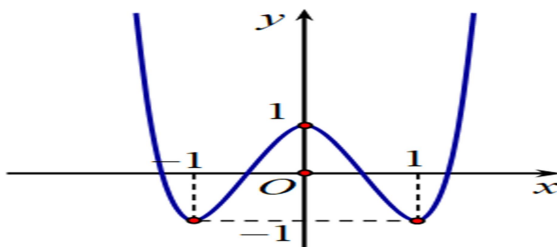


Mã đề thi 132

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Đường cong dưới đây là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D . Hỏi



hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **B.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -2x^4 + 4x^2$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+	0	-

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 3: Tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{2019}$ là

A. $D = (2; 3)$. **B.** $D = \mathbb{R}$.
C. $D = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

Câu 4: Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tìm số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

A. $w = \frac{10}{3} + i$. **B.** $w = \frac{10}{3}$. **C.** $w = \frac{8}{3}$. **D.** $w = \frac{8}{3} + i$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $M \in (Oyz)$. **B.** $M \in (Oxz)$. **C.** $M \in (Oxy)$. **D.** $M \in Oy$.

Câu 6: Phần ảo của số phức $z = 2i + 5$ bằng

A. 5. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $5i$.

Câu 7: Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{4}{e}\right)^x$. **B.** $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$. **C.** $y = \log_{\frac{1}{\pi}}(x^2 + 1)$. **D.** $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^3)$.

Câu 8: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $3\log_2^2 x - 2\log_2 x - 1 = 0$. Tính $P = x_1 \cdot x_2$.

A. $\frac{-1}{3}$. **B.** $2\sqrt[3]{2}$. **C.** $\sqrt[3]{4}$. **D.** 3.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+4}{-2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z}{3}$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là

- A.** $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$. **B.** $\vec{u}_1 = (4; -5; 0)$. **C.** $\vec{u}_1 = (-2; 1; 3)$. **D.** $\vec{u}_1 = (-4; 5; 0)$.
- Câu 10:** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ là
- A.** $S = (-1; +\infty)$. **B.** $S = [0; +\infty)$. **C.** $S = (-\infty; -2]$. **D.** $S = (-\infty; -1]$.
- Câu 11:** Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng:
- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.
- Câu 12:** Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?
- A.** $u_n = 2n$. **B.** $u_n = 2 \cdot (-3)^{2n+1}$. **C.** $u_n = 2^n - 1$. **D.** $u_n = \frac{1}{n}$.
- Câu 13:** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng $3h$ là
- A.** $V = \frac{4}{3}Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = Bh$. **D.** $V = \frac{1}{2}Bh$.
- Câu 14:** Nghiệm của bất phương trình: $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 > 0$
- A.** $x < 0$. **B.** $x > 3$. **C.** $x < 2$. **D.** $x > -1$.
- Câu 15:** Cho đường thẳng l cắt và không vuông góc với Δ quay quanh Δ thì ta được
- A.** Mặt nón tròn xoay. **B.** Khối nón tròn xoay.
C. Mặt trụ tròn xoay. **D.** Hình nón tròn xoay.
- Câu 16:** Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng a là
- A.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.
- Câu 17:** Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 200 dm , chu vi đáy bằng 5 m .
- A.** $100\pi \text{ m}^2$. **B.** 100 m^2 . **C.** 1000 m^2 . **D.** $50\pi \text{ m}^2$.
- Câu 18:** Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.** $\frac{5^a}{5^b} = 5^{\frac{a}{b}}$. **B.** $5^{-a} \cdot 5^b = 5^{a+b}$. **C.** $2^a \cdot 2^b = 2^{ab}$. **D.** $\frac{3^a}{3^b} = 3^{a-b}$.
- Câu 19:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?
- A.** $y = \frac{1}{\sqrt{x-x^2}}$. **B.** $y = x^3 - x + 1$. **C.** $y = \sin 2019x$. **D.** $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.
- Câu 20:** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(-1, 0)$.
- Câu 21:** Với a là số thực dương tùy ý $\ln(2019a) - \ln(3a)$ bằng
- A.** $\ln \frac{2019}{3}$. **B.** $\frac{\ln 2019}{\ln 3}$. **C.** $\ln(2016a)$. **D.** $\frac{\ln(2019a)}{\ln(3a)}$.
- Câu 22:** Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ là
- A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.
- Câu 23:** Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .
- A.** $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.
- Câu 24:** Một trường THPT có 10 lớp 12, mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau (các học sinh cùng lớp không bắt tay với nhau). Tính số lần bắt

tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.

- A. 405. B. 435. C. 432. D. 425.

Câu 25: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 400. B. 670. C. 550. D. 335.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$; $\int_0^3 f(x) dx = 6$. Tính

$$I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$$

- A. $I = 8$. B. $I = 4$. C. $I = 6$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 27: Trong không gian Oxyz, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$. D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-7}$.

Câu 28: Hai người A, B đang chạy xe ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai xe tiếp tục di chuyển theo chiều của mình thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một người di chuyển tiếp với vận tốc $v_1 = 6 - 3t$ mét trên giây, người còn lại di chuyển với vận tốc $v_2 = 12 - 4t$ mét trên giây. Tính khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn.

- A. 25 mét. B. 22 mét. C. 24 mét. D. 20 mét.

Câu 29: Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và $(\Delta_2): \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$

. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 . B. Δ_1, Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.
C. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau. D. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 .

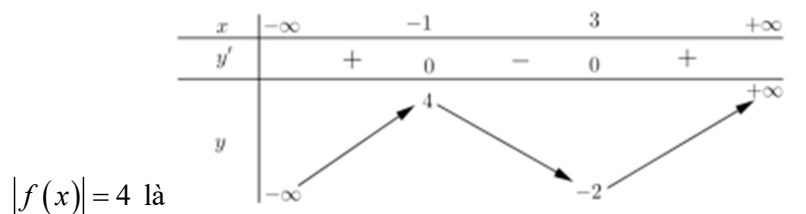
Câu 30: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + x$ là

- A. $\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$. B. $\cos x + x + 1$. C. $\cos x + x^2 + C$. D. $-\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 31: Tính tích phân $I = \int_1^2 xe^x dx$.

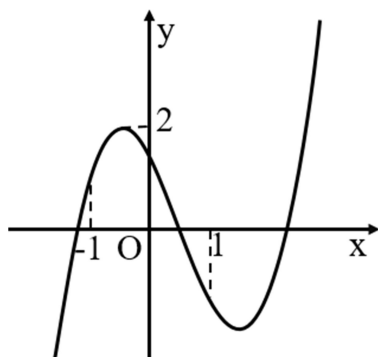
- A. $I = e$. B. $I = -e^2$. C. $I = e^2$. D. $I = 3e^2 - 2e$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình



- A. 6. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 33: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới: Khẳng định nào là đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 34: Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A . $AB = a$, $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là điểm $I \in BC$. Tính khoảng cách từ A đến $(A'BC)$?

A. $\frac{2}{3}a$.

B. $\frac{1}{3}a$.

C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SAC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 36: Một công ty muốn thiết kế một loại hộp có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông sao cho thể tích của khối hộp được tạo thành là 8 dm^3 và diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài cạnh đáy của mỗi hộp muốn thiết kế là

A. $2\sqrt[3]{2} \text{ dm}$.

B. 2 dm .

C. 4 dm .

D. $2\sqrt{2} \text{ dm}$.

Câu 37: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + x^2 - (m^2 - m - 2)x + 2019$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của S bằng

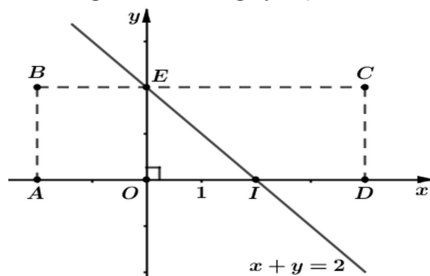
A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 38: Trên mặt phẳng Oxy , ta xét một hình chữ nhật $ABCD$ với các điểm $A(-2;0)$, $B(-2;2)$, $C(4;2)$, $D(4;0)$ (hình vẽ). Một con châu chấu nhảy trong hình chữ nhật đó tính cả trên cạnh hình chữ nhật sao cho chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên (tức là điểm có cả hoành độ và tung độ đều nguyên). Tính xác suất để nó đáp xuống các điểm



$M(x; y)$ mà $x + y < 2$.

A. $\frac{4}{7}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{1}{3}$.

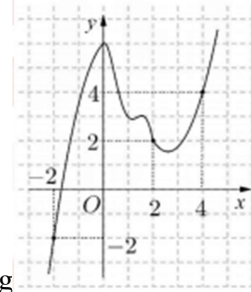
D. $\frac{8}{21}$.

Câu 39: Cho hàm số $y = x^2 + 1$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y = mx + 2$, đường thẳng (d) cắt đồ thị

(P) tại hai điểm A, B có hoành độ x_1, x_2 . Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và (d) bằng $\frac{4}{3}$, tính tổng $(x_1^2 + x_2^2)$

- A. 3. B. 4. C. $\frac{5}{3}$. D. 2.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ



bên. Khi đó tổng $\int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^2 f'(x+2)dx$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 6. D. 10.

Câu 41: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $z^4 - 4z^3 + 7z^2 - 16z + 12 = 0$. Tính biểu thức

$$T = (z_1^2 + 4)(z_2^2 + 4)(z_3^2 + 4)(z_4^2 + 4).$$

- A. $T = -2i$. B. $T = 1$. C. $T = 0$. D. $T = 2i$.

Câu 42: Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

- A. $\sqrt{313}$. B. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{313} + 8$. D. $\sqrt{313} + 16$.

Câu 43: Giải phương trình $C_n^1 + 3C_n^2 + 7C_n^3 + \dots + (2^n - 1)C_n^n = 3^{2^n} - 2^n - 6480$ trên tập $\mathbb{N}^*$.

- A. $n = 5$. B. $n = 4$. C. $n = 6$. D. $n = 3$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$,

$d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{-5}$, gọi A là giao điểm của d_1 và d_2 ; d là đường thẳng qua điểm $M(2;3;1)$

cắt d_1, d_2 lần lượt tại B, C sao cho $BC = \sqrt{6}AB$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng d , biết rằng d không song song với mặt phẳng (Oxz) .

- A. $\frac{\sqrt{10}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại

hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $10 + 2\sqrt{7}$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S) ?

- A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 100$. B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$.
C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 7$. D. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 28$.

Câu 46: Xét các số thực a, b, c, d, e, f thay đổi thỏa mãn $(a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = 1$, $2d - e + 2f + 6 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2$ bằng

- A. 0. B. 28. C. 3. D. -2.

Câu 47: Số giá trị nguyên m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để phương trình $\cos^6 x + 6\cos^4 x - m^3 \cos^3 x + (15 - 3m^2)\cos^2 x - 6m \cos x + 10 = 0$ có nghiệm thực.

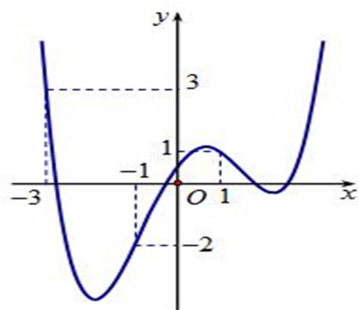
A. 8.

B. 5.

C. 4.

D. 11.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2020$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(-1)$. **B.** $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(-3)$. **C.** $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(1)$. **D.** $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(0)$.

Câu 49: Cho phương trình $2^x + 2^{-x} = 4 - 2\cos(ax^2 - \frac{\pi}{3})$ có 100 nghiệm. Tìm số nghiệm của phương trình $2^x - 2^{-x} = 2\cos(2ax^2 - \frac{\pi}{3})$.

A. 200.

B. 100.

C. 101.

D. 50.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$, khoảng cách giữa SA và BC là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong tam giác ABC , tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

HẾT.

Câu 1: [1D3-4.1-1] Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $u_n = 2n$.

B. $u_n = 2 \cdot (-3)^{2n+1}$.

C. $u_n = \frac{1}{n}$.

D. $u_n = 2^n - 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy, với $\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ dãy số $(u_n) = 2(-3)^{2n+1}$ có tính chất:

$$\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{2(-3)^{2n+1}}{2(-3)^{2(n-1)+1}} = \frac{2(-3)^{2n+1}}{2(-3)^{2n-1}} = 9 \text{ nên là cấp số nhân với công bội } q = 9, u_1 = -54.$$

Câu 2: [2D1-1.1-1] Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(-1, 0)$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			5		1		$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 3: [2D1-1.6-1] Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ là

A. $S = (-\infty; -2]$

B. $S = [0; +\infty)$

C. $S = (-\infty; -1]$

D. $S = (-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện là } \begin{cases} ad - bc < 0 \\ -m \notin (0; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1.$$

Câu 4: [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+	0	-

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

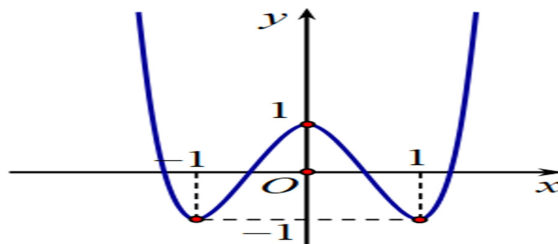
Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	-		+	-
$f(x)$						

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 5: [2D1-5.1-1] Đường cong dưới đây là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D . Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **B.** $y = -2x^4 + 4x^2$. **C.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$

Lời giải

Chọn A

Đồ thị của hàm số đã cho là đồ thị của hàm trùng phương ứng hệ số $a > 0$ nên ta loại B, C, D . Mặt khác, hàm số có 3 cực trị khi $ab < 0$ nên đáp án A thỏa mãn.

Câu 6: [2D1-5.4-1] Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 2x + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Câu 7: [2D1-4.4-2] Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$. **B.** $y = \frac{1}{\sqrt{x-x^2}}$. **C.** $y = x^3 - x + 1$. **D.** $y = \sin 2019x$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x-1}} = 0$ nên đồ thị hàm số này có tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 8: [2H1-3.2-1] Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng $3h$ là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$. **B.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **C.** $V = Bh$. **D.** $V = \frac{4}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối chóp được tính theo công thức: $V = \frac{B \cdot 3h}{3} = Bh$.

Câu 9: [2H1-3.2-1] Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $\frac{a^3}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{\text{day}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao $h = a$ nên suy ra $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 10: [2D2-1.2-1] Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{3^a}{3^b} = 3^{a-b}$.

B. $5^{-a} \cdot 5^b = 5^{a+b}$.

C. $2^a \cdot 2^b = 2^{ab}$.

D. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{\frac{a}{b}}$

Lời giải

Chọn A.

Câu 11: [2D2-3.1-1] Với a là số thực dương tùy ý $\ln(2019a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\ln \frac{2019}{3}$.

B. $\ln(2016a)$.

C. $\frac{\ln(2019a)}{\ln(3a)}$.

D. $\frac{\ln 2019}{\ln 3}$

Lời giải

Chọn A

$$\ln(2019a) - \ln(3a) = \ln \frac{2019a}{3a} = \ln \frac{2019}{3}.$$

Câu 12: [2D2-2.1-1] Tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{2019}$ là

A. $D = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

B. $D = (2; 3)$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{2019}$ có nghĩa $\forall x \in \mathbb{R}$. Vậy $D = \mathbb{R}$.

Câu 13: [2D2-4.3-1] Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{4}{e}\right)^x$.

B. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^3)$.

C. $y = \log_{\frac{1}{\pi}}(x^2 + 1)$.

D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{\pi}}(x^2 + 1)$ nghịch biến trên tập xác định của nó là $\mathbb{R}$.

Câu 14: [2D2-5.3-2] Nghiệm của bất phương trình: $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 > 0$

A. $x < 2$.

B. $x > -1$.

C. $x < 0$.

D. $x > 3$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 > 0 \Leftrightarrow (3^x + 1)(3^x - 9) > 0 \Leftrightarrow (3^x - 9) > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow x > 3$

Vậy đáp án là **D**.

Câu 15: [2H2-1.6-1] Cho đường thẳng l cắt và không vuông góc với Δ quay quanh Δ thì ta được

- A. Hình nón tròn xoay. **B. Mặt nón tròn xoay.**
C. Khối nón tròn xoay. D. Mặt trụ tròn xoay.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa.

Câu 16: [2H2-1.2-1] Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 200 dm , chu vi đáy bằng 5 m .

- A. 1000 m^2 . B. $50\pi\text{ m}^2$. C. $100\pi\text{ m}^2$. **D. 100 m^2**

Lời giải

Chọn D

Ta có chu vi đáy $C = 2\pi R = 5$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 5 \cdot 20 = 100\text{ m}^2$.

Câu 17: [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $M \in (Oxz)$.** B. $M \in (Oyz)$. C. $M \in Oy$. D. $M \in (Oxy)$

Lời giải

Chọn A

Do $y_M = 0$ nên $M \in (Oxz)$.

Câu 18: [2H3-3.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+4}{-2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z}{3}$. Đường thẳng d

có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (-2; 1; 3)$. **B. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$.** C. $\vec{u}_1 = (-4; 5; 0)$. D. $\vec{u}_1 = (4; -5; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$d: \frac{x+4}{-2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z}{3}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-2; -1; 3) \Rightarrow -\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$.

Câu 19: [2D4-1.1-1] Phần ảo của số phức $z = 2i + 5$ bằng

- A. 5 . B. $2i$. **C. 2 .** D. $5i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = 5 + 2i$ có phần thực bằng 5 , phần ảo bằng 2 .

Câu 20: [2D4-2.1-1] Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tìm số phức $w = \bar{iz} + 3z$.

- A. $w = \frac{8}{3}$.** B. $w = \frac{8}{3} + i$. C. $w = \frac{10}{3}$. D. $w = \frac{10}{3} + i$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } z = 1 - \frac{1}{3}i \Rightarrow \bar{z} = 1 + \frac{1}{3}i$$

$$\text{Khi đó: } w = i\bar{z} + 3z = i\left(1 + \frac{1}{3}i\right) + 3\left(1 - \frac{1}{3}i\right) = \frac{8}{3}.$$

Câu 21: [2D3-1.1-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + x$ là

A. $\cos x + x^2 + C$.

B. $-\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

C. $-\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

D. $\cos x + x + 1$

Lời giải

Chọn B.

Câu 22: [2D3-2.3-2] Tính tích phân $I = \int_1^2 xe^x dx$.

A. $I = e^2$.

B. $I = -e^2$.

C. $I = e$.

D. $I = 3e^2 - 2e$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$I = \int_1^2 xe^x dx = xe^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx = 2e^2 - e - e^x \Big|_1^2 = 2e^2 - e - (e^2 - e) = e^2.$$

Câu 23: [2H2-2.2-2] Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng a là

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều có bán kính là: $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\text{Thể tích khối cầu bằng: } V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 24: [2D2-5.3-2] Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $3\log_2^2 x - 2\log_2 x - 1 = 0$. Tính $P = x_1 \cdot x_2$.

A. $\sqrt[3]{4}$.

B. $\frac{-1}{3}$.

C. $2\sqrt[3]{2}$

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$3\log_2^2 x - 2\log_2 x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{4}.$$

Câu 25: [2D4-4.1-2] Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng:

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. 3.

D. 1

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét phương trình } z^2 - z + 1 = 0 \text{ ta có hai nghiệm là: } \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = 1 \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2.$$

Câu 26: [2H3-3.2-2] Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$.

B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-7}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{EF} = (3;1;-7)$. Đường thẳng EF đi qua điểm $E(-1;0;2)$ và có VTCP

$$\vec{u} = \overrightarrow{EF} = (3;1;-7) \text{ có phương trình: } \frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}.$$

$$\text{rõ ràng } A(2;1;-5) \in EF \text{ nên chọn } \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-7}.$$

Câu 27: [2H3-3.6-2] Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và

$$(\Delta_2): \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}. \text{ Khẳng định nào sau đây đúng ?}$$

A. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 .

B. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .

C. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.

D. Δ_1, Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn B

Ta có: VTCP của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -1; 4); \vec{u}_2 = (3; 2; -1)$

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2.3 + (-1).2 + 4.(-1) = 0 \Rightarrow \Delta_1$ vuông góc với Δ_2 .

$$(\Delta_2): \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1} \Leftrightarrow (\Delta_2): \begin{cases} x = -4 + 3u \\ y = -2 + 2u \\ z = 4 - u \end{cases}$$

Vì không tồn tại số thực k để $\vec{u}_1 = k\vec{u}_2$ nên $\vec{u}_1; \vec{u}_2$ không cùng phương và hệ

$$\begin{cases} -3 + 2t = -4 + 3u \\ 1 - t = -2 + 2u \\ -1 + 4t = 4 - u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ u = 1 \\ -1 + 4 = 4 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ u = 1 \end{cases} \text{ nên } \Delta_1, \Delta_2 \text{ cắt nhau tại điểm } A(-1; 0; 3).$$

Câu 28: [2D1-5.6-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 4$ là

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

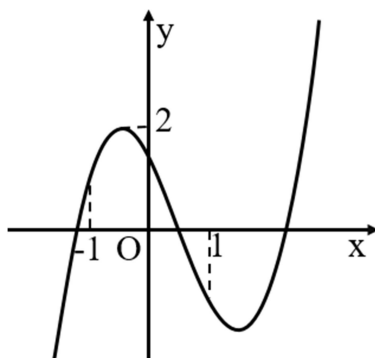
Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Có } |f(x)| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 4 \\ f(x) = -4 \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = 4$ có hai nghiệm $f(x) = -4$ có một nghiệm.

Câu 29: [2D1-5.1-2] Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn D

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a}$ nên suy ra $\frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 30: [2D3-2.2-2] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$; $\int_0^3 f(x) dx = 6$. Tính

$$I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$$

A. $I = 8$.

B. $I = 6$.

C. $I = \frac{3}{2}$.

D. $I = 4$

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx = I_1 + I_2.$$

$$\text{Xét } I_1 = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) dx = -\frac{1}{2} \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) d(1-2x) = \frac{1}{2} \int_0^3 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^3 f(x) dx = 3.$$

$$\text{Xét } I_2 = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) d(2x-1) = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx = 1$$

Vậy $I = I_1 + I_2 = 4$.

Câu 31: [2D3-3.3-2] Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một

elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 550.

B. 400.

C. 670.

D. 335

Lời giải

Chọn D

Quay elip đã cho xung quanh trục hoành chính là quay hình phẳng:

$$H = \left\{ y = 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}, y = 0, x = -5, x = 5 \right\}.$$

Vật thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi H khi quay xung quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_{-5}^5 \left(16 - \frac{16x^2}{25} \right) dx = \pi \left(16x - \frac{16x^3}{75} \right) \Big|_{-5}^5 = \frac{320\pi}{3} \approx 335,1.$$

Câu 32: [2D3-2.8-2] Hai người A, B đang chạy xe ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai xe tiếp tục đi chuyển theo chiều của mình thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một người đi chuyển tiếp với vận tốc $v_1(t) = 6 - 3t$ mét trên giây, người còn lại đi chuyển với vận tốc $v_2(t) = 12 - 4t$ mét trên giây. Tính khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn.

A. 25 mét.

B. 22 mét.

C. 20 mét.

D. 24 mét.

Lời giải

Chọn D

Thời gian người thứ nhất đi chuyển sau khi va chạm là: $6 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 2$ giây.

Quãng đường người thứ nhất đi chuyển sau khi va chạm là:

$$S_1 = \int_0^2 (6 - 3t) dt = \left(6t - \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^2 = 6 \text{ mét.}$$

Thời gian người thứ hai đi chuyển sau khi va chạm là: $12 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 3$ giây.

Quãng đường người thứ hai đi chuyển sau khi va chạm là:

$$S_2 = \int_0^3 (12 - 4t) dt = \left(12t - 2t^2 \right) \Big|_0^3 = 18 \text{ mét.}$$

Khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn là: $S = S_1 + S_2 = 6 + 18 = 24$ mét.

Câu 33: [1D2-2.1-2] Một trường THPT có 10 lớp 12, mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau (các học sinh cùng lớp không bắt tay với nhau). Tính số lần bắt tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.

A. 405.

B. 425.

C. 432.

D. 435

Lời giải.

Mỗi lớp cử ra 3 học sinh nên 10 lớp cử ra 30 học sinh.

Suy ra số lần bắt tay là C_{30}^2 (bao gồm các học sinh cùng lớp bắt tay với nhau).

Số lần bắt tay của các học sinh học cùng một lớp là $10.C_3^2$.

Vậy số lần bắt tay của các học sinh với nhau thỏa mãn yêu cầu là $C_{30}^2 - 10.C_3^2 = 405$. **Chọn A.**

Câu 34: [2H1-3.12-3] Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A . $AB = a$, $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là điểm $I \in BC$. Tính khoảng cách từ A đến $(A'BC)$?

A. $\frac{2}{3}a$.

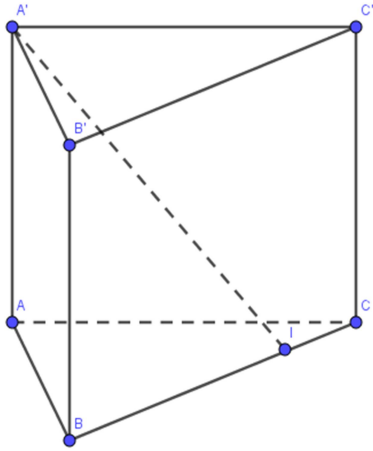
B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

D. $\frac{1}{3}a$

Lời giải

Chọn C



Ta có $V_{A'ABC} = \frac{1}{6} A'I \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{6} h_{A'} \cdot A'I \cdot BC$.

$$\Rightarrow h_A = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{5}a} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$

Câu 35: [2D4-4.6-3] Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $z^4 - 4z^3 + 7z^2 - 16z + 12 = 0$.

Tính biểu thức $T = (z_1^2 + 4)(z_2^2 + 4)(z_3^2 + 4)(z_4^2 + 4)$.

A. $T = 2i$.

B. $T = 1$.

C. $T = -2i$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^4 - 4z^3 + 7z^2 - 16z + 12 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z-3)(z^2+4) = 0$.

Ta có z_1, z_2, z_3, z_4 là nghiệm của phương trình nên tồn tại $z_i, i = 1, 4$ thỏa mãn $(z_i^2 + 4) = 0$.

Vậy $T = 0$.

Câu 36: [2D4-5.2-3] Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

A. $\sqrt{313} + 16$.

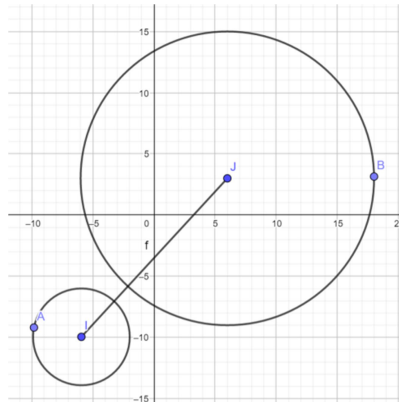
B. $\sqrt{313}$.

C. $\sqrt{313} + 8$.

D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Đặt } \begin{cases} 2iz_1 = a + bi \\ z_2 = \frac{c + di}{-3} \end{cases} (a; b; c; d \in \mathbb{R}), \text{ gọi } A(a; b), B(c; d).$$

$$\text{Có } |z_1 - 3i + 5| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{a + bi}{2i} - 3i + 5 \right| = 2 \Leftrightarrow |(a + 6) + (10 + b)i| = 4 \Leftrightarrow (a + 6)^2 + (b + 10)^2 = 16$$

nên $A \in (I)$ có tâm $I(-6; -10)$ bán kính $R = 4$.

$$\text{Có } |iz_2 - 1 + 2i| = 4 \Leftrightarrow \left| i \cdot \frac{c + di}{-3} - 1 + 2i \right| = 4 \Leftrightarrow |(3 - d) + (c - 6)i| = 12 \Leftrightarrow (c - 6)^2 + (d - 3)^2 = 12^2$$

nên $B \in (J)$ có tâm $J(6; 3)$, bán kính $R' = 12$.

$$\text{Có } T = |2iz_1 + 3z_2| = |(a - c) + (b - d)i| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2} = AB.$$

$$\text{Do } A \in (I), B \in (J), IJ = \sqrt{313} > R + R' = 16 \text{ nên } AB_{\text{Max}} = R + R' + IJ = 16 + \sqrt{313}.$$

Câu 37: [2D3-2.6-3] Cho hàm số $y = x^2 + 1$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y = mx + 2$, đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm A, B có hoành độ x_1, x_2 . Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và (d) bằng $\frac{4}{3}$, tính tổng $(x_1^2 + x_2^2)$

A. 2.

B. 3.

C. $\frac{5}{3}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

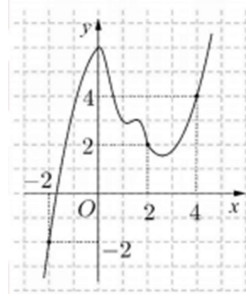
Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + 1 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) với mọi giá trị của tham số m .

$$\text{Theo định lý Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = -1 \\ x_1 + x_2 = m \end{cases} \Rightarrow x_2 - x_1 = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{m^2 + 4}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_2} (-x^2 + mx + 1) dx = \left(-\frac{1}{3}x^3 + \frac{m}{2}x^2 + x \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \\ &= (x_2 - x_1) \left[-\frac{(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2}{3} + \frac{m}{2}(x_1 + x_2) + 1 \right] = \sqrt{m^2 + 4} \cdot \frac{(m^2 + 4)}{6} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow m = 0. \\ &\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 2. \end{aligned}$$

Câu 38: [2D3-1.3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên



Khi đó tổng $\int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^2 f'(x+2)dx$ bằng

A. 10.

B. -2.

C. 2.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số có $f(-2) = -2, f(2) = 2, f(4) = 4$.

Đặt $t = x - 2 \Rightarrow dt = dx$ và $\int_0^4 f'(x-2)dx = \int_{-2}^2 f'(t)dt = f(2) - f(-2) = 2 - (-2) = 4$ và đặt

$t = x + 2 \Rightarrow dt = dx$ và $\int_0^2 f'(x+2)dx = \int_2^4 f'(t)dt = f(4) - f(2) = 4 - 2 = 2$.

Vậy $\int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^2 f'(x+2)dx = 6$.

Câu 39: [2H1-3.5-3] Một công ty muốn thiết kế một loại hộp có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông sao cho thể tích của khối hộp được tạo thành là 8 dm^3 và diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài cạnh đáy của mỗi hộp muốn thiết kế là

A. 2 dm.

B. $2\sqrt[3]{2}$ dm.

C. 4 dm.

D. $2\sqrt{2}$ dm

Lời giải

Chọn A

Gọi cạnh đáy hình vuông là x ($x > 0$) thì chiều cao của khối hộp là $h = \frac{8}{x^2}$.

Ta có diện tích toàn phần của khối hộp là

$$S_{tp} = 2x^2 + 4xh = 2x^2 + \frac{32}{x} = 2x^2 + \frac{16}{x} + \frac{16}{x} \geq 3\sqrt[3]{2x^2 \cdot \frac{16}{x} \cdot \frac{16}{x}}$$

$\Rightarrow S_{tp} \geq 24$. Dấu bằng xảy ra khi $x = 2$.

Vậy độ dài cạnh đáy của mỗi hộp muốn thiết kế là 2 dm.

Câu 40: [2D1-1.6-3] Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số

$f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + x^2 - (m^2 - m - 2)x + 2019$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của S bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = m^2x^4 - mx^2 + 2x - m^2 + m + 2 = m^2(x^4 - 1) - m(x^2 - 1) + 2(x + 1)$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x + 1) \cdot [m^2(x^3 - x^2 + x - 1) - m(x - 1) + 2] = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ m^2(x^3 - x^2 + x - 1) - m(x - 1) + 2 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Theo bài: $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra phương trình (2) có nghiệm $x = -1$

$$\Rightarrow -4m^2 + 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

Xét $m_1 = \frac{-1}{2}$ ta có $f'(x) = \frac{1}{4} \cdot (x + 1)^2 \cdot (x^2 - 2x + 5) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét $m_2 = 1$ ta có $f'(x) = (x + 1)^2 \cdot (x^2 - 2x + 2) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Rightarrow S = \left\{ \frac{-1}{2}; 1 \right\}.$$

Câu 41: [2H3-3.4-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SAC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

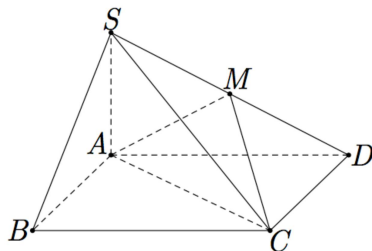
B. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

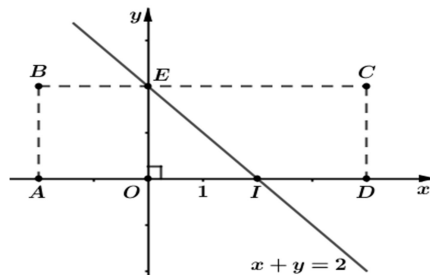


Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho A là gốc tọa độ, $D(a;0;0), B(0;a;0), S(0;0;2a)$.

$$\Rightarrow C(a;a;0), M\left(\frac{a}{2};0;a\right) \left[\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AC}\right] / \vec{u} = (2;-2;-1); BD / \vec{v} = (1;-1;0)$$

$$\Rightarrow \cos((AMC);(SAC)) = \left| \cos(\vec{u}; \vec{v}) \right| = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Câu 42: [1D2-4.2-3] Trên mặt phẳng Oxy , ta xét một hình chữ nhật $ABCD$ với các điểm $A(-2;0)$, $B(-2;2)$, $C(4;2)$, $D(4;0)$ (hình vẽ). Một con châu chấu nhảy trong hình chữ nhật đó tính cả trên cạnh hình chữ nhật sao cho chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên (tức là điểm có cả hoành độ và tung độ đều nguyên). Tính xác suất để nó đáp xuống



các điểm $M(x;y)$ mà $x+y < 2$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{4}{7}$.

D. $\frac{8}{21}$.

Lời giải

Chọn B

Số các điểm có tọa độ nguyên thuộc hình chữ nhật là $7 \cdot 3 = 21$ điểm vì

$$\begin{cases} x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \\ y \in \{0; 1; 2\} \end{cases}$$

Để con châu chấu đáp xuống các điểm $M(x,y)$ có $x+y < 2$ thì con châu chấu sẽ nhảy trong

khu vực hình thang $BEIA$. Để $M(x,y)$ có tọa độ nguyên thì $\begin{cases} x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\} \\ y \in \{0; 1; 2\} \end{cases}$.

● Nếu $x \in \{-2; -1\}$ thì $y \in \{0; 1; 2\} \Rightarrow$ có $2 \cdot 3 = 6$ điểm.

● Nếu $x = 0$ thì $y \in \{0; 1\} \Rightarrow$ có 2 điểm.

● Nếu $x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow$ có 1 điểm.

→ có tất cả $6 + 2 + 1 = 9$ điểm thỏa mãn.

Vậy xác suất cần tính $P = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$. **Chọn. B.**

Câu 43: [2D2-5.3-3] Giải phương trình $C_n^1 + 3C_n^2 + 7C_n^3 + \dots + (2^n - 1)C_n^n = 3^{2^n} - 2^n - 6480$ trên tập $\mathbb{N}^*$.

A. $n = 3$.

B. $n = 4$.

C. $n = 5$.

D. $n = 6$.

Lời giải. Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \dots + C_n^nx^n$.

Thay $x = 2$, ta được: $3^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n$. (1)

Thay $x = 1$, ta được: $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$. (2)

Trừ vế theo vế của (1) và (2), ta được: $C_n^1 + 3C_n^2 + 7C_n^3 + \dots + (2^n - 1)C_n^n = 3^n - 2^n$.

Theo đề, suy ra $3^n - 2^n = 3^{2^n} - 2^n - 6480 \Leftrightarrow 3^n = 81 \longrightarrow n = 4$. **Chọn B**

Câu 44: [2H3-2.9-4] Xét các số thực a, b, c, d, e, f thay đổi thoả mãn $(a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = 1$, $2d - e + 2f + 6 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2$ bằng

A. 28.

B. 0.

C. -2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Trong hệ trục tọa độ Oxyz. Chọn $I(1; 2; 3)$; $M(a; b; c)$ và $N(d; e; f)$

Theo yêu cầu bài toán thì $M(a; b; c)$ thuộc mặt cầu tâm $\begin{cases} R = 1 \\ I(1; 2; 3) \end{cases}$ và điểm

$$N \in (\alpha): 2x - y + 2z + 6 = 0$$

Nhận xét biểu thức P chính là $\left| \overrightarrow{MN} \right|^2 = (a-c)^2 + (b-d)^2 = |IN - R| = |IN - 1|$

Do đó $P_{\min} = |IN_{\min} - 1| \Leftrightarrow N$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng (α) .

$$\Rightarrow P_{\min} = |d(I; \Delta) - 1| = 4 - 1 = 3$$

Câu 45: [2H3-3.7-4] Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S) tâm $I(2; 5; 3)$ cắt đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2} \text{ tại hai điểm phân biệt } A, B \text{ với chu vi tam giác } IAB \text{ bằng } 10 + 2\sqrt{7}.$$

Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S)?

A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 100$.

B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 7$.

C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$.

D. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 28$.

Lời giải

Chọn C

Gọi R là bán kính của mặt cầu, H là trung điểm của AB.

$$\text{Ta có } IH \perp AB \Rightarrow IH = d(I; d).$$

$$d \text{ qua } M(1; 0; 2) \text{ và có VTCP } \vec{u} = (2; 1; 2), \overrightarrow{IM} = (-1; -5; -1).$$

$$\Rightarrow [\vec{u}; \overrightarrow{IM}] = (9; 0; -9).$$

$$\Rightarrow IH = \frac{\left| [\vec{u}, \overrightarrow{IM}] \right|}{\left| \vec{u} \right|} = 3\sqrt{2}$$

$$AB = 2AH = 2\sqrt{R^2 - IH^2} = 2\sqrt{R^2 - 18}, R > 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Chu vi } \triangle ABC \text{ là } IA + IB + AB = 10 + 2\sqrt{7} \Rightarrow 2R + 2\sqrt{R^2 - 18} = 10 + 2\sqrt{7}$$

$$\Leftrightarrow R + \sqrt{R^2 - 18} = 5 + \sqrt{7} \Leftrightarrow R - 5 + \frac{R^2 - 25}{\sqrt{R^2 - 18} + \sqrt{7}} = 0 \Leftrightarrow (R - 5) \left(1 + \frac{R + 5}{\sqrt{R^2 - 18} + \sqrt{7}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow R = 5.$$

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 5; 3)$, bán kính $R = 5$.

Phương trình mặt cầu (S) là: $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 + (z - 3)^2 = 25$.

Chú ý: $\underbrace{R + \sqrt{R^2 - 18} - 5 - \sqrt{7}}_{f(R)} = 0$ có $f'(R) = 1 + \frac{R}{\sqrt{R^2 - 18}} > 0$ với mọi $R > 3\sqrt{2}$ nên phương

trình có nghiệm duy nhất $R = 5$.

Câu 46: [2H3-3.2-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{-5}$, gọi A là giao điểm của d_1 và d_2 ; d là đường thẳng qua điểm $M(2; 3; 1)$ cắt d_1, d_2 lần lượt tại B, C sao cho $BC = \sqrt{6}AB$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng d , biết rằng d không song song với mặt phẳng (Oxz) .

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có tọa độ điểm } A \text{ thỏa mãn hệ phương trình } \begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1} \\ \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{-5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 1).$$

d cắt d_1 tại B suy ra $B(1+t; 1+2t; 1+t), t \in \mathbb{R}$.

d cắt d_2 tại C suy ra $C(a; -1+2a; 6-5a), a \in \mathbb{R}$.

$$BC = \sqrt{6}AB \Leftrightarrow BC^2 = 6AB^2 \Leftrightarrow (a-t-1)^2 + (2a-2t-2)^2 + (-5a-t+5)^2 = 6.(6t^2) \quad (1)$$

$$\text{Mà } B, M, C \text{ thẳng hàng nên } \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} a-t-1 = k(t-1) \\ 2a-2t-2 = k(2t-2) \\ -5a-t+5 = k(t) \end{cases} \Rightarrow a-1 = \frac{2t-t^2}{5t-4} \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1) ta được } t^2(2t^2 - 3t + 1) = 0 \Leftrightarrow t = 0; t = 1; t = \frac{1}{2}.$$

Nếu $t = 0$ thì $a = 1 \Rightarrow C(1; 1; 1), B(1; 1; 1)$ loại.

$$\text{Nếu } t = 1 \text{ thì } a = 2 \Rightarrow C(2; 3; -4), B(2; 3; 2) \Rightarrow \overrightarrow{CB} = (0; 0; 6) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{CB} \cdot \vec{j} = 0 \\ C \notin (Oxz) \end{cases} \Rightarrow CB // (Oxz)$$

loại.

Nếu $t = \frac{1}{2}$ thì $a = \frac{1}{2} \Rightarrow C\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{7}{2}\right); B\left(\frac{3}{2}; 2; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow \overline{CB} = (1; 2; -2)$.

Mà d đi qua $M(2; 3; 1)$ nên $d(O; d) = \frac{\left| \overline{OM}, \overline{CB} \right|}{\left| \overline{CB} \right|} = \frac{3\sqrt{10}}{3} = \sqrt{10}$.

Câu 47: [2D1-5.7-4] Số giá trị nguyên m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để phương trình $\cos^6 x + 6\cos^4 x - m^3 \cos^3 x + (15 - 3m^2)\cos^2 x - 6m\cos x + 10 = 0$ có nghiệm thực.

A. 4.

B. 8.

C. 11.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \cos x$, điều kiện $-1 \leq t \leq 1$.

Phương trình trở thành: $t^6 + 6t^4 - m^3 t^3 + 15t^2 - 3m^2 t^2 - 6mt + 10 = 0$

$$\Leftrightarrow (t^2 + 2)^3 + 3(t^2 + 2) = (mt + 1)^3 + 3(mt + 1) \quad (1).$$

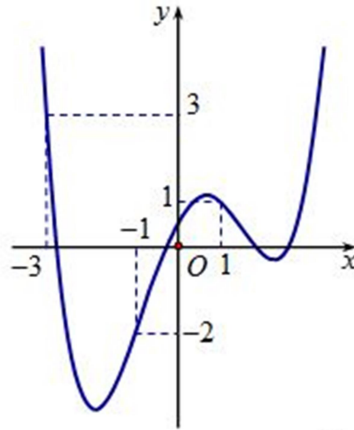
Xét hàm số $f(u) = u^3 + 3u \Rightarrow f'(u) = 3u^2 + 3 > 0$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó: $(1) \Leftrightarrow f(t^2 + 2) = f(mt + 1) \Leftrightarrow mt + 1 = t^2 + 2 \Rightarrow m = \frac{t^2 + 1}{t} \quad (-1 \leq t \leq 1)$.

Khảo sát hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 1}{t} \quad (-1 \leq t \leq 1)$ ta được $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$, vậy có 8 giá trị của m .

Câu 48: [2D1-3.8-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số

$$g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2020. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$



A. $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(-1)$.

B. $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(1)$.

C. $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(-3)$.

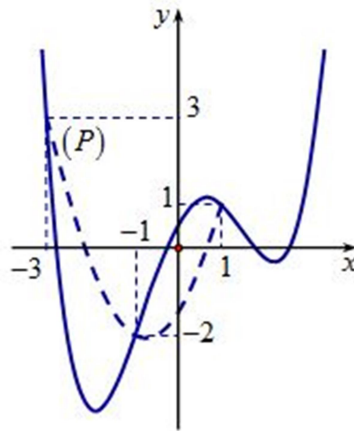
D. $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2020 \Rightarrow g'(x) = f'(x) - x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

Căn cứ vào đồ thị $y = f'(x)$, ta có:
$$\begin{cases} f'(-1) = -2 \\ f'(1) = 1 \\ f'(-3) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g'(-1) = 0 \\ g'(1) = 0 \\ g'(-3) = 0 \end{cases}$$



Ngoài ra, vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ bên, ta thấy (P) đi qua các điểm $(-3; 3)$, $(-1; -2)$, $(1; 1)$ với đỉnh $I\left(-\frac{3}{4}; -\frac{33}{16}\right)$. Rõ ràng

- o Trên khoảng $(-1; 1)$ thì $f'(x) > x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, nên $g'(x) > 0 \quad \forall x \in (-1; 1)$
- o Trên khoảng $(-3; -1)$ thì $f'(x) < x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, nên $g'(x) < 0 \quad \forall x \in (-3; -1)$

Từ những nhận định trên, ta có bảng biến thiên của hàm $y = g'(x)$ trên $[-3; 1]$ như sau:

x	-3	-1	1
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$			

Vậy $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(-1)$.

Câu 49: [2H1-2.4-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$, khoảng cách giữa SA và BC là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong tam giác ABC , tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{4}$.

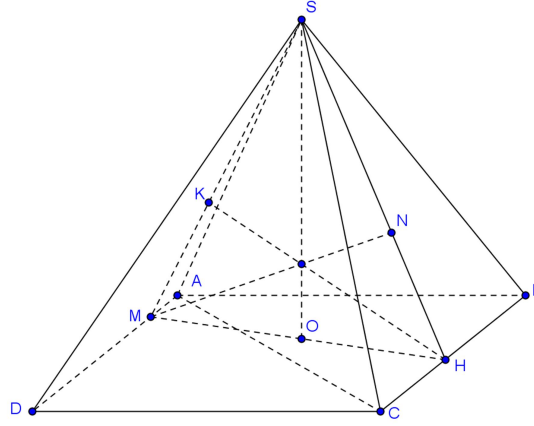
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Dựng đường thẳng d đi qua O , vuông góc với BC và cắt BC, AD lần lượt tại H, M .

Khi đó $AD, BC \perp (SHM)$.

Trong $\triangle SHM$, dựng $HK \perp SM (K \in SM)$ và $MN \perp SH (N \in SH)$.

Ta có $MN \perp SH$ và $MN \perp BC$ nên $MN \perp (SBC)$.

$$\text{Vì vậy } MN = d(M, (SBC)) = d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Do } BC \parallel (SAD) \text{ nên } d(BC, SA) = d(BC, (SAD)) = d(H, (SAD)) = HK.$$

$$\text{Suy ra } HK = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Do $\triangle SHM$ có hai đường cao $MN = HK$ nên cân tại S . Suy ra O là trung điểm của MH .

$$\text{Ta có } MH = d(AD, BC) = d(A, BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ (do } \triangle ABC \text{ đều, cạnh bằng } a \text{)}.$$

$$\text{Suy ra } MO = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Xét hai tam giác đồng dạng MKH và MOS , ta có

$$\frac{KH}{SO} = \frac{MK}{MO} \Rightarrow SO = \frac{MO \cdot KH}{MK} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{5}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{15}}{5}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{\triangle ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 50: [2D2.5-4] Cho phương trình $2^x + 2^{-x} = 4 - 2\cos(ax^2 - \frac{\pi}{3})$ có 100 nghiệm. Tìm số nghiệm của

phương trình $2^x - 2^{-x} = 2\cos(2ax^2 - \frac{\pi}{3})$.

A. 100.

B. 50.

C. 101.

D. 200.

Lời giải

Chọn D

Phương trình: $2^x + 2^{-x} = 4 - 2\cos(ax^2 - \frac{\pi}{3}) \Leftrightarrow (2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}})^2 = 4\sin^2(\frac{a}{2}x^2 + \frac{\pi}{6})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = 2\sin(\frac{a}{2}x^2 + \frac{\pi}{6}) \\ 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = -2\sin(\frac{a}{2}x^2 + \frac{\pi}{6}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = 2\cos(\frac{a}{2}x^2 - \frac{\pi}{3}) \quad (1) \\ 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = -2\cos(\frac{a}{2}x^2 - \frac{\pi}{3}) \quad (2) \end{cases}$$

Đặt $\frac{x}{2} = t$ ta có: (1) trở thành: $2^t - 2^{-t} = 2\cos(2at^2 - \frac{\pi}{3})$ (1a) (2) trở thành:

$$2^t - 2^{-t} = -2\cos(2at^2 - \frac{\pi}{3}) \quad (2a)$$

Nhận xét: Nếu $t = t_0$ là nghiệm của (1a) thì $t = -t_0$ là nghiệm của (2a), và $t = -t_0$ không phải là nghiệm của (2a). Vậy số nghiệm của (1a) bằng số nghiệm của (2a). Vậy số nghiệm của (1) bằng số nghiệm của (2).

Mặt khác tổng số nghiệm của (1) và (2) bằng 100. Suy ra phương trình (1) có 50 nghiệm hay

(1a) có 50 nghiệm. Suy ra $2^x - 2^{-x} = 2\cos(2ax^2 - \frac{\pi}{3})$ có 50 nghiệm.