

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Bài thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao bài

Câu 1. Một hộp chứa 10 quả cầu phân biệt. Số cách lấy ra từ hộp đó cùng lúc 3 quả cầu là

- A. 120. B. 10. C. 60. D. 720.

Câu 2. Tính số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 7. \end{cases}$

- A. $u_1 = -36, d = 13$. B. $u_1 = 36, d = 13$. C. $u_1 = 36, d = -13$. D. $u_1 = -36, d = -13$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm của phương trình $3^{x^2+2x} = 1$.

- A. $S = \{-1; 3\}$. B. $S = \{-2; 0\}$. C. $S = \{-3; 1\}$. D. $S = \{0; 2\}$.

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(4 - x^2)$ là tập hợp nào sau đây?

- A. $\mathcal{D} = (-2; 2)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = [-2; 2]$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Câu 6. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

- A. $\int 2e^x dx = 2(e^x + C)$. B. $\int x^3 dx = \frac{x^4 + C}{4}$.
C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. D. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 7. Hình chóp $S.ABC$ có chiều cao $h = a$, diện tích tam giác ABC là $3a^2$. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. a^3 . C. $\frac{3}{2}a^3$. D. $3a^3$.

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = 12\pi$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 4$. D. $V = 12$.

Câu 9. Một mặt cầu có diện tích xung quanh là π thì có bán kính bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 1)$.
C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Câu 11. Với a và b là hai số dương tùy ý, $\log_2(a^3b^4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3}\log_2 a + \frac{1}{4}\log_2 b$. B. $3\log_2 a + 4\log_2 b$. C. $2(\log_3 a + \log_4 b)$. D. $4\log_2 a + 3\log_2 b$.

Câu 12. Cho khối trụ có thể tích V và bán kính đáy R . Chiều cao của khối trụ đã cho bằng

- A. $\frac{V}{\pi R^2}$. B. $\frac{V}{3\pi R^2}$. C. $\frac{V}{R^2}$. D. $\frac{V}{3R^2}$.

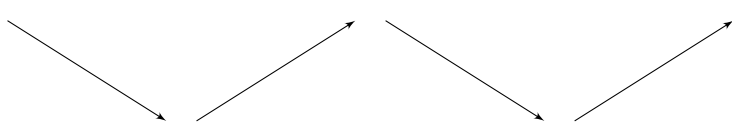
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số.

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y							

Câu 14.

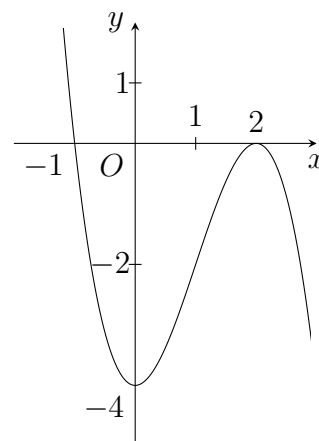
Đồ thị ở hình bên là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

B. $y = x^3 - 3x - 4$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

D. $y = x^3 - 3x - 4$.



Câu 15. Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ là

A. $y = 2; x = 1$.

B. $y = 1; x = 1$.

C. $y = -2; x = 1$.

D. $y = 1; x = -2$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3-x) < 2$ là

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 17.

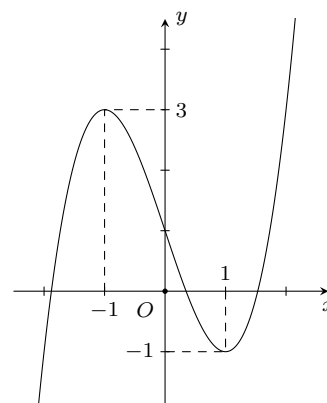
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.



Câu 18. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 19. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của số phức z là:

A. $\bar{z} = 3 - 2i$.

B. $\bar{z} = 3 + 2i$.

C. $\bar{z} = -2 - 3i$.

D. $\bar{z} = 2 + 3i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 2 + 3i$. Tính mô-đun của số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $|z| = 1$.

B. $|z| = \sqrt{5}$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = \sqrt{13}$.

Câu 21. Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$?

A. $-1 - 2i$.

B. $1 + 2i$.

C. $1 - 2i$.

D. $-2 + i$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3; -2; 1)$, $N(1; 0; -3)$. Gọi M' , N' lần lượt là hình chiếu của M và N lên mặt phẳng Oxy . Khi đó độ dài đoạn $M'N'$ là

A. $M'N' = 8$.

B. $M'N' = 4$.

C. $M'N' = 2\sqrt{6}$.

D. $M'N' = 2\sqrt{2}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ có tâm I và bán kính R là.

A. $I(-1; 0; 2), R = 2$.

B. $I(-1; 0; 2), R = 4$.

C. $I(1; 0; -2), R = 2$.

D. $I(1; 0; -2), R = 4$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

A. $(2; 1; 0)$.

B. $(2; -1; 3)$.

C. $(2; -1; 0)$.

D. $(2; 1; 3)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2; -1; 2)$.

B. $M(-1; -2; -3)$.

C. $P(1; 2; 3)$.

D. $N(-2; 1; -2)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo góc (MN, SC) bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-3	-1	0	1	2	3	
y'	+	0	-	0	+	0	-

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 28. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 3]$. Tính $(M + m)$.

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 4.

Câu 29. Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6ab$, biểu thức $\log_2(a + b)$ bằng

A. $\frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$.

B. $\frac{1}{2}(1 + \log_2 a + \log_2 b)$.

C. $1 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

D. $2 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

Câu 30. Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 32. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$. Tính thể tích khối nón sinh ra khi quay tam giác ABC quay cạnh AB .

A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$.

B. $V = 2\pi a^3$.

C. $V = \frac{2\pi a^3}{3}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Cho $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^3}$ thì ta được

A. $I = \frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$.

B. $I = -\frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$.

C. $I = -\frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.

D. $I = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.

Câu 34. Diện tích hình phẳng H được giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^3 - 2x - 1$ và $y = 2x - 1$ được tính theo công thức

A. $S = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx.$

C. $S = \int_{-2}^2 (x^3 - 4x) dx.$

B. $S = \int_0^2 |x^3 - 4x| dx.$

D. $S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx.$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 4i, z_2 = -1 + 3i$. Tính môđun của số phức $w = z_1 \overline{z_2} - 2\overline{z_1}$.

- A. $|w| = 2\sqrt{2}.$ B. $|w| = 2\sqrt{10}.$ C. $|w| = 4\sqrt{2}.$ D. $|w| = 2.$

Câu 36. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i + 1)z_1$.

- A. $M(-5; -1).$ B. $M(5; 1).$ C. $M(-1; -5).$ D. $M(1; 5).$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(Q): 3x - 2y + 4z - 4 = 0.$ B. $(Q): 3x - 2y + 4z + 4 = 0.$
C. $(Q): 3x - 2y + 4z + 5 = 0.$ D. $(Q): 3x + 2y + 4z + 8 = 0.$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng qua điểm $E(1; 2; -3)$ và $F(3; -1; 1)$.

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}.$ B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{4}.$
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}.$ D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}.$

Câu 39. Có 8 bạn học sinh lớp 11A trong đó có An và Bình được xếp ngẫu nhiên theo một hàng ngang. Tính xác suất P để An và Bình ngồi cạnh nhau.

- A. $P = \frac{1}{8}.$ B. $P = \frac{1}{4}.$ C. $P = \frac{1}{64}.$ D. $P = \frac{1}{25}.$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $ABCD$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}.$ B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}.$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}.$ D. $\frac{2a\sqrt{5}}{15}.$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019; 2019]$ để hàm số $y = (m - 1)x^3 + 3mx^2 + (4m + 4)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 4036. B. 2017. C. 2018. D. 4034.

Câu 42. Một người thả một lá bèo vào một chậu nước. Sau 12 giờ, bèo sinh sôi phủ kín mặt nước trong chậu. Biết rằng sau mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

- A. 9,1 giờ. B. 9,7 giờ. C. 10,9 giờ. D. 11,3 giờ.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 44. Cho hình trụ có trục OO' , chiều cao bằng a . Trên hai đường tròn đáy (O) và (O') lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a}{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng 60° . Thể tích của khối trụ đã cho là

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. $2\pi a^3$.

D. πa^3 .

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, thỏa mãn $f(x) + \tan x f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x}$.

Biết rằng $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b\ln 3$ trong đó $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $P = a + b$ bằng

A. $\frac{14}{9}$.

B. $-\frac{2}{9}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $-\frac{4}{9}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất

$P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$

A. $P_{\min} = \frac{17}{2}$.

B. $P_{\min} = 8$.

C. $P_{\min} = 9$.

D. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + m|$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 16. Số phần tử của S là

A. 10.

B. 12.

C. 14.

D. 11.

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa AB và $B'C$ là $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, giữa BC và AB' là $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, giữa AC và BD' là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối hộp đó là

A. $8a^3$.

B. $4a^3$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Câu 50. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Tìm

giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

HẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. C	3. D	4. D	5. A	6. C	7. B	8. B	9. C	10. D
11. B	12. A	13. A	14. C	15. B	16. B	17. A	18. D	19. D	20. D
21. C	22. D	23. C	24. C	25. C	26. C	27. D	28. B	29. A	30. A
31. C	32. D	33. D	34. D	35. B	36. A	37. B	38. B	39. B	40. D
41. C	42. D	43. B	44. D	45. D	46. A	47. C	48. D	49. C	50. C

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Bài thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao bài

Câu 1. Một hộp chứa 10 quả cầu phân biệt. Số cách lấy ra từ hộp đó cùng lúc 3 quả cầu là

- A. 120. B. 10. C. 60. D. 720.

Lời giải.Số cách chọn 3 quả cầu từ hộp là $C_{10}^3 = 120$.Chọn phương án **A** □**Câu 2.** Tính số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 7. \end{cases}$

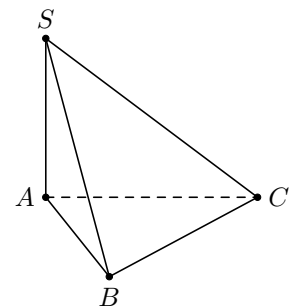
- A.
- $u_1 = -36, d = 13$
- . B.
- $u_1 = 36, d = 13$
- . C.
- $u_1 = 36, d = -13$
- . D.
- $u_1 = -36, d = -13$
- .

Lời giải.Theo giả thiết suy ra $\begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 36 \\ d = -13. \end{cases}$ Chọn phương án **C** □**Câu 3.** Tìm tập nghiệm của phương trình $3^{x^2+2x} = 1$.

- A.
- $S = \{-1; 3\}$
- . B.
- $S = \{-2; 0\}$
- . C.
- $S = \{-3; 1\}$
- . D.
- $S = \{0; 2\}$
- .

Lời giải.Ta có $3^{x^2+2x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$ Do đó tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 2\}$.Chọn phương án **D** □**Câu 4.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A.
- $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$
- . B.
- $\frac{a^3}{2}$
- . C.
- $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$
- . D.
- $\frac{a^3}{4}$
- .

Lời giải.Ta có $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$.Chọn phương án **D** □**Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = \log_2(4 - x^2)$ là tập hợp nào sau đây?

- A.
- $\mathcal{D} = (-2; 2)$
- . B.
- $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- .
-
- C.
- $\mathcal{D} = [-2; 2]$
- . D.
- $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$
- .

Lời giải.**Phương pháp:**Điều kiện để hàm số $y = \log_a f(x)$ ($0 < a \neq 1$) có nghĩa là $f(x) > 0$.

Cách giải:

Điều kiện xác định $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 6. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

A. $\int 2e^x dx = 2(e^x + C)$.

B. $\int x^3 dx = \frac{x^4 + C}{4}$.

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$.

D. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$ nên mệnh đề ở phương án C sai.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 7. Hình chóp $S.ABC$ có chiều cao $h = a$, diện tích tam giác ABC là $3a^2$. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$:

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. a^3 .

C. $\frac{3}{2}a^3$.

D. $3a^3$.

Lời giải.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}h.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 3a^2 = a^3.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = 4\pi$.

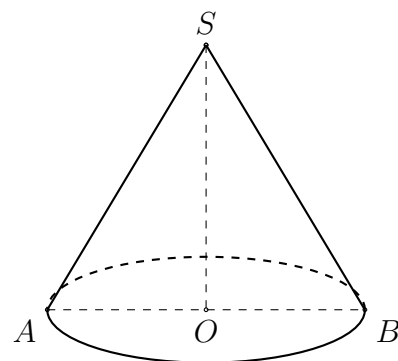
C. $V = 4$.

D. $V = 12$.

Lời giải.

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi.$$



Chọn phương án **(B)** □

Câu 9. Một mặt cầu có diện tích xung quanh là π thì có bán kính bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Phương pháp:

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi \cdot R^2$.

Cách giải:

Ta có: $S = \pi = 4\pi \cdot R^2 \Leftrightarrow R^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow R = \frac{1}{2}$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-\infty; -2)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Lời giải.

Ta có $y' < 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1) \Rightarrow y' < 0, \forall x \in (-\infty; -2)$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 11. Với a và b là hai số dương tùy ý, $\log_2(a^3b^4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3}\log_2 a + \frac{1}{4}\log_2 b$. B. $3\log_2 a + 4\log_2 b$. C. $2(\log_3 a + \log_4 b)$. D. $4\log_2 a + 3\log_2 b$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(a^3b^4) = \log_2 a^3 + \log_2 b^4 = 3\log_2 a + 4\log_2 b$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 12. Cho khối trụ có thể tích V và bán kính đáy R . Chiều cao của khối trụ đã cho bằng

- A. $\frac{V}{\pi R^2}$. B. $\frac{V}{3\pi R^2}$. C. $\frac{V}{R^2}$. D. $\frac{V}{3R^2}$.

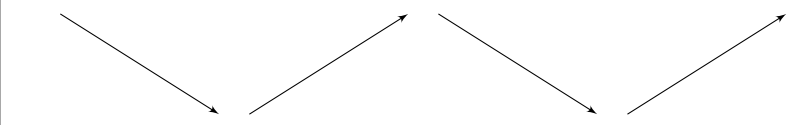
Lời giải.

Ta có $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số.

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y									

Lời giải.

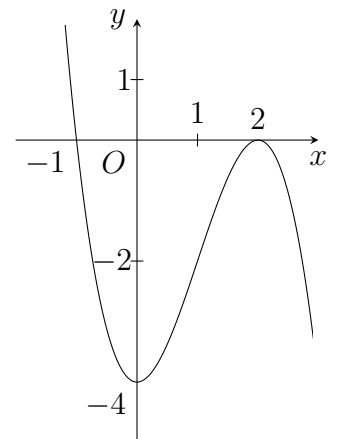
Dựa vào BBT suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 14.

Đồ thị ở hình bên là của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$. B. $y = x^3 - 3x - 4$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. D. $y = x^3 - 3x - 4$.

**Lời giải.**

Từ đồ thị hàm số ta suy ra hệ số cao nhất $a < 0$, loại được đáp án B và D.

Đồ thị đi qua điểm $(2; 0)$ nên C là đáp án đúng.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 15. Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ là

- A. $y = 2; x = 1$. B. $y = 1; x = 1$. C. $y = -2; x = 1$. D. $y = 1; x = -2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{2}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 1$ suy ra đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 2) = 3 > 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) = 0, x - 1 > 0 \forall x > 1$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x-1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3 - x) < 2$ là

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

$$\log_2(3 - x) < 2 \Leftrightarrow 3 - x < 4 \Leftrightarrow x > -1.$$

Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm $S = (-1; 3)$.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 17.

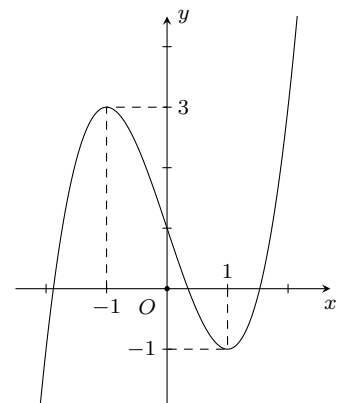
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.



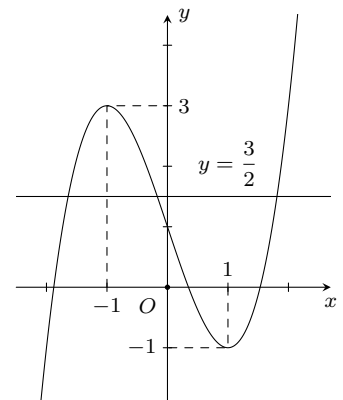
Lời giải.

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$ (*).

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Dựa vào hình vẽ, hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.



Chọn phương án **(A)**

□

Câu 18. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 5 + (-1) = 4.$$

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 19. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của số phức z là:

A. $\bar{z} = 3 - 2i$.

B. $\bar{z} = 3 + 2i$.

C. $\bar{z} = -2 - 3i$.

D. $\bar{z} = 2 + 3i$.

Lời giải.

Do định nghĩa số phức liên hợp nên số phức liên hợp của $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i, z_2 = 2 + 3i$. Tính mô-đun của số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $|z| = 1$.

B. $|z| = \sqrt{5}$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = \sqrt{13}$.

Lời giải.

$$z = z_1 + z_2 = 3 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 21. Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$?

A. $-1 - 2i$.

B. $1 + 2i$.

C. $1 - 2i$.

D. $-2 + i$.

Lời giải.

$M(1; -2)$ là điểm biểu diễn cho số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -2 , tức là $1 - 2i$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3; -2; 1), N(1; 0; -3)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu của M và N lên mặt phẳng Oxy . Khi đó độ dài đoạn $M'N'$ là

A. $M'N' = 8$.

B. $M'N' = 4$.

C. $M'N' = 2\sqrt{6}$.

D. $M'N' = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } M'(3; -2; 0) \text{ và } N'(1; 0; 0) \text{ suy ra } \overrightarrow{M'N'} = (-2; 2; 0) \Rightarrow M'N' = 2\sqrt{2}.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ có tâm I và bán kính R là.

A. $I(-1; 0; 2), R = 2$.

B. $I(-1; 0; 2), R = 4$.

C. $I(1; 0; -2), R = 2$.

D. $I(1; 0; -2), R = 4$.

Lời giải.

Dễ thấy mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ có:

$$\text{Tâm } I(1; 0; -2) \text{ và bán kính } R = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-2)^2 - 1} = 2.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

A. $(2; 1; 0)$.

B. $(2; -1; 3)$.

C. $(2; -1; 0)$.

D. $(2; 1; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n} = (2; -1; 0)$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2; -1; 2)$.

B. $M(-1; -2; -3)$.

C. $P(1; 2; 3)$.

D. $N(-2; 1; -2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{1-1}{2} = \frac{2-2}{-1} = \frac{3-3}{2} \text{ nên } P(1; 2; 3) \in d.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo góc (MN, SC) bằng

A. 45° .

B. 30° .

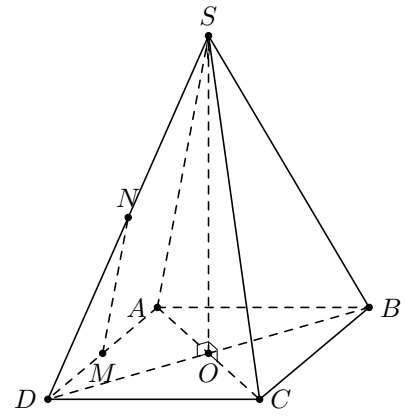
C. 90° .

D. 60° .

Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác DAS nên $MN \parallel SA$. Suy ra góc của SA với SC bằng góc giữa MN với SC . Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, vì $SA = SC = SB = SD$ nên $SO \perp (ABCD)$.

Có $AC = \sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $\sin \widehat{ASO} = \frac{AO}{SA} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \angle ASO = 45^\circ$ nên $\widehat{ASC} = 90^\circ$.



Chọn phương án **C** □

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-3	-1	0	1	2	3	
y'	+	0	-	0	+	0	-

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy $f'(0) = 0$ và đạo hàm không đổi dấu khi x qua $x_0 = 0$ nên hàm số đã cho không đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn phương án **D** □

Câu 28. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 3]$. Tính $(M + m)$.

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 4.

Lời giải.

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0; 3) \\ x = 2 \in (0; 3) \end{cases}$

$y(0) = 2$; $y(2) = 6$; $y(3) = 2$. Vậy $M = 6$; $m = 2 \Rightarrow M + m = 8$.

Chọn phương án **B** □

Câu 29. Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6ab$, biểu thức $\log_2(a + b)$ bằng

A. $\frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$.

B. $\frac{1}{2}(1 + \log_2 a + \log_2 b)$.

C. $1 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

D. $2 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

Lời giải.

Ta có: $a^2 + b^2 = 6ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 8ab$

$$\Rightarrow \log_2(a + b)^2 = \log_2 8ab$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2(a + b) = \log_2 8 + \log_2 a + \log_2 b$$

$$\Leftrightarrow \log_2(a + b) = \frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b).$$

Chọn phương án **A** □

Câu 30. Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường trên là

$$x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Phương trình có một nghiệm nên đường cong và đường thẳng có một giao điểm.

Chọn phương án **A**

□

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

$$3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 32. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$. Tính thể tích khối nón sinh ra khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB .

A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$.

B. $V = 2\pi a^3$.

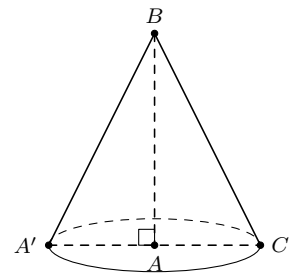
C. $V = \frac{2\pi a^3}{3}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a$ và thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot AC^2 \cdot AB = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}.$$



Chọn phương án **D**

□

Câu 33. Cho $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^3}$ thì ta được

A. $I = \frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$.

B. $I = -\frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$.

C. $I = -\frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.

D. $I = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1-x^3} \Rightarrow t^2 = 1-x^3 \Rightarrow 2t dt = -3x^2 dx \text{ hay } x^2 dx = -\frac{2}{3} t dt$$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=1 \Rightarrow t=0. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } I = -\frac{2}{3} \int_1^0 t^2 dt = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 34. Diện tích hình phẳng H được giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^3 - 2x - 1$ và $y = 2x - 1$ được tính theo công thức

A. $S = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx$.

B. $S = \int_0^2 |x^3 - 4x| dx$.

C. $S = \int_{-2}^2 (x^3 - 4x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^3 - 2x - 1$ và $y = 2x - 1$ là

$$x^3 - 2x - 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Vậy diện tích hình phẳng H được giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^3 - 2x - 1$ và $y = 2x - 1$ được tính theo công thức $S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 4i, z_2 = -1 + 3i$. Tính môđun của số phức $w = z_1 \bar{z}_2 - 2\bar{z}_1$.

- A. $|w| = 2\sqrt{2}$. B. $|w| = 2\sqrt{10}$. C. $|w| = 4\sqrt{2}$. D. $|w| = 2$.

Lời giải.

Ta có $w = (2 + 4i)(-1 - 3i) - 2(2 - 4i) = (10 - 10i) - (4 - 8i) = 6 - 2i$. Do đó $|w| = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{10}$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 36. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i + 1)z_1$.

- A. $M(-5; -1)$. B. $M(5; 1)$. C. $M(-1; -5)$. D. $M(1; 5)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3 + 2i \\ z = -3 - 2i \end{cases}$$

Vì z_1 là nghiệm có phần ảo dương nên $z_1 = -3 + 2i$.

Ta có $w = (i + 1)(-3 + 2i) = -5 - i \Rightarrow M(-5; -1)$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(Q): 3x - 2y + 4z - 4 = 0$. B. $(Q): 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.
C. $(Q): 3x - 2y + 4z + 5 = 0$. D. $(Q): 3x + 2y + 4z + 8 = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 4)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q): 3(x - 2) - 2(y + 1) + 4(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng qua điểm $E(1; 2; -3)$ và $F(3; -1; 1)$.

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$.

Lời giải.

Đường thẳng qua điểm $E(1; 2; -3)$ và $F(3; -1; 1)$ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u} = \overrightarrow{EF} = (2; -3; 4).$$

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng EF qua $F(3; -1; 1)$ là

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{4}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 39. Có 8 bạn học sinh lớp 11A trong đó có An và Bình được xếp ngẫu nhiên theo một hàng ngang. Tính xác suất P để An và Bình ngồi cạnh nhau.

A. $P = \frac{1}{8}$.

B. $P = \frac{1}{4}$.

C. $P = \frac{1}{64}$.

D. $P = \frac{1}{25}$.

Lời giải.

Số cách xếp 8 học sinh thành một hàng ngang là $n(\Omega) = 8!$

Số cách xếp 8 học sinh trong đó An và Bình ngồi cạnh nhau là: $7! \cdot 2!$

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{7! \cdot 2!}{8!} = \frac{1}{4}$.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $ABCD$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{15}$.

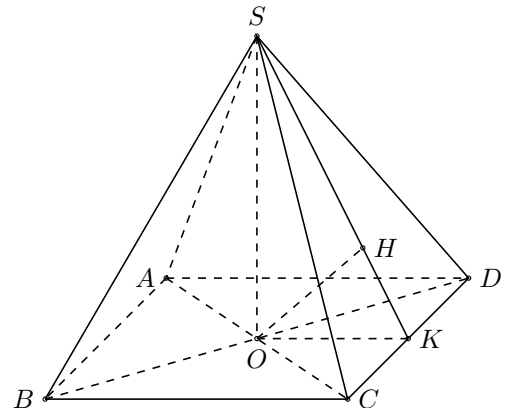
Lời giải.

Vì $AB \parallel (SCD)$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$.

Gọi K là trung điểm của CD . Khi đó $OK \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOK)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên $SK \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH$. Ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy $d(AB, SC) = 2OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



Chọn phương án **(D)**

□

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019; 2019]$ để hàm số $y = (m - 1)x^3 + 3mx^2 + (4m + 4)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 4036.

B. 2017.

C. 2018.

D. 4034.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Đạo hàm: $y' = 3(m - 1)x^2 + 6mx + 4m + 4$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$ ($y' = 0$ tại hữu hạn điểm).

• TH1: $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ thì $y' = 6x + 8 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{4}{3}$ (không thỏa mãn).

• TH2: $\begin{cases} a = m - 1 > 0 \\ \Delta'_{y'} = (3m)^2 - 3(m - 1)(4m + 4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -3m^2 + 12 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2$.

Vì m là số nguyên và $m \in [-2019; 2019] \Rightarrow m = \{2; 3; 4; \dots; 2019\}$.

Vậy có 2018 số nguyên m thuộc khoảng $m \in [-2019; 2019]$.

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 42. Một người thả một lá bèo vào một chậu nước. Sau 12 giờ, bèo sinh sôi phủ kín mặt nước trong chậu. Biết rằng sau mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

A. 9,1 giờ.

B. 9,7 giờ.

C. 10,9 giờ.

D. 11,3 giờ.

Lời giải.

Giả sử một lá bèo chiếm x ($0 < x < 1$) phần mặt nước trong chậu.

Sau 12 giờ, bèo sinh sôi phủ kín mặt nước trong chậu nên ta có phương trình

$$10^{12} \cdot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{10^{12}}.$$

Giả sử t giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước, ta có phương trình

$$\frac{1}{10^{12}} \cdot 10^t = \frac{1}{5} \Leftrightarrow t - 12 = \log \frac{1}{5} \Leftrightarrow t \approx 11,3 \text{ giờ.}$$

Chọn phương án D □

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ 5 1 $+\infty$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$				

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 5.

Lời giải.

Cách 1: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành (không tính điểm cực trị)
 Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị và cắt trục Ox tại 1 điểm nên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có $2 + 1 = 3$ điểm cực trị.

Cách 2: $|f(x)| = \sqrt{f^2(x)} \Rightarrow (|f(x)|)' = \frac{f(x) \cdot f'(x)}{|f(x)|} \Rightarrow$ dấu của $(|f(x)|)'$ là dấu của $f(x) \cdot f'(x)$.

Ta có $f(x) \cdot f'(x)$.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1; x = 3.$$

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0 < -1$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	x_0	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	$\vdots$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	$\vdots$	$+$
$f'(x) \cdot f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x) \cdot f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên hàm số $|f(x)|$ có 3 cực trị.

Chọn phương án B □

Câu 44. Cho hình trụ có trục OO' , chiều cao bằng a . Trên hai đường tròn đáy (O) và (O') lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a}{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng 60° . Thể tích của khối trụ đã cho là

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$.
- B. $\frac{\pi a^3}{3}$.
- C. $2\pi a^3$.
- D. πa^3 .

Lời giải.

Dựng AA' vuông góc với mặt phẳng đáy.

$AB \subset (ABA')$ nên $d(AB, OO') = d(OO', (ABA')) = d(O', (ABA'))$.

Gọi I là trung điểm BA' . Ta có $O'I \perp BA'$ (vì $\triangle O'BA'$ cân).

Mà $O'I \perp AA'$ nên $O'I \perp (ABA')$

hay $d(O', (ABA')) = O'I = \frac{a}{2}$.

Mặt khác $\widehat{AB, OO'} = \widehat{AB, AA'} = \widehat{A'AB} = 60^\circ$.

Xét $\triangle ABA'$ vuông tại A' có $\tan 60^\circ = \frac{A'B}{AA'} \Rightarrow A'B = a\sqrt{3}$ và

$$BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét $\triangle O'BI$ vuông tại I có $O'B = \sqrt{O'I^2 + BI^2} = a$.

Vậy thể tích của khối trụ đã cho là

$$V = \pi \cdot O'B^2 \cdot OO' = \pi \cdot a^2 \cdot a = \pi a^3.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, thỏa mãn $f(x) + \tan x f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x}$.

Biết rằng $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b \ln 3$ trong đó $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $P = a + b$ bằng

A. $\frac{14}{9}$.

B. $-\frac{2}{9}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $-\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) + \tan x f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x} \Leftrightarrow \cos x \cdot f(x) + \sin x f'(x) = \frac{x}{\cos^2 x} \Leftrightarrow [\sin x \cdot f(x)]' = \frac{x}{\cos^2 x}$.

Do đó $\int [\sin x \cdot f(x)]' dx = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx \Rightarrow \sin x \cdot f(x) = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$.

Tính $I = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x. \end{cases}$

Khi đó $I = x \cdot \tan x - \int \tan x dx = x \cdot \tan x - \int \frac{d \cos x}{\cos x} = x \cdot \tan x + \ln |\cos x|$.

Suy ra $f(x) = \frac{x \cdot \tan x + \ln |\cos x|}{\sin x} = \frac{x}{\cos x} + \frac{\ln |\cos x|}{\sin x}$.

Do $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b \ln 3 = \sqrt{3} \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{2 \ln 2}{\sqrt{3}} \right) - \left(\frac{\pi\sqrt{3}}{9} + 2 \ln \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{5\pi\sqrt{3}}{9} \ln 3$.

Khi đó $\begin{cases} a = \frac{5}{9} \\ b = -1 \end{cases}$.

Vậy $P = a + b = -\frac{4}{9}$.

Chọn phương án **D**

□

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2xf'(x^2 - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -2 \\ x^2 - 2 = 0 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 2 \end{cases}.$$

Do các nghiệm của phương trình $y' = 0$ đều là nghiệm bội lẻ, mà $y'(3) = 6f'(7) < 0$ nên ta có bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Chọn phương án **A** □

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$

A. $P_{\min} = \frac{17}{2}$. B. $P_{\min} = 8$. C. $P_{\min} = 9$. D. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Phương pháp:

- Sử dụng công thức $\log_a x + \log_a y = \log_a (xy)$ ($0 < a \neq 1, x, y > 0$), giải bất phương trình lôgarit cơ bản $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$ ($0 < a < 1$) $\Leftrightarrow f(x) \geq g(x)$.
- Rút x theo y thế vào P.
- Đưa P về dạng $P = f(y)$. Lập BBT và tìm GTNN của $P = f(y)$.

Cách giải:

Theo bài ra ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (xy) \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2$$

$$x(y - 1) \geq y^2 > 0. \text{ Mà } x > 0 \Rightarrow y - 1 > 0 \Leftrightarrow y > 1.$$

$$x \geq \frac{y^2}{y - 1}. \text{ Khi đó ta có } P = x + 3y \geq \frac{y^2}{y - 1} + 3y \text{ với } y > 1.$$

Xét hàm số $f(y) = \frac{y^2}{y - 1} + 3y$ với $y > 1$ ta có:

$$f'(y) = \frac{2y(y - 1) - y^2}{(y - 1)^2} + 3 = \frac{y^2 - 2y + 3y^2 - 6y + 3}{(y - 1)^2} = \frac{4y^2 - 8y + 3}{(y - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

BBT:

y	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(y)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(y)$			1			$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$			$-\infty$			9	

Từ BBT ta thấy $\min_{y>1} f(y) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 9$.

Vậy $P \geq 9$ hay $P_{\min} = 9$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 48. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + m|$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 16. Số phần tử của S là

A. 10.

B. 12.

C. 14.

D. 11.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ có $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	-2	-1	3	4	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$m-2$	$m+5$	$m-27$	$m-20$	

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + m|$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 16 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m + 5 = 16 \\ 27 - m \leq 16 \\ m - 27 = 16 \\ m + 5 \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = 11.$$

Vậy $m = 11$ là giá trị duy nhất thỏa mãn.

Chọn phương án **D**

□

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa AB và $B'C$ là $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, giữa BC và AB' là $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, giữa AC và BD' là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối hộp đó là

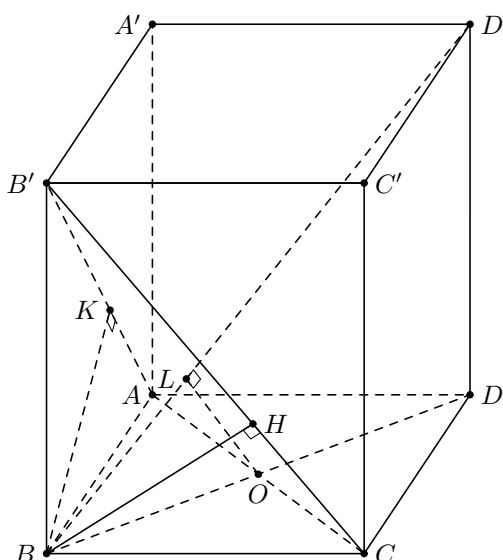
A. $8a^3$.

B. $4a^3$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên AB' và $B'C$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BK \perp AB' \\ BK \perp BC \text{ (do } BC \perp (ABB') \supset BK) \end{cases} \Rightarrow d(AB', BC) = BK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Tương tự ta có $d(AB, B'C) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ nên $AB = BC$. Vậy tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Suy ra $AC \perp BD$, mà $AC \perp AA'$ nên $AC \perp (BB'D'D)$.

Gọi L là hình chiếu vuông góc của O lên BD' , suy ra $d(AC, BD') = OL = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Đặt $AB = BC = x, BB' = y$. Ta có $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{4a^2}$. (*)

Mặt khác, do $\triangle BOL \sim BD'D$ (g - g) nên

$$\begin{aligned} \frac{OL}{DD'} &= \frac{BO}{BD'} \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{3y} = \frac{x\sqrt{2}}{2\sqrt{2x^2 + y^2}} \\ &\Leftrightarrow \frac{3a^2}{9y^2} = \frac{2x^2}{8x^2 + 4y^2} \\ &\Leftrightarrow 2a^2(8x^2 + 4y^2) = 18x^2y^2 \\ &\Leftrightarrow y^2 = \frac{24a^2x^2}{18x^2 - 12a^2}. \end{aligned}$$

Thay vào (*) ta được

$$\frac{1}{x^2} + \frac{18x^2 - 12a^2}{24a^2x^2} = \frac{5}{4a^2} \Leftrightarrow \frac{12a^2 + 18x^2}{24a^2x^2} = \frac{5}{4a^2} \Leftrightarrow x = a \Rightarrow y = 2a.$$

Vậy, $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot BC \cdot BB' = 2a^3$.

Chọn phương án  □

Câu 50. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} &= x(x-3) + y(y-3) + xy \\ \Leftrightarrow 3(x+y) + \log_{\sqrt{3}}(3(x+y)) &= (x^2+y^2+xy+2) + \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2). \end{aligned}$$

Hay $f(3(x+y)) = f(x^2+y^2+xy+2)$ với $f(t) = t + \log_{\sqrt{3}} t$ có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} > 0, \forall t > 0$.

Do vậy

$$\begin{aligned} 3(x+y) &= x^2+y^2+xy+2 \\ \Leftrightarrow (4x^2+4xy+y^2) + 3(y^2-2y+1) - 6(2x+y) + 5 &= 0 \\ \Rightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 5 &= -3(y-1)^2 \leq 0. \end{aligned}$$

Suy ra $1 \leq 2x+y \leq 5$. Do đó $P = 1 + \frac{2x+y-5}{x+y+6} \leq 1$.

Vậy $P_{\max} = 1$.

Chọn phương án  □

————— HẾT —————

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. C	3. D	4. D	5. A	6. C	7. B	8. B	9. C	10. D
11. B	12. A	13. A	14. C	15. B	16. B	17. A	18. D	19. D	20. D
21. C	22. D	23. C	24. C	25. C	26. C	27. D	28. B	29. A	30. A
31. C	32. D	33. D	34. D	35. B	36. A	37. B	38. B	39. B	40. D
41. C	42. D	43. B	44. D	45. D	46. A	47. C	48. D	49. C	50. C

KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Một chi đoàn có 16 đoàn viên. Cần bầu chọn một Ban Chấp hành ba người gồm Bí thư, Phó Bí thư và Ủy viên. Số cách chọn ra Ban Chấp hành nói trên là

- A. 560. B. 4096. C. 48. D. 3360.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_3 = 6, u_8 = 16$. Tính công sai d và tổng của 10 số hạng đầu tiên.

- A. $d = 2; S_{10} = 100$. B. $d = 1; S_{10} = 80$. C. $d = 2; S_{10} = 120$. D. $d = 2; S_{10} = 110$.

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3}$.

- A. $x = \frac{1}{4}$. B. $x = -\frac{3}{4}$. C. $x = -1$. D. $x = -\frac{1}{4}$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối chóp $D'.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = a^3$.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2)$.

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 6. Nếu $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C$ thì $f(x)$ bằng

- A. $f(x) = 3x^2 + e^x$. B. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. C. $f(x) = x^2 + e^x$. D. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2$, tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 8. Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r . Tính thể tích của khối nón.

- A. $2\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$. B. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. C. $\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$. D. $\pi r^2 h$.

Câu 9. Một mặt cầu có đường kính bằng a có diện tích S bằng bao nhiêu?

- A. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$. B. $S = \frac{\pi a^2}{3}$. C. $S = \pi a^2$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có bảng biến thiên sau, tìm a và b .

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y				0		$+\infty$
		a			b	

- A. $a = +\infty; b = 2$. B. $a = -\infty; b = -4$. C. $a = -\infty; b = 1$. D. $a = +\infty; b = 3$.

Câu 11. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

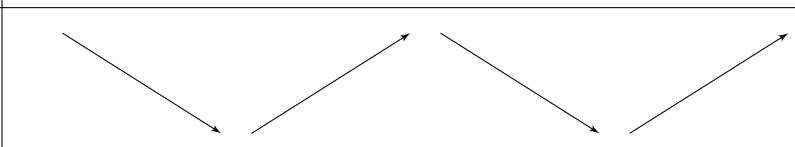
- A. $P = 27 \log_a b$. B. $P = 15 \log_a b$. C. $P = 9 \log_a b$. D. $P = 6 \log_a b$.

Câu 12. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 7. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $\frac{175\pi}{3}$. B. 175π . C. 70π . D. 35π .

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số.

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

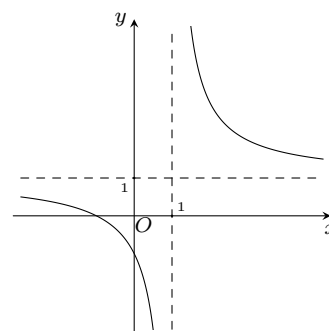
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y							

Câu 14.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.
C. $y = x^4 + x^2 + 1$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Câu 15. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

A. $y = -2$. B. $x = -1$. C. $x = -2$. D. $y = 2$.

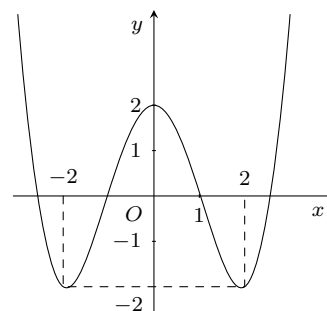
Câu 16. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-x+3}$.

A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 17.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 8 = 0$ bằng

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



Câu 18. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng

A. 9. B. 3. C. 6. D. 81.

Câu 19. Số phức liên hợp của $z = 4 + 3i$ là

A. $\bar{z} = -3 + 4i$. B. $\bar{z} = 4 - 3i$. C. $\bar{z} = 3 + 4i$. D. $\bar{z} = 3 - 4i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $\sqrt{10}$. B. 10. C. -6. D. 4.

Câu 21. Điểm M biểu diễn số phức $z = 2 - i$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

A. $M = (1; -2)$. B. $M = (2; -1)$. C. $M = (-2; 1)$. D. $M = (2; 1)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; 4)$ lên trục Ox là điểm nào dưới đây?

A. $M(2; 0; 0)$. B. $M(0; 3; 0)$. C. $M(0; 0; 4)$. D. $M(0; 2; 3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-2; 1; -1), R = 3$. B. $I(-2; 1; -1), R = 9$. C. $I(2; -1; 1), R = 3$. D. $I(2; -1; 1), R = 9$.

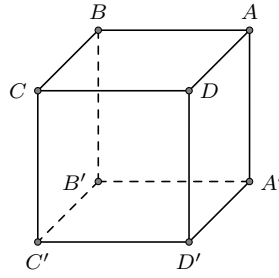
Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{1}$. Khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(4; -2; 1)$. B. $(4; 2; -1)$. C. $(4; -2; -1)$. D. $(4; 2; 1)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $M(2; -1; 1)$. B. $N(0; 1; -2)$. C. $P(1; -2; 0)$. D. $Q(1; -3; -4)$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa AC' và BD .



- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 120° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của hàm đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 6. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 28. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. $\frac{65}{3}$. B. 20. C. 6. D. $\frac{52}{3}$.

Câu 29. Cho $0 < a \neq 1$ và x, y là các số thực âm. mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a(x^2y^4) = 2(\log_a|x| + \log_a y^2)$. B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.
C. $\log_a(-x^2y) = 2\log_a(-x) + \log_a y$. D. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_a(-x)}{\log_a(-y)}$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ và đường thẳng $y = -2x + 1$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} \leq 8^{x-2}$ là

- A. $[8; +\infty)$. B. $\emptyset$. C. $(0; 8)$. D. $(-\infty; 8]$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C'$ quanh trục AA' .

- A. $\pi(\sqrt{6} + 2)a^2$. B. $\pi(\sqrt{3} + 2)a^2$. C. $2\pi(\sqrt{2} + 1)a^2$. D. $2\pi(\sqrt{6} + 1)a^2$.

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 + \cos x} \cdot \sin x \, dx$. Nếu đặt $t = 2 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?

- A. $I = \int_3^2 \sqrt{t} \, dt$. B. $I = \int_2^3 \sqrt{t} \, dt$. C. $I = 2 \int_3^2 \sqrt{t} \, dt$. D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{t} \, dt$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Viết công thức tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

- A. $S = \int_a^b f^2(x) \, dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| \, dx$. C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| \, dx$. D. $S = \int_a^b f(x) \, dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = -2 + i$. Tìm số phức liên hợp của $z_1 + z_2$.

- A. $1 + 3i$. B. $1 - 3i$. C. $-1 + 3i$. D. $-1 - 3i$.

Câu 36. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức z_1 ?

- A. $P(-1; -\sqrt{2}i)$. B. $Q(-1; \sqrt{2}i)$. C. $N(-1; \sqrt{2})$. D. $M(-1; -\sqrt{2})$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-5}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 4+3t \\ z = 1+t \end{cases}$.

Tìm phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 .

- A. $18x + 7y + 3z + 20 = 0$. B. $18x - 7y + 3z + 34 = 0$.
C. $18x + 7y + 3z - 20 = 0$. D. $18x - 7y + 3z - 34 = 0$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 2017 = 0$.

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 39. Xếp 5 nam và 2 nữ vào một bàn dài gồm 7 chỗ ngồi. Tính xác suất để 2 nữ không ngồi cạnh nhau.

- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{4}{7}$. C. $\frac{5}{7}$. D. $\frac{2}{7}$.

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AB' bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2020)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 2021. B. 2020. C. 2018. D. 2019.

Câu 42. Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở gần đó đo được 7,1 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần trận động đất này?

- A. 1,17. B. 2,2. C. 15,8. D. 4.

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi

- A. $m > f(1) - \sin 1$.
B. $m \geq f(1) - \sin 1$.
C. $m \leq f(-1) + \sin 1$.
D. $m < f(-1) + \sin 1$.

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	-1	$-\infty$	

Câu 44. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a . Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích khối trụ.

- A. $3\pi a^3$. B. $\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$. D. πa^3 .

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$

- A. 13. B. 12. C. 20. D. 7.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi:

- A. $0 < m < 1$.
 B. $0 < m \leq 1$.
 C. $\frac{1}{2} < m < 1$.
 D. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

Câu 47. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log(x + 2y) = \log x + \log y$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2}{1 + 2y} + \frac{4y^2}{1 + x}$$

- A. 6. B. $\frac{32}{5}$. C. $\frac{31}{5}$. D. $\frac{29}{5}$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x + 1} \right| \text{ trên } [1; 2] \text{ bằng } 2. \text{ Số phần tử của } S \text{ là}$$

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm $\triangle BCD'$. Thể tích của khối chóp $G.ABC'$ là

- A. $V = \frac{1}{3}$. B. $V = \frac{1}{6}$. C. $V = \frac{1}{12}$. D. $V = \frac{1}{18}$.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x + 3) + x = 2y + 9^y$?

- A. 2019. B. 6. C. 2020. D. 4.

—————HẾT—————

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. D	2. D	3. B	4. C	5. A	6. C	7. B	8. B	9. C	10. B
11. D	12. C	13. A	14. B	15. A	16. B	17. B	18. B	19. B	20. B
21. B	22. A	23. C	24. A	25. D	26. A	27. D	28. B	29. A	30. D
31. A	32. A	33. B	34. B	35. A	36. D	37. D	38. B	39. C	40. A
41. B	42. C	43. D	44. B	45. D	46. C	47. B	48. D	49. D	50. D

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Một chi đoàn có 16 đoàn viên. Cần bầu chọn một Ban Chấp hành ba người gồm Bí thư, Phó Bí thư và Ủy viên. Số cách chọn ra Ban Chấp hành nói trên là

- A. 560. B. 4096. C. 48. D. 3360.

Lời giải.

Mỗi cách bầu chọn một Ban Chấp hành ba người gồm Bí thư, Phó Bí thư và Ủy viên là một chỉnh hợp chập 3 của 16 phần tử. Do đó có $A_{16}^3 = \frac{16!}{13!} = 3360$ cách.

Chọn phương án **(D)**

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_3 = 6, u_8 = 16$. Tính công sai d và tổng của 10 số hạng đầu tiên.

- A. $d = 2; S_{10} = 100$. B. $d = 1; S_{10} = 80$. C. $d = 2; S_{10} = 120$. D. $d = 2; S_{10} = 110$.

Lời giải.

$$d = \frac{u_8 - u_3}{5} = \frac{16 - 6}{5} = 2.$$

$$u_1 = u_3 - 2d = 6 - 2 \cdot 2 = 2.$$

$$S_{10} = \frac{10 \cdot (u_1 + u_{10})}{2} = \frac{10 \cdot (u_1 + u_1 + 9 \cdot d)}{2} = \frac{10 \cdot (2 + 2 + 9 \cdot 2)}{2} = 110.$$

Chọn phương án **(D)**

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3}$.

- A. $x = \frac{1}{4}$. B. $x = -\frac{3}{4}$. C. $x = -1$. D. $x = -\frac{1}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow 2x + 1 = \log_{7+4\sqrt{3}}(2 - \sqrt{3}) \Leftrightarrow 2x + 1 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}.$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối chóp $D'.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$, chiều cao $D'D = a$.

$$\text{Do đó } V_{D'.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot D'D = \frac{1}{3} a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2)$.

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 6. Nếu $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C$ thì $f(x)$ bằng

- A. $f(x) = 3x^2 + e^x$. B. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. C. $f(x) = x^2 + e^x$. D. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C \Rightarrow f(x) = x^2 + e^x.$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2$, tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{6}$.

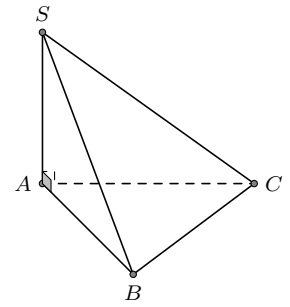
B. $\frac{1}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}$.



Chọn phương án **(B)**

Câu 8. Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r . Tính thể tích của khối nón.

A. $2\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$.

B. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

C. $\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$.

D. $\pi r^2 h$.

Lời giải.

Theo công thức thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn phương án **(B)**

Câu 9. Một mặt cầu có đường kính bằng a có diện tích S bằng bao nhiêu?

A. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

B. $S = \pi a^2$.

C. $S = \pi a^2$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Vì đường kính mặt cầu bằng a nên bán kính mặt cầu là $r = \frac{a}{2}$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$.

Chọn phương án **(C)**

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có bảng biến thiên sau, tìm a và b .

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		0		$+\infty$	
	a		b		

A. $a = +\infty; b = 2$.

B. $a = -\infty; b = -4$.

C. $a = -\infty; b = 1$.

D. $a = +\infty; b = 3$.

Lời giải.

Phương pháp:

Tính giới hạn của hàm số khi x tiến đến $-\infty$ để tìm a và tính giá trị của hàm số tại $x = 0$ để tìm b .

Cách giải:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, y(0) = -4 \Rightarrow a = -\infty; b = -4$.

Chọn phương án **(B)**

Câu 11. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 27 \log_a b$.

B. $P = 15 \log_a b$.

C. $P = 9 \log_a b$.

D. $P = 6 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + \frac{6}{2} \log_a b = 3 \log_a b + 3 \log_a b = 6 \log_a b$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 12. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 7. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{175\pi}{3}$.

B. 175π .

C. 70π .

D. 35π .

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 5 \cdot 7 = 70\pi$.

Chọn phương án **C**

□

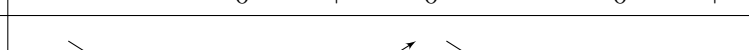
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số.

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y							

Lời giải.

Dựa vào BBT suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn phương án **A**

Câu 14.

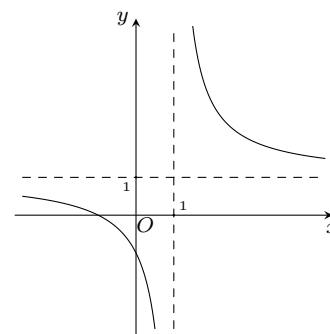
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = x^4 + x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Lời giải.

Đồ thị là của hàm số nhất biến có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$

nên là hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$

Chọn phương án **B**

Câu 15. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

A. $y = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = -2$.

D. $y = 2$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2-2x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{2}{x} - 2}{1 + \frac{1}{x}} = -2 \Rightarrow y = -2$ là đường tiệm cận ngang của hàm số.

Chọn phương án **A**

□

Câu 16. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-x+3}$.

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-x+3} \Leftrightarrow x-1 < -x+3 \Leftrightarrow x < 2.$$

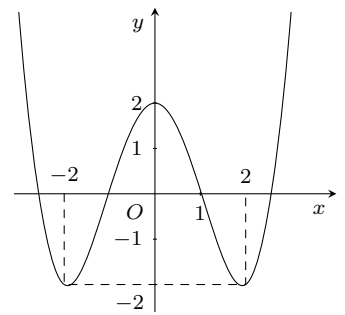
Chọn phương án **B**

□

Câu 17.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 8 = 0$ bằng

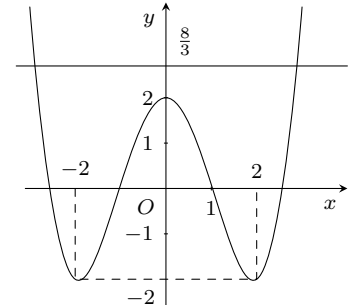
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



Lời giải.

Ta có $3f(x) - 8 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{8}{3}$.

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y = \frac{8}{3}$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt. Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.



Chọn phương án **B**

Câu 18. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng

- A. 9. B. 3. C. 6. D. 81.

Lời giải.

$$\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln |2x-1| \Big|_1^5 = \ln 3.$$

Vậy $c = 3$.

Chọn phương án **B**

Câu 19. Số phức liên hợp của $z = 4 + 3i$ là

- A. $\bar{z} = -3 + 4i$. B. $\bar{z} = 4 - 3i$. C. $\bar{z} = 3 + 4i$. D. $\bar{z} = 3 - 4i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = 4 + 3i$ là $\bar{z} = 4 - 3i$.

Chọn phương án **B**

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. 10. C. -6. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z_1| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}; |z_2| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}.$$

$$|z_1|^2 + |z_2|^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 10.$$

Chọn phương án **B**

Câu 21. Điểm M biểu diễn số phức $z = 2 - i$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A. $M = (1; -2)$. B. $M = (2; -1)$. C. $M = (-2; 1)$. D. $M = (2; 1)$.

Lời giải.

Số phức $z = 2 - i$ có điểm biểu diễn là $M = (2; -1)$.

Chọn phương án **B**

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; 4)$ lên trục Ox là điểm nào dưới đây?

- A. $M(2; 0; 0)$. B. $M(0; 3; 0)$. C. $M(0; 0; 4)$. D. $M(0; 2; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; 4)$ là điểm $M(2; 0; 0)$.

Chọn phương án **A**

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(-2; 1; -1), R = 3$. B. $I(-2; 1; -1), R = 9$. C. $I(2; -1; 1), R = 3$. D. $I(2; -1; 1), R = 9$.

Lời giải.

Ta có tọa độ tâm $I(2; -1; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn phương án **C** □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{1}$. Khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

- A. $(4; -2; 1)$. B. $(4; 2; -1)$. C. $(4; -2; -1)$. D. $(4; 2; 1)$.

Lời giải.

Tọa độ véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (4; -2; 1)$.

Chọn phương án **A** □

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

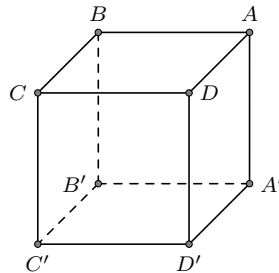
- A. $M(2; -1; 1)$. B. $N(0; 1; -2)$. C. $P(1; -2; 0)$. D. $Q(1; -3; -4)$.

Lời giải.

Ta thấy $Q \in (P)$ vì $2 \cdot 1 - (-3) - 4 - 1 = 0$

Chọn phương án **D** □

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa AC' và BD .



- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 120° .

Lời giải.

Gọi O' và I lần lượt là tâm hình vuông $ABCD$ và trung điểm CC' . Khi đó, ta có IO' song song AC' . Suy ra $(AC', BD) = (IO', BD)$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA'C) \Rightarrow BD \perp IO' \Rightarrow (IO', BD) = 90^\circ$.

Chọn phương án **A** □

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của hàm đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 6. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Do $f'(x)$ đổi dấu ba lần nên hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn phương án **D** □

Câu 28. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. $\frac{65}{3}$. B. 20. C. 6. D. $\frac{52}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $f(x) = x + \frac{4}{x}$ xác định và liên tục trên $[1; 3]$. Khi đó

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2. \end{cases}$$

Nhận thấy: $-2 \notin [1; 3] \Rightarrow x = -2$ (loại).

$f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}$. Khi đó: $\max_{[1;3]} f(x) = 5; m = \min_{[1;3]} f(x) = 4$. Vậy $M.m = 20$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 29. Cho $0 < a \neq 1$ và x, y là các số thực âm. mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a(x^2y^4) = 2(\log_a|x| + \log_a y^2)$. B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.
C. $\log_a(-x^2y) = 2\log_a(-x) + \log_a y$. D. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_a(-x)}{\log_a(-y)}$.

Lời giải.

Ta có, $\log_a(x^2y^4) = \log_a x^2 + \log_a y^4 = 2\log_a|x| + 2\log_a y^2 = 2(\log_a|x| + \log_a y^2)$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ và đường thẳng $y = -2x + 1$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 3x + 1 = 0$.

Xét $f(x) = x^3 + 3x + 1$, ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Do đó phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} \leq 8^{x-2}$ là

- A. $[8; +\infty)$. B. $\emptyset$. C. $(0; 8)$. D. $(-\infty; 8]$.

Lời giải.

Ta có: $4^{x+1} \leq 8^{x-2} \Leftrightarrow 2^{2x+2} \leq 2^{3x-6} \Leftrightarrow 2x+2 \leq 3x-6 \Leftrightarrow 8 \leq x$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[8; +\infty)$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C'$ quanh trục AA' .

- A. $\pi(\sqrt{6} + 2)a^2$. B. $\pi(\sqrt{3} + 2)a^2$. C. $2\pi(\sqrt{2} + 1)a^2$. D. $2\pi(\sqrt{6} + 1)a^2$.

Lời giải.

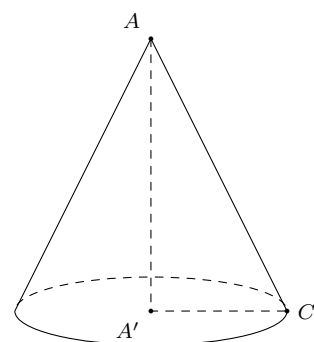
Khi quay tam giác $AA'C'$ quanh trục AA' ta được hình nón có bán kính đáy

$R = A'C' = a\sqrt{2}$, đường sinh $l = AC'$ và chiều cao $h = AA' = a$.

Ta có $l = AC' = \sqrt{A'C'^2 + AA'^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

Ta có

$$S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi(\sqrt{6} + 2)a^2.$$



Chọn phương án **(A)** □

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 + \cos x} \cdot \sin x dx$. Nếu đặt $t = 2 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?

- A. $I = \int_3^2 \sqrt{t} dt$. B. $I = \int_2^3 \sqrt{t} dt$. C. $I = 2 \int_3^2 \sqrt{t} dt$. D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{t} dt$.

Lời giải.

Đặt $t = 2 + \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx \Rightarrow \sin x dx = -dt$.

Đổi cận

$$\begin{aligned}x = 0 &\Rightarrow t = 3 \\x = \frac{\pi}{2} &\Rightarrow t = 2.\end{aligned}$$

Vậy tích phân đã cho trở thành

$$I = \int_3^2 \sqrt{t}(-dt) = \int_2^3 \sqrt{t} dt.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Viết công thức tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

$$\text{A. } S = \int_a^b f^2(x) dx. \quad \text{B. } S = \int_a^b |f(x)| dx. \quad \text{C. } S = \pi \int_a^b |f(x)| dx. \quad \text{D. } S = \int_a^b f(x) dx.$$

Lời giải.

Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a,$

$$x = b \text{ là } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = -2 + i$. Tìm số phức liên hợp của $z_1 + z_2$.

$$\text{A. } 1 + 3i. \quad \text{B. } 1 - 3i. \quad \text{C. } -1 + 3i. \quad \text{D. } -1 - 3i.$$

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (3 - 4i) + (-2 + i) = 1 - 3i \Rightarrow \overline{z_1 + z_2} = 1 + 3i$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 36. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức z_1 ?

$$\text{A. } P(-1; -\sqrt{2}i). \quad \text{B. } Q(-1; \sqrt{2}i). \quad \text{C. } N(-1; \sqrt{2}). \quad \text{D. } M(-1; -\sqrt{2}).$$

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + \sqrt{2}i \\ z = -1 - \sqrt{2}i \end{cases}$. Vì z_1 có phần ảo âm nên $z_1 = -1 - \sqrt{2}i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức z_1 là điểm $M(-1; -\sqrt{2})$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-5}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Tìm phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 .

$$\begin{aligned}\text{A. } 18x + 7y + 3z + 20 &= 0. & \text{B. } 18x - 7y + 3z + 34 &= 0. \\ \text{C. } 18x + 7y + 3z - 20 &= 0. & \text{D. } 18x - 7y + 3z - 34 &= 0.\end{aligned}$$

Lời giải.

Đường thẳng d_1 qua $M(1; -1; 3)$ và nhận $\vec{u}_1 = (2; 3; -5)$ làm véc-tơ chỉ phương; d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$.

Mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song d_2 nên nhận véc-tơ $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (18; -7; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình tổng quát của (P) là

$$\begin{aligned}18(x-1) - 7(y+1) + 3(z-3) &= 0 \\ \Leftrightarrow 18x - 7y + 3z - 34 &= 0.\end{aligned}$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 2017 = 0$.

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Lời giải.

d vuông góc với (P) nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}_P = (2; 2; 1)$.

Do đó, phương trình chính tắc đường thẳng d là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 39. Xếp 5 nam và 2 nữ vào một bàn dài gồm 7 chỗ ngồi. Tính xác suất để 2 nữ không ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{6}{7}$.

B. $\frac{4}{7}$.

C. $\frac{5}{7}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Xếp hai nữ cạnh nhau có 2 cách.

Xếp 5 nam và nhóm nữ có $6!$ cách.

Xếp 5 nam và 2 nữ sao cho 2 nữ cạnh nhau có $2 \cdot 6!$ cách.

Xác suất để xếp 5 nam và 2 nữ sao cho 2 nữ cạnh nhau là $\frac{2 \cdot 6!}{7!} = \frac{2}{7}$.

Vậy xác suất cần tìm là $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AB' bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $BC \parallel B'C' \Rightarrow BC \parallel (AB'C')$.

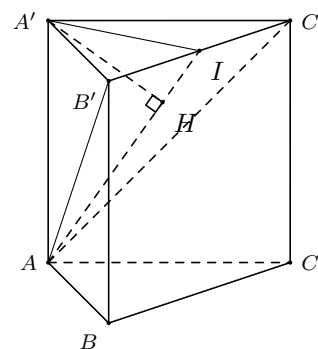
Suy ra:

$$d(BC, AB') = d(BC, (AB'C')) = d(B, (AB'C')) = d(A', (AB'C')).$$

Gọi I và H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên $B'C'$ và AI .

Ta có: $B'C' \perp A'I$ và $B'C' \perp A'A$ nên $B'C' \perp (A'AI) \Rightarrow B'C' \perp A'H$.

Mà $AI \perp A'H$. Do đó $(AB'C') \perp A'H$.



$$\text{Khi đó: } d(A', (AB'C')) = A'H = \frac{A'A \cdot A'I}{\sqrt{A'A^2 + A'I^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2020)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

A. 2021.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m^2 + 6m$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$, có $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m) = 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$. Suy ra

phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = m$; $x_2 = m + 1$. Để thấy $x_1 < x_2$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	m	$m+1$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$y(m)$	$y(m+1)$	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; m)$; $(m + 1; +\infty)$. Vì thế, hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ khi $m + 1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Suy ra có 2020 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn phương án **(B)**

Câu 42. Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở gần đó đo được 7,1 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần trận động đất này?

A. 1,17.

B. 2,2.

C. 15,8.

D. 4.

Lời giải.

Gọi M_1 , A_1 lần lượt là cường độ, biên độ rung chấn tối đa của trận động đất tại San Francisco.

Gọi M_2 , A_2 lần lượt là cường độ, biên độ rung chấn tối đa của trận động đất tại địa điểm còn lại.

Ta có

$$M_1 = \log A_1 - \log A_0 = \log \frac{A_1}{A_0} \Rightarrow \frac{A_1}{A_0} = 10^{M_1}.$$

$$M_2 = \log A_2 - \log A_0 = \log \frac{A_2}{A_0} \Rightarrow \frac{A_2}{A_0} = 10^{M_2}.$$

$$\text{Khi đó } \frac{A_1}{A_2} = \frac{10^{M_1}}{10^{M_2}} = 10^{M_1 - M_2} = 10^{1,2} \approx 15,8.$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m > f(1) - \sin 1$.

B. $m \geq f(1) - \sin 1$.

C. $m \leq f(-1) + \sin 1$.

D. $m < f(-1) + \sin 1$.

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	-1	$-\infty$	

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \sin x$.

$$g'(x) = f'(x) - \cos x.$$

Với $\forall x \in (-1; 1)$, ta có $f'(x) < -1 \Rightarrow f'(x) - \cos x < -1 - \cos x < 0 \Rightarrow g'(x) < 0$.

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên $g(x) < g(-1) = f(-1) + \sin 1$.

Do đó bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi bất phương trình $m < f(x) - \sin x$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

$$\Leftrightarrow m < \max_{[-1; 1]} g(x) \Leftrightarrow m < f(-1) + \sin 1.$$

Vậy $m < f(-1) + \sin 1$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 44. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a . Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích khối trụ.

A. $3\pi a^3$.

B. $\pi a^3 \sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$.

D. πa^3 .

Lời giải.

Giả sử $ABCD$ là thiết diện hình vuông như hình bên.

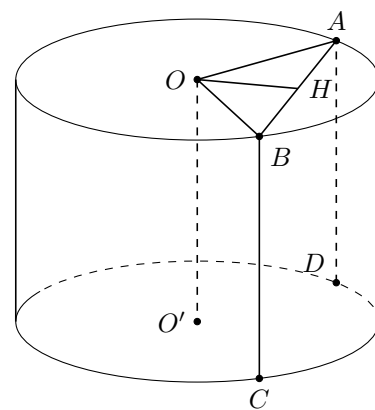
Gọi O và O' là tâm 2 đáy của hình trụ,

H là hình chiếu của O lên AB .

$$\text{Ta có } AB = 2AH = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{3}.$$

Vì $ABCD$ là hình vuông nên chiều cao của hình trụ bằng $a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V_{\text{trụ}} = \pi a \cdot a\sqrt{3} = \pi a^3 \sqrt{3}.$$



Chọn phương án **(B)**

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$

A. 13.

B. 12.

C. 20.

D. 7.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng công thức từng phần: $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$.

Cách giải:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^2 x \cdot f'(2x) dx &= \frac{1}{2} \int_0^1 x d(f(2x)) \\ &= \frac{1}{2} x \cdot f(2x)|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) dx \\ &= \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^1 f(2x) d(2x) \\ &\stackrel{\text{đặt } t=2x}{=} \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^2 f(t) dt \\ &= \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 16 - \frac{1}{4} \cdot 4 = 8 - 1 = 7. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(D)**

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi:

A. $0 < m < 1$.

B. $0 < m \leq 1$.

C. $\frac{1}{2} < m < 1$.

D. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y				1			$+\infty$
	$-\infty$					0	

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$, từ bảng biến thiên suy ra: $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 3a + 2b = 0 \end{cases} \quad (1)$

Ta lại có $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases} \quad (2)$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} d = 1 \\ c = 0 \\ 3a + 2b = 0 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ c = 0 \\ a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$

$$\Rightarrow y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$$

Đồ thị hàm số $|f(x)| = |2x^3 - 3x^2 + 1|$

Ta có $\left|f\left(\frac{1}{2}\right)\right| = \frac{1}{2}$

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi: $\frac{1}{2} < m < 1$

Chọn phương án **C** □

Câu 47. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log(x + 2y) = \log x + \log y$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{1 + 2y} + \frac{4y^2}{1 + x}$ là

- A. 6. B. $\frac{32}{5}$. C. $\frac{31}{5}$. D. $\frac{29}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\log(x + 2y) = \log xy \Leftrightarrow x + 2y = xy$.

Đặt $2y = z$, ta có $x, z > 0$ thỏa mãn $2(x + z) = xz \leq \left(\frac{x+z}{2}\right)^2 \Rightarrow x + z \geq 8$. Lại có

$$P = \frac{x^2}{1+z} + \frac{z^2}{1+x} \geq \frac{(x+z)^2}{2+x+z} = x + z - 2 + \frac{4}{2+x+z}.$$

Xét $f(t) = t - 2 + \frac{4}{2+t}$, $f'(t) = 1 - \frac{4}{(t+2)^2} > 0$, $\forall t \geq 8$ nên $\min_{t \geq 8} f(t) = f(8) = \frac{32}{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{32}{5}$ khi $x = z = 4$ hay $(x; y) = (4; 2)$.

Chọn phương án **B** □

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x + 1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x + 1}$ trên $[1; 2]$.

Ta có $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} > 0$, $\forall x \in [1; 2]$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[1; 2]$. Do

$$\text{đó } \max_{[1;2]} f(x) = f(2) = \frac{3m + 4}{3}, \min_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{2m + 1}{2}.$$

Trường hợp 1: $\frac{2m + 1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$.

Trong trường hợp này ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{3m + 4}{3}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{3m + 4}{3} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2: $\frac{3m + 4}{3} \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{4}{3}$.

Trong trường hợp này ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{-2m - 1}{2}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{-2m-1}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 3: $\frac{2m+1}{2} < 0 < \frac{3m+4}{3} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < m < -\frac{1}{2}$.

+) Nếu $\frac{-2m-1}{2} \leq \frac{3m+4}{3} \Leftrightarrow -\frac{11}{12} \leq m < -\frac{1}{2}$ thì $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{3m+4}{3}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{3m+4}{3} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$ (không thỏa mãn).

+) Nếu $\frac{-2m-1}{2} \geq \frac{3m+4}{3} \Leftrightarrow -\frac{11}{12} \geq m > -\frac{4}{3}$ thì $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{-2m-1}{2}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{-2m-1}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$ (không thỏa mãn).

Vậy $S = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{5}{2} \right\} \Rightarrow |S| = 2$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm $\triangle BCD'$. Thể tích của khối chóp $G.ABC'$ là

A. $V = \frac{1}{3}$.

B. $V = \frac{1}{6}$.

C. $V = \frac{1}{12}$.

D. $V = \frac{1}{18}$.

Lời giải.

Ta thấy $V_{ABCD D' C'} = V_{G.ABC' D'} + V_{G.ABCD} + V_{G.CC' D' D} + V_{G.ADD'}$.

Vì G là trọng tâm tam giác $BD'C$ nên ta có

$$\frac{IG}{ID} = \frac{JG}{JB} = \frac{CG}{CA'} = \frac{1}{3}.$$

Do vậy ta được

$$\begin{cases} V_{G.ABCD} = \frac{1}{3} V_{D'.ABCD} = \frac{1}{9} \\ V_{G.CC' D' D} = \frac{1}{3} V_{B.CC' D' D} = \frac{1}{9} \\ V_{G.ACC'} = \frac{1}{3} V_{D'.ACC'} = \frac{1}{18} \\ V_{G.ADD'} = \frac{2}{3} V_{C.ADD'} = \frac{1}{9}. \end{cases}$$

Ta được $V_{G.ABC' D'} = V_{ABCD C' D'} - [V_{G.ABCD} + V_{G.CC' D' D} + V_{G.BCC'} + V_{G.ADD'}] = \frac{1}{2} - \frac{7}{18} = \frac{1}{9}$.

Ta có $V_{G.ABC'} = \frac{1}{2} V_{G.ABC' D'} = \frac{1}{18}$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$?

A. 2019.

B. 6.

C. 2020.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 1$.

Ta có $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y \Leftrightarrow \log_3(x+1) + (x+1) = 2y + 3^{2y}$ (*)

Xét hàm số $f(t) = t + 3^t$, $\forall t \in \mathbb{R}$ có $f'(t) = 1 + 3^t \ln 3 > 0$, $\forall t \in \mathbb{R}$ tức hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó (*) $\Leftrightarrow f(\log_3(x+1)) = f(2y) \Leftrightarrow \log_3(x+1) = 2y \Leftrightarrow x+1 = 2y \Leftrightarrow x = 9^y - 1$.

Vì $0 \leq x \leq 2020$ nên $0 \leq 9^y - 1 \leq 2020 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \log_9 2021$.

Do y nguyên nên $y \in \{0; 1; 2; 3\}$.

$\Rightarrow (x; y) \in \{(0; 0); (8; 1); (80; 2); (728; 3)\}$ nên tổng cộng có 4 cặp $(x; y)$ thỏa đề bài.

Chọn phương án **(D)** □

HẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. D	2. D	3. B	4. C	5. A	6. C	7. B	8. B	9. C	10. B
11. D	12. C	13. A	14. B	15. A	16. B	17. B	18. B	19. B	20. B
21. B	22. A	23. C	24. A	25. D	26. A	27. D	28. B	29. A	30. D
31. A	32. A	33. B	34. B	35. A	36. D	37. D	38. B	39. C	40. A
41. B	42. C	43. D	44. B	45. D	46. C	47. B	48. D	49. D	50. D

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Lớp 11A có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một học sinh làm lớp trưởng?

- A. $25! + 20!$ cách. B. $45!$ cách. C. 45 cách. D. 500 cách.

Câu 2. Cho cấp số cộng có $u_1 = 0$ và công sai $d = 3$. Tổng của 26 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng bao nhiêu?

- A. 975. B. 775. C. 875. D. 675.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x} = \frac{1}{4}$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{1; 2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 4. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

- A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$. C. 8 cm^3 . D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Câu 6. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x+4}$.

- A. $F(x) = \frac{1}{\ln 5} \ln |5x+4| + C$. B. $F(x) = \ln |5x+4| + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{5} \ln |5x+4| + C$. D. $F(x) = \frac{1}{5} \ln(5x+4) + C$.

Câu 7. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , đường cao SO . Biết $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 8. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng R . Diện tích toàn phần của khối nón là

- A. $S_{tp} = \pi R(l+R)$. B. $S_{tp} = \pi R(l+2R)$. C. $S_{tp} = 2\pi R(l+R)$. D. $S_{tp} = \pi R(2l+R)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	$\frac{5}{2}$	0		$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 10. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x, \log b = y$. Tính $P = \log(a^2b^3)$

- A. $P = 6xy$. B. $P = x^2y^3$. C. $P = x^2 + y^3$. D. $P = 2x + 3y$.

Câu 11. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a . Khi đó thể tích của hình trụ bằng

- A. Sa . B. $\frac{1}{2}Sa$. C. $\frac{1}{3}Sa$. D. $\frac{1}{4}Sa$.

Câu 12.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

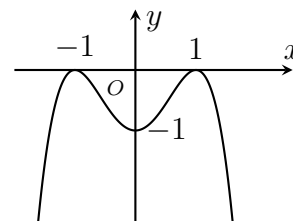
x	$-\infty$	2	4	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						
	$-\infty$		3		-2	$+\infty$

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Câu 13.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.
 B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
 C. $y = -x^4 + x^2 - 1$.
 D. $y = -x^4 + 3x^2 - 3$.



Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 4}{x^2 + 2x + 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8$ là.

- A. $S = (-\infty; -3)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. C. $S = (-3; +\infty)$. D. $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 17. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng

- A. 9. B. 3. C. 6. D. 81.

Câu 18. Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là

- A. 1 và 2. B. 1 và i . C. 1 và $2i$. D. 2 và 1.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + 4i$. Tìm điểm M biểu diễn số phức $z_1 \cdot z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $M(-2; 11)$. B. $M(-2; -11)$. C. $M(11; -2)$. D. $M(11; 2)$.

Câu 20. Cho số phức $z = 4 - 3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ Oxy là M . Tính độ dài OM .

- A. 5. B. 25. C. $\sqrt{7}$. D. 4.

Câu 21. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm G' đối xứng với điểm $G(5; -3; 7)$ qua trục Oy là

- A. $G'(-5; 0; -7)$. B. $G'(-5; -3; -7)$. C. $G'(5; 3; 7)$. D. $G'(-5; 3; -7)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 1)$, $B(0; -1; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.
 C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6; 3; 5)$ và đường thẳng BC có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

A. $M(-1; -12; 3)$. B. $N(3; -2; 1)$. C. $P(0; -7; 3)$. D. $Q(1; -2; 5)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 0)$, $B(0; 1; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(6; -4; -1)$. B. $N(6; -4; 2)$. C. $P(6; -4; 3)$. D. $Q(6; -4; 1)$.

Câu 25. Cho tứ diện đều cạnh a , M là trung điểm của BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

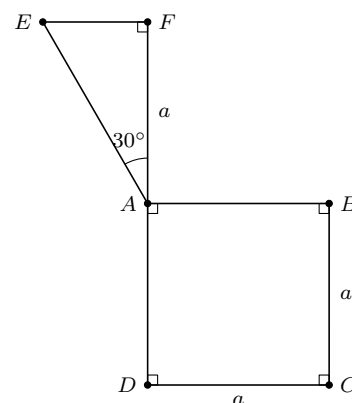
Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.
- Câu 27.** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 28.** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2 - x^2} - x$ bằng
- A. $2 + \sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. $2 - \sqrt{2}$.
- Câu 29.** Với a là số thực âm bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\log_2 a^2 = 2 \log_2(-a)$. B. $\log_2 a^2 = -2 \log_2 a$. C. $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a$. D. $\log_2 a^2 = 2a$.
- Câu 30.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ và đường thẳng $y = -2x + 1$ là
- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.
- Câu 31.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là
- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 32.

Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF .

- A. $\frac{10\pi}{7}a^3$. B. $\frac{\pi}{3}a^3$.
C. $\frac{5\pi}{2}a^3$. D. $\frac{10\pi}{9}a^3$.



Câu 33. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$. Đổi biến $t = \sqrt{1 + \ln x}$ ta được kết quả nào sau đây?

$$\text{A. } I = \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt.$$

$$\text{B. } I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt.$$

$$\text{C. } I = 2 \int_1^2 t^2 dt.$$

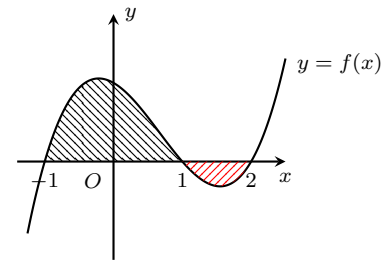
$$\text{D. } I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t dt.$$

Câu 34.

Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là

$$\text{A. } S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx. \quad \text{B. } S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$$

$$\text{C. } S = \int_{-1}^2 f(x) dx. \quad \text{D. } S = - \int_{-1}^2 f(x) dx.$$



Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = m + 3i$, $z_2 = 2 - (m + 1)i$, với $m \in \mathbb{R}$. Tìm các giá trị của m để $w = z_1 \cdot z_2$ là số thực.

$$\text{A. } m = 1 \text{ hoặc } m = -2.$$

$$\text{B. } m = 2 \text{ hoặc } m = -1.$$

$$\text{C. } m = 2 \text{ hoặc } m = -3.$$

$$\text{D. } m = -2 \text{ hoặc } m = -3.$$

Câu 36. Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức $2 - 3i$ và $2 + 3i$ làm nghiệm ?

$$\text{A. } z^2 + 4z + 13 = 0.$$

$$\text{B. } z^2 + 4z + 3 = 0.$$

$$\text{C. } z^2 - 4z + 13 = 0.$$

$$\text{D. } z^2 - 4z + 3 = 0.$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 5z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Tìm khẳng định đúng.

$$\text{A. } \sin \varphi = \frac{1}{5\sqrt{28}}.$$

$$\text{B. } \cos \varphi = -\frac{1}{5\sqrt{28}}.$$

$$\text{C. } \cos \varphi = \frac{1}{5\sqrt{28}}.$$

$$\text{D. } \sin \varphi = -\frac{1}{5\sqrt{28}}.$$

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(-1; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm đoạn thẳng AB và song song với d ?

$$\text{A. } \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}. \quad \text{B. } \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}. \quad \text{C. } \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}. \quad \text{D. } \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}.$$

Câu 39. Có một dãy ghế gồm 6 ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 2 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C ngồi vào dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng 1 học sinh ngồi. Xác suất để không có học sinh lớp C ngồi cạnh nhau.

$$\text{A. } \frac{2}{3}.$$

$$\text{B. } \frac{1}{3}.$$

$$\text{C. } \frac{5}{6}.$$

$$\text{D. } \frac{1}{6}.$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

$$\text{A. } \frac{3a}{2}.$$

$$\text{B. } \frac{a}{2}.$$

$$\text{C. } a.$$

$$\text{D. } 2a.$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

$$\text{A. } 4.$$

$$\text{B. } 5.$$

$$\text{C. } 6.$$

$$\text{D. } 9.$$

Câu 42. Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{ni}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80.902.400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì đến năm 2019 số dân của Việt Nam sẽ gần với số nào nhất sau đây?

$$\text{A. } 99.389.200.$$

$$\text{B. } 99.386.600.$$

$$\text{C. } 100.861.100.$$

$$\text{D. } 99.251.200.$$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-3	0	$+\infty$

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$ B. $m < -3$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$.

Câu 44. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. $4\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 [2x \ln(x+1) + x f'(x)] dx = 0$ và $f(3) = 1$.

Biết $\int_0^3 f(x) dx = \frac{a+b \ln 2}{2}$ với a, b là các số thực dương. Giá trị của $a+b$ bằng

- A. 35. B. 29. C. 11. D. 7.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Biết $f(0) < 0$, hỏi phương trình $f(|x|) = f(0)$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 47. Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4} \right) + 12 \log_{\frac{2}{a}} a - 3.$$

- A. $\min P = 13$. B. $\min P = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. C. $\min P = 9$. D. $\min P = \sqrt[3]{2}$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right| \text{ trên } [1; 2] \text{ bằng } 2. \text{ Số phần tử của } S \text{ là}$$

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}, AD = \sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy một góc 45° và 60° . Tính thể tích của khối hộp nếu biết cạnh bên của hình hộp bằng 1.

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 50. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$\text{biểu thức } T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}.$$

- A. $3 + \sqrt{3}$. B. 4. C. $3 + 2\sqrt{3}$. D. 6.

HẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. C	2. A	3. B	4. B	5. B	6. C	7. A	8. A	9. D	10. D
11. A	12. A	13. B	14. A	15. C	16. A	17. B	18. A	19. C	20. A
21. B	22. B	23. D	24. C	25. B	26. D	27. A	28. D	29. A	30. D
31. A	32. D	33. B	34. B	35. C	36. C	37. A	38. A	39. A	40. A
41. C	42. A	43. D	44. B	45. A	46. C	47. C	48. D	49. A	50. D

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Lớp 11A có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một học sinh làm lớp trưởng?

- A. $25! + 20!$ cách. B. $45!$ cách. C. 45 cách. D. 500 cách.

Lời giải.

Số cách chọn một học sinh làm lớp trưởng: $C_{45}^1 = 45$ cách

Chọn phương án **C** □

Câu 2. Cho cấp số cộng có $u_1 = 0$ và công sai $d = 3$. Tổng của 26 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng bao nhiêu?

- A. 975. B. 775. C. 875. D. 675.

Lời giải.

Ta có $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d \Rightarrow S_{26} = 26 \cdot 0 + \frac{26 \cdot 25}{2} \cdot 3 = 975$.

Chọn phương án **A** □

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x} = \frac{1}{4}$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{1; 2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{1\}$.

Lời giải.

$2^{x^2-3x} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x} = 2^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x = -2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2$.

Chọn phương án **B** □

Câu 4. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

- A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$. C. 8 cm^3 . D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Độ dài các cạnh hình lập phương là $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Thể tích khối lập phương là $V = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Chọn phương án **B** □

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có điều kiện: $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$.

Chọn phương án **B** □

Câu 6. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x+4}$.

- A. $F(x) = \frac{1}{\ln 5} \ln |5x+4| + C$. B. $F(x) = \ln |5x+4| + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{5} \ln |5x+4| + C$. D. $F(x) = \frac{1}{5} \ln(5x+4) + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \frac{1}{5x+4} dx = \frac{1}{5} \ln |5x+4| + C$.

Chọn phương án **C** □

Câu 7. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , đường cao SO . Biết $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

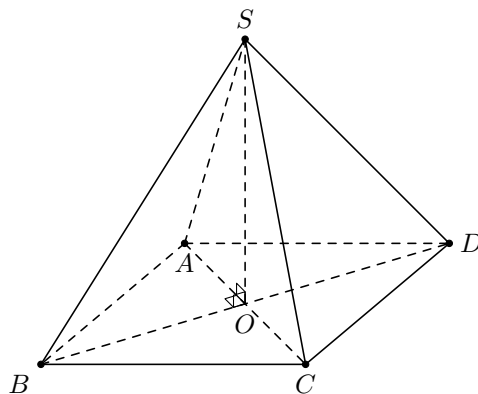
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.



Chọn phương án **(A)** □

Câu 8. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng R . Diện tích toàn phần của khối nón là

A. $S_{tp} = \pi R(l + R)$.

B. $S_{tp} = \pi R(l + 2R)$.

C. $S_{tp} = 2\pi R(l + R)$.

D. $S_{tp} = \pi R(2l + R)$.

Lời giải.

$S_{tp} = S_d + S_{xq} = \pi R^2 + \pi Rl = \pi R(l + R)$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				$\frac{5}{2}$				$+\infty$
			0			0			

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ nên chọn đáp án D.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 10. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x, \log b = y$. Tính $P = \log(a^2b^3)$

A. $P = 6xy$.

B. $p = x^2y^3$.

C. $P = x^2 + y^3$.

D. $P = 2x + 3y$.

Lời giải.

Ta có $\log(a^2b^3) = \log(a^2) + \log(b^3) = 2\log a + 3\log b = 2x + 3y$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 11. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a . Khi đó thể tích của hình trụ bằng

A. Sa .

B. $\frac{1}{2}Sa$.

C. $\frac{1}{3}Sa$.

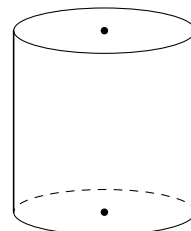
D. $\frac{1}{4}Sa$.

Lời giải.

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} S = 2\pi rh \\ \pi r^2 = 4\pi a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 2a \\ h = \frac{S}{4\pi a} \end{cases}$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4a^2 \cdot \frac{S}{4\pi a} = Sa$.



Chọn phương án **(A)**

□

Câu 12.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 4$.

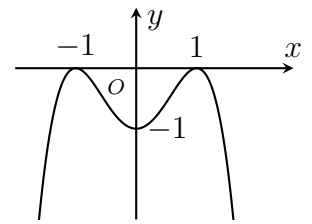
Chọn phương án **(A)**

□

Câu 13.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.
- B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
- C. $y = -x^4 + x^2 - 1$.
- D. $y = -x^4 + 3x^2 - 3$.



Lời giải.

Dựa vào dạng đồ thị ta thấy:

- Hàm số đã cho có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên hàm số có hệ số tự do $c = -1$. Do vậy ta loại đáp án A và D.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$, giá trị cực đại bằng 0.
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, giá trị cực tiểu bằng -1 . Do vậy ta chọn đáp án B.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2.
- B. 0.
- C. 1.
- D. 3.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x+4}{x^2+2x+1} = 0$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4x+4}{x^2+2x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4(x+1)}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x+1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có tất cả hai đường tiệm cận. Chọn đáp án A.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8$ là.

- A. $S = (-\infty; -3)$.
- B. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.
- C. $S = (-3; +\infty)$.
- D. $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{1}{2}} 8 \Leftrightarrow x > -3$.

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$ là PTHĐGD của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = -\frac{3}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (C) và d cắt nhau tại 1 điểm. Vậy Phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có 1 nghiệm.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 17. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng

- A. 9. B. 3. C. 6. D. 81.

Lời giải.

$$\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln |2x-1| \Big|_1^5 = \ln 3.$$

Vậy $c = 3$.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 18. Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là

- A. 1 và 2. B. 1 và i . C. 1 và $2i$. D. 2 và 1.

Lời giải.

Số phức z có phần thực là 1 và phần ảo là 2.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + 4i$. Tìm điểm M biểu diễn số phức $z_1 \cdot z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $M(-2; 11)$. B. $M(-2; -11)$. C. $M(11; -2)$. D. $M(11; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z_1 \cdot z_2 = (1 - 2i)(3 + 4i) = 11 - 2i.$$

Vậy $M(11; -2)$.

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 20. Cho số phức $z = 4 - 3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ Oxy là M . Tính độ dài OM .

- A. 5. B. 25. C. $\sqrt{7}$. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } OM = |z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5.$$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 21. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm G' đối xứng với điểm $G(5; -3; 7)$ qua trục Oy là

- A. $G'(-5; 0; -7)$. B. $G'(-5; -3; -7)$. C. $G'(5; 3; 7)$. D. $G'(-5; 3; -7)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $G(5; -3; 7)$ lên trục Oy là $H(0; -3; 0)$.

Vì G' đối xứng với G qua trục Oy nên H là trung điểm của đoạn GG' nên tọa độ của điểm G' là

$$\begin{cases} x_{G'} = 2x_H - x_G = -5 \\ y_{G'} = 2y_H - y_G = -3 \\ z_{G'} = 2z_H - z_G = -7. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $G'(-5; -3; -7)$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 1)$, $B(0; -1; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải.

Phương pháp: Phương trình mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Cách giải: Tâm mặt cầu là trung điểm của AB , có tọa độ là $I(-1; 0; 1)$.

Bán kính mặt cầu: $R = IA = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB : $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6; 3; 5)$ và đường thẳng BC có phương

trình tham số $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc

với mặt phẳng (ABC) . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

A. $M(-1; -12; 3)$.

B. $N(3; -2; 1)$.

C. $P(0; -7; 3)$.

D. $Q(1; -2; 5)$.

Lời giải.

- Gọi $M(1-t; 2+t; 2t)$ là hình chiếu của A lên BC .

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-5-t; t-1; 2t-5)$ vuông góc với $\vec{u} = (-1; 1; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của BC .

Do đó $-1(-5-t) + 1(t-1) + 2(2t-5) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra $M(0; 3; 2)$.

- Vì ABC là tam giác đều nên M là trung điểm của BC . Suy ra $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} \Rightarrow G(2; 3; 3)$.

- Đường thẳng Δ đi qua G , có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = \frac{1}{3}[\overrightarrow{AM}, \vec{u}] = (1; 5; -2)$.

Suy ra $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 5t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. Với $t = -1$, ta có $Q(1; -2; 5) \in \Delta$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 0)$, $B(0; 1; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(6; -4; -1)$.

B. $N(6; -4; 2)$.

C. $P(6; -4; 3)$.

D. $Q = (6; -4; 1)$.

Lời giải.

- $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$.

- Đường thẳng d đi qua $M(0; 1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.

- Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}_d, \overrightarrow{AB}] = (-3; -3; 3)$ và (α) đi qua M .

Phương trình (α) là $-3(x-0) - 3(y-1) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow -x - y + z - 1 = 0$.

- Ta có $-6 + 4 + 3 - 1 = 0$ nên $P(6; -4; 3) \in (\alpha)$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 25. Cho tứ diện đều cạnh a , M là trung điểm của BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

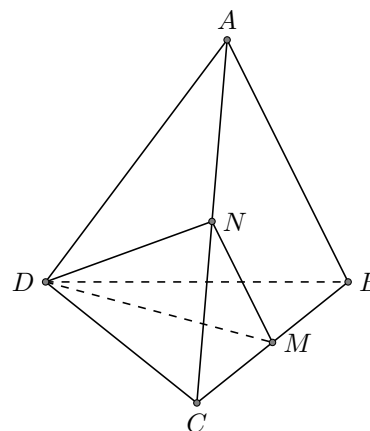
D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Kẻ $MN \parallel AB$, cắt AC tại trung điểm N của AC .

Xét tam giác NMD ta có:

$$\begin{aligned}\cos \widehat{NMD} &= \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2MN \cdot MD} \\ &= \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.\end{aligned}$$



Chọn phương án **B**

□

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy đạo hàm của hàm số có 4 lần đổi dấu nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn phương án **D**

□

Câu 27. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$.

$y(0) = 1; y(1) = 3; y(2) = -1$.

Khi đó $\max_{[0;2]} y = 3; \min_{[0;2]} y = -1$. Vậy $\max_{[0;2]} y + \min_{[0;2]} y = 2$.

Chọn phương án **A**

□

Câu 28. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2 - x^2} - x$ bằng

A. $2 + \sqrt{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $2 - \sqrt{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. Ta có $y' = \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}} - 1 = \frac{-x - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2-x^2} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = 1 \Leftrightarrow x = -1. \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$	
y'		$+$	0	$-$
y	$\sqrt{2}$	2	$-\sqrt{2}$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = 2$, $\min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = -\sqrt{2}$.

Vậy $\max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y + \min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = 2 - \sqrt{2}$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 29. Với a là số thực âm bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 a^2 = 2 \log_2(-a)$. B. $\log_2 a^2 = -2 \log_2 a$. C. $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a$. D. $\log_2 a^2 = 2a$.

Lời giải.

Vì a là số thực âm nên $\log_2 a^2 = 2 \log_2 |a| = 2 \log_2(-a)$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ và đường thẳng $y = -2x + 1$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 3x + 1 = 0$.

Xét $f(x) = x^3 + 3x + 1$, ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		$+$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Do đó phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm.

Chọn phương án **(D)**

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là

- A. $(-\infty; -\frac{1}{2})$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Vì $0 < \frac{1}{1+a^2} < 1$ nên $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1 \Leftrightarrow 2x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 32.

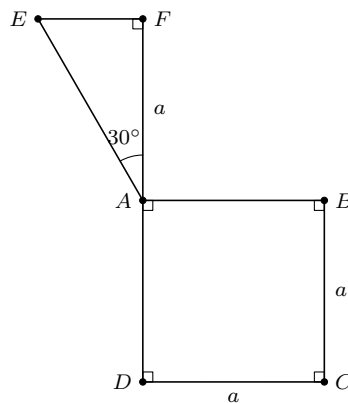
Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF .

A. $\frac{10\pi}{7}a^3$.

B. $\frac{\pi}{3}a^3$.

C. $\frac{5\pi}{2}a^3$.

D. $\frac{10\pi}{9}a^3$.



Lời giải.

• Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh trục DF ta được khối trụ tròn xoay có chiều cao bằng a và bán kính đáy bằng a . Thể tích khối trụ này là $V_1 = \pi \cdot a^2 \cdot a = \pi a^3$.

• Khi quay tam giác vuông AFE quanh trục DF ta được khối nón tròn xoay có chiều cao bằng a và bán kính đáy bằng $EF = AF \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích khối nón này là $V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi}{9}a^3$.

Vậy thể tích cần tìm là $V = V_1 + V_2 = \pi a^3 + \frac{\pi}{9}a^3 = \frac{10\pi}{9}a^3$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$. Đổi biến $t = \sqrt{1+\ln x}$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $I = \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$.

B. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$.

C. $I = 2 \int_1^2 t^2 dt$.

D. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t dt$.

Lời giải.

Ta có

$$t = \sqrt{1+\ln x} \Rightarrow t^2 = 1+\ln x \Rightarrow 2t dt = \frac{dx}{x}.$$

Với

$$x = 1 \Rightarrow t = 1,$$

$$x = e \Rightarrow t = \sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^{\sqrt{2}} t \cdot 2t dt = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt.$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 34.

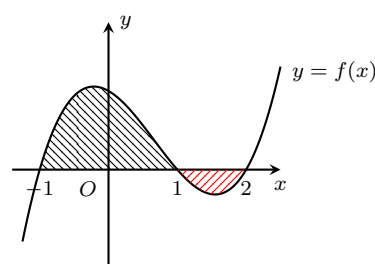
Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là

A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

D. $S = -\int_{-1}^2 f(x) dx$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ suy ra $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = m + 3i$, $z_2 = 2 - (m + 1)i$, với $m \in \mathbb{R}$. Tìm các giá trị của m để $w = z_1 \cdot z_2$ là số thực.

A. $m = 1$ hoặc $m = -2$.

B. $m = 2$ hoặc $m = -1$.

C. $m = 2$ hoặc $m = -3$.

D. $m = -2$ hoặc $m = -3$.

Lời giải.

Ta có $w = z_1 \cdot z_2 = (m + 3i)(2 - (m + 1)i) = 5m + 3 + (6 - m - m^2)i$.

Để w là số thực thì $6 - m - m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2. \end{cases}$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 36. Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức $2 - 3i$ và $2 + 3i$ làm nghiệm ?

A. $z^2 + 4z + 13 = 0$.

B. $z^2 + 4z + 3 = 0$.

C. $z^2 - 4z + 13 = 0$.

D. $z^2 - 4z + 3 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z_1 = 2 - 3i$; $z_2 = 2 + 3i$. Khi đó

$S = z_1 + z_2 = 4$; $P = z_1 \cdot z_2 = (2 - 3i)(2 + 3i) = 4 + 9 = 13$.

Do đó z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình: $z^2 - Sz + P = 0$ hay $z^2 - 4z + 13 = 0$.

Vậy $z^2 - 4z + 13 = 0$ là phương trình cần tìm.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 5z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Tìm khẳng định đúng.

A. $\sin \varphi = \frac{1}{5\sqrt{28}}$.

B. $\cos \varphi = -\frac{1}{5\sqrt{28}}$.

C. $\cos \varphi = \frac{1}{5\sqrt{28}}$.

D. $\sin \varphi = -\frac{1}{5\sqrt{28}}$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -4; 5)$ và d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 1)$. Khi đó ta có

$$\sin \varphi = |\cos(\vec{n}, \vec{u})| = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1}{5\sqrt{28}}.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(-1; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm đoạn thẳng AB và song song với d ?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm đoạn AB , ta có $M(0; 1; -1)$. Khi đó đường thẳng đi qua M và song song với d có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 39. Có một dãy ghế gồm 6 ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 2 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C ngồi vào dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng 1 học sinh ngồi. Xác suất để không có học sinh lớp C ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Cho 2 học sinh lớp C ngồi cạnh nhau thành 1 nhóm D.

2 học sinh lớp C đổi vị trí trong nhóm D: $2!$ cách.

Nhóm D đổi vị trí với 4 học sinh còn lại: $5!$ cách.

Không gian mẫu: $6!$ cách.

Xác suất để 2 học sinh lớp C ngồi cạnh nhau: $\frac{2! \cdot 5!}{6!} = \frac{1}{3}$.

Vậy xác suất để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{2}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên BC , ta có $AI \perp BC$. (1)

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SIA)$. (3)

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SI , ta có $AH \perp SI$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $AH \perp (SBC)$ nên khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là AH .

Xét tam giác BIA vuông tại I , ta có

$$AI = AB \cdot \sin 120^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Xét tam giác SAI vuông tại A , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{AS^2 \cdot AI^2}{AS^2 + AI^2}} = \sqrt{\frac{(3a)^2 \cdot (a\sqrt{3})^2}{(3a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{3a}{2}.$$

Vậy khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3a}{2}$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 10}{2x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 9.

Lời giải.

$$\text{Hàm số } y = \frac{mx + 10}{2x + m} \text{ nghịch biến trên khoảng } (0; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 20 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0; 2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m < \sqrt{20} \\ \begin{cases} -\frac{m}{2} \leq 0 \\ -\frac{m}{2} \geq 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m < \sqrt{20} \\ \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m \leq -4 \\ 0 \leq m < \sqrt{20}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m \in \{-4; 0; 1; 2; 3; 4\}.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 42. Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{ni}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80.902.400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì đến năm 2019 số dân của Việt Nam sẽ gần với số nào nhất sau đây?

A. 99.389.200.

B. 99.386.600.

C. 100.861.100.

D. 99.251.200.

Lời giải.

Áp dụng công thức $S = A \cdot e^{ni}$ với $A = 80.902.400$, $n = 2019 - 2005 = 14$, $i = 1,47\% = 0,0147$, ta có số dân Việt Nam đến năm 2017 là

$$S = A \cdot e^{ni} = 80902400 \cdot e^{14 \cdot 0,0147} \approx 99389203,38.$$

Như vậy, số dân Việt Nam đến năm 2019 gần với số 99.389.200 nhất.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-3	0	$+\infty$

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$

B. $m < -3$.

C. $m < -\frac{3}{2}$.

D. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{2}f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m$.

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy, để phương trình (*) có đúng hai nghiệm phân

biệt thì $\begin{cases} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Chọn phương án **(D)** □

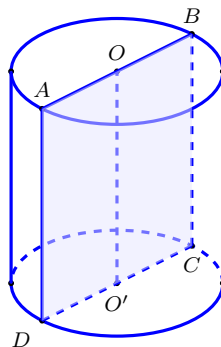
Câu 44. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $4\pi a^2$.

B. $8\pi a^2$.

C. $16\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật, có độ dài một cạnh là $2a$, có diện tích là $8a^2$, suy ra chiều cao của hình trụ là $h = \frac{8a^2}{2a} = 4a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2 \cdot \pi \cdot a \cdot 4a = 8\pi a^2$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 [2x \ln(x+1) + xf'(x)] dx = 0$ và $f(3) = 1$.

Biết $\int_0^3 f(x) dx = \frac{a+b \ln 2}{2}$ với a, b là các số thực dương. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 35.

B. 29.

C. 11.

D. 7.

Lời giải.

Tính $I = \int_0^3 2x \ln(x+1) dx$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = x^2 \end{cases}$. Khi đó

$$I = x^2 \ln(x+1) \Big|_0^3 - \int_0^3 \frac{x^2}{x+1} dx = 9 \ln 4 - \left(\frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \right) \Big|_0^3 = 16 \ln 2 - \frac{3}{2}.$$

Tính $J = \int_0^3 x f'(x) dx$.

Đặt $\begin{cases} u_J = x \\ dv_J = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_J = dx \\ v_J = f(x) \end{cases}$.

$$J = \int_0^3 x f'(x) dx = x f(x) \Big|_0^3 - \int_0^3 f(x) dx = 3 - \int_0^3 f(x) dx.$$

$$\text{Mà } \int_0^3 [2x \ln(x+1) + x f'(x)] dx = 0$$

$$\Rightarrow I + J = 0 \Rightarrow 16 \ln 2 - \frac{3}{2} + 3 - \int_0^3 f(x) dx = 0 \Rightarrow \int_0^3 f(x) dx = 16 \ln 2 + \frac{3}{2} = \frac{3 + 32 \ln 2}{2}.$$

Suy ra $\begin{cases} a = 3 \\ b = 32 \end{cases}$. Vậy $a + b = 35$.

Chọn phương án **A**

□

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Biết $f(0) < 0$, hỏi phương trình $f(|x|) = f(0)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $f(0) = k < 0$. Vì hàm số nghịch biến trên $(-1; 3)$ nên $-2 < k < 4$.

Ta có hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục Oy , từ đó ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	k	-2	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(|x|) = f(0)$ có 3 nghiệm.

Chọn phương án **C**

□

Câu 47. Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4} \right) + 12 \log_{\frac{b}{a}} a - 3$.

- A. $\min P = 13$. B. $\min P = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. C. $\min P = 9$. D. $\min P = \sqrt[3]{2}$.

Lời giải.

Ta có $(2b-1)^2(b+1) \geq 0 \Rightarrow 3b-1 \leq 4b^3$ và điều kiện bài toán suy ra $\log_a b > 0$.

Từ đó suy ra $P \geq 3 \log_a b + \frac{12}{(\log_a b - 1)^2} - 3 = \frac{3 \log_a b \cdot (\log_a b - 3)^2}{(\log_a b - 1)^2} + 9 \geq 9$.

Khi $b = \frac{1}{2}, a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ thì $P = 9$. Vậy, $\min P = 9$.

Chọn phương án **C** □

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x+1}$ trên $[1; 2]$. Ta có $f'(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} > 0, \quad \forall x \in [1; 2].$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[1; 2]$. Do đó $\max_{[1; 2]} f(x) = f(2) = \frac{3m+4}{3}, \min_{[1; 2]} f(x) = f(1) = \frac{2m+1}{2}$.

Khi đó $\max_{[1; 2]} |f(x)| = \max \left\{ \left| \frac{3m+4}{3} \right|, \left| \frac{2m+1}{2} \right| \right\}$. Ta có

$$\left| \frac{3m+4}{3} \right| \geq \left| \frac{2m+1}{2} \right| \Leftrightarrow 4(3m+4)^2 \geq 9(2m+1)^2 \Leftrightarrow m \geq -\frac{11}{12}.$$

- Với $m \geq -\frac{11}{12}$, ta có $\max_{[1; 2]} |f(x)| = \left| \frac{3m+4}{3} \right|$. Theo đề bài, ta có

$$\left| \frac{3m+4}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3m+4}{3} = 2 \\ \frac{3m+4}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \text{ (thỏa mãn)} \\ m = -\frac{10}{3} \text{ loại.} \end{cases}$$

- Với $m < -\frac{11}{12}$, ta có $\max_{[1; 2]} |f(x)| = \left| \frac{2m+1}{2} \right|$. Theo đề bài, ta có

$$\left| \frac{2m+1}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m+1}{2} = 2 \\ \frac{2m+1}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \text{ (thỏa mãn)} \\ m = \frac{3}{2} \text{ loại.} \end{cases}$$

Vậy $S = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{5}{2} \right\} \Rightarrow$ Số phần tử của S là 2.

Chọn phương án **D** □

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}, AD = \sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy một góc 45° và 60° . Tính thể tích của khối hộp nếu biết cạnh bên của hình hộp bằng 1.

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Lời giải.

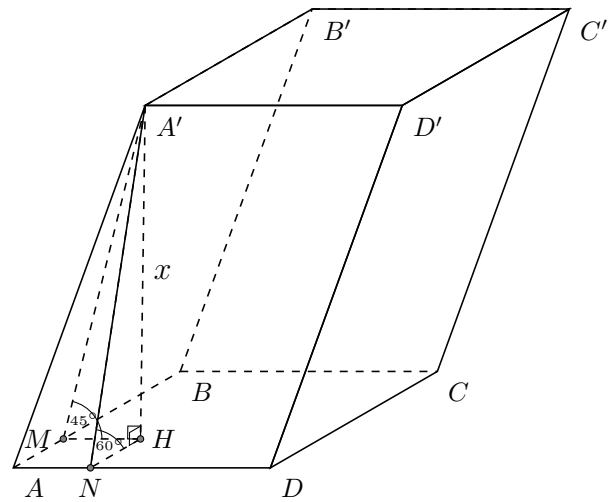
Gọi H là hình chiếu vuông góc A' lên $(ABCD)$.
Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc H lên $AB, AD \Rightarrow \widehat{A'NH} = 60^\circ$ và $\widehat{A'MH} = 45^\circ$.

Đặt $A'H = x$, khi đó $A'N = \frac{x}{\sin 60^\circ} = \frac{2x}{\sqrt{3}}$.

$$\begin{cases} A'N = \sqrt{AA'^2 - A'H^2} = \sqrt{\frac{3-4x^2}{3}} = HM \\ HM = x \cdot \tan 45^\circ = x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3-4x^2}{3}} = x \Rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{7}}.$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot x = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{\frac{3}{7}} = 3.$$



Chọn phương án **A**

Câu 50. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$\text{biểu thức } T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}.$$

A. $3 + \sqrt{3}$.

B. 4.

C. $3 + 2\sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} &= x+2y \\ \Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) - \log_3(x+y) &= 3(x+y) - (2x+y+1) + 1 \\ \Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) + (2x+y+1) &= \log_3[3(x+y)] + 3(x+y). \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $y = f(a) = \log_3 a + a$ trên $(0; +\infty)$.

Dễ thấy hàm số $y = f(a)$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó, (1) $\Leftrightarrow f(2x+y+1) = f(3(x+y)) \Leftrightarrow 2x+y+1 = 3(x+y) \Leftrightarrow x+2y = 1$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{y}}$$

$$\geq \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{4} + y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{4} + y} + \frac{1}{\frac{1}{4} + y}$$

$$\geq \frac{(1+1+1)^2}{x + \frac{1}{4} + y + \frac{1}{4} + y} = \frac{9}{x+2y + \frac{1}{2}} = 6.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{4}$.

Chọn phương án **D**

HẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. C	2. A	3. B	4. B	5. B	6. C	7. A	8. A	9. D	10. D
11. A	12. A	13. B	14. A	15. C	16. A	17. B	18. A	19. C	20. A
21. B	22. B	23. D	24. C	25. B	26. D	27. A	28. D	29. A	30. D
31. A	32. D	33. B	34. B	35. C	36. C	37. A	38. A	39. A	40. A
41. C	42. A	43. D	44. B	45. A	46. C	47. C	48. D	49. A	50. D

KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Có bao nhiêu cách xếp một nhóm học sinh gồm 4 bạn nam và 6 bạn nữ thành một hàng ngang?

- A. $10!$. B. $4!$. C. $6! \cdot 4!$. D. $6!$.

Câu 2. Cho (u_n) là cấp số cộng với công sai d . Biết $u_5 = 16$, $u_7 = 22$. Tính u_1 .

- A. $u_1 = -5$. B. $u_1 = -2$. C. $u_1 = 19$. D. $u_1 = 4$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$ là:

- A. $\{4\}$. B. $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2}; \frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$.
C. $\{1; -4\}$. D. $\{-1; 4\}$.

Câu 4. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

- A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$. C. 8 cm^3 . D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$. B. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = [-1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 6. Hàm số $f(x) = \cos(4x+7)$ có một nguyên hàm là

- A. $-\sin(4x+7) + x$. B. $\frac{1}{4}\sin(4x+7) - 3$. C. $\sin(4x+7) - 1$. D. $-\frac{1}{4}\sin(4x+7) + 3$.

Câu 7. Cho khối chóp tam giác có đường cao bằng 100 cm và cạnh đáy bằng 20 cm, 21 cm, 29 cm. Tính thể tích khối chóp này.

- A. $7000\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. 6000 cm^3 . C. 6213 cm^3 . D. 7000 cm^3 .

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = 16\pi\sqrt{3}$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 4$. D. $V = 4\pi$.

Câu 9. Tính diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 2$.

- A. $\frac{32}{3}\pi$. B. 8π . C. 32π . D. 16π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-2	-1	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 11. Cho $a, b > 0$, $\log_3 a = p$, $\log_3 b = p$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r + pm - qd$. B. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r + pm + qd$.
C. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r - pm - qd$. D. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r - pm + qd$.

Câu 12. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a . Khi đó thể tích của hình trụ bằng

- A. Sa . B. $\frac{1}{2}Sa$. C. $\frac{1}{3}Sa$. D. $\frac{1}{4}Sa$.

Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực đại của hàm số bằng

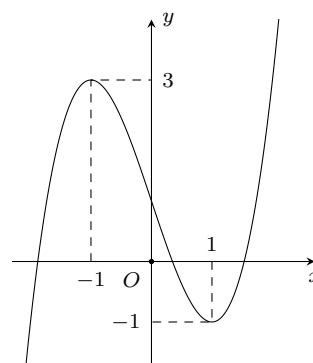
- A. 1. B. 2. C. 0. D. 5.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	-		
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Câu 14.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.



Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

- A. $x = 1$. B. $y = 5$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > \log_2(8-x)$ là

- A. $(8; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(4; 8)$. D. $(0; 4)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 18. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ và $\int_5^7 f(x)dx = 9$ thì $\int_2^7 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 6. C. 12. D. -6.

Câu 19. Tìm số phức liên hợp của của số $z = 5 + i$.

- A. $\bar{z} = 5 - i$. B. $\bar{z} = -5 - i$. C. $\bar{z} = 5 + i$. D. $\bar{z} = -5 + i$.

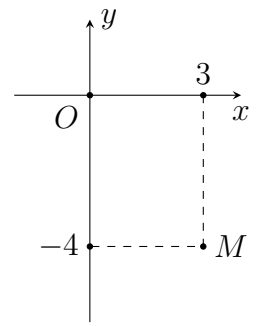
Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 7i$ và $z_2 = -4 + i$. Điểm biểu diễn số phức $z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(-2; -6)$. B. $P(-5; -3)$. C. $N(6; -8)$. D. $M(3; -11)$.

Câu 21.

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm z .

- A. $z = -4 + 3i$. B. $z = -3 + 4i$. C. $z = 3 - 4i$. D. $z = 3 + 4i$.



Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 6 = 0$ là

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(-1; 1; -1)$. C. $(3; -2; 1)$. D. $(5; -3; 1)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$. B. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.
C. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$. D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; -2; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 2; 0)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(-1; -2; 0)$. B. $M(-1; 1; 2)$. C. $M(2; 1; -2)$. D. $M(3; 3; 2)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $SA = AB = a$. Góc giữa SA và CD là

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 27. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$. Tính $M - m$.

- A. 4. B. 9. C. 1. D. 5.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. $\min_{[1;3]} f(x) = 3$. B. $\min_{[1;3]} f(x) = 6$. C. $\min_{[1;3]} f(x) = 37$. D. $\min_{[1;3]} f(x) = 5$.

Câu 29. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(3a) = 3 \log a$. B. $\log a^3 = 3 \log a$. C. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$. D. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x + 3$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(3; +\infty)$.
C. $(-1; 3)$. D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh ℓ của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A. $\ell = a$. B. $\ell = 2a$. C. $\ell = a\sqrt{3}$. D. $\ell = a\sqrt{2}$.

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^7}{(1+x^2)^5} dx$, giả sử đặt $t = 1 + x^2$. Tìm mệnh đề đúng.

- A. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$. B. $I = \int_1^3 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$. C. $\frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$. D. $\frac{3}{2} \int_1^4 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$.

Câu 34. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ xoay quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx.$

B. $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx.$

C. $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx.$

D. $\pi \int_0^1 (x^2 - x) dx.$

Câu 35. Cho hai số phức $z = 6 + 5i$ và $z' = 5 - 4i + z$. Tìm mô-đun của số phức $w = z \cdot z'$.

A. $|w| = 612.$

B. $|w| = 61.$

C. $|w| = 61\sqrt{2}.$

D. $|w| = 6\sqrt{2}.$

Câu 36. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình: $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $P = 2\sqrt{5}.$

B. $P = 20.$

C. $P = 10.$

D. $P = \sqrt{5}.$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$ có phương trình là

A. $z + 1 = 0.$

B. $x - y = 0.$

C. $x + z = 0.$

D. $y + z = 0.$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 4; -1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, B là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}.$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}.$

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{-4}.$

Câu 39. Một nhóm có 7 học sinh lớp A và 5 học sinh lớp B . Xếp ngẫu nhiên 12 học sinh trên ngò vào một dãy 12 ghế hàng ngang sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất sao cho không có bất kì 2 học sinh lớp B nào ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{7}{99}.$

B. $\frac{1}{132}.$

C. $\frac{7}{264}.$

D. $\frac{1}{792}.$

Câu 40. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}.$

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}.$

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}.$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên $(0; 2)$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 42. Các nhà khoa học đã tính toán khi nhiệt độ trung bình của trái đất tăng thêm $2^\circ C$ thì mực nước biển sẽ dâng lên $0,03m$. Nếu nhiệt độ tăng lên $5^\circ C$ thì nước biển sẽ dâng lên $0,1m$ và người ta đưa ra công thức tổng quát như sau: Nếu nhiệt độ trung bình của trái đất tăng lên $t^\circ C$ thì nước biển dâng lên $f(t) = ka^t(m)$ trong đó k, a là các hằng số dương. Hỏi khi nhiệt độ trung bình của trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì mực nước biển dâng lên $0,2m$?

A. $9, 2^\circ C.$

B. $8, 6^\circ C.$

C. $7, 6^\circ C.$

D. $6, 7^\circ C.$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	0	$-\infty$

A. $m = 0$ hoặc $m < -\frac{3}{2}$.

B. $m < -3$.

C. $m < -\frac{3}{2}$.

D. $m = 0$ hoặc $m < -3$.

Câu 44. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng, song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$.

B. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$.

C. $V = 2\pi a^3 \sqrt{7}$.

D. $V = \pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^5 f(x)dx = 6$. Tính tích

phân $I = \int_{-1}^1 f(|3x - 2|)dx$

A. $I = 3$.

B. $I = -2$.

C. $I = 4$.

D. $I = 9$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $0 < m \leq 1$.

Câu 47. Cho x, y là các số dương thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{6(2x + y)}{x} + \ln \frac{x + 2y}{y}$ là $a + \ln b$. Tính ab .

A. $ab = 45$.

B. $ab = 81$.

C. $ab = 115$.

D. $ab = 108$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x + 1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết rằng $A'O \perp (ABCD)$ và cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $OABC'D'$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 50 (Thầy: Trương Đức Thịnh). Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $y \leq 2020$ thỏa mãn

$$\log_2 \frac{x+2}{y+1} < 4y^4 + 8y^3 - (x^2 + 4x)y^2 + 1$$

A. 2019.2020.

B. 2020.2021.

C. 2019².

D. 2020².

—————HẾT—————

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. D	3. D	4. B	5. B	6. B	7. D	8. D	9. D	10. A
11. C	12. A	13. D	14. D	15. D	16. C	17. A	18. C	19. A	20. A
21. C	22. B	23. C	24. A	25. B	26. A	27. C	28. D	29. B	30. A
31. C	32. B	33. A	34. A	35. C	36. A	37. D	38. C	39. A	40. B
41. B	42. D	43. A	44. C	45. A	46. B	47. B	48. D	49. C	50. D

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Có bao nhiêu cách xếp một nhóm học sinh gồm 4 bạn nam và 6 bạn nữ thành một hàng ngang?

A. $10!$.

B. $4!$.

C. $6!.4!$.

D. $6!$.

Lời giải.

Nhóm học sinh đó có tất cả 10 học sinh.

Xếp 10 học sinh thành một hàng ngang có $P_{10} = 10!$ cách xếp.

Chọn phương án **A** □

Câu 2. Cho (u_n) là cấp số cộng với công sai d . Biết $u_5 = 16$, $u_7 = 22$. Tính u_1 .

A. $u_1 = -5$.

B. $u_1 = -2$.

C. $u_1 = 19$.

D. $u_1 = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_5 = 16 \\ u_7 = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 16 \\ u_1 + 6d = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy $u_1 = 4$.

Chọn phương án **D** □

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$ là:

A. $\{4\}$.

B. $\left\{ \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}; \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2} \right\}$.

C. $\{1; -4\}$.

D. $\{-1; 4\}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{0,25}(x^2 - 3x) &= -1 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x &= 4 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{nhận}) \\ x = 4 & (\text{nhận}). \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-1; 4\}$.

Chọn phương án **D** □

Câu 4. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

C. 8 cm^3 .

D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Độ dài các cạnh hình lập phương là $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Thể tích khối lập phương là $V = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Chọn phương án **B** □

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + 1)$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$.

B. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = [-1; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$. Suy ra tập xác định $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 6. Hàm số $f(x) = \cos(4x + 7)$ có một nguyên hàm là

- A. $-\sin(4x + 7) + x$. B. $\frac{1}{4}\sin(4x + 7) - 3$. C. $\sin(4x + 7) - 1$. D. $-\frac{1}{4}\sin(4x + 7) + 3$.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = \cos(4x + 7)$ có một nguyên hàm là $\frac{1}{4}\sin(4x + 7) - 3$.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 7. Cho khối chóp tam giác có đường cao bằng 100 cm và cạnh đáy bằng 20 cm, 21 cm, 29 cm. Tính thể tích khối chóp này.

- A. $7000\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. 6000 cm^3 . C. 6213 cm^3 . D. 7000 cm^3 .

Lời giải.

Diện tích đáy

$$S = \sqrt{\frac{20+21+29}{2} \left(\frac{20+21+29}{2} - 20 \right) \left(\frac{20+21+29}{2} - 21 \right) \left(\frac{20+21+29}{2} - 29 \right)} = 210 \text{ cm}^2.$$

Thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 210 \cdot 100 = 7000 \text{ cm}^3.$$

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = 16\pi\sqrt{3}$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 4$. D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích của khối nón ta tính được $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 9. Tính diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 2$.

- A. $\frac{32}{3}\pi$. B. 8π . C. 32π . D. 16π .

Lời giải.

Phương pháp

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Cách giải

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính $r = 2$ là $S = 4\pi r^2 = 16\pi$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-2	-1	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 11. Cho $a, b > 0$, $\log_3 a = p$, $\log_3 b = q$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r + pm - qd$.

B. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r + pm + qd$.

C. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r - pm - qd$.

D. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r - pm + qd$.

Lời giải.

Ta có $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = \log_3 3^r - \log_3 (a^m b^d) = r - \log_3 a^m - \log_3 b^d = r - m \log_3 a - d \log_3 b$

Chọn phương án **C** □

Câu 12. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a . Khi đó thể tích của hình trụ bằng

A. Sa .

B. $\frac{1}{2}Sa$.

C. $\frac{1}{3}Sa$.

D. $\frac{1}{4}Sa$.

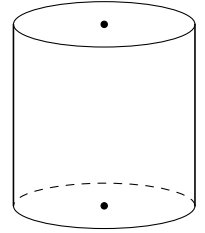
Lời giải.

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} S = 2\pi r h \\ \pi r^2 = 4\pi a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 2a \\ h = \frac{S}{4\pi a} \end{cases}$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4a^2 \cdot \frac{S}{4\pi a} = Sa$.

Chọn phương án **A** □



Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 5.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	-		
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Lời giải.

Giá trị cực đại của hàm số bằng 5.

Chọn phương án **D** □

Câu 14.

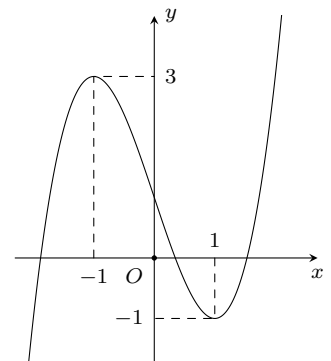
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.



Lời giải.

Đường cong trong hình vẽ có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$.

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. Suy ra $a > 0$.

Mặt khác, giao điểm của đồ thị với trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ thỏa mãn các đặc điểm trên.

Vậy đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Chọn phương án **D** □

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $x = 1$.

B. $y = 5$.

C. $x = 0$.

D. $y = 0$.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x-1} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x-1} = 0 \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > \log_2(8 - x)$ là

A. $(8; +\infty)$.

B. $(-\infty; 4)$.

C. $(4; 8)$.

D. $(0; 4)$.

Lời giải.

Điều kiện $0 < x < 8$.

Do $2 > 1$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$x > 8 - x \Leftrightarrow 2x > 8 \Leftrightarrow x > 4.$$

Kết hợp với điều kiện $0 < x < 8$ ta được tập nghiệm của bất phương trình là $(4; 8)$

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$				
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}.$$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$.

Mà $-2 < -\frac{3}{2} < 1$ nên số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là 4.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 18. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ và $\int_5^7 f(x)dx = 9$ thì $\int_2^7 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 6.

C. 12.

D. -6.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_2^7 f(x)dx = \int_2^5 f(x)dx + \int_5^7 f(x)dx = 3 + 9 = 12.$$

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 19. Tìm số phức liên hợp của của số $z = 5 + i$.

A. $\bar{z} = 5 - i$.

B. $\bar{z} = -5 - i$.

C. $\bar{z} = 5 + i$.

D. $\bar{z} = -5 + i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của của số $a + bi$ là $a - bi$. Do đó $\bar{z} = 5 - i$.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 7i$ và $z_2 = -4 + i$. Điểm biểu diễn số phức $z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2; -6)$.

B. $P(-5; -3)$.

C. $N(6; -8)$.

D. $M(3; -11)$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = -2 - 6i$. Vậy điểm biểu diễn $z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm $Q(-2; -6)$.

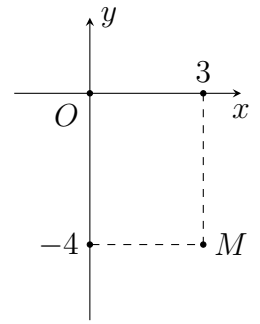
Chọn phương án **(A)**

□

Câu 21.

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm z .

- A. $z = -4 + 3i$. B. $z = -3 + 4i$. C. $z = 3 - 4i$. D. $z = 3 + 4i$.

**Lời giải.**

Điểm M có tọa độ là $M(3; -4) \Rightarrow$ điểm M biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$.

Chọn phương án **C** □

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 6 = 0$ là

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(-1; 1; -1)$. C. $(3; -2; 1)$. D. $(5; -3; 1)$.

Lời giải.

Gọi $H(x; y; -6 - 3x + 2y)$ là hình chiếu của A lên mặt phẳng P . Ta có $\overrightarrow{AH} = (x - 2; y + 1; -6 - 3x + 2y)$.
Do $\overrightarrow{AH} \perp (P)$ nên hai véc-tơ $\overrightarrow{AH}$ và $\vec{n}_P$ cùng phương. Suy ra ta có hệ phương trình $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{-6-3x+2y}{1}$. (1)

Giải hệ (1) ta thu được một nghiệm là $(-1; 1; -1)$.

Chọn phương án **B** □

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$. B. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.
C. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$. D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$ có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1 + 4 + 9 - 9} = \sqrt{5}$.

Chọn phương án **C** □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; -2; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 2; 0)$.

Lời giải.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

Chọn phương án **A** □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(-1; -2; 0)$. B. $M(-1; 1; 2)$. C. $M(2; 1; -2)$. D. $M(3; 3; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\frac{-1-1}{2} = \frac{1-2}{1} = \frac{2}{-2} = -1$ nên $M(-1; 1; 2)$ thuộc đường thẳng d .

Chọn phương án **B** □

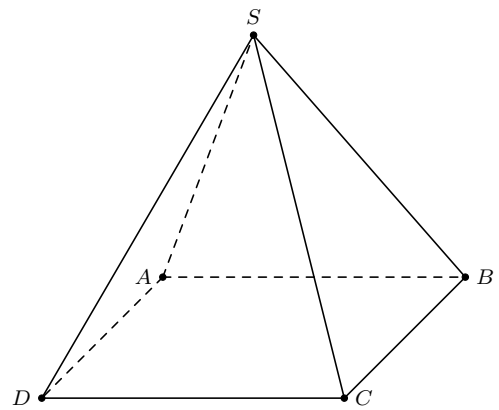
Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $SA = AB = a$. Góc giữa SA và CD là

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD$ nên góc giữa SA và CD bằng góc giữa SA và AB .

Vì $SA = AB$ nên tam giác SAB đều, vậy góc giữa chúng bằng 60° .



Chọn phương án **A** ☐

Câu 27. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$.

Tính $M - m$.

A. 4.

B. 9.

C. 1.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = -\frac{4}{x^2} + 1$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{x^2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$

Ta tính được $f(1) = 6, f(2) = 5, f(3) = \frac{16}{3}$.

Kết hợp với $f(x)$ liên tục trên $[1; 3]$ nên $M = \max_{x \in [1; 3]} f(x) = 6 = f(1)$ và $m = \min_{x \in [1; 3]} f(x) = 5 = f(2)$.

Vậy $M - m = 1$.

Chọn phương án **C** ☐

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là

A. $\min_{[1; 3]} f(x) = 3$.

B. $\min_{[1; 3]} f(x) = 6$.

C. $\min_{[1; 3]} f(x) = 37$.

D. $\min_{[1; 3]} f(x) = 5$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$ với mọi x . Lại có $f(1) = 5, f(3) = 37$ nên $\min_{[1; 3]} f(x) = 5$.

Chọn phương án **D** ☐

Câu 29. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = 3 \log a$.

B. $\log a^3 = 3 \log a$.

C. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

D. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

Lời giải.

Theo tính chất ta có $\log a^3 = 3 \log a$.

Chọn phương án **B** ☐

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x+3$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} \frac{2x+1}{x-1} &= 2x+3 \\ \Leftrightarrow 2x+1 &= (2x+3)(x-1) \text{ (do } x=1 \text{ không là nghiệm của phương trình)} \\ \Leftrightarrow 2x^2 - x - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{33}}{4} \\ x = \frac{1-\sqrt{33}}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy đường thẳng $y = 2x + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

$$3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = a$.

B. $l = 2a$.

C. $l = a\sqrt{3}$.

D. $l = a\sqrt{2}$.

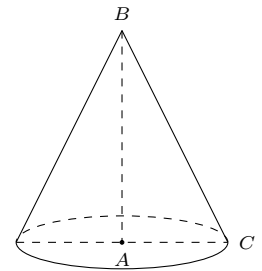
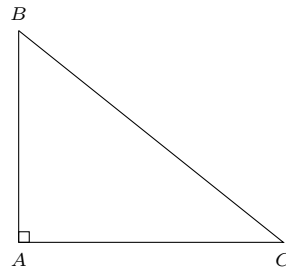
Lời giải.

Khi quay tam giác ABC vuông tại A xung quanh trục AB ta được hình nón có đường sinh là BC .

Tam giác ABC vuông tại A nên

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2.$$

$$\text{Vậy } l = BC = 2a.$$



Chọn phương án **(B)** □

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^7}{(1+x^2)^5} dx$, giả sử đặt $t = 1 + x^2$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$. B. $I = \int_1^3 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$. C. $\frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$. D. $\frac{3}{2} \int_1^4 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = 1 + x^2 \Rightarrow \frac{1}{2} dt = x dx.$$

$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = 1, x = 1 \Rightarrow t = 2.$$

Khi đó

$$I = \int_0^1 \frac{(x^2)^3 \cdot x}{(1+x^2)^5} dx = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt.$$

Chọn phương án **(A)** □

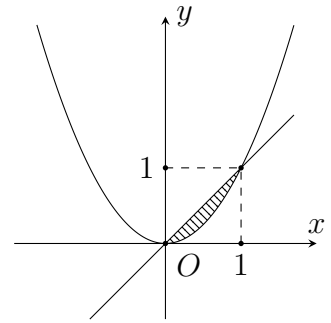
Câu 34. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ xoay quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$. B. $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx$.
C. $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx$. D. $\pi \int_0^1 (x^2 - x) dx$.

Lời giải.

Ta có (P) và d cắt nhau tại hai điểm $(0; 0)$, $(1; 1)$ và $x > x^2, \forall x \in (0; 1)$.
Suy ra thể tích khối tròn xoay đã cho T bằng thể tích khối tròn xoay T_1 trừ đi thể tích khối tròn xoay T_2 . Trong đó

- T_1 được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường d , trục Ox , $x = 0, x = 1$.
- T_2 được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường (P) , trục Ox , $x = 0, x = 1$.



Vậy thể tích khối tròn xoay đã cho bằng $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$.

Chọn phương án **A** ☐

Câu 35. Cho hai số phức $z = 6 + 5i$ và $z' = 5 - 4i + z$. Tìm mô-đun của số phức $w = z \cdot z'$.

- A. $|w| = 612$. B. $|w| = 61$. C. $|w| = 61\sqrt{2}$. D. $|w| = 6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $z' = 5 - 4i + 6 + 5i = 11 + i \Rightarrow z \cdot z' = 61 + 61i$. Do đó $|w| = 61\sqrt{2}$.

Chọn phương án **C** ☐

Câu 36. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình: $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $P = 2\sqrt{5}$. B. $P = 20$. C. $P = 10$. D. $P = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - 2i \\ z = 1 + 2i \end{cases}$. Khi đó, $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 2\sqrt{5}$.

Chọn phương án **A** ☐

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$ có phương trình là

- A. $z + 1 = 0$. B. $x - y = 0$. C. $x + z = 0$. D. $y + z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng chứa trục Ox có dạng $By + Cz = 0, (B^2 + C^2 \neq 0)$.

Mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 1; -1)$ nên $B - C = 0 \Leftrightarrow B = C$. Do đó chọn $B = C = 1$.

Chọn phương án **D** ☐

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 4; -1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, B là

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{-4}$.

Lời giải.

Ta có đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -4)$. Vậy phương trình chính tắc đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Chọn phương án **C** ☐

Câu 39. Một nhóm có 7 học sinh lớp A và 5 học sinh lớp B . Xếp ngẫu nhiên 12 học sinh trên ngò vào một dãy 12 ghế hàng ngang sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngò. Tính xác suất sao cho không có bất kì 2 học sinh lớp B nào ngò cạnh nhau.

- A. $\frac{7}{99}$. B. $\frac{1}{132}$. C. $\frac{7}{264}$. D. $\frac{1}{792}$.

Lời giải.

- Xếp 12 học sinh ngò vào một dãy 12 ghế hàng ngang sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngò có 12! cách.

- Xếp 7 học sinh lớp A vào 7 ghế, có 7! cách.

Khi đó 7 ghế đã xếp học sinh lớp A tạo ra 8 khoảng trống, ta xếp 5 học sinh lớp B vào 5 trong 8 khoảng trống đó, có A_8^5 cách.

$\Rightarrow$ có $7! \cdot A_8^5$ cách xếp 12 học sinh mà các học sinh lớp B không ngồi cạnh nhau.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{7! \cdot A_8^5}{12!} = \frac{7}{99}$.

Chọn phương án **A** □

Câu 40. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC , do giả thiết $\triangle ABC$ đều nên $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AH \perp BC$ (1).

Do $AA' \perp (ABC)$ suy ra $AA' \perp BC$ (2).

Từ (1), (2) ta suy ra $BC \perp (AA'H)$.

Trong mặt phẳng $(AA'H)$ kẻ $AI \perp A'H$ (3).

Theo chứng minh trên $BC \perp (AA'H)$ nên $BC \perp AI$ (4).

Từ (3), (4) suy ra $AI \perp (A'BC)$ do đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là AI .

Xét $\triangle AA'H$ ta có $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2}$

suy ra $AI^2 = \frac{3a^2}{7} \Leftrightarrow AI = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn phương án **B** □

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên $(0; 2)$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; 2)$ và dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm trên khoảng đó.

$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2) \geq 0, \forall x \in (0; 2)$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq m^2 - 3m + 2$ (*) với $\forall x \in (0; 2)$

Xét hàm số $y = g(x) = 3x^2 + 6x$ trên khoảng $(0; 2)$

Ta có $y' = g'(x) = 6x + 6$.

Bảng biến thiên

x	0	2
$g'(x)$		+
$g(x)$	0	24

Dựa vào bảng biến thiên suy ra điều kiện để (*) xảy ra là : $m^2 - 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 42. Các nhà khoa học đã tính toán khi nhiệt độ trung bình của trái đất tăng thêm $2^\circ C$ thì mực nước biển sẽ dâng lên $0,03m$. Nếu nhiệt độ tăng lên $5^\circ C$ thì nước biển sẽ dâng lên $0,1m$ và người ta đưa ra công thức tổng quát như sau: Nếu nhiệt độ trung bình của trái đất tăng lên $t^\circ C$ thì nước biển dâng lên $f(t) = ka^t(m)$ trong đó k, a là các hằng số dương. Hỏi khi nhiệt độ trung bình của trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì mực nước biển dâng lên $0,2m$?

A. $9, 2^\circ C$.

B. $8, 6^\circ C$.

C. $7, 6^\circ C$.

D. $6, 7^\circ C$.

Lời giải.

$$\begin{cases} 0,03 = ka^2 \\ 0,1 = ka^5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}} \\ k = \frac{0,03}{a^2} \end{cases}; f(t) = ka^t \Leftrightarrow t = \log_a \frac{f(t)}{k} = \log_a \frac{0,2a^2}{0,03} \approx 6,7.$$

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	0	$-\infty$

A. $m = 0$ hoặc $m < -\frac{3}{2}$.

B. $m < -3$.

C. $m < -\frac{3}{2}$.

D. $m = 0$ hoặc $m < -3$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{2}f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = 2m$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2m$.

Theo yêu cầu bài toán ta có

$$2m = 0 \text{ hoặc } 2m < -3 \Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m < -\frac{3}{2}.$$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 44. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng, song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$.

B. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$.

C. $V = 2\pi a^3 \sqrt{7}$.

D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm các đáy và thiết diện là hình vuông $ABCD$.

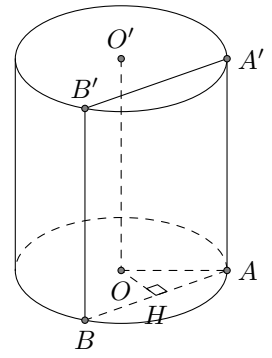
Gọi H là trung điểm AB , ta có $\begin{cases} OH \perp AB \\ OH \perp AA' \end{cases}$ suy ra $OH \perp (ABB'A')$.

Do đó $d(OO', (ABCD)) = OH = \frac{a}{2}$.

Tam giác $OA'H$ vuông tại H nên $A'H = \sqrt{OA'^2 - OH^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Suy ra $AB = AA' = OO' = 2A'H = a\sqrt{7}$ (do $ABCD$ là hình vuông).

Vậy thể tích $V = \pi R^2 h = \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{7} = 2\pi a^3 \sqrt{7}$.



Chọn phương án **C**

□

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^5 f(x)dx = 6$. Tính tích

phân $I = \int_{-1}^1 f(|3x - 2|)dx$

A. $I = 3$.

B. $I = -2$.

C. $I = 4$.

D. $I = 9$.

Lời giải.

Ta có $\int_{-1}^1 f(|3x - 2|)dx = \int_{-1}^{\frac{2}{3}} f(-3x + 2)dx + \int_{\frac{2}{3}}^1 f(3x - 2)dx = I_1 + I_2$.

$I_1 = \int_{-1}^{\frac{2}{3}} f(-3x + 2)dx = -\frac{1}{3} \int_{-1}^{\frac{2}{3}} f(-3x + 2)d(-3x + 2)$.

Đặt $t = -3x + 2$ suy ra $x = -1 \Rightarrow t = 5$; $x = \frac{2}{3} \Rightarrow t = 0$. Do đó $I_1 = \frac{1}{3} \int_0^5 f(t)dt = 2$.

$I_2 = \int_{\frac{2}{3}}^1 f(3x - 2)dx = \frac{1}{3} \int_{\frac{2}{3}}^1 1f(3x - 2)d(3x - 2)$.

Đặt $t = 3x - 2$ suy ra $x = 1 \Rightarrow t = 1$; $x = \frac{2}{3} \Rightarrow t = 0$. Do đó $I_2 = \frac{1}{3} \int_0^1 f(t)dt = 1$.

Vậy $I = I_1 + I_2 = 3$.

Chọn phương án **A**

□

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $0 < m \leq 1$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$, ta có

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 0 \\ f'(0) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 0 \\ c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 1. \end{cases}$$

Như vậy $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$		1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

Do đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

Chọn phương án (B) □

Câu 47. Cho x, y là các số dương thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln \frac{x+2y}{y}$

là $a + \ln b$. Tính ab .

A. $ab = 45$.

B. $ab = 81$.

C. $ab = 115$.

D. $ab = 108$.

Lời giải.

Từ $xy \leq 4y - 1$ chia 2 vế cho y^2 ta được $\frac{x}{y} \leq \frac{4}{y} - \frac{1}{y^2} = 4 - \left(2 - \frac{1}{y}\right)^2 \leq 4$.

Đặt $\frac{x}{y} = t$ thì $0 < t \leq 4$.

Khi đó $P = f(t) = 12 + \frac{6}{t} + \ln(t+2)$ có $f'(t) = \frac{-6}{t^2} + \frac{1}{t+2} = \frac{t^2 - 6t - 12}{t^2(t+2)}$.

Ta có $t^2 - 6t - 12 < 0 \Leftrightarrow t \in (3 - \sqrt{21}; 3 + \sqrt{21}) \supset (0; 4]$. Suy ra $f'(t) < 0, \forall t \in (0; 4]$.

Vậy $\min_{(0;4]} f(t) = f(4) = \frac{27}{2} + \ln 6$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{27}{2} + \ln 6$ khi $y = \frac{1}{2}, x = 2$.

Khi đó $a = \frac{27}{2}; b = 6 \Rightarrow ab = 81$.

Chọn phương án (B) □

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x+1}$ trên $[1; 2]$. Ta có $f'(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} > 0, \quad \forall x \in [1; 2].$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[1; 2]$. Do đó $\max_{[1;2]} f(x) = f(2) = \frac{3m+4}{3}, \min_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{2m+1}{2}$.

Khi đó $\max_{[1;2]} |f(x)| = \max \left\{ \left| \frac{3m+4}{3} \right|, \left| \frac{2m+1}{2} \right| \right\}$. Ta có

$$\left| \frac{3m+4}{3} \right| \geq \left| \frac{2m+1}{2} \right| \Leftrightarrow 4(3m+4)^2 \geq 9(2m+1)^2 \Leftrightarrow m \geq -\frac{11}{12}.$$

- Với $m \geq -\frac{11}{12}$, ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \left| \frac{3m+4}{3} \right|$. Theo đề bài, ta có

$$\left| \frac{3m+4}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3m+4}{3} = 2 \\ \frac{3m+4}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \quad (\text{thỏa mãn}) \\ m = -\frac{10}{3} \quad \text{loại.} \end{cases}$$

- Với $m < -\frac{11}{12}$, ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \left| \frac{2m+1}{2} \right|$. Theo đề bài, ta có

$$\left| \frac{2m+1}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m+1}{2} = 2 \\ \frac{2m+1}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{5}{2} \quad (\text{thỏa mãn}) \\ m = \frac{3}{2} \quad \text{loại.} \end{cases}$$

Vậy $S = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{5}{2} \right\} \Rightarrow$ Số phần tử của S là 2.

Chọn phương án **D**

□

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết rằng $A'O \perp (ABCD)$ và cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $OABC'D'$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Từ giả thiết, suy ra tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow OA = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$.

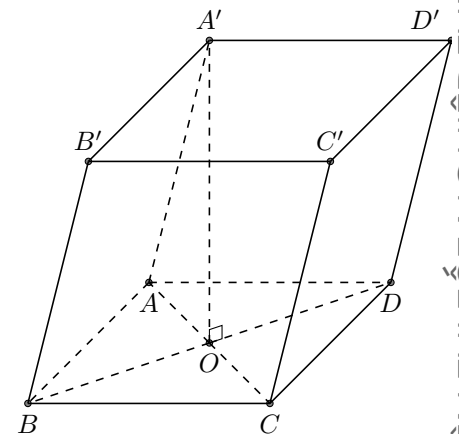
Vì $A'O \perp (ABCD)$ nên

$$60^\circ = (\widehat{AA', (ABCD)}) = (\widehat{AA', AO}) = \widehat{A'AO}.$$

Tam giác vuông $A'AO$ có $OA' = OA \cdot \tan \widehat{A'AO} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra thể tích khối hộp $V = S_{ABCD} \cdot OA' = \frac{3a^3}{4}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V &= V_{O.ABC'D'} + V_{AA'D'.BB'C'} + V_{C'.BOC} + V_{D'.AOD} + V_{O.CDD'C'} \\ &= V_{O.ABC'D'} + \frac{1}{2}V + \frac{1}{12}V + \frac{1}{12}V + \frac{1}{6}V \Rightarrow V_{O.ABC'D'} = \frac{V}{6} = \frac{a^3}{8}. \end{aligned}$$



Chọn phương án **C**

□

Câu 50 (Thầy: Trương Đức Thịnh). Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $y \leq 2020$ thỏa mãn

$$\log_2 \frac{x+2}{y+1} < 4y^4 + 8y^3 - (x^2 + 4x)y^2 + 1$$

A. 2019.2020.

B. 2020.2021.

C. 2019².

D. 2020².

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 \frac{x+2}{y+1} &< 4y^4 + 8y^3 - (x^2 + 4x)y^2 + 1 \\ \Leftrightarrow \log_2 \frac{x+2}{y+1} &< 4y^4 + 8y^3 + 4y^2 - (x^2y^2 + 4xy^2 + 4y^2) \\ \Leftrightarrow \log_2 \frac{xy+2y}{2y+2} &< (2y^2 + 2y) - (xy+y)^2 \\ \Leftrightarrow \log_2 (xy+2y) + (xy+2y)^2 &< \log_2 (2y^2 + 2y) + (2y^2 + 2y)^2 \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2(t) + t^2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Bất phương trình có dạng: $f(xy + 2y) < f(2y^2 + 2y) \Leftrightarrow xy + 2y < 2y^2 + 2y \Leftrightarrow x < 2y$.

Do $(x; y)$ và $y \leq 2020$ nên

- Với $y = 1 \Rightarrow x < 2 \Rightarrow x = 1$.
- Với $y = 2 \Rightarrow x < 4 \Rightarrow x \in \{1; 2; 3\}$
- Với $y = 3 \Rightarrow x < 6 \Rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$
.....
- Với $y = 2020 \Rightarrow x < 4040 \Rightarrow x \in \{1; 2; 3; \dots 4039\}$

Vậy số cặp nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn là $1 + 3 + 4 + \dots + 4039 = 2020^2$.

Chọn phương án **D**

□

—————HẾT—————

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. D	3. D	4. B	5. B	6. B	7. D	8. D	9. D	10. A
11. C	12. A	13. D	14. D	15. D	16. C	17. A	18. C	19. A	20. A
21. C	22. B	23. C	24. A	25. B	26. A	27. C	28. D	29. B	30. A
31. C	32. B	33. A	34. A	35. C	36. A	37. D	38. C	39. A	40. B
41. B	42. D	43. A	44. C	45. A	46. B	47. B	48. D	49. C	50. D

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ 20 học sinh lớp 11A?

- A. 1860480 cách. B. 120 cách.
C. 15504 cách. D. 100 cách.

Câu 2. Cho dãy (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 2$ và $u_9 = 26$. Tìm u_5 .

- A. 15. B. 13. C. 12. D. 14.

Câu 3. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $7^{x^2-5x+9} = 343$. Tính $x_1 + x_2$.

- A. $x_1 + x_2 = 4$. B. $x_1 + x_2 = 6$.
C. $x_1 + x_2 = 5$. D. $x_1 + x_2 = 3$.

Câu 4. Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 27. B. 9. C. 6. D. 4.

Câu 5. Trong các hàm số sau, hàm số nào có cùng tập xác định với hàm số $y = x^{\frac{1}{5}}$?

- A. $y = x^\pi$. B. $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$.
C. $y = \sqrt{x}$. D. $y = \sqrt[3]{x}$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \cos x$ là

- A. $2x - \sin x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + \sin x + C$.
C. $\frac{1}{3}x^3 - \sin x + C$. D. $x^3 + \sin x + C$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy bằng r , chiều cao h . Thể tích V của khối nón là

- A. $V = \frac{1}{3}r^2h$. B. $V = r^2h$.
C. $V = \pi r^2h$. D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 9. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Tính bán kính r của mặt cầu.

- A. $r = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.
C. $r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $r = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y		1		$+\infty$	
	0		-3		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$.
C. $(0; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Câu 11. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\ln \frac{a^4 e}{b}$ bằng

- A. $4 \ln a - \ln b + 1$. B. $4 \ln b - \ln a + 1$.
C. $4 \ln a + \ln b - 1$. D. $4 \ln a + \ln b + 1$.

Câu 12. Khối trụ tròn xoay có đường kính bằng $2a$, chiều cao $h = 2a$ có thể tích là

- A. $V = 2\pi a^2$. B. $V = 2\pi a^3$.
C. $V = 2\pi a^2 h$. D. $V = \pi a^3$.

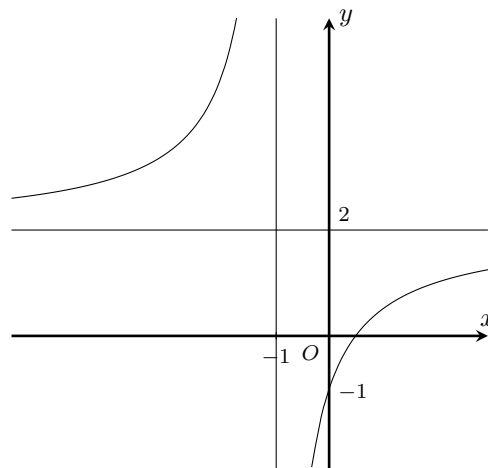
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho

- A. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$. B. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.
C. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$. D. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.
C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 15. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$?

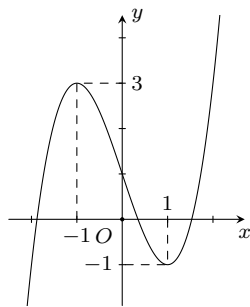
- A. $y = 2$. B. $y = \frac{1}{2}$. C. $y = 4$. D. $y = -2$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

- A. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$. B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.
C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 17.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là



- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 18. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng

- A. 9. B. 3. C. 6. D. 81.

Câu 19. Tìm phần ảo của số phức $z = 8 - 12i$.

- A. -12. B. 18. C. 12. D. -12i.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

- A. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$. B. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$.
C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$. D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Câu 21. Cho số phức $z = 6 + 17i$. Điểm biểu diễn cho số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A. $M(-6; -17)$. B. $M(-17; -6)$.
C. $M(17; 6)$. D. $M(6; 17)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

- A. $M_3(3; 0; 0)$. B. $M_4(0; 2; 0)$.
C. $M_1(0; 0; -1)$. D. $M_2(3; 2; 0)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$.
B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$.
D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 5 = 0$ nhận vec-tơ nào trong các vec-tơ sau làm vec-tơ pháp tuyến?

- A. $\vec{n}(1; 2; -5)$. B. $\vec{n}(0; 1; 2)$.
C. $\vec{n}(1; 2; 0)$. D. $\vec{n}(1; 2; 5)$.

Câu 25. Trong không gian $(Oxyz)$, cho đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 5t \end{cases}$$

Δ ?

- A. $N(0; 3; 5)$. B. $M(-3; 2; 5)$.
C. $(P(3; 1; 5))$. D. $Q(6; -1; 5)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $SA = AB = a$. Góc giữa SA và CD là

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
y'		-	0	+	

Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{18 - x^2}$ là:

- A. 0. B. 6. C. $-3\sqrt{2}$. D. -6.

Câu 29. Cho $0 < b < a < 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_b a < \log_a b$. B. $\log_b a < 0$.
C. $\log_b a > \log_a b$. D. $\log_a b < 1$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 |x^2 - 4|$ với đường thẳng $y = 3$ là

- A. 8. B. 2. C. 4. D. 6.

Câu 31. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(x - 4) + 1 > 0$.

- A. $\left[\frac{13}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right)$.
C. $(4; +\infty)$. D. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Câu 32. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh bằng 1 quanh AB .

- A. $\frac{3\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{8}$. D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì

- A. $I = \int_1^2 (t^2 - 2t) dt$. B. $I = \int_1^2 (2t^2 - t) dt$.
C. $I = \int_1^2 (2t^2 + 2t) dt$. D. $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt$.

Câu 34. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

- A. $V = \pi \int_1^4 x dx$. B. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.
C. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$. D. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 4 - 3i$. Khi đó $z_1 \cdot z_2$ có phần ảo bằng

- A. 11. B. 2. C. -11. D. -2.

Câu 36. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình: $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $2\sqrt{5}$. B. 10. C. 3. D. 6.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là

- A. $x - y + 2z = 0$. B. $x - 2y - 2 = 0$.
C. $x + y + 2z = 0$. D. $x - y - 2z = 0$.

Câu 38. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$.

- A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{-3}$.
 B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-3}$.
 C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$.
 D. $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 39. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Tính xác suất P để các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau.

- A. $P = \frac{1}{1260}$.
 B. $P = \frac{1}{126}$.
 C. $P = \frac{1}{28}$.
 D. $P = \frac{1}{252}$.

Câu 40. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OC = 2a, OA = OB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC .

- A. $\frac{2a}{3}$.
 B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.
 C. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.
 D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến $\mathbb{R}$?

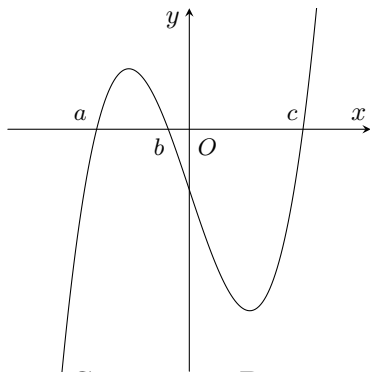
- A. 6.
 B. 4.
 C. 7.
 D. 5.

Câu 42. Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} (\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 63%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

- A. 3874.
 B. 3833.
 C. 3834.
 D. 3843.

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$, biết rằng đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(a) > 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?



- A. 4.
 B. 2.
 C. 3.
 D. 1.

Câu 44. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a, AC = 5a$. Thể tích V của khối trụ là

- A. $V = 16\pi a^3$.
 B. $V = 4\pi a^3$.
 C. $V = 12\pi a^3$.
 D. $V = 8\pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 0$. Biết $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{9}{2}$ và

$$\int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}. \text{ Tích phân } \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng.}$$

$$\int_a^b f(x) dx.$$

- A. $\frac{6}{\pi}$.
 B. $\frac{2}{\pi}$.
 C. $\frac{4}{\pi}$.
 D. $\frac{1}{\pi}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$
f	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Phương trình $f(4x - x^2) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 2.
 B. 6.
 C. 4.
 D. 0.

Câu 47. Cho các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8 \log_{\frac{2}{a}} a - 1$.

- A. $A = 6$.
 B. $3\sqrt[3]{2}$.
 C. 8.
 D. 7.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Số phần tử của tập S là

- A. 0.
 B. 3.
 C. 2.
 D. 1.

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Mặt phẳng (MDC') chia khối hộp chữ nhật thành hai khối đa diện, một khối chứa đỉnh C và một khối chứa đỉnh A' . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện chứa C và A' . Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{24}$.
 B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$.
 C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{12}$.
 D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{24}$.

Câu 50. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\ln \left(\frac{1-2x}{x+y} \right) = 3x + y - 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$

$$\text{của } P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}} + 1$$

- A. $P_{\min} = 8$.
 B. $P_{\min} = 16$.
 C. $P_{\min} = 9$.
 D. $P_{\min} = 2$.

HẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. C	2. D	3. C	4. A	5. A	6. B	7. D	8. D	9. A	10. A
11. A	12. B	13. B	14. A	15. D	16. C	17. A	18. B	19. A	20. C
21. D	22. C	23. C	24. C	25. A	26. A	27. A	28. C	29. A	30. D
31. D	32. B	33. D	34. A	35. D	36. A	37. A	38. D	39. B	40. B
41. C	42. B	43. B	44. C	45. A	46. C	47. D	48. D	49. B	50. A

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ 20 học sinh lớp 11A?

- A. 1860480 cách. B. 120 cách.
C. 15504 cách. D. 100 cách.

Lời giải.

Số cách chọn 5 học sinh từ 20 học sinh lớp 11A là $C_{20}^5 = 15504$ cách.

Chọn phương án **C** □

Câu 2. Cho dãy (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 2$ và $u_9 = 26$. Tìm u_5 .

- A. 15. B. 13. C. 12. D. 14.

Lời giải.

Ta có $u_1 + u_9 = u_1 + u_1 + 8d = 2u_1 + 8d = 2(u_1 + 4d) = 2u_5$.

Do đó $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2} = \frac{2 + 26}{2} = 14$.

Chọn phương án **D** □

Câu 3. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $7^{x^2-5x+9} = 343$. Tính $x_1 + x_2$.

- A. $x_1 + x_2 = 4$. B. $x_1 + x_2 = 6$.
C. $x_1 + x_2 = 5$. D. $x_1 + x_2 = 3$.

Lời giải.

Ta có $7^{x^2-5x+9} = 343 \Leftrightarrow 7^{x^2-5x+9} = 7^3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 9 = 3$
 $3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3. \end{cases}$

Do đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5$.

Chọn phương án **C** □

Câu 4. Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 27. B. 9. C. 6. D. 4.

Lời giải.

$V' = (3a)^3 = 3^3 \cdot a^3 = 27V$.

Chọn phương án **A** □

Câu 5. Trong các hàm số sau, hàm số nào có cùng tập xác định với hàm số $y = x^{\frac{1}{5}}$?

- A. $y = x^\pi$. B. $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$.
C. $y = \sqrt{x}$. D. $y = \sqrt[3]{x}$.

Lời giải.

Ta có tập xác định hàm số $y = x^{\frac{1}{5}}$ là $(0; +\infty)$.

- Hàm số $y = x^\pi$ cũng có tập xác định là $(0; +\infty)$.
- Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Hàm số $y = \sqrt{x}$ có tập xác định là $[0; +\infty)$.
- Hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Chọn phương án **A** □

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \cos x$ là

- A. $2x - \sin x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + \sin x + C$.
C. $\frac{1}{3}x^3 - \sin x + C$. D. $x^3 + \sin x + C$.

Lời giải.

Ta có: $\int (x^2 + \cos x) dx = \frac{1}{3}x^3 + \sin x + C$.

Chọn phương án **B** □

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

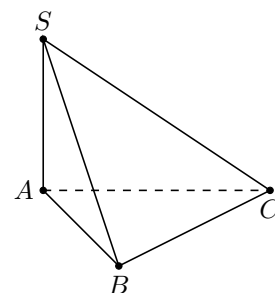
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}.$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn phương án **D** □

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy bằng r , chiều cao h . Thể tích V của khối nón là

- A. $V = \frac{1}{3}r^2h$. B. $V = r^2h$.
C. $V = \pi r^2h$. D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Chọn phương án **D** □

Câu 9. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Tính bán kính r của mặt cầu.

- A. $r = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.
C. $r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $r = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu đã cho là $4\pi r^2 = \frac{8\pi a^2}{3}$. Suy ra $r = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chọn phương án **A** □

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y		1		$+\infty$	
	0		-3		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$.
C. $(0; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 11. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\ln \frac{a^4 e}{b}$ bằng

- A. $4 \ln a - \ln b + 1$. B. $4 \ln b - \ln a + 1$.
C. $4 \ln a + \ln b - 1$. D. $4 \ln a + \ln b + 1$.

Lời giải.

Ta có: $\ln \frac{a^4 e}{b} = \ln a^4 + \ln e - \ln b = 4 \ln a + 1 - \ln b = 4 \ln a - \ln b + 1$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 12. Khối trụ tròn xoay có đường kính bằng $2a$, chiều cao $h = 2a$ có thể tích là

- A. $V = 2\pi a^2$. B. $V = 2\pi a^3$.
C. $V = 2\pi a^2 h$. D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Khối trụ tròn xoay có bán kính bằng $\frac{2a}{2} = a$ nên có thể tích là $V = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Chọn phương án **(B)**

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho

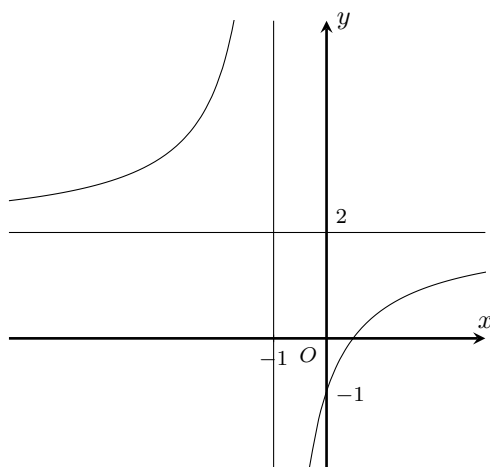
- A. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$. B. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.
C. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$. D. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Chọn phương án **(B)**

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.
C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có đường tiệm đứng là $x = -1$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1)$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 15. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$?

- A. $y = 2$. B. $y = \frac{1}{2}$. C. $y = 4$. D. $y = -2$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$ nên đường thẳng $y = -2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn phương án **(D)**

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

- A. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$. B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.
C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

ĐK: $x > -\frac{1}{3}$

$$\log_2(3x+1) < 2 \Leftrightarrow 3x+1 < 4 \Leftrightarrow x < 1.$$

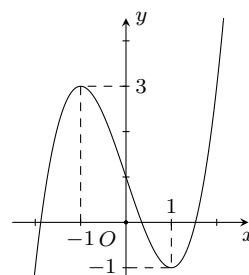
Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $-\frac{1}{3} < x < 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Chọn phương án **(C)**

Câu 17.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là



- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

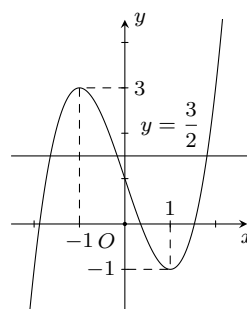
Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$ (*).

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Dựa vào hình vẽ, hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Chọn phương án **(A)**



Câu 18. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c

bằng

- A. 9. B. 3. C. 6. D. 81.

Lời giải.

$$\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln |2x-1| \Big|_1^5 = \ln 3.$$

Vậy $c = 3$.

Chọn phương án **(B)**

Câu 19. Tìm phần ảo của số phức $z = 8 - 12i$.

- A. -12 . B. 18 . C. 12 . D. $-12i$.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 8 - 12i$ là -12 .

Chọn phương án **A** ☐

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

- A. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$. B. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$.
C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$. D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_2 \cdot \overline{z_1}}{z_1 \cdot \overline{z_1}} = \frac{(3-i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{1-7i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

Chọn phương án **C** ☐

Câu 21. Cho số phức $z = 6 + 17i$. Điểm biểu diễn cho số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A. $M(-6; -17)$. B. $M(-17; -6)$.
C. $M(17; 6)$. D. $M(6; 17)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn cho số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là $M(6; 17)$.

Chọn phương án **D** ☐

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

- A. $M_3(3; 0; 0)$. B. $M_4(0; 2; 0)$.
C. $M_1(0; 0; -1)$. D. $M_2(3; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -1)$ lên trục Oz là điểm $M_1(0; 0; -1)$.

Chọn phương án **C** ☐

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$.
B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$.
D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$.

Lời giải.

Điều kiện để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu là $R = a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Dựa vào bốn đáp án ta có đáp án C là $a = 1, b = -2, c = 2, d = 10 \Rightarrow R = -1 < 0$.

Chọn phương án **C** ☐

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 5 = 0$ nhận vec-tơ nào trong các vec-tơ sau làm vec-tơ pháp tuyến?

- A. $\vec{n}(1; 2; -5)$. B. $\vec{n}(0; 1; 2)$.
C. $\vec{n}(1; 2; 0)$. D. $\vec{n}(1; 2; 5)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}(1; 2; 0)$ làm vec-tơ pháp tuyến.

Chọn phương án **C** ☐

Câu 25. Trong không gian $(Oxyz)$, cho đường thẳng

$\Delta: \begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 5t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

- A. $N(0; 3; 5)$. B. $M(-3; 2; 5)$.

C. $(P(3; 1; 5))$.

D. $Q(6; -1; 5)$.

Lời giải.

Thế tọa độ của điểm $N(0; 3; 5)$ vào phương trình tham số của đường thẳng Δ ta được $\begin{cases} 0 = 3 - 3t \\ 3 = 1 + 2t \\ 5 = 5t \end{cases}$. Ta thấy $t = 1$

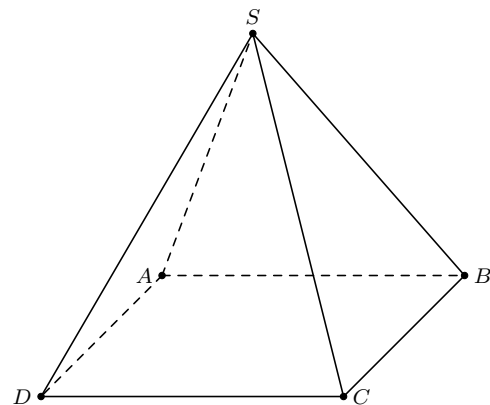
thỏa mãn hệ phương trình. Vậy điểm $N(0; 3; 5)$ thuộc đường thẳng Δ .

Chọn phương án **A** ☐

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $SA = AB = a$. Góc giữa SA và CD là

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải.



Vì $AB \parallel CD$ nên góc giữa SA và CD bằng góc giữa SA và AB .

Vì $SA = AB$ nên tam giác SAB đều, vậy góc giữa chúng bằng 60° .

Chọn phương án **A** ☐

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua x_1, x_2, x_3 thuộc tập xác định của hàm số $f(x)$ nên hàm số $f(x)$ có 3 cực trị.

Chọn phương án **A** ☐

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{18 - x^2}$ là:

- A. 0. B. 6. C. $-3\sqrt{2}$. D. -6 .

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$.

Ta có: $y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{18 - x^2}}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Ta có: $y(3) = 6; y(3\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}; y(-3\sqrt{2}) = -3\sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là $-\sqrt{2}$.

Chọn phương án **C** ☐

Câu 29. Cho $0 < b < a < 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_b a < \log_a b$. B. $\log_b a < 0$.
C. $\log_b a > \log_a b$. D. $\log_a b < 1$.

Lời giải.

Vì $0 < b < a < 1$ nên $\log_a b > \log_a a = 1$. Do đó $\log_b a = \frac{1}{\log_a b} < 1 < \log_a b$.

Chọn phương án **(A)** ☐

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 4|$ với đường thẳng $y = 3$ là

- A. 8. B. 2. C. 4. D. 6.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2|x^2 - 4| = 3$ (1)

nếu $x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2 \cup 2 \leq x$.

Phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) = 3 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x^2 = 2 + \sqrt{7} \\ x^2 = 2 - \sqrt{7} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2 + \sqrt{7}}.$$

nếu $x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) = -3 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x^2 = 3 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có 6 nghiệm.

Chọn phương án **(D)** ☐

Câu 31. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x - 4) + 1 > 0$.

- A. $\left[\frac{13}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right)$.
C. $(4; +\infty)$. D. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{2}{5}}(x - 4) + 1 > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{2}{5}}(x - 4) > -1 \Leftrightarrow 0 < x - 4 < \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \Leftrightarrow 4 < x < \frac{13}{2}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Chọn phương án **(D)** ☐

Câu 32. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh bằng 1 quanh AB .

- A. $\frac{3\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{8}$. D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Khi quay tam giác đều ABC quanh cạnh AB ta thu được hai khối nón bằng nhau.

Do đó, ta có $V = 2V_{\text{nón}} = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi \cdot \left(\frac{1\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$ (đvtt).

(bán kính $r = h_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, đường cao $h = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$).

Chọn phương án **(B)** ☐

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}} dx$. Nếu đặt

$t = \sqrt{x+1}$ thì

- A. $I = \int_1^2 (t^2 - 2t) dt$. B. $I = \int_1^2 (2t^2 - t) dt$.
C. $I = \int_1^2 (2t^2 + 2t) dt$. D. $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt$.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Leftrightarrow x = t^2 - 1, dx = 2t dt$.

Đổi cận: Khi $x = 0$ thì $t = 1$; khi $x = 3$ thì $t = 2$.

$$I = \int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}} dx = \int_1^2 \frac{t^2 - 1}{1 + t} 2t dt = \int_1^2 2t(t - 1) dt =$$

$$\int_1^2 (2t^2 - 2t) dt.$$

Chọn phương án **(D)** ☐

Câu 34. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

- A. $V = \pi \int_1^4 x dx$. B. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.
C. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$. D. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$.

Lời giải.

Thể tích là $V = \pi \int_1^4 x dx$.

Chọn phương án **(A)** ☐

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = 4 - 3i$. Khi đó $z_1 \cdot z_2$ có phần ảo bằng

- A. 11. B. 2. C. -11. D. -2.

Lời giải.

$z_1 \cdot z_2 = (2 + i)(4 - 3i) = 11 - 2i$.

Vậy số phức $z_1 \cdot z_2$ có phần ảo bằng -2.

Chọn phương án **(D)** ☐

Câu 36. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình: $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $2\sqrt{5}$. B. 10. C. 3. D. 6.

Lời giải.

Ta có: $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i \end{cases}$

Khi đó $P = |z_1| + |z_2| = \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$.

Chọn phương án **(A)** ☐

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là

- A. $x - y + 2z = 0$. B. $x - 2y - 2z = 0$.
C. $x + y + 2z = 0$. D. $x - y - 2z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến cùng phương với véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d , suy ra $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$1(x - 2) - 1(y - 0) + 2(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0.$$

Chọn phương án **(A)** ☐

Câu 38. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$.

- A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{-3}$.
B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-3}$.
C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$.
D. $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

Lời giải.

d đi qua $A(1; 2; -1)$ và nhận véc-tơ pháp tuyến của (P) làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

Chọn phương án (D)

Câu 39. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Tính xác suất P để các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau.

- A. $P = \frac{1}{1260}$. B. $P = \frac{1}{126}$.
C. $P = \frac{1}{28}$. D. $P = \frac{1}{252}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi E là biến cố các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau.

Ta có các bước sắp xếp như sau:

- Xếp 5 học sinh lớp 12C ngồi vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau. Số cách sắp xếp là $5!$.
- Xếp 3 học sinh lớp 12B vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau và sát nhóm của học sinh 12C. Số cách sắp xếp là $3! \times 2$.
- Xếp 2 học sinh lớp 12A vào hai vị trí còn lại của bàn. Số cách sắp xếp là $2!$.

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là $n(E) = 5! \times 3! \times 2 \times 2!$.

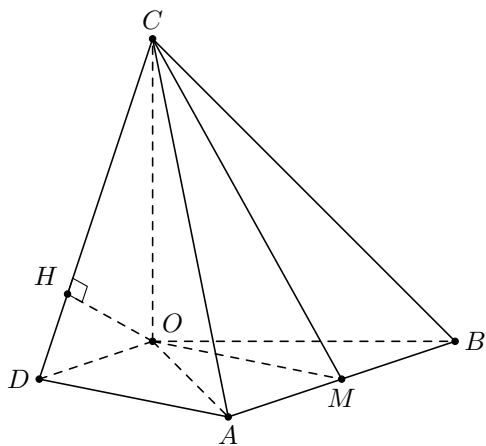
Xác suất của biến cố E là $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{126}$.

Chọn phương án (B)

Câu 40. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OC = 2a, OA = OB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC .

- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.



Dựng hình bình hành $AMOD$, $OM \perp AM$ nên hình bình hành $AMOD$ là hình chữ nhật. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng CD . Ta có

$$\begin{cases} AD \perp DO \\ AD \perp CO \end{cases} \Rightarrow AD \perp OH \Rightarrow OH \perp (ACD). \quad (1)$$

$$OM \parallel (ACD) \Rightarrow d(OM, AC) = d(O, (ACD)). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$d(OM, AC) = OH = \frac{OC \cdot OD}{\sqrt{OC^2 + OD^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$

Chọn phương án (B)

□

Câu 41. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến $\mathbb{R}$?

- A. 6. B. 4. C. 7. D. 5.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3m^2 - 2mx + 4m + 9$.

Do phương trình $y' = 0$ có hữu hạn nghiệm nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 12m + 27 \leq 0 \text{ (do } a = -3 < 0)$$

$$\Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-9; -8; -7; -5; -4; -3\}$.

Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn phương án (C)

□

Câu 42. Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} (\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 63%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

- A. 3874. B. 3833. C. 3834. D. 3843.

Lời giải.

$$\text{Theo bài ta có } 65 = 100 \cdot (0.5)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow 0.65 = (0.5)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow \frac{3754}{A} = \log_{0.5} 0.65 \Leftrightarrow A = \frac{3754}{\log_{0.5} 0.65}.$$

Do mẫu gỗ còn 63% lượng Cacbon 14 nên ta có:

$$63 = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow 0.63 = (0.5)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow \frac{t}{A} = \log_{0.5} 0.63 \Leftrightarrow t = A \cdot \log_{0.5} 0.63$$

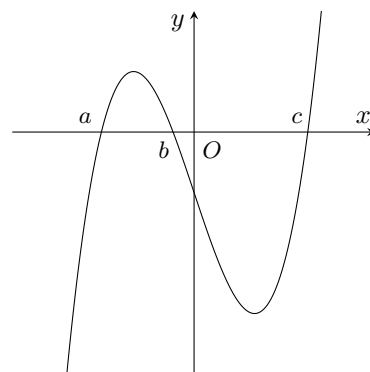
$$A \cdot \log_{0.5} 0.63 = \frac{3754}{\log_{0.5} 0.65} \cdot \log_{0.5} 0.63 \approx 3833.$$

Chọn phương án (B)

□

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$, biết rằng đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(a) > 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?



- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị của hàm số $f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$			$f(b)$			
		$f(a)$		$f(c)$		

□ Vì $f(a) > 0$ nên ta xét các trường hợp sau:

- Nếu $f(c) > 0$ thì toàn bộ đồ thị hàm số nằm ở phía trên trục hoành, do đó đồ thị hàm số không cắt trục hoành.
- Nếu $f(c) = 0$ thì đồ thị hàm số và trục hoành có một điểm chung duy nhất.
- Nếu $f(c) < 0$ thì đồ thị hàm số và trục hoành có hai điểm chung.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành nhiều nhất tại hai điểm.

Chọn phương án **(B)** $\square$

Câu 44. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích V của khối trụ là

A. $V = 16\pi a^3$.

B. $V = 4\pi a^3$.

C. $V = 12\pi a^3$.

D. $V = 8\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có $\frac{BC}{\sqrt{AC^2 - AB^2}} =$

$\sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a$.

Bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = 2a$,

chiều cao $BC = 3a$.

Vậy $V = h\pi r^2 = 3a \cdot 4a^2 = 12\pi a^3$.

Chọn phương án **(C)** $\square$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 0$. Biết $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{9}{2}$ và

$\int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng.

$\int_a^b f(x) dx$.

A. $\frac{6}{\pi}$.

B. $\frac{2}{\pi}$.

C. $\frac{4}{\pi}$.

D. $\frac{1}{\pi}$.

Lời giải.

- Sử dụng phương pháp từng phần đối với tích phân

$\int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}$.

- Xét $\int_0^1 \left[f(x) + k \sin \frac{\pi x}{2} \right]^2 dx = 0$, tìm k , từ đó suy ra $f(x) = -k \sin \frac{\pi x}{2}$.

$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 -k \sin \frac{\pi x}{2} dx$.

Đặt $\begin{cases} u = \cos \frac{\pi x}{2} \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi x}{2} dx \\ v = f(x) \end{cases}$.

$\Rightarrow \int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \cos \frac{\pi x}{2} f(x) \Big|_0^1 + \frac{\pi}{2} \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi x}{2} dx =$

$f(1) \cdot \cos \frac{\pi}{2} - f(0) \cdot \cos 0 + \frac{\pi}{2} \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi x}{2} dx =$

$\frac{\pi}{2} \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}$

$\Rightarrow \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3}{2}$.

Xét tích phân

$\int_0^1 \left[f(x) + k \sin \frac{\pi x}{2} \right]^2 dx = 0$

$\Leftrightarrow \int_0^1 \left[f^2(x) + 2kf(x) \sin \frac{\pi x}{2} + k^2 \sin^2 \frac{\pi x}{2} \right] dx = 0$

$\Leftrightarrow \int_0^1 f^2(x) dx + 2k \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi x}{2} dx$

$+ k^2 \int_0^1 \sin^2 \frac{\pi x}{2} dx = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{2} + 2k \frac{3}{2} + \frac{1}{2} k^2 = 0 \Leftrightarrow k = -3$.

Khi đó ta có

$\int_0^1 \left[f(x) - 3 \sin \frac{\pi x}{2} \right]^2 dx = 0$

$\Leftrightarrow f(x) - 3 \sin \frac{\pi x}{2} = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3 \sin \frac{\pi x}{2}$.

Vậy $\int_0^1 f(x) dx = 3 \int_0^1 \sin \frac{\pi x}{2} dx = -3 \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{\frac{\pi}{2}} \Big|_0^1 =$

$-\frac{6}{\pi} \cos \frac{\pi}{2} \Big|_0^1 = -\frac{6}{\pi} (\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0) = \frac{6}{\pi}$.

Chọn phương án **(A)** $\square$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
f'	-	0	+	0	-
f	$+\infty$		3		$-\infty$

Phương trình $f(4x - x^2) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 2.

B. 6.

C. 4.

D. 0.

Lời giải.

Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$
f	$+\infty$		3		$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = 2$ có ba nghiệm thực phân biệt x_1, x_2, x_3 với $x_1 < 0 < x_2 < 4 < x_3$.

Do đó $f(4x - x^2) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(4x - x^2) =$

$4x - x^2 = x_1 \quad (1)$

$2 \begin{cases} 4x - x^2 = x_2 \quad (2) \\ 4x - x^2 = x_3 \quad (3) \end{cases}$ với $x_1 < 0 < x_2 < 4 < x_3$.

Xét hàm số $g(x) = 4x - x^2$. Có $g'(x) = 4 - 2x, g(x) = 0 \Leftrightarrow$

$$x = 2.$$

Bảng biến thiên của $g(x)$:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
g'	+	0	-
g	$-\infty$	4	$-\infty$

Từ bảng biến thiên của $g(x)$ suy ra phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt, phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt (không trùng với hai nghiệm của (1) do $x_1 < x_2$) và phương trình (3) vô nghiệm. Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt.

Chọn phương án **C**

Câu 47. Cho các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8 \log_a^2 a - 1$.

- A. $A = 6$. B. $3\sqrt[3]{2}$. C. 8. D. 7.

Lời giải.

Ta có: $(3b-2)^2 \geq 2 \Leftrightarrow \frac{4(3b-1)}{9} \leq b^2$. Khi đó:

$$\begin{aligned} P &\geq \log_a b^2 + 8 \log_a^2 a - 1 = 2 \log_a b + 8 \log_a^2 a - 1 \\ &= \log_a b + \log_a b + 8 \log_a^2 a - 1 = (\log_a b - 1) + (\log_a b - 1) + 8 \cdot \left(\frac{1}{\log_a b - 1}\right)^2 + 1 \geq \\ &3 \sqrt[3]{(\log_a b - 1) \cdot (\log_a b - 1) \cdot 8 \cdot \left(\frac{1}{\log_a b - 1}\right)^2} + 1 = 7. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}; b = \frac{2}{3}$ và $\min(P) = 7$.

Chọn phương án **D**

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số phần tử của tập S là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$.

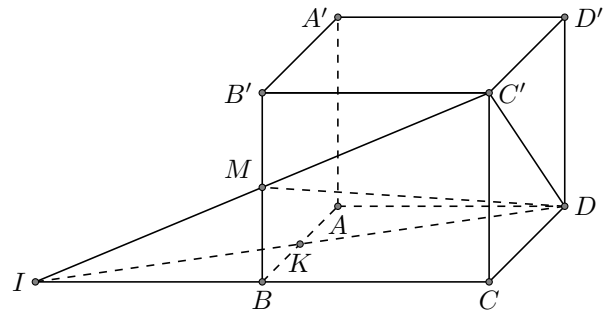
$$\begin{aligned} \text{Ta có } M &\geq f(-2) = |2m + 23|, M \geq f(1) = |2m - 4| \\ \Rightarrow 2M &\geq |2m + 23| + |2m - 4| \geq |2m + 23 - 2m + 4| = 27 \Rightarrow \\ M &\geq \frac{27}{2}. \text{ Khi } M = \frac{27}{2} \Rightarrow |2m + 23| = |2m - 4| \Leftrightarrow m = -\frac{19}{4}. \\ \text{Với } m = -\frac{19}{4}, \max_{[-2; 3]} f(x) &= \max\{f(-2); f(1); f(3)\} = \frac{27}{2}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **D**

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Mặt phẳng (MDC') chia khối hộp chữ nhật thành hai khối đa diện, một khối chứa đỉnh C và một khối chứa đỉnh A' . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện chứa C và A' . Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{24}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$.
C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{12}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{24}$.

Lời giải.



Gọi $I = BC \cap C'M \Rightarrow DI \cap AB = K$.

Khi đó ta có $V_1 = V_{ICDC'} - V_{IBKM}$ trong đó

$$V_{ICDC'} = \frac{1}{3} IC \cdot \frac{1}{2} CD \cdot CC' = \frac{1}{3} V;$$

$$\text{Mặt khác } \frac{V_{IBKM}}{V_{ICDC'}} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} V - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} V = \frac{7}{24} V$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{17}{24} V$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}.$$

Chọn phương án **B**

Câu 50. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$

của $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}} + 1$

- A. $P_{\min} = 8$. B. $P_{\min} = 16$.
C. $P_{\min} = 9$. D. $P_{\min} = 2$.

Lời giải.

$$\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1 \text{ xác định } \Leftrightarrow \frac{1-2x}{x+y} > 0.$$

Do $x, y > 0$ nên $1 - 2x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}$

$$\text{Khi đó: } \ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1$$

$$\Leftrightarrow \ln(1-2x) - \ln(x+y) = (x+y) - (1-2x)$$

$$\Leftrightarrow \ln(1-2x) + (1-2x) = \ln(x+y) + (x+y)$$

Xét hàm số $f(t) = \ln t + t$ với $t > 0$

Hàm số $f(t)$ xác định và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$

$f'(t) = \frac{1}{t} + 1 > 0; \forall t > 0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$\Rightarrow f(1-2x) = f(x+y)$$

$$\Leftrightarrow 1-2x = x+y \Leftrightarrow y = 1-3x > 0$$

Do đó: $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x(1-3x)}} + 1 \geq \frac{1}{x} + \frac{2}{1-2x} + 1$ (Dấu bằng xảy ra khi $x = 1-3x \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$)

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{1-2x} + 1; x \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left(0; \frac{1}{3}\right)$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{4}{(1-2x)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{x^2} + \frac{4}{(1-2x)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = (1-2x)^2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$		
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		8		9

Vậy $P_{\min} = 8$ tại $x = \frac{1}{4}$

Chọn phương án A □

————— HẾT —————

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. C	2. D	3. C	4. A	5. A	6. B	7. D	8. D	9. A	10. A
11. A	12. B	13. B	14. A	15. D	16. C	17. A	18. B	19. A	20. C
21. D	22. C	23. C	24. C	25. A	26. A	27. A	28. C	29. A	30. D
31. D	32. B	33. D	34. A	35. D	36. A	37. A	38. D	39. B	40. B
41. C	42. B	43. B	44. C	45. A	46. C	47. D	48. D	49. B	50. A