BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2011

Môn: TOÁN; Khối: B

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Câu I (2,0 *điểm*) Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ (1), m là tham số.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị thuộc trục tung, B và C là hai điểm cực trị còn lại.

Câu II (2,0 *điểm*)

1. Giải phương trình $\sin 2x\cos x + \sin x\cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$.
2. Giải phương trình $3\sqrt{2+x} - 6\sqrt{2-x} + 4\sqrt{4-x^2} = 10 - 3x$ $(x \in \mathbb{R})$.

Câu III (1,0 *điểm*) Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + x\sin x}{\cos^2 x}\,dx$.

Câu IV (1,0 *điểm*) Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng ($ABCD$) trùng với giao điểm của AC và BD. Góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và ($ABCD$) bằng 60°. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) theo a.

Câu V (1,0 *điểm*) Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $2(a^2 + b^2) + ab = (a + b)(ab + 2)$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4\left(\dfrac{a^3}{b^3} + \dfrac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\dfrac{a^2}{b^2} + \dfrac{b^2}{a^2}\right)$.

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*): *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 *điểm*)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng Δ: $x - y - 4 = 0$ và d: $2x - y - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng ON cắt đường thẳng Δ tại điểm M thỏa mãn $OM.ON = 8$.
2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 3 = 0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P). Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và $MI = 4\sqrt{14}$.

Câu VII.a (1,0 *điểm*) Tìm số phức z, biết: $\bar{z} - \dfrac{5 + i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2,0 *điểm*)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B\left(\dfrac{1}{2}; 1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại các điểm D, E, F. Cho $D(3; 1)$ và đường thẳng EF có phương trình $y - 3 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A, biết A có tung độ dương.
2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+5}{-2}$ và hai điểm $A(-2; 1; 1)$, $B(-3; -1; 2)$. Tìm toạ độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $3\sqrt{5}$.

Câu VII.b (1,0 *điểm*) Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = \left(\dfrac{1 + i\sqrt{3}}{1 + i}\right)^3$.

----------- Hết ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

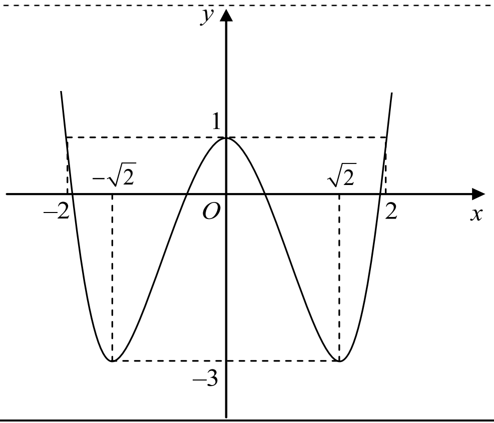
Họ và tên thí sinh:..; Số báo danh:...............................

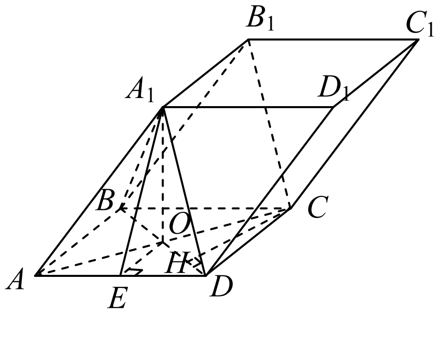
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

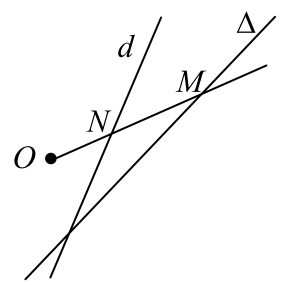
ĐỀ CHÍNH THỨC

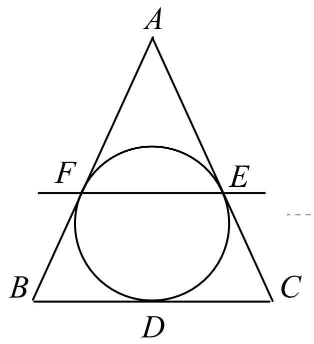
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2011
Môn: TOÁN; Khối B
(Đáp án - thang điểm gồm 04 trang)

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
I **(2,0 *điểm*)**	1. **(1,0 *điểm*)**	
	Khi $m = 1$, ta có: $y = x^4 - 4x^2 + 1$. • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: – Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm\sqrt{2}$.	***0,25***
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$; đồng biến trên các khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$. – Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{2}$; $y_{CT} = -3$, đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{CĐ} = 1$. – Giới hạn: $\lim\limits_{x\to -\infty} y = \lim\limits_{x\to +\infty} y = +\infty$.	***0,25***
	– Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccccccc} x & -\infty & & -\sqrt{2} & & 0 & & \sqrt{2} & & +\infty \\ \hline y' & & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & +\infty & \searrow & -3 & \nearrow & 1 & \searrow & -3 & \nearrow & +\infty \end{array}$	***0,25***
	• Đồ thị:  	***0,25***
	2. **(1,0 *điểm*)**	
	$y'(x) = 4x^3 - 4(m + 1)x = 4x(x^2 - m - 1)$; $y'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x^2 = m + 1$ (1).	***0,25***
	Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị, khi và chỉ khi: (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow m > -1$ (*).	***0,25***
	Khi đó: $A(0; m)$, $B(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$ và $C(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$. Suy ra: $OA = BC \Leftrightarrow m^2 = 4(m + 1) \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0$	***0,25***
	$\Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}$; thỏa mãn (*). Vậy, giá trị cần tìm: $m = 2 - 2\sqrt{2}$ hoặc $m = 2 + 2\sqrt{2}$.	***0,25***
II **(2,0 *điểm*)**	1. **(1,0 *điểm*)**	
	Phương trình đã cho tương đương với: $\sin x(1 + \cos 2x) + \sin x\cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$	***0,25***
	$\Leftrightarrow \cos 2x(\sin x - 1) + \cos x(\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x - 1)(\cos 2x + \cos x) = 0$	***0,25***
	• $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.	***0,25***
	• $\cos 2x = -\cos x = \cos(\pi - x) \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{2\pi}{3}$. Vậy, phương trình đã cho có nghiệm: $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$; $x = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{2\pi}{3}$ $(k \in \mathbb{Z})$.	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
	2. **(1,0 điểm)**	
	Điều kiện: $-2 \le x \le 2$ (*). Khi đó, phương trình đã cho tương đương: $3\left(\sqrt{2+x}-2\sqrt{2-x}\right)+4\sqrt{4-x^2}=10-3x$ (1).	**0,25**
	Đặt $t=\sqrt{2+x}-2\sqrt{2-x}$, (1) trở thành: $3t=t^2 \Leftrightarrow t=0$ hoặc $t=3$.	**0,25**
	• $t=0$, suy ra: $\sqrt{2+x}=2\sqrt{2-x} \Leftrightarrow 2+x=4(2-x) \Leftrightarrow x=\frac{6}{5}$, thỏa mãn (*).	**0,25**
	• $t=3$, suy ra: $\sqrt{2+x}=2\sqrt{2-x}+3$, vô nghiệm (do $\sqrt{2+x}\le 2$ và $2\sqrt{2-x}+3\ge 3$ với mọi $x\in[-2;2]$). Vậy, phương trình đã cho có nghiệm: $x=\frac{6}{5}$.	**0,25**
III **(1,0 *điểm*)**	$I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1+x\sin x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x+\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{x\sin x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x.$	**0,25**
	Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\left(\tan x\right)\Big\vert_0^{\frac{\pi}{3}}=\sqrt{3}.$	**0,25**
	và: $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{x\sin x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{3}}x\,\mathrm{d}\left(\frac{1}{\cos x}\right)=\left(\frac{x}{\cos x}\right)\Big\vert_0^{\frac{\pi}{3}}-\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\cos x}=\frac{2\pi}{3}+\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}\sin x}{\sin^2 x-1}$ $=\frac{2\pi}{3}+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{\sin x-1}-\frac{1}{\sin x+1}\right)\mathrm{d}\sin x$	**0,25**
	$=\frac{2\pi}{3}+\frac{1}{2}\left(\ln\left\vert\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right\vert\right)\Big\vert_0^{\frac{\pi}{3}}=\frac{2\pi}{3}+\ln(2-\sqrt{3}).$ Vậy, $I=\sqrt{3}+\frac{2\pi}{3}+\ln(2-\sqrt{3}).$	**0,25**
IV **(1,0 *điểm*)**	Gọi O là giao điểm của AC và $BD \Rightarrow A_1O\perp(ABCD)$. Gọi E là trung điểm $AD \Rightarrow OE\perp AD$ và $A_1E\perp AD$ $\Rightarrow \widehat{A_1EO}$ là góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ $\Rightarrow \widehat{A_1EO}=60^\circ$.	**0,25**
	 $\Rightarrow A_1O=OE\tan\widehat{A_1EO}=\frac{AB}{2}\tan\widehat{A_1EO}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$ Diện tích đáy: $S_{ABCD}=AB.AD=a^2\sqrt{3}.$ Thể tích: $V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1}=S_{ABCD}.A_1O=\frac{3a^3}{2}.$	**0,25**
	Ta có: $B_1C\,//\,A_1D \Rightarrow B_1C\,//\,(A_1BD)$ $\Rightarrow d(B_1,(A_1BD))=d(C,(A_1BD)).$ Hạ $CH\perp BD$ $(H\in BD)\Rightarrow CH\perp(A_1BD)\Rightarrow d(C,(A_1BD))=CH.$	**0,25**
	Suy ra: $d(B_1,(A_1BD))=CH=\frac{CD.CB}{\sqrt{CD^2+CB^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$	**0,25**
V **(1,0 *điểm*)**	Với a, b dương, ta có: $2(a^2+b^2)+ab=(a+b)(ab+2)$ $\Leftrightarrow 2(a^2+b^2)+ab=a^2b+ab^2+2(a+b)\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=(a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right).$	**0,25**

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
	$(a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \ge 2\sqrt{2(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)} = 2\sqrt{2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)}$, suy ra: $2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1 \ge 2\sqrt{2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)} \Rightarrow \frac{a}{b}+\frac{b}{a} \ge \frac{5}{2}.$	***0,25***
	Đặt $t=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$, $t \ge \frac{5}{2}$, suy ra: $P = 4(t^3-3t)-9(t^2-2) = 4t^3-9t^2-12t+18.$ Xét hàm $f(t) = 4t^3-9t^2-12t+18$, với $t \ge \frac{5}{2}.$	***0,25***
	Ta có: $f'(t) = 6(2t^2-3t-2) > 0$, suy ra: $\min\limits_{\left[\frac{5}{2};+\infty\right)} f(t) = f\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{23}{4}.$ Vậy, $\min P = -\frac{23}{4}$; khi và chỉ khi: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{5}{2}$ và $a+b=2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ $\Leftrightarrow (a;b)=(2;1)$ hoặc $(a;b)=(1;2).$	***0,25***
VI.a **(2,0 *điểm*)**	1. **(1,0 điểm)**	
	 $N \in d$, $M \in \Delta$ có tọa độ dạng: $N(a;\,2a-2)$, $M(b;\,b-4)$. O, M, N cùng thuộc một đường thẳng, khi và chỉ khi: $a(b-4) = (2a-2)b \Leftrightarrow b(2-a) = 4a \Leftrightarrow b = \frac{4a}{2-a}.$	***0,25***
	$OM.ON = 8 \Leftrightarrow (5a^2-8a+4)^2 = 4(a-2)^2.$	***0,25***
	$\Leftrightarrow (5a^2-6a)(5a^2-10a+8) = 0 \Leftrightarrow 5a^2-6a=0$ $\Leftrightarrow a=0$ hoặc $a=\frac{6}{5}.$	***0,25***
	Vậy, $N(0;-2)$ hoặc $N\left(\frac{6}{5};\frac{2}{5}\right).$	***0,25***
	2. **(1,0 điểm)**	
	Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ: $\begin{cases}\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{-1}\\ x+y+z-3=0\end{cases} \Rightarrow I(1;1;1).$	***0,25***
	Gọi $M(a;b;c)$, ta có: $M \in (P)$, $MI \perp \Delta$ và $MI = 4\sqrt{14} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b+c-3=0\\ a-2b-c+2=0\\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=224\end{cases}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow \begin{cases}b=2a-1\\ c=-3a+4\\ (a-1)^2+(2a-2)^2+(-3a+3)^2=224\end{cases}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow$ $(a;b;c)=(5;9;-11)$ hoặc $(a;b;c)=(-3;-7;13)$. Vậy, $M(5;9;-11)$ hoặc $M(-3;-7;13)$.	***0,25***
VII.a **(1,0 *điểm*)**	Gọi $z=a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $a^2+b^2 \ne 0$, ta có: $\bar{z} - \frac{5+i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0 \Leftrightarrow a-bi-\frac{5+i\sqrt{3}}{a+bi}-1=0$	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
	$\Leftrightarrow a^2+b^2-5-i\sqrt{3}\ -a-bi=0 \Leftrightarrow (a^2+b^2-a-5)-(b+\sqrt{3}\,)i=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2-a-5=0 \\ b+\sqrt{3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-a-2=0 \\ b=-\sqrt{3} \end{cases}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow (a;\,b)=(-1;-\sqrt{3}\,)$ hoặc $(a;\,b)=(2;-\sqrt{3}\,)$. Vậy $z=-1-i\sqrt{3}$ hoặc $z=2-i\sqrt{3}$.	**0,25**
VI.b **(2,0 *điểm*)**	1. **(1,0 điểm)**	
	$\overrightarrow{BD}=\left(\dfrac{5}{2};\,0\right) \Rightarrow BD\,//\,EF \Rightarrow$ tam giác ABC cân tại A; $\Rightarrow$ đường thẳng AD vuông góc với EF, có phương trình: $x-3=0$.	**0,25**
	F có tọa độ dạng $F(t;\,3)$, ta có: $BF=BD \Leftrightarrow \left(t-\dfrac{1}{2}\right)^2+2^2=\dfrac{25}{4} \Leftrightarrow t=-1$ hoặc $t=2$.	**0,25**
	 • $t=-1 \Rightarrow F(-1;\,3)$; suy ra đường thẳng BF có phương trình: $4x+3y-5=0$. A là giao điểm của AD và $BF \Rightarrow A\left(3;\,-\dfrac{7}{3}\right)$, không thỏa mãn yêu cầu (A có tung độ dương).	**0,25**
	• $t=2 \Rightarrow F(2;\,3)$; suy ra phương trình BF: $4x-3y+1=0$. $\Rightarrow A\left(3;\,\dfrac{13}{3}\right)$, thỏa mãn yêu cầu. Vậy, có: $A\left(3;\,\dfrac{13}{3}\right)$.	**0,25**
	2. **(1,0 điểm)**	
	$M\in\Delta$, suy ra tọa độ M có dạng: $M(-2+t;\,1+3t;\,-5-2t)$.	**0,25**
	$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(t;\,3t;\,-6-2t)$ và $\overrightarrow{AB}=(-1;\,-2;\,1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]=(-t-12;\,t+6;\,t)$.	**0,25**
	$S_{\Delta MAB}=3\sqrt{5} \Leftrightarrow (t+12)^2+(t+6)^2+t^2=180$	**0,25**
	$\Leftrightarrow t^2+12t=0 \Leftrightarrow t=0$ hoặc $t=-12$. Vậy, $M(-2;\,1;\,-5)$ hoặc $M(-14;\,-35;\,19)$.	**0,25**
VII.b **(1,0 *điểm*)**	$1+i\sqrt{3}=2\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)=2\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$ và $1+i=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$;	**0,25**
	suy ra: $z=\dfrac{8(\cos\pi+i\sin\pi)}{2\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{3\pi}{4}+i\sin\dfrac{3\pi}{4}\right)}$	**0,25**
	$=2\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$	**0,25**
	$=2+2i$. Vậy số phức z có: Phần thực là 2 và phần ảo là 2.	**0,25**

------------- Hết -------------