

Câu 1.(1,0điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 2.(1,0điểm) Tìm m để hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + m - 1}{x - 2}$ nghịch biến trên đoạn $[-2; 1]$

Câu 3. (1,0điểm)

a) Tìm số phức z thỏa mãn $|z|^2 + 6z = 18i$

b) Giải bất phương trình $2\log_3(x-1) - \log_{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2x-1}\right) \leq 2$

Câu 4. (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_2^3 x \left(\frac{1}{x^2 - 1} - e^x \right) dx$

Câu 5. (1,0điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$ và

$\Delta_2 : \frac{x-3}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{-5}$. Xét vị trí tương đối của Δ_1 và Δ_2 . Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng Δ_2 là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ_1 lên mặt phẳng (P).

Câu 6. (1,0 điểm)

a) Cho $\sin \alpha = -\frac{4}{5}, -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos 2\alpha - 2\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$.

b) Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n, x \neq 0$ biết rằng $C_n^1 + \frac{1}{2}A_n^2 = 15$,

với n là số nguyên dương.

Câu 7.(1,0điểm) . Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a , hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm của AD, góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của DC. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABM và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BM.

Câu 8.(1,0điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong của góc B và đường trung tuyến kẻ từ B lần lượt là $d_1 : x + y - 2 = 0; d_2 : 4x + 5y - 9 = 0$. Biết điểm

$M(-1; 2)$ thuộc cạnh AB và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{15}{6}$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C của tam giác ABC.

Câu 9.(1,0điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 + 5x - 2y = \sqrt{y + 2x + 5} \\ y + 2\sqrt{x - 2} = 3x + 4 + 5\sqrt{2x - 1} + 2\sqrt[4]{2x - 1} \end{cases}$$

Câu 10.(1,0điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^2 - b^2 = c(c - b)$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức
$$P = \frac{b}{a^2 + c^2} + \frac{c}{a^2 + b^2} - 3 \frac{a^3}{(b + c)^6}$$

-----Hết-----

ĐÁP ÁN ĐỀ TOÁN THI THỬ THPT QUỐC GIA 2016- LẦN 3

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1.Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$	1,0																
Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																
- Xét dấu đạo hàm; Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = 2$; đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = -2$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0,25																
Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y		2		$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
y'	+	0	-	0	+												
y		2		$+\infty$													
Đồ thị: $f(x) = (x^3) - 3 \cdot (x)^2 + 2$	0,25																
Câu 2.(1,0điểm) Tìm m để hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + m - 1}{x - 2}$ nghịch biến trên đoạn $[-2; 1]$																	
TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $y' = \frac{x^2 - 4x - m - 7}{(x - 2)^2}$	0,25																

Hàm số nghịch biến trên $[-2;1] \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in [-2;1]$ $\Leftrightarrow g(x) = x^2 - 4x - m - 7 \leq 0, \forall x \in [-2;1]$	0,25
BBT	0,25
KL: $m \geq 5$	0,25
Câu 3. (1,0 điểm) c) Tìm số phức z thỏa mãn $ z ^2 + 6z = 18i$	
Giả sử số phức z có dạng $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ $a^2 + b^2 + 6(a + bi) = 16i \Leftrightarrow (a^2 + b^2 + 6a) + 6bi = 0$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 6a = 0 \\ 6b = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 3 \end{cases}$. Vậy $z = -3 + 3i$	0,25
b. Giải bất phương trình $2\log_3(x-1) - \log_{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2x-1}\right) \leq 2$	
ĐK: $x > 1$ BPT $\Leftrightarrow \log_3(x-1) + \log_3(2x-1) \leq 1 \Leftrightarrow \log_3(x-1)(2x-1) \leq 1$	0,25
$(x-1)(2x-1) \leq 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2$. Kết hợp ĐK ta có tập nghiệm là $S = (1; 2]$	0,25
Câu 4. (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_2^3 x \left(\frac{1}{x^2-1} - e^x \right) dx$	
$I = \int_2^3 x \left(\frac{1}{x^2-1} - e^x \right) dx = \int_2^3 \frac{x}{x^2-1} dx - \int_2^3 xe^x dx = H - K$	0,25
$H = \int_2^3 \frac{x}{x^2-1} dx = \frac{1}{2} \int_2^3 \frac{d(x^2-1)}{x^2-1} = \frac{1}{2} \ln x^2-1 \Big _2^3 = \frac{1}{2} \ln \frac{8}{3}$	0,25
Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases} \Rightarrow K = (xe^x) \Big _2^3 - \int_2^3 e^x dx = (xe^x) \Big _2^3 - (e^x) \Big _2^3 = 2e^3 - e^2$	0,25
Vậy $I = \frac{1}{2} \ln \frac{8}{3} - 2e^3 + e^2$	0,25
Câu 5. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$ và $\Delta_2: \frac{x-3}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{-5}$. Xét vị trí tương đối của Δ_1 và Δ_2 . Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng Δ_2 là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ_1 lên mặt phẳng (P).	
Đường thẳng Δ_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (2; -3; 2)$ và qua điểm $M(1; 3; 0)$ Đường thẳng Δ_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (6; 4; -5)$ và qua điểm $N(3; 0; 2)$ $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (7; 22; 26) \neq \vec{0}$, $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} = 0 \rightarrow \Delta_1$ và Δ_2 cắt nhau	0,25
	0,25

Giải hệ phương trình tìm được giao điểm $A(3; 0; 2)$ Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ_1, Δ_2 thì (Q) có VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (7; 22; 26)$ Vì Δ_2 là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ_1 lên mặt phẳng (P) $\Rightarrow$ (P) chứa Δ_2 và $(P) \perp (Q)$	0,25
Do đó (P) cũng đi qua A và có VTPT là $\vec{n}_1 = [\vec{n}, \vec{u}_2] = (-214; 191; -104)$ (P) có phương trình là: $214x - 191y + 104z - 850 = 0$	0,25
Câu 6. (1,0 điểm) c) Cho $\sin \alpha = -\frac{4}{5}, -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos 2\alpha - 2\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$.	
Giải: $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{3}{5}$	0,25
$P = \cos 2\alpha - 2\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = 2\cos^2 \alpha - 1 - 2\cos \alpha = -\frac{37}{25}$	0,25
d) Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n, x \neq 0$ biết rằng $C_n^1 + \frac{1}{2}A_n^2 = 15$, với n là số nguyên dương.	
Ta có $C_n^1 + \frac{1}{2}A_n^2 = 15 \Leftrightarrow n^2 + n - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \text{ (t/m)} \\ n = -6 \text{ (loại)} \end{cases}$	0,25
$\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k (x^3)^{5-k} \left(-\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k x^{15-4k} (-2)^k$ YCBT: $15 - 4k = 7 \Leftrightarrow k = 2$, suy ra số hạng chứa x^7 trong khai triển trên là $40x^7$	0,25
Câu 7. (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm của AD, góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng 60°. Gọi M là trung điểm của DC. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABM và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BM.	
Gọi H là trung điểm của AD. Vì HB là hình chiếu của SB lên đáy nên $(\widehat{SB, (ABCD)}) = \widehat{SBH} = 60^\circ \quad SH = BH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$	0,25
$V_{SABM} = \frac{1}{2}V_{SABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$	0,25
Vì $BM \parallel (SAE) \Rightarrow d(SA, BM) = d(M, (SAE)) = 2d(D, (SAE)) = 4d(H, (SAE))$ Kẻ $HI \perp AE; HK \perp SI, (I \in AE, K \in SI)$ $HK \perp (SAE) \Rightarrow d(H, (SAE)) = HK$ $\Delta AHI \sim \Delta AED \Rightarrow HI = \frac{DE \cdot AH}{AE} = \frac{a}{2\sqrt{5}}$	0,25

$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{304}{15a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{15}}{4\sqrt{19}}$ $d(SA, SM) = \frac{a\sqrt{15}}{\sqrt{19}}$	0,25
Câu 8. (1,0 điểm) . Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong của góc B và đường trung tuyến kẻ từ B lần lượt là $d_1 : x + y - 2 = 0$; $d_2 : 4x + 5y - 9 = 0$. Biết điểm $M(-1; 2)$ thuộc cạnh AB và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{15}{6}$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C của tam giác ABC.	
Tọa độ điểm B là nghiệm của phương trình: $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 4x + 5y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B(1; 1)$ Gọi D là điểm đối xứng của M qua đường thẳng d_1 khi đó $D \in BC$. Vì $MD \perp d_1 \Rightarrow MD : x - y + 3 = 0$ Tọa độ trung điểm của MD là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow H = \left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right), D(0; 3)$	0,25
Đường thẳng BC đi qua hai điểm B và D nên có phương trình là: $BC : 2x + y - 3 = 0$ Đường thẳng AB đi qua hai điểm B và M nên có phương trình là: $AB : x + 2y - 3 = 0$ Gọi $A(3 - 2a; a)$, $C(c; 3 - 2c)$ Vì trung điểm của AC thuộc đường thẳng d_2 nên $4 \cdot \frac{3 - 2a + c}{2} + 5 \cdot \frac{a + 3 - 2c}{2} - 9 = 0 \Leftrightarrow a = 3 - 2c \Rightarrow A(4c - 3; 3 - 2c)$	0,25
Ta có $\sin ABC = \sqrt{1 - \cos^2(AB; BC)} = \sqrt{1 - \frac{(\vec{n}_{AB} \cdot \vec{n}_{BC})^2}{(\ \vec{n}_{AB}\ \cdot \ \vec{n}_{BC}\)^2}} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$ Suy ra $AC = 2R \sin ABC = 2 \cdot \frac{15}{6} \cdot \frac{3}{5} = 3$	0,25
Ta có phương trình: $3c - 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 2 \end{cases}$ $c = 0$ ta có $A(-3; 3), B(1; 1), C(0; 3)$ thỏa mãn $c = 2$ ta có $A(5; -1), B(1; 1), C(2; -1)$ không thỏa mãn Vậy tọa độ ba điểm cần tìm là $A(-3; 3), B(1; 1), C(0; 3)$	0,25
Câu 9. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + 5x - 2y = \sqrt{y + 2x + 5}, (1) \\ y + 2\sqrt{x - 2} = 3x + 4 + 5\sqrt{2x - 1} + 2\sqrt[4]{2x - 1}, (2) \end{cases}$	

$\text{ĐK: } \begin{cases} x \geq 2 \\ y + 2x + 5 \geq 0 \end{cases}$ $(1) \Leftrightarrow 2(x+2)^2 + (x+2) = 2(y+2x+5) + \sqrt{y+2x+5}$	0,25
$f(t) = 2t^2 + t, f'(t) = 4t + 1 > 0, \forall t \geq 0, \text{c\o } x+2 > 0, \sqrt{y+2x+5} \geq 0$ $\rightarrow x+2 = \sqrt{y+2x+5} \Leftrightarrow y = x^2 + 2x - 1$	0,25
$x^2 + 2x - 1 + 2\sqrt{x-2} = 3x + 4 + 5\sqrt{2x-1} + 2\sqrt[4]{2x-1}$ $(x-2)^2 + 5(x-2) + 2\sqrt{x-2} = 2x-1 + 5\sqrt{2x-1} + 2\sqrt[4]{2x-1}$	0,25
$g(u) = u^4 + 5u^2 + 2u, g'(u) = 4u^3 + 10u + 2 > 0, \forall u \geq 0$ $\rightarrow \sqrt{x-2} = \sqrt[4]{2x-1} \Leftrightarrow x = 5$ KL: (5; 34)	0,25
Câu 10.(1,0điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^2 - b^2 = c(c-b)$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{b}{a^2 + c^2} + \frac{c}{a^2 + b^2} - 3 \frac{a^3}{(b+c)^6}$	
$\frac{b}{a^2 + c^2} + \frac{c}{a^2 + b^2} = \frac{2a^2(b+c)}{a^4 + b^2c^2 + a^2b^2 + a^2c^2} \leq \frac{2a^2(b+c)}{2a^2bc + a^2b^2 + a^2c^2} = \frac{2}{b+c}$	0,25
$a^2 = b^2 + c^2 - bc \geq \frac{(b+c)^2}{2} - \frac{(b+c)^2}{4} = \frac{(b+c)^2}{4} \rightarrow a \geq \frac{b+c}{2} \rightarrow \frac{-3a^3}{(b+c)^6} \leq \frac{-3}{8(b+c)^3}$	0,25
$\rightarrow P \leq \frac{2}{b+c} - \frac{3}{8(b+c)^3}, t = \frac{1}{b+c} > 0 \rightarrow P \leq 2t - \frac{3}{8}t^3$	0,25
BBT $\rightarrow \text{Max} P = \frac{16}{9} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{3}{8}$	0,25