \text{ tính } S = m + n.$$

A. $S = 3$.

B. $S = 4$.

C. $S = 5$.

D. $S = 6$.

Câu 95: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-		-		+
y	$+\infty$	2	1	-1	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3f(x)-2}$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 96: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2018}{f(x)}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 97: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	1	-3	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

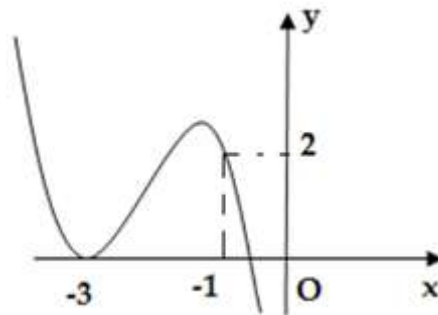
Câu 98: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x^3+x)+3}$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

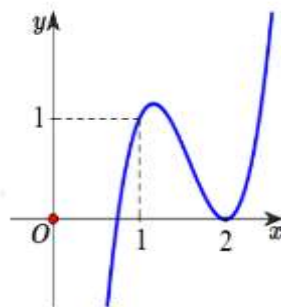
Câu 99: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[(f(x))^2 - 2f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 3. B. 2. C. 6. D. 4.

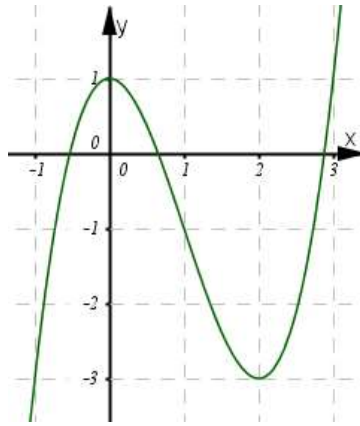
Câu 100: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{(x+1)[f^2(x) - f(x)]}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 101: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.

DẠNG 5: CÁC BÀI TOÁN KHÁC

Câu 102: Hình phẳng được giới hạn bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và hai trục tọa độ có diện tích bằng

- A. 1. B. 3. C. 6. D. 2.

Câu 103: Cho M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$, sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là nhỏ nhất. Tọa độ điểm M là

- A. $(4;3)$. B. $(0;-1)$. C. $(1;-3)$. D. $(3;5)$.

Câu 104: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và A là điểm thuộc (C) . Tính giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ A đến các đường tiệm cận của (C) .

- A. $2\sqrt{3}$. B. 2. C. 3. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 105: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C) . Xét tam giác IAB là tam giác cân tại I và có hai đỉnh $A(x_A; y_A); B(x_B; y_B)$ thuộc đồ thị (C) sao cho $y_A - y_B = 2(x_A - x_B)$. Đoạn thẳng AB có độ dài bằng

- A. 3. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{5}$. D. 6.

Câu 106: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận, $M(x_0, y_0)$, $(x_0 > 0)$ là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B thỏa mãn $AI^2 + IB^2 = 40$. Tính tích $x_0 y_0$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{15}{4}$.

HẾT

Huế, ngày 18 tháng 8 năm 2020

Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

Chuyên đề: **KHẢO SÁT HÀM SỐ**Chủ đề 4: **ĐƯỜNG TIỆM CẬN**Môn: **TOÁN 12 _ GIẢI TÍCH****LỜI GIẢI CHI TIẾT****DẠNG 1: CÂU HỎI LÝ THUYẾT****Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?A. Đồ thị hàm số nhận $y = 1$ và $y = -1$ là tiệm cận ngang.B. Đồ thị hàm số nhận $x = 1$ và $x = -1$ là tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lời giải: $\Rightarrow$ Chọn đáp án A.**Câu 2:** Nếu hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn điều kiện $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2019$ thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang làA. $y = 2019$.B. $x = 2019$.C. $y = -2019$.D. $x = -2019$.**Lời giải:**Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2019$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2019$. $\Rightarrow$ Chọn đáp án A.**Câu 3:** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Lời giải: $\Rightarrow$ Chọn đáp án B.**Câu 4:** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang phân biệt.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $x = 2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Lời giải: $\Rightarrow$ Chọn đáp án A.**Câu 5:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$		$+$
y	1	$-\infty$	5

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải:

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1, \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 5, y = 1$ và một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	2	$+\infty$	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số không xác định tại $x = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình $x = 1$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$		$+$	$-$
y	$+\infty$	1	$+\infty$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải:

Ta có

$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

⇒ **Chọn đáp án D.**

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	-		
$f(x)$	3	$+\infty$	2	$-\infty$	

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Tập xác định: $D = (-\infty; 1)$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = \pm 1$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

⇒ **Chọn đáp án D.**

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	+	0	-	-
y	$+\infty$	1	4	$+\infty$	2

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

($\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \Rightarrow$ khi $x \rightarrow -\infty$ đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang)

⇒ **Chọn đáp án C.**

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	3	$+\infty$	$-\infty$	5

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta thấy:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang: $y = 5$.

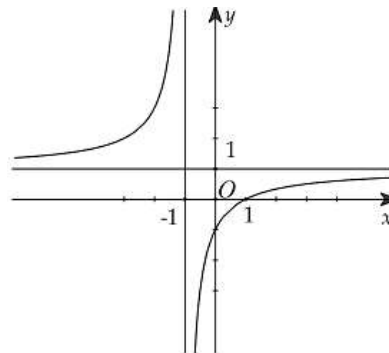
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang: $y = 3$.

$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng: $x = 1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 11: Đồ thị như hình vẽ là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{3-x}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số nhận $x = -1$ là TCĐ, $y = 1$ là TCN. Kiểm tra, hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ thỏa mãn các sự kiện trên.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(-\infty; 2)$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	1	2
y'		+ 0 -	
y	5	3	0

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = 2$.
- C. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận là $y = 5$ và $x = 2$.
- D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận ngang $y = 5$.**

Lời giải:

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$+$	$ $	$+$	0	$+$
y	2	$\nearrow +\infty$	$ $	$\nwarrow -1$	$\nearrow +\infty$	$ $	$\nwarrow -2$

Khẳng định nào sau đây đúng?

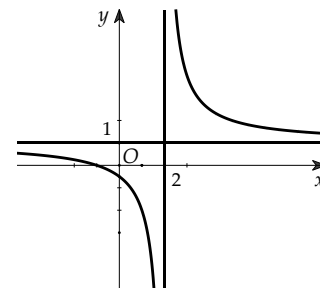
- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x = -1$; $x = 0$ và $x = 1$.
- C. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 1$.
- D. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và $x = 1$.**

Lời giải:

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 14: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$.
- B. $y' < 0, \forall x \neq 2$.**
- C. $y' > 0, \forall x \neq 1$.
- D. $y' > 0, \forall x \neq 2$.

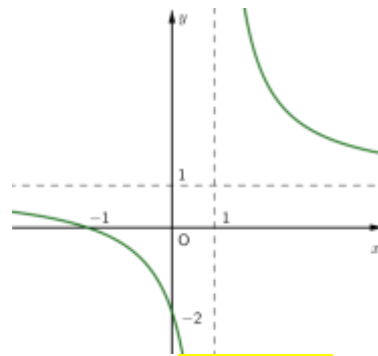


Lời giải:

Do hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên chọn đáp án B.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 15: Đồ thị như hình vẽ là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{3-x}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số nhận $x=1$ là TCĐ, $y=1$ là TCN. Mặt khác, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$. Kiểm tra, hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ thỏa mãn các sự kiện trên.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 16: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	2 $\nearrow$ $+\infty$		$-\infty$ $\nearrow$ 2

A. $y = \frac{2x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{1-2x}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào BBT, đồ thị hàm số nhận $x=1$ là TCĐ, $y=2$ là TCN. Mặt khác, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$. Kiểm tra, hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ thỏa mãn các sự kiện trên.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 17: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	2 $\searrow$ $-\infty$		$+\infty$ $\searrow$ 2

A. $y = \frac{2x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{1-2x}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào BBT, đồ thị hàm số nhận $x = 1$ là TCD, $y = 2$ là TCN. Mặt khác, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$. Kiểm tra, hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ thỏa mãn các sự kiện trên.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	1	2	1

Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = 2; \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -3$ do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

DẠNG 2:

XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA HÀM SỐ

Câu 19: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $y = 1$.

D. $y = 2$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 20: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $y = 1$.

D. $y = 2$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$ nên $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 21: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $y = 1$.

D. $y = 2$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ nên $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 22: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-2}$ là

A. $x = 2$.

B. $x = 0$.

C. $y = 0$.

D. $y = 2$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-2} = 0$ nên $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 23: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{x}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = x^2$.

D. $y = \frac{\sin x}{x-1}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = x^2$ không có tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 24: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{1}{x}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x^2}{x+3}$.

D. $y = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$.

Lời giải:

Xét hàm số: $y = \frac{x^2}{x+3}$. Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \end{cases} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x+3}$ không có tiệm cận ngang.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 25: Đồ thị hàm số nào sau đây có nhiều đường tiệm cận nhất?

A. $y = \frac{1}{x}$.

B. $y = \frac{x+5}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x^2-1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x^2-4}$.

Lời giải:

Đồ thị các hàm số $y = \frac{1}{x}$; $y = \frac{x+5}{x-1}$; $y = \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$, ($x \neq 1$) có 1 đường tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.

Xét hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-4}$. Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow$ Đồ thị nhận $x = 2$; $x = -2$ làm tiệm cận đứng và

$y = 0$ làm tiệm cận ngang.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 26: Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có nhiều tiệm cận nhất?

A. $y = \frac{2x^2+x+1}{x^2-1}$.

B. $y = \frac{1}{\cos^2 x}$.

C. $y = \frac{1}{3\sin^2 x + \cos^2 x}$.

D. $y = x^2 + x + 1$.

Lời giải:

Xét hàm số $y = \frac{2x^2+x+1}{x^2-1}$ có điều kiện xác định là $x^2-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$. Vậy đồ thị hàm số này có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1$, $x = -1$ và một tiệm cận ngang là $y = 2$.

Xét hàm số $y = \frac{1}{\cos^2 x}$ có điều kiện xác định là $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$). Vậy đồ thị hàm số này có vô số tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

Đồ thị hàm số $y = x^2 + x + 1$ không có tiệm cận.

Xét hàm số $y = \frac{1}{3\sin^2 x + \cos^2 x}$ có điều kiện xác định là $3\sin^2 x + \cos^2 x \neq 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 1 \neq 0$ (luôn đúng với mọi x). Vậy đồ thị hàm số này không có tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 27: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tọa độ là

A. $(1; -2)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(2; 1)$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$ nên $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $I(1; 2)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 28: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x-1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x-1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x-1} = 0$ nên $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 29: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

B. $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

C. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

D. $y = \frac{x}{x + 1}$.

Lời giải:

Đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 30: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng nào dưới đây?

A. $y = -1$.

B. $x = -1$.

C. $y = \frac{1}{4}$.

D. $x = \frac{1}{4}$.

Lời giải:

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{1}{4}$ suy ra tiệm cận ngang $y = \frac{1}{4}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 31: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{2}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+3}{x-2}$.

C. $y = \frac{2x-2}{x+2}$.

D. $y = \frac{1+x}{1-2x}$.

Lời giải:

Xét hàm số: $y = \frac{2x-2}{x+2}$.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \end{cases} \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 32: Đồ thị hàm số $y = \frac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là
 A. $x = -2, y = -3$. B. $x = -2, y = 3$. C. $x = -2, y = 1$. D. $x = 2, y = 1$.

Lời giải:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+1}{x+2} = -3$. Do đó đường thẳng $y = -3$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-3x+1}{x+2} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 33: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.
 A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải:

$\lim_{x \rightarrow 4^-} y = \frac{5}{8}$; $\lim_{x \rightarrow 4^+} y = \frac{5}{8}$. Suy ra $x = 4$ không phải là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -4^-} y = -\infty$. Suy ra $x = -4$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$.

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang. Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 34: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2-1}$ nằm bên phải trục tung là
 A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2-1} = 0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang phía bên phải là đường thẳng $y = 0$.

Lại có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \end{cases}$ nên đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy có hai đường tiệm cận của ĐTHS nằm phía bên phải trục tung.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 35: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ là
 A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 2$ không là đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = \mp\infty \Rightarrow x = -2$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 36: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ là

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 37: Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải:

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ nên $y = 0$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 1} y = \frac{1}{4}$ nên $x = 1$ không là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = +\infty$ nên $x = -3$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} y = -\infty$ nên $x = -3$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+2x-3}$ có 2 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 38: Tổng số các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}$ là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}}{1 - \frac{2}{x}} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}}{1 - \frac{2}{x}} = 0$$

Đường tiệm cận ngang là $y = 0$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{x^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)}{x^2} = \frac{1}{4}$$

Nên $x = 2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)(x-1)}{x^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)}{x^2} = -\infty$$

Nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là: $x = 0$.

Vậy tổng số các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 2x^2}$ là 2 tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 39: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-1}$ là

A. 0. B. 1. C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x^2-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+1}{x^2-1} = +\infty$ nên $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x^2-1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x^2-1} = 0$ nên $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 40: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ là

A. 0. B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Ta có: $y = \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x-1}, x \neq 1$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x-1} = 0$ nên $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 41: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ là

A. 0. B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}}{x^2-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ không tồn tại.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2-1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ không tồn tại, nên $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 42: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ là

- A. 0. B. 1. **C. 2.** D. 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ không tồn tại.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ không tồn tại, nên $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 43: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. **D. 3.**

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty$ nên $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ nên $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Hoặc có thể đánh giá: $y = \frac{x^2-3x+2}{x^3-x^2-x+1} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{x-2}{(x-1)(x+1)}, x \neq 1.$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 44: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{|x|-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. **D. 3.**

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty$ nên $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ nên $y = 1; y = -1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Hoặc có thể đánh giá: $y = \frac{x-1}{|x|-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x^2}-1} = \frac{(x-1)(\sqrt{x^2}+1)}{x^2-1} = \frac{\sqrt{x^2}+1}{x+1}, x \neq 1.$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 45: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+|x|}$ là

- A. 2.** B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x}{1+|x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x}{1+x} = -1, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{1+|x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{1-x} = 1$

Đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+|x|}$ có 2 đường TCN $y=1, y=-1$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 46: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+3}{x^2-2|x|-3}$ có tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y = \frac{x^2+3}{x^2-2|x|-3} = \frac{x^2+3}{(|x|+1)(|x|-3)}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3}{x^2-2|x|-3} = 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} y \text{ nên đường thẳng } y=1 \text{ là tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2+3}{(|x|+1)(|x|-3)} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -3^+} y = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2+3}{(|x|+1)(|x|-3)} = -\infty \text{ nên đường thẳng } x=3, x=-3 \text{ là}$$

tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 47: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1 .

B. 3 .

C. 4 .

D. 2 .

Lời giải:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2-4 \geq 0 \\ x^2-5x+6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x > 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

Ta xét:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6} = 0. \text{ Từ đó suy ra tiệm cận ngang là } y=0.$$

$$\text{Xét } x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ không tồn tại. Từ đó suy ra đường tiệm cận đứng là $x=2$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6} = -\infty$. Từ đó suy ra đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng $x=2$ và $x=3$, tiệm cận ngang $y=0$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 48: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang ?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:

Tập xác định $D = [-2; 2] \setminus \{-1\}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4} = +\infty.$$

Do đó $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 49: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x = -3$ và $x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 3$ và $x = 2$. **D. $x = 3$.**

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x-1)^2 - (x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x-1)^2 - (x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = -\frac{7}{6} \end{aligned}$$

Tương tự $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\frac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x = 2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty.$$

Suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 50: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 3. **B. 2.** C. 1. D. 0.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } 4\sqrt{3x+1}-3x-5=0 \Leftrightarrow 4\sqrt{3x+1}=3x+5 \Leftrightarrow \begin{cases} 16(3x+1)=9x^2+30x+25 \\ 3x+5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

Tập xác định: $D = \left[-\frac{1}{3}; +\infty\right) \setminus \{1\}$

$$+ \text{ Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(4\sqrt{3x+1}+3x+5)}{-9(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4\sqrt{3x+1}+3x+5}{-9(x-1)} = -\infty$$

do đó đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{4\sqrt{\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}-3-\frac{5}{x}} = -\frac{1}{3} \text{ do đó đường thẳng } y = -\frac{1}{3} \text{ là đường tiệm cận}$$

ngang của đồ thị hàm số.

Kết luận: Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 51: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 0. C. 1. **D. 2.**

Lời giải:

Tập xác định: $D = (-2; 2)$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}} \right) = +\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left(\frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}} \right) = -\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm

số. Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 52: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. **D. 2.**

Lời giải:

$$\text{Đkxđ: } \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x^2-3x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 2, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \right) = +\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \right) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 53: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. **D. 2.**

Lời giải:

$$\text{Đkxđ: } \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x^2-3x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 2, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \right) = +\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \right) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 54: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}+1}{2019}$.

B. $y = \frac{x^2-1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x^2}{x^2+2018}$.

D. $y = \frac{x}{x+12}$.

Lời giải:

Do $\lim_{x \rightarrow (-12)^-} \frac{x}{x+12} = +\infty$ nên $x = -12$ là đường tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 55: Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x}$.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2-3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^4}}+\frac{1}{x^2}}{1-\frac{3}{x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x} = -\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} (\sqrt{x-1}+1) = \sqrt{2}+1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2-3x) = 0 \end{cases}$$

$$x \rightarrow 3^- \Rightarrow 0 < x < 3 \Rightarrow x(x-3) < 0 \Leftrightarrow x^2-3x < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x} = +\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} (\sqrt{x-1}+1) = \sqrt{2}+1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2-3x) = 0 \end{cases}$$

$$x \rightarrow 3^+ \Rightarrow x > 3 \Rightarrow x(x-3) > 0 \Leftrightarrow x^2-3x > 0$$

Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 56: Số tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^3-1}}$ là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải:

Điều kiện xác định $x > 1$. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^3-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x^3}}}{\sqrt{1-\frac{1}{x^3}}} = 0$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^3-1}} = +\infty$. Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả hai đường tiệm cận.

Câu 61: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+2mx+m}$ có ba đường tiệm cận là

A. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty) \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

C. $(-\infty; 0) \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận $\Leftrightarrow x^2 + 2mx + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 + 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m > 0 \\ m \neq -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty) \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 62: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+m}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\emptyset$.

C. $\{1\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số có tiệm cận $\Leftrightarrow m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$. (*)

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1 \Rightarrow -1 + m = 0 \Leftrightarrow m = 1$ không thỏa mãn (*).

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 63: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

A. $m = -1$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Lời giải:

Tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ là:

$$y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(m+1)x-5m}{2x-m} = \frac{m+1}{2} = 1 \Rightarrow m = 1.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 64: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

A. 0.

B. -3.

C. 3.

D. 6.

Lời giải:

Theo công thức tìm nhanh tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ta có

$$\text{Đồ thị hàm số nhận } x = -\frac{d}{c} = -m-3 = 0 \text{ làm TCD} \Rightarrow m = -3$$

Đồ thị hàm số nhận $y = \frac{a}{c} = n - 3 = 0$ làm TCN $\Rightarrow n = 3$. Vậy $m + n = 0$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 65: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$ ($m \neq -1$) có đồ thị là (C). Tìm m để đồ thị (C) nhận điểm $I(2;1)$ làm tâm đối xứng.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = -\frac{1}{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = -2$.

Lời giải:

Để đồ thị (C) nhận điểm $I(2;1)$ làm tâm đối xứng thì đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = 2 \Leftrightarrow -m = 2 \Leftrightarrow m = -2$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 66: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-m}$ có tiệm cận đứng là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\{0\}$.

C. $\emptyset$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải:

Điều kiện $x \neq m$.

Để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = m$ thì $x = m$ không là nghiệm của phương trình $x^2 = 0 \Rightarrow m^2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 0$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 67: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x^3 - m}$ có tiệm cận đứng là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\{0\}$.

C. $\emptyset$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải:

Điều kiện $x \neq \sqrt[3]{m}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{m}} y = \infty$ nên đồ thị hàm số luôn có tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 68: Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải:

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} = m$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} = m$ suy ra $y = m$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận thì đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.

Khi đó: $\begin{cases} m - 1 = 0 \\ 4m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{1}{4} \end{cases}$.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 69: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số

$$y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$$
 có hai tiệm cận đứng?

A. 2021.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải:

Hàm số có hai tiệm cận đứng khi $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -12 \\ m < 4 \end{cases} \Rightarrow m \in [-2017; 4] \setminus \{-12\}$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 70: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{5x-3}{x^2-2mx+1}$ **không** có tiệm cận đứng.

A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.

B. $-1 < m < 1$.

C. $m = -1$.

D. $m = 1$.

Lời giải:

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì $x^2 - 2mx + 1 = 0$ vô nghiệm

$$\Rightarrow m^2 - 1 < 0 \Rightarrow -1 < m < 1.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 71: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x^3-3x^2-m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -4 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m > 0 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải:

$$\text{Xét phương trình } x^3 - 3x^2 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = m \quad (*)$$

Số nghiệm của (*) là số giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x^3 - 3x^2 \text{ có } f'(x) = 3x^2 - 6x, \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm $f(x)$:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-4	0	-4	$+\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x^3-3x^2-m}$ có đúng một tiệm cận đứng thì phương trình (*) phải thỏa

mãn một trong các trường hợp sau:

+) TH1: Phương trình (*) có duy nhất nghiệm $x \neq -1$.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x \neq -1$ khi $\begin{cases} m < -4 \\ m > 0 \end{cases}$

+) TH2: Phương trình (*) có 2 nghiệm trong đó có 1 nghiệm $x = -1$ và một nghiệm kép
Dựa vào BBT ta thấy phương trình (*) có 2 nghiệm trong đó có 1 nghiệm $x = -1$
và một nghiệm kép khi $m = -4$

Kết hợp hai trường hợp ta có giá trị của tham số thỏa mãn đề bài là $\begin{cases} m > 0 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 72: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = \frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$ có đúng một đường tiệm cận?
A. 0. B. 2. **C. 1.** D. Vô số.

Lời giải:

Kí hiệu (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$.

* Trường hợp 1: $m = 0$.

Khi đó $y = \frac{6x-3}{(-6x+3)(9x^2+1)}$. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Do đó chọn $m = 0$.

* Trường hợp 2: $m \neq 0$.

Xét phương trình $(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1) = 0$ (1)

Nhận thấy: (C) luôn có một đường tiệm cận ngang $y = 0$ và phương trình (1) không thể có duy nhất một nghiệm đơn với mọi m .

Do đó (C) có đúng một đường tiệm cận khi và chỉ khi (C) không có tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ (1) vô

nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 9-3m < 0 \\ 9m^2-9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -1 < m < 1 \end{cases}$, (không tồn tại m).

Kết hợp các trường hợp ta được $m = 0$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 73: Tìm a, b để đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ nhận $x = 1$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.
A. $a = -1; b = 2$. B. $a = 4; b = 4$. **C. $a = 1; b = 2$.** D. $a = -1; b = -2$.

Lời giải:

Với điều kiện $b \neq 0$ và $-2a-b \neq 0$ thì đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng

$x = \frac{2}{b}$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$. Do đó theo giả thiết ta có $\begin{cases} \frac{2}{b} = 1 \\ \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C**

Câu 74: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

B. $m < 0$.

C. $m > 0$.

D. $m = 0$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang khi và chỉ khi hai giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y, \lim_{x \rightarrow -\infty} y$ tồn tại và

khác nhau. Vậy hàm số này phải xác định trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, hay $mx^2 + 1 > 0$ với mọi

$x \in \mathbb{R}$. Vậy các phương án B sai.

Nếu $m = 0 \Rightarrow y = 1$. Hàm số này không có tiệm cận ngang.

Với $m > 0$, ta có

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{hàm số có hai đường tiệm cận ngang là } y = \frac{1}{\sqrt{m}} \text{ và } y = -\frac{1}{\sqrt{m}}.$$

Vậy $m > 0$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 75: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{mx^2-8x+2}}$ có đúng bốn đường tiệm cận?

A. 8.

B. 6.

C. 7.

D. Vô số.

Lời giải:

TH1: $m < 0$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (x_1; x_2)$, ($x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$). Do đó $m < 0$ không thỏa yêu cầu của bài toán.

TH2: $m = 0 \Rightarrow y = \frac{x-1}{\sqrt{-8x+2}}$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 4)$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 4^-} y = -\infty$. Khi đó ta có $x = -4$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do đó $m = 0$ không thỏa yêu cầu của bài toán

TH3: $m > 0$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ ($x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$). Do đó đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận khi phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác

$$1 \Leftrightarrow \begin{cases} 16-2m > 0 \\ m > 0; m \in \mathbb{Z} \\ m-8+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 8 \\ m > 0; m \in \mathbb{Z} \\ m \neq 6 \end{cases} \Rightarrow m = \{1; 2; 3; 4; 5; 7\}. \text{ Suy ra có tất cả 6 giá trị nguyên của tham}$$

số m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 76: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2m}{(x-1)(x+m)}$. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải:

Đặt $g(x) = x^2 - 2x + 2m$.

Khi $m = -1$ ta có hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2} = -\infty$ suy ra đồ thị của hàm

số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng $x = 1$.

Khi $m \neq -1$ xét hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2m}{(x-1)(x+m)}$

Trường hợp 1: Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng $x = 1$.

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow \begin{cases} g(1) \neq 0 \\ g(-m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 + 2m \neq 0 \\ m^2 + 4m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ m(m+4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}.$$

Trường hợp 2: Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng $x = m$.

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow \begin{cases} g(1) = 0 \\ g(-m) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m = 0 \\ -1 + 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m+4) = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Kết luận: Vậy có 4 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 77: Với giá trị nào của hàm số m để đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = \pm 1$.

D. Không có m .

Lời giải:

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

$\Rightarrow$ Hàm số xác định trên một trong các miền $(-\infty; a), (-\infty; a], (a; +\infty)$ hoặc $[a; +\infty)$

$m \geq 0$

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = x - \sqrt{-3x + 7}, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$ đồ thị không có tiệm cận ngang

TH2: $m > 0, y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$

Khi $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - x \sqrt{m - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2}} \right) = \frac{3}{2}$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m = 1$.

Vậy $m = 1$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 78: Có bao nhiêu giá trị nguyên của hàm số thực m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số

$$y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$$
 có hai tiệm cận đứng?

A. 2019.

B. 2021.

C. 2018.

D. 2020.

Lời giải:

Điều kiện $x^2 - 4x + m > 0$

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng khi

$x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$$\begin{cases} (-2)^2 - m > 0 \\ (-2)^2 - 4(-2) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ 12 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \neq -12 \end{cases}$$

Vì m là số nguyên và thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ nên có 2021 giá trị của m .

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 79: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

A. $-1 \leq m < 0$.

B. $-1 \leq m \leq 0$.

C. $m < -1$.

D. $m > 0$.

Lời giải:

+) Nếu $m \geq 0$ ta thấy $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1} \right) = \pm\sqrt{m} \Rightarrow y = \pm\sqrt{m}$ là tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \left(\frac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1} \right) = \pm\infty \Rightarrow x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Vậy $m \geq 0$ không thỏa mãn đề bài.

+) Nếu $m < 0$ ta có hàm số xác định trên $D = \left[\frac{-1}{\sqrt{-m}}; \frac{1}{\sqrt{-m}} \right]$ không phải là một khoảng vô cùng nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x = -1$ khi $\lim_{x \rightarrow -1^+} \left(\frac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1} \right) = \pm\infty$.

$$\text{Khi đó } m \text{ phải thỏa mãn hệ } \begin{cases} \frac{-1}{\sqrt{-m}} \leq -1 \leq \frac{1}{\sqrt{-m}} \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 0.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 80: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10; 10)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12.

B. 11.

C. 0.

D. 10.

Lời giải:

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| \cdot \sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cdot \sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = 1 \Rightarrow \text{Tiệm cận ngang } y = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \cdot \sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \cdot \sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = -1 \Rightarrow \text{Tiệm cận ngang } y = -1.$$

Vậy ta luôn có 2 đường tiệm cận ngang với giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10; 10)$.

Đồ thị hàm số đúng ba đường tiệm cận

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{-2 \cdot (-2 - m)} - 1 \neq 0 \\ -2 \cdot (-2 - m) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -\frac{3}{2} \\ m \geq -2 \end{cases}$$

Vậy $m \in [-2; 10]; m \in \mathbb{Z}$ nên có 12 giá trị nguyên m .

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 81: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-2019; 2019)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{4036x + 2}{\sqrt{mx^2 + 3}}$ có hai đường

tiệm cận ngang?

A. 0.

B. 2018.

C. 4036.

D. 25.

Lời giải:

+) Với $m < 0$ ta có tập xác định của hàm số: $D = \left(-\sqrt{-\frac{3}{m}}; \sqrt{-\frac{3}{m}}\right)$ nên không tồn tại tiệm cận ngang.

+) Với $m = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số cũng không có tiệm cận ngang.

+) Với $m > 0$ ta có tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Khi đó:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(4036 + \frac{2}{x}\right)}{x \sqrt{m + \frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4036 + \frac{2}{x}}{\sqrt{m + \frac{3}{x^2}}} = \frac{4036}{\sqrt{m}}; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(4036 + \frac{2}{x}\right)}{-x \sqrt{m + \frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4036 + \frac{2}{x}}{-\sqrt{m + \frac{3}{x^2}}} = -\frac{4036}{\sqrt{m}}$$

nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y = \pm \frac{4036}{\sqrt{m}}$.

Suy ra $\begin{cases} m > 0 \\ m \in (-2019; 2019) \Leftrightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 2018\} \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$. Vậy có 2018 giá trị nguyên của m .

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 82: Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+mx+4}$ có hai đường tiệm cận?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{m}{x} + \frac{4}{x^2}} = 0.$$

Nên đồ thị hàm số luôn có một đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Do đó để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận thì phương trình: $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m^2 - 16 = 0 \\ m \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 16 = 0 \\ m \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -4 \\ m = -5 \end{cases}.$$

Vậy $m \in \{-4; 4; -5\}$. Nên có 3 giá trị thỏa yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 83: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6; 6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 8.

B. 9.

C. 12.

D. 11.

Lời giải:

$$\text{Gọi (C) là đồ thị hàm số } y = \frac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}.$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m} = 0$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Do đó (C) có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi (C) có 3 đường tiệm cận đứng

$$\Leftrightarrow x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = 0 \quad (1) \text{ có 3 nghiệm phân biệt khác 3.}$$

$$\text{Ta có } (1) \Leftrightarrow (x-m)(x^2 - 2mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x^2 - 2mx + 1 = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khác 3} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 - 1 > 0 \\ m^2 - 2m^2 + 1 \neq 0 \\ 3^2 - 6m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m < -1 \\ m > 1 \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup \left(1; \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; 3\right) \cup (3; +\infty).$$

Do $m \in [-6; 6]$, m nguyên nên $m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; 2; 4; 5; 6\}$. Vậy có 9 giá trị m thỏa mãn.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 84: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2007.

B. 2010.

C. 2009.

D. 2008.

Lời giải:

Xét hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$.

+) TXĐ: $D = [3; +\infty)$

+) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^4}}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{m}{x^2}} = 0$. Do đó ĐTHS có 1 tiệm cận ngang $y = 0$.

+) Để ĐTHS có 2 đường tiệm cận thì phải có thêm 1 tiệm cận đứng. Vậy yêu cầu bài toán trở thành: Tìm điều kiện để phương trình $x^2 + x - m = 0$ phải có 1 nghiệm lớn hơn hoặc bằng 3.

Trường hợp 1: Phương trình $x^2 + x - m = 0$ phải có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 3 < x_2$.

$$\Leftrightarrow a.f(3) < 0 \Leftrightarrow 12 - m < 0 \Leftrightarrow m > 12.$$

Trường hợp 2: Phương trình $x^2 + x - m = 0$ có nghiệm $x = 3$ thì $m = 12$.

Với $m = 12$ phương trình trở thành: $x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -4 \end{cases}$ (tmđk)

Trường hợp 3: Phương trình $x^2 + x - m = 0$ có nghiệm kép $x > 3$.

Khi $m = \frac{-1}{4}$ thì phương trình có nghiệm $x = \frac{-1}{2}$. (không thỏa mãn)

Theo đề bài $m \in [-2019; 2019]$, m nguyên do đó $m \in [12; 2019]$.

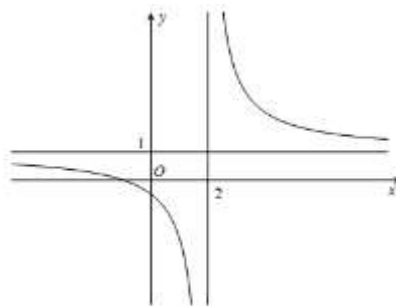
Vậy có $(2019 - 12) + 1 = 2008$ giá trị của m .

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

DẠNG 4:

TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM ẨN

Câu 85: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$, ($a, b \in \mathbb{R}$), có đồ thị như hình vẽ sau:



Tính $T = a + b$.

A. $T = 2$.

B. $T = 0$.

C. $T = -1$.

D. $T = 3$.

Lời giải:

Tiệm cận đứng: $x = \frac{2}{b} = 2 \Rightarrow b = 1$. Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b = 1$.

Vậy $T = a + b = 2$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 86: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	1		$+\infty$		1
			$-\infty$		

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải:

Tiệm cận đứng: $x = 2 > 0 \Rightarrow -\frac{c}{b} > 0 \Rightarrow bc < 0$.

Tiệm cận ngang: $y = 1 > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow ab > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $x > 2 > 0 \Rightarrow -\frac{1}{c} > 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow c > 0$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 87: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	-2		$+\infty$		-2
			$-\infty$		

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $ac > 0; ab > 0$.

B. $ad < 0; bc > 0$.

C. $cd < 0; bd > 0$.

D. $ab > 0; cd > 0$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta có :

+) TCD : $x = -\frac{d}{c} = -1 < 0 \Rightarrow \frac{d}{c} > 0 \Rightarrow c, d$ cùng dấu.

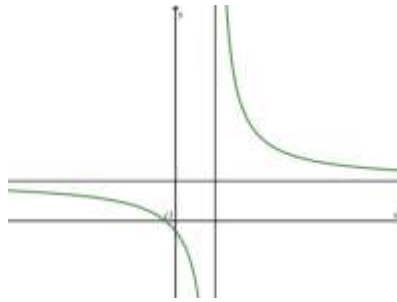
+) TCN : $y = \frac{a}{c} = -2 > 0 \Rightarrow a, c$ trái dấu.

+) Xét với $x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{d} < 0$, suy ra b, d trái dấu.

Như vậy a, b cùng dấu; c, d cùng dấu.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 88: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $ab > 0, ad < 0$.

B. $ab < 0, ad > 0$.

C. $bd > 0, ad < 0$.

D. $ab > 0, ad > 0$.

Lời giải:

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow cd < 0$ (1)

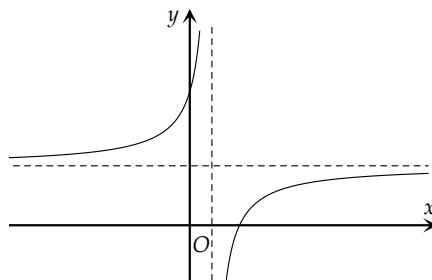
Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0$ (2)

Khi $x = 0$ thì $y = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow bd < 0$ (3)

Từ (1) và (2) suy ra: $ad < 0$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $ab > 0$.

Câu 89: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $bc > 0$.

B. $ad < 0$.

C. $bd > 0$.

D. $ab < 0$.

Lời giải:

Đồ thị có đường tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung nên $-\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow cd < 0$ (1)

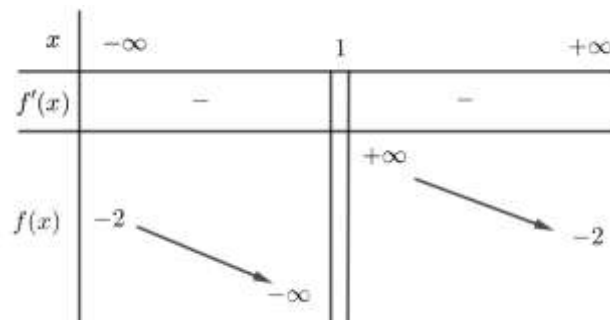
Đồ thị có đường tiệm cận ngang nằm trên trục hoành nên $\frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0$ (2)

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $\frac{b}{d} > 0 \Rightarrow bd > 0$ (3)

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương nên $-\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0$.

Từ (1) và (2) suy ra $ad < 0$. Từ (1) và (3) suy ra $bc < 0$. Vậy A sai.

Câu 90: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+3}{bx+c}$, ($b \in \mathbb{Z}$) có bảng biến thiên như sau:



Tính tổng $S = a + b + c$.

A. -2.

B. 2.

C. 0.

D. -1.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên có:

Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang $y = -2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = -2 \Leftrightarrow a = -2b$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 1 \Leftrightarrow -\frac{c}{b} = 1 \Leftrightarrow c = -b$.

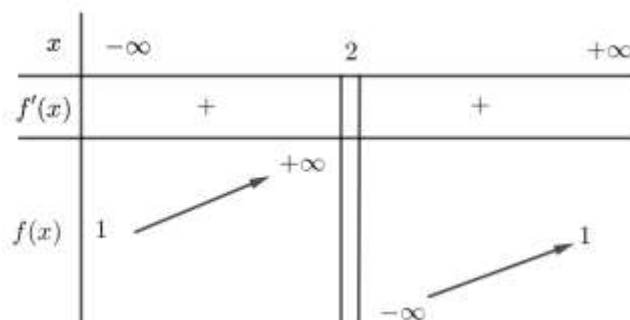
Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng xác định nên $ac - 3b < 0$.

Từ ba điều kiện trên ta có $-2b \cdot (-b) - 3b < 0 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b < 0 \Leftrightarrow 0 < b < \frac{3}{2}$.

Mà $b \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $b = 1 \Rightarrow c = -1, a = -2$.

Vậy $S = a + b + c = -2 + 1 + (-1) = -2$.

Câu 91: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax - b}{cx + b + 1} (a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:



Biết tập hợp tất cả các giá trị b thỏa mãn là khoảng $(m; n)$. Tính tổng $S = m + 2n$.

A. $S = \frac{5}{2}$.

B. $S = -\frac{3}{2}$.

C. $S = -1$.

D. $S = -2$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên có:

Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 1 \Leftrightarrow \frac{a}{c} = 1 \Leftrightarrow a = c$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 2 \Leftrightarrow -\frac{b+1}{c} = 2 \Leftrightarrow c = -\frac{b+1}{2}$.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng xác định nên $(-\infty; 2); (2; +\infty)$.

Từ ba điều kiện trên ta có:

$$c(b+1)+bc > 0 \Leftrightarrow c(2b+1) > 0 \Leftrightarrow -\left(\frac{b+1}{2}\right)(2b+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow (b+1)(2b+1) < 0 \Leftrightarrow -1 < b < -\frac{1}{2} \Rightarrow b \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right).$$

Suy ra $m = -1$ và $n = -\frac{1}{2}$. Vậy $S = m + 2n = -1 + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -2$.

Câu 92: Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$	0

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-1} = -1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)-1} = 0$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = -1$; $y = 0$.

Xét phương trình: $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$. Dựa vào BBT, phương trình $f(x)=1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow x_1} y = \infty$; $\lim_{x \rightarrow x_2} y = \infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng là $x = x_1, x = x_2$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 93: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	$+$	0	$-$
y	-2	$+\infty$	$+\infty$	4	0

Gọi m và n lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{1}{f(x)-2}, \text{ tính } S = m + n.$$

A. $S = 3$.

B. $S = 4$.

C. $S = 6$.

D. $S = 5$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-2} = -\frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)-2} = -\frac{1}{4}$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = -\frac{1}{2}$; $y = -\frac{1}{4}$.

Xét phương trình: $f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=2$. Dựa vào BBT, phương trình $f(x)=2$ có bốn nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow x_1} y = \infty$; $\lim_{x \rightarrow x_2} y = \infty$; $\lim_{x \rightarrow x_3} y = \infty$; $\lim_{x \rightarrow x_4} y = \infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có bốn đường tiệm cận đứng là $x = x_1, x = x_2, x = x_3, x = x_4$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 6 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 94: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1		2		$+\infty$
y'		$-$	$ $	$+$	$ $	$-$
y	5	$ $		$+\infty$	$ $	$+\infty$
		$-\infty$	$-\infty$			0

Gọi m và n lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$g(x) = \frac{1}{f(x)-3}$, tính $S = m + n$.

A. $S = 3$.

B. $S = 4$.

C. $S = 5$.

D. $S = 6$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-3} = -\frac{1}{3}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)-3} = \frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm

cận ngang là $y = -\frac{1}{3}$; $y = \frac{1}{2}$.

Xét phương trình: $f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=3$. Dựa vào BBT, phương trình $f(x)=3$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow x_1} y = \infty$; $\lim_{x \rightarrow x_2} y = \infty$; $\lim_{x \rightarrow x_3} y = \infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận đứng là $x = x_1, x = x_2, x = x_3$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 5 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 95: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$
y	$+\infty$	2	1	-1	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3f(x)-2}$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $3f(x) - 2 = 0$ (hay $f(x) = \frac{2}{3}$) có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa $x_1 \in (-\infty; -1)$, $x_2 \in (-1; 0)$, $x_3 \in (0; 1)$, $x_4 \in (1; +\infty)$. Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3f(x) - 2}$ có 4 tiệm cận đứng là $x = x_1, x = x_2, x = x_3, x = x_4$.

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{3f(x) - 2} = 0$ nên $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3f(x) - 2}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{3f(x) - 2} = 2$ nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3f(x) - 2}$.

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3f(x) - 2}$ có 2 tiệm cận ngang là $y = 0, y = 2$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3f(x) - 2}$ là 6.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 96: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2018}{f(x)}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Điều kiện: $f(x) \neq 0$

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2018}{f(x)}$ là số nghiệm phương trình $f(x) = 0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 0$ tức trục hoành. Nhìn bảng biến thiên ta có số giao điểm bằng 3 nên có 3 tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 97: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	1	-3	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ đúng bằng số nghiệm thực của phương trình

$$2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}.$$

Mà số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=\frac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2f(x)-1}$ có 2 tiệm cận đứng.

Lại có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2f(x)-1} = 1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=1$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2f(x)-1}$ là 3.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 98: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x^3+x)+3}$ là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy phương trình $f(x)=-3$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$ ($x_0 < 1$). Từ đó ta có: $f(x^3+x)+3=0 \Leftrightarrow f(x^3+x)=-3 \Leftrightarrow x^3+x=x_0$.

Xét hàm số $g(x)=x^3+x$ có $g'(x)=3x^2+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra $g(x)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)=-\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)=+\infty$ nên phương trình $g(x)=x_0$ có nghiệm duy nhất $x=x_1$.

Vậy hàm số $y=\frac{1}{f(x^3+x)+3}$ có tập xác định là: $D=\mathbb{R} \setminus \{x_1\}$.

Do $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3+x)=-\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=-\infty$ nên $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x^3+x)+3}=0$.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3+x)=+\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=+\infty$ nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x^3+x)+3}=0$.

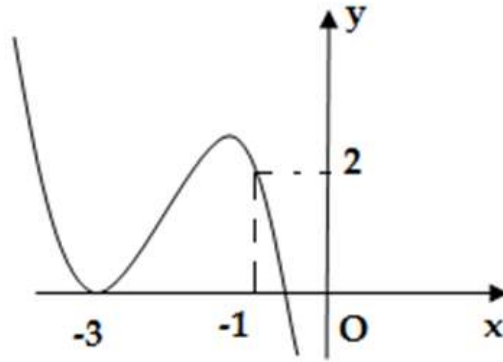
Vậy $y = 0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x^3 + x) + 3}$.

Từ tính đồng biến của hàm $g(x) = x^3 + x$ và bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$ ta có:

$\lim_{x \rightarrow x_1^+} \frac{1}{f(x^3 + x) + 3} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow x_1^-} \frac{1}{f(x^3 + x) + 3} = -\infty$ nên $x = x_1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x^3 + x) + 3}$. Vậy tổng số tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x^3 + x) + 3}$ là 2.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 99: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[(f(x))^2 - 2f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3.

B. 2.

C. 6.

D. 4.

Lời giải:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \leq -1 \\ x > 0 \\ f(x) \neq 0 \\ f(x) \neq 2 \end{cases}$$

Ta có $g(x) = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[(f(x))^2 - 2f(x)]} = \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x[(f(x))^2 - 2f(x)]}$, rõ ràng $x = 0$ là một tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

$$\text{Xét phương trình } (f(x))^2 - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases}$$

Với $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = x_1 \in (-1; 0) \end{cases}$ trong đó $x = -3$ là nghiệm nghiệm kép, nên mẫu sẽ có nhân tử $(x+3)^2$ do đó $x = -3$ là một tiệm cận đứng.

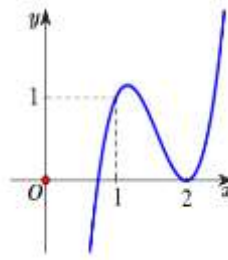
Với $f(x)=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=x_2 \in (-3;-1) \\ x=x_3 \in (-\infty;-1) \end{cases}$, ba nghiệm này là nghiệm đơn, nên

$f(x)-2=k(x+1)(x-x_2)(x-x_3)$, ta thấy trong $g(x)$ thì $(x+1)$ sẽ bị rút gọn nên có thêm $x=x_2 \in (-3;-1)$ và $x=x_3 \in (-\infty;-1)$ là tiệm cận đứng.

Vậy tóm lại đồ thị có 4 tiệm cận đứng là $x=0; x=-3; x=x_2; x=x_3$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 100: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d, (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Đồ thị hàm số $g(x)=\frac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-1}}{(x+1)[f^2(x)-f(x)]}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Lời giải:

Điều kiện $x \geq 1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x)=a(x-a')(x-2)^2$ với $a' \in (0;1)$ và $f(x)=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=b' \in (1;2) \\ x=c' > 2 \end{cases}$.

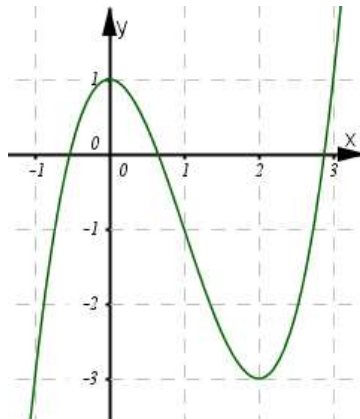
Do đó $f^2(x)-f(x)=a^2(x-a')(x-2)^2(x-1)(x-b')(x-c')$.

Do đó: $g(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{a^2(x+1)(x-a')(x-2)(x-b')(x-c')}$.

Do điều kiện $x \geq 1$ nên đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 101: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Lời giải:

$$\text{Đk: } x \leq 2. \text{ Đặt } h(x) = (x-3)[f^2(x) - f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ f(x)=0 \\ f(x)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=x_1 \in (-1;0) \\ x=x_2 \in (0;1) \\ x=x_3 (x_3 > 2) \\ x=0 (\text{nghiemkep}) \\ x=x_4 (x_4 > 2) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } y = \frac{x(x-2)\sqrt{2-x}}{(x-3).m(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)x^2}, (m > 0).$$

Do điều kiện $x \leq 2$ nên không tồn tại các giới hạn của hàm số $f(x)$ khi $x \rightarrow 3, x \rightarrow x_3, x \rightarrow x_4$
 $\Rightarrow$ đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

DẠNG 5:

CÁC BÀI TOÁN KHÁC

Câu 102: Hình phẳng được giới hạn bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và hai trục tọa

độ có diện tích bằng

A. 1.

B. 3.

C. 6.

D. 2.

Lời giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là: $x = -1; y = 2$.

Hai trục tọa độ có phương trình là: $x = 0; y = 0$.

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và hai

trục tọa độ là diện tích hình chữ nhật giới hạn bởi 4 đường $x = -1; y = 2; x = 0; y = 0$. Vậy

$$S = 2.1 = 2.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 103: Cho M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$, sao cho tổng khoảng cách từ

M đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là nhỏ nhất. Tọa độ điểm M là

A. (4;3).

B. (0;-1).

C. (1;-3).

D. (3;5).

Lời giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

Vì M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ nên $M\left(a; \frac{a+2}{a-2}\right)$ (với $a > 0$).

Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là: $\Delta_1: x = 2$ và $\Delta_2: y = 1$

$$\text{Suy ra : } d_1 = d_{(M; \Delta_1)} = |a-2| \text{ và } d_2 = d_{(M; \Delta_2)} = \left| \frac{a+2}{a-2} - 1 \right| = \left| \frac{4}{a-2} \right| = \frac{4}{|a-2|}.$$

Vậy tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là:

$$d = d_1 + d_2 = |a-2| + \frac{4}{|a-2|} \geq 2\sqrt{|a-2| \cdot \frac{4}{|a-2|}} = 4.$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có } |a-2| + \frac{4}{|a-2|} \geq 2\sqrt{|a-2| \cdot \frac{4}{|a-2|}} = 4.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi : } |a-2| = \frac{4}{|a-2|} \Leftrightarrow (a-2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a-2=2 \\ a-2=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ a=0 \end{cases}.$$

Mà $a > 0 \Rightarrow a = 4$. Vậy $M(4; 3)$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 104: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và A là điểm thuộc (C) . Tính giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ A đến các đường tiệm cận của (C) .

A. $2\sqrt{3}$.

B. 2.

C. 3.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có A là điểm thuộc (C) suy ra $M\left(a; \frac{a+1}{a-1}\right)$ với $a \neq 1$.

Đồ thị (C) có các đường tiệm cận là $x=1, y=1$.

Tổng các khoảng cách từ A đến các đường tiệm cận của (C) là

$$d = |a-1| + \left| \frac{a+1}{a-1} - 1 \right| = |a-1| + \left| \frac{2}{a-1} \right| \geq 2\sqrt{|a-1| \cdot \frac{2}{|a-1|}} = 2\sqrt{2}.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 105: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C) .

Xét tam giác IAB là tam giác cân tại I và có hai đỉnh $A(x_A; y_A); B(x_B; y_B)$ thuộc đồ thị (C) sao cho $y_A - y_B = 2(x_A - x_B)$. Đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. 3.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. 6.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Do $y_A - y_B = 2(x_A - x_B)$ nên đường thẳng AB có hệ số góc $k = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = 2 \Rightarrow$ phương trình AB có

dạng $y = 2x + m$. Hoành độ A và B là nghiệm phương trình

$$\frac{x+1}{x-1} = 2x + m \Leftrightarrow 2x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0.$$

$$\text{Do } \Delta = m^2 + 2m + 17 > 0, \forall m \text{ nên theo Viet ta có } x_A + x_B = \frac{3-m}{2}; \quad x_A \cdot x_B = \frac{-m-1}{2}.$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Từ giả thiết ta có } IA = IB \Leftrightarrow (x_A - 1)^2 + (y_A - 1)^2 = (x_B - 1)^2 + (y_B - 1)^2 \\
 & \Leftrightarrow x_A^2 - x_B^2 - 2(x_A - x_B) + y_A^2 - y_B^2 - 2(y_A - y_B) = 0 \\
 & \Leftrightarrow (x_A - x_B)(x_A + x_B - 2) + (y_A - y_B)(y_A + y_B - 2) = 0 \\
 & \Leftrightarrow (x_A - x_B)(x_A + x_B - 2) + 2(x_A - x_B)(y_A + y_B - 2) = 0 \\
 & \Leftrightarrow x_A + x_B - 2 + 2(y_A + y_B - 2) = 0 \Leftrightarrow x_A + x_B - 2 + 2(2x_A + m + 2x_B + m - 2) = 0 \\
 & \Leftrightarrow 5(x_A + x_B) + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow 5\left(\frac{3-m}{2}\right) + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = -1 \\
 & AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{5(x_A - x_B)^2} = \sqrt{5[(x_A + x_B)^2 - 4(x_A \cdot x_B)]} \\
 & = \sqrt{5\left[\left(\frac{3-m}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{-m-1}{2}\right)\right]} = 2\sqrt{5}.
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 106: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận, $M(x_0, y_0)$, ($x_0 > 0$) là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B thỏa mãn $AI^2 + IB^2 = 40$. Tính tích $x_0 y_0$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

+ Ta có: $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$

+ TCĐ: $x = -1$ và TCN: $y = 2$. Suy ra $I(-1; 2)$.

PTTT tại điểm $M(x_0, y_0)$ là $d: y = \frac{3}{(x_0+1)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0+1}{x_0+1}$ (với $x_0 > 0$)

Gọi A là giao điểm của d và TCĐ. Suy ra $A\left(-1; \frac{2x_0-4}{x_0+1}\right)$; B là giao điểm của d và TCN.

Suy ra $B(2x_0+1; 2)$. Theo giả thiết $AI^2 + IB^2 = 40 \Leftrightarrow \left(\frac{2x_0-4}{x_0+1} - 2\right)^2 + (2x_0+2)^2 = 40$

$$\Leftrightarrow (x_0+1)^4 - 10(x_0+1)^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_0+1)^2 = 1 \\ (x_0+1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \\ x_0 = -4 \\ x_0 = 2 \end{cases}$$

Vì $x_0 > 0$ nên $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 1$. Do đó $x_0 y_0 = 2$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

HẾT

Huế, ngày 18 tháng 8 năm 2020