

ĐỀ 01

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			5		1		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;5)$. B. $(3;+\infty)$. C. $(-1;3)$. D. $(0;4)$.

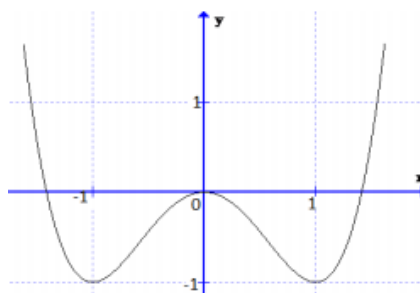
Câu 2. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{3x+1}{x+2}$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 1$.
C. $y = \tan x + 2$. D. $y = \sqrt{x^3 + 2x}$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty; -4)$.

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

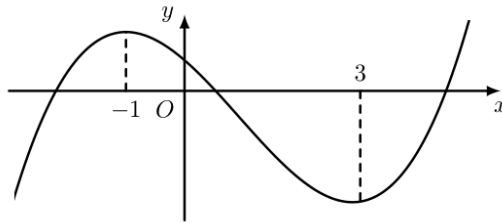
Câu 5. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2021$. Điểm cực đại của hàm số là

- A. $x = 0$ B. $(0; 2021)$ C. $x = -1$ D. $x = 1$

Câu 6. Gọi S tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân. Tổng bình phương các phần tử của S bằng

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 6.

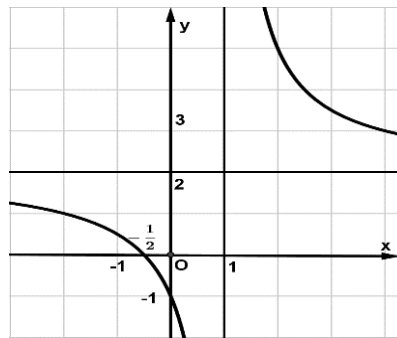
Câu 7. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f((x-1)^2 + m)$ có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 10.

Câu 8. Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ là



- A. -1. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2m}{x+2}$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| = 2$. Số phần tử của S bằng

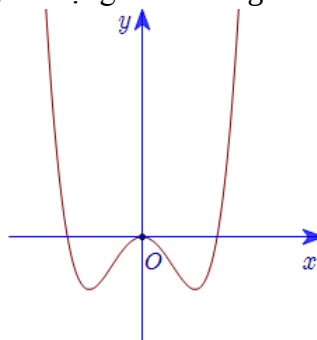
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'		+	+	-
y	0	$+\infty$	-1	$-\infty$

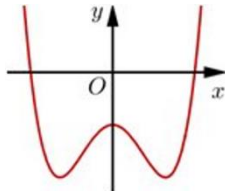
- A. Đường thẳng $x = 0$ và $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
 B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
 C. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x = 0$.
 D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau



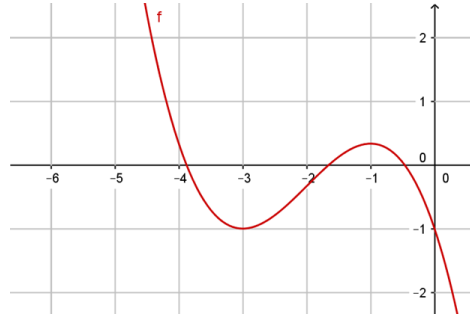
- A. $y = x^3 - 3x^2$. B. $y = -x^4 + 2x^2$. C. $y = -x^3 + 3x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a, b, c .



A. $a < 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c < 0$. C. $a > 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 13. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 14. Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$. Với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $P = x^{\frac{7}{12}}$. B. $P = x^{\frac{15}{16}}$. C. $P = x^{\frac{15}{12}}$. D. $P = x^{\frac{5}{16}}$.

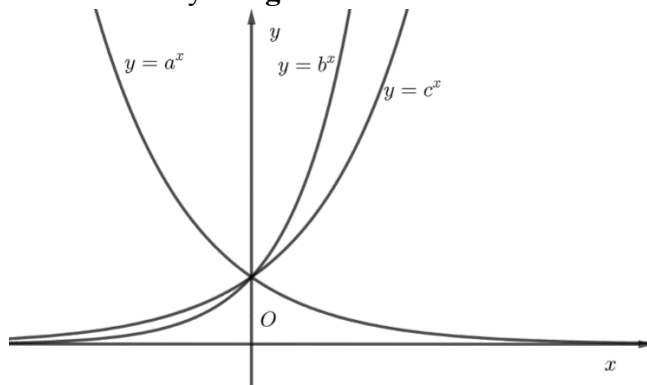
Câu 15. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5} = a$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\log_2 \frac{1}{5} + \log_2 \frac{1}{25} = 3a$. B. $\log_5 4 = -\frac{2}{a}$.
C. $\log_2 25 + \log_2 \sqrt{5} = \frac{5a}{2}$. D. $\log_2 5 = -a$.

Câu 16. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là

A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 17. Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



A. $c < a < b$. B. $b < c < a$. C. $a < c < b$. D. $a < b < c$.

Câu 18. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^2 + 8\ln 2x - mx$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1) = 3$ là

A. $x = \frac{7}{3}$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{10}{3}$.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 21. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x - 2) + \log_3(x - 4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a.b$ bằng

- A. 0. B. 3. C. 9. D. 6.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2 - 13} < 27$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-4; 4)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(0; 4)$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x - 1) \leq \log_2(5 - x) + 1$ là

- A. $[3; 5]$ B. $(1; 3]$ C. $[1; 3]$ D. $(1; 5)$

Câu 24. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của m để bất phương trình $\ln(7x^2 + 7) \geq \ln(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Tính S .

- A. $S = 14$. B. $S = 0$. C. $S = 12$. D. $S = 35$.

Câu 25. $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$

Câu 26. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

- A. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$ B. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$
C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$ D. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x - 1}$, $f(0) = 1$, $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

- A. $2 + \ln 15$ B. $3 + \ln 15$ C. $\ln 15$ D. $4 + \ln 15$

Câu 28. Biết rằng trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty \right)$, hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$ có một nguyên hàm $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ (a, b, c là các số nguyên). Tổng $S = a + b + c$ bằng

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -1 . D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 30. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. -3 . B. -1 . C. 1. D. 3.

Câu 31. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x + 2}$. Biết $F(-1) = 0$. Tính $F(2)$.

- A. $\ln 8 + 1$. B. $4 \ln 2 + 1$. C. $2 \ln 3 + 2$. D. $2 \ln 4$.

Câu 32. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. -3 . C. -1 . D. 3.

Câu 33. Trong một khối đa diện, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hai cạnh bất kỳ có ít nhất một điểm chung

Câu 34. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Câu 35. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{14}}{6}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{\frac{7}{2}}$.

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3}{3}$ **B.** a^3 **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ **D.** $\frac{a^3}{2}$

Câu 37. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi có cạnh $4a$, $A'A = 8a$, $BAD = 120^\circ$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm cạnh $AB', B'C, BD'$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, K là

A. $12\sqrt{3}a^3$ **B.** $\frac{28\sqrt{3}}{3}a^3$ **C.** $16\sqrt{3}a^3$ **D.** $\frac{40\sqrt{3}}{3}a^3$

Câu 38. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Câu 39. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm. Giả định $1m^3$ gỗ có giá a (triệu đồng). $1m^3$ than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 103,3a đồng B. 97,03a đồng C. 10,33a đồng D. 9,7a đồng

Câu 40. Thể tích khối cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là

A. $\frac{9\pi}{8}$. B. $\frac{9\pi}{2}$. C. 36π . D. $\frac{7\sqrt{14}\pi}{3}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 3; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có toạ độ là

A. $(0; 2; 2)$. **B.** $(-2; 4; -2)$. **C.** $(-1; 2; -1)$. **D.** $(0; 1; 1)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}(3;2;5), \vec{v}(4;1;3)$. Tọa độ của $\vec{u} - \vec{v}$ là

A. $(1; -1; 2)$. **B.** $(1; -1; -2)$. **C.** $(-1; 1; -2)$. **D.** $(-1; 1; 2)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4; 2; -1)$ và $B(2; 1; 0)$ là

A. $M(-4;0;0)$. **B.** $M(5;0;0)$. **C.** $M(4;0;0)$. **D.** $M(-5;0;0)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0$ có tâm là

A. $M(4; -2; 8)$. **B.** $N(2; -1; -4)$. **C.** $P(-2; 1; -4)$. **D.** $Q(-4; 2; -8)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(5; 4; 7)$. Phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

A. $x-1^2 + y+2^2 + z-3^2 = 17$.

B. $x-3^2 + y-1^2 + z-5^2 = 17$.

C. $x-5^2 + y-4^2 + z-7^2 = 17$.

D. $x-6^2 + y-2^2 + z-10^2 = 17$.

Câu 46. Có bao nhiêu cách chọn hai bông hoa từ 6 bông hoa hồng đỏ và 8 bông hoa hồng xanh?

A. 182.

B. 7.

C. 14.

D. 91.

Câu 47. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_3 = -1$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2.

B. -2.

C. -4.

D. 4.

Câu 48. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ một hộp gồm 5 viên bi đen và 4 viên bi trắng. Xác suất để 2 bi được chọn cùng màu là

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$ và $SB = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 75° .

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $\angle BAD = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và $(SAB) \perp (ABCD)$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) .

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ 01

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			5		1		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;5)$. B. $(3;+\infty)$. C. $(-1;3)$. D. $(0;4)$.

Lời giải

Chọn C

Trên khoảng $(-1;3)$ hàm số đã cho có đạo hàm $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Câu 2. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{3x+1}{x+2}$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 1$.

C. $y = \tan x + 2$. D. $y = \sqrt{x^3 + 2x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 4x + 6 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ba hàm số còn lại đều có tập xác định khác $\mathbb{R}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty; -4)$.

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định trên $(-\infty; -4)$ khi $m \geq -4$ (1)

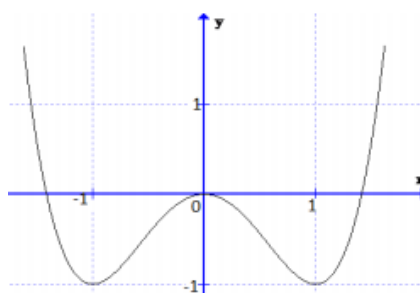
$$y' = \frac{-2m-4}{(x-m)^2}, \forall x \neq m.$$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -4)$ khi $y' > 0, \forall x \in (-\infty; -4) \Leftrightarrow -2m-4 > 0 \Leftrightarrow m < -2$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $-4 \leq m < -2$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3\}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2021$. Điểm cực đại của hàm số là

A. $x=0$

B. $(0; 2021)$

C. $x=-1$

D. $x=1$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y = x^4 - 2x^2 + 2021 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Hệ số $a=1>0$ nên dáng điệu đồ thị hình chữ W, điểm cực đại của hàm số là $x=0$.

Câu 6. Gọi S tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân. Tổng bình phương các phần tử của S bằng

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

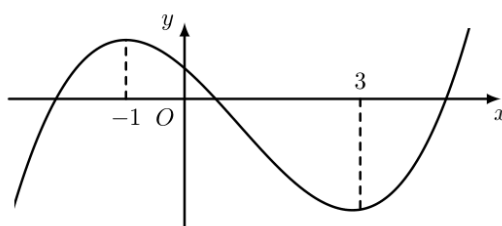
***Nhận xét:** Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân $\Leftrightarrow 8a + b^3 = 0$

Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân

$$\Leftrightarrow 8a + b^3 = 0 \Leftrightarrow 8 + (-2m^2)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$$

Tổng bình phương các phần tử của S bằng 2.

Câu 7. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f((x-1)^2 + m)$ có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số

$$y = f((x-1)^2 + m)$$

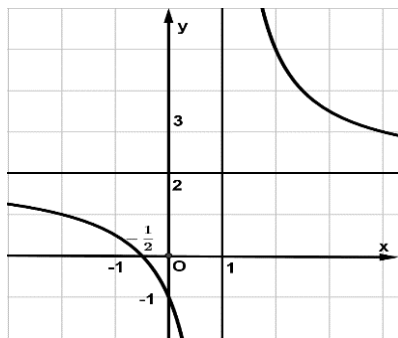
$$\bullet y' = 2(x-1) f'((x-1)^2 + m)$$

$$\bullet y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ (x-1)^2 + m = -1 \\ (x-1)^2 + m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ (x-1)^2 = -1 - m \\ (x-1)^2 = 3 - m \end{cases}$$

Để hàm số có 3 điểm cực trị thì $-1 - m \leq 0 < 3 - m \Leftrightarrow -1 \leq m < 3 \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\}$

Vậy tổng các phần tử của S là 2.

Câu 8. Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ là



A. -1.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Căn cứ vào đồ thị hàm số ta thấy: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ là -1.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2m}{x+2}$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho

$$\max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| = 2. \text{ Số phần tử của } S \text{ bằng}$$

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{2-2m}{(x+2)^2}, \forall x \neq -2.$$

$$\text{Nếu } m=1 \Rightarrow f(x)=1, \forall x \neq -2, \text{ khi đó } \max_{[1;3]} |f(x)| = \min_{[1;3]} |f(x)| = 1$$

$$= \left| \frac{1+2m}{3} \right| + \left| \frac{3+2m}{5} \right|.$$

$$\text{Nếu } m \neq 1 \text{ ta có } f(x) \text{ là hàm số đơn điệu trên đoạn } [1;3], f(1) = \frac{1+2m}{3}, f(3) = \frac{3+2m}{5}.$$

$$+) \text{ Nếu } f(1) \cdot f(3) \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq m \leq -\frac{1}{2} \text{ thì } \min_{[1;3]} |f(x)| = 0, \max_{[1;3]} |f(x)| = f(1) \text{ hoặc}$$

$$\max_{[1;3]} |f(x)| = f(3). \text{ Do đó } \max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \left| \frac{1+2m}{3} \right| = 2 \\ \left| \frac{3+2m}{5} \right| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2}, m = -\frac{7}{2} \\ m = \frac{7}{2}, m = -\frac{13}{2} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện xét thì không có giá trị m .

$$+) \text{ Nếu } f(1) \cdot f(3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ thì } \min_{[1;3]} |f(x)| + \max_{[1;3]} |f(x)| = |f(1)| + |f(3)|$$

$$= \left| \frac{1+2m}{3} \right| + \left| \frac{3+2m}{5} \right|. \text{ Do đó } \max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{1+2m}{3} \right| + \left| \frac{3+2m}{5} \right| = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ \frac{1+2m}{3} + \frac{3+2m}{5} = -2 \\ m > -\frac{1}{2} \\ \frac{1+2m}{3} + \frac{3+2m}{5} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{11}{4} \\ m = 1 \text{ (loại do } m \neq 1) \end{cases}.$$

Vậy S có hai phần tử $m = 1, m = -\frac{11}{4}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	$0 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow -1$	$-1 \searrow -\infty$	

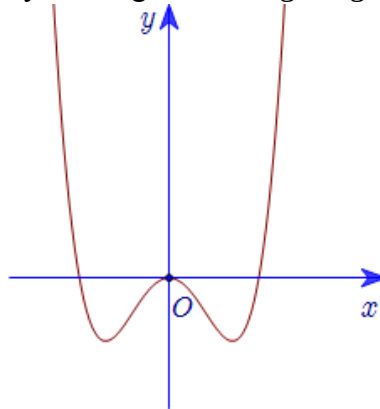
- A.** Đường thẳng $x = 0$ và $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x = 0$.
D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào BBT ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ nên $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau



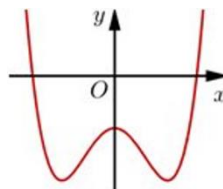
- A.** $y = x^3 - 3x^2$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2$. **D.** $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a > 0$. Do đó chọn đáp án $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a, b, c .



- A.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

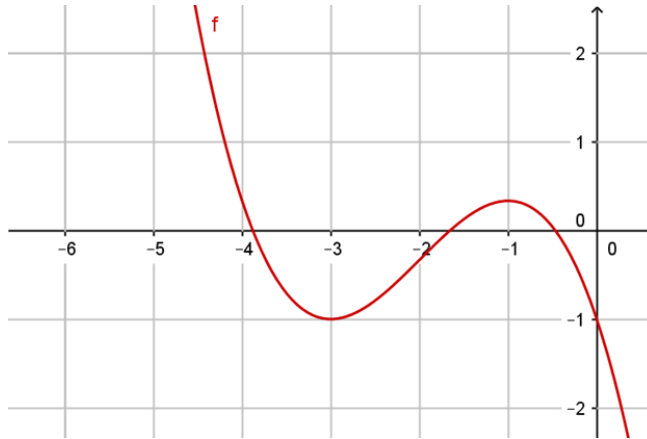
Chọn B

Khi x dần về $+\infty$ thì đồ thị đi lên nên $a > 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $a.b < 0$. Suy ra $b < 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Câu 13. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào giá trị của đồ thị với trục tung ta có $d < 0$, dựa vào dáng của đồ thị suy ra $a < 0$.

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$ dựa vào đồ thị ta có phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt âm suy ra

$$\begin{cases} \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0 \end{cases}$$

Câu 14. Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}$. Với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{7}{12}}$.

B. $P = x^{\frac{15}{16}}$.

C. $P = x^{\frac{15}{12}}$.

D. $P = x^{\frac{5}{16}}$.

Lời giải

Chọn D

$$\diamond P = \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt{x^3} = x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4}} = x^{\frac{5}{6}}.$$

Câu 15. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5} = a$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_2 \frac{1}{5} + \log_2 \frac{1}{25} = 3a$.

B. $\log_5 4 = -\frac{2}{a}$.

C. $\log_2 25 + \log_2 \sqrt{5} = \frac{5a}{2}$.

D. $\log_2 5 = -a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5} = a \Leftrightarrow \log_2 5 = a$.

$$\text{Từ đó } \log_2 25 + \log_2 \sqrt{5} = 2\log_2 5 + \frac{1}{2}\log_2 5 = 2a + \frac{a}{2} = \frac{5a}{2}.$$

Câu 16. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là:

A. $[1; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

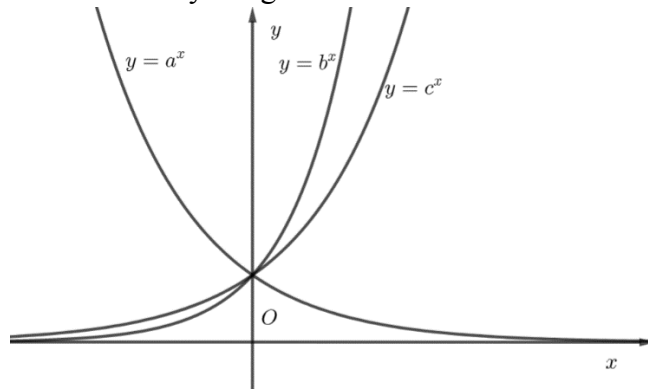
Lời giải

Chọn B

♦ Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

♦ Tập xác định là: $D = (1; +\infty)$.

Câu 17. Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $c < a < b$.

B. $b < c < a$.

C. $a < c < b$.

D. $a < b < c$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến nên $0 < a < 1$. Hai hàm số còn lại đồng biến nên $b > 1; c > 1$.

Xét $x = 2 \Rightarrow b^2 > c^2 \Rightarrow b > c$. Như vậy $b > c > a$.

Câu 18. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^2 + 8\ln 2x - mx$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

♦ Tập xác định $D = (0; +\infty)$

$$y' = 2x + \frac{8}{x} - m$$

Để hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \leq 2x + \frac{8}{x}, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\text{Đặt } f(x) = 2x + \frac{8}{x}, f'(x) = 2 - \frac{8}{x^2} = \frac{2x^2 - 8}{x^2}$$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	8	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $m \leq 8$

Vậy $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1) = 3$ là:

A. $x = \frac{7}{3}$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = \frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

$pt \Leftrightarrow 3x - 1 = 8 \Leftrightarrow x = 3(TM)$.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > \sqrt{6}$.

Phương trình đã cho tương đương với $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + \log_3 3$.

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 6) = \log_3[3(x - 2)] \Leftrightarrow \log_3(x^2 - 6) = \log_3(3x - 6).$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6 = 3x - 6 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (KTM)} \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm là $x = 3$.

Câu 21. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x - 2) + \log_3(x - 4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a.b$ bằng

A. 0.

B. 3.

C. 9.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2 < x \neq 4$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương

$$2\log_3(x - 2) + 2\log_3|x - 4| = 0 \Leftrightarrow \log_3(x - 2)|x - 4| = 0 \Leftrightarrow (x - 2)|x - 4| = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 2)(x - 4) = 1 \\ (x - 2)(x - 4) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 7 = 0 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \pm \sqrt{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

So lại điều kiện, ta nhận hai nghiệm $x_1 = 3 + \sqrt{2}; x_2 = 3$

Ta được: $S = x_1 + x_2 = 6 + \sqrt{2} \Rightarrow a = 6; b = 1$. Vậy $Q = a.b = 6$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2 - 13} < 27$ là

A. $(4; +\infty)$.

B. $(-4; 4)$.

C. $(-\infty; 4)$.

D. $(0; 4)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 3^{x^2 - 13} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2 - 13} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 13 < 3 \Leftrightarrow x^2 < 16 \Leftrightarrow |x| < 4 \Leftrightarrow -4 < x < 4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-4; 4)$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x - 1) \leq \log_2(5 - x) + 1$ là

A. $[3; 5]$

B. $(1; 3]$

C. $[1; 3]$

D. $(1; 5)$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $1 < x < 5$.

$$\text{Ta có } 2\log_2(x - 1) \leq \log_2(5 - x) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x - 1)^2 \leq \log_2[2(5 - x)] \Leftrightarrow (x - 1)^2 \leq 10 - 2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3. \text{ Vậy tập nghiệm của bpt là } S = (1; 3].$$

Câu 24. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của m để bất phương trình $\ln(7x^2 + 7) \geq \ln(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Tính S .

A. $S = 14$.

B. $S = 0$.

C. $S = 12$.

D. $S = 35$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\ln(7x^2 + 7) \geq \ln(mx^2 + 4x + m) \Leftrightarrow \begin{cases} 7x^2 + 7 \geq mx^2 + 4x + m \\ mx^2 + 4x + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (7-m)x^2 - 4x + 7-m \geq 0 & (1) \\ mx^2 + 4x + m > 0 & (2) \end{cases}$$

Bất phương trình đã cho đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi các bất phương trình (1), (2) đúng với mọi

$x \in \mathbb{R}$.

Xét $(7-m)x^2 - 4x + 7-m \geq 0$ (1).

+ Khi $m = 7$ ta có (1) trở thành $-4x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$. Do đó $m = 7$ không thỏa mãn.

+ Khi $m \neq 7$ ta có (1) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7-m > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ 4 - (7-m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ m \leq 5 \vee m \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 5 \quad (*).$$

Xét $mx^2 - 4x + m > 0$ (2).

+ Khi $m = 0$ ta có (2) trở thành $-4x > 0 \Leftrightarrow x < 0$. Do đó $m = 0$ không thỏa mãn.

+ Khi $m \neq 0$ ta có (2) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \vee m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2 \quad (**).$$

Từ (*) và (**) ta có $2 < m \leq 5$. Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{3; 4; 5\}$. Từ đó $S = 3 + 4 + 5 = 12$.

Câu 25. $\int x^2 dx$ bằng

A. $2x + C$.

B. $\frac{1}{3}x^3 + C$.

C. $x^3 + C$.

D. $3x^3 + C$

Lời giải

Chọn B.

Câu 26. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

A. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

B. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$

C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$

D. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

Lời giải

Chọn A

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$, $f(1) = 2$. Giá trị của

biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

A. $2 + \ln 15$

B. $3 + \ln 15$

C. $\ln 15$

D. $4 + \ln 15$

Lời giải

Chọn B

$$\int \frac{2}{2x-1} dx = \ln|2x-1| + C = f(x)$$

Với $x < \frac{1}{2}$, $f(0) = 1 \Rightarrow C = 1$ nên $f(-1) = 1 + \ln 3$

Với $x > \frac{1}{2}$, $f(1) = 2 \Rightarrow C = 2$ nên $f(3) = 2 + \ln 5$

Nên $f(-1) + f(3) = 3 + \ln 15$

Câu 28. Biết rằng trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$, hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ có một nguyên hàm

$F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ (a, b, c là các số nguyên). Tổng $S = a + b + c$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \sqrt{2x-3} \Rightarrow t^2 = 2x-3 \Rightarrow dx = t dt$

Khi đó $\int \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}} dx = \int \frac{20\left(\frac{t^2+3}{2}\right)^2 - 30\left(\frac{t^2+3}{2}\right) + 7}{t} t dt = \int (5t^4 + 15t^2 + 7) dt = t^5 + 5t^3 + 7t + C$

$$= \sqrt{(2x-3)^5} + 5\sqrt{(2x-3)^3} + 7\sqrt{2x-3} + C = (2x-3)^2 \sqrt{2x-3} + 5(2x-3)\sqrt{2x-3} + 7\sqrt{2x-3} + C$$

$$= (4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3} + C$$

Vậy $F(x) = (4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3}$. Suy ra $S = a + b + c = 3$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. -1.

D. $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = x^3 f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3 \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int x^3 dx \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = \frac{x^4}{4} + C$.

Mà $f(2) = -\frac{4}{19} \Rightarrow \frac{19}{4} = \frac{16}{4} + C \Rightarrow C = \frac{3}{4}$. Suy ra $f(x) = -\frac{4}{x^4 + 3}$.

Vậy $f(1) = -1$.

Câu 30. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. -3.

B. -1.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -2 + 1 = -1$.

Câu 31. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x+2}$. Biết $F(-1) = 0$. Tính $F(2)$ kết quả là.

A. $\ln 8 + 1$.

B. $4\ln 2 + 1$.

C. $2\ln 3 + 2$.

D. $2\ln 4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_{-1}^2 f(x)dx = F(2) - F(-1) \Leftrightarrow \int_{-1}^2 \frac{2}{x+2} = 2 \ln|x+2| \Big|_{-1}^2 = 2 \ln 4 - 2 \ln 1 = 2 \ln 4$
 $\Leftrightarrow F(2) - F(-1) = 2 \ln 4 \Leftrightarrow F(2) = 2 \ln 4$ (do $F(-1) = 0$).

- Câu 32.** Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x]dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng
A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^2 [4f(x) - 2x]dx = 1 \Leftrightarrow \int_1^2 4f(x)dx - \int_1^2 2xdx = 1$
 $\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x)dx - x^2 \Big|_1^2 = 1 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x)dx = 1$

- Câu 33.** Trong một khối đa diện, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.** Hai cạnh bất kỳ có ít nhất một điểm chung
B. Ba mặt bất kỳ có ít nhất một đỉnh chung
C. Hai mặt bất kỳ có ít nhất một điểm chung
D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất khối đa diện sgk hình học 12.

- Câu 34.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

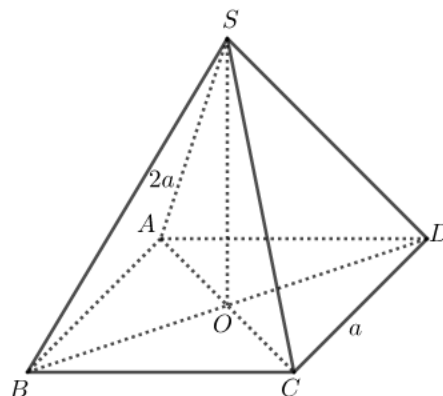
Ta có công thức thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.3.4 = 4$.

- Câu 35.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A.** $\frac{\sqrt{14}}{6}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **D.** $a^3.\sqrt{\frac{7}{2}}$.

Lời giải

Chọn A



- ♦ Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

- ♦ Ta có: $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}.a\sqrt{2}$

$$\diamond SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$$

$$\diamond \text{Vậy thể tích khối chóp là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{14}}{6} a^3.$$

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3}{3}$

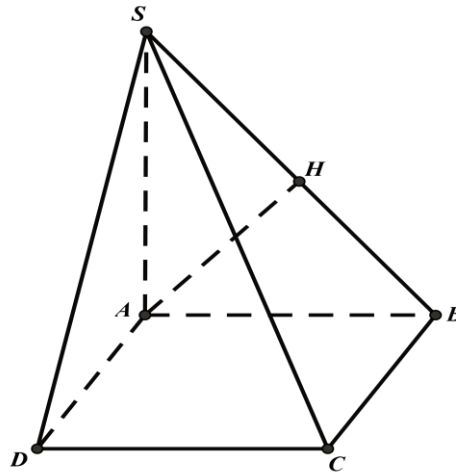
B. a^3

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$

D. $\frac{a^3}{2}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp AH$. Kè $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

$$\text{Suy ra } d(A; (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } SAB \text{ vuông tại } A \text{ có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = a.$$

$$\text{Vậy } V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 37. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi có cạnh $4a$, $A'A = 8a$, $BAD = 120^\circ$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm cạnh $AB', B'C, BD'$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, K là:

A. $12\sqrt{3}a^3$

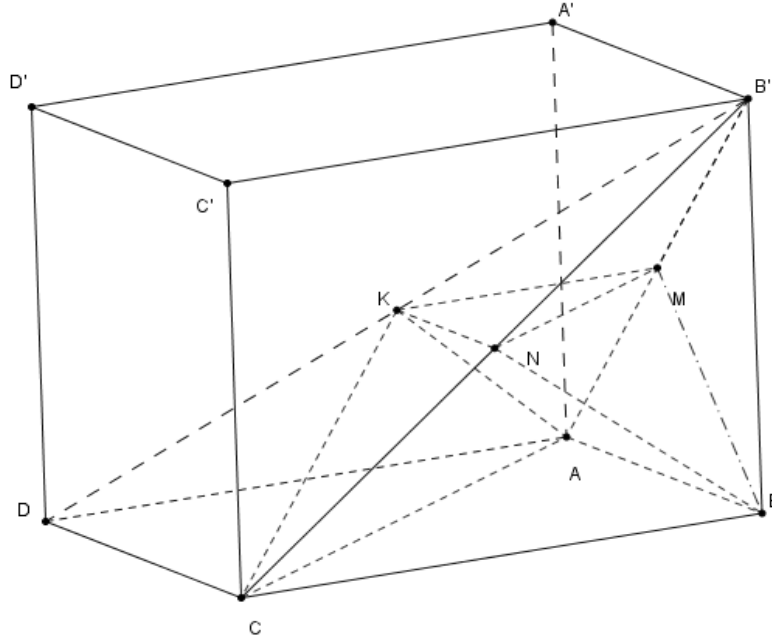
B. $\frac{28\sqrt{3}}{3}a^3$

C. $16\sqrt{3}a^3$

D. $\frac{40\sqrt{3}}{3}a^3$

Lời giải

Chọn A



$MN \parallel AC; MN = \frac{1}{2} AC$, $MNCA$ là hình thang.

$$V_{MNKABC} = V_{K.MNCA} + V_{B.MNCA}$$

$$DK \text{ cắt } (B'AC) \text{ tại } B', \frac{B'K}{B'D} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{d(K; (MNCA))}{d(D; (MNCA))} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{K.MNCA} = \frac{1}{2} V_{D.MNCA}$$

$$\text{Mà: } V_{B.MNCA} = V_{D.MNCA} \text{ nên ta có: } V_{MNKABC} = \frac{1}{2} V_{B.MNCA} + V_{B.MNCA} = \frac{3}{2} V_{B.MNCA}$$

$$\text{Mặt khác: } S_{MNCA} = \frac{3}{4} S_{B'AC} \Rightarrow V_{B.MNCA} = \frac{3}{4} V_{B.B'AC} = \frac{3}{4} V_{B'.ABC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} = 8\sqrt{3}a^3$$

$$V_{MNKABC} = \frac{3}{2} V_{B.MNCA} = \frac{3}{2} 8\sqrt{3}a^3 = 12\sqrt{3}a^3$$

Câu 38. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$.

B. $2\pi rl$.

C. πrl .

D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình nón.

Câu 39. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm. Giả định $1m^3$ gỗ có giá a (triệu đồng). $1m^3$ than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 103,3a đồng

B. 97,03a đồng

C. 10,33a đồng

D. 9,7a đồng

Lời giải

Chọn D

$$3mm = 0,003m; 200mm = 0,2m; 1mm = 0,001m$$

$$\text{Diện tích đáy của phần than chì: } S_1 = \pi r^2 = \pi \cdot 10^{-6} (m^2)$$

$$\text{Diện tích đáy phần bút bằng gỗ: } S_2 = 6S_{OAB} - S_1 = \left(6 \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} - \pi \right) \cdot 10^{-6} = \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi \right) \cdot 10^{-6} (m^2)$$

$$\text{Thể tích than chì cần dùng: } V_1 = S_1 \cdot h = \pi r^2 \cdot 0,2 = 0,2\pi \cdot 10^{-6} (m^3)$$

Thể tích gỗ làm bút chì: $V_2 = S_2 \cdot h = \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi \right) \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} (m^3)$

Tiền làm một cây bút: $V_1 \cdot 9a + V_2 \cdot a = (9V_1 + V_2) a = \left(9 \cdot 0,2\pi \cdot 10^{-6} + \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi \right) \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} \right) a = 9,7a$ (đồng)

Câu 40. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là

A. $\frac{9\pi}{8}$.

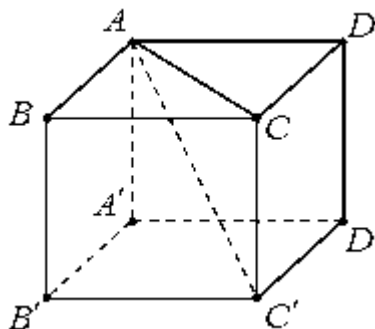
B. $\frac{9\pi}{2}$.

C. 36π .

D. $\frac{7\sqrt{14}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $AC' = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = \sqrt{14}$.

Mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật nhận đường chéo AC' là đường kính, do đó bán kính mặt cầu

là $R = \frac{1}{2} AC' = \frac{\sqrt{14}}{2}$. Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \frac{14\sqrt{14}}{8} = \frac{7\sqrt{14}\pi}{3}$

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 3; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(0; 2; 2)$.

B. $(-2; 4; -2)$.

C. $(-1; 2; -1)$.

D. $(0; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm đoạn thẳng AB

♦ Ta có
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1-1}{2} = 0 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2+0}{2} = 1 \end{cases}$$
 Vậy tọa độ trung điểm là $(0; 1; 1)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}(3; 2; 5), \vec{v}(4; 1; 3)$. Tọa độ của $\vec{u} - \vec{v}$ là

A. $(1; -1; 2)$.

B. $(1; -1; -2)$.

C. $(-1; 1; -2)$.

D. $(-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ của $\vec{u} - \vec{v}$ là $\vec{u} - \vec{v} = (-1; 1; 2)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4; 2; -1)$ và $B(2; 1; 0)$ là

A. $M(-4; 0; 0)$.

B. $M(5; 0; 0)$.

C. $M(4; 0; 0)$.

D. $M(-5; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M \in Ox \Rightarrow M(m; 0; 0)$, M cách đều A và B

$$\Leftrightarrow MA = MB \Leftrightarrow MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (m-4)^2 + (-2)^2 + (1)^2 = (m-2)^2 + (-1)^2 \Leftrightarrow 4m = 16 \Leftrightarrow m = 4$$

Vậy $M(4; 0; 0)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0$ có tâm là

- A.** $M(4; -2; 8)$. **B.** $N(2; -1; -4)$. **C.** $P(-2; 1; -4)$. **D.** $Q(-4; 2; -8)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 22$

Vậy tâm mặt cầu có tọa độ là $(-2; 1; -4)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(5; 4; 7)$. Phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

- A.** $x-1^2 + y+2^2 + z-3^2 = 17$. **B.** $x-3^2 + y-1^2 + z-5^2 = 17$.
C. $x-5^2 + y-4^2 + z-7^2 = 17$. **D.** $x-6^2 + y-2^2 + z-10^2 = 17$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là tâm của mặt cầu suy ra I là trung điểm của AB . Suy ra $I(3; 1; 5)$

Ta có bán kính của mặt cầu $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{5-1^2 + 4+2^2 + 7-3^2}}{2} = \sqrt{17}$

Vậy phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

$$x-3^2 + y-1^2 + z-5^2 = 17.$$

Câu 46. Có bao nhiêu cách chọn hai bông hoa từ 6 bông hoa hồng đỏ và 8 bông hoa hồng xanh?

- A.** 182. **B.** 7. **C.** 14. **D.** 91.

Lời giải

Chọn D

Tổng số bông hoa hồng là 14.

Số cách chọn ra hai bông hoa hồng từ 14 bông hoa hồng là: $C_{14}^2 = 91$.

Câu 47. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_3 = -1$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 2. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_3 = -1 \Leftrightarrow u_1 + 2d = -1 \Leftrightarrow 3 + 2d = -1 \Leftrightarrow d = -2$, với d là công sai.

Câu 48. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ một hộp gồm 5 viên bi đen và 4 viên bi trắng. Xác suất để 2 bi được chọn cùng màu là

- A.** $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phép thử: “Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ một hộp gồm 5 viên bi đen và 4 viên bi trắng”

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_9^2.$$

Gọi biến cố A: “2 viên bi được chọn cùng màu”

TH1: 2 viên bi được chọn cùng màu đen $\Rightarrow$ có C_5^2 (cách chọn)

TH2: 2 viên bi được chọn cùng màu trắng $\Rightarrow$ có C_4^2 (cách chọn)

$$\Rightarrow n(A) = C_5^2 + C_4^2.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^2 + C_4^2}{C_9^2} = \frac{4}{9}.$$

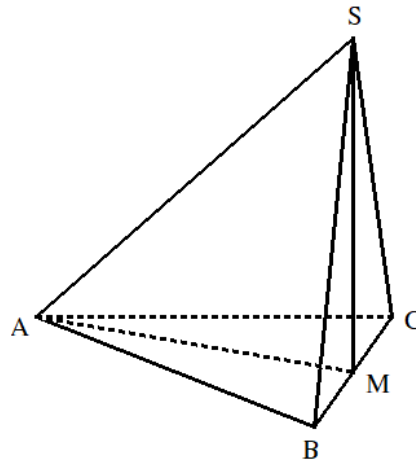
Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$ và $SB = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .
Lời giải

D. 75° .



Chọn C

Ta có: $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $AB = AC = a$ và $AM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Xét } \triangle SBM \text{ có } SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là góc SAM .

$$\text{Xét } \triangle SAM \text{ có } \tan SAM = \frac{SM}{AM} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 1 \Rightarrow SAM = 45^\circ.$$

Vậy góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là 45° .

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $BAD = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và $(SAB) \perp (ABCD)$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC)

A. $\frac{a}{2}$.

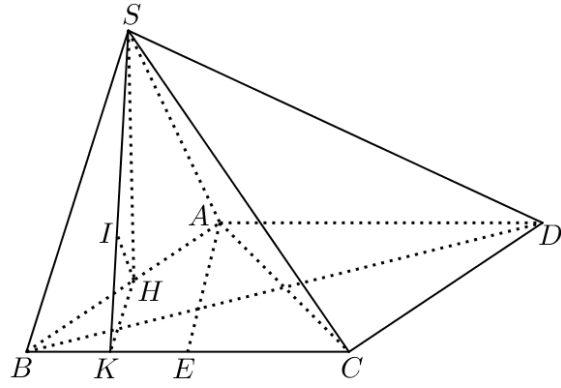
B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB , khi đó $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $AH \cap (SBC) = B \Rightarrow d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$.

Gọi K, I là hình chiếu của H lên BC và SK .

Khi đó $BC \perp HK, BC \perp SH \Rightarrow BC \perp (SHK) \Rightarrow BC \perp HI$.

Vậy $HI \perp BC, HI \perp SK \Rightarrow HI \perp (SBC)$ hay $d(H, (SBC)) = HI$.

Gọi E là trung điểm của $BC \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, khi đó $HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Trong tam giác vuông SHK ta có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{20}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{15}}{10}$.

Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

ĐỀ 02

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(1; 3)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = x^4 + 2x^2 + 5$. B. $y = -2x^3 - 3x + 5$. C. $y = -x^4 - x^2$. D. $y = \frac{x+1}{-x+3}$.

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$?

- A. 0. B. 3. C. vô số. D. 4.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$		1		2		1		$+\infty$

Xác định số điểm cực trị của đồ thị $y = f(x)$

- A. 6. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 5. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 10\sqrt{2}$. B. $AB = 2\sqrt{5}$. C. $AB = 3\sqrt{2}$. D. $AB = 2\sqrt{3}$.

Câu 6. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = -2$. D. $m = 1$.

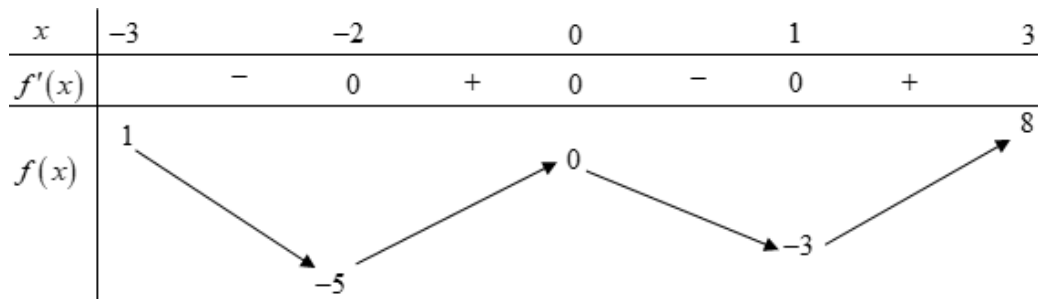
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$		2		5		$-\infty$

Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = [f(2x^2 + x)]^2$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 8.

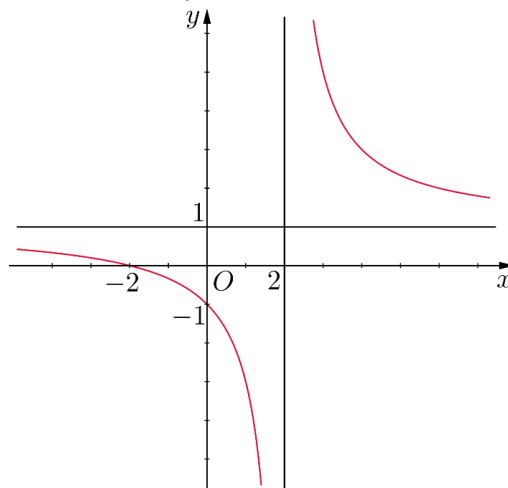
Câu 9. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \leq 0 \end{cases}$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; 3)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{4-x}$ là

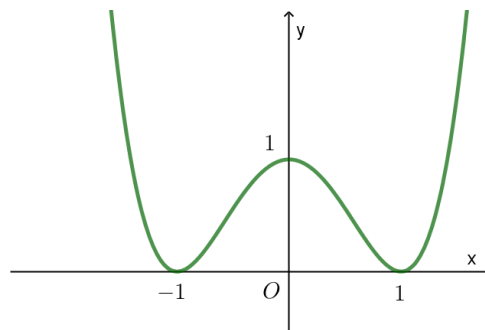
- A. $y = 2$. B. $y = \frac{3}{4}$. C. $y = -3$. D. $x = -3$.

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới?



- A. $y = \frac{x+2}{x-2}$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = \frac{x-1}{x-2}$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $a > 0, b < 0$. B. $a > 0, b > 0$. C. $a < 0, b < 0$. D. $a < 0, b > 0$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-4}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\parallel$	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$	$\parallel$	1
			$-\infty$	$\nwarrow$	

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 14. Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- A. $a^{\frac{2}{3}}$. B. $a^{\frac{3}{4}}$. C. $a^{\frac{4}{3}}$. D. $a^{\frac{3}{2}}$.

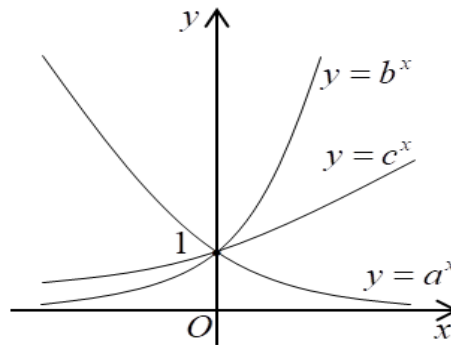
Câu 15. Cho các số thực $a, b > 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\log_2(2ab)^2 = (1 + \log_2 a + \log_2 b)^2$. B. $\log_2(2ab)^2 = 2 + \log_2(ab)^2$.
C. $\log_2(2ab)^2 = 2(1 + \log_2 a + \log_2 b)$. D. $\log_2(2ab)^2 = 2 + 2\log_2(ab)$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 |x|$ là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 0) \cap (0; +\infty)$.
C. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

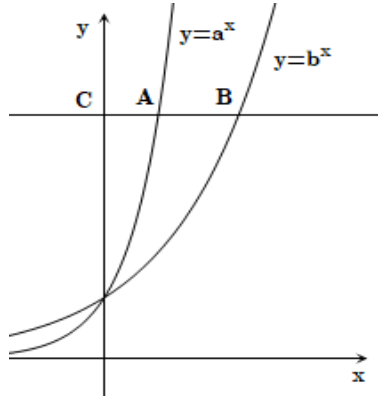
Câu 17. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1.



Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ được cho như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $1 < a < b < c$. B. $1 < a < c < b$. C. $0 < a < 1 < b < c$. D. $0 < a < 1 < c < b$.

Câu 18. Cho a, b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục hoành mà cắt các đồ thị $y = a^x$, $y = b^x$ và trục tung lần lượt tại A, B, C phân biệt ta đều có $2CB = 5CA$ (hình vẽ minh họa). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



- A. $2b = 5a$. B. $2a = 5b$. C. $a^2 = b^5$. D. $b^2 = a^5$.

Câu 19. Phương trình $\log_5(2x - 3) = 1$ có nghiệm là

- A. $x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = 5$. D. $x = 3$.

Câu 20. Cho số thực x thỏa mãn: $25^x - 5^{1+x} - 6 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = 5 - 5^x$.

- A. $T = 5$. B. $T = -1$. C. $T = 6$. D. $T = \frac{5}{6}$.

Câu 21. Gọi S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{2} \log x^2 + \log(x+10) = 2 - \log 4$. Tính S ?

- A. $S = -10$. B. $S = -15$. C. $S = -10 + 5\sqrt{2}$. D. $S = 8 - 5\sqrt{2}$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là

- A. $(-5; 5)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(0; 5)$.

Câu 23. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27)$.

- A. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$. B. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$. C. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$. D. $S = [3; +\infty)$.

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $\log_2(7x^2+7) \geq \log_2(mx^2+4x+m)$ nghiệm đúng với mọi x .

- A. 5 B. 4 C. 0 D. 3

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 27. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$. Tìm $F(x)$.

- A. $2\ln(x-1) + 2$ B. $\ln(x-1) + 3$ C. $4\ln(x-1)$ D. $\ln(x-1) - 3$

Câu 28. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^5 x$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x - \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + C$.
 B. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x + \frac{1}{2}\tan^2 x - \ln|\cos x| + C$.
 C. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x + \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + C$.
 D. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x - \frac{1}{2}\tan^2 x - \ln|\cos x| + C$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{391}{400}$ B. $-\frac{1}{40}$ C. $-\frac{41}{400}$ D. $-\frac{1}{10}$

Câu 30. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)dx$ bằng

- A. 16. B. 4. C. 2. D. 8.

Câu 31. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x+1}$; biết $F(0) = 2$. Tính $F(1)$.

- A. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$. B. $F(1) = \ln 3 + 2$. C. $F(1) = 2 \ln 3 - 2$. D. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$.

Câu 32. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = -8$. Tính tích phân $\int_0^1 g(x) dx$?

- A. -6 . B. -3 . C. 5 . D. -5 .

Câu 33. Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8. B. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4.
C. Khối bát diện đều là loại $\{4;3\}$. D. Số cạnh của khối bát diện đều bằng 12.

Câu 34. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 12.

Câu 35. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Hỏi thể tích lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{3a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 3a^3$ B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $V = a^3$ D. $V = \frac{a^3}{3}$

Câu 37. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng a và $BAC = 60^\circ$. Gọi I, J lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', CDD'C'$. Biết $AI = \frac{a\sqrt{7}}{2}$, $AA' = 2a$ và góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A'), (A'B'C'D')$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối tứ diện $AOIJ$.

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{64}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{192}$.

Câu 38. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 28π . B. 14π . C. $\frac{14\pi}{3}$. D. $\frac{98\pi}{3}$.

Câu 39. Một chiếc bút chì có dạng khối trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 (mm) và chiều cao bằng 200 (mm). Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 (mm). Giả định 1 m^3 gỗ có giá a triệu đồng, 1 m^3 than chì có giá $6a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. $8,45.a$ đồng B. $7,82.a$ đồng C. $84,5.a$ đồng D. $78,2.a$ đồng

Câu 40. Cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) , biết khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng a . Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi $2\sqrt{3}\pi a$. Diện tích mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

- A. $12\pi a^2$. B. $16\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là

- A. $(1;0;3)$. B. $(1;-2;3)$. C. $(0;2;0)$. D. $(-1;2;-3)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(2;1;3)$, $C(0;3;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

- A. $G(3;6;6)$. B. $G(1;2;2)$. C. $G(0;6;6)$. D. $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(3;0;-1)$. Tìm điểm M thuộc trục Oy (M khác điểm O) sao cho tam giác MAB vuông tại M .

- A. $(0;2;0)$. B. $(0;-3;0)$. C. $(0;1;0)$. D. $(0;-2;0)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

- A. $I(-1;0;-5); R=16$. B. $I(-1;0;5); R=16$. C. $I(-1;0;5); R=4$. D. $I(1;0;-5); R=4$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-2;4;3)$ và đi qua $M(0;2;2)$ có phương trình là

- A. $(S): (x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 3$. B. $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 9$.
C. $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 3$. D. $(S): (x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 46. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số $1;2;3;5;7$.

- A. 15. B. 120. C. 10. D. 24.

Câu 47. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, công bội $q = -\frac{1}{2}$. Số hạng u_3 bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $-\frac{3}{8}$. C. $\frac{3}{4}$. D. 2.

Câu 48. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là số lẻ bằng

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{7}{8}$.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$, $IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ với I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD . Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 120° .

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S = 3a^2$. Tính khoảng cách từ C đến (SBD) bằng

- A. $d = \frac{a\sqrt{39}}{13}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{51}}{17}$. C. $d = \frac{a\sqrt{39}}{5}$. D. $d = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ 02

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $(1; 3)$. **C.** $(-\infty; 4)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số đã cho có đạo hàm dương nên hàm số đồng biến.

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A.** $y = x^4 + 2x^2 + 5$. **B.** $y = -2x^3 - 3x + 5$. **C.** $y = -x^4 - x^2$. **D.** $y = \frac{x+1}{-x+3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $y = -2x^3 - 3x + 5$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -6x^2 - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = -2x^3 - 3x + 5$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$?

- A.** 0. **B.** 3. **C.** vô số. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

+ Đặt $t = \sqrt{1-x}$ ta có: $t' = \frac{-1}{2\sqrt{1-x}}$ là hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

+ Yêu cầu bài toán trở thành: tìm các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{t+1}{t+m}$ nghịch biến

trên khoảng $(1; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} f'(t) < 0 \\ -m \notin (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ -m \leq 1 \\ -m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ -1 \leq m < 1 \end{cases}$. Vậy có vô số giá trị nguyên của

tham số m .

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$		1		2		1		$+\infty$

Xác định số điểm cực trị của đồ thị $y = f(x)$

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 5. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A.** $AB = 10\sqrt{2}$. **B.** $AB = 2\sqrt{5}$. **C.** $AB = 3\sqrt{2}$. **D.** $AB = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$

$$y' = -3x^2 + 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;5), B(2;9) \Rightarrow \overline{AB} = (2;4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 6. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{3}{2}$.

C. $m = -2$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x + m, (a = 3, b = -6, c = m, \Delta = 36 - 12m).$$

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Theo đề bài $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$. (nhận)

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		2	5		$-\infty$

Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = [f(2x^2 + x)]^2$ là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = ([f(2x^2 + x)]^2)' = 2f(2x^2 + x)(4x + 1)f'(2x^2 + x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(2x^2 + x) = 0 \\ 4x + 1 = 0 \\ f'(2x^2 + x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + x = a \quad (a > 1) \\ x = -\frac{1}{4} \\ 2x^2 + x = 1 \\ 2x^2 + x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8a}}{4} \quad (a > 1) \\ x = -\frac{1}{4} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}.$$

Vì $a > 1$ nên có thứ tự các nghiệm của $g'(x) = 0$ là:

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1+8a}}{4} < x_2 = -1 < x_3 = -\frac{1}{4} < x_4 = \frac{1}{2} < x_5 = \frac{-1 + \sqrt{1+8a}}{4}.$$

Vậy $g'(x) = 0$ có 5 nghiệm đơn như trên suy ra $g'(x)$ đổi dấu khi x chạy qua các nghiệm đơn.

Với $0 \in \left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right) (0 \in (x_3; x_4))$. Xét $g'(0) = 2 \cdot f(0) f'(0) > 0$. Suy ra $g'(x) > 0$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ hay khoảng $(x_3; x_4)$. Ta có bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

Ta có hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $g(x) = [f(2x^2 + x)]^2$ cũng liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $g(x) = [f(2x^2 + x)]^2$ có 2 điểm cực đại là $x = x_2 = -1$ và $x = x_4 = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	-3	-2	0	1	3				
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+		
$f(x)$	1		-5		0		-3		8

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 8.

Câu 9. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \leq 0 \end{cases}$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-2; 2)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 - xy + 3 = 0 \Rightarrow y = \frac{x^2 + 3}{x}$ thay vào $2x + 3y - 14 \leq 0$ ta có bất phương trình

$2x + 3 \frac{x^2 + 3}{x} - 14 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{9}{5}$. Thay $y = \frac{x^2 + 3}{x}$ vào $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$ ta có

$$P = 3x^2 \frac{x^2 + 3}{x} - x \left(\frac{x^2 + 3}{x} \right)^2 - 2x^3 + 2x = 3x(x^2 + 3) - \frac{x^4 + 6x^2 + 9}{x} - 2x^3 + 2x = \frac{5x^2 - 9}{x}.$$

$$P' = \frac{5x^2 + 9}{x^2} > 0, \forall x \in \left[1; \frac{9}{5}\right]. \text{ Suy ra } P = \frac{5x^2 - 9}{x} \text{ đồng biến trên } \left[1; \frac{9}{5}\right].$$

Vậy $\max_{\left[1; \frac{9}{5}\right]} P = P\left(\frac{9}{5}\right) = 4; \min P = P(1) = -4$. Suy ra $\max P + \min P = 0$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{4-x}$ là:

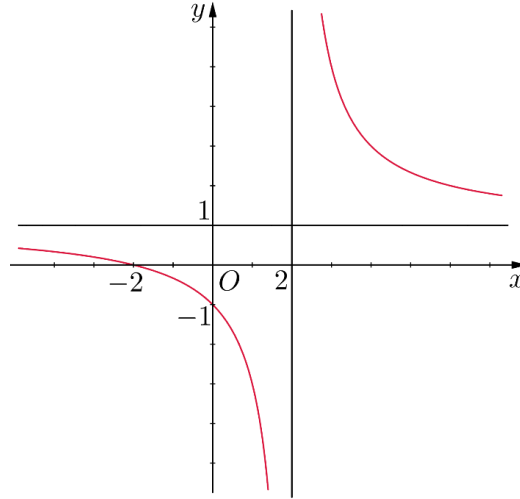
- A. $y = 2$. B. $y = \frac{3}{4}$. C. $y = -3$. D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-2}{4-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x\left(3-\frac{2}{x}\right)}{x\left(\frac{4}{x}-1\right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\left(3-\frac{2}{x}\right)}{\left(\frac{4}{x}-1\right)} = -3 \Rightarrow \text{Tiệm cận ngang: } y = -3$$

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới?



- A. $y = \frac{x+2}{x-2}$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = \frac{x-1}{x-2}$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

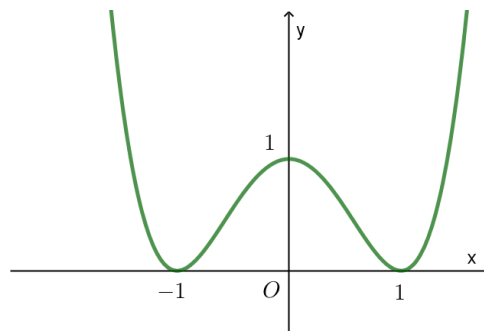
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$, đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 0)$ và $(0; -1)$.

Vậy hàm số cần xác định là $y = \frac{x+2}{x-2}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0$. B. $a > 0, b > 0$. C. $a < 0, b < 0$. D. $a < 0, b > 0$.

Lời giải

Chọn A

Do đồ thị có bề lõm quay lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-4}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\parallel$	$+$	
$f(x)$			$\parallel$		
	1	$\nearrow$	$+\infty$	$\nwarrow$	1
			$-\infty$		

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(0) = -\frac{4}{c} > 0 \Rightarrow c < 0$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $x = -\frac{c}{b} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow a > 0$.

Vậy trong các số a, b, c có 2 số dương.

Câu 14. Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- A. $a^{\frac{2}{3}}$. B. $a^{\frac{3}{4}}$. C. $a^{\frac{4}{3}}$. D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}} = a^{\frac{8}{3 \cdot 4}} = a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 15. Cho các số thực $a, b > 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\log_2(2ab)^2 = (1 + \log_2 a + \log_2 b)^2$. B. $\log_2(2ab)^2 = 2 + \log_2(ab)^2$.
C. $\log_2(2ab)^2 = 2(1 + \log_2 a + \log_2 b)$. D. $\log_2(2ab)^2 = 2 + 2\log_2(ab)$.

Lời giải

Chọn A

♦ $\log_2(2ab)^2 = 2\log_2(2ab) = 2[\log_2 2 + \log_2(ab)] = 2[1 + \log_2 a + \log_2 b]$

Vậy A là đáp án sai

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 |x|$ là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 0) \cap (0; +\infty)$.
C. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

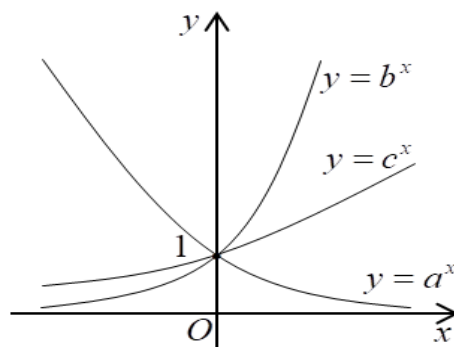
Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_5 |x|$ xác định khi $|x| > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Câu 17. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1.

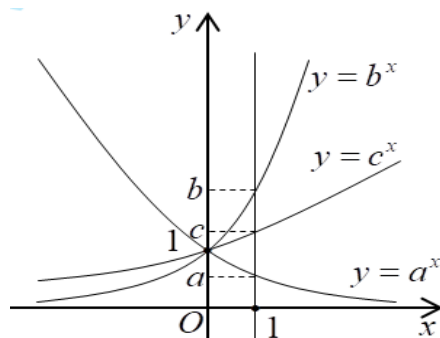


Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ được cho như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $1 < a < b < c$. B. $1 < a < c < b$. C. $0 < a < 1 < b < c$. **D. $0 < a < 1 < c < b$.**

Lời giải

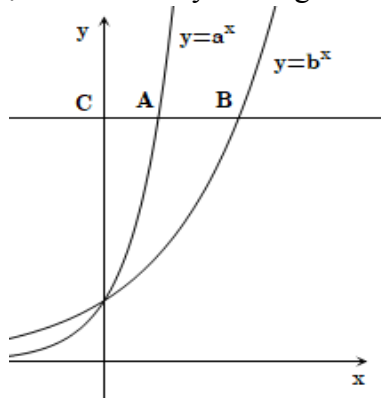
Chọn D



Kẻ đường thẳng $x = 1$ cắt đồ thị các hàm số tại các điểm tương ứng a, b, c .

Từ đồ thị ta có: $0 < a < 1 < c < b$.

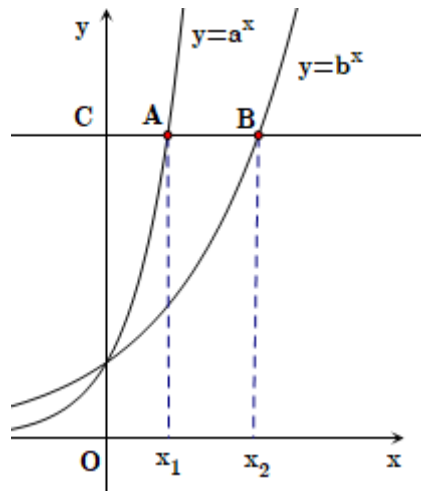
Câu 18. Cho a, b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục hoành mà cắt các đồ thị $y = a^x$, $y = b^x$ và trục tung lần lượt tại A, B, C phân biệt ta đều có $2CB = 5CA$ (hình vẽ minh họa). Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $2b = 5a$. B. $2a = 5b$. **C. $a^2 = b^5$.** D. $b^2 = a^5$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử đường thẳng $y=t$ cắt các đồ thị $y=a^x$, $y=b^x$ và trục tung lần lượt tại A , B , C phân biệt khi đó $A(x_1;t)$, $B(x_2;t)$, $C(0;t)$.

Ta có $CA=x_1$, $CB=x_2 \Rightarrow 2x_2=5x_1 \Rightarrow x_1=\frac{2}{5}x_2$.

Mặt khác ta có $a^{x_1}=b^{x_2} \Rightarrow x_1=x_2 \log_a b \Rightarrow \log_a b=\frac{2}{5} \Rightarrow b^5=a^2$.

Câu 19. Phương trình $\log_5(2x-3)=1$ có nghiệm là

A. $x=2$.

B. $x=4$.

C. $x=5$.

D. $x=3$.

Lời giải

Chọn B

♦ Điều kiện $x > \frac{3}{2}$, thu được $2x-3=5 \Rightarrow x=4$.

Câu 20. Cho số thực x thỏa mãn: $25^x - 5^{1+x} - 6 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T=5-5^x$.

A. $T=5$.

B. $T=-1$.

C. $T=6$.

D. $T=\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $25^x - 5^{1+x} - 6 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 5 \cdot 5^x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = -1 \text{ (VN)} \\ 5^x = 6 \end{cases}$.

Với $5^x = 6 \Rightarrow T = 5 - 5^x = 5 - 6 = -1$.

Câu 21. Gọi S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{2} \log x^2 + \log(x+10) = 2 - \log 4$. Tính S ?

A. $S=-10$.

B. $S=-15$.

C. $S=-10+5\sqrt{2}$.

D. $S=8-5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện phương trình: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x > -10 \end{cases}$.

Phương trình: $\frac{1}{2} \log x^2 + \log(x+10) = 2 - \log 4 \Leftrightarrow \log|x| + \log(x+10) + \log 4 = 2$

$\Leftrightarrow \log[4|x|(x+10)] = 2 \Leftrightarrow 4|x|(x+10) = 100 \Leftrightarrow |x|(x+10) = 25 \text{ (*)}$.

+ Khi $-10 < x < 0$:

Phương trình (*) $\Leftrightarrow -x(x+10) = 25 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow x = -5 \text{ (t/m)}$.

+ Khi $x > 0$:

$$\text{Phương trình } (*) \Leftrightarrow x(x+10) = 25 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 + 5\sqrt{2} \text{ (t/m)} \\ x = -5 - 5\sqrt{2} \text{ (l)} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = -5 + (-5 + 5\sqrt{2}) = -10 + 5\sqrt{2}.$$

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là

- A.** $(-5; 5)$. **B.** $(-\infty; 5)$. **C.** $(5; +\infty)$. **D.** $(0; 5)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow x^2 - 23 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5.$$

$$\text{Vậy nghiệm của bất phương trình } 3^{x^2-23} < 9 \text{ là } (-5; 5).$$

Câu 23. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27)$.

- A.** $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$. **B.** $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$. **C.** $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$. **D.** $S = [3; +\infty)$.

Lời giải

$$2\log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27) (*).$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 4x-3 > 0 \\ 18x+27 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}.$$

$$\text{Với điều kiện trên, } (*) \Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 \leq \log_3(18x+27)$$

$$\Leftrightarrow (4x-3)^2 \leq 18x+27$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3. \text{ Kết hợp điều kiện ta được } S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$$

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $\log_2(7x^2+7) \geq \log_2(mx^2+4x+m)$ nghiệm đúng với mọi x .

- A.** 5 **B.** 4 **C.** 0 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bpt: } \log_2(7x^2+7) \geq \log_2(mx^2+4x+m) \Leftrightarrow \begin{cases} 7x^2+7 \geq mx^2+4x+m \\ mx^2+4x+m > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = (m-7)x^2 + 4x + m - 7 \leq 0 \\ g(x) = mx^2 + 4x + m > 0 \end{cases}$$

$$\text{Bpt đã cho nghiệm đúng với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

• Trường hợp 1: $m = 7$

$$\begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \leq 0 \\ 7x^2 + 4x + 7 > 0 \end{cases}$$

Vậy $m = 7$ không thỏa yêu cầu bài toán.

• Trường hợp 2: $m = 0$

$$\begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7x^2 + 4x - 7 \leq 0 \\ 4x > 0 \end{cases}$$

Vậy $m = 0$ không thỏa yêu cầu bài toán.

• Trường hợp 3: $m \neq 0$; $m \neq 7$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_f < 0 \\ \Delta'_f \leq 0 \\ a_g > 0 \\ \Delta'_g < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-7 < 0 \\ 4-(m-7)^2 \leq 0 \\ m > 0 \\ 4-m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ m \leq 5 \vee m \geq 9 \\ m > 0 \\ m < -2 \vee m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 5$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{3; 4; 5\}$.

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. **D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C.$$

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $\sin x + 3x^2 + C$.** B. $-\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (\cos x + 6x) dx = \sin x + 3x^2 + C.$$

Câu 27. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$. Tìm $F(x)$.

- A. $2\ln(x-1) + 2$ **B. $\ln(x-1) + 3$** C. $4\ln(x-1)$ D. $\ln(x-1) - 3$

Lời giải

Chọn B

$$F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx + C = \ln|x-1| + C$$

$$F(e+1) = 4. \text{ Ta có } 1 + C = 4 \Rightarrow C = 3$$

Câu 28. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^5 x$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \tan^4 x - \frac{1}{2} \tan^2 x + \ln|\cos x| + C$.
 B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \tan^4 x + \frac{1}{2} \tan^2 x - \ln|\cos x| + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \tan^4 x + \frac{1}{2} \tan^2 x + \ln|\cos x| + C$.
D. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \tan^4 x - \frac{1}{2} \tan^2 x - \ln|\cos x| + C$.

Lời giải

$$I = \int f(x) dx = \int \tan^5 x dx = \int \frac{\sin^5 x}{\cos^5 x} dx$$

$$= \int \frac{\sin^2 x \cdot \sin^2 x \cdot \sin x}{\cos^5 x} dx = \int \frac{(1 - \cos^2 x) \cdot (1 - \cos^2 x) \cdot \sin x}{\cos^5 x} dx$$

$$\text{Đặt } t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx \quad I = \int \frac{(1-t^2) \cdot (1-t^2)}{t^5} (-dt) = \int \frac{1-2t^2+t^4}{t^5} (-dt)$$

$$= \int \left(-\frac{1}{t^5} + \frac{2}{t^3} - \frac{1}{t} \right) dt = \int \left(-t^{-5} + 2t^{-3} - \frac{1}{t} \right) dt = \frac{1}{4} t^{-4} - t^{-2} - \ln|t| + C$$

$$= \frac{1}{4} \cos^4 x - \cos^2 x - \ln|\cos x| + C = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x} - \ln|\cos x| + C$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (\tan^2 x + 1)^2 - (\tan^2 x + 1) - \ln|\cos x| + C$$

$$= \frac{1}{4} (\tan^4 x + 2 \tan^2 x + 1) - (\tan^2 x + 1) - \ln|\cos x| + C$$

$$= \frac{1}{4} \tan^4 x - \frac{1}{2} \tan^2 x - \ln|\cos x| + \frac{1}{4} + C$$

$$= \frac{1}{4} \tan^4 x - \frac{1}{2} \tan^2 x - \ln|\cos x| + C.$$

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{391}{400}$

B. $-\frac{1}{40}$

C. $-\frac{41}{400}$

D. $-\frac{1}{10}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2 \Rightarrow -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = -4x^3 \Rightarrow \left[\frac{1}{f(x)} \right]' = -4x^3 \Rightarrow \frac{1}{f(x)} = -x^4 + C$$

$$\text{Do } f(2) = -\frac{1}{25}, \text{ nên ta có } C = -9. \text{ Do đó } f(x) = -\frac{1}{x^4 + 9} \Rightarrow f(1) = -\frac{1}{10}.$$

Câu 30. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

A. 16.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_0^1 2f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2 \cdot 4 = 8.$$

Câu 31. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x+1}$; biết $F(0) = 2$. Tính $F(1)$.

A. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2.$ **B.** $F(1) = \ln 3 + 2.$ **C.** $F(1) = 2 \ln 3 - 2.$ **D.** $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } F(x) = \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$$

$$\text{Do } F(0) = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \ln|2 \cdot 0 + 1| + C = 2 \Rightarrow C = 2$$

Vậy $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 2 \Rightarrow F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2.$

Câu 32. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = -8$. Tính tích phân $\int_0^1 g(x) dx$?

A. -6. B. -3. C. 5. D. -5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = -8$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_0^1 g(x) dx = -8$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2 \int_0^1 g(x) dx = -8$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 g(x) dx = 5.$$

Câu 33. Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8. B. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4.
C. Khối bát diện đều là loại {4;3}. D. Số cạnh của khối bát diện đều bằng 12.

Lời giải

Chọn C

Khối bát diện đều là loại {3;4}.

Câu 34. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 6. B. 3. C. 4. D. 12.

Lời giải

Chọn D.

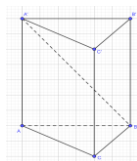
Thể tích của khối chóp $V = B.h = 12$

Câu 35. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Hỏi thể tích lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{3a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AA' \perp mp(ABC) \Rightarrow A$ là hình chiếu vuông góc của A' trên $mp(ABC)$ do đó
 $(A'B, (ABC)) = A'BA = 60^\circ \Rightarrow AA' = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$

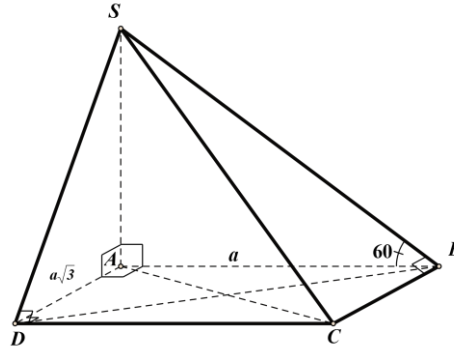
Diện tích tam giác ABC : $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^3}{4}$

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 3a^3$ B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $V = a^3$ D. $V = \frac{a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2$.

$$\text{Vì } \begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp SB \subset (SBC) \\ BC \perp AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (SB; AB) = SBA.$$

Vậy $SBA = 60^\circ$

Xét tam giác vuông SAB có: $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

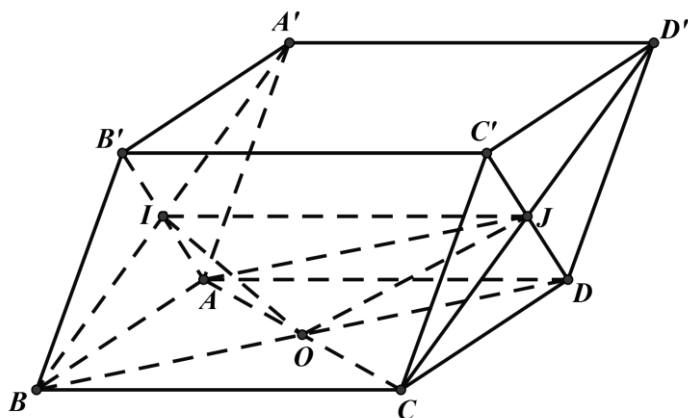
$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3.$$

Câu 37. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng a và $BAC = 60^\circ$. Gọi I , J lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $CDD'C'$. Biết $AI = \frac{a\sqrt{7}}{2}$, $AA' = 2a$ và góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$, $(A'B'C'D')$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối tứ diện $AOIJ$.

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{64}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{192}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $AI^2 = \frac{AA'^2 + AB^2}{2} - \frac{A'B^2}{4} \Rightarrow A'B^2 = 2(AA'^2 + AB^2) - 4AI^2 = 3a^2 \Rightarrow A'B = a\sqrt{3}$

Do $A'B^2 + AB^2 = AA'^2$ nên tam giác $A'AB$ vuông tại B $\Rightarrow S_{A'AB} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Theo đề góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$, $(A'B'C'D')$ bằng 60° , nên suy ra

$$V_{A'ABC} = \frac{2S_{A'AB} \cdot S_{ABC} \sin 60^\circ}{3AB} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$

$$V_{AOIJ} = \frac{1}{3}d(O; (IAJ)) \cdot S_{IAJ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}d(B; (B'AD)) \cdot \frac{1}{2}S_{B'AD} = \frac{1}{4}V_{B'ABD} = \frac{1}{4}V_{A'ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}$$

Câu 38. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 28π .

B. 14π .

C. $\frac{14\pi}{3}$.

D. $\frac{98\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Có $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 2 \cdot 7 = 14\pi$.

Câu 39. Một chiếc bút chì có dạng khối trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 (mm) và chiều cao bằng 200 (mm) . Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 (mm) . Giả định 1 m^3 gỗ có giá a triệu đồng, 1 m^3 than chì có giá $6a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $8,45.a$ đồng

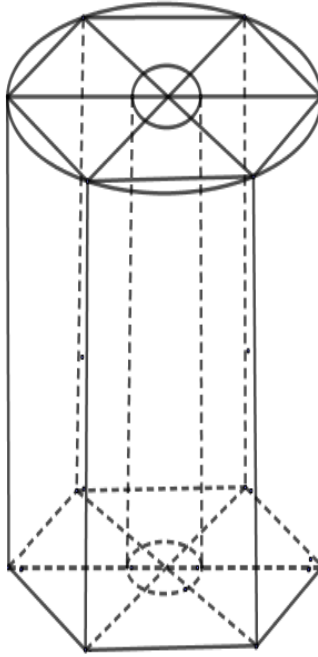
B. $7,82.a$ đồng

C. $84,5.a$ đồng

D. $78,2.a$ đồng

Lời giải

Chọn B



1 m^3 gỗ có giá a triệu đồng suy ra 1 mm^3 gỗ có giá $\frac{a}{1000}$ đồng.

1 m^3 than chì có giá $6a$ triệu đồng suy ra 1 mm^3 than chì có giá $\frac{6a}{1000}$ đồng.

Phần chì của cái bút có thể tích bằng $V_1 = 200 \cdot \pi \cdot 1^2 = 200\pi \text{ (mm}^3\text{)}$.

Phần gỗ của của bút chì có thể tích bằng $V_2 = 200 \cdot 6 \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} - 200\pi = 2700\sqrt{3} - 200\pi \text{ (mm}^3\text{)}$.

Số tiền làm một chiếc bút chì là $\frac{6a \cdot V_1 + a \cdot V_2}{1000} \approx 7,82a$ đồng.

Câu 40. Cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) , biết khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng a . Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi $2\sqrt{3}\pi a$. Diện tích mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

A. $12\pi a^2$.

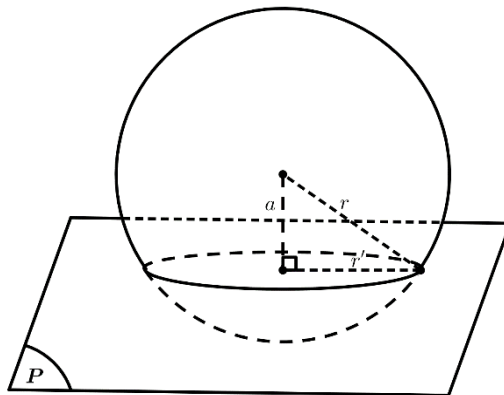
B. $16\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

Bán kính đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) mặt cầu (S) là: $r' = \frac{C}{2\pi} = \frac{2\sqrt{3}\pi a}{2\pi} = a\sqrt{3}$.

Suy ra bán kính mặt cầu (S) là: $r = \sqrt{r'^2 + h^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) là: $S = 4\pi r^2 = 4\pi (2a)^2 = 16\pi a^2$.

- Câu 41.** Trong không gian Oxyz, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là
A. $(1; 0; 3)$. **B.** $(1; -2; 3)$. **C.** $(0; 2; 0)$. **D.** $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn A

♦ Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là: $H(1; 0; 3)$

- Câu 42.** Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; 1; 3)$, $C(0; 3; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

- A.** $G(3; 6; 6)$ **B.** $G(1; 2; 2)$ **C.** $G(0; 6; 6)$ **D.** $G\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 2 \end{cases}$$

- Câu 43.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 0; -1)$. Tìm điểm M trên trục Oy (M khác điểm O) sao cho tam giác MAB vuông tại M.

- A.** $(0; 2; 0)$. **B.** $(0; -3; 0)$. **C.** $(0; 1; 0)$. **D.** $(0; -2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $M \in Oy, M \neq O \Rightarrow M(0; y; 0), (y \neq 0)$

Ta có $\overrightarrow{MA}(1; -2-y; 3); \overrightarrow{MB}(3; -y; -1)$. Tam giác MAB vuông tại M khi và chỉ khi $\overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

$$\text{Hay } 3 + y^2 + 2y - 3 = 0 \Leftrightarrow y^2 + 2y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0(L) \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy $M(0; -2; 0)$

- Câu 44.** Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

- A.** $I(-1; 0; -5); R=16$. **B.** $I(-1; 0; 5); R=16$. **C.** $I(-1; 0; 5); R=4$. **D.** $I(1; 0; -5); R=4$.

Lời giải

Chọn D

Theo đầu bài ta có (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 16$.

Suy ra tọa độ tâm I là $I(1; 0; -5)$, bán kính $R=4$.

- Câu 45.** Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 4; 3)$ và đi qua $M(0; 2; 2)$ có phương trình là

- A.** (S): $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 3$. **B.** (S): $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 9$.
C. (S): $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 3$. **D.** (S): $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $R = IM = \sqrt{(0+2)^2 + (2-4)^2 + (2-3)^2} = 3$.

Phương trình mặt cầu (S) đã cho là $(S): (x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 46. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số 1; 2; 3; 5; 7.

- A. 15. B. 120. C. 10. D. 24.

Lời giải

Chọn B

Số các số cần lập là $A_5^4 = 120$.

Câu 47. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, công bội $q = -\frac{1}{2}$. Số hạng u_3 bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $-\frac{3}{8}$. C. $\frac{3}{4}$. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Số hạng $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$.

Câu 48. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là lẻ bằng

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{7}{8}$.

Lời giải

Chọn A

$n(\Omega) = 6^3$. Để tích số chấm 3 lần gieo là số lẻ thì mỗi lần gieo thu được số chấm lẻ, khi đó số khả năng thuận lợi là $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

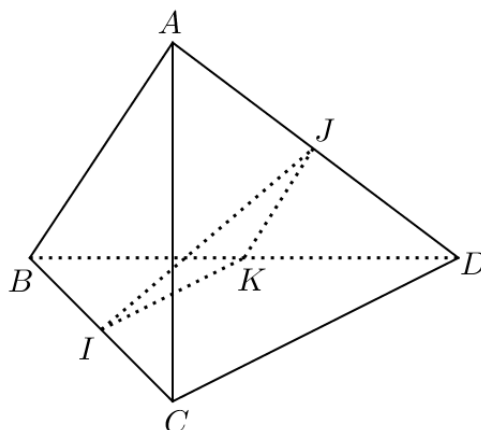
Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{27}{6^3} = \frac{1}{8}$.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$, $I, J = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 120° .

Lời giải

Chọn A



Gọi K là trung điểm của BD . Khi đó IK song song với CD và JK song song với AB .

Khi đó $(AB, CD) = (KI, KJ) = \begin{cases} IKJ \\ 180^\circ - IKJ \end{cases}$.

$$\text{Ta có } KI = KJ = \frac{a}{2} \Rightarrow \cos IKJ = \frac{KI^2 + KJ^2 - IJ^2}{2KI.KJ} = \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } IKJ = 120^\circ \Rightarrow (AB, CD) = 60^\circ.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S = 3a^2$. Tính khoảng cách từ C đến (SBD) bằng

A. $d = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

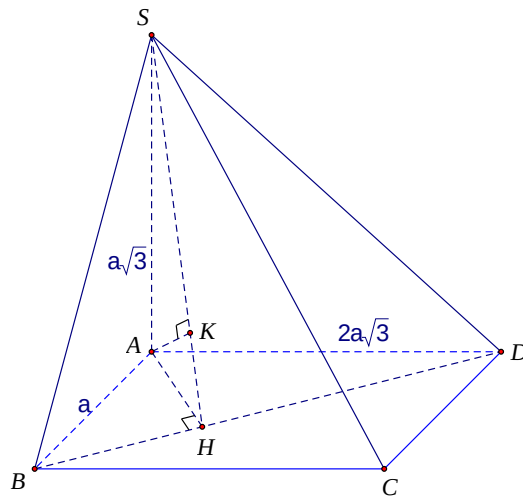
B. $d = \frac{2a\sqrt{51}}{17}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{39}}{5}$.

D. $d = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Do } S_{SAD} = 3a^2 = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AD \Rightarrow SA = \frac{6a^2}{2a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}. \text{ Mặt khác ta có } d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)).$$

$$\text{Kẻ } AH \perp BD, AK \perp SH \Rightarrow d(A, (SBD)) = AK.$$

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{13} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{a \cdot 2a\sqrt{3}}{a\sqrt{13}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}.$$

$$\Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{2a\sqrt{39}}{13}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{2a\sqrt{39}}{13}\right)^2}} = \frac{2a\sqrt{51}}{17}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = \frac{2a\sqrt{51}}{17}.$$