

HỌC SINH:

LỚP:.....



TOÁN 12



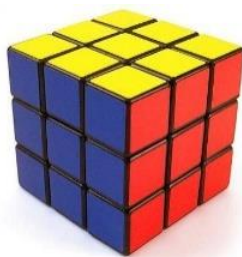
VỞ BÀI HỌC

HÌNH HỌC



HÌNH HỌC 12-CHƯƠNG I
BÀI 1: KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

A. KHỐI ĐỘNG



H1: Rubic này có hình dạng gì?

.....

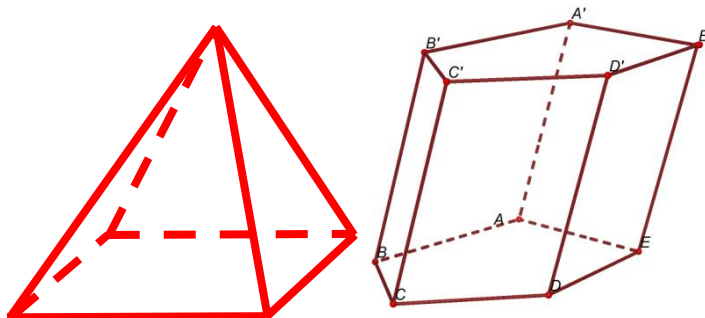
.....

B – HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC:

I.KHỐI LĂNG TRỤ VÀ KHỐI CHÓP

a) Tiếp cận:

H1: Hãy nêu tên các hình sau:

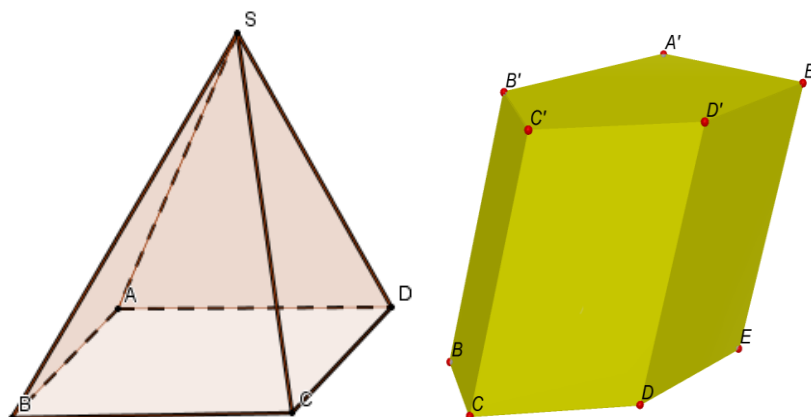


.....

.....

.....

H2: Quan sát và dự đoán tên các hình vẽ sau:



Vậy thế nào là khối lăng trụ? Khối chóp?

b) Hình thành kiến thức :

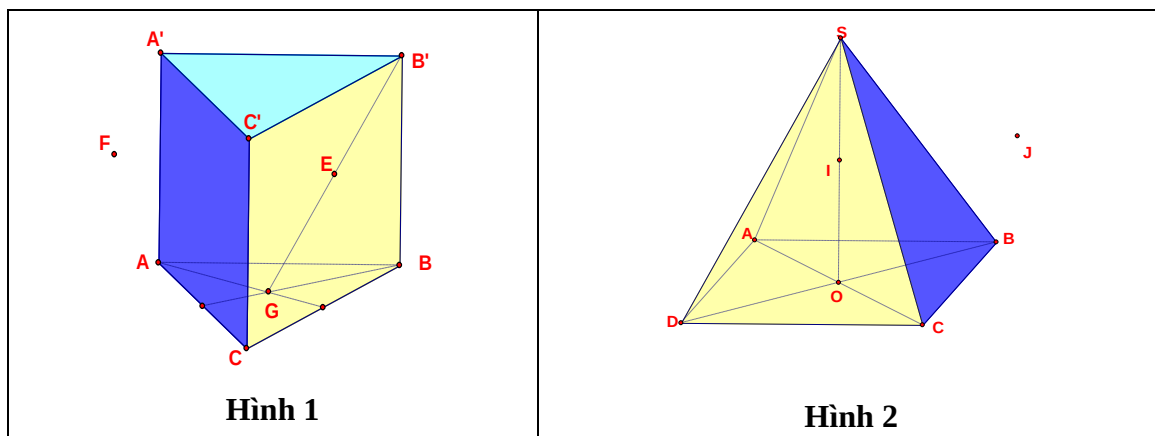
Khối lăng trụ (khối chóp, khối chóp cắt) là phần không gian được giới hạn bởi một hình lăng trụ (hình chóp, hình chóp cắt), kể cả hình lăng trụ (hình chóp, hình chóp cắt) ấy.

Tên của khối lăng trụ hay khối chóp được đặt theo tên của hình lăng trụ hay hình chóp giới hạn nó.

Ta gọi đỉnh, cạnh, mặt bên, mặt đáy, cạnh bên, cạnh đáy,... của một hình lăng trụ (hình chóp, hay hình chóp cắt) theo thứ tự là đỉnh, cạnh, mặt bên, mặt đáy, cạnh bên, cạnh đáy,... của khối lăng trụ (khối chóp, hay khối chóp cắt) tương ứng.

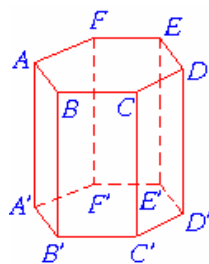
Điểm không thuộc khối lăng trụ được gọi là điểm ngoài của khối lăng trụ, điểm thuộc khối lăng trụ nhưng không thuộc hình lăng trụ ứng với khối lăng trụ đó được gọi là điểm trong của khối lăng trụ. Điểm trong hay điểm ngoài của khối chóp, khối chóp cắt cũng được định nghĩa tương tự.

c) Ví dụ:

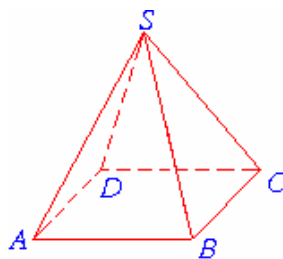


II. KHÁI NIỆM VỀ HÌNH ĐA DIỆN VÀ KHỐI ĐA DIỆN

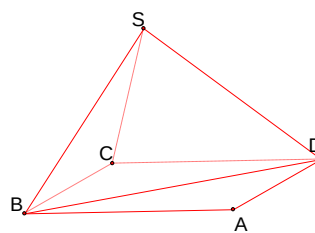
1. Khái niệm về hình đa diện:



(HÌNH 1)



(HÌNH 2)



(HÌNH 3)

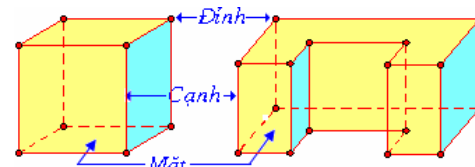
Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

+ Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung nào hoặc chỉ có một đỉnh chung hoặc chỉ có một cạnh chung.

+ Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Lưu ý: -Mỗi đa giác như thế gọi là một mặt của hình đa diện

-Các đỉnh, cạnh của các đa giác ấy cũng là các đỉnh, cạnh của hình đa diện

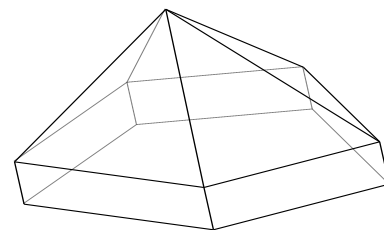


➤ **VD1:**

Câu hỏi 1: Trong các hình 1, 2, 3, hình nào là hình đa diện? vì sao?

Câu hỏi 2: Hình lập phương có bao nhiêu cạnh, bao nhiêu đỉnh?

Hình 4 có bao nhiêu cạnh, bao nhiêu đỉnh?



.....

.....

.....

.....

.....

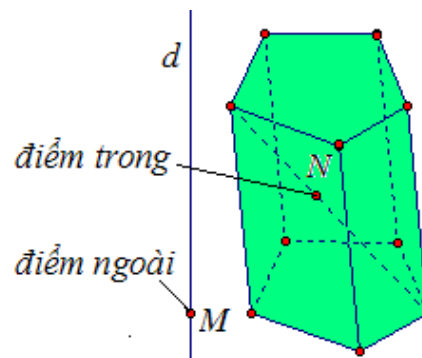
2. Khái niệm về khối đa diện:

Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện

Lưu ý:

-Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện.

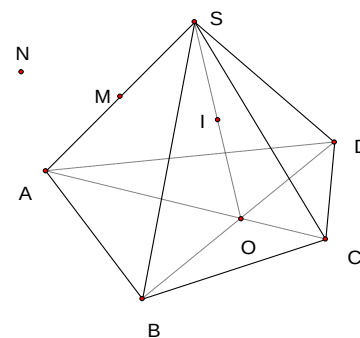
-Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện giới hạn khối đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện.



c) Ví dụ:

➤ **VD3:** Cho khối chóp $S.ABCD$ có O là giao điểm AC và BD ,

I là trung điểm SO , M là trung điểm SA , N đối xứng với I qua M . Hãy chỉ ra trong các điểm O, I, M, N , điểm nào là điểm trong, điểm nào là điểm ngoài của khối chóp $S.ABCD$?



.....

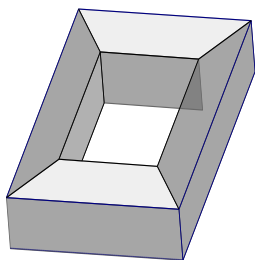
.....

.....

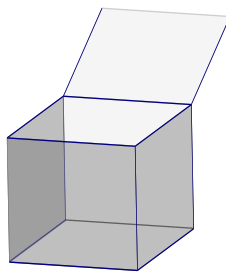
.....

.....

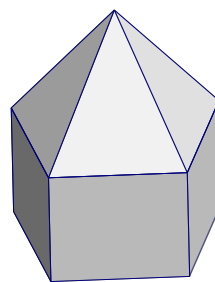
➤ **VD4:** Trong các hình sau, hình nào là khối đa diện?



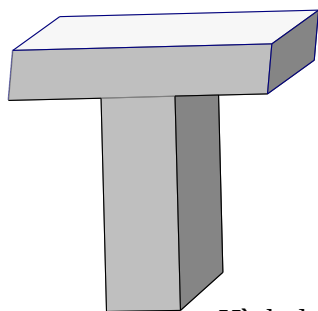
Hình a



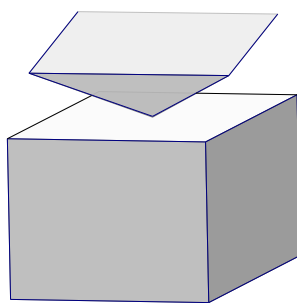
Hình b



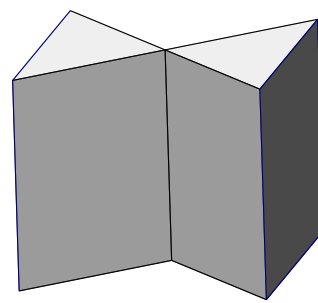
Hình c



Hình d



Hình e



Hình f

➤ **VD5:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Mỗi hình đa diện có ít nhất bốn đỉnh.
- B. Mỗi hình đa diện có ít nhất ba cạnh.
- C. Số đỉnh của một hình đa diện lớn hơn hoặc bằng số cạnh của nó.
- D. Số mặt cầu một hình đa diện lớn hơn hoặc bằng số cạnh của nó.

III. HAI ĐA DIỆN BẰNG NHAU:

1. Phép dời hình trong không gian

Trong không gian, quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M với mỗi điểm M' xác định duy nhất được gọi là phép biến hình trong không gian.

Phép biến hình trong không gian được gọi là phép dời hình nếu nó bảo toàn khoảng cách giữa hai

a) Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$: Trong không gian cho vector $\vec{v}$. Phép biến hình mỗi điểm M thành điểm M'

b) Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) , là phép biến hình biến mỗi điểm thuộc (P) thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc (P) thành điểm M' sao cho (P) là mặt phẳng trung trực của

d) Phép đối xứng qua đường thẳng Δ (hay phép đối xứng qua trục Δ), là phép biến hình biến mỗi điểm thuộc đường thẳng Δ

c) Phép đối xứng tâm O , là phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho O là trung điểm của MM' .

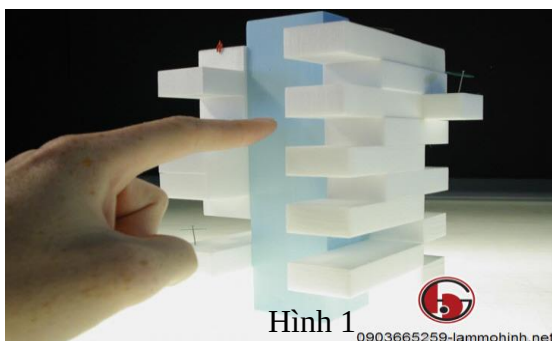
2. Hai hình bằng nhau:

Định nghĩa: Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

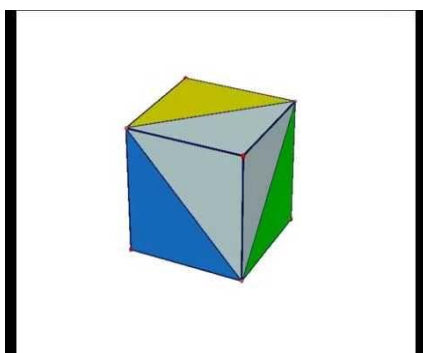
Đặc biệt: Hai đa diện được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến đa diện này thành đa diện kia.

IV/ PHÂN CHIA VÀ LẮP GHÉP KHỐI ĐA DIỆN:

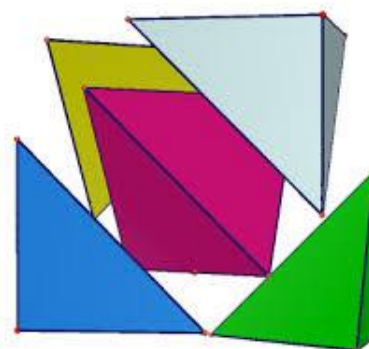
a) **Tiếp cận:** Quan sát các hình sau và trả lời câu hỏi tương ứng.



H: Ta có thể phân chia mô hình trên thành những khối hình hộp hay không?



H: Tìm mối liên hệ giữa hình a và hình b



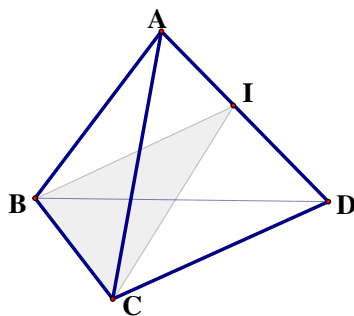
Quan sát các mảnh ghép trong các mô hình trên hãy cho biết chúng có bao nhiêu **điểm trong chung** với nhau?

.....
.....

b) Hình thành kiến thức: Nếu khối đa diện (H) là hợp của hai khối đa diện (H_1) và (H_2) sao cho (H_1) và (H_2) không có chung điểm trong nào thì ta nói có thể chia khối đa diện (H) thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) , hay có thể lắp ghép hai khối đa diện (H_1) và (H_2) thành khối đa diện (H).

c) Ví dụ:

➤ **VD1:** Cho khối tứ diện ABCD. Trên đoạn AD lấy điểm I khác A và D. Mặt phẳng (IBC) chia khối tứ diện đã cho thành những khối tứ diện nào?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

➤ **VD2:** Sử dụng đúng hai mặt phẳng khác nhau để chia khối tứ diện thành bốn khối tứ diện.

.....

.....

.....

C) HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP VÀ VẬN DỤNG:

Bài tập tự luận:

Bài 1. Hãy phân chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành ba khối tứ diện.

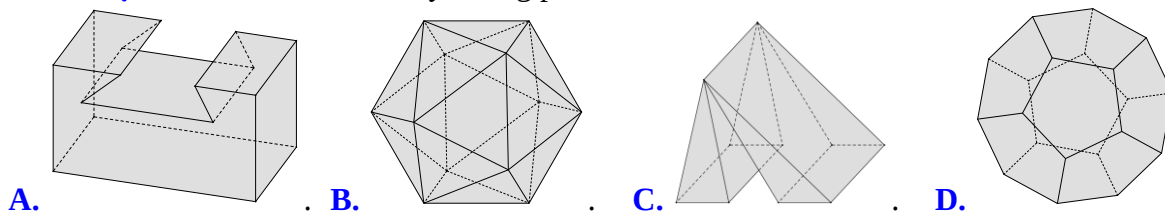
Bài 2. (Bài tập 3/sgk/trang 12) Hãy phân chia một khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ thành năm khối tứ diện

Bài tập trắc nghiệm:

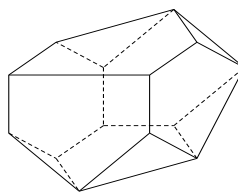
Câu 1: [Mức độ 1] Số các đỉnh hoặc số các mặt bất kì hình đa diện nào cũng:

- A. lớn hơn 4. B. lớn hơn hoặc bằng 5.
C. lớn hơn 5. D. lớn hơn hoặc bằng 4.

Câu 2: [Mức độ 1] Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?



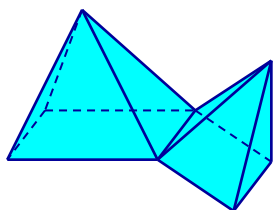
Câu 3: [Mức độ 1] Hình đa diện bên có bao nhiêu cạnh?



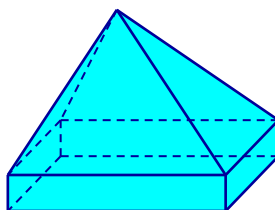
- A. 21. B. 22. C. 23. D. 24.

Câu 4: [Mức độ 1] Gọi n là số hình đa diện trong bốn hình trên. Tìm n .

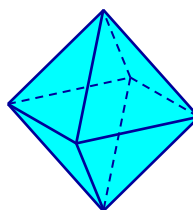
A. $n = 4$.



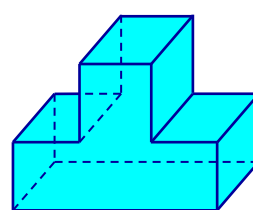
B. $n = 2$.



C. $n = 1$.



D. $n = 3$.



Câu 6: [Mức độ 1] Cho khối chóp ngũ giác $S.ABCDE$. Mặt phẳng (SAD) chia khối chóp đó thành

- A.** Hai khối chóp tứ giác.
- B.** Một khối tứ diện và một khối lăng trụ.
- C.** Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
- D.** Hai khối tứ diện.

Câu 7: [Mức độ 1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

Số các cạnh của hình đa diện luôn luôn:

- A.** lớn hơn 6.
- B.** lớn hơn 7.
- C.** lớn hơn hoặc bằng 8.
- D.** lớn hơn hoặc bằng 6.

Câu 8: [Mức độ 1] Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A.** 8 mặt phẳng.
- B.** 9 mặt phẳng.
- C.** 10 mặt phẳng.
- D.** 12 mặt phẳng.

Câu 9: [Mức độ 2] Một hình đa diện có các mặt là những tam giác thì số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn

- A.** $3C = 2M$.
- B.** $C = M + 2$.
- C.** $M \geq C$.
- D.** $3M = 2C$.

Câu 10: [Mức độ 2] Cho một đa diện có m đỉnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 cạnh. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.** m là một số chẵn.
- B.** m chia cho 3 dư 2.
- C.** m chia hết cho 3.
- D.** m là một số lẻ.

Câu 11: [Mức độ 2] Biết rằng khối đa diện mà mỗi mặt đều là hình ngũ giác. Gọi C là số cạnh của khối đa diện đó, lúc đó ta có:

- A.** C là số chia hết cho 3.
- B.** C là số chẵn.
- C.** C là số lẻ.
- D.** C là số chia hết cho 5.

Câu 12: [Mức độ 2] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
- B.** Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.
- C.** Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
- D.** Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và mặt bằng nhau.

Câu 13: [Mức độ 2] Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- A.** Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
- B.** Hai khối chóp tam giác.
- C.** Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
- D.** Hai khối chóp tứ giác.

Câu 14: [Mức độ 3] Một hình lập phương có cạnh 4cm. Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh 1cm. Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?

- A. 8. B. 16. C. 24. D. 48.

Câu 15: [Mức độ 3] Cho tứ diện $ABCD$. Lấy một điểm M giữa A và B , 1 điểm N giữa C và D bằng 2 mặt phẳng: (MCD) và (NAB) , ta chia khối đa diện thành 4 khối tứ diện

- A. $AMCN, AMND, AMCD, BMCN$. B. $AMCN, AMND, BMCN, BMND$.
C. $AMCD, AMND, BMCN, BMND$. D. $BMCD, BMND, AMCN, AMDN$.

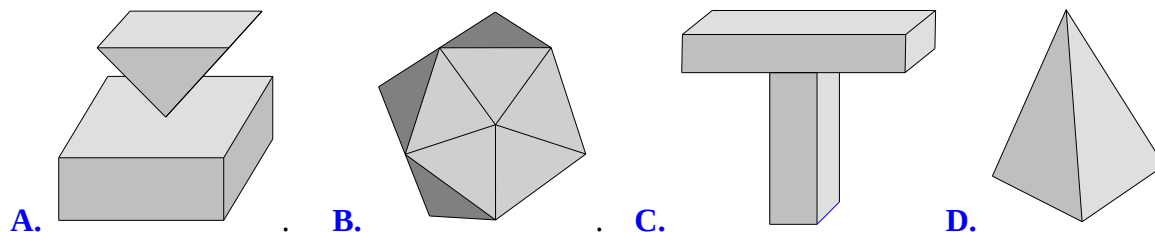
Câu 16: [Mức độ 1] Hình nào trong các hình sau **không** phải là hình đa diện?

- A. Hình chóp. B. Hình vuông. C. Hình lập phương. D. Hình lăng trụ.

Câu 17: [Mức độ 1] Cho khối chóp có là n – giác ($n \geq 3; n \in \mathbb{N}$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Số cạnh của khối chóp bằng $n + 1$. B. Số mặt của khối chóp bằng $2n$.
C. Số đỉnh của khối chóp bằng $n + 1$. D. Số mặt của khối chóp bằng số đỉnh của nó.

Câu 18: [Mức độ 1] Hình nào dưới đây không phải là một khối đa diện?

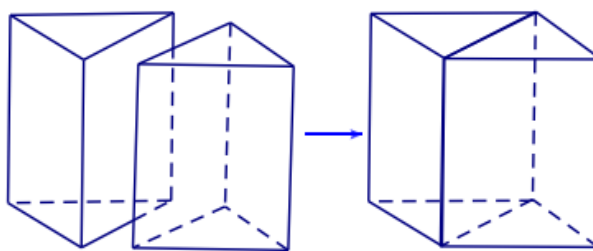


Câu 19: [Mức độ 2] Cho đa diện (H) có tất cả các mặt đều là tam giác. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tổng các mặt của (H) luôn là một số chẵn.
B. Tổng các mặt của (H) luôn gấp đôi tổng số đỉnh của (H) .
C. Tổng số các cạnh của (H) là một số không chia hết cho 3.
D. Tổng số các cạnh của (H) luôn gấp đôi tổng số các mặt của (H) .

Câu 20: [Mức độ 1] Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Về phía ngoài khối lăng trụ này ta ghép thêm một khối lăng trụ tam giác đều bằng với khối lăng trụ đã cho, sao cho hai khối lăng trụ có chung một mặt bên. Hỏi khối đa diện mới lập thành có mấy cạnh?

- A. 9. B. 12. C. 15. D. 18



Câu 21: [Mức độ 1] Phân chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(AB'D)$ ta được các khối nào sau đây?

- A. Khối chóp tứ giác $ABDD'B'$ và khối tứ diện $ABDB'$.
B. Khối chóp tứ giác $ABDD'B'$ và khối tứ diện $ADD'B'$.
C. Khối chóp tứ giác $ABDD'B'$ và khối tứ diện $AA'B'D'$.
D. Ba khối tứ diện $ABDB'$, $ADD'B'$ và $AA'B'D'$.

Câu 22: [Mức độ 1] Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng. B. 1 mặt phẳng. C. 2 mặt phẳng. D. 3 mặt phẳng.

HÌNH HỌC 12 – CHƯƠNG 1
§2. KHỐI ĐA DIỆN LỖI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH

I. ĐỊNH NGHĨA CƠ BẢN

1. Định nghĩa

*** VD MỞ ĐẦU:**

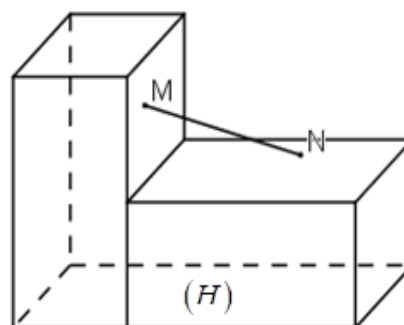
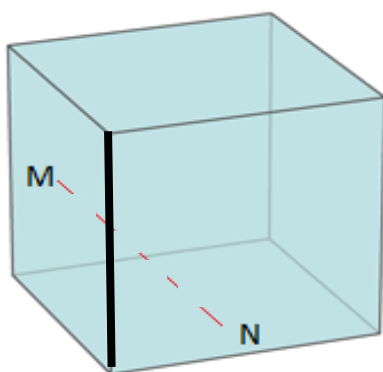
Câu hỏi:

1. Lấy hai điểm M, N thuộc khối lập phương. Có nhận xét gì về vị trí của đoạn thẳng MN và khối lập phương?

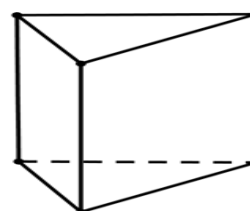
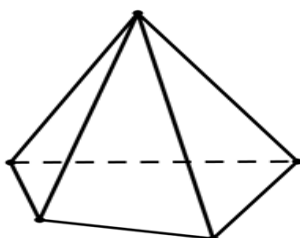
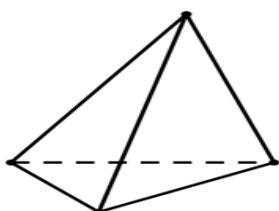
.....
.....

2. Xét hình vẽ dưới đây. Có nhận xét gì về vị trí của đoạn thẳng MN và khối đa diện (H) ?

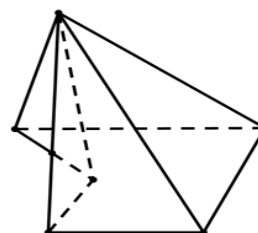
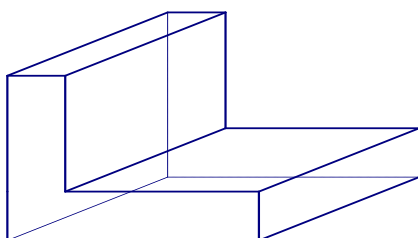
.....
.....



- VD về khối đa diện lồi:



- VD về khối đa diện **không phải** là đa diện lồi:



- VD về khối đa diện đều:



* **ĐN:**

- Khối đa diện (H) được gọi là **khối đa diện lồi** nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) luôn thuộc (H). Khi đó đa diện xác định (H) được gọi là đa diện lồi.

- Khối **Đa diện đều** là khối đa diện lồi có tính chất sau đây:

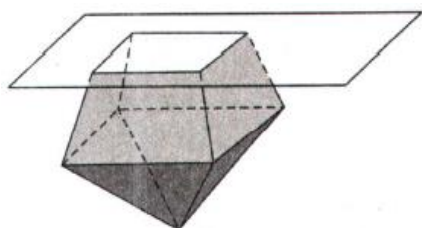
a) Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.

b) Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại $\{p; q\}$.

* **Chú ý:**

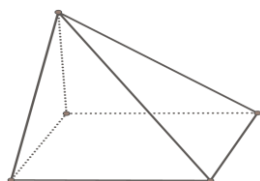
- Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng chứa một mặt của nó.



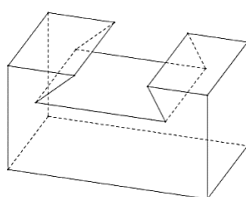
-

2. Ví dụ

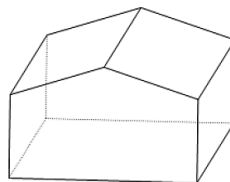
***VD1:**



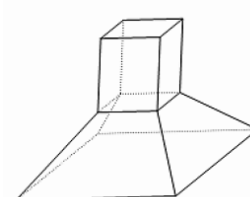
Hình 1



Hình 2



Hình 3



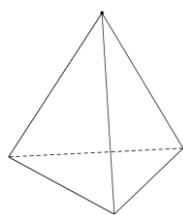
Hình 4

- Trong các hình trên, các hình biểu diễn của khối đa diện lồi là hình:

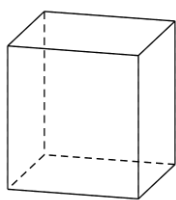
- Trong các hình trên, các hình biểu diễn của khối đa diện **không phải** đa diện lồi là hình:

***VD2:**

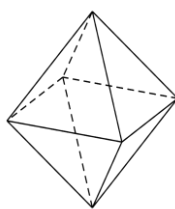
Gọi tên các khối đa diện đều sau:



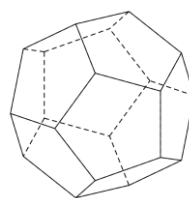
.....



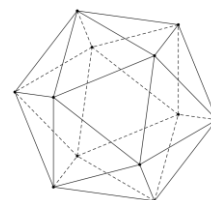
.....



.....



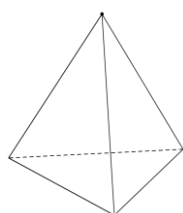
.....



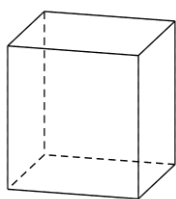
.....

***VD3:**

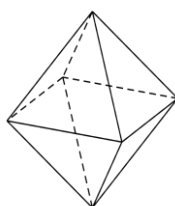
Trong các khối đa diện đều sau hãy xác định số cạnh ở mỗi mặt và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của bao nhiêu mặt ?



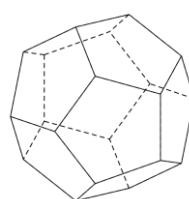
.....



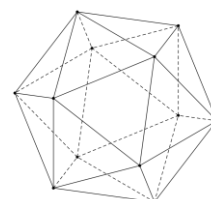
.....



.....



.....



.....

II. TÍNH CHẤT

1. Định lý

*** DL:** chỉ có năm loại khối đa diện đều. Đó là loại $\{3;3\}$, loại $\{4;3\}$, loại $\{3;4\}$, loại $\{5;3\}$, loại $\{3;5\}$.

Loại $\{3;3\}$: khối tứ diện đều; $\{4;3\}$: khối lập phương; $\{3;4\}$: khối bát diện đều; $\{5;3\}$: khối mười hai mặt đều; $\{3;5\}$: khối hai mươi mặt đều.

2. Ví dụ

***VD1:**

Cho các đa diện sau: tứ diện đều, hình chóp tứ giác đều, lăng trụ tam giác đều, lập phương, bát diện đều.

- Trong các đa diện trên, đa diện đều gồm:

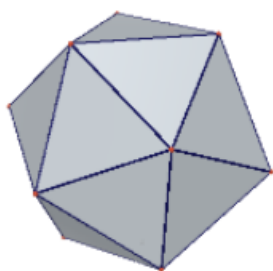
- Trong các đa diện trên, đa diện **không phải** đa diện đều gồm:

***VD2:**

Hoàn thành bảng sau:

<i>Tên đa diện</i>	<i>Loại</i>	<i>Số mặt</i>	<i>Số đỉnh</i>	<i>Số cạnh</i>
<i>Tứ diện đều</i>				
.....	$\{4;3\}$			
.....		8	6	
.....			20	30
.....		20		30

***VD3:**



Tính diện tích toàn phần của đa diện đều trên (hình vẽ) biết cạnh của đa diện đó là 10cm.

.....

.....

.....

.....

.....

B. LUYỆN TẬP

I. Chữa bài tập SGK

Bài 1 trang 18 -SGK:

Cắt bìa theo mẫu dưới đây (h.123), gấp theo đường kẻ, rồi dán các mép lại để được các hình tứ diện đều, hình lập phương và hình bát diện đều.



II. Bài tập trắc nghiệm

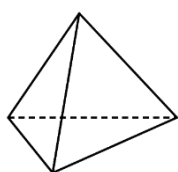
Câu 1. [Mức độ 1] Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tâm các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình lập phương.
- B. Tâm các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình tứ diện đều.
- C. Tâm các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình lập phương.
- D. Tâm các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình tứ diện đều.

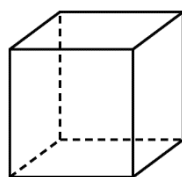
Câu 2. [Mức độ 1] Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào ?

- A. $\{3;4\}$.
- B. $\{3;3\}$.
- D. $\{4;3\}$.
- C. $\{5;3\}$.

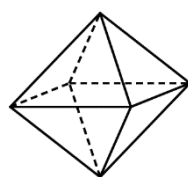
Câu 3. [Mức độ 2] Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ



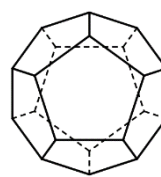
Khối tứ diện đều



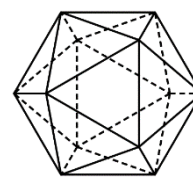
Khối lập phương



Bát diện đều



Hình 12 mặt đều



Hình 20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.
- B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
- C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
- D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Câu 4. [Mức độ 2] Số mặt phẳng đối xứng của khối đa diện đều $\{4;3\}$ là

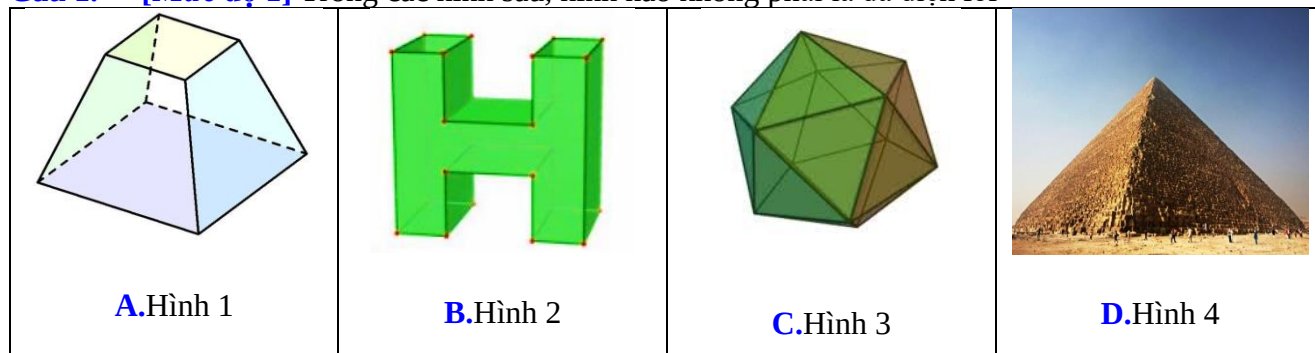
- A. 3.
- B. 6.
- C. 8.
- D. 9.

Câu 5. [Mức độ 2] Cho hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

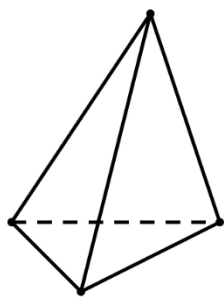
- A. $S = 4a^2$.
- B. $S = 6a^2$.
- C. $S = 8a^2$.
- D. $S = 10a^2$.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

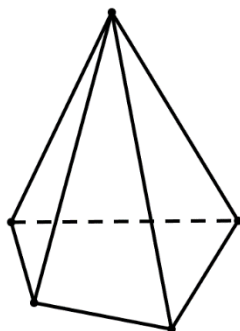
Câu 1. [Mức độ 1] Trong các hình sau, hình nào không phải là đa diện lồi



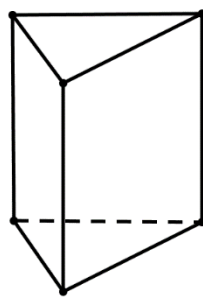
Câu 2. [Mức độ 1] Trong các hình dưới đây, hình nào **không** phải là đa diện lồi?



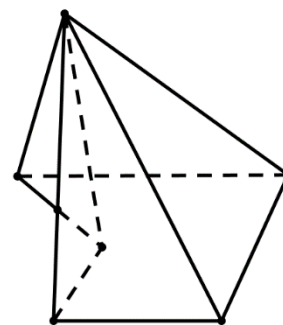
Hình I



Hình II



Hình III



Hình IV

- A.** Hình (I). **B.** Hình (II). **C.** Hình (III). **D.** Hình (IV).

Câu 3. [Mức độ 2] Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của hình nào trong các hình sau đây?

- A.** Bát diện đều. **B.** Tứ diện đều. **C.** Lục giác đều. **D.** Ngũ giác đều.

Câu 4. [Mức độ 2] Chọn khẳng định đúng

- A.** Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình lập phương.
B. Tâm tất cả các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình tứ diện đều.
C. Tâm tất cả các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình lập phương.
D. Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình tứ diện đều.

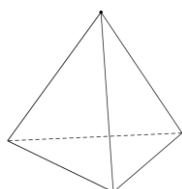
Câu 5. [Mức độ 3] Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

- A.** Các đỉnh của một hình tứ diện đều.
B. Các đỉnh của một hình bát diện đều.
C. Các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.
D. Các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

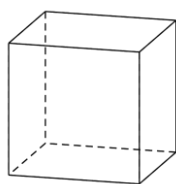
Câu 6. [Mức độ 2] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** Tồn tại khối tứ diện là khối đa diện đều.
B. Tồn tại khối lăng trụ đều là khối đa diện đều.
C. Tồn tại khối hộp là khối đa diện đều.
D. Tồn tại khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều.

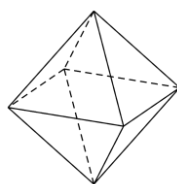
Câu 7. [Mức độ 2] Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ



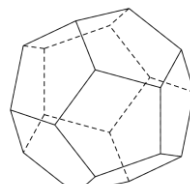
Khối tứ diện đều



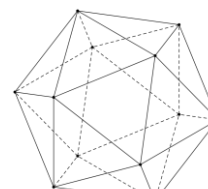
Khối lập phương



Bát diện đều



Hình 12 mặt đều



Hình 20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.
- B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
- C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
- D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Câu 8. [Mức độ 2] Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$, diện tích một mặt của khối đa diện đó là $3m^2$. Tổng diện tích các mặt của khối đa diện đó bằng:
A. $36m^2$. B. $24m^2$. C. $18m^2$. D. $60m^2$.

Câu 9. [Mức độ 2] Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Tính S .
A. $S = 2\sqrt{3}a^2$. B. $S = 4\sqrt{3}a^2$. C. $S = 8a^2$. D. $S = \sqrt{3}a^2$.

Câu 10. [Mức độ 1] Trong các khối đa diện sau: Khối tứ diện, khối lập phương, khối chóp tứ giác, khối hộp, có mấy khối đa diện lồi?
A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 11. [Mức độ 1] Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lồi nếu
A. Đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của (H) nằm về hai phía đối với (H) .
B. Đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của (H) không thuộc (H) .
C. Miền trong của nó luôn nằm về 2 phía đối với mỗi mặt phẳng chứa 1 mặt của nó.
D. Đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của (H) luôn thuộc (H) .

Câu 12. [Mức độ 1] Chọn khẳng định nào đúng?
A. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện đều có p mặt, q đỉnh.
B. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện lồi thỏa mãn mỗi mặt của nó là đa giác đều p cạnh và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.
C. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện đều có p cạnh, q mặt.
D. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện lồi thỏa mãn mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng p mặt và mỗi mặt của nó là một đa giác đều q cạnh.

Câu 13. [Mức độ 1] Một hình lăng trụ có 12 cạnh thì có tất cả bao nhiêu đỉnh?
A. 8. B. 12. C. 4. D. 6.

Câu 14. [Mức độ 2] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều loại $\{3;3\}$.
B. Khối bát diện đều không phải là khối đa diện lồi.
C. Lắp ghép hai khối hộp luôn được một khối đa diện lồi.
D. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh bằng số mặt.

A blank sheet of white paper with horizontal dotted lines for writing.

HÌNH HỌC 12 – CHƯƠNG 1

§3. KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH

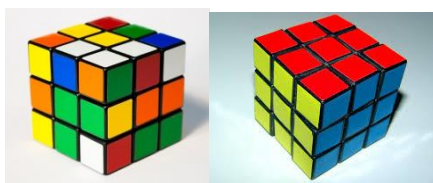
I. ĐỊNH NGHĨA CƠ BẢN

1. Định nghĩa

*** VD MỞ ĐẦU:** Cho khối lập phương có cạnh bằng 1cm (có thể tích 1cm^3). Các khối đa diện được ghép từ các khối lập phương có cạnh bằng 1cm (hình vẽ).



a) So sánh thể tích hai khối lập phương (hình vẽ).



b) Tính thể tích V của khối đa diện (hình vẽ).



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

*** Định nghĩa:** Thể tích của khối đa diện (H) là một số dương duy nhất $V_{(H)}$ thỏa mãn các tính chất sau:

- Nếu (H) là khối lập phương có cạnh bằng 1 thì $V_{(H)} = 1$.
- Nếu hai khối đa diện (H_1) , (H_2) bằng nhau thì $V_{(H_1)} = V_{(H_2)}$.
- Nếu khối đa diện (H) được phân chia thành hai khối đa diện (H_1) , (H_2) thì $V_{(H)} = V_{(H_1)} + V_{(H_2)}$.

*** Chú ý:**

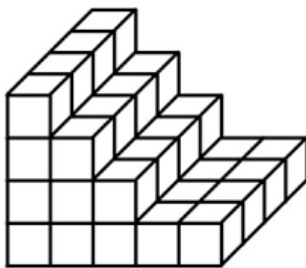
- $V_{(H)}$ cũng được gọi là thể tích của hình đa diện giới hạn khối đa diện (H).

- Khối lập phương có cạnh bằng 1 được gọi là khối lập phương đơn vị.

2. Ví dụ

***VD1:** Một bậc tam cấp được xếp từ các khối đá hình lập phương có cạnh bằng bằng $1cm$ như hình vẽ.

Hãy tính thể tích của khối tam cấp?



.....

.....

.....

.....

.....

***VD2:** Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $1(m)$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

.....

.....

.....

.....

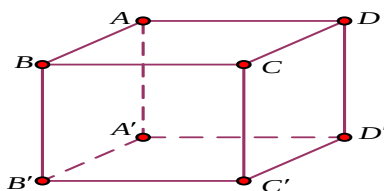
.....

II. TÍNH CHẤT

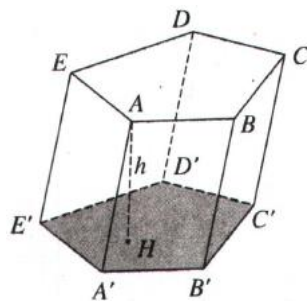
1. Định lý

*** Định lý:** Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.

$$V = abc .$$



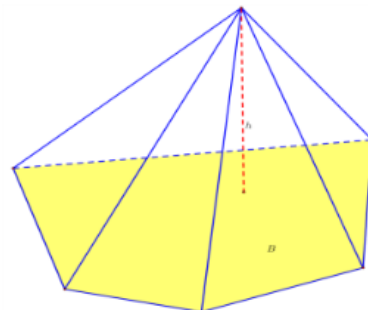
*** Định lý:** Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.



g thành công không có dấu chân của kẻ lười biếng

*** Định lý:** Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

$$V = \frac{1}{3} Bh .$$



*** Hệ quả:** Thể tích của một khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

2. Ví dụ

***VD1:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $4a$ và đường chéo $5a$. Tính thể tích hình hộp chữ nhật này.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

***VD2:** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm I của BC . Tính thể tích khối lăng trụ.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

***VD3:** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

***VD4:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$. Mặt bên SAB là tam giác đều có đường cao $SH = 2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

***VD4:** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và BB' . Đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' . Đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

a) Tính thể tích khối chóp $C.ABFE$ theo V .

[illegible]

Bài 2 trang 25 – SGK: Tính thể tích khối bát diện đều cạnh a .

Bài 4 trang 25- SGK: Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các tia SA, SB, SC lần lượt lấy 3 điểm A', B', C' khác

$$S. \text{ Chứng minh: } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

Chú ý: Công thức (1) chỉ vận dụng với chóp tam giác.

Hai trong 3 điểm A', B', C' có thể trùng với A, B, C . Khi đó ta có:

$$\text{Nếu } A' \equiv A \text{ ta có } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

$$\text{Nếu } A' \equiv A \text{ và } B' \equiv B \text{ ta có } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SC'}{SC}.$$

Bài 5 trang 26- SGK: Cho $\triangle ABC$ vuông cân ở A và $AB = a$. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với mp ABC lấy điểm D sao cho $CD = a$. Mặt phẳng α qua C vuông góc với BD cắt BD tại F và cắt AD tại E . Tính thể tích khối tứ diện $CDFE$ theo a .

II. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. [Mức độ 1] Thể tích hình lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là

- A. $6\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 2. [Mức độ 1] Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 3. [Mức độ 1] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $2a\sqrt{3}$.

Câu 4. [Mức độ 2] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{2}a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Câu 5. [Mức độ 2] Hình chóp $S.ABCD$ đáy hình thoi, $AB = 2a$, góc BAD bằng 120° . Hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ là I giao điểm của 2 đường chéo, biết $SI = \frac{a}{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 6. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 7. [Mức độ 3] Cho hình chóp đều $S.ABC$, góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60° , khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{2\sqrt{7}}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 8. [Mức độ 3] Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm O của đáy $ABCD$; góc giữa mặt phẳng ($BB'C'C$) với đáy bằng 60° . Thể tích lăng trụ bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 9. [Mức độ 3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt ($ABCD$) trùng với trung điểm của BD . Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) là?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 10. [Mức độ 4] Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

A. $V = 7a^3$. B. $V = \frac{28a^3}{3}$. C. $V = \frac{7a^3}{2}$. D. $V = 14a^3$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (phần này không làm PPT)

Câu 1. [Mức độ 1] Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. $6a^3$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $2a^3$.

Câu 2. [Mức độ 1] Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 32$. B. $V = 192$. C. $V = 40$. D. $V = 24$.

Câu 3. [Mức độ 2] Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 4. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy hình chữ nhật, SA vuông góc đáy, $AB = a$, $AD = 2a$. Góc giữa SB và đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 5. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABC$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\angle ACB = 120^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc 30° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3 \sqrt{105}}{28}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{105}}{21}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{105}}{42}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{105}}{7}$.

Câu 6. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $\triangle SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

- A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 7. [Mức độ 2] Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = 2a$, $AB = a$. Mặt bên $(BB'C'C)$ là hình vuông. Khi đó thể tích lăng trụ là

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $a^3 \sqrt{2}$. C. $2a^3 \sqrt{3}$. D. $a^3 \sqrt{3}$.

Câu 8. [Mức độ 3] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(AA'C'C)$ tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{3a^3}{8}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{3a^3}{2}$. D. $V = \frac{3a^3}{16}$.

Câu 9. [Mức độ 3] Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $h = \frac{4}{3}a$. B. $h = \frac{3}{2}a$. C. $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$. D. $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$.

Câu 10. [Mức độ 4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và M , N , P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SC , SD , AD . Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

- A. $\frac{1}{8}V$. B. $\frac{1}{4}V$. C. $\frac{1}{16}V$. D. $\frac{1}{32}V$.

.....

HÌNH HỌC 12- CHƯƠNG 2

§1. KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY

I. SỰ TẠO THÀNH MẶT TRÒN XOAY

Quan sát các hình ảnh sau



Nếu dùng một mặt phẳng song song với đáy cắt những đồ vật này thì thiết diện tạo được là hình gì?.....

I. SỰ TẠO THÀNH MẶT TRÒN XOAY

Trong không gian, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và đường (C) . Khi quay (P) quay quanh Δ một góc 360° thì:

☛ Mỗi điểm $M \in (C)$ vạch ra một đường tròn tâm $O \in \Delta$ và nằm trên mặt phẳng vuông góc với Δ .

☛ Đường (C) sẽ tạo nên một hình được gọi là mặt tròn xoay.

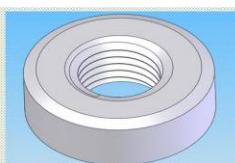
+ Đường (C) : Đường sinh của mặt tròn xoay.

+ Đường thẳng Δ : Trục của mặt tròn xoay.

ĐỒ VẬT NÀO SAU ĐÂY CÓ BỀ MẶT NGOÀI LÀ MẶT TRÒN XOAY?



Bình gốm



Chi tiết máy



Viên đạn



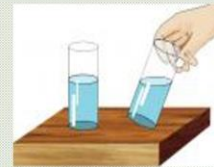
Đai ốc lục giác



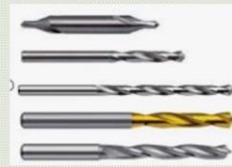
Ấm trà



Nón Lá



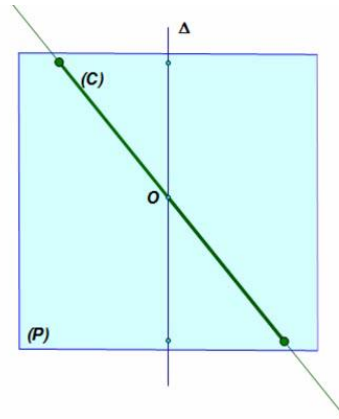
Lý nước



Mũi khoan

II. MẶT NÓN TRÒN XOAY

1. ĐỊNH NGHĨA



Trong mp (P) , cho hai đường thẳng (C) và Δ cắt nhau tại điểm O và tạo thành góc nhọn β ($0^\circ < \beta < 90^\circ$).

Quay (P) xung quanh Δ một góc 360° .

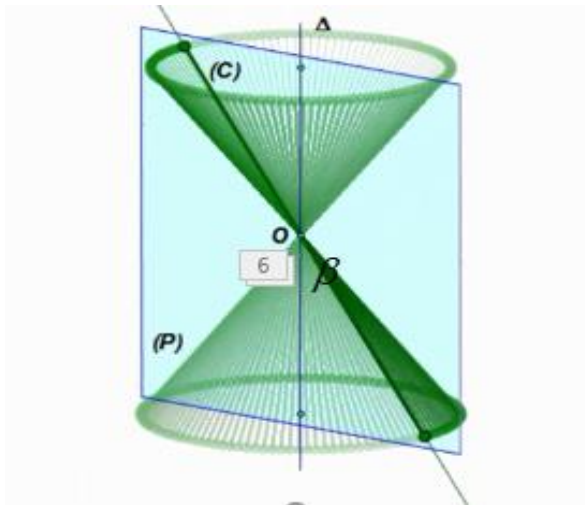
Đường thẳng (C) sinh ra một hình gọi là mặt nón tròn xoay.

+ Đỉnh O .

+ Đường thẳng Δ : Trục

+ Đường thẳng (C) : Đường sinh

+ Góc ở đỉnh O : 2β



2. HÌNH NÓN TRÒN XOAY VÀ KHỐI NÓN TRÒN XOAY

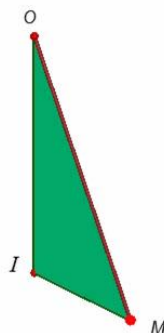
a) Hình nón tròn xoay:

Hỏi: Khi quay ΔOIM quanh OI , cạnh IM và OM tạo thành hình gì?

• IM tạo thành hình tròn tâm I , bán kính IM – gọi là mặt đáy.

OM tạo thành một phần nón tròn xoay – gọi là mặt xung quanh.

Vậy hình nón hợp của hai phần: Mặt đáy và mặt xung quanh



Cho $\triangle OIM$ vuông tại I . Khi quay OMI xung quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình gọi là hình nón tròn xoay.

* Gồm hai phần:

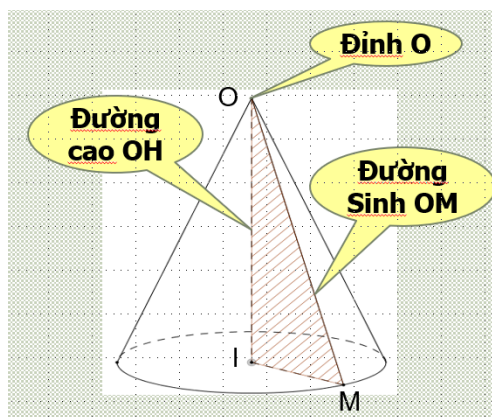
– Mặt đáy: Là hình tròn (I, IM)

– Phần mặt xung quanh: Là phần mặt tròn xoay sinh bởi OM quay xung quanh OI .

* Đặc điểm: – Đỉnh: O

– Đường cao: OI

– Đường sinh: OM

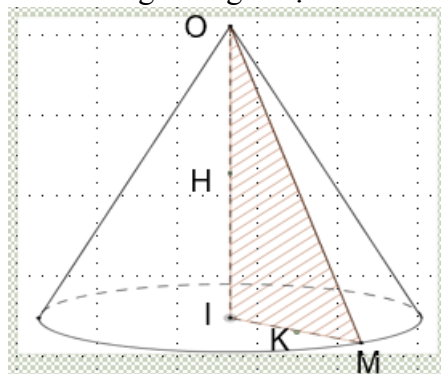


b) Khối nón tròn xoay:

Phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình nón đó được gọi là khối nón tròn xoay.

– Điểm ngoài: điểm không thuộc khối nón.

– Điểm trong: điểm thuộc khối nón nhưng không thuộc hình nón.



3. DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH NÓN TRÒN XOAY

a) Hình chóp nội tiếp hình nón tròn xoay

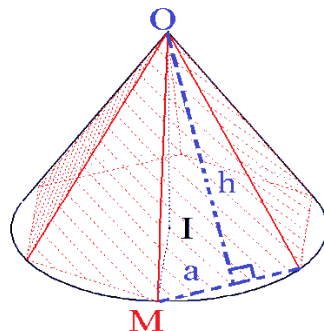
Một hình chóp được gọi là nội tiếp một hình nón nếu

☞ đáy của hình chóp là đa giác nội tiếp đường tròn đáy của hình nón

☞ và đỉnh của hình chóp là đỉnh của hình nón

Khi đó ta nói hình nón ngoại tiếp hình chóp

* Định nghĩa: Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay là giới hạn của diện tích xung quanh của hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

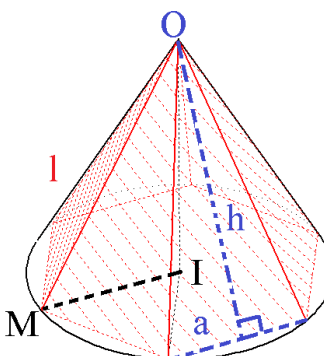


b) Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay: $S_{xq} = \pi r l$

trong đó: r : bán kính đáy l : độ dài đường sinh

Ghi nhớ: Tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy gọi là diện tích toàn phần

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi r l + \pi r^2$$



4. THỂ TÍCH KHỐI NÓN TRÒN XOAY

a) Định nghĩa:

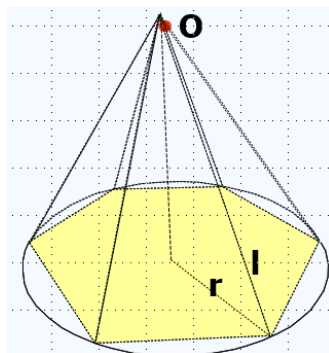
Thể tích khối nón tròn xoay là giới hạn của thể tích khối chóp đều nội tiếp khối nón đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn

b) Công thức tính thể tích khối nón tròn xoay:

$$V = \frac{1}{3} B.h = \frac{1}{3} \pi r^2 .h$$

Trong đó: r : bán kính

h : chiều cao



Ví dụ 1: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh trục AB ta được một hình nón tròn xoay.

a) Tính thể tích khối nón.

b) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2: Cắt hình nón đỉnh I bởi một mặt phẳng đi qua trục của hình nón ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$, BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (IBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60° . Tính theo a diện tích S của tam giác IBC .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho đường thẳng l cắt và không vuông góc với Δ quay quanh Δ thì ta được

A. Hình nón tròn xoay. **B.** Mặt nón tròn xoay. **C.** Khối nón tròn xoay. **D.** Mặt trụ tròn xoay.

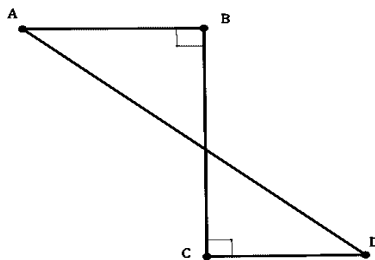
Câu 2: Cho tam giác ABC vuông tại A . Khi quay tam giác ABC (kể cả các điểm trong) quanh cạnh AC ta được

A. Khối nón. **B.** Mặt nón. **C.** Khối trụ. **D.** Khối cầu

Câu 3: Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là:

A. Một hình chữ nhật. **B.** Một tam giác cân. **C.** Một đường elip. **D.** Một đường tròn.

Câu 4: Hình $ABCD$ (như hình bên) khi quay quanh BC thì tạo ra:



- A.** Một hình trụ. **B.** Một hình nón. **C.** Một hình nón cụt. **D.** Hai hình nón.

Câu 5: Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón. Đẳng thức luôn đúng là

- A.** $l = h$. **B.** $R = h$. **C.** $l^2 = h^2 + R^2$. **D.** $R^2 = h^2 + l^2$.

Câu 6: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A.** $l = a$. **B.** $l = \sqrt{3}a$. **C.** $l = \sqrt{2}a$. **D.** $l = 2a$.

Câu 7: Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh S tạo với đáy góc 60° là tam giác đều cạnh bằng 4cm . Thể tích của khối nón đó là:

- A.** $9\pi\text{cm}^3$. **B.** $4\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$. **C.** $3\pi\text{cm}^3$ **D.** $7\pi\text{cm}^3$

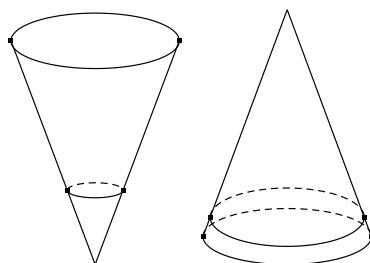
Câu 8: Cho khối nón tròn xoay có đường cao $h = a$ và bán kính đáy $r = \frac{5a}{4}$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của khối nón và có khoảng cách đến tâm O của đáy bằng $\frac{3a}{5}$. Diện tích thiết diện tạo bởi (P) và hình nón là:

- A.** $\frac{5}{2}a^2$. **B.** $\frac{5}{4}a^2$. **C.** $\frac{15}{4}a^2$. **D.** $\frac{7}{2}a^2$.

Câu 9: Một khối nón có bán kính đáy bằng 2cm , chiều cao bằng $\sqrt{3}\text{cm}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với đáy một góc 60° chia khối nón làm 2 phần. Tính thể tích V phần nhỏ hơn (Tính gần đúng đến hàng phần trăm).

- A.** $V \approx 1,42\text{cm}^3$. **B.** $V \approx 2,36\text{cm}^3$. **C.** $V \approx 1,53\text{cm}^3$. **D.** $V \approx 2,47\text{cm}^3$.

Câu 10: Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng một phần ba chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt miệng phễu rồi lật ngược phễu lên thì chiều cao của nước bằng bao nhiêu? Biết chiều cao của phễu là 15cm .



- A.** $0,5\text{cm}$. **B.** $0,216\text{cm}$. **C.** $0,3\text{cm}$. **D.** $0,188\text{cm}$.

HÌNH HỌC 12– CHƯƠNG 2

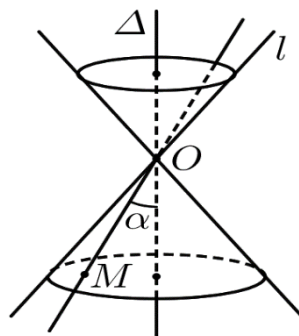
§1. KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY

A. NHẮC LẠI LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa mặt nón

- Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng l và Δ cắt nhau tại điểm O và tạo thành góc α với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khi quay mặt phẳng (P) quanh Δ thì đường thẳng l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt nón tròn xoay đỉnh O . Người ta gọi tất cả mặt nón tròn xoay là mặt nón.
- Δ gọi là trục của mặt nón.
- l gọi là đường sinh của mặt nón.
- O gọi là đỉnh của mặt nón.

Góc 2α gọi là góc ở đỉnh của mặt nón

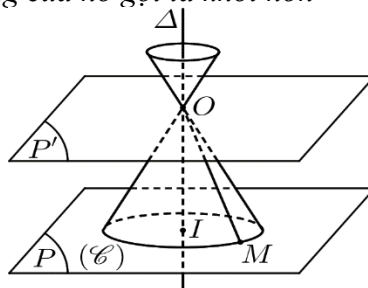


2. Hình nón và khối nón

Cho mặt nón N với trục Δ , đỉnh O và góc ở đỉnh 2α . Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với Δ tại điểm I khác O (như hình bên). Mặt phẳng (P) cắt mặt nón theo đường tròn (C) có tâm I . Lại gọi (P') là mặt phẳng vuông góc với Δ tại O . Khi đó

Phần mặt nón N giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (P') cùng với hình tròn xác định bởi (C) được gọi là hình nón.

Hình nón cùng với phần bên trong của nó gọi là khối nón



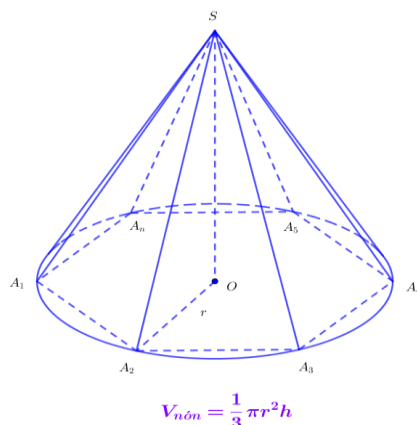
3. Diện tích hình nón và thể tích khối nón

□ Diện tích xung quanh của hình nón bằng một nửa tích số của độ dài đường tròn đáy và độ dài đường sinh:

$$S_{xq} = \pi r l$$

□ Thể tích khối nón bằng một phần ba tích số diện tích hình tròn đáy và chiều cao:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



Ví dụ 1: Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân cạnh có cạnh huyền bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, diện tích thiết diện và thể tích của khối nón đó

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3 (SGK/39). Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 20(cm)$, bán kính đáy $r = 25(cm)$.

- Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho .
- Tính thể tích của khối nón được tạo thành bởi hình nón đó.
- Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12(cm)$. Tính diện tích thiết

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6 (SGK/ 39). Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh $2a$. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón đó.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2: Cho hình nón đỉnh I , đường cao SO và có độ dài đường sinh bằng $3cm$, góc ở đỉnh bằng 60^0 . Gọi K là điểm thuộc đoạn SO thỏa mãn $IO = \frac{3}{2} IK$, cắt hình nón bằng mặt phẳng (P) qua K và vuông góc với IO , khi đó thiết diện tạo thành có diện tích là S . Tính S .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

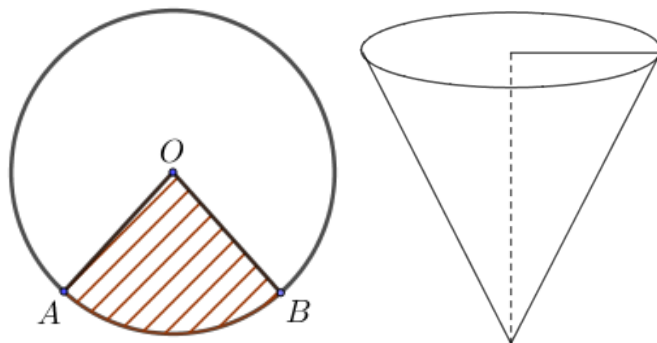
.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1:** Cho khối nón có chiều cao $h = 5$ và bán kính đáy $r = 3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $V = 45\pi$. B. $V = 5\pi$. C. $V = 15\pi$. D. $V = 20\pi$.
- Câu 2:** Cho khối nón có thể tích $V = 6\pi$ và chiều cao $h = 4$. Tìm bán kính r của khối nón đã cho bằng
- A. $r = \frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $r = \frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $r = \frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 3:** Cho khối nón có thể tích $V = 6\pi$ và bán kính đáy $r = 4$. Tìm chiều cao h của khối nón đã cho bằng
- A. $h = \frac{9}{8}$. B. $h = \frac{8}{9}$. C. $h = \frac{1}{8}$. D. 8.
- Câu 4:** Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng
- A. $2\pi a^2$. B. $\sqrt{3}\pi a^2$. C. πa^2 . D. $3\pi a^2$.
- Câu 5:** Cạnh bên của một hình nón bằng $2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120° . Diện tích toàn phần của hình nón bằng
- A. $6\pi a^2$. B. $\pi^2(3 + \sqrt{3})$. C. $2\pi a^2(3 + \sqrt{3})$. D. $\pi a^2(3 + 2\sqrt{3})$.
- Câu 6:** Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính thể tích V của khối nón được tạo nên bởi hình nón đã cho.
- A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{10}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.
- Câu 7:** Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính thể tích V của khối nón được tạo nên bởi hình nón đã cho.
- A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{10}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.
- Câu 8:** Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh S tạo với đáy góc 60° là tam giác đều cạnh bằng 4cm . Thể tích của khối nón đó là:
- A. $9\pi\text{cm}^3$. B. $4\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$. C. $3\pi\text{cm}^3$. D. $7\pi\text{cm}^3$.
- Câu 9:** Một hình nón có chiều cao $2a$, bán kính đáy $a\sqrt{2}$. Một phẳng phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt đáy góc 60° . Tính diện tích thiết diện.
- A. $\frac{5\sqrt{2}a^2}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{3}a^2}{3}$. C. $\frac{5\sqrt{3}a^2}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{2}a^2}{3}$.
- Câu 10:** Bạn Hoàn có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Hoàn muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Hoàn phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau (diện tích chỗ dán nhỏ không đáng kể). Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?



- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 11: Tại trung tâm một thành phố người ta tạo điểm nhấn bằng cột trang trí hình nón có kích thước như sau: chiều dài đường sinh $l = 10\text{ m}$, bán kính đáy $R = 5\text{ m}$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm SB . Trang trí một hệ thống đèn điện tử chạy từ A đến C trên mặt nón. Xác định giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện tử.

- A. 10 m . B. 15 m . C. $5\sqrt{5}\text{ m}$. D. $5\sqrt{3}\text{ m}$.

Câu 12: Cho hình nón tròn xoay có đỉnh S và đáy là đường tròn $C(O; R)$ có thể tích V , với $R = a$ ($a > 0$), $SO = 3a$, $O' \in SO$ thỏa mãn $OO' = x$ ($0 < x < 3a$). Mặt phẳng (α) vuông góc với SO tại O' cắt hình nón tròn xoay theo giao tuyến là đường tròn (C') . Khi khối nón đỉnh O , đáy là đường tròn (C') đạt giá trị lớn nhất là V_1 , tính tỉ số giữa thể tích khối nón đỉnh O và khối nón đỉnh S .

- A. $\frac{V_1}{V} = \frac{23}{27}$. B. $\frac{V_1}{V} = \frac{4}{27}$. C. $\frac{V_1}{V} = \frac{4}{23}$. D. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$.

Câu 13: Cho hình nón có đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O sao cho $SO = a\sqrt{5}$, một mặt phẳng (α) cắt mặt nón theo hai đường sinh SA, SB . Biết khoảng cách từ O đến mặt phẳng (α) bằng $2\sqrt{5}$ và diện tích tam giác SAB bằng 360 . Thể tích khối nón bằng:

- A. $1325\pi\sqrt{5}$. B. $265\pi\sqrt{5}$. C. $1325\sqrt{5}$. D. $265\sqrt{5}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

HÌNH HỌC 12 – CHƯƠNG 2

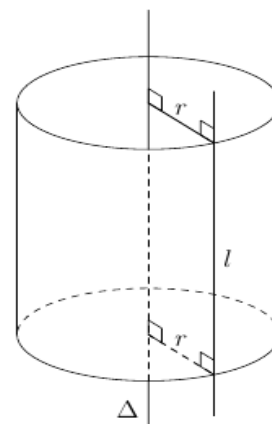
§1. MẶT TRÒN XOAY

III. MẶT TRỤ TRÒN XOAY.

1. Định nghĩa

Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng Δ và l song song với nhau, cách nhau một khoảng bằng r . Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay (gọi tắt là mặt trụ)

- ☞ Δ gọi là trục của mặt trụ.
- ☞ l là đường sinh của mặt trụ.
- ☞ r là bán kính của mặt trụ.



2. Hình trụ tròn xoay, khối trụ tròn xoay.

- a) Xét hình chữ nhật $ABCD$. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa một cạnh (chẳng hạn cạnh AB) thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành một hình được gọi là hình trụ tròn xoay (gọi tắt là hình trụ).
 - ☞ Hai đáy là hai đường tròn $(A; AD)$ và $(B; BC)$.
 - ☞ Đường sinh là đoạn CD .
 - ☞ Mặt xung quanh là mặt do đoạn CD tạo thành khi quay.
 - ☞ Chiều cao $h = AB$.
- b) Khối trụ tròn xoay là phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ và kể cả hình trụ đó.

3. Công thức tính diện tích hình trụ, thể tích khối trụ.

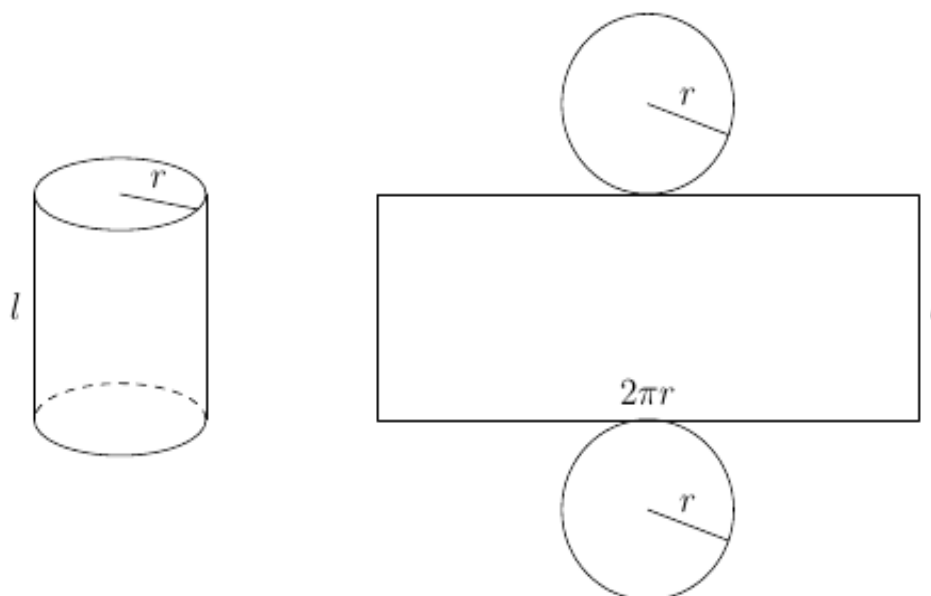
- a) Diện tích xung quanh của hình trụ

$$S_{xq} = 2\pi r l$$

- b) Diện tích toàn phần của hình trụ

$$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{\text{đáy}} = 2\pi r l + 2\pi r^2.$$

- c) Thể tích của khối trụ : $V = S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao} = \pi r^2 h.$



4. Các ví dụ:

*VD1:

Cho hình trụ có hình tròn đáy có bán kính $r = a$, có chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ và thể tích của khối trụ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

*VD2:

Cho hình trụ có hình tròn đáy có bán kính $r = a$, có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ và thể tích của khối trụ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

*VD3:

Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ một góc 45° . Tính diện tích xung quanh của hình trụ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

***VD4:**

Cho một bể bơi mini có dạng hình trụ như hình bên. Giả sử bán kính của bể bơi là 1m, chiều cao của bể bơi là 0,5m. Hỏi muốn bơm nước đầy bể bơi thì cần bao nhiêu m^3 nước?



.....

.....

.....

.....

.....

B. LUYỆN TẬP

Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. [Mức độ 1] Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Kí hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh của (T) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $S_{xq} = \pi rh$. **B.** $S_{xq} = 2\pi rl$. **C.** $S_{xq} = 2\pi r^2h$. **D.** $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 2. [Mức độ 1] Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Kí hiệu S_{tp} là diện tích toàn phần của (T) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $S_{tp} = \pi rh$. **B.** $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r$. **C.** $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$. **D.** $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2$

Câu 3. [Mức độ 1] Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Kí hiệu V là thể tích của khối trụ (T) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $V = \frac{1}{3}\pi rh$. **B.** $V = \pi r^2h$. **C.** $V = \pi rl^2$. **D.** $V = 2\pi r^2h$.

Câu 4.[Mức độ 2] Một hình trụ bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ này là

- A. $35\pi (cm^2)$. B. $70\pi (cm^2)$.
C. $\frac{70\pi}{3} (cm^2)$. D. $\frac{35\pi}{3} (cm^2)$.

Câu 5.[Mức độ 2] Một hình trụ bán kính đáy $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là

- A. $6\pi a^2$. B. $2\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $5\pi a^2$.

Câu 6.[Mức độ 2] Quay hình vuông $ABCD$ cạnh a xung quanh một cạnh. Thể tích của khối trụ được tạo thành là

- A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. B. $2\pi a^3$. C. πa^3 . D. $3\pi a^3$.

Câu 7.[Mức độ 2] Khối trụ có chiều cao $h = 3$ cm và bán kính đáy $r = 2$ cm thì có thể tích bằng

- A. $12\pi (cm^3)$. B. $4\pi (cm^3)$. C. $6\pi (cm^3)$. D. $18\pi (cm^3)$.

Câu 8.[Mức độ 2] Một lon sữa hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và bằng 1 dm. Thể tích thực của lon sữa đó bằng

- A. $2\pi (dm^3)$. B. $\frac{\pi}{2} (dm^3)$. C. $\frac{\pi}{4} (dm^3)$. D. $\pi (dm^3)$.

Câu 9.[Mức độ 2] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 8 cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình vuông $ABCD$ xung quanh MN . Diện tích xung quanh của hình trụ tạo thành là

- A. $64\pi (cm^2)$. B. $32\pi (cm^2)$. C. $96\pi (cm^2)$. D. $126\pi (cm^2)$.

Câu 10.[Mức độ 2] Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và góc $\widehat{BDC} = 30^\circ$. Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD . Diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành là

- A. $\sqrt{3}\pi a^2$. B. $2\sqrt{3}\pi a^2$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}\pi a^2$. D. $\sqrt{3}\pi a^2$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

MỨC NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$. B. πrl . C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. $2\pi rl$.

Câu 2. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng:

- A. 24π . B. 192π . C. 48π . D. 64π .

Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 48π . B. 12π . C. 16π . D. 24π .

Câu 4. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 15π B. 25π .

Câu 5. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán 4 và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 42π . B. 147π . C. 49π . D. 21π .

Câu 6. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 18π . B. 36π . C. 54π . D. 27π .

Câu 7. (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 10\pi$. B. $S_{tp} = 2\pi$. C. $S_{tp} = 6\pi$. D. $S_{tp} = 4\pi$.

Câu 8. (Mã 105 2017) Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

- A. $r = 5\sqrt{\pi}$. B. $r = 5$. C. $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. D. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 9. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Cho khối trụ (T) có bán kính đáy $R = 1$, thể tích $V = 5\pi$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng

- A. $S = 12\pi$. B. $S = 11\pi$. C. $S = 10\pi$. D. $S = 7\pi$.

Câu 10. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy là a và đường cao là $a\sqrt{3}$.

- A. $2\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\pi a^2 \sqrt{3}$. D. $2\pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 11. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 5π . B. 30π . C. 25π . D. 75π .

Câu 12. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính $r = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. 4π . B. 12π . C. 36π . D. 24π .

Câu 13. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 48π . B. 4π . C. 16π . D. 24π .

Câu 14. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 45π . B. 5π . C. 15π . D. 30π .

Câu 15. (Mã 103 2018) Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. D. $2\pi r h$.

Câu 16. (Mã 123 2017) Tính thể tích V của khối trụ có bán kính $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

- A. $V = 32\pi$. B. $V = 64\sqrt{2}\pi$. C. $V = 128\pi$. D. $V = 32\sqrt{2}\pi$.

Câu 17. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Thể tích khối trụ có bán kính đáy $r = a$ và chiều cao $h = a\sqrt{2}$ bằng

- A. $4\pi a^3 \sqrt{2}$. B. $\pi a^3 \sqrt{2}$. C. $2\pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 18. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Tính theo a thể tích khối trụ đó.

- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

Câu 19. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng $ABCD$ quanh trục AD .

- A. $4\pi a^3$. B. $2\pi a^3$. C. $8\pi a^3$. D. πa^3 .

Câu 20. (Chuyên Bắc Giang 2019) Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{4\pi}{9}$. D. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

MỨC VẬN DỤNG

Câu 21. (Mã 103 - 2019) khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $6\sqrt{10}\pi$. B. $6\sqrt{34}\pi$. C. $3\sqrt{10}\pi$. D. $3\sqrt{34}\pi$.

Câu 22. (Mã 101 - 2019) Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $10\sqrt{3}\pi$. B. $5\sqrt{39}\pi$. C. $20\sqrt{3}\pi$. D. $10\sqrt{39}\pi$.

Câu 23. (Mã 102 - 2019) Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $16\sqrt{2}\pi$. B. $8\sqrt{2}\pi$. C. $12\sqrt{2}\pi$. D. $24\sqrt{2}\pi$.

Câu 24. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 30cm^2 và chu vi bằng 26 cm. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T) . Diện tích toàn phần của (T) là:

- A. $23\pi(\text{cm}^2)$. B. $\frac{23\pi}{2}(\text{cm}^2)$. C. $\frac{69\pi}{2}(\text{cm}^2)$. D. $69\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 25. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 50 cm và có chiều cao là 50 cm. Một đoạn thẳng AB có chiều dài là 100 cm và có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy. Tính khoảng cách d từ đoạn thẳng đó đến trục hình trụ.

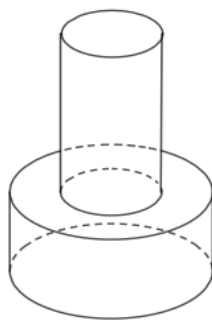
- A. $d = 50$ cm. B. $d = 50\sqrt{3}$ cm. C. $d = 25$ cm. D. $d = 25\sqrt{3}$ cm.

D.

Câu 26. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. $216\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $54\pi a^3$. D. $108\pi a^3$.

Câu 27. (Đề Tham Khảo 2019) Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ $(H_1), (H_2)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3 , thể tích khối trụ (H_1) bằng



- A. 24cm^3 . B. 15cm^3 . C. 20cm^3 . D. 10cm^3 .

Câu 28. (Chuyên Lương Văn Tụy - Ninh Bình - 2020) Cho hình trụ có chiều cao bằng $8a$. Biết hai điểm A, C lần lượt nằm trên hai đáy thỏa $AC = 10a$, khoảng cách giữa AC và trục của hình trụ bằng $4a$. Thể tích của khối trụ đã cho là

- A. $128\pi a^3$. B. $320\pi a^3$. C. $80\pi a^3$. D. $200\pi a^3$.

Câu 29. (Sở Hà Nội 2019) Hỏi nếu tăng chiều cao của khối trụ lên 2 lần, bán kính của nó lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với khối trụ ban đầu?

D. 11% .

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

HÌNH HỌC 12 – CHƯƠNG 2

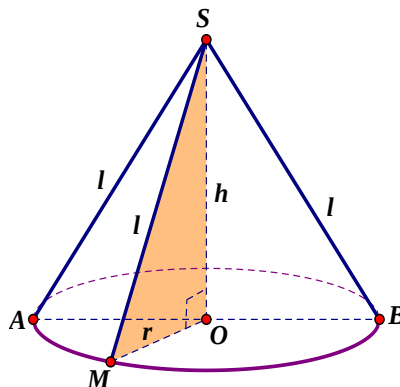
§1. MẶT TRÒN XOAY

I. TÓM TẮT KIẾN THỨC VỀ HÌNH NÓN, KHỐI NÓN.

1. Hình nón tròn xoay

☞ Hình thành: Cho ΔSOM vuông tại O quay quanh trục SO , ta được mặt nón như hình trên

$$\text{với: } \begin{cases} h = SO \\ r = OM. \\ l = SM \end{cases}$$



2. Khối nón tròn xoay

- Khối nón tròn xoay là phần không gian được giới hạn bởi hình nón tròn xoay kể cả hình nón đó.
- Các yếu tố của hình nón cũng là của khối nón tương ứng.

3. Các yếu tố của hình nón

Trục của hình nón: SO

Đường cao: $[h = SO]$.

Bán kính đáy: $[r = OA = OB = OM]$.

Đường sinh: $[l = SA = SB = SM]$.

Góc ở đỉnh: $[\widehat{ASB} = 2\alpha]$.

Thiết diện qua trục là ΔSAB cân tại S .

Góc giữa đường sinh và mặt đáy: $[\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SMO}]$

4. Một số công thức.

Chu vi đáy: $[p = 2\pi r]$.

Diện tích đáy: $[S_d = \pi r^2]$.

Thể tích: $[V = \frac{1}{3}h \cdot S_d = \frac{1}{3}h \cdot \pi r^2]$.

(liên tưởng đến thể tích khối chóp).

Diện tích xung quanh: $[S_{xq} = \pi r l]$.

Diện tích toàn phần: $[S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi r l + \pi r^2]$

5. Bài tập trắc nghiệm

Dạng 1: Xác định các yếu tố cơ bản của khối nón. Tính diện tích, thể tích.

Câu 1.[Mức độ 1] Cho khối nón có chiều cao $h = 3a$ và bán kính đáy $r = a$. Thể tích của khối nón đã cho là

- A. $3\pi a^3$. B. $\frac{1}{3}\pi a^3$. C. πa^3 . D. $\sqrt{3}\pi a^3$

Câu 2.[Mức độ 1] Cho hình nón có đường sinh $l = 4a$ và bán kính đáy $r = 3a$.

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

- A. $24\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $3\pi a^2$.

Câu 3.[Mức độ 1] Cho hình nón có đường sinh $l = 5$ và bán kính đáy $r = 4$.

Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A. 16π . B. 44π . C. 24π . D. 72π .

Câu 4.[Mức độ 1] Cho hình nón có đường sinh bằng $10a$ và đường kính bằng $6a$.

Chiều cao của hình nón đã cho bằng

- A. $8a$. B. $2\sqrt{34}a$. C. $\sqrt{109}a$. D. $\sqrt{91}a$

Câu 5.[Mức độ 2] Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $10\pi a^2$. B. $5\pi a^2$. C. $\sqrt{5}\pi a^2$. D. $2\sqrt{5}\pi a^2$

Câu 6.[Mức độ 2] Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều có cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối nón được tạo nên bởi hình nón đã cho bằng

- A. $2\pi a^3$. B. $\sqrt{3}\pi a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. D. $\frac{2}{3}\pi a^3$

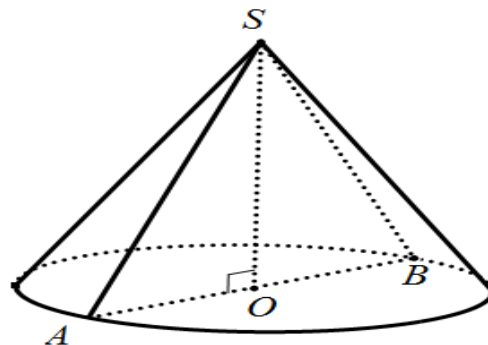
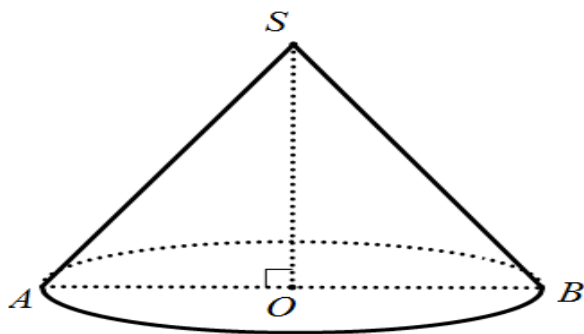
Câu 7.[Mức độ 2] Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh trùng với đỉnh hình chóp và đường tròn đáy ngoại tiếp đáy hình chóp đã cho.

- A. $\sqrt{2}\pi a^2$. B. $2\sqrt{2}\pi a^2$. C. $\sqrt{3}\pi a^2$. D. $4\pi a^2$

Dạng 2: Thiết diện của khối chóp.

1♦TRƯỜNG HỢP 1: Thiết diện qua trục của hình nón: $mp(P)$ đi qua trục của hình nón và cắt mặt nón theo 2 đường sinh $\Rightarrow$ Thiết diện là tam giác cân.

✓. Cách vẽ hình: trên hình vẽ thiết diện là tam giác SAB .

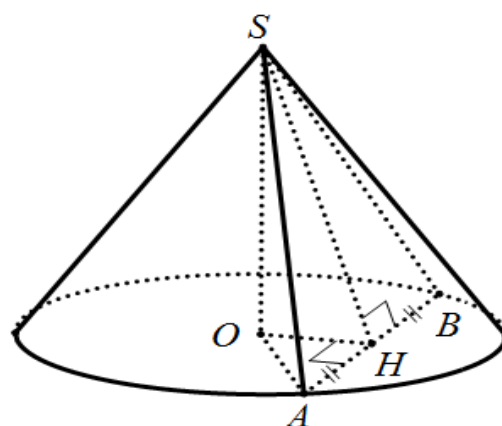
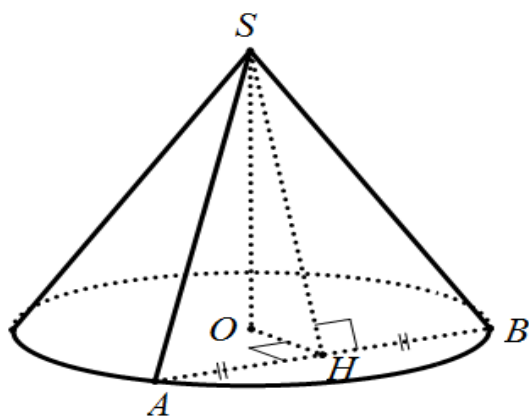


♦ **Thiết diện qua trục của hình nón thông thường hay gặp ở một số dạng như:**

- Thiết diện qua trục là một tam giác vuông.
- Thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân.
- Thiết diện qua trục là một tam giác đều.
- Thiết diện qua trục có góc ở đỉnh bằng số độ cho trước (60° hay 120°).
-

2♦TRƯỜNG HỢP 2: Thiết diện qua đỉnh của hình nón: $mp(P)$ đi qua đỉnh của hình nón và cắt mặt nón theo 2 đường sinh $\Rightarrow$ Thiết diện cũng là tam giác cân.

✓. **Cách vẽ hình:** trên hình vẽ thiết diện là tam giác SAB .



♦ **Lưu ý:** Khi vẽ thiết diện qua đỉnh, nếu kẻ $OH \perp AB$ thì theo tính chất đường kính và dây cung của đường tròn (đường kính vuông góc với dây cung thì đi qua trung điểm của dây cung và ngược lại), thì H chính là trung điểm của AB . Khi đó góc giữa mặt phẳng (SAB) với đường tròn đáy chính là $\widehat{SHO}$.

♦ **Thiết diện qua đỉnh của hình nón thông thường hay gặp ở một số dạng như:**

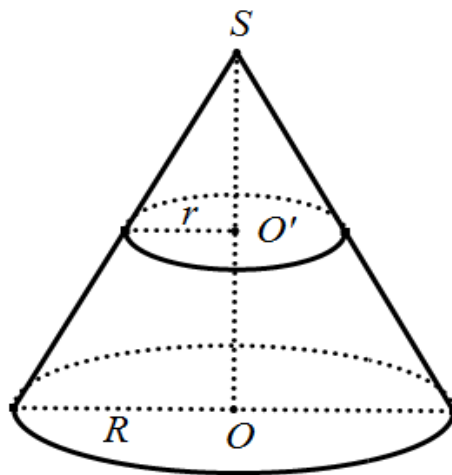
- Thiết diện qua đỉnh là một tam giác vuông.
- Thiết diện qua đỉnh là một tam giác vuông cân.
- Thiết diện qua đỉnh là một tam giác đều.
- Thiết diện qua đỉnh có góc tạo bởi thiết diện và trục là số cho trước (60° hay 120°).
- Thiết diện qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy tới mặt phẳng chứa thiết diện là $a(\text{cm})$.

Trên con đường thành công không có dấu chân của kẻ lười biếng

- Thiết diện là một tam giác cân đồng thời tạo với mặt phẳng đường tròn đáy góc cho trước.
- ...

3♦TRƯỜNG HỢP 3: Thiết diện vuông góc với trục của hình nón và song song với đường tròn đáy hình nón: $mp(P)$ **vuông góc với trục** hình nón $\Rightarrow$ giao tuyến là một đường tròn.

✓. **Cách vẽ hình:** trên hình vẽ, thiết diện là đường tròn tâm O' .



Câu 1.[Mức độ 2] Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó bằng

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 2.[Mức độ 2] Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều bằng

- A. 16π . B. 8π . C. 20π . D. 12π .

Câu 3.[Mức độ 2] Cho một khối nón có bán kính đáy là 9cm, góc giữa đường sinh và mặt đáy là 30° . Tính diện tích thiết diện của khối nón cắt bởi mặt phẳng đi qua hai đường sinh vuông góc với nhau.

- A. $27(cm^2)$. B. $162(cm^2)$. C. $\frac{27}{2} \cdot (cm^2)$. D. $54(cm^2)$.

Câu 4.[Mức độ 2] Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$ và bán kính đáy $r = 25$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12. Tính diện tích của thiết diện đó.

- A. 500. B. 300. C. 406. D. 400

Câu 5.[Mức độ 3] Mặt phẳng trung trực của đường cao của một khối nón chia nó ra thành hai khối. Tỉ số thể tích của khối bé chia khối lớn bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

5. Bài tập trắc nghiệm.

MỨC VẬN DỤNG: NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

- Câu 1. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng
- A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi rl$.
- Câu 2. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 28π . B. 14π . C. $\frac{14\pi}{3}$. D. $\frac{98\pi}{3}$.
- Câu 3. (Mã 101 - 2020 Lần 2)** Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 20π . B. $\frac{20\pi}{3}$. C. 10π . D. $\frac{10\pi}{3}$.
- Câu 4. (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. $\frac{28\pi}{3}$. B. 14π . C. 28π . D. $\frac{14\pi}{3}$.
- Câu 5. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:
- A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $S_{xq} = \pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rh$. D. $S_{xq} = 2\pi rl$.
- Câu 6. (THPT Lê Quy Đôn Điện Biên 2019)** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình nón.
- A. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. C. $\pi a^2 \sqrt{2}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.
- Câu 7. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng
- A. $4\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. $2\pi a^2$. D. $2a^2$.
- Câu 8. (Sở Vĩnh Phúc 2019)** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$, bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đó
- A. $2a\sqrt{2}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $2a$. D. $3a$.
- Câu 9. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019)** Cho khối nón (N) có thể tích bằng 4π và chiều cao là 3. Tính bán kính đường tròn đáy của khối nón (N).
- A. 2. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. 1. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 10. (THPT Trần Nhân Tông - QN -2018) Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , gọi I là trung điểm của BC , $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI .

- A. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi$. B. $S_{xq} = 2\pi$. C. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi$. D. $S_{xq} = 4\pi$.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1. (Mã 103 - 2019) Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

- A. $2\pi r^2 h$. B. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. C. $\pi r^2 h$. D. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 16π . B. 48π . C. 36π . D. 4π .

Câu 3. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng:

- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. 10π . C. $\frac{50\pi}{3}$. D. 50π .

Câu 4. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 8π . C. $\frac{32\pi}{3}$. D. 32π .

Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính $r = 2$ chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{20\pi}{3}$. B. 20π . C. $\frac{10\pi}{3}$. D. 10π .

Câu 6. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 8π . B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{16\pi}{3}$. D. 16π .

Câu 7. (Mã 110 2017) Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = 12\pi$ B. $V = 4\pi$ C. $V = 16\pi\sqrt{3}$ D. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$

Câu 8. (Mã 101 - 2019) Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $2\pi r^2 h$. C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Câu 9. (Mã 104 2019) Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Câu 10. (Mã 102 - 2019) Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

MỨC VẬN DỤNG

DẠNG 2.

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh hình nón đó bằng

- A. $5\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2\sqrt{5}\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.

Câu 2. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 8π . B. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 16π .

Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 50π . B. $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 100π .

Câu 4. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 18π . B. 36π . C. $6\sqrt{3}\pi$. D. $12\sqrt{3}\pi$.

Câu 5. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. B. 32π . C. 64π . D. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 6. (Mã 123 2017) Cho một hình nón có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

- A. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ B. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$ C. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$ D. $d = a$

Câu 7. (KSCL THPT Nguyễn Khuyến 2019) Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $SAO = 30^\circ, SAB = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

- A. $a\sqrt{2}$ B. $a\sqrt{3}$ C. $2a\sqrt{3}$ D. $a\sqrt{5}$

Câu 8. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Cho một hình nón có bán kính đáy bằng a và góc ở đỉnh bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = 4\pi a^2$. B. $S_{xq} = \frac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Câu 9. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng $2a$, vẽ tia Ax về phía điểm B sao cho điểm B luôn cách tia Ax một đoạn bằng a . Gọi H là hình chiếu của B lên tia Ax , khi tam giác AHB quay quanh trục AB thì đường gấp khúc AHB vẽ thành mặt tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. B. $\frac{(3+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$. C. $\frac{(1+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$. D. $\frac{(2+\sqrt{2})\pi a^2}{2}$.

Câu 10. (HSG Bắc Ninh 2019) Cho hình nón có chiều cao $h = 20$, bán kính đáy $r = 25$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12. Tính diện tích S của thiết diện đó.

- A. $S = 500$. B. $S = 400$. C. $S = 300$. D. $S = 406$.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. B. 32π . C. $32\sqrt{5}\pi$. D. 96π .

Câu 2. (KSCL THPT Nguyễn Khuyến 2019) Tính thể tích của hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$.

- A. $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $V = 3\pi a^3$. C. $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $V = \pi a^3$.

Câu 3. (Chuyên Thái Nguyên 2019) Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 6$, $AC = 8$ và M là trung điểm của cạnh AC . Khi đó thể tích của khối tròn xoay do tam giác BMC quanh quanh AB là

- A. 86π . B. 106π . C. 96π . D. 98π .

Câu 4. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 cm, góc ở đỉnh bằng 60° . Tính thể tích của khối nón đó.

- A. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{9} \text{ cm}^3$. B. $8\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $\frac{8\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 5. (Việt Đức Hà Nội 2019) Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

- A.** $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{16}{9}$. **D.** $\frac{9}{16}$.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

HÌNH HỌC 12 – CHƯƠNG 2

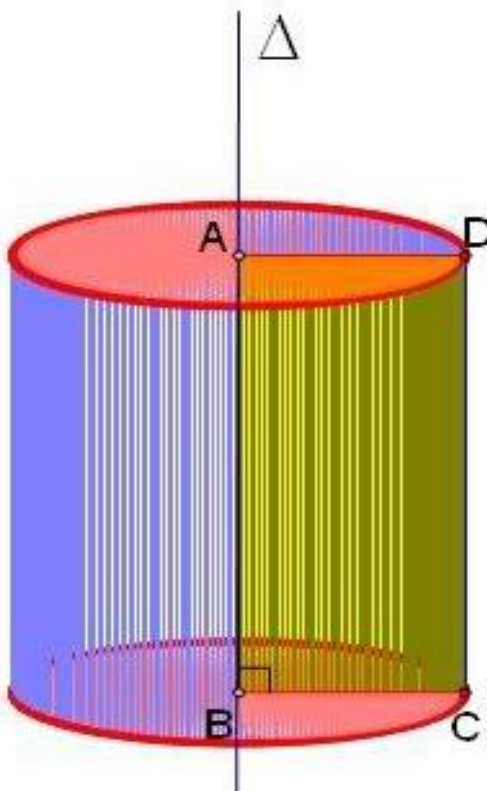
§1. MẶT TRÒN XOAY

I. TÓM TẮT KIẾN THỨC VỀ HÌNH TRỤ, KHỐI TRỤ.

1. Hình trụ tròn xoay.

Xét hình chữ nhật $ABCD$. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn AB , thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành một hình được gọi là hình trụ tròn xoay.

- Hai đáy $(A; r), (B; r)$
- Đường sinh: $l = CD$.
- Chiều cao: $h = AB = CD$.



2. Khối trụ tròn xoay.

Khối trụ tròn xoay là phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ đó. Khối trụ tròn xoay được gọi tắt là khối trụ.

3. Một số công thức về hình nón, khối nón.

- Diện tích đáy của hình trụ: $S_{\text{đáy}} = \pi r^2$.
- Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi r h$.
- Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{\text{đáy}} = 2\pi r h + 2\pi r^2$.
- Chu vi một đáy của hình trụ: $C = 2\pi r$.
- Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 h$.

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Dạng 1: Xác định các yếu tố cơ bản của khối trụ. Tính diện tích, thể tích.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: [Mức độ 1] Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh là ℓ . Thể tích khối trụ được tính theo công thức

A. $V = \frac{1}{3}\pi r \ell^2$. B. $V = \pi r^2 \ell$. C. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \ell$. D. $V = \pi r \ell^2$.

Câu 2: [Mức độ 1] Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π . B. 12π . C. 16π . D. 24π .

Câu 3: [Mức độ 1] Thể tích của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ bằng

A. 32π . B. $32\sqrt{2}\pi$. C. $64\sqrt{2}\pi$. D. 128π .

Câu 4: [Mức độ 1] Diện tích toàn phần của hình trụ có chiều cao $h = 5$ và bán kính $r = 3$ bằng

A. 48π . B. 48 . C. 39 . D. 39π .

Câu 5: [Mức độ 2] Khối trụ (T) có bán kính đáy bằng 2 và thể tích bằng 8π . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ (T).

A. $S_{xq} = 32\pi$. B. $S_{xq} = 8\pi$. C. $S_{xq} = 16\pi$. D. $S_{xq} = 4\pi$.

Câu 6: [Mức độ 2] Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng R và diện tích toàn phần bằng $8\pi R^2$. Tính thể tích V của khối trụ (T).

A. $V = 6\pi R^3$. B. $V = 3\pi R^3$. C. $V = 4\pi R^3$. D. $V = 8\pi R^3$.

Câu 7: [Mức độ 2] Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O; R)$ và $(O'; R)$, $OO' = h$. Gọi AB là một đường kính của đường tròn $(O; R)$. Biết rằng tam giác $O'AB$ đều. Tính tỉ số $\frac{h}{R}$.

A. $\frac{h}{R} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{h}{R} = \sqrt{3}$. C. $\frac{h}{R} = 1$. D. $\frac{h}{R} = 4\sqrt{3}$.

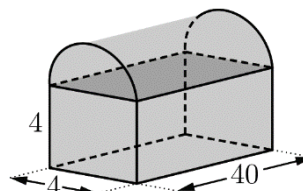
Câu 8: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $8\pi\text{cm}^3$. B. $4\pi\text{cm}^3$. C. $32\pi\text{cm}^3$. D. $16\pi\text{cm}^3$.

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên ta có $h = l = 2r = 4\text{cm}$. $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi\text{cm}^3$

Câu 9: [Mức độ 2] Một thùng đựng thư được thiết kế như hình vẽ bên, phần phía trên là nửa hình trụ. Thể tích của thùng đựng thư bằng

A. $320 + 80\pi$.
B. $640 + 40\pi$.
C. $640 + 80\pi$.
D. $640 + 160\pi$.



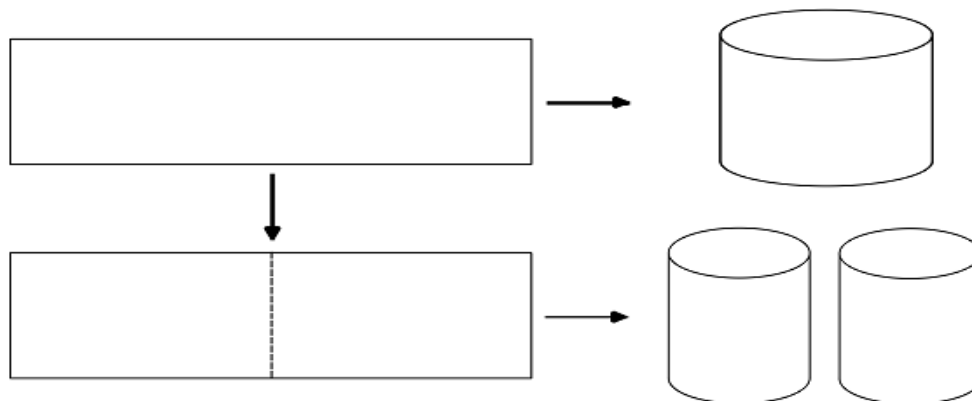
Câu 10: [Mức độ 2] Trong không gian, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , có độ dài các cạnh là $AD = a$, $AB = 5a$, $CD = 2a$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay hình thang trên quanh trục AB .

Câu 11: [Mức độ 3] Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $80\text{cm} \times 360\text{cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 80cm , theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

C1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

C2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$.



Dạng 2: Thiết diện.

Câu 1: [Mức độ 2] Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ?

- A. $4\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 2: Một khối trụ có bán kính đáy $r = 7\text{cm}$. Khoảng cách hai đáy bằng 10cm . Khi cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục cách trục 5cm thì diện tích của thiết diện là:

- A. $S = 34\text{cm}^2$. B. $S = 40\sqrt{6}\text{cm}^2$. C. $S = 21\sqrt{31}\text{cm}^2$. D. $S = 38\text{cm}^2$.

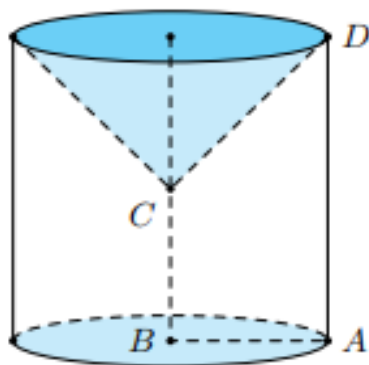
Câu 3: [Mức độ 2] Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $10\sqrt{3}\pi$. B. $5\sqrt{39}\pi$. C. $20\sqrt{3}\pi$. D. $10\sqrt{39}\pi$.

Câu 4: [Mức độ 2] Một hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn (O, R) và (O', R) . Biết rằng tồn tại dây cung AB của đường tròn (O, R) sao cho tam giác $O'AB$ đều và góc giữa hai mặt phẳng $(O'AB)$ và mặt phẳng chứa đường tròn (O, R) bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

- A. $4\pi R^2$. B. $2\sqrt{3}\pi R^2$. C. $\frac{3\sqrt{7}}{7}\pi R^2$. D. $\frac{\sqrt{6}}{7}\pi R^2$.

Câu 5: [Mức độ 3] Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

C. πa^3 .

D. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

Câu 6:[Mức độ 3] Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$. Thể tích của khối trụ nội tiếp trong hình lăng trụ là:

A. $4\pi a^3$.

B. $8\pi a^3$.

C. $2\pi a^3$.

D. πa^3 .

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (phần này không làm PPT)

MỨC NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. (THPT - YÊN Định Thanh Hóa 2019) Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của khối trụ.

A. $S_{tp} = \frac{13a^2\pi}{6}$.

B. $S_{tp} = a^2\pi\sqrt{3}$.

C. $S_{tp} = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$.

D. $S_{tp} = \frac{27a^2\pi}{2}$.

Câu 2. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. a .

B. $2a$.

C. $3a$.

D. $4a$.

Câu 3. (Chuyên Thái Nguyên 2019) Một hình trụ có bán kính đáy bằng $2cm$ và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $8p\text{ cm}^3$.

B. $4p\text{ cm}^3$.

C. $32p\text{ cm}^3$.

D. $16p\text{ cm}^3$.

Câu 4. (THPT Gia Lộc Hải Dương Năm 2019) Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $\frac{13\pi a^2}{6}$.

B. $\frac{27\pi a^2}{2}$.

C. $9\pi a^2$.

D. $\frac{9\pi a^2}{2}$.

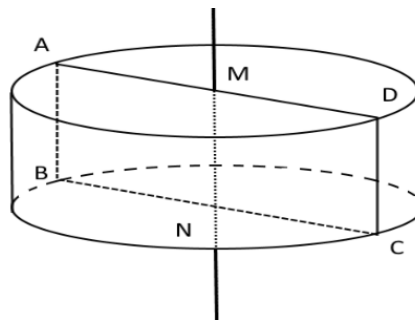
Câu 5. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1, AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 4\pi$.

B. $S_{tp} = 6\pi$.

C. $S_{tp} = 2\pi$.

D. $S_{tp} = 10\pi$.



Câu 6. (Đồng Tháp - 2018) Hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. $2\pi a^2(\sqrt{3}-1)$. B. $\pi a^2(1+\sqrt{3})$. C. $\pi a^2\sqrt{3}$. D. $2\pi a^2(1+\sqrt{3})$.

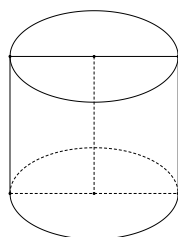
Câu 7. (THPT Kinh Môn - HD - 2018) Cho lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

- A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{2}$. C. $\frac{S_2}{S_1} = \pi$. D. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$.

Câu 8. (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2018) Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. $S = 35\pi(\text{cm}^2)$. B. $S = 70\pi(\text{cm}^2)$. C. $S = \frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$. D. $S = \frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 9. (Chuyên ĐH Vinh - 2018) Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng



- A. $2\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $16\pi a^2$.

Câu 10. (THPT Kiến An - Hải Phòng - 2018) Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m , chu vi đáy bằng 5 m .

- A. 50 m^2 . B. $50\pi\text{ m}^2$. C. $100\pi\text{ m}^2$. D. 100 m^2 .

Câu 11. (Hồng Lĩnh - Hà Tĩnh - 2018) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

- A. $4\pi a^3$. B. πa^3 . C. $2a^3$. D. a^3 .

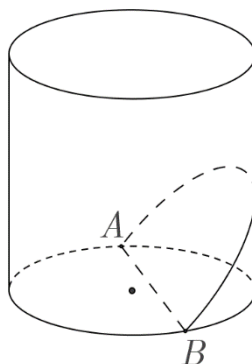
- Câu 12. (Chuyên Bắc Ninh - 2018)** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó
- A. $\frac{\pi}{2}$. B. π . C. 2π . D. 4π .
- Câu 13. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2018)** Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. πa^2 . B. $\frac{4}{3}\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $16\pi a^3$.
- Câu 14. (THPT Hà Huy Tập - 2018)** Cho một khối trụ có diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π . Tính thể tích của khối trụ biết khoảng cách giữa hai đáy bằng 10.
- A. 160π . B. 400π . C. 40π . D. 64π .
- Câu 15. (Hà Nội - 2018)** Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?
- A. 18 lần. B. 6 lần. C. 36 lần. D. 12 lần.
- Câu 16. (THPT Lương Thế Vinh 2018).** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?
- A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{4\pi}{9}$.
- Câu 17. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2018)** Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a . Thể tích khối trụ đó bằng
- A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.
- Câu 18. (SGD&ĐT BRVT - 2018)** Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh là $2a$. Thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là:
- A. $2\pi a^3$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $8\pi a^3$. D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.
- Câu 19. (THPT Kinh Môn - Hải Dương - 2018)** Cho một khối trụ (S) có bán kính đáy bằng a . Biết thiết diện của hình trụ qua trục là hình vuông có chu vi bằng 8. Thể tích của khối trụ sẽ bằng
- A. 8π . B. 4π . C. 2π . D. 16π .
- Câu 20. (THPT Gang Thép - 2018)** Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích của khối trụ:
- A. $V=12\pi a^3$. B. $V=16\pi a^3$. C. $V=4\pi a^3$. D. $V=8\pi a^3$.

MỨC VẬN DỤNG

Câu 21. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Một hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn (O, R) và (O', R) . Biết rằng tồn tại dây cung AB của đường tròn (O, R) sao cho tam giác $O'AB$ đều và góc giữa hai mặt phẳng $(O'AB)$ và mặt phẳng chứa đường tròn (O, R) bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

- A. $4\pi R^2$. B. $2\sqrt{3}\pi R^2$. C. $\frac{3\sqrt{7}}{7}\pi R^2$. D. $\frac{6\sqrt{7}}{7}\pi R^2$.

Câu 22. (Chuyên Sơn La 2019) Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $4(\text{cm})$ và chiều cao $5(\text{cm})$. Gọi AB là một dây cung đáy dưới sao cho $AB = 4\sqrt{3}(\text{cm})$. Người ta dựng mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng đáy hình trụ một góc 60° như hình vẽ. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .



- A. $\frac{8(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}(\text{cm}^2)$. B. $\frac{4(4\pi - \sqrt{3})}{3}(\text{cm}^2)$.
C. $\frac{4(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}(\text{cm}^2)$. D. $\frac{8(4\pi - \sqrt{3})}{3}(\text{cm}^2)$.

phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2$ (cm^2).

- A. $S = 4(2400 + \pi)$. B. $S = 2400(4 + \pi)$. C. $S = 2400(4 + 3\pi)$. D. $S = 4(2400 + 3\pi)$.

Câu 24. (Chuyên Quốc Học Huế 2018) Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120° . Tính diện tích thiết diện $ABB'A'$.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 25. (Chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai - 2018) Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa 1 lượng nước như nhau, độ cao mực nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Chọn nhận xét đúng về bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình $y = \sqrt{6 - x^2}$, Ox , III.

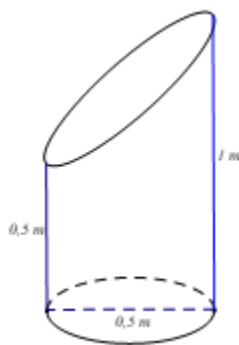
- A. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội 2.

- B.** r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{2}$.
- C.** r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\sqrt{2}$.
- D.** r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 26. (Chuyên ĐHSPHN - 2018) Cắt đều thanh gỗ hình hộp có đáy là hình vuông thành hình trụ có cùng chiều cao. Tỷ lệ thể tích gỗ cần phải đi ít nhất (tính gần đúng) là

- A.** 30%. **B.** 50%. **C.** 21%. **D.** 11%.

Câu 27. Một khối gỗ hình trụ có đường kính 0,5 m và chiều cao 1 (m). Người ta đã cắt khối gỗ, phần còn lại như hình vẽ bên có thể tích là V . Tính V .



- A.** $\frac{3\pi}{16} (\text{m}^3)$. **B.** $\frac{5\pi}{64} (\text{m}^3)$. **C.** $\frac{3\pi}{64} (\text{m}^3)$. **D.** $\frac{\pi}{16} (\text{m}^3)$.

Câu 28. (Sở Hưng Yên - 2020) Cho hình trụ có O, O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc (O) và C, D cùng thuộc (O') sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° . Thể tích khối trụ bằng

- A.** $\pi a^3 \sqrt{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. **D.** $2\pi a^3 \sqrt{3}$.

Câu 29. (Sở Hà Tĩnh - 2020) Cho khối trụ có hai đáy là (O) và (O') . AB, CD lần lượt là hai đường kính của (O) và (O') , góc giữa AB và CD bằng 30° , $AB = 6$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 30. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A.** 180π . **B.** 90π . **C.** 30π . **D.** 45π .

Câu 30. (Lý Nhân Tông - Bắc Ninh - 2020) Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm x 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

HÌNH HỌC 12 – CHƯƠNG 2

§2. MẶT CẦU

A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH

I. Mặt cầu và các khái niệm liên quan đến mặt cầu

I.1. Mặt cầu

Quan sát một số hình ảnh:



Định nghĩa mặt cầu: Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng R gọi là mặt cầu tâm O , bán kính R , kí hiệu là: $S(O; R)$. Khi đó $S(O; R) = \{M | OM = R\}$

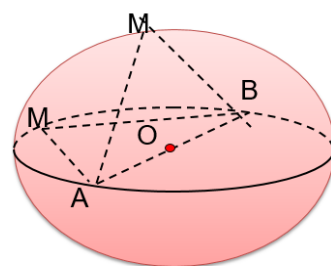
Chú ý:

* Nếu 2 điểm C, D nằm trên mặt cầu $S(O, R)$ thì đoạn thẳng CD được gọi là dây cung của mặt cầu (S). Dây cung AB đi qua tâm O được gọi là một đường kính của mặt cầu (S)

* Một mặt cầu hoàn toàn được xác định nếu biết tâm và bán kính của nó hoặc biết một đường kính của mặt cầu đó.

Ví dụ (Bài 1/ 49). Tìm tập hợp các điểm M trong không gian luôn nhìn đoạn thẳng AB cố định dưới một góc vuông.

Giải: Tập hợp các điểm M trong không gian luôn nhìn đoạn thẳng AB cố định dưới một góc vuông là mặt cầu đường kính AB .



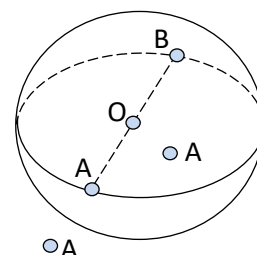
I.2. Vị trí tương đối của một điểm đối với mặt cầu

Câu hỏi: Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một điểm A bất kì. Quan sát hình vẽ hãy cho biết trong không gian, có bao nhiêu vị trí tương đối giữa điểm A và mặt cầu $S(O; R)$?

Trả lời: Có 3 vị trí tương đối

Kết luận: Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một điểm A bất kì. Khi đó:

- Nếu $OA = R \Leftrightarrow A \in S(O; R)$. Khi đó OA gọi là bán kính mặt cầu. Nếu OA và OB là hai bán kính sao cho $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$ thì đoạn thẳng AB gọi là một đường kính của mặt cầu.



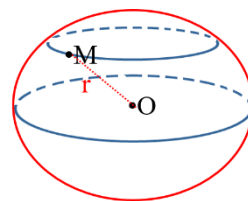
- Nếu $OA < R \Leftrightarrow A$ nằm trong mặt cầu.
- Nếu $OA > R \Leftrightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu.
- $\Rightarrow$ Khối cầu $S(O; R)$ là tập hợp tất cả các điểm M sao cho $OM \leq R$.

Định nghĩa khối cầu: Tập hợp các điểm thuộc mặt cầu $S(O; R)$ cùng với các điểm nằm trong mặt cầu đó được gọi là khối cầu tâm O bán kính R .

I.3. Biểu diễn mặt cầu:

Hình biểu diễn của mặt cầu là một hình tròn.

Để trực quan người ta vẽ thêm hình biểu diễn của một số đường tròn nằm trên mặt cầu đó.



II. Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu (Hướng dẫn tự học)

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một mp(P). Gọi d là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến mp(P) và H là hình chiếu của O trên mp(P) $\Rightarrow d = OH$.

- Nếu $d < R \Leftrightarrow$ mp(P) cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo giao tuyến là đường tròn nằm trên mp(P) có tâm là H và bán kính $r = HM = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{R^2 - OH^2}$ (hình a).

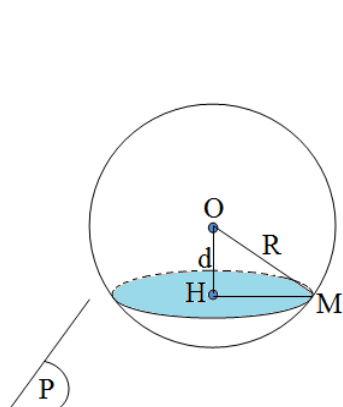
Đặc biệt khi $d = 0$ mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo một đường tròn lớn có bán kính $r = R$ và (P) được gọi là mặt phẳng kính

- Nếu $d > R \Leftrightarrow$ mp(P) không cắt mặt cầu $S(O; R)$ (hình b).
- Nếu $d = R \Leftrightarrow$ mp(P) có một điểm chung duy nhất. Ta nói mặt cầu $S(O; R)$ tiếp xúc mp(P). Điểm H : Tiếp điểm của mặt cầu $S(O; R)$ và mặt phẳng (P).

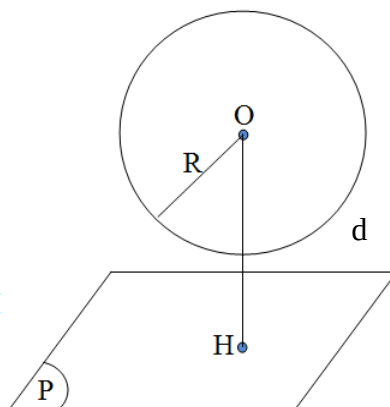
(P) : Mặt phẳng tiếp xúc hay tiếp diện của mặt cầu.

Vậy: + (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$ tại điểm $H \Leftrightarrow$ (P) vuông góc OH tại điểm H .

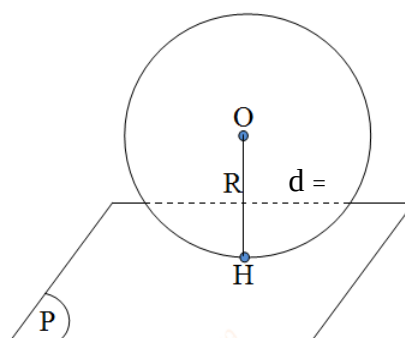
+ (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R) \Leftrightarrow d(O; (P)) = R$. (hình c)



Hình a



Hình b



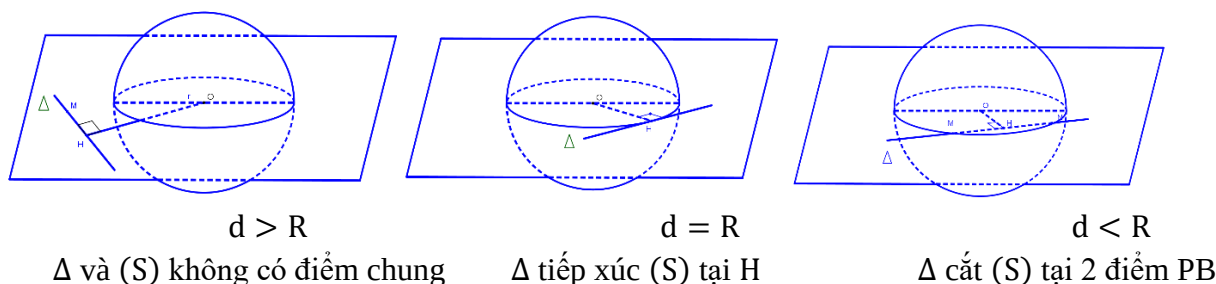
Hình c

III. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu (Hướng dẫn tự học)

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một đường thẳng Δ . Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng Δ và $d = OH$ là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến đường thẳng Δ . Khi đó:

- Nếu $d > R \Leftrightarrow \Delta$ không cắt mặt cầu $S(O; R)$.
- Nếu $d < R \Leftrightarrow \Delta$ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt.
- Nếu $d = R \Leftrightarrow \Delta$ và mặt cầu tiếp xúc nhau (tại một điểm duy nhất). Do đó: điều kiện cần và đủ để đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu là $d = d(O, \Delta) = R$. Khi đó H được gọi là tiếp điểm và Δ được gọi là tiếp tuyến của mặt cầu S .

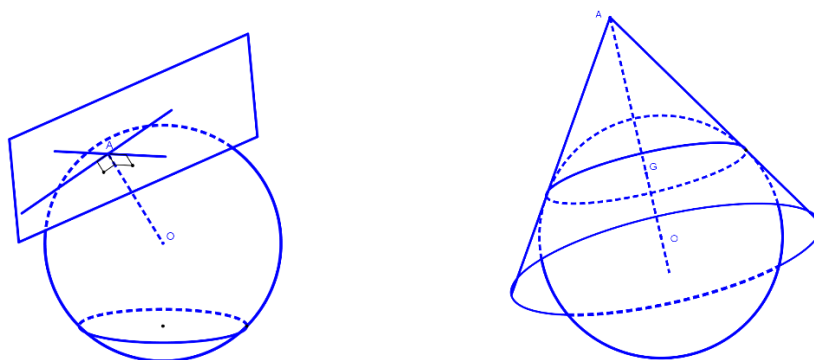
Đặc biệt, khi $d = 0$ thì đường thẳng Δ đi qua tâm O và cắt mặt cầu tại hai điểm A, B . Khi đó AB là đường kính của mặt cầu.



Nhận xét:

a) Qua một điểm A nằm trên mặt cầu $S(O; R)$ có vô số tiếp tuyến của mặt cầu đó. Tất cả các tiếp tuyến này đều vuông góc với bán kính OA của mặt cầu tại A và đều nằm trên mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm A đó.

b) Qua một điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ có vô số tiếp tuyến với mặt cầu đã cho. Các tiếp tuyến này tạo thành một mặt nón đỉnh A . Khi đó độ dài các đoạn thẳng kẻ từ A đến các tiếp điểm đều bằng nhau.



Chú ý.

- + Mặt cầu nội tiếp hình đa diện nếu mặt cầu đó tiếp xúc với tất cả các mặt của hình đa diện.
- + Mặt cầu ngoại tiếp hình đa diện nếu tất cả các đỉnh của hình đa diện đều nằm trên mặt cầu. Khi mặt cầu nội tiếp (ngoại tiếp) hình đa diện, người ta cũng nói hình đa diện ngoại tiếp (nội tiếp) mặt cầu.

IV. Công thức tính diện tích và thể tích mặt cầu

- Diện tích mặt cầu: $S_C = 4\pi R^2$.
- Thể tích mặt cầu: $V_C = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Ví dụ:

Ví dụ 1: Một mặt cầu (S) có bán kính bằng $2a$. Tính diện tích S_C , thể tích V_C của mặt cầu (S) .

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2: Cho khối cầu (S) có thể tích bằng 36π (cm³). Diện tích mặt cầu bằng bao nhiêu?

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3: Thể tích của khối cầu có diện tích mặt cầu bằng 36π .

.....

.....

.....

.....

.....

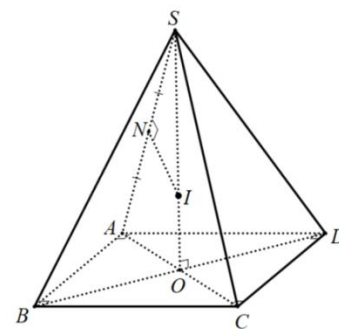
B. LUYỆN TẬP

I. Chữa bài tập SGK

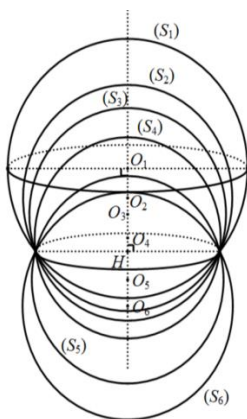
Bài 2 /49. Cho hình chóp đều S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng a. Hãy xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

Gọi O là tâm của đáy $\Rightarrow$ SO là trục của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy. Trong mặt phẳng xác định bởi SO và một cạnh bên mp(SAO), ta vẽ đường trung trực của cạnh SA và cắt SO tại I $\Rightarrow$ I là tâm của mặt cầu.

$$\text{Ta có: } \triangle SNI \triangle SOA \Rightarrow \frac{SN}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow \text{Bán kính là } R = IS = \frac{SN \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{a^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}a}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



Bài 3 /49. Tìm tập hợp tâm mặt cầu luôn chứa một đường tròn cố định cho trước



Gọi O là tâm của mặt cầu chứa đường tròn (C) cố định cho trước, như vậy O phải cách đều tất cả các điểm M thuộc đường tròn (C) , suy ra O nằm trên đường thẳng đi qua tâm H của đường tròn (C) và vuông góc với mặt phẳng (P) chứa đường tròn (C) .

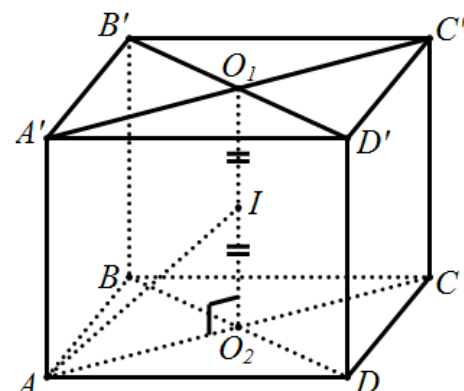
Bài 4 /49. Tìm tập hợp tâm những mặt cầu luôn cùng tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác cho trước.

Cho ΔABC , gọi (C) là đường tròn nội tiếp ΔABC , O là tâm đường tròn nội tiếp của $(C) \Rightarrow (C)$ tiếp xúc ba cạnh của ΔABC .

Gọi I là tâm mặt cầu (S) chứa đường tròn (C) . Suy ra (S) tiếp xúc ba cạnh của ΔABC , I cách đều tất cả các điểm M nằm trên (C)

Vậy tâm I nằm trên trục đường tròn nội tiếp (C) (là đường thẳng đi qua O và vuông góc với mặt phẳng chứa (C)).

Bài 7 /49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a, AB = b, AD = c$



- Hãy xác định tâm và bán kính mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp chữ nhật.
- Tính bán kính của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$ với mặt cầu trên.

Giải:

- Gọi O_1O_2 lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy hình hộp chữ nhật. Suy ra O_1O_2 là trục đường tròn ngoại tiếp hai đa giác đáy.

Gọi I là trung điểm của $O_1O_2 \Rightarrow IA = IB = IC = IA' = IB' = IC'$. Suy ra:

-Trung điểm I của O_1O_2 là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

-Bán kính: $R = IA = \sqrt{AO_2^2 + IO_2^2} = \sqrt{AO_2^2 + \left(\frac{O_1O_2}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$. (bằng một nửa đường chéo của hình hộp chữ nhật)

Ghi nhớ: Gọi d là đường chéo hình hộp chữ nhật, a, b lần lượt là chiều dài, chiều rộng của đáy, c là chiều cao của hình hộp $\Rightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Đối với hình lập phương cạnh $a \Rightarrow d = \sqrt{3a^2}$.

- Bán kính đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$ với mặt cầu trên là

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{4}} = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}$$

Bài 10 /49. Cho hình chóp $S.ABC$ có 4 đỉnh đều nằm trên một mặt cầu, $SA = a, SB = b, SC = c$ và 3 cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc. Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu được tạo nên bởi mặt cầu đó.

Giải:

Hình chóp $S.ABC$ có 3 cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc, lần lượt có độ dài là a, b, c sẽ nội tiếp cùng một mặt cầu với hình hộp chữ nhật có 3 kích thước là a, b, c . Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

$S.ABC$ là $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

Diện tích mặt cầu $S_c = 4\pi R^2 = \pi(a^2 + b^2 + c^2)$

Thể tích khối cầu $V_c = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi(a^2 + b^2 + c^2)\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

II. Bài tập trắc nghiệm

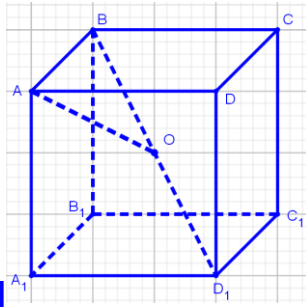
- Câu 1. [Mức độ 1]** Cho mặt cầu $S(O; r)$. Chọn khẳng định **đúng**.
 A. $S(O; r) = \{M | OM = r\}$. B. $S(O; r) = \{M | OM > r\}$.
 C. $S(O; r) = \{M | OM < r\}$. D. $S(O; r) = \{M | OM \geq r\}$.
- Câu 2. [Mức độ 1]** Chọn phát biểu **sai**.
 A. Một mặt cầu được xác định nếu biết đường kính của nó.
 B. Một mặt cầu được xác định nếu biết dây cung của nó.
 C. Một mặt cầu được xác định nếu tâm và một điểm thuộc mặt cầu đó.
 D. Một mặt cầu được xác định nếu biết tâm và bán kính của nó.
- Câu 3. [Mức độ 1]** Gọi (S) là mặt cầu tâm O , bán kính R ; d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) với $d < R$. Khi đó, số điểm chung giữa (S) và (P) là:
 A. 2. B. vô số. C. 1. D. 0.
- Câu 4. [Mức độ 1]** Khối cầu có bán kính $R = 6$ có thể tích bằng bao nhiêu?
 A. 72π . B. 48π . C. 288π . D. 144π .
- Câu 5. [Mức độ 1]** Thể tích của khối cầu có diện tích mặt cầu bằng 36π .
 A. 9π B. 36π C. $\frac{\pi}{9}$ D. $\frac{\pi}{3}$
- Câu 6. [Mức độ 1]** Một hình cầu có thể tích bằng $\frac{4\pi}{3}$ ngoại tiếp một hình lập phương.
 Thể tích của khối lập phương đó là
 A. $\frac{8\sqrt{3}}{9}$. B. 1. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 7. [Mức độ 1]** Cho mặt cầu $S(O; r)$ và mặt phẳng (P) . Gọi d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) . Chọn phát biểu **đúng**.
 A. Nếu $d = 3$ và $r = 5$ thì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; r)$.
 B. Nếu $d = 6$ và $r = 5$ thì mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu $S(O; r)$.
 C. Nếu $d = 5$ và $r = 5$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu $S(O; r)$ không có điểm chung.
 D. Nếu $d = 4$ và $r = 6$ thì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; r)$ theo đường tròn giao tuyến có bán kính là 5.
- Câu 9. [Mức độ 1]** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?
 A. Mọi hình hộp đều có mặt cầu ngoại tiếp.
 B. Mọi hình hộp đứng đều có mặt cầu ngoại tiếp.
 C. Mọi hình hộp có một mặt bên vuông góc với đáy đều có mặt cầu ngoại tiếp.
 D. Mọi hình hộp chữ nhật đều có mặt cầu ngoại tiếp.
- Câu 10. [Mức độ 2]** Tính bán kính R của mặt cầu **ngoại tiếp** một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.
 A. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. B. $R = a$. C. $R = 2\sqrt{3}a$. D. $R = \sqrt{3}a$.

Câu 11. [Mức độ 2] ba điểm phân biệt A, B, C không thẳng hàng. Tập hợp tâm O của các mặt cầu thỏa mãn điều kiện đi qua hai điểm A, B là:

- A. Đường thẳng trung trực của AB. B. Đường tròn đường kính AB.
C. Đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. D. Mặt phẳng trung trực của AB.

Câu 12. [Mức độ 2] Cho hình lập phương ABCD. $A_1B_1C_1D_1$ cạnh a. O là tâm của hình lập phương. Xét mặt cầu (S) tâm A bán kính $\frac{a}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Điểm B nằm trên (S). B. Điểm O nằm ngoài (S).
C. Điểm O nằm trong (S). D. Điểm B nằm trong (S).



Câu 13. [Mức độ 2]

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng a là:

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$ C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ D. $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

Câu 14. [Mức độ 2] Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC. $A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng 1.

Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

- A. $S = 7\pi$. B. $S = \frac{7\pi}{2}$. C. $S = \frac{7\pi}{3}$. D. $S = \frac{7\pi}{6}$

Câu 15. [Mức độ 3] Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 120^\circ$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S. ABC.

- A. $\frac{\sqrt{41}}{6}a$ B. $\frac{\sqrt{37}}{6}a$ C. $\frac{\sqrt{39}}{6}a$ D. $\frac{\sqrt{35}}{6}a$

Câu 16. [Mức độ 3] Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và $SA = SB = SD$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S. ABD có bán kính bằng $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ và $SA > a$. Thể tích khối chóp S. ABCD là

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. D. $a^3\sqrt{5}$.

Câu 17. [Mức độ 3] Cho hình chóp S. ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết $SA \perp (ABC)$, $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 60° . Vị trí tương đối giữa mặt cầu tâm A, bán kính $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ với mặt phẳng (SBC) là:

- A. Tiếp xúc. B. Không có điểm chung.
C. Cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn. D. Cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Câu 18. [Mức độ 3] Cho hình chóp S. ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết $SA \perp (ABC)$, $AB = a$, góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 60° . Mặt cầu $S(A; a)$ cắt mặt phẳng (SBC) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tính bán kính của (C).

- A. $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $r = \frac{a}{2}$. C. $r = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $r = \frac{a}{4}$.

Câu 19. [Mức độ 4] Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình chữ nhật $AB = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là.

- A. $\frac{8\pi a^2}{3}$. B. $\frac{4\pi a^2}{3}$. C. $4\pi a^2$. D. $8\pi a^2 \cdot a$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. [Mức độ 1] Tính diện tích mặt cầu biết bán kính mặt cầu đó là $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- A. $S = 2\pi$. B. $S = 4\pi$. C. $S = \sqrt{2}\pi$. D. $S = \pi$.

Câu 2. [Mức độ 1] Diện tích của mặt cầu có thể tích là $\frac{32\pi}{3}R^3$ bằng

- A. $2\pi R^2$. B. πR^2 . C. $16\pi R^2$. D. $2\pi R$.

Câu 3. [Mức độ 1] Cho mặt cầu $S(O; r)$ và đường thẳng Δ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng Δ . Chọn khẳng định **sai**.

- A. Nếu $OH \leq r$ thì đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O; r)$ tại hai điểm phân biệt.
B. Nếu $OH > r$ thì đường thẳng Δ và mặt cầu $S(O; r)$ không có điểm chung.
C. Nếu $OH = r$ thì đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O; r)$ tại H.
D. Nếu $OH < r$ thì đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O; r)$ tại hai điểm phân biệt.

Câu 4. [Mức độ 1] Một khối cầu có bán kính $2R$ thì có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = 4\pi R^2$. B. $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. C. $V = \frac{32\pi R^3}{3}$. D. $V = \frac{24\pi R^3}{3}$.

Câu 5. [Mức độ 1] Diện tích của mặt cầu có bán kính $2R$ bằng $4\pi(2R)^2 = 16\pi R^2$. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp chữ nhật đó.

Tâm của mặt cầu (S) là:

- A. Một đỉnh bất kì của hình hộp chữ nhật.
B. Tâm của một mặt bên của hình hộp chữ nhật.
C. Trung điểm của một cạnh của hình hộp chữ nhật.
D. Tâm của hình hộp chữ nhật.

Câu 6. [Mức độ 1] Cho mặt cầu (S) có tâm I bán kính $R = 5$ và mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn (C) có bán kính $r = 3$. Kết luận nào sau đây là **sai**?

- A. Tâm của (C) là hình chiếu vuông góc của I trên (P).
B. (C) là giao tuyến của (S) và (P).
C. Khoảng cách từ I đến (P) bằng 4.
D. (C) là đường tròn lớn của mặt cầu (S).

Câu 7. [Mức độ 2] Cho hình lăng trụ đứng ABC. A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AA' = AB = a\sqrt{2}$, góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{12}a^3}{27}$. B. $\frac{7\sqrt{42}a^3}{27}$. C. $\frac{\sqrt{42}a^3}{7}$. D. $7\pi a^3$.

Câu 8. [Mức độ 2] Cho hình chóp S. ABC, $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông tại A,

$SA = BC = 2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. a . D. $2a$.

Câu 9. [Mức độ 2] Tính bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a .

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Câu 10. [Mức độ 2] Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $5\sqrt{2}$ cm. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp trên.

- A. $V = \frac{125\sqrt{2}\pi}{3} \text{ cm}^3$. B. $V = 100\pi \text{ cm}^3$.
C. $V = \frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{250}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 11. [Mức độ 2] Cho hình hộp chữ nhật có kích thước $2 \times 3 \times 1$.

Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp.

- A. 7π . B. 9π . C. 14π . D. 11π .

Câu 12. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 13. [Mức độ 3] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh $SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua C . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$. B. $R = \frac{a\sqrt{35}}{7}$. C. $R = \frac{a\sqrt{39}}{7}$. D. $R = \frac{a\sqrt{39}}{7}$.

Câu 14. [Mức độ 3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Vị trí tương đối giữa mặt cầu tâm A , bán kính $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ với mặt phẳng (SBC) là:

- A. Tiếp xúc. B. Không có điểm chung.
C. Cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn. D. Cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Câu 15. [Mức độ 3] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại

A , $BC = 3a$. Góc giữa đường chéo AB' của mặt bên $B'A'AB$ với mặt đáy bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

- A. $\frac{\sqrt{10}a}{4}$. B. $\frac{3\sqrt{10}a}{4}$. C. $\frac{\sqrt{10}a}{5}$. D. $\frac{5\sqrt{10}a}{4}$.

Câu 16. [Mức độ 4] Một quả bóng nổi trên mặt hồ khi đóng băng. Khi lấy bóng lên (không làm vỡ bóng) bóng để lại một lỗ trũng bề ngang $2b$ đo ở bề mặt trên cùng và sâu a . Bán kính r ($a < r < 2b$) của quả bóng là:

A. $r = \frac{a^2 + b^2}{2a}$. **B.** $r = \frac{a^2 + b^2}{a}$. **C.** $r = \frac{a^2 + b^2}{b}$. **D.** $r = \frac{a^2 + b^2}{2b}$.

Câu 17. [Mức độ 4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối $S.ABCD$.

A. $\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$. **B.** $\frac{7\sqrt{21}}{162}\pi a^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{21}}{216}\pi a^3$. **D.** $\frac{49\sqrt{21}}{36}\pi a^3$.

Câu 19. [Mức độ 4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, DC . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.DMN$.

A. $R = \frac{a\sqrt{102}}{6}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{31}}{4}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{39}}{6}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 20. [Mức độ 4] Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60° , độ dài đường sinh bằng a . Dây hình cầu $(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_n), \dots$ thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N); (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N); (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N). Tính tổng thể tích các khối cầu $(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_n), \dots$ theo a .

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{52}$. **B.** $\frac{27\pi a^3 \sqrt{3}}{52}$. **C.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$. **D.** $\frac{9\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

HÌNH HỌC 12- CHƯƠNG 3

§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH

I. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM VÀ CỦA VECTO

1. Hệ tọa độ

Trong không gian, cho ba trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ vuông góc với nhau từng đôi một, với các vectơ đơn vị $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ và $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$, $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$

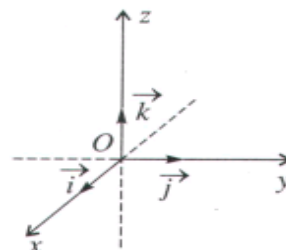
Trong đó: $x'Ox$ là trục hoành

$y'Oy$ là trục tung

$z'Oz$ là trục cao

O là gốc tọa độ

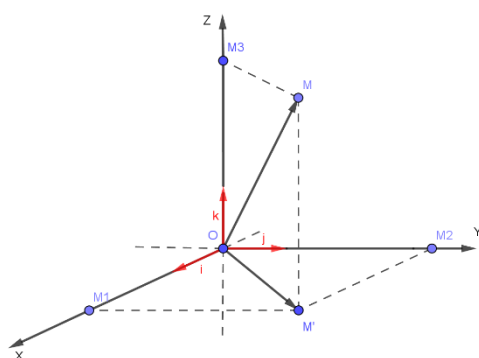
Không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ còn được gọi là không gian $Oxyz$.



2. Tọa độ của điểm

Trong không gian $Oxyz$, điểm M có tọa độ là bộ ba số $(x; y; z)$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Ta viết: $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$



***Ví dụ:** Cho vectơ $\overrightarrow{OM} = -\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$. Hãy tìm tọa độ điểm M .

.....

.....

.....

.....

.....

3. Tọa độ của vectơ

Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{a}$ có tọa độ là bộ ba số $(a_1; a_2; a_3)$ khi và chỉ khi $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$.

Ta viết: $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ hoặc $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$.

Chú ý: Trong không gian $Oxyz$, ta có: $M = (x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y; z)$.

***Ví dụ:** Cho vector $\vec{a} = -3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$. Hãy tìm tọa độ điểm $\vec{a}$.

.....

.....

.....

.....

.....

II. Biểu thức tọa độ của các phép toán vector

a. Định lý

Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:

$$a) \vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$$

$$b) \vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$$

$$c) k\vec{a} = k(a_1; a_2; a_3) = (ka_1; ka_2; ka_3) (k \in \mathbb{R})$$

b. Hệ quả

Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:

$$* \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

* Xét vector $\vec{0}$ có tọa độ là $(0; 0; 0)$

* $\vec{b} \neq \vec{0}, \vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}$

$$a_1 = kb_1, a_2 = kb_2, a_3 = kb_3$$

* Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A); B(x_B; y_B; z_B)$ thì:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

Nếu M là trung điểm của đoạn AB thì $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right)$

c. Ví dụ.

Cho $\vec{a} = (-1; 2; 3); \vec{b} = (3; 0; -5)$.

a. Tìm tọa độ của $\vec{x}$ biết $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

b. Tìm tọa độ của $\vec{x}$ biết $3\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{x} = \vec{0}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B. Bài tập trắc nghiệm (Chiếu PPT).

Câu 1: [Mức độ 1] Trong không gian Oxyz với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ cho $\overrightarrow{OA} = -\vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

- A. $(-1; 0; 3)$. B. $(0; -1; 3)$. C. $(-1; 3; 0)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 2: [Mức độ 1] Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(-1; 2; 3)$. Tọa độ hình chiếu của M trên trục Ox là

- A. $(-1; 2; 0)$. B. $(-1; 0; 0)$. C. $(0; 0; 3)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 3: [Mức độ 2] Trong không gian Oxyz, cho vector $\overrightarrow{OM} = \vec{i} - \sqrt{3}\vec{j} + 4\vec{k}$. Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M trên mp(Oxy). Khi đó tọa độ của điểm M' là

- A. $(1; -\sqrt{3}; 4)$. B. $(1; 4; -\sqrt{3})$. C. $(0; 0; 4)$. D. $(1; -\sqrt{3}; 0)$.

Câu 4: [Mức độ 2] Trong không gian Oxyz, cho hình bình hành ABCD, biết $A(1, 0, 0)$; $B(0, 0, 1)$; $C(2, 1, 1)$. Tọa độ điểm D là

- A. $(3, 1, 0)$. B. $(3; -1; 0)$. C. $(-3; 1; 0)$. D. $(1; 3; 0)$.

Câu 5: [Mức độ 2] Cho ba điểm $A(2, -1, 1)$; $B(3, -2, -1)$. Tìm điểm N trên trục x'Ox cách đều A và B.

- A. $(4; 0; 0)$. B. $(-4; 0; 0)$. C. $(1; 4; 0)$. D. $(2; 0; 4)$.

Câu 6: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Độ dài đoạn AM là

- A. $2\sqrt{7}$. B. $\sqrt{30}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\sqrt{29}$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 7: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (-3; 0; -1)$ và điểm $A(0; 2; 1)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $M(-5; 1; 2)$. B. $M(3; -2; 1)$. C. $M(1; 4; -2)$. D. $M(5; 4; -2)$.

Câu 8: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$, $C(-4; 7; -1)$. Tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ là

HÌNH HỌC 12- CHƯƠNG 3
§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

III. TÍCH VÔ HƯỚNG

1. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

*** VD MỞ ĐẦU:** Cho các vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

a) Hãy biểu diễn hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ theo ba vectơ đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

b) Tính tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ theo $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

*** Định lí:** Trong không gian Oxyz, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ được xác định bởi công thức $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$.

Ví dụ 1: Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = (1; 2; -1)$ và $\vec{b} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$.

.....

.....

.....

.....

.....

2. Ứng dụng

a) Độ dài của một vectơ

Cho vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, ta có $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm

Cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$. Ta có

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

c) Góc giữa hai vector

Gọi φ là góc giữa hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vector $\vec{0}$ thì

$$\cos \varphi = \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}.$$

* **Chú ý:** $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$.

Ví dụ 2: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $\vec{a} = (3; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; -1; -2)$. Hãy tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3)$, $B(0; -1; 1)$ và $C(4; 2; -1)$. Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC và cosin của góc BAC .

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(-1; 2; 1)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Oz sao cho tam giác ABC vuông tại A .

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập trắc nghiệm.

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a} = (-1; 1; m)$, $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Vector $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ khi

A. $m = -2$.

B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;1)$, $B(-1;3;2)$; $C(2;4;-3)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ là

- A.** AD . **B.** -6 . **C.** 2 . **D.** -2 .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (2; -2; -4)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.** $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$. **B.** $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương. **C.** $|\vec{b}| = \sqrt{3}$. **D.**

$$\vec{a} \perp \vec{b} .$$

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a}, \vec{b}$ có độ dài lần lượt là 1 và 2. Biết $|\vec{a} + \vec{b}| = 3$ khi đó góc giữa 2 vector $\vec{a}, \vec{b}$ là

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. 0. D. $-\frac{\pi}{3}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5;1;5)$; $B(4;3;2)$; $C(-3;-2;1)$. Điểm $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + 2b + c$.

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -9.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$,

HÌNH HỌC 12- CHƯƠNG 3
§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

IV. Phương trình mặt cầu

1. Bài toán mở đầu

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(a; b; c)$ và số dương r . Tìm điều kiện để điểm $M(x; y; z)$ nằm trên mặt cầu (S) tâm I có bán kính r .

.....

.....

.....

.....

.....

Nhận xét: Mọi điểm M nằm trên mặt cầu (S) đều có tọa độ thỏa mãn phương trình (*).

Phương trình (*) như trên được gọi là phương trình của mặt cầu (S) .

2. Định lý: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ bán kính r có phương trình là:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$$

*** Ví dụ 1:** Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ bán kính $r = 5$.

.....

.....

.....

.....

.....

*** Ví dụ 2:** Tìm tọa độ tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) , biết:

a) $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 16$.

b) $(x+1)^2 + (y-5)^2 + (z+3)^2 = 25$.

.....

.....

.....

.....

.....

3. Nhận xét

Phương trình mặt cầu $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$ có thể viết dưới dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \text{ với } d = a^2 + b^2 + c^2 - r^2.$$

Ngược lại những phương trình có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Khi đó mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

*** Ví dụ 3:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau là phương trình mặt cầu? Nếu là phương trình của một mặt cầu, xác định tọa độ tâm và tính bán kính của nó.

a. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 2z + 14 = 0$.

b. $x^2 + y^2 + z^2 - 8xy + 2y + 2z + 62 = 0$.

c. $3x^2 + y^2 + 2z^2 - 4x + 6y + 2z - 6 = 0$.

d. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y + 2z - 6 = 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Bài tập trắc nghiệm.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 6z + 2 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. Điểm $Q(1; 1; -2)$. B. Điểm $M(-2; 3; 7)$. C. Điểm $N(1; 3; -2)$. D. Điểm $P(1; 3; 0)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ bán kính $r = 2$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $I(1; -2; 3)$ và $A(1; 0; 3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2.$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;-1;0)$ và $B(0;3;-4)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3.$

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9.$

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9.$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y = 0.$

B. $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 1 = 0.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 2 = 0.$

D. $x^2 + y^2 - z^2 - x + y - 5 = 0.$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$

Diện tích của mặt cầu (S) là

A. $12\pi.$

B. $9\pi.$

C. $36\pi.$

D. $24\pi.$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;3;-1), B(-2;1;1); C(4;1;7)$. Bán kính r của mặt cầu đi qua bốn điểm O, A, B, C là

A. $r = \frac{\sqrt{83}}{2}.$

B. $r = \frac{\sqrt{77}}{2}.$

C. $r = \frac{\sqrt{115}}{2}.$

D. $r = \frac{9}{2}.$

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2(m-1)x + 2(2m-3)y + 2(2m+1)z + 11 - m = 0$$

là phương trình của một mặt cầu.

A. $m < 0$ hoặc $m > 1.$

B. $0 < m < 1.$

C. $m < -1$ hoặc $m > 2.$

D. $-1 < m < 2.$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - (2m-2)x + 3my + (6m-2)z - 7 = 0$$

Gọi r là bán kính của mặt cầu (S) thì giá trị nhỏ nhất của r bằng

A. $7.$

B. $\frac{\sqrt{377}}{7}.$

C. $\sqrt{377}.$

D. $\frac{\sqrt{377}}{4}.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

HÌNH HỌC 12 – CHƯƠNG 3: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH

1. Biểu thức tọa độ của các phép toán vector

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3) (k \in \mathbb{R})$

- $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$

- $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$

- $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$

- $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} (\vec{b} \neq \vec{0}) \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, (b_1, b_2, b_3 \neq 0)$$

- Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$

- Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC :

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

2. Tích vô hướng của 2 vector và ứng dụng

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$

- $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

- $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

- $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$

B. LUYỆN TẬP

I. Bài tập tự luận sách giáo khoa

Câu 1: (Bài 1b/68) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -5; 3)$; $\vec{b} = (0; 2; -1)$; $\vec{c} = (1; 7; 2)$.

Tính tọa độ vectơ $\vec{e} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$.

Câu 2: (Bài 3/68) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm: $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 4)$, $C(0; 0; 4)$. Tính

a) Độ dài các đoạn thẳng BA ; BC .

b) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

c) Số đo của góc ABC .

II. Bài tập trắc nghiệm

Câu 4: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 5; -1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.

A. $\vec{a} = (-8; 9; -1)$.

B. $\vec{a} = (-8; -9; 1)$.

C. $\vec{a} = (8; -9; -1)$.

D. $\vec{a} = (-8; -9; -1)$.

Câu 5: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = (-2; -4; 6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} = 2\vec{b}$.

B. $\vec{b} = -2\vec{a}$.

C. $\vec{a} = -2\vec{b}$.

D. $\vec{b} = 2\vec{a}$.

Câu 6: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$; $B(2; 3; -2)$; $C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh D sao cho $ABCD$ là hình bình hành?

A. $D(0; 1; 2)$.

B. $D(0; 1; -2)$.

C. $D(0; -1; 2)$.

D. $D(0; -1; -2)$.

Câu 7: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3; 2; 1)$, $C(4; 2; 0)$, $B'(-2; 1; 1)$, $D'(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(-3; 3; 1)$.

B. $A'(-3; 3; 3)$.

C. $A'(-3; -3; -3)$.

D. $A'(-3; 3; -3)$.

Câu 8: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1; 3; 2)$, $\vec{v} = (-3; -1; 2)$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. -2.

Câu 9: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2; -1; 2)$, $\vec{b} = (0; 1; -1)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$ bằng

A. 60° .

B. 120° .

C. 45° .

D. 135° .

Câu 10: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$, $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N ?

A. $m = 2$.

B. $m = -4$.

C. $m = -6$.

D. $m = 0$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 11: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 2; -1)$, $\vec{c} = (4; 0; -4)$. Tọa độ vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

A. $\vec{d} = (-7; 0; -4)$. B. $\vec{d} = (-7; 0; 4)$. C. $\vec{d} = (7; 0; -4)$. D. $\vec{d} = (7; 0; 4)$.

Câu 12: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$ và $B(-4; 1; 9)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(-1; 2; 4)$. B. $(-2; 4; 8)$. C. $(-6; -2; 10)$. D. $(1; -2; -4)$.

Câu 13: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1), B(1; -1; 2), C(1; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

A. $M(-2; 6; -4)$. B. $M(2; -6; 4)$. C. $M(-2; -6; 4)$. D. $M(5; 5; 0)$.

Câu 14: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 2; 4), B(-1; 1; 4), C(0; 0; 4)$. Tính số đo của góc ABC .

A. 60° . B. 135° . C. 120° . D. 45° .

Câu 15: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 0); B(-2; -2; 3); C(1; 0; -2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $BAC = 30^\circ$. B. $BAC = 60^\circ$. C. $BAC = 90^\circ$. D. $BAC = 120^\circ$.

Câu 16: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1), D(-2; 1; -1)$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. 135° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 17: [Mức độ 3] Cho ba điểm $A(1; -3; 1), B(-2; 6; 1)$ và $C(4; -9; -2)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho vector $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

A. $M(1; 0; 0)$. B. $M(4; 0; 0)$. C. $M(3; 0; 0)$. D. $M(2; 0; 0)$.

Câu 18: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; -1), B(-1; 1; 0), C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

.....

HÌNH HỌC 12- CHƯƠNG 3
§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN
TIẾT 5. BÀI TẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A. Kiến thức cần nhớ

1) Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R . Khi đó:

$$(S): \begin{cases} \bullet \text{ Tâm: } I(a;b;c) \\ \bullet \text{ Bán kính: } R \end{cases} \Leftrightarrow (S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$$

2) Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:

Cho (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình mặt cầu dạng 2 tâm $I(a;b;c)$, bán kính: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} > 0$.

B. Bài tập

Dạng 1. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu.

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(1;-3;0); R=4$. **B.** $I(-1;3;0); R=4$. **C.** $I(-1;3;0); R=16$. **D.** $I(1;-3;0); R=16$.

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z - m = 0$. Tìm m để bán kính cầu mặt cầu bằng 4.

A. $m = \sqrt{10}$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = 2\sqrt{3}$. **D.** $m = 10$.

Câu 3: Trong không gian Oxyz, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m \leq 6$. **B.** $m < 6$. **C.** $m > 6$. **D.** $m \geq 6$.

Dạng 2. Vị trí tương đối của điểm với mặt cầu.

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Điểm nào sau đây nằm ngoài mặt cầu (S)?

A. $M(-1;2;5)$. **B.** $N(0;3;2)$. **C.** $P(-1;6;-1)$. **D.** $Q(2;4;5)$.

Câu 5: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S)?

A. $M(0;1;-1)$. **B.** $N(0;3;2)$. **C.** $P(-1;6;-1)$. **D.** $Q(1;2;0)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu có phương trình nào sau đây đi qua gốc tọa độ?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 6z - 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6z = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$.

Dạng 3. Viết phương trình mặt cầu.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-2;1;1)$ qua điểm $A(0;-1;0)$ là

A. $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$. **B.** $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

D. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(6;2;-5), N(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính MN .

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.

B. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$.

D. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) . Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;0;0), B(0;0;2), C(0;-3;0)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

D. $\sqrt{14}$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2), B(3;2;-3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B có phương trình.

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2 = 0$.

Dạng 4. Các bài toán cực trị liên quan đến điểm và mặt cầu.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và hai điểm $A(4;3;1), B(3;1;3); M$ là điểm thay đổi trên (S) . Gọi m, n là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$. Xác định $m - n$.

A. 64.

B. 48.

C. 68.

D. 60.

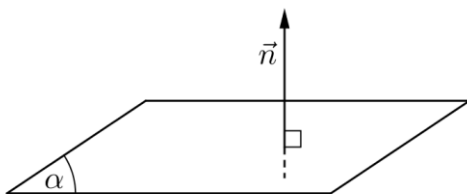
HÌNH HỌC 11 – CHƯƠNG 3

§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH

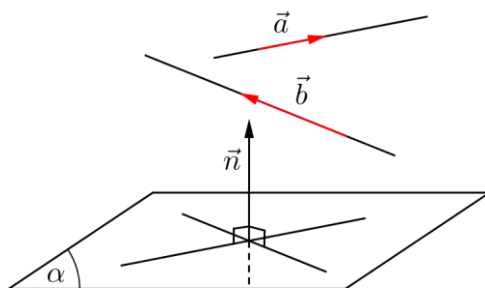
I. Vector pháp tuyến của mặt phẳng

➤ **Định nghĩa.** Cho mặt phẳng (α) . Nếu vector $\vec{n}$ có giá vuông góc với (α) thì được gọi là vector pháp tuyến (VTPT) của (α) .



➤ **Nhận xét.** Nếu vector $\vec{n}$ là VTPT của (α) thì $k\vec{n}$ ($k \in \mathbb{R}^*$) cũng là VTPT của (α) .

➤ **Chú ý.** Nếu hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương và có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là VTPT của mặt phẳng (α) .

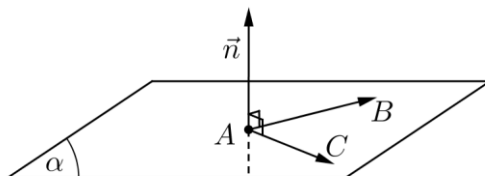


Tích có hướng của hai vector

Cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Tích có hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

$$\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - b_3a_1; a_1b_2 - b_1a_2).$$

Nhận xét. Cho mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C . Khi đó mp (α) có một VTPT là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$.



➤ **Ví dụ 1.** Trong không gian Oxyz cho ba điểm không thẳng hàng $A(0;1;2)$, $B(1;-1;1)$ và $C(-4;3;2)$.

a) Tìm tọa độ một VTPT của mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C .

.....

.....

.....

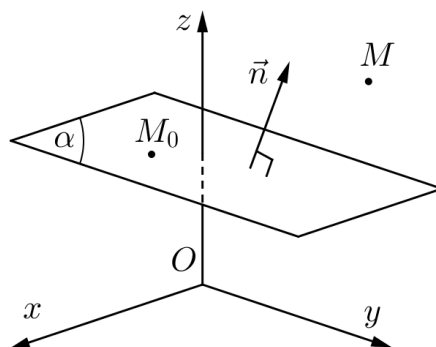
.....

.....

II. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$

.



Với $M(x; y; z)$ bất kì, ta có

$$\begin{aligned} M \in (\alpha) &\Leftrightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{MM_0} = 0 \\ &\Leftrightarrow A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (1) \\ &\Leftrightarrow Ax + By + Cz - Ax_0 - By_0 - Cz_0 = 0 \\ &\Leftrightarrow Ax + By + Cz + D = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

trong đó, $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ và $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$.

➤ **Định nghĩa.** Phương trình (2) được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ làm vector pháp tuyến.

- **Ví dụ 1.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm không thẳng hàng $A(0; 1; 2)$, $B(1; -1; 1)$ và $C(-4; 3; 2)$.
- Tìm tọa độ một VTPT của mặt phẳng đi qua ba điểm A , B , C .
 - Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

➤ **Ví dụ 2.** Trong không gian $Oxyz$ cho $(Q): x - 3y + 1 = 0$. Tọa độ một VTPT của mặt phẳng (Q) là

- A.** $(1; -3; 1)$. **B.** $(-3; 1; 0)$. **C.** $(1; -3; 0)$. **D.** $(-2; 6; -2)$.
-
-
-
-
-

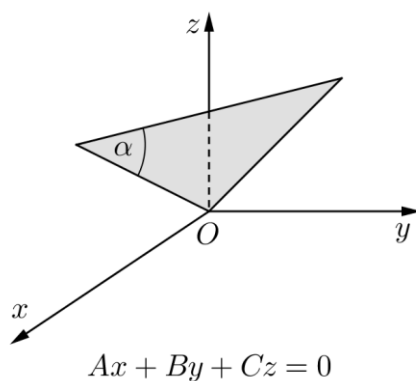
➤ **Ví dụ 3.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây không phải là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

- A.** $2x - y = 0$. **B.** $z + 1 = 0$.
C. $mx + (2m - 1)y - z - 2 = 0$. **D.** $Ax + 2Ay + 3Az - 4 = 0$.
-
-
-
-
-

2. Các trường hợp riêng

Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ (1).

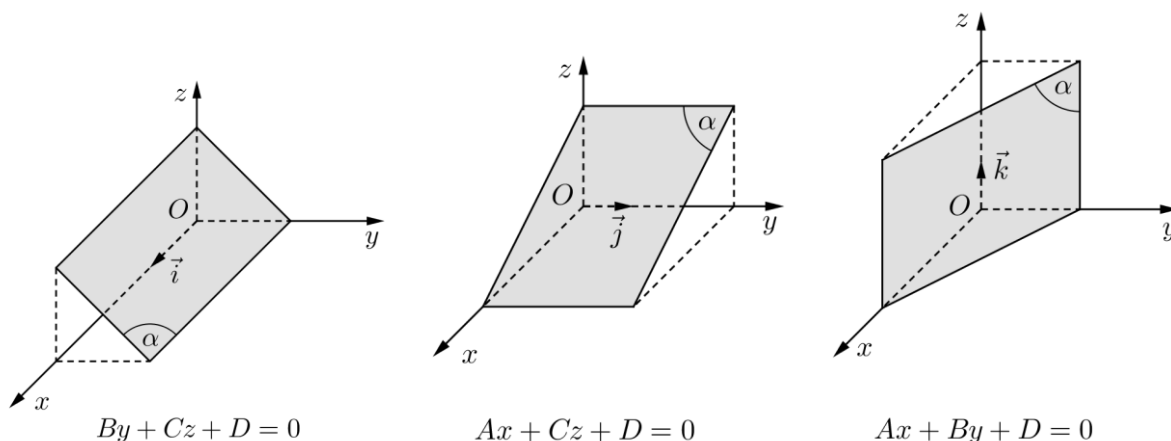
+ Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ.



+ Nếu $A = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox .

+ Nếu $B = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy .

+ Nếu $C = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz .



II. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẪNG

2. Các trường hợp riêng

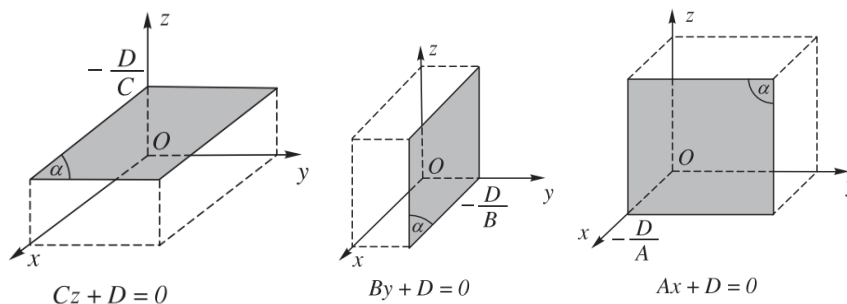
Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ (1)

c) Nếu hai trong ba hệ số A, B, C bằng 0

+ Nếu $A = B = 0$ và $C \neq 0$ thì (α) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oxy) .

+ Nếu $A = C = 0$ và $B \neq 0$ thì (α) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oxz) .

+ Nếu $B = C = 0$ và $A \neq 0$ thì (α) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oyz) .



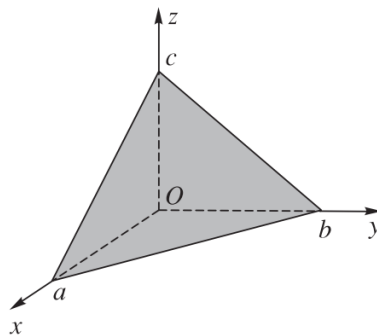
➤ Nhận xét:

Nếu cả bốn hệ số A, B, C, D đều khác 0 thì phương trình

$$Ax + By + Cz + D = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (2).$$

Với $a = -\frac{D}{A}, b = -\frac{D}{B}, c = -\frac{D}{C}$.

Ta gọi phương trình (2) là phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.



C. LUYỆN TẬP VÀ VẬN DỤNG

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 3y + 1 = 0$. Tọa độ một VTPT của mặt phẳng (Q) là:

- A. $(3; 1; 0)$. B. $(0; 0; 3)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 3; 0)$

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $-x + 3y + 2z + 1 = 0$. Tọa độ một VTPT của mặt phẳng là:

- A. $(3; 2; 1)$. B. $(1; 3; 2)$. C. $(2; -6; -4)$. D. $(-1; 3; 1)$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa $\vec{b} = (0; 2; 1)$ và song song $\vec{a} = (-1; 2; 3)$. Mặt phẳng (P) có VTPT là:

- A. $\vec{n} = (2; 1; -4)$. B. $\vec{n} = (-4; 1; -2)$. C. $\vec{n} = (1; -4; 2)$. D. $\vec{n} = (1; 2; -4)$.

Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và VTPT

Bài 4. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $N(-1; 2; 0)$ và có VTPT $\vec{a} = (2; 2; -4)$

- A. $2x + 2y - 4z + 4 = 0$. B. $-x - 2y + z - 2 = 0$.
C. $x + y - 2z + 2 = 0$. D. $2x + 2y - 4z - 2 = 0$.

Bài 5. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $N(-1; 0; 2)$ và vuông góc với vec tơ $\vec{a} = (2; 4; -6)$

- A. $2x + 4y - 6z + 5 = 0$. B. $-x - 2y - 3z + 5 = 0$.
C. $x + 2y - 3z + 7 = 0$. D. $x + 2y - 3z + 10 = 0$.

Dạng 3. Viết phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

Bài 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0); B(0; -2; 0); C(0; 0; 5)$. Mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C có phương trình là:

- A. $x - 2y + 5z = 0$. B. $x - 2y + 5z - 1 = 0$.
C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{5} = 0$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{5} = 1$.

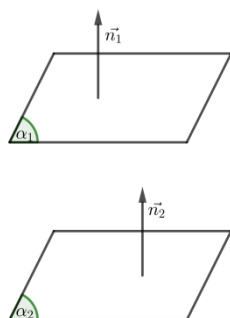
Bài 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $G(1; 2; 3)$ và cắt các trục $Ox; Oy; Oz$ tại điểm A, B, C với G là trọng tâm ΔABC có phương trình là:

- A. $x + 2y + 3z = 0$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$.

III. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI MẶT PHẪNG SONG SONG, VUÔNG GÓC

1. Lý thuyết

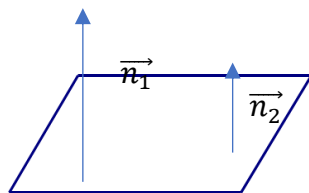
Cho hai mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$



$(\alpha_1) // (\alpha_2)$

$$\vec{n}_1 = k\vec{n}_2$$

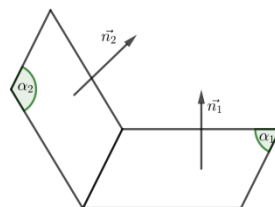
$$D_1 \neq kD_2$$



$\alpha_{1,2} (\alpha_1) \equiv (\alpha_2)$

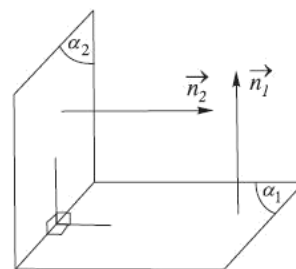
$$\vec{n}_1 = k\vec{n}_2$$

$$D_1 \neq kD_2$$



(α_1) cắt (α_2)

$$\vec{n}_1 \neq k\vec{n}_2$$



(α_1) vuông góc (α_2)

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$$

2. Các ví dụ minh họa

➤ **Ví dụ 1.** Cho hai mặt phẳng (α) và (β) có phương trình $(\alpha): x - 2y + 3z + 1 = 0$

$$(\beta): 2x - 4y + 6z + 1 = 0$$

Có nhận xét gì về vector pháp tuyến của chúng?

.....

.....

.....

.....

➤ **Ví dụ 2.** Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 2x - 3y + z + 5 = 0$.

.....

.....

.....

.....

➤ **Ví dụ 3.** Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(3; 1; -1)$, $B(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng (β) có phương trình: $2x - y + 3z - 1 = 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Các bài tập trắc nghiệm

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) phương trình: $2x - 3y + 4z + 20 = 0$ và

$(Q): 4x - 13y - 6z + 40 = 0$. Vị trí tương đối của (P) và (Q) là:

- A.** Song song. **B.** Trùng nhau.
C. Cắt nhưng không vuông góc. **D.** Vuông góc.

Bài 2. Chọn ngẫu nhiên một số có 4 chữ số. Gọi P là xác suất để tổng các chữ số của số đó là một số lẻ. Khi đó P bằng:

- A.** $(P): 2x - y + z - 5 = 0$ và $(Q): -4x + 2y - 2z + 10 = 0$.
B. $(R): x - y + z - 3 = 0$ và $(S): 2x - 2y + 2z + 6 = 0$.
C. $(T): x - y + z = 0$ và $(K): \frac{x}{2} - \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 0$.
D. $(X): 3x - y + 2z - 3 = 0$ và $(Z): 6x - 2y - 6 = 0$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): (2m - 1)x + m(1 - 2m)y + (2m - 4)z + 14 = 0$. Mặt phẳng $(P) \perp (Q)$ khi m bằng bao nhiêu?

- A.** $m = 1; -\frac{3}{2}$. **B.** $m = -1; -\frac{3}{2}$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = \frac{3}{2}$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 3 = 0$ và $(Q): x - z - 2 = 0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- A.** 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 2; 0)$; $B(2; 0; 0)$; $C(0; 0; \sqrt{2})$; $D(0; -2; 0)$. Số đo góc của hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) là?

A. 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .

A. $2x + y - 4 = 0$. **B.** $x + 2z - 4 = 0$. **C.** $x + 2y + z = 0$. **D.** $2x - y + z = 0$.

A. $-7x+11y+z-3=0$. **B.** $7x-11y+z-1=0$.
C. $-7x+11y+z+15=0$. **D.** $7x-11y-z+1=0$.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

HH12 – CHƯƠNG 3

§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH

I. ĐỊNH NGHĨA CỐ ĐIỂN

1. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.

Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng

$(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) là:

$$d(M, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

B. LUYỆN TẬP

I. Các ví dụ

➤ **VD1:** Tính khoảng cách từ điểm $M(1; 3; -2)$ đến $(\alpha): 2x - y + 2z + 1 = 0$.

.....

.....

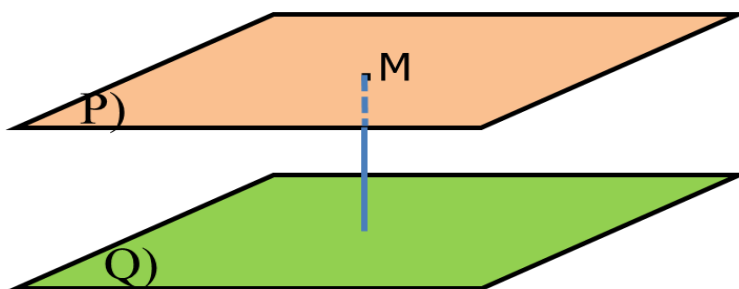
.....

.....

.....

➤ **VD2:** Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (P) và (Q) biết: $(P): x + 3y + z - 1 = 0$
; $(Q): x + 3y + z + 3 = 0$.

Lời giải



.....

.....

.....

.....

.....

II. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: [Mức độ 1] Tính khoảng cách từ điểm $M(1;2;1)$ đến $(P): x-3y+z+15=0$.

- A. $\frac{10}{\sqrt{11}}$. B. $\sqrt{11}$. C. $\frac{11}{\sqrt{5}}$. D. 11.

Câu 2: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song: $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$.

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. 3. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 3: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y+2z+2=0$, phương trình mặt cầu là:

- A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$. B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.
C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=16$. D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$.

Câu 4: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;3;5)$ phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=5$. B. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=10$.
C. $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+5)^2=25$. D. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=25$.

Câu 5: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-5=0$ có tọa độ là:

- A. $M(0;-3;0)$. B. $M(0;3;0)$. C. $M(0;-2;0)$. D. $M(0;1;0)$.

Câu 6: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+6=0$ cắt mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ theo một giao tuyến là đường tròn (C) . Diện tích của hình tròn (C) là:

- A. 16π . B. 4π . C. 8π . D. $\sqrt{20}\pi$.

Câu 7: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4), B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét M thay đổi và $M \in (P)$, giá trị nhỏ nhất của $2AM^2+3BM^2$ bằng:

- A. 145. B. 135. C. 105. D. 108.

Câu 8: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $A(1;7;2)$ và cách $M(-2;4;-1)$ một khoảng cách lớn nhất có phương trình là:

- A. $(P): 3x+3y+3z-10=0$. B. $(P): x+y+z+1=0$.
C. $(P): x+y+z-10=0$. D. $(P): x+y+z+10=0$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 9: [2H3-2.6-1] (SGD Vĩnh Phúc-2019-2020) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;-4;5)$ đến mặt phẳng (Oxz) bằng

- A. 5. B. 1. C. $\sqrt{42}$. D. 4.

- Câu 10: [2H3-2.6-1] (Chuyên Hà Giang - Năm 2019 - 2020)** Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 6 = 0$ và điểm $M(2; -3; 5)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α) là
- A. 5. B. $\frac{11}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{17}{3}$.
- Câu 11: [2H3-2.6-2] (THPT Lê Văn Thịnh - Bắc Ninh - Năm 2019 - 2020)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 4 = 0$ và $(\beta): x - 2y - 2z + 7 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) .
- A. 1. B. $\frac{2}{3}$. C. 6. D. 3.
- Câu 12: [2H3-2.6-2] (SGD Sơn La - Năm 2019-2020)** Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ và điểm $M(m; 1; 2)$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng $2\sqrt{6}$.
- A. $m = -9; m = -15$. B. $m = 9; m = 15$. C. $m = -9; m = 15$. D. $m = 9; m = -15$.
- Câu 13: [2H3-2.6-2] (Chuyên Quang Trung - Lần 01 - Năm 2019 - 2020)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ tâm mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z - 1 = 0$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ bằng
- A. $\frac{7}{3}$. B. 0. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.
- Câu 14: [2H3-2.6-3] (Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - Năm 2019-2020)** Cho hai điểm $A(2; 1; -1)$, $B(0; 3; 1)$. Biết tập hợp các điểm $M \in (\alpha): x + y + z + 3 = 0$ thỏa mãn $2MA^2 - MB^2 = 4$ là đường tròn có bán kính r . Tính r .
- A. $r = 2\sqrt{7}$. B. $r = 6$. C. $r = 2\sqrt{6}$. D. $r = 5$.
- Câu 15: [2H3-2.6-3] (Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - Năm 2019-2020)** Cho mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $M(4; 0; 0)$ và $N(0; 0; 3)$ sao cho mặt phẳng (α) tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm gốc tọa độ đến mặt phẳng (α)
- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. 2.
- Câu 16: [2H3-2.7-2] (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - Lần 2 - Năm 2019-2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 12 = 0$. Tính bán kính đường tròn giao tuyến của (S) và (P) .
- A. 4. B. 16. C. 9. D. 3.
- Câu 17: [2H3-2.7-2] (Vted - Đề 05 - Năm 2019-2020)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 9$ cắt mặt phẳng (Oxy) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng
- A. 1. B. 2. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{7}$.

Câu 18: [2H3-2.7-2] (THPT Đào Duy Từ - Năm 2019 - 2020) Đường tròn giao tuyến của mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ khi cắt bởi mặt phẳng (Oxy) có chu vi bằng

- A.** 8π . **B.** 4π . **C.** 2π . **D.** 10π .

Câu 19: [2H3-2.7-2] (THPT Hoàng Văn Thụ - Nam Định - Lần 2 - Năm 2019 - 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;1;0)$ và tiếp xúc với $mp(P)$.

- A.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3.$ **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{3}.$

- C.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \sqrt{3}$. **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 3$.

Câu 20: [2H3-2.9-2] (THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội – Lần 01 – Năm 2019 - 2020) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;5)$, $B(3;4;1)$, $C(2;3;-3)$, G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm trên mặt phẳng (Oxz) . Độ dài GM ngắn nhất bằng:

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 21: [2H3-2.9-3] (THPT Cam Lộ-Quảng Trị-2019-2020) Cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 2z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc mặt phẳng (P) đến một điểm thuộc mặt cầu (S) là:

- A.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

HH12 – CHƯƠNG 3

§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH

I. ĐỊNH NGHĨA CƠ BẢN

1. Tích có hướng của hai vector

Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó

$$[\vec{a}, \vec{b}] = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

2. Phương trình mặt phẳng.

Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}(A, B, C)$ có phương trình dạng: $(P): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

3. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha_1), (\alpha_2)$ lần lượt có phương trình

$$(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, (\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, \text{ với}$$

Gọi $\vec{n}_1(A_1; B_1; C_1)$ là VTPT $(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$;
 $\vec{n}_2(A_2; B_2; C_2)$ là VTPT $(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, A_k^2 + B_k^2 + C_k^2 \neq 0 (k=1; 2)$.

Khi đó:

$$(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2} (A_2 \cdot B_2 \cdot C_2 \cdot D_2 \neq 0).$$

$$(\alpha_1) \parallel (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 \neq D_2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2} (A_2 \cdot B_2 \cdot C_2 \neq 0)$$

$$(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}.$$

$$(\alpha_1) \text{ cắt } (\alpha_2) \Leftrightarrow A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2$$

THĐặc biệt:

$$(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

4. Góc giữa hai mặt phẳng.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha_1), (\alpha_2)$ lần lượt có phương trình

$$(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, (\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, \text{ với}$$

Gọi $\vec{n}_1(A_1; B_1; C_1)$ là VTPT $(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$;
 $\vec{n}_2(A_2; B_2; C_2)$ là VTPT $(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, A_k^2 + B_k^2 + C_k^2 \neq 0 (k=1; 2)$.

Góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha_1), (\alpha_2)$ và, kí hiệu $((\alpha_1), (\alpha_2))$ là góc.

Từ đó suy ra $0 \leq ((\alpha_1), (\alpha_2)) \leq \frac{\pi}{2}$.

và có công thức tính như sau:

$$\cos((\alpha_1), (\alpha_2)) = |\cos(\vec{n}_{(\alpha_1)}; \vec{n}_{(\alpha_2)})| = \frac{|\vec{n}_{(\alpha_1)} \cdot \vec{n}_{(\alpha_2)}|}{|\vec{n}_{(\alpha_1)}| |\vec{n}_{(\alpha_2)}|} = \frac{|A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

B. LUYỆN TẬP

I. Các ví dụ

➤ **VD1:** Cho ba điểm $A(5;1;3)$, $B(1;6;2)$, $C(5;0;4)$. Tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) song song với (ABC) .

.....

.....

.....

.....

.....

➤ **VD2:** Cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;3)$, $P(0;-2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm G của ΔABC và vuông góc với BC .

.....

.....

.....

.....

.....

➤ **VD3:** Tìm $m+n$ để $(P): 2x+my+3z-5=0$ song song với $(Q): nx-8y+6z+2=0$.

.....

.....

.....

.....

.....

➤ **VD4:** Tính góc giữa hai mặt phẳng: $(P): x-2y-z+2=0$ và $(Q): 2x-y+z+1=0$.

.....

.....

.....

.....

.....

➤ **VD5:** Tìm m để điểm $A(m;m-1;1+2m)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x-y-z+1=0$.

.....

.....

.....

II. Bài tập trắc nghiệm

- Câu 1:** [Mức độ 1] Toạ độ vectơ pháp tuyến của mặt phẳng có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 1; 2)$, $\vec{b} = (3; 2; 1)$ là:
- A. $(5; 8; -1)$. B. $(5; -8; 1)$. C. $(5; -8; -1)$. D. $(5; 8; 1)$.
- Câu 2:** [Mức độ 1] Toạ độ vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 2)$, $B(1; 1; 1)$, $C(2; 3; 0)$ là:
- A. $(1; 1; -1)$. B. $(1; -1; -1)$. C. $(1; 1; 1)$. D. $(1; 1; -2)$.
- Câu 3:** [Mức độ 2] Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1; -2; 3)$; $B(-3; 2; 1)$ là:
- A. $2x - 2y + z = 0$. B. $2x - 2y + z + 1 = 0$. C. $2x + 2y + 2z + 1 = 0$. D. $2x + y - z - 1 = 0$.
- Câu 4:** [Mức độ 2] Viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) đi qua $A(1; -3; 4)$ và (P) song song với $(Q): 6x - 5y + z + 7 = 0$
- A. $6x - 5y + z + 25 = 0$. B. $6x - 5y + z - 7 = 0$.
C. $6x - 5y + z - 25 = 0$. D. $6x - 5y + z + 17 = 0$.
- Câu 5:** [Mức độ 2] Mặt phẳng (P) qua $G(1; 2; 3)$ cắt các trục toạ độ tại A ; B ; C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC có phương trình là $ax + by + cz - 18 = 0$. Giá trị của $a + b + c$ bằng
- A. 9. B. 12. C. 10. D. 11.
- Câu 6:** [Mức độ 2] Cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y + mz - 2 = 0$ và $(Q): x + ny + 2z + 8 = 0$ song song với nhau. Tính tổng $m + n$ bằng
- A. 4, 25. B. 4, 5. C. 2, 5. D. 2, 25.
- Câu 7:** [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$ và $(\beta): x + m^2y - 2z + 1 = 0$ ($m \in \mathbb{R}$). Tìm m để $(\alpha) \perp (\beta)$
- A. $|m| = 1$. B. $|m| = \sqrt{2}$. C. $|m| = \sqrt{3}$. D. $|m| = 2$.
- Câu 8:** [Mức độ 2] Tính góc giữa hai mặt phẳng: $(P): x + z - 4 = 0$ và (Oxy) .
- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .
- Câu 9:** [Mức độ 2] Điểm $M(m; 1; 6)$ thuộc mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$ khi đó m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?
- A. $(0; 2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(2; 4)$. D. $(2; 3)$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

- Câu 10:** [2H3-2.1-1] (THPT Ngô Quyền - Hà Nội - Lần 01 - Năm 2018 - 2019) Toạ độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -3; 0)$, $P(0; 0; 4)$ là

- A. $(2; -3; 4)$. B. $(-6; 4; -3)$. C. $(-6; -4; 3)$. D. $(-6; 4; 3)$.

Câu 11: [2H3-2.1-2] (THPT Cụm Trần Kim Hưng - Hưng Yên - Năm 2018 - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; -1; 3)$, $B(-1; 3; 1)$ và (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Một vector pháp tuyến của (P) có tọa độ là:

- A. $(-1; 3; 1)$. B. $(-1; 1; 2)$. C. $(-3; -1; 3)$. D. $(1; 2; -1)$.

Câu 12: [2H3-2.4-1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(-1; -1; -1)$ B. $N(1; 1; 1)$ C. $P(-3; 0; 0)$ D. $Q(0; 0; -3)$

Câu 13: [2H3-2.5-1] (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - Lần 4 - 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 1 = 0$, $(Q): x + y + 2z + 7 = 0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng đó.

- A. 60° . B. 45° . C. 120° . D. 30° .

Câu 14: [2H3-2.3-1] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - Lần 03 - Năm - 2018 -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = -6$. D. $m = 6$.

Câu 15: $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow m - 2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 6$. [2H3-2.11-2] (THPT Trần Phú - Hà Tĩnh - Năm 2019 - 2020) Trong không gian $Oxyz$. Cho hai điểm $A(2; -1; 5)$ và $B(0; 1; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x + 3y - z + 3 = 0$. B. $x - y + z - 5 = 0$. C. $x - y + z + 6 = 0$. D. $x + 3y - 5z - 1 = 0$.

Câu 16: [2H3-2.11-2] (Love book - Đề số 15 - Năm 2018 - 2019) Cho ba điểm $M(0; 2; 0)$; $N(0; 0; 1)$; $A(3; 2; 1)$. Lập phương trình mặt phẳng (MNP) . biết điểm P là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox .

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$ B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$ D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$

Câu 17: [2H3-2.5-2] (THPT Nguyễn Khuyến-Lần 5-2018-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$

- A. 60° B. 30° C. 45° D. 90°

Câu 18: [2H3-2.3-2] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 05 - Năm 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 1; 1)$, $B(1; 0; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. (Q) là mặt phẳng song song với (P) đồng thời đường thẳng AB cắt (Q) tại C sao cho $CA = 2CB$. Mặt phẳng (Q) có phương trình là:

- A. $x + y + z - \frac{4}{3} = 0$ hoặc $x + y + z = 0$. B. $x + y + z = 0$.

C. $x + y + z - \frac{4}{3} = 0$.

D. $x + y + z - 2 = 0$ hoặc $x + y + z = 0$.

Câu 19: [2H3-2.4-2] (THPT Sơn Tây- Hà Nội- Lần 02- Năm 2018- 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Gọi $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $AM = 4$. Tính $a + b + c$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. 2.

C. $\frac{8}{3}$.

D. 12.

Câu 20: [2H3-2.4-3] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 01 - Năm 2018 - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và hai điểm $A(3; 4; 1)$; $B(7; -4; -3)$. Điểm $M(a; b; c) (a > 2)$ thuộc (P) sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $T = a + b + c$ bằng:

A. $T = 6$.

B. $T = 8$.

C. $T = 4$.

D. $T = 0$.

Câu 21: [2H3-2.3-3] (ĐTD - ĐỀ 01 - NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 2; 4)$, gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng nào sau đây song song với $mp(ABC)$?

A. $4x - 6y - 3z + 12 = 0$.

B. $3x - 6y - 4z + 12 = 0$.

C. $4x - 6y - 3z - 12 = 0$.

D. $6x - 4y - 3z - 12 = 0$.

Câu 22: [2H3-2.5-3] (SGD Đà Nẵng - Năm 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$. Tọa độ điểm C trên trục Oy sao cho mặt phẳng (ABC) hợp với mặt (P) một góc 45° là

A. $C\left(0; -\frac{2+\sqrt{2}}{2}; 0\right)$. B. $C\left(0; \frac{1}{4}; 0\right)$. C. $C\left(0; \frac{2+\sqrt{2}}{2}; 0\right)$. D. $C\left(0; -\frac{1}{4}; 0\right)$.

.....

Chương 3: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Bài 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG (tiết 5)

A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH

1. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng

$(P): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

2. Cho mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và mặt cầu

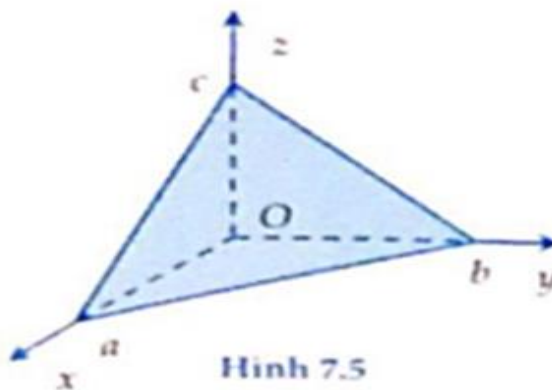
$(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$. Khi đó mặt cầu (C) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R

+) Nếu $d(M, (P)) > R$ suy ra (P) và (C) không có điểm chung.

+) Nếu $d(M, (P)) = R$ suy ra (P) và (C) tiếp xúc nhau.

+) Nếu $d(M, (P)) < R$ suy ra (P) và (C) cắt nhau.

3. Mặt phẳng (P) (Hình 7.5) đi qua ba điểm $M(a; 0; 0)$, $N(0; b; 0)$, $P(0; 0; c)$ trong đó a, b, c đều khác 0 có phương trình $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. được gọi phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.



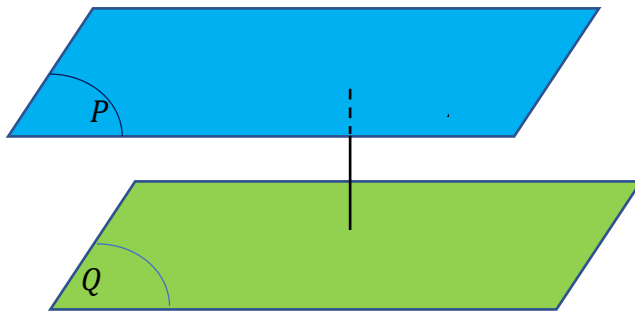
B. LUYỆN TẬP

I. Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song và cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 5.

Lời giải

Trên con đường thành công không có dấu chân của kẻ lười biếng



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q): 3x - y + 4z + 8 = 0$.
Viết phương trình mặt phẳng (R) song song và cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q) .

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3: . Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$ và mặt cầu $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$. Hãy xét vị trí tương đối giữa (P) và (C)

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 6 = 0$ và mặt cầu $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. Biết (P) và (C) cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (C) tâm $I(1; -1; 2)$ và tiếp xúc với (P) .

.....

.....

.....

.....

Câu 6: Cho hai điểm $A(3; 5; -1)$, $B(1; 1; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (Oxy) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; 1)$, $N\left(\frac{-8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OMN và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 4; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm M_1, M_2, M_3 lần lượt là hình chiếu của M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz .

.....

.....

.....

.....

.....

II. Bài tập trắc nghiệm

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 3; -2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$ là:

A. $2x - y - z - 1 = 0$ **B.** $x + 2y + 4z + 1 = 0$ **C.** $4x + 2y + z + 1 = 0$. **D.** $4x + 2y + z - 8 = 0$.

Câu 10: Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $M(1; 2; 1)$ lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ đều.

A. $x - y + z = 0$. **B.** $x + y + z - 4 = 0$. **C.** $x - y + z - 4 = 0$. **D.** $x + y + z - 1 = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 4), B(8; -5; 6)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây.

A. $M(0; -1; 5)$. **B.** $Q(0; 0; 5)$. **C.** $P(3; 0; 0)$. **D.** $N(3; -1; 5)$.

Câu 12: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB , với $A(6; 2; -5), B(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A .

A. $(P): 5x + y - 6z + 62 = 0$. **B.** $(P): 5x + y - 6z - 62 = 0$.

C. $(P): 5x - y - 6z - 62 = 0$. **D.** $(P): 5x + y + 6z + 62 = 0$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng

$(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25.$

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16.$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34.$

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34.$

Câu 14: . Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho H là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x + y + z - 6 = 0.$ **B.** $x + 2y + z - 6 = 0.$ **C.** $x + 2y + 2z - 6 = 0.$ **D.** $2x + y + z + 6 = 0.$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 15: [2H3-2.6-1] (THPT Thạch Thành I-Thanh Hóa-Năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(0; 0; 5)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng:

A. $\frac{8}{3}.$

B. $\frac{7}{3}.$

C. 3.

D. $\frac{4}{3}.$

Câu 16: [2H3-2.6-2] (Vted - Đề số 09 - Năm 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng P song song và cách mặt phẳng $Q: x + 2y + 2z - 3 = 0$ một khoảng bằng 1; đồng thời P không qua O là

A. $x + 2y + 2z + 1 = 0$ **B.** $x + 2y + 2z = 0$ **C.** $x + 2y + 2z - 6 = 0$ **D.** $x + 2y + 2z + 3 = 0$

Câu 17: [2H3-2.12-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 05 - Năm 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$ **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0.$ **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1.$ **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1.$

Câu 18: [2H3-2.12-2] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - Lần 03 - Năm - 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8; -2; 4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là

A. $x + 4y - 2z - 8 = 0.$ **B.** $x - 4y + 2z - 18 = 0.$ **C.** $x + 4y + 2z - 8 = 0.$ **D.** $x - 4y + 2z - 8 = 0.$

Câu 19: [2H3-2.12-2] (Vted - Đề số 12 - Năm 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(1; 4; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tứ diện $OABC$.

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1.$

B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1.$

C. $3x + 12y + 9z - 78 = 0.$

D. $4x + 16y + 12z - 104 = 0.$

Câu 20: [2H3-2.6-2] (Vted - Đề số 20 - Năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $a + b + c = \sqrt{3}$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) có giá trị lớn nhất bằng

A. $\sqrt{3}.$

B. $\frac{1}{3}.$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}.$

D. $3\sqrt{3}.$

Câu 21: [2H3-2.6-3] (Vted - Đề số 13 - Năm 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$. Số mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và cách đều ba điểm A , B , C là

A. 8. B. 6. C. 4. D. 2.

Câu 22: [2H3-2.12-3] (ĐTD - Đề 18 - Năm 2018-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;4;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M sao cho (P) cắt các trục tọa độ tại các điểm A , B , C sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ tới (P) là lớn nhất. Thể tích khối tứ diện $OABC$ là?

A. $\frac{6250}{3}$ B. $\frac{3125}{9}$ C. $\frac{24}{5}$ D. $\frac{144}{5}$

Câu 23: [2H3-2.8-1] (Chuyên Vinh - Lần 3 - Năm 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (α) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 3$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 9$.

Câu 24: [2H3-2.8-2] (THPT Yên Dũng 2 - Bắc Giang - Lần 04 - Năm 2018 - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;0)$. Biết mặt phẳng $(P): 3x + y - z - 10 = 0$ cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn bán kính bằng 2, tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $\sqrt{15}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 25: [2H3-2.8-4] (ĐTD - Đề tuần 16 - Năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$. Có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng (P) và tiếp xúc với ba trục tọa độ $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$?

A. 8 mặt cầu B. 4 mặt cầu C. 3 mặt cầu D. 1 mặt cầu

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

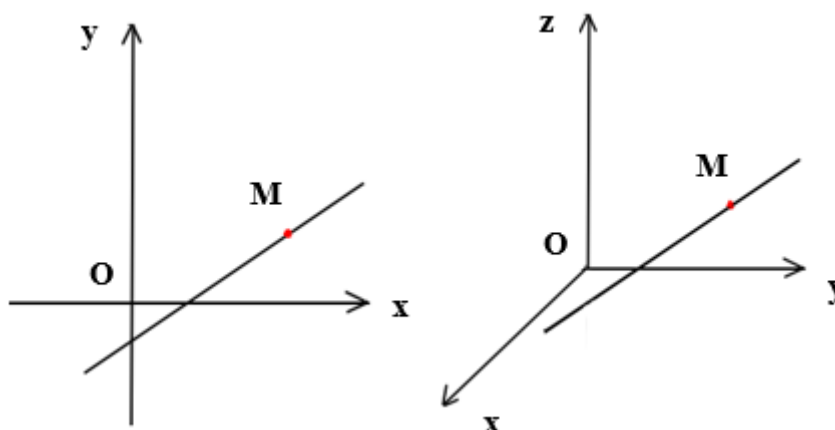
.....

HÌNH HỌC 12 – CHƯƠNG 3

§2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG



Câu hỏi: Nhắc lại phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng Oxy?



.....

.....

.....

.....

.....

I. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Vector chỉ phương của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ . Vector $\vec{u} \neq \vec{0}$ gọi là vector chỉ phương của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ .





□ **Chú ý:**

+ Nếu $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của Δ thì $k \cdot \vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là vectơ chỉ phương của Δ .

+ Nếu đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B thì $\overrightarrow{AB}$ là một vectơ chỉ phương.

2. Phương trình tham số của đường thẳng

□ **Định lí:**

Cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$. Điều kiện cần

và đủ để điểm $M(x; y; z)$ nằm trên Δ là có một số thực t sao cho

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

□ **Định nghĩa:**

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$ là phương trình có dạng

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad (1)$$

Trong đó t là tham số.

□ **Chú ý:**

Nếu a, b, c đều khác 0 thì người ta còn có thể viết phương trình của đường thẳng Δ dưới dạng chính tắc như sau: $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$

□ **Nhận xét:**

Để viết được phương trình đường thẳng cần biết một điểm thuộc đường thẳng và một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó.

Ví dụ 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; -4)$ là

$$\begin{array}{llll} \text{A.} \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 4 + 3t \end{cases} & \text{B.} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -4 + 3t \end{cases} & \text{C.} \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 - 4t \end{cases} & \text{D.} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 4t \end{cases} \end{array}$$

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1; 2; -4)$ là

$$\begin{array}{ll} \text{A.} \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{3} & \text{B.} \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{3} \\ \text{C.} \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-4} & \text{D.} \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-4} \end{array}$$

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình

$3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

$$\begin{array}{ll} \text{A.} \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases} & \text{B.} \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} \\ \text{C.} \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} & \text{D.} \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 7t \end{cases} \end{array}$$

.....

.....

.....

.....

.....

Chú ý: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt, t \in \mathbb{R} \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

$M \in d$ khi và chỉ khi tồn tại một số t sao cho $M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$

Ví dụ 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 3; 6)$ và $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Tìm tọa độ của điểm $M \in d$ sao cho $AM = 5$ biết hoành độ điểm M là số nguyên.

A. $M(4; -1; 3)$.

B. $M(0; 3; -5)$.

C. $M(2; 1; -1)$.

D. không có M .

.....

.....

.....

.....

.....

II. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, CẮT NHAU, CHÉO NHAU:

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_1 + a_1t \\ y = y_1 + b_1t \\ z = z_1 + c_1t \end{cases}$ đi qua điểm $M(x_1; y_1; z_1)$, có véc tơ chỉ phương là

$\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và đường thẳng . có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$

1. Điều kiện để hai đường thẳng song song:

$$d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 = k \vec{u}_2 \\ M \notin d' \end{cases}$$

$$\text{Đặc biệt: } d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 = k \vec{u}_2 \\ M \in d \end{cases}$$

Ví dụ 1. Chứng minh hai đường thẳng sau đây song song:

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 3 + 4t' \\ z = 5 - 2t' \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Chứng minh hai đường thẳng sau đây trùng nhau:

$$d: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + t \\ z = 5 - 2t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = 5 + 3t' \\ z = 3 - 6t' \end{cases}$$

2. Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau:

Hai đường thẳng d và d' cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình ẩn t và t' sau có đúng một nghiệm

$$\begin{cases} x_1 + a_1 t = x_2 + a_2 t' \\ y_1 + b_1 t = y_2 + b_2 t' \\ z_1 + c_1 t = z_2 + c_2 t' \end{cases} (I)$$

Chú ý: Giả sử hệ (I) có nghiệm $(t_0; t'_0)$. Để tìm giao điểm M_0 của d và d' ta có thể thay t_0 vào phương trình tham số của d hoặc t'_0 vào phương trình tham số của d' .

Ví dụ 3. Tìm giao điểm của hai đường thẳng sau:

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -2 + t' \\ z = 1 + 3t' \end{cases}$$

3. Điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau:

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_1 + a_1 t \\ y = y_1 + b_1 t \\ z = z_1 + c_1 t \end{cases}$ đi qua điểm $M(x_1; y_1; z_1)$, có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và đường thẳng $d': \begin{cases} x = x_2 + a_2 t' \\ y = y_2 + b_2 t' \\ z = z_2 + c_2 t' \end{cases}$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$

Chú ý: Hai đường thẳng d và d' chéo nhau khi và chỉ khi $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương và hệ

phương trình $\begin{cases} x_1 + a_1 t = x_2 + a_2 t' \\ y_1 + b_1 t = y_2 + b_2 t' \\ z_1 + c_1 t = z_2 + c_2 t' \end{cases}$ vô nghiệm

Ví dụ 4. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau:

$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 + t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

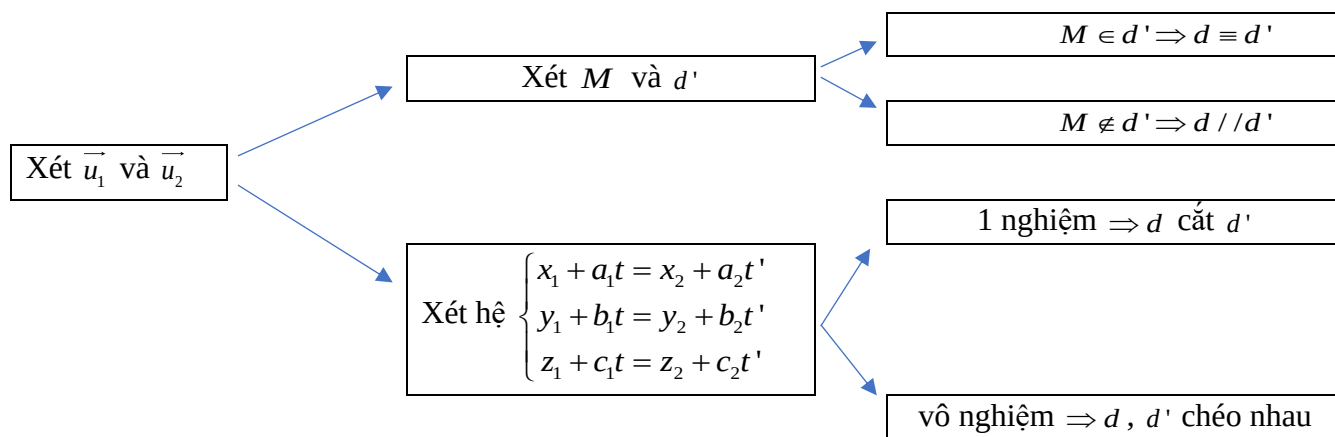
□ **Củng cố bài học:**

Bài học hôm nay các em cần nhớ các nội dung sau

1. Phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng.
2. Các vị trí tương đối của hai đường thẳng.

□ **Sơ đồ tư duy:**

d đi qua điểm M , có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1$, d' có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_2$



B. LUYỆN TẬP

I. BÀI TẬP SGK.

Bài 1 trang 89 – SGK: Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) trong mỗi trường hợp sau:

- (d) đi qua điểm $M(5;4;1)$ và có vector chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$
- (d) đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 5 = 0$
- (d) đi qua điểm $B(2; 0; -3)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4t \end{cases}$
- (d) đi qua hai điểm $P(1; 2; 3)$ và $Q(5; 4; 4)$

Bài 3 trang 90 – SGK: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng d và d' cho bởi các phương trình sau:

$$\text{a) } d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -1 - 4t \\ z = 20 + t \end{cases}$$

$$\text{b) } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = 2 - 2t' \end{cases}$$

Bài 5 trang 90 – SGK: Tìm số giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (α) trong các trường hợp sau:

$$\text{a) } d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ và } (\alpha): 3x + 5y - z - 2 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{b) } d: & \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \text{ và } (\alpha): x + 3y + z + 1 = 0 \\ \text{c) } d: & \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases} \text{ và } (\alpha): x + y + z - 4 = 0 \end{aligned}$$

Bài 6 trang 90 – SGK: Tính khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng

$$(\alpha): 2x - 2y + z + 3 = 0.$$

Bài 7 trang 91- SGK: Cho điểm $A(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$

- Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d .
- Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng d .

Bài 8 trang 91- SGK: Cho điểm $M(1; 4; 2)$ và mặt phẳng $\alpha: x + y + z - 1 = 0$

- Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng α .
- Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng α .
- Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng α .

Bài 10 trang 91- SGK: Giải bài toán sau đây bằng phương pháp tọa độ:

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính khoảng cách từ đỉnh A đến các mặt phẳng $(A'BD)$ và $(B'D'C)$.

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+2}{-5}$ có một véc tơ chỉ phương là

- A.** $\vec{u}(1; 5; -2)$. **B.** $\vec{u}(3; 2; -5)$. **C.** $\vec{u}(-3; 2; -5)$. **D.** $\vec{u}(2; 3; -5)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+1}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A.** $M(4; 2; 1)$. **B.** $Q(2; 5; 1)$. **C.** $N(4; 2; -1)$. **D.** $P(2; -5; 1)$.

Câu 3: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là

A. $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=-3+2t \end{cases}$ **B.** $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=2+2t \end{cases}$ **C.** $d: \begin{cases} x=1 \\ y=-1+3t \\ z=2-5t \end{cases}$ **D.** $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$

Câu 4: Trong không gian, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=3-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=3-t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3 \end{cases}$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$ **B.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{3}$ **C.** $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{3}$ **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$ **B.** $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ **C.** $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ **D.** $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2-2t \\ y=4t \\ z=-3+6t \end{cases}$ và

$d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. d_1 và d_2 chéo nhau. **B.** $d_1 \equiv d_2$. **C.** $d_1 \perp d_2$. **D.** $d_1 \parallel d_2$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-2t' \\ y=-5+3t' \\ z=4+t' \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $d \perp d'$. **B.** $d // d'$. **C.** d và d' chéo nhau. **D.** $d \equiv d'$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8;-4;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-2t \\ z=t \end{cases}$. Gọi H là hình

chiếu vuông góc của M lên d . Khi đó tọa độ của điểm H là

A. $H(7;-6;2)$. **B.** $H(9;-2;4)$. **C.** $H(-2;0;-1)$. **D.** $H(1;-2;1)$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (phần này không làm PPT)

Dạng 1: Véc tơ chỉ phương.

Câu 10: [Mức độ 1] Cho $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A.** $M(0;4;2)$. **B.** $N(1;2;3)$. **C.** $P(1;-2;3)$. **D.** $Q(2;0;4)$.

Câu 11: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua những điểm nào sau đây?

- A.** $A(-2;2;0)$. **B.** $B(2;2;0)$. **C.** $C(-3;0;3)$. **D.** $D(3;0;3)$.

Câu 12: [Mức độ 3] Trong hệ trục vuông góc $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau có phương trình lần lượt là $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-2}$. Một trong hai đường phân giác của các góc tạo bởi d_1, d_2 có phương trình là

- A.** $\frac{x}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{-4}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=-3+3t \\ z=2-4t \end{cases}$. **C.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-2+3t \\ z=-4t \end{cases}$.

Câu 13: [Mức độ 4] Trong không gian (Oxy) cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Biết rằng $\vec{u} = (m; n; -1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Tính giá trị biểu thức $T = m^2 + n^2$.

- A.** $T=1$. **B.** $T=5$. **C.** $T=2$. **D.** $T=10$

Dạng 2: Phương trình đường thẳng đi qua 1 điểm, tìm véc tơ chỉ phương.

Câu 14: [Mức độ 1] Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$ là

- A.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-t \\ z=-3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-3t \\ z=3+4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=5-3t \\ z=-7+4t \end{cases}$.

Câu 15: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+3y+2z+2=0$ và (Q): $x-3y+2z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng (P), (Q) là

- A.** $\frac{x}{12} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-9}$. **B.** $\frac{x}{9} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{-2}$. **C.** $\frac{x}{12} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-9}$. **D.** $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{-2}$.

Lời giải

Chọn C [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $z-1=0$ và (Q): $x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt

Trên con đường thành công không có dấu chân của kẻ lười biếng

phẳng (P) , cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ . Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 16: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$; $B(0;3;0)$; $C(0;0;4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH .

A. $\begin{cases} x=4t \\ y=3t \\ z=-2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=3t \\ y=4t \\ z=2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=6t \\ y=4t \\ z=3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=4t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$.

Dạng 3: Phương trình đường thẳng đi qua 1 điểm, và thỏa mãn điều kiện cho trước.

Câu 17: [Mức độ 1] Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$ là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-t \\ z=-3+t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-3t \\ z=3+4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=5-3t \\ z=-7+4t \end{cases}$.

Câu 18: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và

$d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương

trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 19: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là

$\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2;1;-1)$. B. $\vec{u}_2 = (1;-1;0)$. C. $\vec{u}_4 = (0;1;-1)$. D. $\vec{u}_1 = (1;2;1)$.

Câu 20: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm M , cắt và vuông góc với Δ .

A. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$. B. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

C. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$. D. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

Dạng 4: Phương trình đường thẳng đi qua 1 điểm, và thỏa mãn điều kiện cắt, vuông góc với đường thẳng cho trước.

Câu 21: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả d_1 và d_2 là

A. $\frac{x}{-\frac{9}{2}} = \frac{y+1}{\frac{9}{2}} = \frac{z+3}{8}$. B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$. C. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$. D. $\frac{x}{-9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$.

Câu 22: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và

$d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng vuông góc với $(P): 7x + y - 4z = 0$ và cắt hai đường

thẳng d_1, d_2 là

A. $\frac{x-7}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{1}$. B. $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$. C. $\frac{x+2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{4}$. D. $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{4}$

Câu 23: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt đường thẳng d là

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{-3}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 24: và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua

A , vuông góc và cắt d .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Dạng 5: Phương trình đường thẳng cắt 2 đường thẳng và thỏa mãn 2 điều kiện cho trước.

Câu 25: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $a: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$;

$b: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d song

song với (P) , cắt a và b lần lượt tại M và N mà $MN = \sqrt{2}$.

A. $d: \frac{7x+4}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

B. $d: \frac{7x-4}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

C. $d: \frac{7x-1}{3} = \frac{7y+4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

D. $d: \frac{7x-4}{3} = \frac{7y+4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

Câu 26: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 5y - z = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-1}$; $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) sao cho Δ cắt hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $\Delta: \frac{x-3}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\Delta: \frac{x-3}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\Delta: \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 27: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 3y + 2z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$.

B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x+7}{1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+7}{2}$.

Câu 28: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1; 3; 2)$ là trung điểm MN . Tính độ dài đoạn MN .

A. $MN = 4\sqrt{33}$.

B. $MN = 2\sqrt{26,5}$.

C. $MN = 4\sqrt{16,5}$.

D. $MN = 2\sqrt{33}$.

Câu 29: [Mức độ 4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và

hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$; $d': \begin{cases} x=3-t' \\ y=1+t' \\ z=1-2t' \end{cases}$. Biết rằng có 2 đường thẳng có các đặc điểm: song

song với (P) ; cắt d, d' và tạo với d góc 30° . Tính cosin góc tạo bởi hai đường thẳng đó.

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Khi đó $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{1}{2}$.

Dạng 6: Phương trình đường thẳng giao tuyến của 2 mặt phẳng.

Câu 30: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng

$\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z + 1 = 0$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (α) , (β) có phương trình

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z}{2}$.

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z}{2}$.

C. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 31: [Mức độ 3] Cho hai điểm $A(3; 3; 1)$, $B(0; 2; 1)$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A , B có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Câu 32: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z - 1 = 0$. Giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào trong các điểm sau.

A. $C(1; 2; 1)$.

B. $D(2; 1; 0)$.

C. $B(0; 1; 0)$.

D. $A(2; 1; 1)$.

Dạng 7: Phương trình đường thẳng vuông góc chung của 2 đường thẳng chéo nhau.

Câu 33: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-2}$ và $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{1}$. Giả sử $M \in \Delta_1$, $N \in \Delta_2$ sao cho MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Tính $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN} = (5; -5; 10)$.

B. $\overrightarrow{MN} = (2; -2; 4)$.

C. $\overrightarrow{MN} = (3; -3; 6)$.

D. $\overrightarrow{MN} = (1; -1; 2)$.

Câu 34: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-3}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 lần lượt cắt d_1 , d_2 tại A và B . Tính diện tích S của tam giác OAB .

A. $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $S = \sqrt{6}$.

C. $S = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

D. $S = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

Dạng 8: Phương trình đường thẳng hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng.

Câu 35: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (0; 1; 3)$.

B. $\vec{u} = (0; 1; -3)$.

C. $\vec{u} = (2; 1; -3)$.

D. $\vec{u} = (2; 0; 0)$.

Câu 36: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$, và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của d lên (P) . Phương trình tham số của d' là

A. $\begin{cases} x = -62t \\ y = 25t \\ z = 2 - 61t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = 2 + 61t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = -2 + 61t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = 2 + 61t \end{cases}$

Dạng 9: Phương trình đường thẳng liên quan đến Min - Max.

Câu 37: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$, $A(-3; 0; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , song song với (P) sao cho khoảng cách từ B đến d là lớn nhất.

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x+3}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x+3}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{-7}$

Câu 38: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. **B.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. **D.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Trang 126