

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-3)x + 5$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$.

Câu 3 (1,0 điểm)

a) Cho hàm số $f(x) = x.5^x$. Giải phương trình $25^x + f'(x) - x.5^x \ln 5 - 2 = 0$.

b) Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1-2i)z + 3 - i = (1+i)\bar{z}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 \frac{2x+1}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) . Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua A , song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d .

Câu 6 (1,0 điểm)

a) Giải phương trình $2\sqrt{3} \sin^2 x + \sin 2x + 1 - \sqrt{3} = 0$.

b) Trong kỳ bầu cử Quốc hội khóa XIV diễn ra vào ngày 22/05/2016, lớp 12A1 trường THPT Yên Lạc có 22 bạn đủ 18 tuổi được đi bầu cử, trong đó có 12 bạn nữ và 10 bạn nam. Chọn ngẫu nhiên trong số đó 6 bạn tham gia công tác chuẩn bị cho ngày bầu cử. Tìm xác suất để 6 bạn được chọn có ít nhất 4 bạn nữ.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Cạnh bên $AA' = \frac{2\sqrt{13}a}{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác

ABC , góc giữa AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $A'B$.

Câu 8 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (C) . Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (C) cắt nhau tại P . Gọi D và E thứ tự là hình chiếu vuông góc của P lên AB và AC . Tìm tọa độ các điểm A, B, C biết phương trình $DE: 17x + y - 141 = 0$, đỉnh A thuộc đường thẳng $d: x + 2 = 0$, trung điểm BC là $M\left(\frac{13}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AB đi qua điểm $N(0;1)$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 8(x+y) = x^2 + 2y^2 + 3xy \\ 4\sqrt{2-x} + \sqrt{3-y} = 2x^2 - y^2 + 5 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a, b, c \geq 1$ và $a + b + c + 2 \geq abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1+\sqrt{a^2-1}}{a} + \frac{1+\sqrt{b^2-1}}{b} + \frac{1+\sqrt{c^2-1}}{c}$

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

TRƯỜNG THPT YÊN LẠC
(Hướng dẫn chấm gồm 6 trang)

Môn : Toán

HƯỚNG DẪN CHẤM

I. LƯU Ý CHUNG:

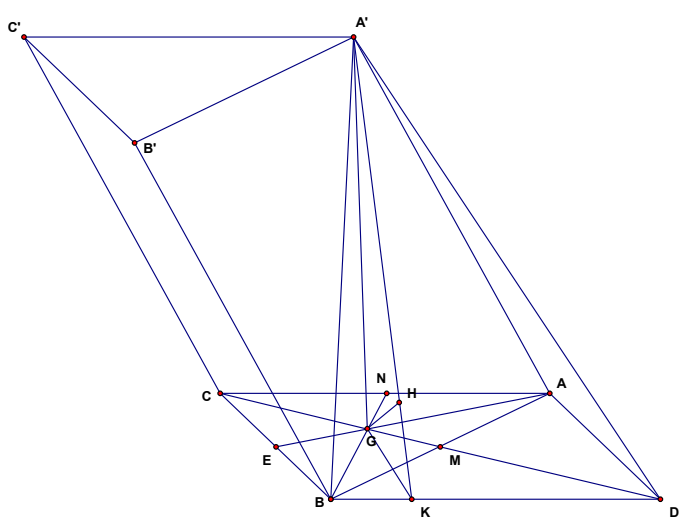
- Đáp án chỉ trình bày một cách giải bao gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của thí sinh. Khi chấm nếu thí sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Nếu thí sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.
- Thí sinh được sử dụng kết quả phần trước để làm phần sau.
- Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.
- Trong lời giải câu 7 và câu 8 nếu thí sinh không vẽ hình thì không cho điểm.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

II. ĐÁP ÁN:

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm																		
1		Khảo sát hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$. (C).	1.0																		
		* TXĐ: $D = \mathbb{R}$ * Giới hạn, tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$	0.25																		
		Ta có $y' = 4x^3 - 4x$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ -Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ & $(1; +\infty)$ -Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ & $(0; 1)$ -Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = -3$ -Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = -4$	0.25																		
		*BBT: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	+	y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$	0.25
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																
y'	-	0	+	0	+																
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$																
		*Đồ thị	0.25																		

2		Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-3)x + 5$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$.	1.0
		Ta có $y' = 3x^2 - 4x + m - 3$. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + m - 3 = 0$ (1)	0.25
		Hàm số đã cho có cực trị khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt, hay $\Delta' = 4 - 3(m-3) > 0 \Leftrightarrow m < \frac{13}{3}$. (*)	0.25
		Khi đó hàm số có cực trị x_1, x_2 là nghiệm phương trình (1). Theo Viet, ta có $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \frac{16}{9} - 2 \cdot \frac{m-3}{3} = \frac{16}{9} - \frac{2m-6}{3} = \frac{34-6m}{9}$	0.25
		Yêu cầu bài toán tương đương với: $\frac{34-6m}{9} = 4 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$ (thỏa mãn (*)).	0.25
3	a	Cho hàm số $f(x) = x \cdot 5^x$. Giải phương trình $25^x + f'(x) - x \cdot 5^x \cdot \ln 5 - 2 = 0$. (1)	0.5
		Ta có $f'(x) = 1 \cdot 5^x + x \cdot 5^x \cdot \ln 5$, do đó (1) $\Leftrightarrow 25^x + 5^x + x \cdot 5^x \cdot \ln 5 - x \cdot 5^x \cdot \ln 5 - 2 = 0$	0.25
		$\Leftrightarrow 25^x + 5^x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = -2(l) \end{cases} \Rightarrow x = 0$.	0.25
	b	Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1-2i)z + 3-i = (1+i)\bar{z}$.	0.5
		Giả sử $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Từ giả thiết ta suy ra $(1-2i)(a+bi) + 3-i = (1+i)(a-bi)$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2b+3=a+b \\ b-2a-1=a-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-3 \\ a=-\frac{7}{3} \end{cases}$. Vậy phần ảo của z bằng -3.	0.25
4		Tính tích phân: $I = \int_{-1}^0 \frac{2x+1}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx$	1.0
		Đặt $t = \sqrt[3]{x+1} \Rightarrow t^3 = x+1 \Rightarrow 3t^2 dt = dx$. Khi $x = -1 \Rightarrow t = 0$; khi $x = 0 \Rightarrow t = 1$.	0.25
		Ta có $I = \int_0^1 \frac{2(t^3-1)+1}{1+t} 3t^2 dt$	0.25

		$\Rightarrow I = 3 \int_0^1 \frac{2t^5 - t^2}{1+t} dt = 3 \int_0^1 \frac{2t^5 + 2t^4 - 2t^4 - 2t^3 + 2t^3 + 2t^2 - 3t^2 - 3t + 3t + 3 - 3}{t+1} dt$	0.25
		$\Rightarrow I = 3 \int_0^1 \left(2t^4 - 2t^3 + 2t^2 - 3t + 3 - \frac{3}{t+1} \right) dt = 3 \left(\frac{2t^5}{5} - \frac{t^4}{2} + \frac{2t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 3t - 3 \ln t+1 \right) \Big _0^1$ $= \frac{31}{5} - 9 \ln 2.$	0.25
5		Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) . Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d .	1.0
		Ta có $d(A, (P)) = \frac{ 2 \cdot 1 + 1 + 2 \cdot (-2) - 5 }{3}$	0.25
		$\Leftrightarrow d(A, (P)) = 2$	0.25
		(P) có VTPT là: $\vec{n}(2;1;2)$, d có VTCP là $\vec{u}(1;2;2)$. Từ giả thiết suy ra Δ có VTCP là $\vec{v} = [\vec{n}, \vec{u}] = (-2; -2; 3)$	0.25
		Vậy phương trình chính tắc của Δ là: $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{3}$.	0.25
6	a	Giải phương trình $2\sqrt{3} \sin^2 x + \sin 2x + 1 - \sqrt{3} = 0$.	0.5
		Ta có (1) $\Leftrightarrow \sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x + 1 - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x = 1$	0.25
		$\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \pm \frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0.25
	b	Trong kỳ bầu cử Quốc hội khóa XIV diễn ra vào ngày 22/05/2016, lớp 12A1 trường THPT Yên Lạc có 22 bạn đủ 18 tuổi được đi bầu cử, trong đó có 12 bạn nữ và 10 bạn nam. Chọn ngẫu nhiên 6 bạn tham gia công tác chuẩn bị cho ngày bầu cử. Tìm xác suất để 6 bạn được chọn có ít nhất 4 bạn nữ.	0.5
		Chọn 6 bạn bất kì, có C_{22}^6 cách chọn. Ta đếm số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán -Chọn 4 nữ, 2 nam có $C_{12}^4 \cdot C_{10}^2$ cách.	0.25
		-Chọn 5 nữ, 1 nam có $C_{12}^5 \cdot C_{10}^1$ cách. -Chọn cả 6 nữ có C_{12}^6 cách. Vậy xác suất cần tìm là: $P = \frac{C_{12}^4 \cdot C_{10}^2 + C_{12}^5 \cdot C_{10}^1 + C_{12}^6}{C_{22}^6} = \frac{943}{2261}.$	0.25
7		Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Cạnh bên $AA' = \frac{2\sqrt{13}a}{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng	1.0

	tâm G của tam giác ABC, góc giữa AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $A'B$. 	
	Gọi M, N, E thứ tự là trung điểm BA, AC, BC. Từ giả thiết ta suy ra góc giữa AA' và (ABC) là $\widehat{A'AG} = 60^\circ \Rightarrow \cos \widehat{A'AG} = \frac{AG}{AA'} \Leftrightarrow AG = AA' \cdot \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{13}a}{3}$. Suy ra $A'G = AA' \cdot \sin \widehat{A'AG} = \frac{2\sqrt{13}a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{39}a}{3}; AE = \frac{3}{2} \cdot AG = \frac{\sqrt{13}a}{2}.$	0.25
	Đặt $AC = 2x (x > 0) \Rightarrow BA = \sqrt{3}x, BC = x$. Xét tam giác vuông BAE, ta có $BA^2 + BE^2 = AE^2 \Leftrightarrow 3x^2 + \frac{x^2}{4} = \frac{13a^2}{4} \Leftrightarrow x = a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{39}a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{\sqrt{13}a^3}{2}$ (đvtt)	0.25
	Dựng hình bình hành $ACBD$, ta có $AC \parallel BD$ suy ra $AC \parallel (A'BD)$. Mà $(A'BD)$ chứa $A'B$ nên $d(AC, A'B) = d(AC, (A'BD)) = d(C, (A'BD)) = \frac{3}{2} d(G, (A'BD))$. Kẻ $GK \perp BD, GH \perp A'K$. Chứng minh được $d(G, (A'BD)) = GH$.	0.25
	Dễ thấy $\triangle BCN$ đều, cạnh a. Suy ra $BG = \frac{2}{3}a, \widehat{GBK} = 60^\circ \Rightarrow GK = BG \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$ Xét $\triangle GA'K$ ta có $\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GA'^2} + \frac{1}{GK^2} = \frac{3}{13a^2} + \frac{3}{a^2} = \frac{42}{13a^2} \Rightarrow d(AC, A'B) = \frac{\sqrt{39}a}{\sqrt{56}}$	0.25
8	Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (C). Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (C) cắt nhau tại P. Gọi D và E thứ tự là hình chiếu vuông góc của P lên AB và AC. Tìm tọa độ các điểm A, B, C biết phương trình $DE: 17x + y - 141 = 0$, đỉnh A thuộc đường thẳng $d: x + 2 = 0$, trung điểm BC là $M\left(\frac{13}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AB đi qua điểm $N(0;1)$.	1.0

		Từ giả thiết suy ra các tứ giác $PDBM$, $PECM$ nội tiếp, do đó $\widehat{PME} = \widehat{PCE} = \widehat{tCA} = \widehat{ABC} = \widehat{MPD}$, suy ra $ME \parallel PD$, hay EM vuông góc với AD . Tương tự DM vuông góc với AE . Từ đó M là trực tâm tam giác ADE , hay AM vuông góc với DE .	0.25
		Phương trình AM là: $\left(x - \frac{13}{2}\right) - 17\left(y - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 17y + 2 = 0$. $A = AM \times d$ nên tọa độ A là nghiệm hệ $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ x - 17y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-2; 0)$.	0.25
		AB qua A , N nên phương trình AB là $x - 2y + 2 = 0$. $D = AB \times DE \Rightarrow D(8; 5)$. AC đi qua A và có VTPT $\overline{MD}$ nên phương trình AC là: $x + 3y + 2 = 0$	0.25
		$B \in AB \Rightarrow B(2b - 2; b)$. M là trung điểm BC nên $C(15 - 2b; 1 - b)$. C thuộc AC nên $15 - 2b + 3 - 3b + 2 = 0 \Leftrightarrow b = 4 \Rightarrow B(6; 4), C(7; -3)$.	0.25
9		Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 8(x + y) = x^2 + 2y^2 + 3xy \\ 4\sqrt{2 - x} + \sqrt{3 - y} = 2x^2 - y^2 + 5 \end{cases}$	1.0
		Điều kiện: $\begin{cases} x \leq 2 \\ y \leq 3 \end{cases}$, phương trình (1) $\Leftrightarrow (x + y)(x + 2y - 8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$.	0.25
		*) Với $x + 2y = 8$. Ta có: $\begin{cases} x \leq 2 \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ 2y \leq 6 \end{cases} \Rightarrow x + 2y \leq 8$ Khi đó: $x + 2y = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ không thỏa mãn hệ.	0.25
		*) Với $x + y = 0 \Leftrightarrow y = -x$ thay vào phương trình (2), ta được (2) $\Leftrightarrow 4\sqrt{2 - x} + \sqrt{3 + x} = x^2 + 5$ $\Leftrightarrow 4\left[\sqrt{2 - x} - \left(\frac{4 - x}{3}\right)\right] + \sqrt{x + 3} - \frac{x + 5}{3} = x^2 + x - 2$ $\Leftrightarrow 4\left[3\sqrt{2 - x} - (4 - x)\right] + 3\sqrt{x + 3} - (x + 5) = 3(x^2 + x - 2)$	0.25

	$\Leftrightarrow 4 \cdot \frac{18 - 9x - 16 + 8x - x^2}{3\sqrt{2-x} + 4-x} + \frac{9x + 27 - x^2 - 10x - 25}{3\sqrt{x+3} + x+5} = 3(x^2 + x - 2)$ $\Leftrightarrow (x^2 + x - 2) \left[3 + \frac{4}{3\sqrt{2-x} + 4-x} + \frac{1}{3\sqrt{x+3} + x+5} \right] = 0$													
	$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; y = -1 \\ x = -2; y = 2. \end{cases}$	0.25												
10	Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a, b, c \geq 1$ và $a + b + c + 2 \geq abc$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1 + \sqrt{a^2 - 1}}{a} + \frac{1 + \sqrt{b^2 - 1}}{b} + \frac{1 + \sqrt{c^2 - 1}}{c}$	1.0												
	Theo bất đẳng thức Bunhia-Copxki, ta có $\sqrt{1 - \frac{1}{a^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{b^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{c^2}} \leq \sqrt{9 - 3\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)} \leq \sqrt{9 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2}.$ Theo giả thiết ta có $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{2}{abc} \geq 1$ (*).	0.25												
	Để thấy $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \leq \frac{1}{3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2; \frac{1}{abc} \leq \frac{1}{27} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^3.$ Đặt $t = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$, từ (*) suy ra $\frac{t^2}{3} + \frac{2t^3}{27} \geq 1 \Leftrightarrow 2t^3 + 9t^2 - 27 \geq 0 \Leftrightarrow (2t - 3)(t + 3)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2t - 3 \geq 0 \Leftrightarrow t \geq \frac{3}{2}.$	0.25												
	Khi đó $P \leq t + \sqrt{9 - t^2}$. Xét hàm số $f(t) = t + \sqrt{9 - t^2}, f'(t) = 1 - \frac{t}{\sqrt{9 - t^2}}, \forall t \in \left[\frac{3}{2}; 3\right].$	0.25												
	Bảng biến thiên <table><tr><td>t</td><td>$3/2$</td><td>$\frac{3}{\sqrt{2}}$</td><td>3</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td colspan="3"></td></tr></table> Suy ra $MaxP = f\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = 3\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = \sqrt{2}$.	t	$3/2$	$\frac{3}{\sqrt{2}}$	3	$f'(t)$	+	0	-	$f(t)$				0.25
t	$3/2$	$\frac{3}{\sqrt{2}}$	3											
$f'(t)$	+	0	-											
$f(t)$														