

LƯ' SĨ PHÁP

Giáo Viên Trường THPT Tuy Phong

TOÁN 12



CHUYÊN ĐỀ

ÔN THI THPT QG

CD5. KHỐI ĐA DIỆN – THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

CD6. MẶT NÓN – MẶT TRỤ – MẶT CẦU

CD7. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

TẬP 2

NĂM 2018

LỜI NÓI ĐẦU

Quý đọc giả, quý thầy cô và các em học sinh thân mến!

Nhằm giúp các em học sinh có tài liệu tự học môn Toán, tôi biên soạn cuốn tài liệu ÔN THI THPT QG TOÁN 12 gồm 2 tập

Tập 1:

CD1. Ứng dụng của đạo hàm – Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.

CD2. Lũy thừa – Mũ – Lôgarit

CD3. Nguyên hàm – Tích phân – Ứng dụng

CD4. Số phức

Tập 2:

CD5. Khối đa diện – Thể tích khối đa diện

CD6. Mặt nón – Mặt trụ và Mặt cầu

CD7. Phương pháp tọa độ trong không gian $Oxyz$

Nội dung của cuốn tài liệu bám sát chương trình chuẩn và chương trình nâng cao về môn Toán đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định.

NỘI DUNG

Phần 1. Phần lý thuyết

Ở phần này tôi trình bày đầy đủ lý thuyết cần nắm cho mỗi chuyên đề và các dạng toán cần nắm.

Phần 2. Phần trắc nghiệm

Bài tập trắc nghiệm có đáp án theo các chuyên đề, đa dạng, phong phú và bám sát cấu trúc thi của Bộ.

Cuốn tài liệu được xây dựng sẽ còn có những khiếm khuyết. Rất mong nhận được sự góp ý, đóng góp của quý đồng nghiệp và các em học sinh để lần sau cuốn bài tập hoàn chỉnh hơn.

Mọi góp ý xin gọi về số 01655.334.679 – 0916 620 899

Email: lsp02071980@gmail.com

Chân thành cảm ơn.

Lư Sĩ Pháp

GV_ Trường THPT Tuy Phong

MỤC LỤC

CĐ5. Khối đa diện – Thể tích khối đa diện	01 - 27
CĐ6. Mặt nón – Mặt trụ và Mặt cầu	28 - 51
CĐ7. Phương pháp tọa độ trong không gian <i>Oxyz</i>	52 - 91

CHUYÊN ĐỀ 5

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

§1. KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

I. Khái niệm về hình đa diện

- ♦ Hình đa diện (gọi tắt là đa diện) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:
 - Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.
 - Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.
- ♦ Mỗi đa giác như thế gọi là một mặt của hình đa diện. Các đỉnh, cạnh của các đa giác ấy theo thứ tự được gọi là các đỉnh, cạnh của hình đa diện.
- ♦ Mỗi hình đa diện chia không gian thành hai phần: Phần bên trong và phần bên ngoài

II. Khái niệm về khối đa diện

- ♦ Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó
- ♦ Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện. Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện.
- ♦ Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện tương ứng với khối đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện. Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.
- ♦ Mỗi khối đa diện được hoàn toàn xác định theo hình đa diện tương ứng với nó và đảo lại.

III. Phân chia và lắp ghép các khối đa diện

- ♦ Nếu một khối đa diện (H) là hợp của hai khối đa diện (H_1) , (H_2) sao cho (H_1) và (H_2) không có điểm trong nào chung thì ta nói có thể chia được khối đa diện (H) thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) , hay có thể lắp ghép được hai khối (H_1) và (H_2) với nhau để được khối đa diện (H) .

§2. KHỐI ĐA DIỆN LỖI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

I. Khối đa diện lỗi

Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lỗi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của (H) luôn thuộc (H) . Khi đó đa diện xác định (H) được gọi là đa diện lỗi.

II. Khối đa diện đều

1. Định nghĩa

Khối đa diện đều là khối đa diện lỗi có tính chất sau đây:

- Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.
- Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại $\{p; q\}$.

Lưu ý:

Khối đa diện loại $\{p; q\}$ có D đỉnh, C cạnh, M mặt thì $p.M = q.D = 2C$ hoặc theo Euler: $D + M = 2 + C$

Khối đa diện đều	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Kí hiệu	Thể tích
Tứ diện đều	4	6	4	$\{3, 3\}$	$V = (\sqrt{2}/12)a^3$
Khối lập phương	8	12	6	$\{4, 3\}$	$V = a^3$
Khối bát diện đều	6	12	8	$\{3, 4\}$	$V = (\sqrt{2}/3)a^3$
Khối thập nhị diện (12) đều	20	30	12	$\{5, 3\}$	$V = (15 + 7\sqrt{5})a^3 / 4$
Khối nhị thập diện (20) đều	12	30	20	$\{3, 5\}$	$V = (15 + 5\sqrt{5})a^3 / 12$

§3. KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH CỦA KHỐI ĐA DIỆN

1. Thể tích của khối hộp chữ nhật: $V = abc$, với a, b, c là ba kích thước của khối hộp chữ nhật.

2. Thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$, với $S_{\text{đáy}}$ là diện tích đáy, h là chiều cao của khối chóp

3. Thể tích của khối lăng trụ: $V = S_{\text{đáy}} \cdot h$, với $S_{\text{đáy}}$ là diện tích đáy, h là chiều cao của khối lăng trụ

4. Thể tích của khối cầu: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

5. Một số phương pháp tính thể tích khối đa diện

a) Tính thể tích bằng công thức

- Tính các yếu tố cần thiết: độ dài cạnh, diện tích đáy, chiều cao, ...
- Sử dụng công thức để tính thể tích.

b) Tính thể tích bằng cách chia nhỏ

Ta chia khối đa diện thành nhiều khối đa diện nhỏ mà có thể dễ dàng tính được thể tích của chúng. Sau đó, cộng các kết quả ta được thể tích của khối đa diện cần tính.

c) Tính thể tích bằng cách bổ sung

Ta có thể ghép thêm vào khối đa diện một khối đa diện khác sao cho khối đa diện thêm vào và khối đa diện mới tạo thành có thể dễ tính được thể tích.

d) Tính thể tích bằng công thức tỉ số thể tích

Ta có thể vận dụng tính chất sau:

Cho ba tia Ox, Oy, Oz không đồng phẳng. Với bất kì các điểm A, A' trên Ox ; B, B' trên Oy ; C, C' trên Oz , ta đều có:

$$\frac{V_{OABC}}{V_{OA'B'C'}} = \frac{OA}{OA'} \cdot \frac{OB}{OB'} \cdot \frac{OC}{OC'}$$

6. Diện tích

- Diện tích xung quanh mặt nón: $S_{xq} = \pi r l$
- Diện tích hình tròn bán kính r : $S = \pi \cdot r^2$
- Diện tích xung quanh mặt trụ: $S_{xq} = 2\pi r l$
- Diện tích mặt cầu: $S_{mc} = 4\pi r^2$
- Diện tích xung quanh của hình lăng trụ (hình chóp) bằng tổng diện tích các mặt bên
- Diện tích toàn phần của hình lăng trụ (hình chóp) bằng tổng diện tích xung quanh với diện tích các đáy.

PHỤ LỤC

I. QUAN HỆ SONG SONG

1. Hai đường thẳng song song

a) Định nghĩa: Hai đường thẳng được gọi là song song nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.

$$a // b \Leftrightarrow \begin{cases} a, b \subset (\alpha) \\ a \cap b = \emptyset \end{cases}$$

b) Tính chất

Định lí. (về giao tuyến ba mặt phẳng)

Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) \not\parallel (\beta) \not\parallel (\gamma) \\ (\alpha) \cap (\beta) = a \\ (\alpha) \cap (\gamma) = b \\ (\beta) \cap (\gamma) = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a, b, c \text{ đồng quy} \\ a // b // c \end{cases}$$

Hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) \not\parallel (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d \text{ (nếu có)} \\ a \subset (\alpha), b \subset (\beta) \\ a // b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d // a // b \\ d \equiv a (d \equiv b) \end{cases}$$

Định lí. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \not\parallel b \\ a \parallel c, b \parallel c \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$$

2. Đường thẳng song song với mặt phẳng

a) **Định nghĩa:** Một đường thẳng và một mặt phẳng gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung. $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha) \Leftrightarrow d \cap (\alpha) = \emptyset$

b) Các tính chất

Định lí 1. Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm

$$\text{trong } (\alpha) \text{ thì } d \text{ song song với } (\alpha). \quad \Leftrightarrow \begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ d \parallel d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d \parallel (\alpha)$$

Định lí 2. Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa d và cắt (α) theo

$$\text{giao tuyến } d' \text{ thì } d' \text{ song song với } d: \quad \Leftrightarrow \begin{cases} d \parallel (\alpha) \\ (\beta) \supset d \\ (\beta) \cap (\alpha) = d' \end{cases} \Rightarrow d \parallel d'$$

Hệ quả 1. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

Hệ quả 2. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) \parallel d \\ (\beta) \parallel d \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d \parallel d'$$

Định lí 3. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

3. Hai mặt phẳng song song

a) **Định nghĩa:** Hai mặt phẳng gọi là song song nếu chúng không có điểm chung.

$$\Leftrightarrow (\alpha) \parallel (\beta) \Leftrightarrow (\alpha) \cap (\beta) = \emptyset$$

b) Các tính chất

Định lí. Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì

$$(\alpha) \text{ song song với } (\beta). \quad \Leftrightarrow \begin{cases} a \subset (\alpha), b \subset (\alpha) \\ a \cap b = M \\ a \parallel (\beta), b \parallel (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$$

Hệ quả. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) \not\parallel (\beta) \\ (\alpha) \parallel (\gamma) \\ (\beta) \parallel (\gamma) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$$

Định lí. Cho hai mặt phẳng song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai

$$\text{giao tuyến song song với nhau.} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ (\gamma) \cap (\alpha) = a \\ (\gamma) \cap (\beta) = b \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$$

4. Chứng minh quan hệ song song

a) Chứng minh hai đường thẳng song song

Có thể sử dụng 1 trong các cách sau:

- Chứng minh 2 đường thẳng đó đồng phẳng, rồi áp dụng phương pháp chứng minh song song trong hình học phẳng (như tính chất đường trung bình, định lí Talét đảo, ...)
- Chứng minh 2 đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.

➤ Áp dụng các định lý về giao tuyến song song.

b) Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

Để chứng minh $d \parallel (\alpha)$, ta chứng minh d không nằm trong (α) và song song với một đường thẳng d' nào đó nằm trong (α) .

c) Chứng minh hai mặt phẳng song song

Chứng minh mặt phẳng này chứa hai đường thẳng cắt nhau lần lượt song song với hai đường thẳng trong mặt phẳng kia.

II. QUAN HỆ VUÔNG GÓC

1. Hai đường thẳng vuông góc

a) Định nghĩa: Hai đường thẳng được gọi là vuông góc nếu góc giữa chúng bằng 90°

$$\Leftrightarrow a \perp b \Leftrightarrow (\widehat{a, b}) = 90^\circ$$

b) Tính chất

➤ Giả sử $\vec{u}$ là VTCP của a , $\vec{v}$ là VTCP của b . Khi đó $a \perp b \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \parallel c \\ a \perp c \end{cases} \Rightarrow a \perp b$$

2. Đường thẳng và mặt phẳng vuông góc

a) Định nghĩa: Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . $\Leftrightarrow d \perp (\alpha) \Leftrightarrow d \perp a, \forall a \subset (\alpha)$

b) Tính chất

➤ Điều kiện để đường thẳng vuông góc mặt phẳng: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng ấy.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a, b \subset (\alpha), a \cap b = O \\ d \perp a, d \perp b \end{cases} \Rightarrow d \perp (\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \parallel b \\ (\alpha) \perp a \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp b$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) \not\parallel (\beta) \\ (\alpha) \perp a, (\beta) \perp a \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq b \\ a \perp (\alpha), b \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b \perp a$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \perp (\beta)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \not\subset (\alpha) \\ a \perp b, (\alpha) \perp b \end{cases} \Rightarrow a \parallel (\alpha)$$

➤ Mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng là mặt phẳng vuông góc với đoạn thẳng tại trung điểm của nó.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng là tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.

➤ Định lý ba đường vuông góc

Cho $a \not\subset (P), b \subset (P), a'$ là hình chiếu của a trên (P) . Khi đó $b \perp a \Leftrightarrow b \perp a'$

3. Hai mặt phẳng vuông góc

a) Định nghĩa: Hai mặt phẳng gọi là vuông góc với nhau nếu góc hai mặt phẳng đó là góc vuông.

$$\Leftrightarrow (\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow (\widehat{(\alpha), (\beta)}) = 90^\circ$$

b) Tính chất

➤ Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc

$$\text{với mặt kia.} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) \supset a \\ a \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$$

$$\circ \begin{cases} (\alpha) \perp (\beta), (\alpha) \cap (\beta) = c \\ a \subset (\alpha), a \perp c \end{cases} \Rightarrow a \perp (\beta)$$

$$\circ \begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ A \in (\alpha) \\ a \ni A, a \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \subset (\alpha)$$

$$\circ \begin{cases} (\alpha) \cap (\beta) = d \\ (\alpha) \perp (\gamma) \\ (\alpha) \perp (\gamma) \end{cases} \Rightarrow d \perp (\gamma)$$

III. GÓC – KHOẢNG CÁCH

1. Góc

a) Góc giữa hai đường thẳng: Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song với a và b .

$$\Rightarrow \begin{cases} a' // a \\ b' // b \end{cases} \Rightarrow (\widehat{a; b}) = (\widehat{a'; b'}). \text{ Lưu ý: } 0^\circ \leq (\widehat{a; b}) \leq 90^\circ$$

b) Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng:

➤ Nếu $d \perp (\alpha)$ thì $(\widehat{d, (\alpha)}) = 90^\circ$.

➤ Nếu $d \not\perp (P)$ thì $(\widehat{d, (\alpha)}) = (\widehat{d, d'})$ với d' là hình chiếu của d trên (α) .

$$\text{Lưu ý: } 0^\circ \leq (\widehat{d, (\alpha)}) \leq 90^\circ$$

c) Góc giữa hai mặt phẳng: Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt

vuông góc với hai mặt phẳng.

$$\Rightarrow \begin{cases} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\widehat{(\alpha), (\beta)}) = (\widehat{a, b})$$

Hoặc là góc giữa 2 đường thẳng nằm trong 2 mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến tại 1 điểm

Cách xác định góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau

➤ Khi hai mặt phẳng (α) và (β) cắt nhau theo một giao tuyến là Δ , để tính góc giữa chúng, ta chỉ việc xét một mặt phẳng (γ) vuông góc với Δ , lần lượt cắt (α) và (β) theo các giao tuyến a, b .

Lúc đó góc $((\alpha), (\beta)) = (a, b)$

$$\text{Nghĩa là: } \left. \begin{array}{l} (\alpha) \cap (\beta) = \Delta \\ (\gamma) \perp \Delta \\ (\gamma) \cap (\alpha) = a \\ (\gamma) \cap (\beta) = b \end{array} \right\} \Rightarrow ((\alpha), (\beta)) = (a, b)$$

$$\Rightarrow \text{Giả sử } (P) \cap (Q) = c. \text{ Từ } I \in c, \text{ dựng: } \left. \begin{array}{l} a \subset (\alpha), a \perp c \\ b \subset (\beta), b \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow ((\alpha), (\beta)) = (a, b)$$

$$\text{Lưu ý: } 0^\circ \leq ((\alpha), (\beta)) \leq 90^\circ$$

d) Diện tích hình chiếu của một đa giác

Gọi S là diện tích của đa giác H trong (α) , S' là diện tích của hình chiếu H' của H

trên (β) , $\varphi = (\widehat{(\alpha), (\beta)})$. Khi đó: $S' = S \cdot \cos \varphi$

2. Khoảng cách

a) Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng (mặt phẳng) bằng độ dài đoạn vuông góc vẽ từ điểm đó đến đường thẳng (mặt phẳng).

b) Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên đường thẳng đến mặt phẳng.

c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng:

➤ Độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

➤ Khoảng cách giữa một trong hai đường thẳng với mặt phẳng chứa đường thẳng kia và song song với đường thẳng thứ nhất.

➤ Khoảng cách giữa hai mặt phẳng, mà mỗi mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

IV. MỘT SỐ CÔNG THỨC TRONG HÌNH HỌC PHẪNG

1. Hệ thức lượng trong tam giác:

a) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có đường cao AH .

$$\sphericalangle AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\sphericalangle AB^2 = BC.BH$$

$$\sphericalangle AC^2 = BC.CH$$

$$\sphericalangle \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\sphericalangle AB = BC.\sin C = BC.\cos B$$

$$\sphericalangle AB = AC.\tan C = AC.\cot B$$

b) Cho $\triangle ABC$ có độ dài ba cạnh là: a, b, c ; độ dài các trung tuyến là m_a, m_b, m_c ; bán kính đường tròn ngoại tiếp R ; bán kính đường tròn nội tiếp r ; nửa chu vi p .

• Định lý hàm số cosin:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A; b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B; c^2 = a^2 + b^2 - 2ac \cos C$$

• Định lý hàm số sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

• Công thức độ dài trung tuyến:

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}; m_b^2 = \frac{c^2 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4}; m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

2. Các công thức tính diện tích:

a) Tam giác: $\sphericalangle S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$ $\sphericalangle S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$

$$\sphericalangle S = \frac{abc}{4R}$$

$$\sphericalangle S = pr$$

$$\sphericalangle S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$\sphericalangle \triangle ABC \text{ vuông tại } A: S = \frac{1}{2}.AB.AC = \frac{1}{2}.BC.AH$$

$$\sphericalangle \triangle ABC \text{ đều, cạnh } a: S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, \text{ đường cao } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

b) Hình vuông: $S = a^2$ (a : cạnh hình vuông)

c) Hình chữ nhật: $S = a.b$ (a, b : hai kích thước)

d) Hình bình hành: $S = \text{đáy} \times \text{cao} = AB.AD.\sin \widehat{BAD}$

e) Hình thoi: $S = AB.AD.\sin \widehat{BAD} = \frac{1}{2}AC.BD$

f) Hình thang: $S = \frac{1}{2}(a+b).h$ (a, b : hai đáy, h : chiều cao)

g) Tứ giác có hai đường chéo vuông góc: $S = \frac{1}{2}AC.BD$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

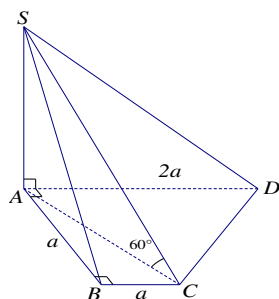
A. $V = \frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$.

B. $V = \frac{1}{3}a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ; biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối V của chóp $S.ABCD$ (tham khảo hình bên).



A. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

B. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a là.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 4: Thể tích V của khối tứ diện đều cạnh a là.

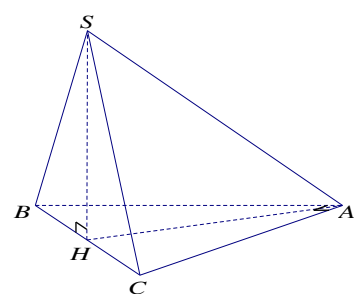
A. $V = 4a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V khối chóp $S.ABC$.



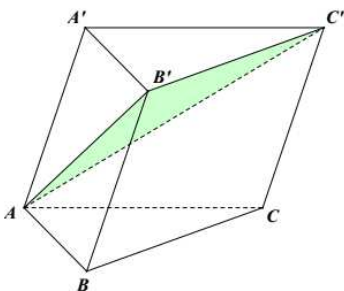
A. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

B. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}a^3$.

D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

Câu 6: Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào? (tham khảo hình bên)



A. Hai khối chóp tam giác.

B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

D. Hai khối chóp tứ giác.

Câu 7: Hình chóp tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6 mặt phẳng.

B. 3 mặt phẳng.

C. 4 mặt phẳng.

D. 5 mặt phẳng.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm của AC và $SH = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

A. $h = \frac{2a\sqrt{11}}{11}$.

B. $h = \frac{2a\sqrt{33}}{11}$.

C. $h = \frac{2a\sqrt{55}}{11}$.

D. $h = \frac{2a\sqrt{66}}{11}$.

Câu 9: Cho hình chóp tứ giác đều có các cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

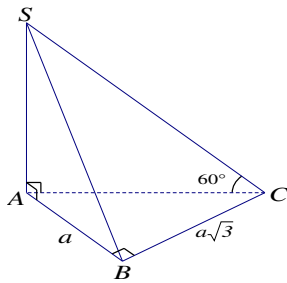
A. $V = \frac{\sqrt{3}}{8} a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4} a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{24} a^3$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa SC và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối V của chóp $S.ABC$ (tham khảo hình bên).



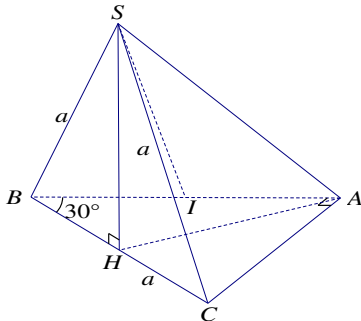
A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3} a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Tính khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) (tham khảo hình bên).



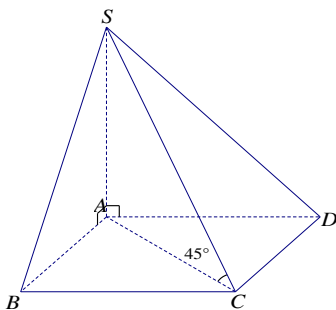
A. $h = \frac{a\sqrt{39}}{3}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{13}}{39}$.

D. $h = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6} a^3$.

C. $V = \frac{3\sqrt{2}}{2} a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{6}}{3} a^3$.

Câu 13: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. Bốn.

B. Ba.

C. Hai.

D. Một.

Câu 14: Một hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Tính thể tích V của hình chóp đã cho.

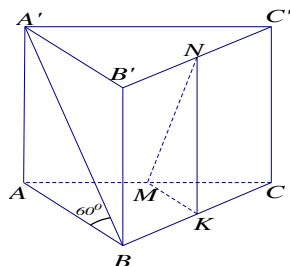
A. $V = \frac{3}{4} b^3 \cos \alpha \sin^2 \alpha$.

B. $V = \frac{3}{4} b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4} b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{4} b^3 \cos \alpha \sin^2 \alpha$.

Câu 15: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và đường thẳng $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và $B'C'$. Tính thể tích V khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình bên).



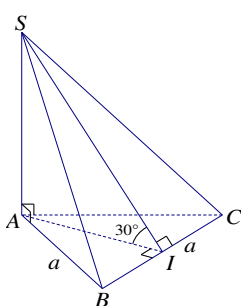
A. $V = \frac{3a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4} a^3$.

C. $V = \frac{3}{8} a^3$.

D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy; góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ (tham khảo hình bên).



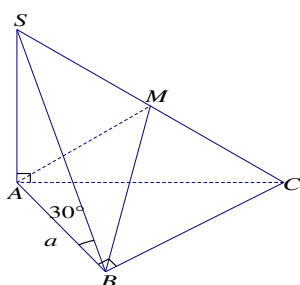
A. $V = \frac{2\sqrt{3}}{15} a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{24} a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2} a^3$.

D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{24} a^3$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABM$ (tham khảo hình bên).



A. $V = \frac{\sqrt{3}}{18} a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{36} a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{4} a^3$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SBC) là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. tính độ dài của đoạn thẳng AB .

A. $AB = a\sqrt{3}$.

B. $AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $AB = \frac{a}{2}$.

D. $AB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 19: Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 9 mặt phẳng.

B. 3 mặt phẳng.

C. 7 mặt phẳng.

D. 6 mặt phẳng.

Câu 20: Khối hai mươi mặt đều thuộc loại nào dưới đây?

A. Loại $\{4;5\}$.

B. Loại $\{3;4\}$.

C. Loại $\{4;3\}$.

D. Loại $\{3;5\}$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

A. $h = \frac{a\sqrt{21}}{3}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{7}}{21}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính thể tích V khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 23: Một hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh ?

A. 16.

B. 12.

C. 8.

D. 10.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo đáy một góc bằng 45° . Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) .

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 25: Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 9 mặt phẳng.

B. 6 mặt phẳng.

C. 4 mặt phẳng.

D. 3 mặt phẳng.

Câu 26: Khi chiều cao của một hình chóp đều tăng lên n lần nhưng mỗi cạnh đáy giảm đi n lần thì thể tích V của nó như thế nào?

A. Giảm đi n lần.B. Tăng lên n lần.C. Tăng lên $(n-1)$ lần.

D. Không thay đổi.

Câu 27: Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy bằng một góc α . Thể tích V của khối chóp là.

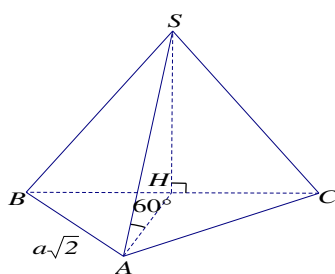
A. $V = \frac{a^3 \tan \alpha}{24}$.

B. $V = \frac{a^3 \cot \alpha}{8}$.

C. $V = \frac{a^3 \cot \alpha}{12}$.

D. $V = \frac{a^3 \tan \alpha}{12}$.

Câu 28: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$, $SA = SB = SC$. Góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối tứ diện $S.ABC$ (tham khảo hình bên).



A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 29: Một khối chóp tam giác có các cạnh đáy bằng 6, 8, 10. Một cạnh bên có độ dài bằng 4 và tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = 8\sqrt{3}$.

B. $V = 16\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{16\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30: Khối tám mặt đều thuộc loại nào dưới đây ?

A. Loại $\{5;3\}$.B. Loại $\{3;3\}$.C. Loại $\{3;4\}$.D. Loại $\{4;3\}$.

Câu 31: Nếu một hình chóp đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên n lần thì thể tích V của nó tăng lên bao nhiêu ?

A. $2n^3$ lần.B. $2n^2$ lần.C. n^2 lần.D. n^3 lần.

Câu 32: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối chóp $A'.ABC$.

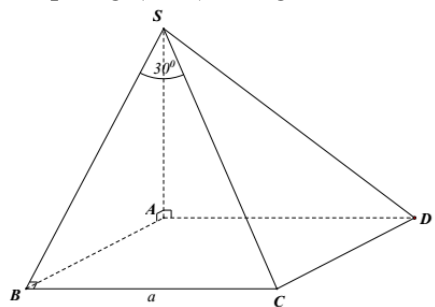
A. $V = \frac{1}{2}a^3$.

B. $V = \frac{1}{3}a^3$.

C. $V = \frac{1}{4}a^3$.

D. $V = \frac{1}{6}a^3$.

Câu 33: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho (tham khảo hình bên).



A. $V = \sqrt{2}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

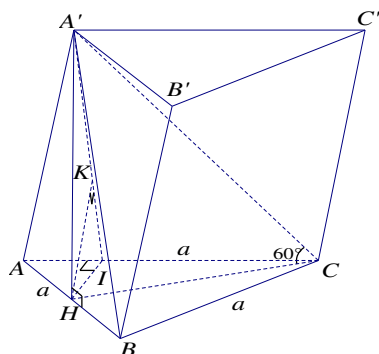
A. $h = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$.

B. $h = \frac{3a\sqrt{5}}{14}$.

C. $h = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

D. $h = \frac{6a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ (tham khảo hình bên).



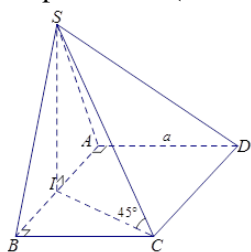
A. $h = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{13}}{39}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{13}}{13}$.

D. $h = \frac{3a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a , mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = SB$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ (tham khảo hình bên).



A. $V = \frac{\sqrt{6}}{5}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{5}}{5}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{5}}{6}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{5}}{5}a^3$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 3, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 5$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 45$.

B. $V = 5$.

C. $V = 15$.

D. $V = \frac{5}{3}$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Tính chiều cao h của khối trụ đã cho.

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $h = \frac{3a}{4}$.

C. $h = a\sqrt{3}$.

D. $h = \frac{3a}{2}$.

Câu 39: Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến đường thẳng d thành chính nó khi và chỉ khi.

A. d nằm trên (P) .

B. $d \perp (P)$.

C. d song song với (P) .

D. d nằm trên (P) hoặc $d \perp (P)$.

Câu 40: Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy bằng một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{2}$.

B. $V = \frac{3a^3}{4}$.

C. $V = \frac{3a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3}{12}$.

Câu 41: Số đỉnh của một hình bát diện đều là.

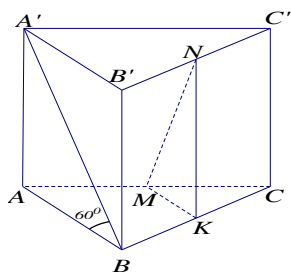
A. 12.

B. 6.

C. 10.

D. 8.

Câu 42: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và đường thẳng $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và $B'C'$. Tính độ dài đoạn thẳng MN (tham khảo hình bên).



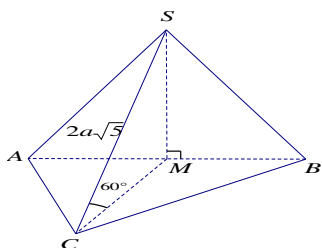
A. $MN = \frac{a\sqrt{13}}{6}$.

B. $MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

C. $MN = \frac{a\sqrt{13}}{3}$.

D. $MN = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $SC = 2a\sqrt{5}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của AB . Góc giữa đường thẳng SC và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ (tham khảo hình bên).



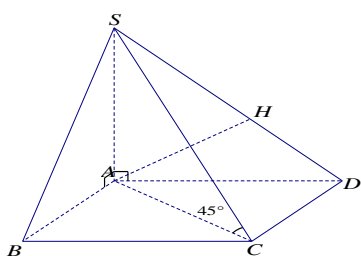
A. $V = \frac{2\sqrt{15}}{3}a^3$.

B. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $V = \frac{2\sqrt{15}}{5}a^3$.

D. $V = \frac{3\sqrt{5}}{2}a^3$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo đáy một góc bằng 45° . Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .



A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 45: Cho khối chóp đều $S, ABCD$ có $AB = a$. Thể tích của khối chóp bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Tính khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

A. $h = \frac{2a}{3}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $h = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

D. $h = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46: Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 96. Tính thể tích của khối lập phương đã cho.

A. 48.

B. 84.

C. 46.

D. 64.

Câu 47: Nếu ba kích thước của một khối hình hộp chữ nhật tăng lên k lần thì thể tích của nó tăng lên.

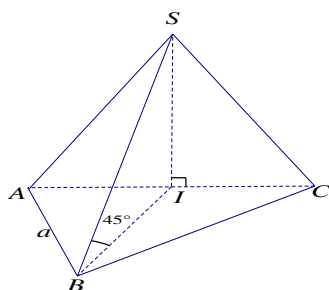
A. k^2 lần.

B. $3k^3$ lần.

C. k lần.

D. k^3 lần.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Gọi I là trung điểm AC , tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; biết góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích V khối chóp $S.ABC$ (tham khảo hình bên).



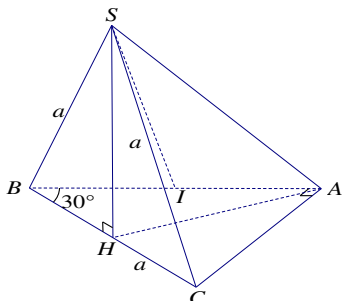
A. $V = \frac{\sqrt{12}}{12}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

C. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Tính thể tích khối V của chóp $S.ABC$ (tham khảo hình bên).



A. $V = \frac{a^3}{4}$.

B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{a^3}{32}$.

D. $V = \frac{a^3}{16}$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$.

B. $V = \sqrt{2}a^3$.

C. $V = 3a^3$.

D. $V = 2a^3$.

Câu 51: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a . Biết hình chiếu vuông góc của A' trên mp (ABC) là trung điểm của BC và góc giữa cạnh bên với đáy là 60° . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ACC'A')$ là. Xác định $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{13}}$.

C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{39}}{4}$.

D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{13}$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và các cạnh bên đều có độ dài bằng $a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

C. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 53: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a và biết thể tích khối chóp là $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

Tìm α là góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy.

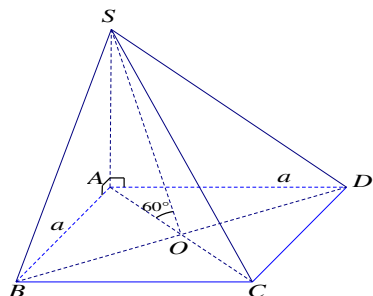
A. $\alpha = 90^\circ$.

B. $\alpha = 30^\circ$.

C. $\alpha = 45^\circ$.

D. $\alpha = 60^\circ$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$. (tham khảo hình bên).



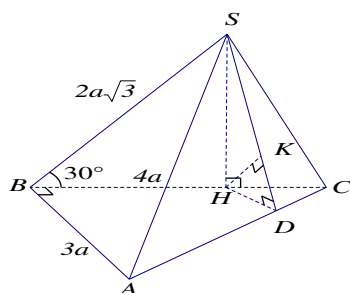
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ (tham khảo hình bên).



A. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

B. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

C. $V = 3\sqrt{2}a^3$.

D. $V = 2\sqrt{5}a^3$.

Câu 56: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 57: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Số các cạnh của hình đa diện luôn luôn:

A. Lớn hơn 6.

B. Lớn hơn hoặc bằng 8.

C. Lớn hơn hoặc bằng 6.

D. Lớn hơn 7.

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3\sqrt{2}}{7}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{7}}{12}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{7}}{7}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

Câu 59: Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

B. Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

C. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

D. Hai khối trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Câu 60: Mệnh đề nào dưới đây sai?

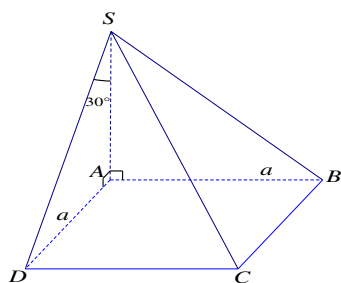
A. Khối hợp là khối đa diện lồi.

- B. Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi.
 C. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.
 D. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.

Câu 61: Cho hình lăng trụ tam giác đều. Nếu ta tăng chiều cao của lăng trụ lên gấp hai lần thì thể tích của khối lăng trụ thu được bằng bao nhiêu lần thể tích khối lăng trụ ban đầu?

- A. 2 lần. B. 6 lần. C. 4 lần. D. $\frac{1}{2}$ lần.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ (tham khảo hình bên).



- A. $V = \frac{\sqrt{5}}{5} a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3$.
 C. $V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^3$.

Câu 63: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SB, AC .

- A. $h = \frac{a\sqrt{10}}{5}$. B. $h = \frac{a\sqrt{10}}{10}$. C. $h = \frac{a\sqrt{5}}{10}$. D. $h = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, M là trung điểm của cạnh BC và $\widehat{SMA} = 45^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4} a^3$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{2}{3} a^3$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

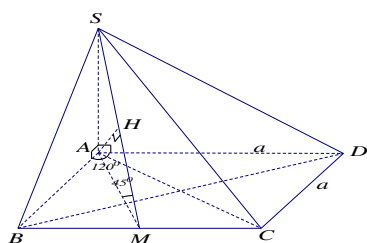
Câu 65: Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $A'ABD$ là tứ diện đều cạnh a . Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

- A. $V = a^3\sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a là $V = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3$. Góc α giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) là bao nhiêu độ?

- A. $\alpha = 60^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 30^\circ$. D. $\alpha = 90^\circ$.

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, M là trung điểm của cạnh BC và $\widehat{SMA} = 45^\circ$. Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) (tham khảo hình bên).



- A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $h = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.
 C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $h = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 68: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất.

- A. Năm cạnh. B. Bốn cạnh. C. Ba cạnh. D. Hai cạnh.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $SC = 2a\sqrt{5}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của AB . Góc giữa đường thẳng SC và (ABC) bằng 60° . Tính diện tích S của tam giác ABC .

- A. $S = 2\sqrt{15}a^2$. B. $S = \frac{a^2}{2}$. C. $S = 2a^2$. D. $S = a^2$.

Câu 70: Cho hình chóp tứ giác đều có các cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

Câu 71: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{12}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{7}$.

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SAB đều. Gọi góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SAB) là α . Tìm $\tan \alpha$.

- A. $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\tan \alpha = \frac{3}{2}$.

Câu 73: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V khối trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$. D. $V = \frac{3}{8}a^3$.

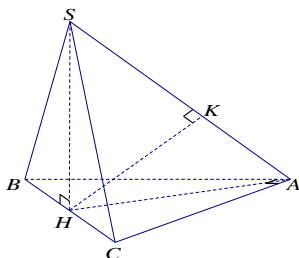
Câu 74: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAC) vuông góc với mặt đáy. Cạnh bên SB tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 75: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc φ giữa AB và CD .

- A. $\varphi = 90^\circ$. B. $\varphi = 30^\circ$. C. $\varphi = 45^\circ$. D. $\varphi = 60^\circ$.

Câu 76: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SA, BC (tham khảo hình bên).

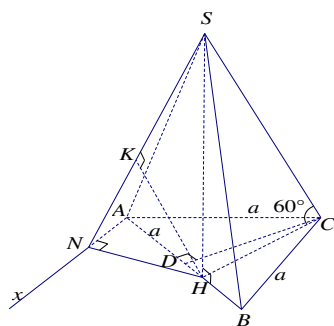


- A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{8}$.

Câu 77: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với đáy. Góc giữa SB và mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách d giữa AC và SB theo a .

- A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. $d = \frac{a\sqrt{15}}{15}$.

Câu 78: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SA và BC (tham khảo hình bên).



A. $h = \frac{a\sqrt{42}}{8}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{42}}{6}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{42}}{2}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{42}}{4}$.

Câu 79: Cho khối tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

Câu 80: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $V = \sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

Câu 81: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Biết thể tích của khối trụ là $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Tìm α là góc hợp giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) .

A. $\alpha = 30^\circ$.

B. $\alpha = 45^\circ$.

C. $\alpha = 60^\circ$.

D. $\alpha \approx 36^\circ 47'$.

Câu 82: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

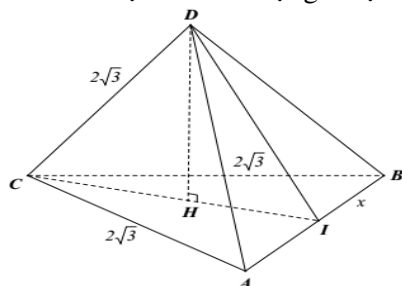
A. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.

B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

C. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và mặt bằng nhau.

Câu 83: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất. (tham khảo hình bên)



A. $x = 2\sqrt{3}$.

B. $x = \sqrt{6}$.

C. $x = \sqrt{14}$.

D. $x = 3\sqrt{2}$.

Câu 84: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{16}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 85: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Côsin của góc giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 86: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. Tìm α là góc hợp giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) .

A. $\alpha = 30^\circ$.

B. $\alpha = 90^\circ$.

C. $\alpha = 45^\circ$.

D. $\alpha = 60^\circ$.

Câu 87: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{3}{4}a^3$. Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{4}{3}a$.

B. $h = \frac{2}{3}a$.

C. $h = \frac{3}{4}a$.

D. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 88: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M , N , P tương ứng là trung điểm các cạnh BC , CD , DB . Thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = 7a^3$.

B. $V = 14a^3$.

C. $V = \frac{7}{2}a^3$.

D. $V = \frac{28}{3}a^3$.

Câu 89: Tìm công thức tính thể tích V của một khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h .

A. $V = \frac{1}{3}B.h$.

B. $V = B^2.h$.

C. $V = B.h$.

D. $V = \frac{1}{6}B.h$.

Câu 90: Tìm công thức tính thể tích V của một khối hình chữ nhật có kích thước ba cạnh a, b, c .

A. $V = b^3$.

B. $V = c^3$.

C. $V = a.b.c$.

D. $V = a^3$.

Câu 91: Cho khối chóp $S.ABCD$, trong đó $SABC$ là tứ diện đều cạnh a và $ABCD$ là hình thoi. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 92: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng $(MB'D')$.

A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 93: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường chéo $A'D$ tạo với mặt phẳng $(A'AB)$ một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = a^3\sqrt{3}$.

B. $V = 3a^3$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 94: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có SAC là tam giác đều cạnh a . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

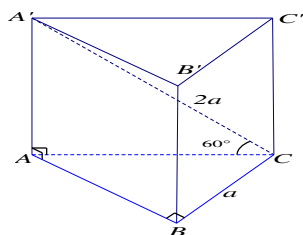
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 95: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $\widehat{ACA'} = 60^\circ$, $A'C = 2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình bên).



A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4} a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2} a^3$.

Câu 96: Cho khối chóp tứ giác có đỉnh S , đáy là hình thoi cạnh a tâm I và có góc ở A bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là điểm I . Khối chóp có thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. Tính khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

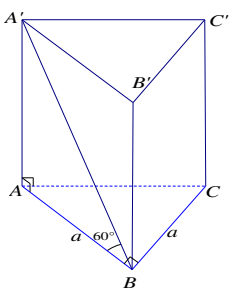
A. $h = \frac{a}{2}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 97: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. (tham khảo hình bên)



A. $V = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2} a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{15} a^3$.

D. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3} a^3$.

Câu 98: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

A. $h = \frac{a}{6}$.

B. $h = \frac{a}{12}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.

D. $h = \frac{a}{4}$.

Câu 99: Cho hình tứ diện đều cạnh bằng 2. Tính chiều cao h của khối tứ diện đã cho.

A. $h = 2\sqrt{6}$.

B. $h = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

C. $h = 2\sqrt{3}$.

D. $h = \sqrt{6}$.

Câu 100: Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

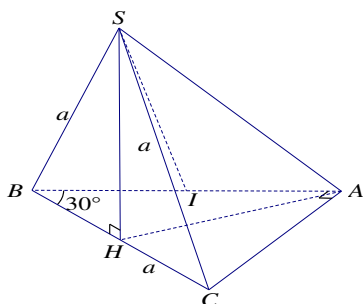
A. 3 mặt phẳng.

B. 1 mặt phẳng.

C. 4 mặt phẳng.

D. 2 mặt phẳng.

Câu 101: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Tính đường cao h hạ từ đỉnh S trong tam giác SAB (tham khảo hình bên).



A. $h = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

C. $h = \frac{2a\sqrt{13}}{3}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 102: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Số các đỉnh hoặc số mặt của bất kì hình đa diện nào cũng:

A. Lớn hơn hoặc bằng 5.

B. Lớn hơn hoặc bằng 4.

C. Lớn hơn 5

D. Lớn hơn 4.

Câu 103: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a tâm O . Tính thể tích V khối tứ diện $A'ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{12}$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{8}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 104: Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo $AC = a, BD = a\sqrt{3}$ và cạnh $AA' = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 105: Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích là V . Trên các đoạn SA, SB, SC lấy lần lượt các điểm A', B', C' sao cho $SA = 2SA', SB = 3SB', SC = 4SC'$. Tính thể tích V' của hình chóp $S.A'B'C'$ theo V .

A. $V' = \frac{V}{72}$.

B. $V' = \frac{V}{3}$.

C. $V' = \frac{V}{24}$.

D. $V' = \frac{V}{12}$.

Câu 106: Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi cạnh $a, \widehat{BAD} = 30^\circ$ và $AA' = 2a$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{4a^3}{3}$.

D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 107: Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo a và $2a$. Cạnh bên $AA' = 2a$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{1}{6}a^3$.

C. $V = \frac{1}{24}a^3$.

D. $V = 2a^3$.

Câu 108: Hình bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3 mặt phẳng.

B. 6 mặt phẳng.

C. 9 mặt phẳng.

D. 5 mặt phẳng.

Câu 109: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có thể tích $V = 24\sqrt{3}$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính chiều cao h của khối chóp đã cho.

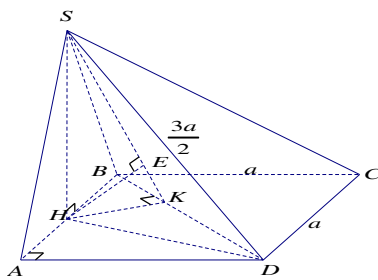
A. $h = 3$.

B. $h = \sqrt{3}$.

C. $h = 2$.

D. $h = 1$.

Câu 110: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) (tham khảo hình bên).



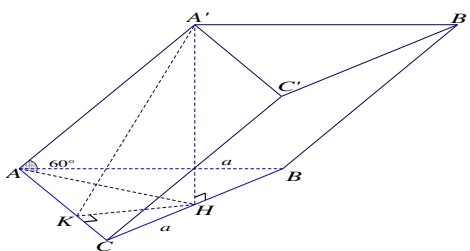
A. $h = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $h = \frac{2a}{3}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 111: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a . Biết hình chiếu vuông góc của A' trên mp (ABC) là trung điểm của BC và góc giữa cạnh bên với đáy là 60° . Tính thể tích V của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình bên).



A. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

B. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 112: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB , SD tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{3}$.

Câu 113: Số đỉnh của hình hai mươi mặt đều là.

A. 30.

B. 20.

C. 24.

D. 12.

Câu 114: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

A. $V = 3$.

B. $V = 4$.

C. $V = 6$.

D. $V = 5$.

Câu 115: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

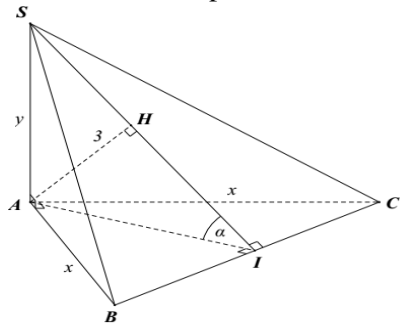
A. $V = \frac{8}{3}$.

B. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{16}{3}$.

D. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 116: Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất. (tham khảo hình bên)



A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 117: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

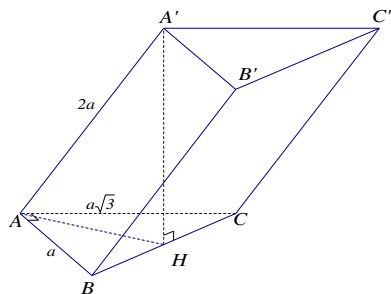
A. $V = \frac{\sqrt{2}}{4} a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6} a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$.

D. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3} a^3$.

Câu 118: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AC , đường thẳng $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình bên).



A. $V = \frac{1}{2} a^3$.

B. $V = a^3$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 119: Cho khối chóp tam giác $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân $AB = AC$, cạnh bên $SA = 3a$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Biết thể tích của khối chóp bằng a^3 , tính độ dài cạnh AB .

A. $AB = a$.

B. $AB = a\sqrt{2}$.

C. $AB = 2a$.

D. $AB = a\sqrt{3}$.

Câu 120: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $h = a\sqrt{3}$.

Câu 121: Số cạnh của hình mười hai mặt đều là.

A. 12.

B. 20.

C. 30.

D. 16.

Câu 122: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = a$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB , SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 123: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 3a, BC = 5a$ và mặt phẳng (SAC) vuông góc với đáy. Biết $SA = 2a\sqrt{3}, \widehat{SAC} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 124: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2a, \widehat{ACB} = 30^\circ$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm của AC và $SH = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

C. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 125: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ và mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AA' và BC' .

A. $h = \frac{3}{2}a$.

B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 126: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 127: Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 150. Tính thể tích V của khối lập phương đó.

A. $V = 125$.

B. $V = 145$.

C. $V = 25$.

D. $V = 625$.

Câu 128: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AB = a, BC = 2a$ và $AA' = 3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = a^3$.

B. $V = 3a^3$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Câu 129: Thể tích V của một khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Công thức nào đúng?

A. $V = \frac{1}{3}B.h$.

B. $V = \frac{1}{3}B^3.h$.

C. $V = B.h$.

D. $V = \frac{1}{6}B.h$.

Câu 130: Khi độ dài cạnh của hình lập phương tăng thêm $3cm$ thì thể tích của nó tăng thêm $387cm^3$. Tìm cạnh a của hình lập phương.

A. $a = 3cm$.

B. $a = 6cm$.

C. $a = 4cm$.

D. $a = 5cm$.

Câu 131: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

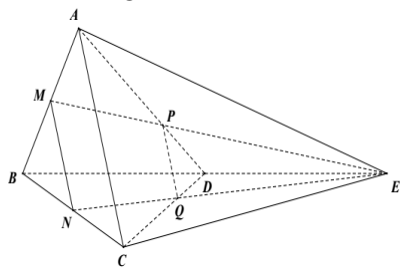
$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$

$$\text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 132: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V . Tìm V (Tham khảo hình bên).



$$\text{A. } V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}.$$

$$\text{B. } V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}.$$

$$\text{C. } V = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}.$$

$$\text{D. } V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}.$$

Câu 133: Cho khối chóp có đáy n -giác. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Số cạnh của khối chóp bằng $n+1$.

B. Số mặt khối chóp bằng số đỉnh của nó.

C. Số mặt của khối chóp bằng $2n$.

D. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n+1$.

Câu 134: Nếu ta giảm độ dài mỗi cạnh của hình lập phương 3 lần thì ta thu được khối lập phương mới có thể tích bằng bao nhiêu lần thể tích khối lập phương ban đầu?

A. $\frac{1}{27}$ lần.

B. 27 lần.

C. 9 lần.

D. $\frac{1}{9}$ lần.

Câu 135: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

$$\text{A. } V = 2a^3\sqrt{3}.$$

$$\text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{C. } V = 4a^3\sqrt{3}.$$

$$\text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 136: Đáy của một hình hộp đứng là một hình thoi có đường chéo nhỏ bằng d và góc nhọn bằng α . Biết diện tích của một mặt bên bằng S . Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

$$\text{A. } V = dS \cos \frac{\alpha}{2}.$$

$$\text{B. } V = dS \sin \frac{\alpha}{2}.$$

$$\text{C. } V = \frac{1}{6}dS \cos \alpha.$$

$$\text{D. } V = dS \sin \alpha.$$

Câu 137: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

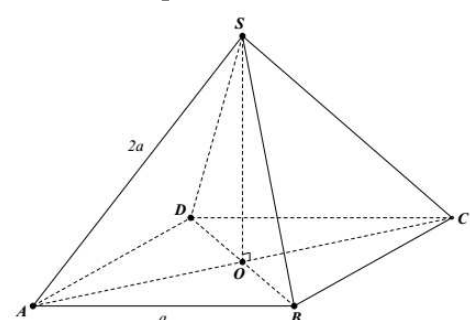
$$\text{A. } h = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{B. } h = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{C. } h = \frac{a\sqrt{5}}{10}.$$

$$\text{D. } h = \frac{a\sqrt{6}}{10}.$$

Câu 138: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho (Tham khảo hình bên).



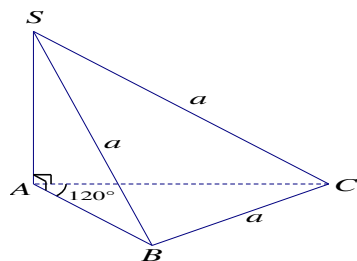
$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}.$$

$$\text{B. } V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}.$$

$$\text{C. } V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}.$$

$$\text{D. } V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$$

Câu 139: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ (tham khảo hình bên).



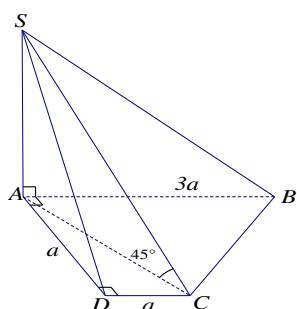
$$\text{A. } V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{B. } V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

$$\text{C. } V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{D. } V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{36}.$$

Câu 140: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = a, AB = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ (tham khảo hình bên).



$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3.$$

$$\text{B. } V = \frac{2\sqrt{5}}{3} a^3.$$

$$\text{C. } V = \frac{2}{3} a^3.$$

$$\text{D. } V = \frac{2\sqrt{2}}{3} a^3.$$

Câu 141: Ba kích thước của một hình hộp chữ nhật làm thành một cấp số nhân có công bội là 2. Thể tích hình hộp đã cho là 1728. Các kích thước của hình hộp là.

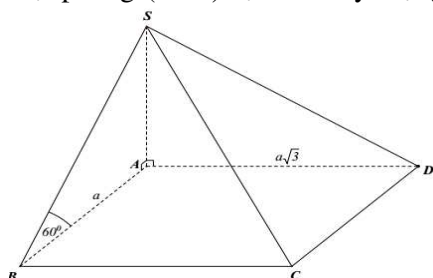
$$\text{A. } 8, 16, 32.$$

$$\text{B. } 6, 12, 24.$$

$$\text{C. } 6, 12, 48.$$

$$\text{D. } 2, 4, 8.$$

Câu 142: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SA$ vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho (tham khảo hình bên).



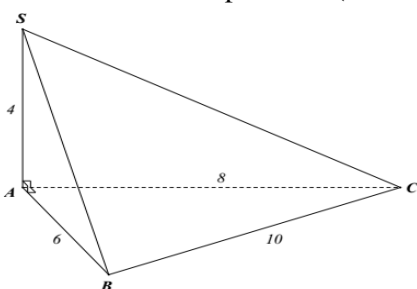
$$\text{A. } V = \frac{a^3}{3}.$$

$$\text{B. } V = 3a^3.$$

$$\text{C. } V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$$

$$\text{D. } V = a^3.$$

Câu 143: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4, AB = 6, BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho (tham khảo hình bên).



$$\text{A. } V = 32.$$

$$\text{B. } V = 24.$$

$$\text{C. } V = 192.$$

$$\text{D. } V = 40.$$

Câu 144: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , các mặt phẳng (SAB) , (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, còn cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

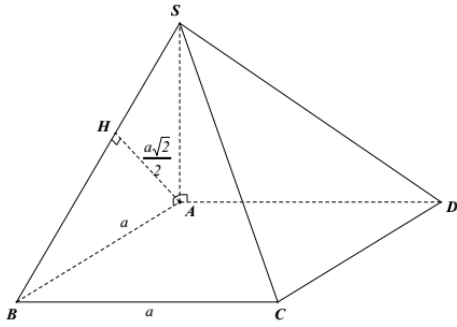
$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{6}}{3} a^3.$$

$$\text{B. } V = \frac{\sqrt{6}}{6} a^3.$$

$$\text{C. } V = \frac{\sqrt{9}}{9} a^3.$$

$$\text{D. } V = \frac{\sqrt{6}}{9} a^3.$$

Câu 145: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho. (tham khảo hình bên)



A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 146: Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

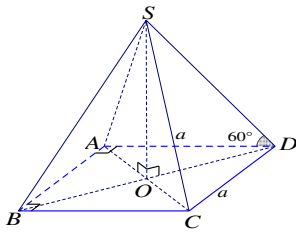
A. Hình bát diện đều.

B. Hình lăng trụ tam giác đều.

C. Hình lập phương.

D. Hình tứ diện đều.

Câu 147: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối hình chóp đã cho (tham khảo hình bên).



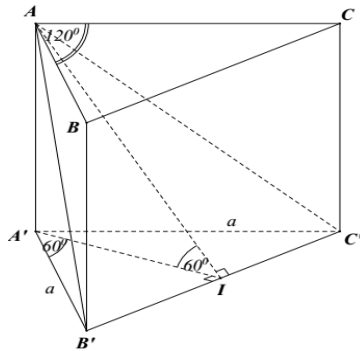
A. $V = \frac{\sqrt{6}}{4} a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6} a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}}{2} a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{6}}{3} a^3$.

Câu 148: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho. (tham khảo hình bên)



A. $V = \frac{3a^3}{4}$.

B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{9a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

Câu 149: Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là.

A. 30.

B. 15.

C. 12.

D. 20.

Câu 150: Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$ và có đường chéo của hình hộp $AC' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

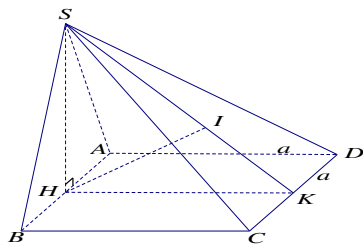
A. $V = a^3\sqrt{5}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 151: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) (tham khảo hình bên).



$$A. h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

$$B. h = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$C. h = \frac{a\sqrt{7}}{21}.$$

$$D. h = \frac{a\sqrt{14}}{7}.$$

Câu 152: Cho hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy bằng 4 và diện tích của một mặt bên bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích V của hình chóp đã cho.

$$A. V = \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

$$B. V = 4.$$

$$C. V = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

$$D. V = \frac{4}{3}.$$

Câu 153: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

$$A. h = \frac{a\sqrt{6}}{10}.$$

$$B. h = \frac{a\sqrt{5}}{10}.$$

$$C. h = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$D. h = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 154: Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$A. S = 4\sqrt{3}a^2.$$

$$B. S = \sqrt{3}a^2.$$

$$C. S = 2\sqrt{3}a^2.$$

$$D. S = 8a^2.$$

Câu 155: Tìm công thức tính thể tích V của khối bát diện đều cạnh a .

$$A. V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3.$$

$$B. V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3.$$

$$C. V = 8a^3.$$

$$D. V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3.$$

Câu 156: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 4 và biết $CC' = 5$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

$$A. V = \frac{16}{3}.$$

$$B. V = 4\sqrt{3}.$$

$$C. V = \frac{20\sqrt{3}}{3}.$$

$$D. V = 20\sqrt{3}.$$

Câu 157: Hình đa diện nào dưới đây không có trục đối xứng?

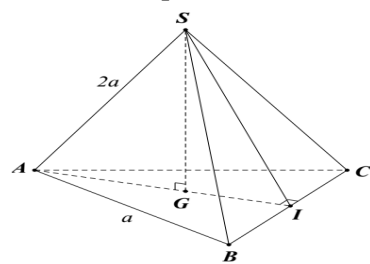
A. Hình tứ diện đều.

B. Hình bát diện đều.

C. Hình lập phương.

D. Hình lăng trụ tam giác đều.

Câu 158: Cho khối chóp tam giác đều S,ABC có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$. (tham khảo hình bên)



$$A. V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}.$$

$$B. V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}.$$

$$C. V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}.$$

$$D. V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}.$$

Câu 159: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và có tâm là O . SA vuông góc với mặt phẳng đáy; SB tạo với đáy một góc 45° . Tính khoảng cách h từ O đến (SBC) .

$$A. h = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$B. h = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$C. h = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$D. h = \frac{a\sqrt{2}}{8}.$$

Câu 160: Cho hình lăng trụ tam giác đều. Nếu ta tăng chiều dài của cạnh đáy lên gấp hai lần thì thể tích của khối lăng trụ thu được bằng bao nhiêu lần thể tích khối lăng trụ ban đầu?

A. 4 lần.

B. 8 lần.

C. 2 lần.

D. $\frac{1}{4}$ lần.

ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A																				
B																				
C																				
D																				

	10 1	10 2	10 3	10 4	10 5	10 6	10 7	10 8	10 9	11 0	11 1	11 2	11 3	11 4	11 5	11 6	11 7	11 8	11 9	12 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	12 1	12 2	12 3	12 4	12 5	12 6	12 7	12 8	12 9	13 0	13 1	13 2	13 3	13 4	13 5	13 6	13 7	13 8	13 9	14 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	14 1	14 2	14 3	14 4	14 5	14 6	14 7	14 8	14 9	15 0	15 1	15 2	15 3	15 4	15 5	15 6	15 7	15 8	15 9	16 0
A																				
B																				
C																				
D																				

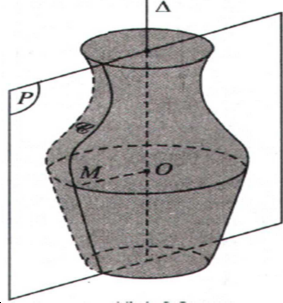
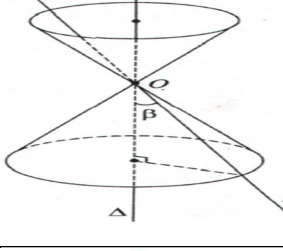
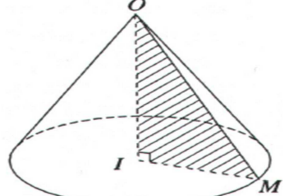
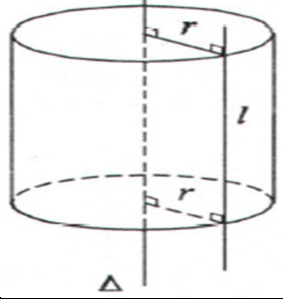
CHUYÊN ĐỀ 6

MẶT NÓN, MẶT TRỤ, MẶT CẦU

---0o0---

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

§1. KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY

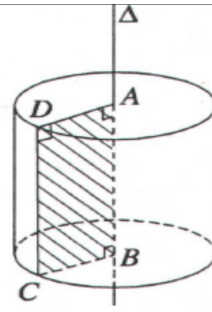
I. SỰ TẠO THÀNH MẶT TRÒN XOAY Trong KG, cho mp (P) chứa đường thẳng Δ và một đường (C). Khi quay (P) quanh Δ một góc 360° thì mỗi điểm M trên (C) vạch ra một đường tròn có tâm O thuộc Δ và nằm trên mp vuông góc với Δ. Khi đó (C) sẽ tạo nên một hình đgl mặt tròn xoay. (C) đgl đường sinh của mặt tròn xoay đó. Δ đgl trục của mặt tròn xoay.	
II. Mặt nón tròn xoay 1. Định nghĩa Trong mp (P) có hai đường thẳng d và Δ cắt nhau tại điểm O và tạo thành góc nhọn β. Khi quay (P) xung quanh Δ thì d sinh ra một mặt tròn xoay đgl mặt nón tròn xoay đỉnh O. Δ gọi là trục, d gọi là đường sinh, góc 2β gọi là góc ở đỉnh của mặt nón đó.	
2. Mặt nón tròn xoay và khối nón tròn xoay a) Cho ΔOIM vuông tại I. Khi quay nó xung quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình đgl hình nón tròn xoay. – Hình tròn (I, IM): mặt đáy – O: đỉnh – OI: đường cao – OM: đường sinh – Phần mặt tròn xoay sinh ra bởi OM: mặt xung quanh.	 b) Khối nón tròn xoay là: Phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình nón đó đgl khối nón tròn xoay.
3. Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay và thể tích của khối nón tròn xoay Cho hình nón N có chiều cao h, đường sinh l và bán kính đáy bằng r. Gọi S_{xq} là diện tích xung quanh hình nón và V_N là thể tích khối nón. Ta có: $S_{xq} = \pi r l$, $V_N = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}$	♦ Một hình chóp đgl nội tiếp hình nón nếu đáy của hình chóp là đa giác nội tiếp đường tròn đáy của hình nón và đỉnh của hình chóp là đỉnh của hình nón. ♦ Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay bằng một nửa tích của độ dài đường tròn và độ dài đường sinh. ♦ Thể tích của khối nón tròn xoay là giới hạn của thể tích khối chóp đều nội tiếp khối nón khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn
III. Mặt trụ tròn xoay 1. Định nghĩa Trong mp (P) cho hai đường thẳng Δ và l song song nhau, cách nhau một khoảng bằng r. Khi quay (P) xung quanh Δ thì l sinh ra một mặt tròn xoay đgl mặt trụ tròn xoay. Δ gọi là trục, l gọi là đường sinh, r là bán kính của mặt trụ đó.	
2. Hình trụ tròn xoay và khối trụ tròn xoay a) Xét hình chữ nhật ABCD. Khi quay hình đó xung quanh	

đường thẳng chứa 1 cạnh, chẳng hạn AB, thì đường gấp khúc ADCB tạo thành 1 hình đgl **hình trụ tròn xoay**.

- Hai đáy.
- Đường sinh.
- Mặt xung quanh.
- Chiều cao.

b) Khối trụ tròn xoay là:

Phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ kể cả hình trụ đó đgl **khối trụ tròn xoay**.

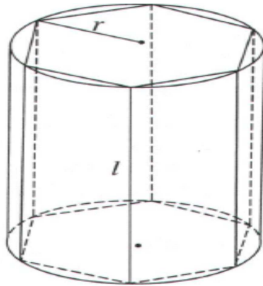


3. Diện tích hình trụ và thể tích khối trụ

Cho hình trụ có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đáy bằng r . Gọi S_{xq} là diện tích xung quanh hình trụ và V_T là thể tích khối trụ

Ta có: $S_{xq} = 2\pi r l$ và $V_T = \pi r^2 h$

Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy}$



♦ Một hình lăng trụ đgl nội tiếp một hình trụ nếu hai đáy của hình lăng trụ nội tiếp hai đường tròn đáy của hình trụ.

Diện tích xung quanh của hình trụ là giới hạn của diện tích xung quanh của hình lăng trụ đều nội tiếp hình trụ khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

♦ Diện tích xung quanh của hình trụ bằng tích độ dài đường tròn đáy và độ dài đường sinh.

♦ Thể tích khối trụ là giới hạn của thể tích khối lăng trụ đều nội tiếp khối trụ đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

§2. MẶT CẦU

I. Mặt cầu và các khái niệm liên quan đến mặt cầu

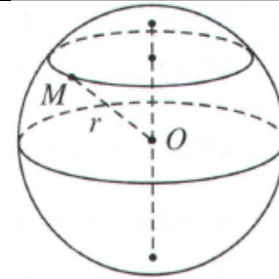
1. Mặt cầu

♦ Tập hợp những điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng không đổi bằng r ($r > 0$) đgl **mặt cầu** tâm O bán kính r . Kí hiệu $S(O; r)$.

♦ Như vậy: $S(O; r) = \{M | OM = r\}$

♦ Nếu điểm M nằm trên mặt cầu (S) thì đoạn thẳng OM được gọi là bán kính của mặt cầu (S).

♦ Một mặt cầu được xác định nếu biết tâm và bán kính của nó hoặc biết một đường kính.



2. Điểm nằm trong và nằm ngoài mặt cầu. Khối cầu

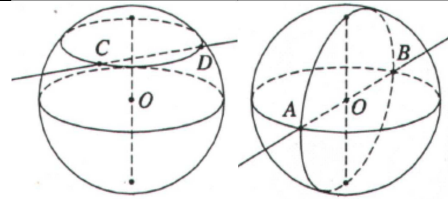
Cho $S(O; r)$ và điểm A bất kì.

♦ $OA = r \Leftrightarrow A$ nằm trên (S)

♦ $OA < r \Leftrightarrow A$ nằm trong (S)

♦ $OA > r \Leftrightarrow A$ nằm ngoài (S)

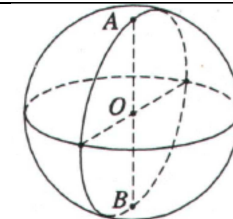
Tập hợp các điểm thuộc $S(O; r)$ cùng với các điểm nằm trong mặt cầu đó đgl **khối cầu** hoặc **hình cầu** tâm O bán kính r .



3. Biểu diễn mặt cầu

Hình biểu diễn của mặt cầu qua phép chiếu vuông góc là một hình tròn.

Vẽ một đường tròn có tâm và bán kính là tâm và bán kính của mặt cầu.



II. GIAO CỦA MẶT CẦU VÀ MẶT PHẪNG

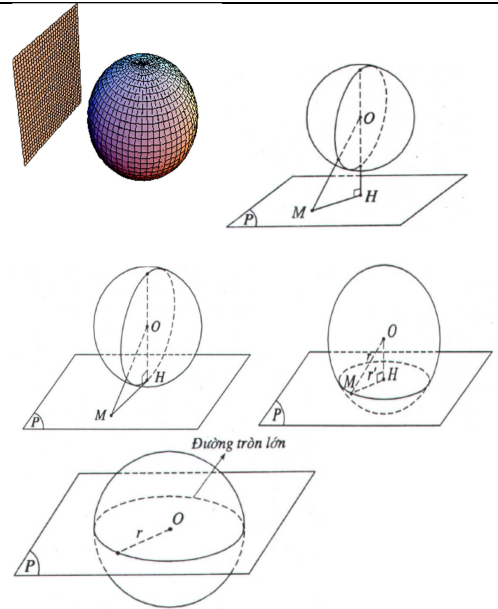
Cho mặt cầu $S(O; r)$ và mp (P) .

Đặt $h = d(O, (P))$.

- ♦ $h > r \Leftrightarrow (P)$ và (S) không có điểm chung.
- ♦ $h < r \Leftrightarrow (P)$ cắt (S) theo đường tròn tâm H , bán kính $r' = \sqrt{r^2 - h^2}$.
- Điểm H gọi là **tiếp điểm** của (S) & (P) .
- Mặt phẳng (P) gọi là **tiếp diện** của mặt cầu (S)

Chú yí:

- ♦ Điều kiện cần và đủ để (P) tiếp xúc với $S(O; r)$ tại H là (P) vuông góc với OH tại H .
- ♦ Nếu $h = 0$ thì (P) cắt (S) theo đường tròn tâm O bán kính r . Đường tròn này đgl **đường tròn lớn** và (P) đgl **mặt phẳng kính** của mặt cầu (S) .



III. GIAO CỦA MẶT CẦU VỚI ĐƯỜNG THẲNG. TIẾP TUYẾN CỦA MẶT CẦU

Cho mặt cầu $S(O; r)$ và đường thẳng Δ . Gọi $d = d(O, \Delta)$.

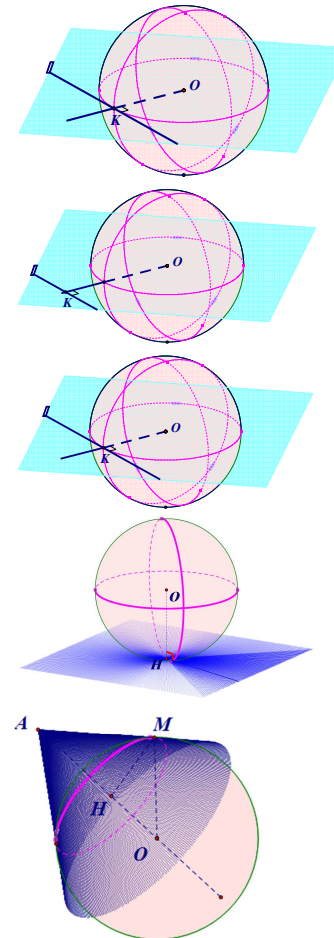
- ♦ $d > r \Leftrightarrow \Delta$ và (S) không có điểm chung.
- ♦ $d = r \Leftrightarrow \Delta$ tiếp xúc với (S) .
- ♦ $d < r \Leftrightarrow \Delta$ cắt (S) tại hai điểm M, N phân biệt.

Chú yǐ

- ♦ Điều kiện cần và đủ để đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O; r)$ tại điểm H là Δ vuông góc với bán kính OH tại H . Δ đgl tiếp tuyến, H đgl tiếp điểm.
- ♦ Nếu $d = 0$ thì Δ đi qua tâm O và cắt (S) tại hai điểm A, B . AB là đường kính của (S) .

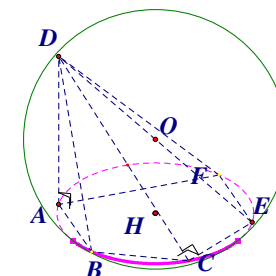
Nhận xét

- a)** Qua một điểm A nằm trên mặt cầu $S(O; r)$ có vô số tiếp tuyến của (S) . Tất cả các tiếp tuyến này đều nằm trên mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A .
- b)** Qua một điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O; r)$ có vô số tiếp tuyến với (S) . Các tiếp tuyến này tạo thành một mặt nón đỉnh A . Khi đó độ dài các đoạn thẳng kẻ từ A đến các tiếp điểm đều bằng nhau.

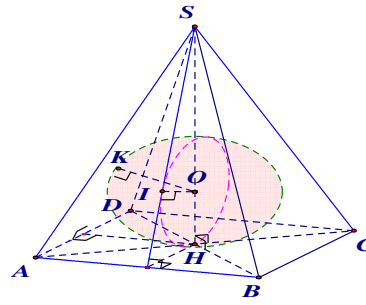


IV. Khái niệm mặt cầu nội tiếp, ngoại tiếp hình đa diện

- ♦ Mặt cầu đgl **nội tiếp** hình đa diện nếu mặt cầu đó tiếp xúc với tất cả các mặt của hình đa diện.
- ♦ Mặt cầu đgl **ngoại tiếp** hình đa diện nếu tất cả các đỉnh của hình đa diện đều nằm trên mặt cầu.



♦ Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp và hình lăng trụ
Mặt cầu gọi ngoại tiếp hình chóp (hình lăng trụ) nếu nó đi qua tất cả các đỉnh của hình chóp (hình lăng trụ).
Điều kiện cần và đủ để một hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp là hình chóp đó có đường tròn ngoại tiếp
Điều kiện cần và đủ để một lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp là hình trụ đó phải là một hình lăng trụ đứng và có đáy là một đa giác có đường tròn ngoại tiếp.



Diện tích – Thể tích

1. Diện tích hình nón - Thể tích hình nón

Phương pháp: Cho hình nón N có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đáy bằng r .

Gọi S_{xq} là diện tích xung quanh hình nón và V_N là thể tích khối nón

Ta có:
$$S_{xq} = \pi r l \quad \text{và} \quad V_N = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}$

2. Diện tích hình trụ và thể tích khối trụ

Cho hình trụ có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đáy bằng r .

Gọi S_{xq} là diện tích xung quanh hình trụ và V_T là thể tích khối trụ

Ta có:
$$S_{xq} = 2\pi r l \quad \text{và} \quad V_T = \pi r^2 h$$

Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy}$

3. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu

Mặt cầu bán kính bằng r .

Gọi S_C là diện tích mặt cầu và V_C là thể tích khối cầu

Ta có:
$$S_C = 4\pi r^2 \quad \text{và} \quad V_C = \frac{4}{3} \pi r^3$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Một hình trụ có diện tích xung quanh là 4π , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo một thiết diện $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây của đường tròn đáy hình trụ và căng một cung 120° . Tính diện tích của thiết diện $ABB'A'$.

- A. $S_{ABB'A'} = 3\sqrt{2}$. B. $S_{ABB'A'} = 2\sqrt{2}$. C. $S_{ABB'A'} = 2\sqrt{3}$. D. $S_{ABB'A'} = \sqrt{3}$.

Câu 2: Cho mặt cầu (S_1) có bán kính r_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính r_2 mà $r_2 = 2r_1$. Tìm tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và mặt cầu (S_1) .

- A. 4. B. 3. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 3: Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$. Tính bán kính R của khối cầu đó.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $R = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $R = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

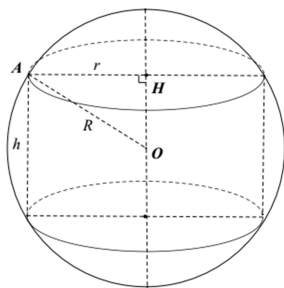
Câu 4: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón tạo thành bởi hình đó.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{24}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{12}$.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính thể tích V_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

- A. $V_{mc} = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{2}$. B. $V_{mc} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $V_{mc} = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. D. $V_{mc} = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 6: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S) . Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$. (tham khảo hình bên)



- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.
C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{16}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Câu 7: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

- A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

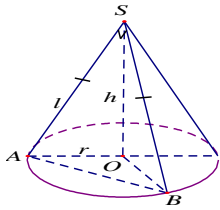
Câu 8: Cho hình lập phương cạnh a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tìm tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

- A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$. B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{2}$. C. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{S_2}{S_1} = \pi$.

Câu 9: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng r . Gọi O, O' là tâm của hai đáy với $OO' = 2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O, O' . Mệnh đề nào dưới đây sai ?

- A. Thể tích khối cầu bằng $\frac{2}{3}$ thể tích khối trụ.
 B. Thể tích khối cầu bằng $\frac{3}{4}$ thể tích khối trụ.
 C. Diện tích mặt cầu bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần của hình trụ.
 D. Diện tích xung quanh mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ.

Câu 10: Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O bán kính r . Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S của hình nón cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác SAB vuông cân tại S . Biết diện tích tam giác SAB là $\frac{3r^2}{4}$. Tính thể tích V_N của khối nón đã cho (tham khảo hình bên).



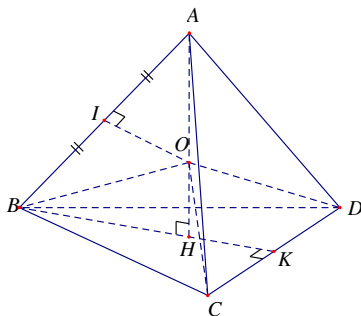
- A. $V_N = \frac{\pi r^3 \sqrt{6}}{6}$.
 B. $V_N = \frac{\pi r^3 \sqrt{6}}{2}$.
 C. $V_N = \frac{\pi r^3 \sqrt{2}}{6}$.
 D. $V_N = \frac{\pi r^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 11: Một hình nón có bán kính đáy bằng r , đường cao $\frac{4r}{3}$. Biết góc ở đỉnh của hình nón là 2α .

Tìm $\sin \alpha$.

- A. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.
 B. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.
 C. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.
 D. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

Câu 12: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh là a . Tính thể tích V_C của khối cầu ngoại tiếp tứ diện đó (tham khảo hình bên).



- A. $V_C = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{8}$.
 B. $V_C = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$.
 C. $V_C = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$.
 D. $V_C = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Câu 13: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng a . Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tìm S .

- A. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.
 B. $S = \pi a^2$.
 C. $S = \pi a^2 \sqrt{3}$.
 D. $S = \pi a^2 \sqrt{2}$.

Câu 14: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được một thiết diện là một tam giác đều cạnh $2a$. Tính thể tích V của hình nón.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.
 B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.
 C. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.
 D. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 15: Tính thể tích V của khối nón tròn xoay có chiều cao h và có bán kính đáy bằng r .

- A. $V = \frac{1}{3} \pi r h$.
 B. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.
 C. $V = \frac{1}{3} \pi^2 r h$.
 D. $V = \frac{1}{3} (\pi r)^2 h$.

Câu 16: Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi quay tứ diện đó xung quanh trục là AB có bao nhiêu hình nón khác nhau được tạo thành ?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 17: Một hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên hình hộp bằng $2a$. Tính thể tích khối nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp một đáy hình hộp và đỉnh là tâm của đáy còn lại của hình hộp.

A. $V_N = 2\pi a^3$.

B. $V_N = \frac{\pi a^3}{2}$.

C. $V_N = \frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $V_N = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 18: Cho hình trụ có bán kính đáy r , trục $OO' = 2r$ và mặt cầu đường kính OO' . Gọi S_{mc} là diện tích mặt cầu và S_{xq} là diện tích xung quanh của hình trụ đó. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $S_{mc} > S_{xq}$.

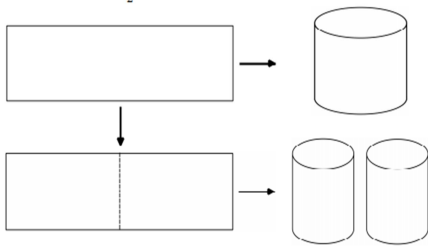
B. $S_{mc} < S_{xq}$.

C. $S_{mc} = S_{xq} = 4\pi r^2$.

D. $S_{mc} = S_{xq} = 2\pi r^2$.

Câu 19: Một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50cm \times 240cm$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50cm$, theo hai cách sau(xem hình)

- Cách 1. Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng
- Cách 2. Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.



Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò theo cách 2. Tìm tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

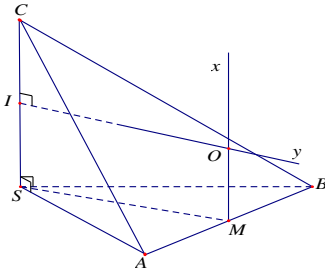
A. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

Câu 20: Ba đoạn thẳng SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau tạo thành một tứ diện $SABC$ với $SA = a, SB = b, SC = c$. Bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó (tham khảo hình bên).



A. $r = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

B. $r = \frac{a+b+c}{2}$.

C. $r = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}$.

D. $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 21: Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón sẽ có bán kính r . Tìm r .

A. $r = \sqrt{3}$.

B. $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $r = 2\sqrt{3}$.

D. $r = 4$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA = a$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Tính bán kính r mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

A. $r = \frac{7a}{12}$.

B. $r = \frac{a}{12}$.

C. $r = \frac{5a}{12}$.

D. $r = \frac{a\sqrt{3}}{12}$.

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cạnh BD vuông góc với cạnh BC . Khi quay các cạnh tứ diện đó xung quanh trục là cạnh AB , có bao nhiêu hình nón được tạo thành?

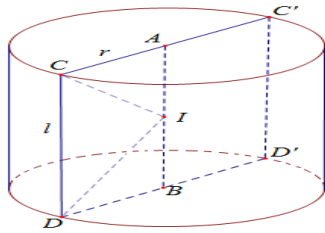
A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 24: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu hình trụ tròn xoay khi quay đường gấp khúc $BCDA$ xung quanh trục là đường thẳng chứa cạnh AB . (tham khảo hình bên)



$$A. S_{mc} = \frac{\sqrt{5}\pi a^2}{5}.$$

$$B. S_{mc} = \sqrt{5}\pi a^2.$$

$$C. S_{mc} = \pi a^2.$$

$$D. S_{mc} = 5\pi a^2.$$

Câu 25: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

- A. Có vô số mặt phẳng cắt mặt cầu theo những đường tròn bằng nhau.
- B. Mọi hình chóp luôn nội tiếp trong mặt cầu.
- C. Mặt trụ và mặt nón có chứa các đường thẳng.
- D. Luôn có hai đường tròn có bán kính khác nhau cùng nằm trên một mặt nón.

Câu 26: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính bằng 1. Tính thể tích V_T của khối trụ đó.

$$A. V_T = 8.$$

$$B. V_T = 4.$$

$$C. V_T = 6.$$

$$D. V_T = 10.$$

Câu 27: Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 20cm$, bán kính đáy $r = 25cm$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12cm$. Tính diện tích S của thiết diện đó.

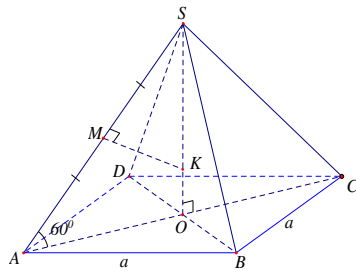
$$A. S = 250cm^2.$$

$$B. S = 400cm^2.$$

$$C. S = 625cm^2.$$

$$D. S = 500cm^2.$$

Câu 28: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho (tham khảo hình bên).



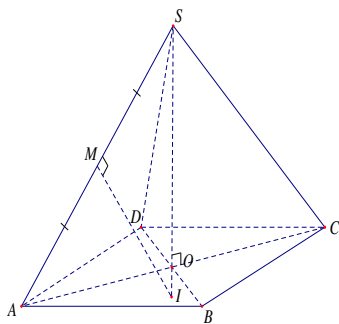
$$A. V_C = \frac{4\pi a^3 \sqrt{6}}{27}.$$

$$B. V_C = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{27}.$$

$$C. V_C = \frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27}.$$

$$D. V_C = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{9}.$$

Câu 29: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Từ đỉnh O của hình vuông dựng đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trên Δ lấy điểm S sao cho $SO = \frac{a}{2}$. Gọi I là tâm của mặt cầu. Xác định I và bán kính r của mặt cầu (Tham khảo hình bên).



A. I là giao điểm của đường trung trực SA và đường thẳng SO ; bán kính $r = \frac{3a}{4}$.

B. I trùng với O ; bán kính $r = \frac{a}{2}$.

C. I là giao điểm của đường trung trực SA và đường thẳng AB ; bán kính $r = a$.

D. I là giao điểm của đường trung trực SO và đường thẳng SA ; bán kính $r = \frac{3a}{4}$.

Câu 30: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Từ đỉnh O của hình vuông dựng đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trên Δ lấy điểm S sao cho $SO = \frac{a}{2}$. Gọi I là tâm của mặt cầu. Tính thể tích V_C của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu đó.

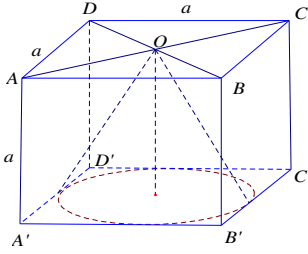
$$A. V_C = \frac{\pi a^3}{16}.$$

$$B. V_C = \frac{9\pi a^3}{16}.$$

$$C. V_C = \frac{9\pi a^3}{8}.$$

$$D. V_C = \frac{3\pi a^3}{16}.$$

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng a . Gọi S là diện tích xung quanh của khối nón có đỉnh tâm O của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Tìm S .



A. $S = \frac{\pi a^2}{2}$.

B. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{2}$.

C. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}$.

D. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{5}$.

Câu 32: Cho hai đường thẳng song song a và b . Gọi (P) và (Q) là hai mặt phẳng thay đổi lần lượt đi qua a, b và vuông góc với nhau. Gọi c là giao tuyến của (P) và (Q) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. c thuộc mặt phẳng cố định.

B. c thuộc mặt nón cố định.

C. c thuộc mặt trụ cố định.

D. c thuộc mặt cầu cố định.

Câu 33: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh tâm O của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

B. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$.

C. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

D. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 34: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ.

A. $S_{tp} = 6\pi$.

B. $S_{tp} = 4\pi$.

C. $S_{tp} = 8\pi$.

D. $S_{tp} = 2\pi$.

Câu 35: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích S_{mc} mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $S_{mc} = \frac{\pi a^2}{3}$.

B. $S_{mc} = \frac{4\pi a^2}{3}$.

C. $S_{mc} = \frac{8\pi a^2}{3}$.

D. $S_{mc} = 8\pi a^2$.

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$ cạnh bằng a . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

D. $S_{xq} = \frac{3\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 37: Cho hình chóp tứ diện đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

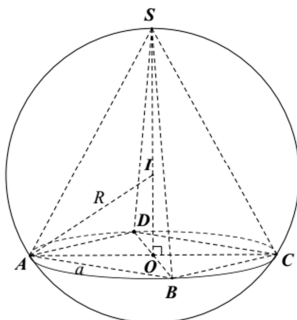
A. $R = \sqrt{3}a$.

B. $R = 2a$.

C. $R = \sqrt{2}a$.

D. $R = \frac{25a}{8}$.

Câu 38: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất. (tham khảo hình bên)



A. $V = 576\sqrt{2}$.

B. $V = 144\sqrt{6}$.

C. $V = 144$.

D. $V = 576$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA = a$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$\text{A. } V_C = \frac{11\pi a^3}{423}.$$

$$\text{B. } V_C = \frac{1296\pi a^3}{343}.$$

$$\text{C. } V_C = \frac{49\pi a^3}{36}.$$

$$\text{D. } V_C = \frac{343\pi a^3}{1296}.$$

Câu 40: Cho hai điểm A, B cố định. M là điểm di động trong không gian sao cho $\widehat{MAB} = 30^\circ$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. M thuộc mặt phẳng cố định.

B. M thuộc mặt cầu cố định.

C. M thuộc mặt nón cố định.

D. M thuộc mặt trụ cố định.

Câu 41: Tính S_{xq} là diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng r và có độ dài đường sinh bằng l .

$$\text{A. } S_{xq} = \pi r^2 l.$$

$$\text{B. } S_{xq} = \pi r l.$$

$$\text{C. } S_{xq} = \pi^2 r l.$$

$$\text{D. } S_{xq} = (\pi r)^2 l.$$

Câu 42: Một hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ đó.

$$\text{A. } S = 12\pi.$$

$$\text{B. } S = 6\pi.$$

$$\text{C. } S = 4\pi.$$

$$\text{D. } S = 8\pi.$$

Câu 43: Một khối tứ diện đều cạnh a nội tiếp một khối nón. Thể tích V_N của khối nón đó.

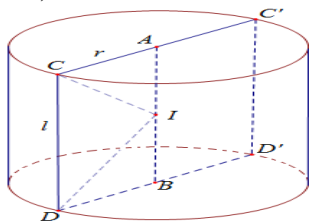
$$\text{A. } V_N = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{27}.$$

$$\text{B. } V_N = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{9}.$$

$$\text{C. } V_N = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{27}.$$

$$\text{D. } V_N = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{27}.$$

Câu 44: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ tròn xoay khi quay đường gấp khúc $BCDA$ xung quanh trục là đường thẳng chứa cạnh AB . (tham khảo hình bên)



$$\text{A. } S_{xq} = \pi a^2.$$

$$\text{B. } S_{xq} = 2\pi a^2.$$

$$\text{C. } S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}.$$

$$\text{D. } S_{xq} = 4\pi a^2.$$

Câu 45: Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

$$\text{A. } S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}.$$

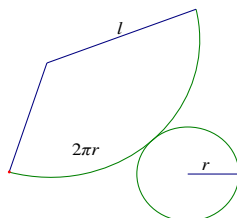
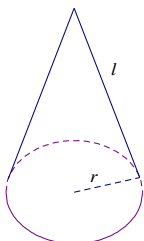
$$\text{B. } S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{C. } S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{D. } S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 46: Nếu cắt mặt xung quanh của hình nón tròn xoay theo một đường sinh rồi trải ra trên mặt phẳng thì ta sẽ được một hình quạt có bán kính bằng độ dài đường sinh của hình nón và một cung tròn có độ dài bằng chu vi đường tròn đáy của hình nón. Gọi S_q là diện tích hình quạt, S_{xq} là diện tích xung

quanh của hình nón. Tìm $\frac{S_q}{S_{xq}}$.



$$\text{A. } \frac{S_q}{S_{xq}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{B. } \frac{S_q}{S_{xq}} = 2.$$

$$\text{C. } \frac{S_q}{S_{xq}} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{D. } \frac{S_q}{S_{xq}} = 1.$$

Câu 47: Cho hình $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

$$\text{A. } S = 12\pi a^2.$$

$$\text{B. } S = 6\pi a^2.$$

$$\text{C. } S = \frac{3\pi a^2}{2}.$$

$$\text{D. } S = 26\pi a^2.$$

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh cùng bằng a . Tìm bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

$$\text{A. } r = a\sqrt{2} \quad \text{B. } r = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad \text{C. } r = a\sqrt{3} \quad \text{D. } r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 49: Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích V của khối nón (N).

$$\text{A. } V = 36\pi. \quad \text{B. } V = 20\pi. \quad \text{C. } V = 12\pi. \quad \text{D. } V = 60\pi.$$

Câu 50: Cho hình lập phương cạnh a nội tiếp trong một mặt cầu. Tính bán kính R đường tròn lớn của mặt cầu đó.

$$\text{A. } R = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \quad \text{B. } R = \frac{a}{2}. \quad \text{C. } R = a\sqrt{3}. \quad \text{D. } R = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 51: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O, r) và (O', r) . Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn (O, r) . Gọi S_1 là diện tích xung quanh của hình trụ và S_2 là diện tích xung quanh của hình nón. Tìm tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

$$\text{A. } \frac{S_1}{S_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad \text{B. } \frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}. \quad \text{C. } \frac{S_1}{S_2} = 2\sqrt{3}. \quad \text{D. } \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 52: Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tìm tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

$$\text{A. } \frac{S_1}{S_2} = 2. \quad \text{B. } \frac{S_1}{S_2} = 1. \quad \text{C. } \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}. \quad \text{D. } \frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 53: Tính thể tích một khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, biết diện tích xung quanh bằng 4π .

$$\text{A. } V_T = \pi. \quad \text{B. } V_T = 2\pi. \quad \text{C. } V_T = 3\pi. \quad \text{D. } V_T = 4\pi.$$

Câu 54: Một hình hộp chữ nhật nội tiếp mặt cầu và có kích thước là a, b, c . Tìm bán kính r của mặt cầu.

$$\begin{aligned} \text{A. } r &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. & \text{B. } r &= \frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. \\ \text{C. } r &= \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. & \text{D. } r &= \sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}. \end{aligned}$$

Câu 55: Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và thiết diện qua trục là hình vuông. Tính thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp hình trụ.

$$\text{A. } V_T = 4r^3. \quad \text{B. } V_T = 2r^3. \quad \text{C. } V_T = 3r^3. \quad \text{D. } V_T = 5r^3.$$

Câu 56: Tính S_{xq} là diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy bằng r và có độ dài đường sinh bằng l .

$$\text{A. } S_{xq} = 2\pi rl. \quad \text{B. } S_{xq} = \pi rl. \quad \text{C. } S_{xq} = 4\pi rl. \quad \text{D. } S_{xq} = \pi r^2 l.$$

Câu 57: Kí hiệu r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính của các mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp, tiếp xúc với các cạnh của một hình lập phương. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

$$\text{A. } r_1 > r_3 > r_2. \quad \text{B. } r_3 > r_1 > r_2. \quad \text{C. } r_1 > r_2 > r_3. \quad \text{D. } r_2 > r_3 > r_1.$$

Câu 58: Một hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên hình hộp bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp một đáy hình hộp và đỉnh là tâm của đáy còn lại của hình hộp.

A. $S_{xq} = \frac{3\pi a^2}{2}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$.

Câu 59: Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Tìm tỉ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp khối nón.

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 2.

Câu 60: Một hình trụ có chiều cao bằng $2\sqrt{2}$ và bán kính đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích xung quanh S của hình trụ đó.

A. $S = 6\pi\sqrt{2}$.

B. $S = \pi\sqrt{6}$.

C. $S = 2\pi$.

D. $S = 2\pi\sqrt{6}$.

Câu 61: Một khối cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Tính bán kính R của khối cầu đó.

A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 62: Cho hình tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a\sqrt{3}$, $SA = a\sqrt{2}$. Tìm bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $R = a$.

B. $R = 2a$.

C. $R = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 63: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh đều bằng a . Tính thể tích khối cầu được tạo nên bởi mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

A. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$.

B. $V = \frac{\sqrt{21}\pi a^3}{54}$.

C. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{21}$.

D. $V = \frac{7\pi a^3}{54}$.

Câu 64: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a, AB = b, AC = c$. Mặt cầu (S) đi qua các đỉnh A, B, C, S có bán kính là r . Tìm r .

A. $r = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

B. $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

C. $r = \frac{2(a+b+c)}{3}$.

D. $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 65: Cho hình trụ có bán kính đáy r , trục $OO' = 2r$ và mặt cầu đường kính OO' . Gọi V_C là thể tích khối cầu và V_T là thể tích khối trụ đó. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

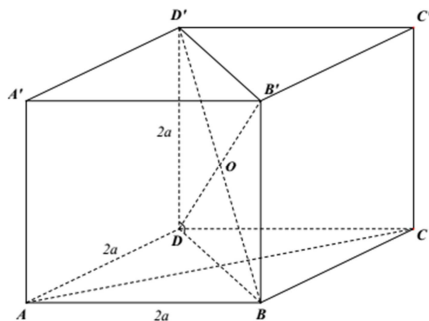
A. $\frac{V_T}{V_C} = \frac{2}{3}$.

B. $\frac{V_T}{V_C} = 3$.

C. $\frac{V_T}{V_C} = 2$.

D. $\frac{V_T}{V_C} = \frac{3}{2}$.

Câu 66: Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$. (tham khảo hình bên)



A. $R = a$.

B. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

C. $R = 2\sqrt{3}a$.

D. $R = \sqrt{3}a$.

Câu 67: Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Có một mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình lăng trụ có đáy là một tứ giác lồi.

B. Có một mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình hộp chữ nhật.

C. Có một mặt cầu đi qua các đỉnh của một tứ diện bất kì.

D. Có một mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình chóp đều.

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$.

C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

D. $V = \frac{\sqrt{15}\pi}{54}$.

Câu 69: Trong các đa diện dưới đây, đa diện nào không luôn luôn nội tiếp được trong mặt cầu ?

A. Hình chóp tam giác (tứ diện).

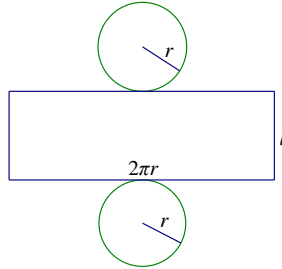
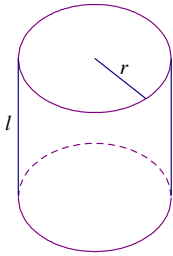
B. Hình chóp ngũ giác.

C. Hình chóp tứ giác.

D. Hình hộp chữ nhật.

Câu 70: Nếu cắt mặt xung quanh của hình trụ theo một đường sinh, rồi trải ra trên một mặt phẳng thì ta sẽ được một hình chữ nhật có một cạnh bằng đường sinh l và một cạnh bằng chu vi của đường tròn đáy. Độ dài đường sinh l bằng chiều cao h của hình trụ. Gọi S_{cn} là diện tích hình chữ nhật, S_{xq} là diện

tích xung quanh của hình trụ. Tìm $\frac{S_{cn}}{S_{xq}}$.



A. $\frac{S_{cn}}{S_{xq}} = 1$.

B. $\frac{S_{cn}}{S_{xq}} = 2$.

C. $\frac{S_{cn}}{S_{xq}} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{S_{cn}}{S_{xq}} = \frac{1}{4}$.

Câu 71: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$, $SA = SB = SC$. Góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Bán kính r mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a là.

A. $r = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

B. $r = 2a\sqrt{3}$.

C. $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 72: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$ và $AA' = 2a$. Tìm bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

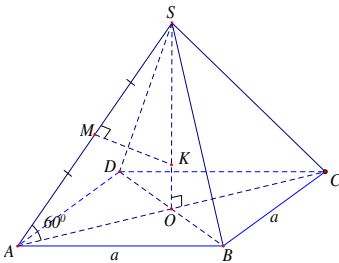
A. $R = \frac{3a}{2}$.

B. $R = \frac{3a}{4}$.

C. $R = 3a$.

D. $R = 2a$.

Câu 73: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. (tham khảo hình bên)



A. $r = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $r = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

C. $r = \frac{5a}{12}$.

D. $r = \frac{5a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 74: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có diện tích bằng $\frac{9}{2}$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó.

A. $S = \frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$.

B. $S = \frac{3\pi\sqrt{2}}{2}$.

C. $S = \frac{\pi\sqrt{5}}{5}$.

D. $S = \frac{9\pi\sqrt{2}}{2}$.

Câu 75: Một khối cầu có thể tích bằng 288π . Tính bán kính R của khối cầu đó.

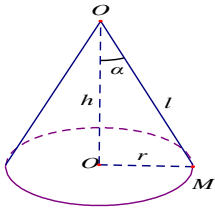
A. $R = 9$.

B. $R = 12$.

C. $R = 3$.

D. $R = 6$.

Câu 76: Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng r , góc ở đỉnh là 2α , $45^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính diện tích xung quanh của hình nón (tham khảo hình bên).



$$\text{A. } S_{xq} = \frac{2\pi r^2}{\sin \alpha}.$$

$$\text{C. } S_{xq} = \frac{\pi r^2}{\cos \alpha}.$$

$$\text{B. } S_{xq} = \frac{\pi r^2}{\sin 2\alpha}.$$

$$\text{D. } S_{xq} = \frac{\pi r^2}{\sin \alpha}.$$

Câu 77: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$\text{A. } S_{mc} = 2\pi a^2. \quad \text{B. } S_{mc} = \pi a^2. \quad \text{C. } S_{mc} = 4\pi a^2. \quad \text{D. } S_{mc} = 3\pi a^2.$$

Câu 78: Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi (P) là mặt phẳng qua BC và vuông góc với $mp(ABC)$. Trong (P) , xét đường tròn (C) đường kính BC . Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu nội tiếp hình nón có đáy là (C) , đỉnh là A .

$$\text{A. } S_{mc} = \pi a^2. \quad \text{B. } S_{mc} = \frac{2\pi a^2}{3}. \quad \text{C. } S_{mc} = \frac{\pi a^2}{3}. \quad \text{D. } S_{mc} = \frac{\pi a^2}{2}.$$

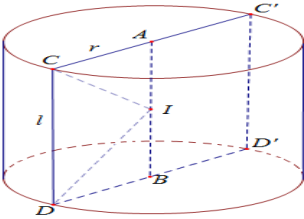
Câu 79: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

$$\text{A. } l = \frac{\sqrt{5}a}{2}. \quad \text{B. } l = 2\sqrt{2}a. \quad \text{C. } l = 3a. \quad \text{D. } l = \frac{3a}{2}.$$

Câu 80: Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

$$\text{A. } V = \frac{\pi a^3}{2}. \quad \text{B. } V = \frac{\pi a^3}{6}. \quad \text{C. } V = \pi a^3. \quad \text{D. } V = \frac{\pi a^3}{4}.$$

Câu 81: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V_C của khối cầu hình trụ tròn xoay khi quay đường gấp khúc $BCDA$ xung quanh trục là đường thẳng chứa cạnh AB . (tham khảo hình bên)



$$\text{A. } V_C = \frac{5\pi a^3}{6}. \quad \text{B. } V_C = \frac{\sqrt{5}\pi a^3}{6}.$$

$$\text{C. } V_C = \frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}. \quad \text{D. } V_C = \frac{\pi a^3}{6}.$$

Câu 82: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

$$\text{A. } l = \sqrt{2}a. \quad \text{B. } l = a. \quad \text{C. } l = 2a. \quad \text{D. } l = \sqrt{3}a.$$

Câu 83: Cho một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

$$\text{A. } r = \frac{5\sqrt{2}\pi}{2}. \quad \text{B. } r = \frac{5\sqrt{2}}{2}. \quad \text{C. } r = 5. \quad \text{D. } r = 5\sqrt{\pi}.$$

Câu 84: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được quay các cạnh của tam giác ABC xung quanh trục AB .

$$\text{A. } l = a\sqrt{5}. \quad \text{B. } l = a\sqrt{3}. \quad \text{C. } l = 3a. \quad \text{D. } l = 5a.$$

Câu 85: Cho hai điểm A, B cố định và điểm M di động thỏa mãn điều kiện $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Hỏi các điểm M thuộc mặt nào trong các mặt sau?

$$\text{A. Mặt nón.} \quad \text{B. Mặt trụ.} \quad \text{C. Mặt phẳng.} \quad \text{D. Mặt cầu.}$$

Câu 86: Cho tam giác vuông ABC có hai cạnh góc vuông $CB = a$, $CA = b$. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng CA . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

$$\text{A. } V = \frac{\pi}{3}ab. \quad \text{B. } V = \frac{\pi}{3}a^3. \quad \text{C. } V = \frac{\pi}{3}a^2b. \quad \text{D. } V = \frac{\pi}{3}ab^2.$$

Câu 87: Tính diện tích S của mặt cầu có bán kính $R = a\sqrt{3}$.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 3\pi a^2$. C. $S = 12\pi a^2$. D. $S = 4\sqrt{3}\pi a^2$.

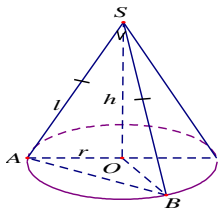
Câu 88: Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi (P) là mặt phẳng qua BC và vuông góc với $mp(ABC)$. Trong (P) , xét đường tròn (C) đường kính BC . Tìm bán kính r mặt cầu (S) đi qua (C) và điểm A .

- A. $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $r = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $r = a\sqrt{3}$.

Câu 89: Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

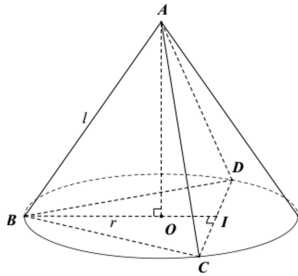
- A. $S = 25\pi^2\sqrt{1025}\text{cm}^2$. B. $S = 25625\pi\text{cm}^2$.
C. $S = \pi\sqrt{1025}\text{cm}^2$. D. $S = 25\pi\sqrt{1025}\text{cm}^2$.

Câu 90: Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O bán kính r . Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S của hình nón cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác SAB vuông cân tại S . Biết diện tích tam giác SAB là $\frac{3r^2}{4}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón (Tham khảo hình bên).



- A. $S_{xq} = \frac{\pi r^2 \sqrt{3}}{4}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi r^2 \sqrt{6}}{4}$.
C. $S_{xq} = \frac{\pi r^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi r^2 \sqrt{6}}{2}$.

Câu 91: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh đáy bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N) . (tham khảo hình bên)



- A. $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi a^2$. B. $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi a^2$.
C. $S_{xq} = 6\pi a^2$. D. $S_{xq} = 12\pi a^2$.

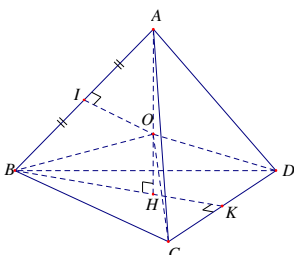
Câu 92: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có $SA = 2$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính thể tích V khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\pi}{2\sqrt{29}}$. B. $V = \frac{\pi}{6\sqrt{29}}$. C. $V = \frac{\pi}{3\sqrt{29}}$. D. $V = \frac{\pi}{24\sqrt{29}}$.

Câu 93: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình vuông cạnh a và các cạnh bên cùng tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích của khối nón có đỉnh S và đáy của hình nón đó là hình tròn có đường kính bằng AC .

- A. $V_N = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $V_N = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$. C. $V_N = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. D. $V_N = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$.

Câu 94: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh là a . Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đã cho. (tham khảo hình bên)



- A. $r = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. B. $r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.
C. $r = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $r = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 95: Cho hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh cùng bằng a . Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

A. $S_{mc} = \frac{7\pi a^2}{2}$.

B. $S_{mc} = \frac{7\pi a^2}{6}$.

C. $S_{mc} = \frac{7\pi a^2}{3}$.

D. $S_{mc} = 7\pi a^2$.

Câu 96: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

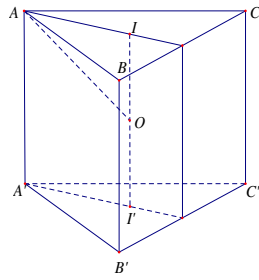
A. Hình chóp có đáy là tứ thì có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 97: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh đều bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ (Tham khảo hình bên).



A. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

B. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

C. $S = \frac{7\pi a^2}{2}$.

D. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

Câu 98: Gọi O_1, O_2, O_3 lần lượt là tâm của các mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp, tiếp xúc với các cạnh của một hình lập phương. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. O_1 trùng với O_2 .

B. O_1, O_2, O_3 trùng nhau.

C. O_2 trùng với O_3 .

D. O_3 trùng với O_1 .

Câu 99: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên $AA' = \frac{2a}{3}$.

Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

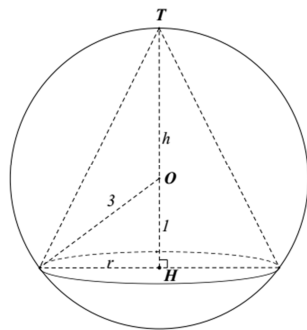
A. $V = \frac{8\pi a^3}{81}$.

B. $V = \frac{32\pi a^3}{81}$.

C. $V = \frac{16\pi a^3}{81}$.

D. $V = \frac{4\pi a^3}{81}$.

Câu 100: Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H . Gọi T là giao điểm của tia OH với (S) . Tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là đường tròn (C) . (tham khảo hình bên)



A. $V = 32\pi$.

B. $V = \frac{16\pi}{3}$.

C. $V = \frac{32\pi}{3}$.

D. $V = 16\pi$.

Câu 101: Cho tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền $AB = 2a$. Trên đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) , lấy điểm S khác A ta được tứ diện $SABC$. Mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc bằng 30° . Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$.

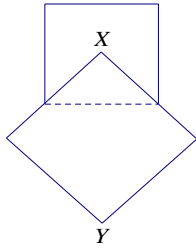
A. $r = \frac{a\sqrt{21}}{3}$.

B. $r = \frac{a\sqrt{42}}{6}$.

C. $r = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

D. $r = \frac{a\sqrt{42}}{2}$.

Câu 102: Cho hai hình vuông cùng có cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY .



$$\text{A. } V = \frac{125(1+\sqrt{2})\pi}{6}.$$

$$\text{C. } V = \frac{125(2+\sqrt{2})\pi}{24}.$$

$$\text{B. } V = \frac{125(5+4\sqrt{2})\pi}{12}.$$

$$\text{D. } V = \frac{125(5+4\sqrt{2})\pi}{24}.$$

Câu 103: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Mọi hình hộp đều có mặt cầu ngoại tiếp.
 B. Mọi hình hộp chữ nhật đều có mặt cầu ngoại tiếp.
 C. Mọi hình hộp đứng đều có mặt cầu ngoại tiếp.
 D. Mọi hình hộp có một mặt bên vuông góc với đáy đều có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 104: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại B , $AA' = AC = a\sqrt{2}$. Tính diện tích S mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 16\pi a^2$. C. $S = 8\pi a^2$. D. $S = 2\pi a^2$.

Câu 105: Cho mặt cầu tâm O , bán kính R . Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và chiều cao là h ($h > R$). Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

- A. $h = \sqrt{3}R$. B. $h = \frac{3R}{2}$. C. $h = \sqrt{2}R$. D. $h = \frac{4R}{3}$.

Câu 106: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh là a . Tính diện tích S_c của mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện.

- A. $S_c = 3\pi a^2$. B. $S_c = \frac{\pi a^2}{2}$. C. $S_c = \frac{3\pi a^2}{2}$. D. $S_c = \frac{3\pi a^2}{4}$.

Câu 107: Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng 4.

- A. $S = 16\pi\sqrt{3}$. B. $S = 24\pi$. C. $S = 8\pi\sqrt{3}$. D. $S = 48\pi$.

Câu 108: Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích V của khối nón (N) .

- A. $V = 60\pi$. B. $V = 20\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 12\pi$.

Câu 109: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Tính thể tích V của khối trụ.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 110: Cho tứ diện $SABC$ có ba cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đã cho.

- A. $S = 8\pi a^2$. B. $S = 14\pi a^2$. C. $S = 24\pi a^2$. D. $S = \frac{7\pi a^2}{2}$.

Câu 111: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi V_1 là thể tích khối lập phương và V_2 là thể tích khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đã cho. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$.

Câu 112: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có $AC = 2\sqrt{2}$, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $S = \frac{112\pi}{3}$. B. $S = 40\pi$. C. $S = \frac{224\pi}{3}$. D. $S = 160\pi$.

Câu 113: Tính diện tích S của mặt cầu có bán kính đáy bằng r .

A. $S = 4\pi r$. B. $S = 2\pi r^2$. C. $S = 4\pi r^2$. D. $S = \pi r^2$.

Câu 114: Một hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$, bán kính đáy $r = 25$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S = 125\pi$ B. $S = 25\pi\sqrt{41}$. C. $S = 125\pi\sqrt{41}$. D. $S = 25\pi$.

Câu 115: Cho hình nón có đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối nón được tạo nên từ hình nón đã cho.

A. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{6}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{6}}{12}$.

Câu 116: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. B. $S_{xq} = 12\pi$. C. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Câu 117: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Từ đỉnh O của hình vuông dựng đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trên Δ lấy điểm S sao cho $SO = \frac{a}{2}$. Gọi I là tâm của mặt cầu. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu đó.

A. $S_{mc} = \frac{3\pi a^2}{4}$. B. $S_{mc} = \frac{\pi a^2}{4}$. C. $S_{mc} = \frac{9\pi a^2}{4}$. D. $S_{mc} = \frac{9\pi a^2}{2}$.

Câu 118: Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng r , góc ở đỉnh là $2\alpha, 45^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính thể tích của khối nón.

A. $V_N = \pi r^3 \cot 2\alpha$. B. $V_N = \frac{4\pi r^3 \cot \alpha}{3}$. C. $V_N = \frac{\pi r^3 \cot \alpha}{3}$. D. $V_N = \frac{\pi r^3 \tan \alpha}{3}$.

Câu 119: Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm của đáy trên và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp đáy dưới của hình lập phương. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó.

A. $S = \frac{a^2\pi\sqrt{5}}{4}$. B. $S = \frac{a^2\pi\sqrt{5}}{2}$. C. $S = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{4}$. D. $S = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$.

Câu 120: Gọi V là thể tích của khối cầu bán kính đáy bằng r . Tìm V .

A. $V = 4\pi r^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. C. $V = \frac{1}{3}\pi r^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi r^2$.

Câu 121: Khẳng định nào dưới đây sai? Các hình chóp sau đây luôn có các đỉnh nằm trên một mặt cầu:

- A. Hình chóp tứ giác. B. Hình chóp đều n -giác.
C. Hình chóp tam giác. D. Hình chóp đều ngũ giác.

Câu 122: Cho tam giác ABC vuông tại $A, AB = 2a, AC = a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón được tạo nên khi quay các cạnh của tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $S = \pi a^2\sqrt{3}$. B. $S = \pi a^2\sqrt{5}$. C. $S = \pi a^2\sqrt{2}$. D. $S = \pi a^2\sqrt{7}$.

Câu 123: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 5. Một hình nón tròn xoay được sinh ra khi quay các cạnh của tam giác $AA'C'$ xung quanh trục AA' . Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S = 25\pi\sqrt{6}$. B. $S = 25\pi\sqrt{2}$. C. $S = 25\pi\sqrt{3}$. D. $S = 25\pi$.

Câu 124: Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Tính diện tích đáy S_r của cái lọ hình trụ.

A. $S_r = 9\pi r^2$. B. $S_r = 18\pi r^2$. C. $S_r = 36\pi r^2$. D. $S_r = 16\pi r^2$.

Câu 125: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh cùng bằng a . Tính bán kính r của mặt cầu nội tiếp hình chóp đó.

A. $r = \frac{a\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})}$. B. $r = \frac{a\sqrt{3}}{4(1+\sqrt{3})}$. C. $r = \frac{a\sqrt{2}}{4(1+\sqrt{3})}$. D. $r = \frac{a\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{3})}$.

Câu 126: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng a . Gọi V là thể tích của khối nón có đỉnh tâm O của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Tìm V .

A. $V = \frac{1}{6}\pi a^3$. B. $V = \frac{1}{24}\pi a^3$. C. $V = \frac{1}{12}\pi a^3$. D. $V = \frac{1}{3}\pi a^3$.

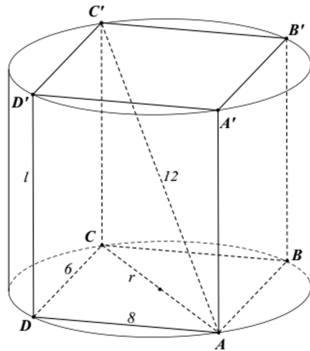
Câu 127: Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = 2\sqrt{6}$, $B'C' = 3$, diện tích mặt đáy bằng 12. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho.

A. $V = \frac{343\pi}{6}$. B. $V = \frac{343\pi}{2}$. C. $V = \frac{343\pi}{8}$. D. $V = \frac{343\pi}{24}$.

Câu 128: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a}{2}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$. D. $S_{xq} = \pi a^2$.

Câu 129: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 8$, $CD = 6$, $AC' = 12$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$. (tham khảo hình bên)



A. $S_{tp} = 5(4\sqrt{11} + 5)\pi$. B. $S_{tp} = 576\pi$.

C. $S_{tp} = 10(2\sqrt{11} + 5)\pi$. D. $S_{tp} = 26\pi$.

Câu 130: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA = a$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

A. $S_{mc} = \frac{7\pi a^2}{6}$. B. $S_{mc} = \frac{36\pi a^2}{49}$. C. $S_{mc} = \frac{6\pi a^2}{7}$. D. $S_{mc} = \frac{49\pi a^2}{36}$.

Câu 131: Cho hình trụ có bán kính $R = a$, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Tính diện tích xung quanh S của hình trụ đó.

A. $S = 9\pi a^2$. B. $S = 12\pi a^2$. C. $S = 3\pi a^2$. D. $S = 6\pi a^2$.

Câu 132: Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 16\pi\sqrt{3}$. D. $V = 12\pi$.

Câu 133: Gọi V là thể tích của khối trụ tròn xoay có chiều cao h và có bán kính đáy bằng r . Tìm V .

A. $V = \pi rh$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3}\pi rh$. D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

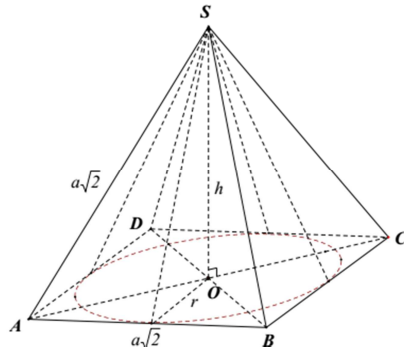
Câu 134: Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn thẳng AC' của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh b khi quay xung quanh trục AA' . Tìm S .

A. $S = \pi b^2\sqrt{3}$. B. $S = \pi b^2\sqrt{6}$. C. $S = 6\pi b^2$. D. $S = \pi b^2\sqrt{2}$.

Câu 135: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện đã cho.

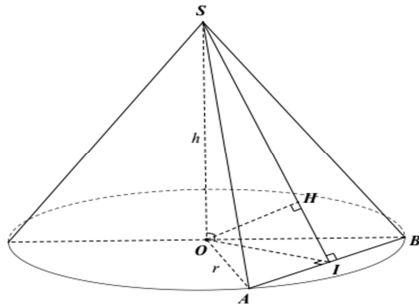
- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{8}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 136: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$. (tham khảo hình bên)



- A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.
C. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Câu 137: Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) . (tham khảo hình bên)



- A. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$.
C. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. D. $d = a$.

Câu 138: Trong mặt phẳng cho một hình lục giác đều cạnh a . Tính thể tích V_{KTX} của khối tròn xoay có được khi quay hình lục giác đó quanh đường thẳng đi qua hai đỉnh đối diện của nó.

- A. $V_{KTX} = \frac{3\pi a^3}{4}$. B. $V_{KTX} = \frac{\pi a^3}{4}$. C. $V_{KTX} = \pi a^3$. D. $V_{KTX} = \frac{\pi a^3}{8}$.

Câu 139: Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = 2\sqrt{3}R$. B. $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$. C. $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$. D. $a = 2R$.

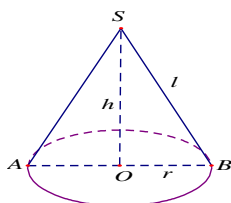
Câu 140: Một hình trụ có hai đáy là hình nón nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Tính thể tích V_T của khối trụ.

- A. $V_T = 4\pi a^3$. B. $V_T = \frac{\pi a^3}{2}$. C. $V_T = \frac{3\pi a^3}{4}$. D. $V_T = \frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 141: Cho hai điểm cố định A, B và một điểm M di động trong không gian thỏa mãn điều kiện $\widehat{MAB} = \alpha$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Hỏi điểm M thuộc mặt nào trong các mặt dưới đây?

- A. Mặt trụ. B. Mặt phẳng. C. Mặt cầu. D. Mặt nón.

Câu 142: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được một thiết diện là một tam giác đều cạnh $2a$. Tìm diện tích xung quanh S của hình nón (tham khảo hình bên).



- A. $S = \pi a^2$. B. $S = 2\pi a^2$.
C. $S = 2\sqrt{3}\pi a^2$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 143: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.

C. $V = \sqrt{3}\pi a^3$.

D. $V = \pi a^3$.

Câu 144: Cho tam giác vuông ABC có hai cạnh góc vuông $CB = a$, $CA = b$. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng CB . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

A. $V = \frac{\pi}{3} a^2 b$.

B. $V = \frac{\pi}{3} b^3$.

C. $V = \frac{\pi}{3} ab$.

D. $V = \frac{\pi}{3} ab^2$.

Câu 145: Một hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy. Hình nón có đỉnh là tâm đáy trên của hình trụ và đáy là hình tròn đáy dưới của hình trụ. Gọi V_1 là thể tích hình trụ, V_2 là thể tích hình nón. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

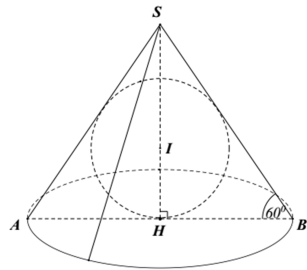
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = 3$.

Câu 146: Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60° . Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N) . (tham khảo hình bên)



A. $V = 3\pi$.

B. $V = 3\sqrt{3}\pi$.

C. $V = 9\sqrt{3}\pi$.

D. $V = 9\pi$.

Câu 147: Một hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông, diện tích xung quanh bằng 4π . Tính diện tích S_{mc} mặt cầu ngoại tiếp hình trụ.

A. $S_{mc} = 12\pi$.

B. $S_{mc} = 8\pi$.

C. $S_{mc} = 10\pi$.

D. $S_{mc} = 6\pi$.

Câu 148: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$, cạnh bên SA tạo với đáy một góc 60° . Một hình nón có đỉnh S , đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó.

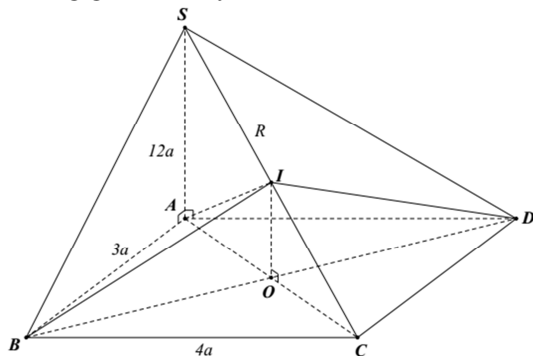
A. $S = \frac{3\pi a^2}{2}$.

B. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

C. $S = \frac{2\pi a^2}{3}$.

D. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

Câu 149: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. (tham khảo hình bên)



A. $R = 6a$.

B. $R = \frac{5a}{2}$.

C. $R = \frac{17a}{2}$.

D. $R = \frac{13a}{2}$.

Câu 150: Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{cm}$. Tính thể tích V của khối nón tạo thành bởi hình nó đó.

A. $V = \frac{500\pi}{3} \text{cm}^3$.

B. $V = \frac{12500\pi}{3} \text{cm}^3$.

C. $V = \frac{125\pi}{3} \text{cm}^3$.

D. $V = \frac{2500\pi}{3} \text{cm}^3$.

Câu 151: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AB = a, BC = a\sqrt{2}, SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $V = 2\pi a^3 \sqrt{6}$. B. $V = \pi a^3 \sqrt{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 152: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{7}$. B. $V = \frac{\sqrt{15}\pi}{4}$. C. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. D. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$.

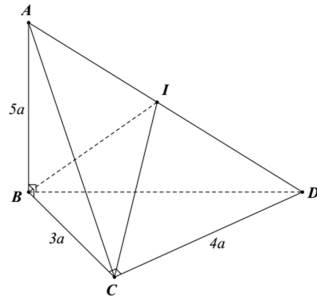
Câu 153: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh đều bằng a . Xác định bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

- A. $r = \frac{a\sqrt{7}}{6}$. B. $r = \frac{a\sqrt{21}}{3}$. C. $r = \frac{a\sqrt{21}}{6}$. D. $r = \frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 154: Tìm số mặt cầu chứa đường tròn cho trước.

- A. 2. B. 0. C. Vô số. D. 1.

Câu 155: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a, BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. (tham khảo hình bên)



- A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$. B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.
C. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$. D. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 156: Cho tam giác đều ABC có cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = \pi a^2$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 157: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đó.

- A. $V = a^2 \pi h$. B. $V = \frac{a^2 \pi h}{9}$. C. $V = 3a^2 \pi h$. D. $V = \frac{a^2 \pi h}{3}$.

Câu 158: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tìm độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

- A. $l = 3a$. B. $l = 2a$. C. $l = \frac{3a}{2}$. D. $l = 2\sqrt{2}a$.

Câu 159: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $S_{xq} = 2\pi a^2$. B. $S_{xq} = \frac{\sqrt{2}}{2} \pi a^2$. C. $S_{xq} = \pi a^2$. D. $S_{xq} = \sqrt{2} \pi a^2$.

Câu 160: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- A. $V = 3\pi a^2 h$. B. $V = \pi a^2 h$. C. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. D. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$.

Câu 161: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh BC . Biết rằng $AB = a, AC = a\sqrt{3}$, đường thẳng SA hợp với đáy một góc 60° . Một hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{2}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{5}}{2}$.

ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A																				
B																				
C																				
D																				

	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	12
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
A																				
B																				
C																				
D																				

	12 1	12 2	12 3	12 4	12 5	12 6	12 7	12 8	12 9	13 0	13 1	13 2	13 3	13 4	13 5	13 6	13 7	13 8	13 9	14 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	14 1	14 2	14 3	14 4	14 5	14 6	14 7	14 8	14 9	15 0	15 1	15 2	15 3	15 4	15 5	15 6	15 7	15 8	15 9	16 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	161
A	
B	
C	
D	

CHUYÊN ĐỀ 7

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

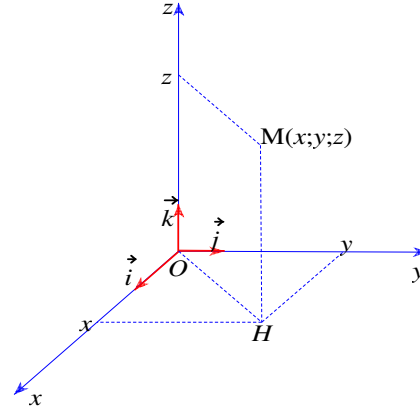
A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

1. Hệ trục tọa độ trong không gian

Cho ba trục Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz . Hệ gồm ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc $Oxyz$ trong không gian hay đơn giản được gọi là hệ tọa độ $Oxyz$.

- Điểm O được gọi là gốc tọa độ
- Trục Ox gọi là trục hoành
- Trục Oy gọi là trục tung
- Trục Oz gọi là trục cao
- Các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ.



Chú ý: $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1, \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$

2. Tọa độ của một điểm

$M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, (x : hoành độ; y : tung độ; z : cao độ)

Chú ý:

- $M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0 \Rightarrow M(x; y; 0); M \in (Oyz) \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow M(0; y; z); M \in (Oxz) \Leftrightarrow y = 0 \Rightarrow M(x; 0; z)$
- $M \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0 \Rightarrow M(x; 0; 0); M \in Oy \Leftrightarrow x = z = 0 \Rightarrow M(0; y; 0); M \in Oz \Leftrightarrow x = y = 0 \Rightarrow M(0; 0; z)$

3. Tọa độ của vector

$\vec{a} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, (x : hoành độ; y : tung độ; z : cao độ)

Chú ý: $\vec{0} = (0; 0; 0), \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1)$ trong đó $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là vector chỉ phương của các trục Ox, Oy, Oz và là vector pháp tuyến của các mặt phẳng $(Oyz), (Oxz), (Oxy)$.

Tính chất: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:

$$\begin{aligned} \vec{a} \pm \vec{b} &= (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3) & k\vec{a} &= (ka_1; ka_2; ka_3), k \in \mathbb{R} & \vec{a} = \vec{b} &\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases} \end{aligned}$$

4. Liên hệ giữa tọa độ điểm và tọa độ vector

Trong không gian $Oxyz$, cho $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B), C(x_C; y_C; z_C), D(x_D; y_D; z_D)$

① $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

② M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số k ($k \neq -1$) $\Leftrightarrow \vec{MA} = k\vec{MB}$. Khi đó: $M\left(\frac{x_A - kx_B}{1 - k}; \frac{y_A - ky_B}{1 - k}; \frac{z_A - kz_B}{1 - k}\right)$

③ M trung điểm đoạn thẳng AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$

- ④ G là trọng tâm của tam giác ABC suy ra $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}; \frac{y_A+y_B+y_C}{3}; \frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$
- ⑤ G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ suy ra $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4}; \frac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4}; \frac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right)$

⑥ Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Cách xác định tọa độ tâm I .

Cách 1.

- ♦ Viết phương trình mặt phẳng trung trực $(\alpha), (\beta)$ của AB, BC
- ♦ Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .
- ♦ Giải hệ phương trình gồm: $(\alpha), (\beta)$ và (ABC) suy ra tọa độ điểm I .

Cách 2. Tọa độ tâm I thỏa mãn hệ phương trình
$$\begin{cases} I \in (ABC) \\ IA = IB \\ IA = IC \end{cases}$$

⑦ Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Cách xác định tọa độ tâm I .

- ♦ Tính $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}$ và BC, CA, AB .
 - ♦ Tọa độ điểm I thỏa mãn: $BC \cdot \overrightarrow{IA} + CA \cdot \overrightarrow{IB} + AB \cdot \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Từ đó suy ra tọa độ điểm I .
- $$x_I = \frac{BC \cdot x_A + CA \cdot x_B + AB \cdot x_C}{BC + CA + AB}; y_I = \frac{BC \cdot y_A + CA \cdot y_B + AB \cdot y_C}{BC + CA + AB}; z_I = \frac{BC \cdot z_A + CA \cdot z_B + AB \cdot z_C}{BC + CA + AB}$$

5. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng và các ứng dụng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:

- ♦ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$
- ♦ $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
- ♦ $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$
- ♦ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$
- ♦ $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}, \vec{b} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, (b_1, b_2, b_3 \neq 0)$
- ♦ Khoảng cách giữa hai điểm A và B : $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
- ♦ Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}, (\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0})$

6. Tích có hướng của hai vectơ

a. Định nghĩa: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $[\vec{a}, \vec{b}]$ hoặc $\vec{a} \wedge \vec{b}$, được xác định bởi:

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \vec{e}_3 = (a_2 b_3 - a_3 b_2; a_3 b_1 - a_1 b_3; a_1 b_2 - a_2 b_1). \text{ Chú ý: } \vec{a} \wedge \vec{b} = -(\vec{b} \wedge \vec{a})$$

b. Tính chất

- ♦ Nếu $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ thì $\begin{cases} \vec{c} \perp \vec{a} \\ \vec{c} \perp \vec{b} \end{cases}$
- ♦ $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$
- ♦ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{0}$
- ♦ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \vec{c} \cdot (\vec{a} \wedge \vec{b}) = 0$

c. Ứng dụng của tích có hướng

- ♦ Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD} = |\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}|$

- ♦ Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}|$
- ♦ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AA'}|$
- ♦ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}|$

-----o0o----- §2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

I. Lý thuyết cơ bản

1. Vector pháp tuyến (VTPT) của mặt phẳng:

Vector $\vec{n} \neq \vec{0}$ có giá vuông góc $mp(\alpha)$ gọi là VTPT của $mp(\alpha)$

2. Phương trình: $mp(\alpha)$ qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ có phương trình dạng:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (1)$$

Chú ý :

- ♦ Nếu $mp(\alpha)$ có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ (2) thì $mp(\alpha)$ có 1 VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$
 - ♦ Mặt phẳng đi qua $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ phương trình có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, (abc \neq 0)$.
 - ♦ Phương trình các mặt phẳng tọa độ: $(Oyz): x = 0; (Oxz): y = 0; (Oxy): z = 0$
 - ♦ Điều kiện để xác định VTPT của mặt phẳng:
- ① Dùng định nghĩa: $\vec{n} \neq \vec{0}$ và có giá vuông góc với $mp(\alpha) \Leftrightarrow \vec{n}$ là VTPT của $mp(\alpha)$
 - ② Nếu $mp(\alpha)$ song song hoặc chứa giá $\vec{a}, \vec{b}$ (không cùng phương) thì $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ là một VTPT của $mp(\alpha)$
3. Vị trí tương đối của hai mp $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$
- ♦ $(\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \begin{cases} (A_1; B_1; C_1) = k(A_2; B_2; C_2) \\ D_1 = k.D_2 \end{cases}$
 - ♦ $(\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \begin{cases} (A_1; B_1; C_1) = k(A_2; B_2; C_2) \\ D_1 \neq k.D_2 \end{cases}$
 - ♦ $(\alpha) \cap (\beta) = d \Leftrightarrow (A_1; B_1; C_1) \neq k(A_2; B_2; C_2)$
 - ♦ $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$
4. Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ là $d(M, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$
5. Góc giữa hai mặt phẳng: $\cos(\alpha, \beta) = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{n}_\beta|}$

II. Các dạng toán

Vấn đề 1. Lập phương trình mặt phẳng

Cách 1: (Xác định yếu tố: VTPT và điểm, như bảng dưới đây)

- Từ giả thiết, xác định các vector và các yếu tố khác (nếu cần)
- Xác định tọa độ VTPT và tọa độ một điểm của mặt phẳng
- Thay vào phương trình (1). Thu gọn và kết luận

Cách 2: (Xác định hệ số)

- Gọi PT mp đã cho có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0, (2)$
- Từ giả thiết, xác định 4 hệ số A, B, C, D (kiểm tra điều kiện, nếu có)
- Thay vào phương trình (2). Kết luận

Dạng	Tính chất của $mp(\alpha)$ (giả thiết cho)	Đi qua điểm	VTPT
1	$mp(\alpha)$ qua 3 điểm A, B, C	A, B, C	$\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$
2	$mp(\alpha)$ là mặt phẳng trung trực đoạn AB	M là trung điểm AB	$\vec{n}_\alpha = \overrightarrow{AB}$

3	mp(α) qua M và song song (β): $Ax + By + Cz + D = 0$	M	$\vec{n}_\alpha = \vec{n}_\beta = (A; B; C)$
4	mp(α) qua M và vuông góc đường thẳng (d)	M	$\vec{n}_\alpha = \vec{a}_d$
	mp(α) qua M và vuông góc đường thẳng AB	M	$\vec{n}_\alpha = \vec{AB}$
5	mp(α) qua A, B và song song (d)	A hoặc B	$\vec{n}_\alpha = [\vec{AB}, \vec{u}_d]$
	mp(α) qua A, B và song song CD	A hoặc B	$\vec{n}_\alpha = [\vec{AB}, \vec{CD}]$
	mp(α) chứa (d) và song song (d')	Lấy $M \in (d)$	$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]$
	mp(α) chứa (d) và song song AB	Lấy $M \in (d)$	$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{AB}]$
6	mp(α) qua 2 điểm M, N và vuông góc mp(β)	M hoặc N	$\vec{n}_\alpha = [\vec{MN}, \vec{n}_\beta]$
	mp(α) chứa (d) và vuông góc mp(β)	Lấy $M \in (d)$	$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{n}_\beta]$
7	mp(α) qua điểm M và vuông góc 2 mp (β), (γ)	M	$\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_\beta, \vec{n}_\gamma]$
8	mp(α) qua điểm M và song 2 đt (d), (d')	M	$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]$
9	mp(α) qua điểm M , vuông góc mp(β) và song đt (d)	M	$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{n}_\beta]$
10	mp(α) chứa (d) và đi qua $M \notin (d)$	M hoặc Lấy $N \in (d)$	$\vec{n}_\alpha = [\vec{MN}, \vec{u}_d]$

Vấn đề 2. Tìm H là hình chiếu của M trên mp(α)

Cách 1. H là hình chiếu của M trên mp(α): $Ax + By + Cz + D = 0$

Ta có: $\begin{cases} H \in (\alpha) \\ \overrightarrow{MH}, \vec{n}_\alpha \text{ cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Ax_H + By_H + Cz_H + D = 0 \\ \frac{x_H - x_M}{A} = \frac{y_H - y_M}{B} = \frac{z_H - z_M}{C} \end{cases} \Rightarrow \text{tọa độ điểm } H.$

Cách 2. Viết phương trình đường thẳng (d) qua M và vuông góc mp(α) $\Rightarrow$ Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình gồm phương trình của (d) và (α).

Ta có phương trình: $A(x_M + At) + B(y_M + Bt) + C(z_M + Ct) = 0 \Rightarrow t = ?$ và tìm được tọa độ điểm H .

Vấn đề 3. Tìm điểm M' đối xứng với M qua mp(α)

Tìm hình chiếu H của M trên mp(α) $\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow$ Tọa độ điểm M' .

Vấn đề 4. Xét vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng: Phương pháp

Với $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ là vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha_1), (\alpha_2)$ và lấy điểm $M_0 \in (\alpha_1)$.

$$\begin{aligned} \diamond \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ M_0 \in (\alpha_2) \end{cases} &\Rightarrow (\alpha_1) \equiv (\alpha_2) & \diamond \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ M_0 \notin (\alpha_2) \end{cases} &\Rightarrow (\alpha_1) // (\alpha_2) \\ \diamond \vec{n}_1 \neq k\vec{n}_2 &\Rightarrow (\alpha_1) \cap (\alpha_2) = d & \diamond \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 &\Rightarrow (\alpha_1) \perp (\alpha_2) \end{aligned}$$

Vấn đề 5. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$. Khoảng cách từ điểm

M_0 đến mặt phẳng (α), kí hiệu $d(M_0, (\alpha))$, được tính bởi công thức: $d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

Nhận xét: Nếu H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (α) thì $d(M, (\alpha)) = MH$

Chú ý:

- Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm tùy ý trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia: Cho $(\alpha) // (\beta)$, $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\alpha))$, $M \in (\beta)$ hay $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta))$, $M \in (\alpha)$
- Khoảng cách giữa một đường thẳng song song với một mặt phẳng là khoảng cách từ một điểm tùy ý

trên đường thẳng đến mặt phẳng.

Vấn đề 6. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0, (\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$, gọi $\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta$ lần lượt là hai vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng.

$$\text{Gọi } \varphi \text{ là góc giữa hai mặt phẳng } (\alpha) \text{ và } (\beta), \text{ ta có: } \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{n}_\beta|} = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$$

-----o0o-----

§3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

I. Lý thuyết cơ bản

1. Vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng: Vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ và có giá song song hoặc trùng với đường thẳng (d) gọi là VTCP của đường thẳng (d) .

2. Phương trình: Đường thẳng d đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có VTCP $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, có:

① Phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \quad (1)$$

② Phương trình chính tắc:
$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}, (a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \neq 0) \quad (2)$$

Chú ý:

• Phương trình các trục tọa độ: $Ox: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}; \quad Oy: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}; \quad Oz: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

• Điều kiện để xác định VTCP của đường thẳng:

① Dùng định nghĩa: $\vec{u} \neq \vec{0}$ và có giá song song hoặc trùng với $(d) \Leftrightarrow \vec{u}$ là VTCP của (d)

② Nếu (d) vuông góc giá $\vec{a}, \vec{b}$ (không cùng phương) thì $\vec{u} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ là một VTCP của (d)

3. Vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng: $(d): \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ và $(d'): \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$

Xét hệ phương trình:
$$\begin{cases} x_0 + a_1 t = x'_0 + a'_1 t' \\ y_0 + a_2 t = y'_0 + a'_2 t' \\ z_0 + a_3 t = z'_0 + a'_3 t' \end{cases} \quad (*)$$

♦ Nếu hệ (*) có nghiệm duy nhất thì d cắt d' tại một điểm

♦ Nếu hệ (*) có vô số nghiệm thì d trùng với d'

♦ Nếu hệ (*) vô nghiệm thì d và d' không có điểm chung

Khi đó:

- Nếu hai VTCP của d và d' cùng phương suy ra $d \parallel d'$
- Nếu hai VTCP của d và d' không cùng phương suy ra d và d' chéo nhau.

4. Vị trí tương đối đường thẳng và mặt phẳng:

Cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ và mp $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Lập phương trình $A(x_0 + a_1 t) + B(y_0 + a_2 t) + C(z_0 + a_3 t) + D = 0$ (*), (t là ẩn)

▪ (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$

▪ (*) có đúng 1 nghiệm $t = t_0 \Leftrightarrow d \cap (\alpha) = M(x_0 + a_1 t_0; y_0 + a_2 t_0; z_0 + a_3 t_0)$

▪ (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$

5. Tính khoảng cách

a. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và điểm M

$$\text{Khi đó: } d(M, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{M_0 M} \wedge \vec{a}|}{|\vec{a}|}$$

Cách khác: Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ , ta thực hiện các bước sau:

Bước 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa M và vuông góc với Δ

Bước 2. Tìm giao điểm H của Δ và (α)

Bước 3. Khoảng cách từ M đến Δ chính là khoảng cách giữa hai điểm M và H : $d(M, \Delta) = MH$

b. Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song

Để tính khoảng cách giữa đường thẳng Δ song song với một mặt phẳng (α) , ta thực hiện các bước:

Bước 1. Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ tùy ý trên Δ

Bước 2. Khoảng cách giữa Δ và (α) chính là khoảng cách từ điểm M_0 đến (α) : $d(\Delta, (\alpha)) = d(M_0, (\alpha))$

$$\text{và } d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

c. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Cho hai đường thẳng chéo nhau Δ và Δ'

♦ Δ qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{a}$ ♦ Δ' qua điểm B và có vectơ chỉ phương $\vec{b}$.

$$\text{Khi đó: } d(\Delta, \Delta') = \frac{|(\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\vec{a} \wedge \vec{b}|}$$

Cách khác: Để tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau Δ và Δ' , ta thực hiện các bước:

Bước 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và song song với Δ'

Bước 2. Lấy một điểm $M'_0(x'_0; y'_0; z'_0)$ tùy ý trên Δ'

Bước 3. Khoảng cách giữa Δ và Δ' chính là khoảng cách từ điểm M'_0 đến (α) : $d(\Delta, \Delta') = d(M'_0, (\alpha))$

II. Các dạng toán

Vấn đề 1. Lập phương trình đường thẳng:

Phương pháp: (Xác định yếu tố: VTCP và điểm, như bảng dưới đây)

B1. Từ giả thiết, xác định các vectơ và các yếu tố khác liên quan (nếu cần)

B2. Xác định tọa độ VTCP và tọa độ một điểm của đường thẳng

B3. Thay vào phương trình tham số hay phương trình chính tắc

Các dạng

Dạng	Tính chất của đường thẳng d (giả thiết cho)	Đi qua điểm	VTCP
1	Đường thẳng d đi qua A, B	A, B	$\vec{u}_d = \vec{AB}$
2	Đường thẳng d qua A và song song đt Δ	A	$\vec{u}_d = \vec{u}_\Delta$
3	Đường thẳng d qua A và vuông góc mp(α)	A	$\vec{u}_d = \vec{n}_\alpha$
4	Đường thẳng d qua A và vuông góc 2 đt d_1, d_2	A	$\vec{u}_d = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}]$
5	Đường thẳng d qua A và song mp(α), mp(β) (hay song mp này và chứa trong mp còn lại)	A	$\vec{u}_d = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta]$
6	Đường thẳng d là giao tuyến của mp(α), mp(β)	Lấy $I \in (\alpha) \cap (\beta)$	$\vec{u}_d = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta]$
7	Đường thẳng d qua A , vuông góc đường thẳng Δ và song (hay chứa trong) mp(α)	A	$\vec{u}_d = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_\alpha]$
8	Đường thẳng d qua A , vuông góc đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2	A	$\vec{u}_d = [\vec{u}_{d_1}, \vec{n}_\alpha]$ (Với mp(α) là mp qua A và d_2)
9	Đường thẳng d qua A , vuông góc và cắt đường thẳng Δ	A và B (Tìm B là h/chiều của A lên Δ)	$\vec{u}_d = \vec{AB}$
10	Đường thẳng d là hình chiếu của đường thẳng Δ lên (α)	A' và B' (lần lượt là h/chiều của A, B lên (α); lấy $A, B \in \Delta$)	$\vec{u}_d = \vec{A'B'}$
11	Đường thẳng d qua A và cắt 2 đường thẳng d_1, d_2	A	$\vec{u}_d = [[\vec{u}_{d_1}, \vec{AM}], [\vec{u}_{d_2}, \vec{AN}]]$ (Lấy $M \in d_1, N \in d_2$)

Vấn đề 2. Tìm H là hình chiếu của M trên đường thẳng (d). Giả sử đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

Cách 1. H là hình chiếu của M trên đường thẳng (d) $\Leftrightarrow \begin{cases} H \in (d) \\ \overrightarrow{MH} \perp \vec{u}_d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{tọa độ điểm } H \text{ thỏa mãn } (d) \\ \overrightarrow{MH} \cdot \vec{a}_d = 0 \end{cases}$

Giải hệ phương trình, tìm tọa độ điểm H .

Cách 2. Viết PT mp(α) qua M và vuông góc với (d) $\Rightarrow$ Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình gồm phương trình của (d) và (α). Từ phương trình (α): $a_1(x - x_M) + a_2(y - y_M) + a_3(z - z_M) = 0$

Suy ra phương trình: $a_1(x_0 + a_1 t - x_M) + a_2(y_0 + a_2 t - y_M) + a_3(z_0 + a_3 t - z_M) = 0 \Rightarrow t = ? \Rightarrow$ tọa độ điểm H .

Vấn đề 3. Tìm tọa độ điểm M' là đối xứng với M qua đường thẳng d :

Tìm hình chiếu H của M trên (d) $\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow$ tọa độ điểm M' .

Vấn đề 4. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng d và d' lần lượt đi qua hai điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$, $M'_0(x'_0; y'_0; z'_0)$ và có vectơ chỉ

phương lần lượt $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{a}' = (a'_1; a'_2; a'_3)$. Đặt $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{a}'$, ta có các điều kiện sau:

- $d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = \vec{0} \\ M_0 \notin d' \end{cases}$
- $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = \vec{0} \\ M_0 \in d' \end{cases}$
- d cắt $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \neq \vec{0} \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} = 0 \end{cases}$
- d và d' chéo nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \neq \vec{0} \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{MM'} \neq 0 \end{cases}$

$$5. d \perp d' \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{a'} = 0$$

Vấn đề 5. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, mặt phẳng (α) có phương trình: $Ax + By + Cz + D = 0$. Gọi $\vec{n} = (A; B; C)$ là vectơ pháp tuyến của (α) . Ta có các điều kiện:

$$1. d // (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ M_0 \notin (\alpha) \end{cases}$$

$$2. d \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ M_0 \in (\alpha) \end{cases}$$

$$3. d \text{ cắt } (\alpha) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{n} \neq 0$$

$$4. d \perp (\alpha) \Leftrightarrow \vec{n} = k\vec{a}, \text{ với mọi } k \text{ là số thực}$$

Vấn đề 6. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và điểm M

$$\text{Khi đó: } d(M, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{M_0M} \wedge \vec{a}|}{|\vec{a}|}$$

-----o0o-----

§4. MẶT CẦU

I. Lý thuyết cơ bản
1. Phương trình:

① Phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ bán kính R có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ (1)

② Phương trình dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2) (với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$) là phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

2. Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

Cho (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$ và $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Gọi $d = d(I, (\alpha))$ là khoảng cách từ tâm I đến mp (α) :

- $d > R$: $(S) \cap (\alpha) = \emptyset$
- $d = R$: (α) tiếp xúc (S) tại H (H : tiếp điểm, (α) : tiếp diện)
- $d < R$: (α) cắt (S) theo đường tròn có tâm H là hình chiếu của I lên (α) và bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

II. Các dạng toán
Vấn đề 1. Lập phương trình mặt cầu: Phương pháp lập phương trình mặt cầu:

Cách 1: (Xác định yếu tố: Tâm và bán kính, như bảng dưới đây)

B1. Từ giả thiết, xác định các vectơ và các yếu tố khác liên quan (nếu cần)

B2. Xác định tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu

B3. Thay vào PT (1).

Dạng	Tính chất của mặt cầu (giả thiết cho)	Tâm	Bán kính
1	Mặt cầu (S) tâm I đi qua A	I	$R = IA$
2	Mặt cầu (S) đường kính AB	I là trung điểm AB	$R = \frac{AB}{2}$
3	Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc mp (α)	I	$R = d(I, (\alpha))$
4	Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc đường thẳng Δ	I	$R = d(I, \Delta)$

Cách 2 : (Xác định hệ số)

B1. Gọi mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, (2)

B2. Từ giả thiết lập hệ 4 phương trình gồm các ẩn a, b, c, d . Giải hệ đó, tìm a, b, c, d

B3. Thay vào phương trình (2)

Dạng 5: Mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ (hay đi qua 4 điểm A, B, C, D)

• Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2)

• $A, B, C, D \in (S) \Rightarrow$ tọa độ 3 điểm A, B, C, D thỏa mãn (2).

• Giải hệ tìm a, b, c, d

Dạng 6: Mặt cầu (S) đi qua 3 điểm A, B, C và tâm $I \in (\alpha)$

• Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2) $\Rightarrow$ tâm $I(a, b, c)$

• $A, B, C \in (S) \Rightarrow$ tọa độ 3 điểm A, B, C thỏa mãn PT(2) và tâm $I(a; b; c) \in (\alpha)$

• Giải hệ 4 phương trình trên tìm a, b, c, d

Dạng 7: Mặt cầu (S) đi qua 2 điểm A, B và tâm $I \in (d)$

Cách 1: Nếu đường thẳng (d) cho bởi phương trình chính tắc:

• Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2) $\Rightarrow$ tâm $I(a; b; c)$

• $A, B \in (S) \Rightarrow$ tọa độ điểm A, B thỏa mãn (2) và tâm $I(a; b; c) \in (d)$

• Giải hệ 4 phương trình trên tìm a, b, c, d

Cách 2: Nếu đường thẳng (d) cho bởi phương trình tham số

• $I \in (d) \Rightarrow I(x_0 + a_1t; y_0 + a_2t; z_0 + a_3t)$

• $A, B \in (S) \Leftrightarrow AI^2 = BI^2$. Ta được phương trình ẩn t , giải tìm t , tìm được tọa độ điểm I

Vấn đề 2. Phương trình tiếp diện (α) của mặt cầu:

Dạng 1: Mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) tại $A \Rightarrow$ mp (α) qua A và có vtpt $\vec{n} = \overrightarrow{IA}$

Dạng 2: Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) và vuông góc đường thẳng Δ (có vtcp $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$)

• Mặt phẳng (α) vuông góc $\Delta \Rightarrow$ mp (α) nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm vtpt $\Rightarrow$ PT mp (α) có dạng: $a_1x + a_2y + a_3z + m = 0$ (m chưa biết)

• Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R$

Dạng 3: Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) và song song với mp (β) (có vtpt $\vec{n} = (A; B; C)$)

• Mặt phẳng (α) song song $(\beta) \Rightarrow$ mp (α) nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ làm vtpt $\Rightarrow$ PT mp (α) có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ (D chưa biết)

• Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R$. Tìm được D

Dạng 4: Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) và song song 2 đường thẳng $(d_1), (d_2)$:

• Mặt phẳng (α) song song 2 đường thẳng (d_1) và $(d_2) \Rightarrow$ VTPT của mp (α) là $\vec{n} = [\overrightarrow{a_{d_1}}, \overrightarrow{a_{d_2}}]$

$\Rightarrow$ PT mp (α) có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ (D chưa biết)

• Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R$. Tìm được D

Vấn đề 3. Tìm tiếp điểm H của mặt cầu (S) và mp (α) (Khi đó H là hình chiếu của tâm I trên mp (α))

Như dạng toán tìm hình chiếu của điểm lên mặt phẳng

Vấn đề 4. Giao điểm của đường thẳng và mặt cầu:

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ (1) và mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ (2)

• Thay phương trình đường thẳng d (1) vào phương trình mặt cầu (2), giải tìm t ,

• Thay t vào (1), tìm được tọa độ giao điểm

Vấn đề 5. Tìm bán kính r và tâm H của đường tròn (C) (với (C) là thiết diện của mp (α) và mặt cầu (S))

• Bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, \alpha)}$ (với I là tâm và R là bán kính mặt cầu (S))

• Tìm tâm H là hình chiếu vuông góc của tâm I trên mp (α)

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1; -1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN .

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(\alpha): x + y - z + 5 = 0$ và $(\beta): 2x + 2y - 2z + 3 = 0$. Tìm khoảng cách d giữa (α) và (β) .

A. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{7\sqrt{3}}{6}$. B. $d((\alpha), (\beta)) = 2$. C. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{7}{2}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4z + 12 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $mp(P)$ cắt (S) theo một đường tròn.

B. $mp(P)$ không cắt (S) .

C. $mp(P)$ đi qua tâm của mặt cầu (S) .

D. $mp(P)$ tiếp xúc mặt cầu (S) .

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+5}{-2}$ và hai điểm $A(-2; 1; 1), B(-3; -1; 2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $3\sqrt{5}$.

A. $M(-2; 1; -5)$ hoặc $M(-14; -35; 19)$.

B. $M(-2; 1; -5)$ hoặc $M(-14; 35; 19)$.

C. $M(2; 1; 5)$ hoặc $M(14; 35; 19)$.

D. $M(2; 1; -5)$ hoặc $M(-14; -35; 19)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(5; 1; 3), B(-5; 1; -1), C(1; -3; 0), D(3; -6; 2)$. Tìm tọa độ của điểm A' đối xứng với A qua $mp(BCD)$.

A. $A'(1; 7; 5)$.

B. $A'(-1; 7; 5)$.

C. $A'(1; -7; -5)$.

D. $A'(1; -7; 5)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{3}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với (α) . Tính khoảng cách d giữa (α) và (β) .

A. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{3}{14}$. B. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{9}{\sqrt{14}}$. C. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{3}{\sqrt{14}}$. D. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{9}{14}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có diện tích bằng 6 nằm trong mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y + z + 5 = 0$. Tính thể tích V hình chóp $S.ABC$ với $S(1; 1; 1)$.

A. $V = 12\sqrt{2}$.

B. $V = 8$.

C. $V = 4$.

D. $V = 3\sqrt{6}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(2; 0; 1)$ đến đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

A. $d(M, d) = \sqrt{3}$.

B. $d(M, d) = \sqrt{12}$.

C. $d(M, d) = \sqrt{2}$.

D. $d(M, d) = 2\sqrt{6}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt

phẳng $(P): x+y+2z-1=0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. d song song với (P) . B. d nằm trong (P) .
C. d vuông góc với (P) . D. Góc giữa d và (P) bằng 45° .

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;-1)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 16x-12y-15z-4=0$. Tính độ dài của đoạn AH .

- A. $AH=55$. B. $AH=\frac{22}{5}$. C. $AH=\frac{11}{5}$. D. $AH=\frac{11}{25}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1), B(-1;0;4), C(0;-2;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC ?

- A. $x-2y+5z-5=0$. B. $x-2y-5z=0$. C. $x-2y-5z+5=0$. D. $x-2y-5z-5=0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;5)$ và $B(0;0;1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với Oy có phương trình nào dưới đây?

- A. $4x+y-z+1=0$. B. $4x-z+1=0$. C. $2x+z-5=0$. D. $y+4z-1=0$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;-4;3)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z-3=0$. Tìm khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (α) .

- A. $d(M,(\alpha))=1$. B. $d(M,(\alpha))=3$. C. $d(M,(\alpha))=11$. D. $d(M,(\alpha))=2$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$, điểm D thuộc trục Oy và thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tìm tọa độ đỉnh D .

- A. $D(0;-7;0)$. B. $D(0;-7;0)$ hoặc $D(0;8;0)$.
C. $D(0;8;0)$. D. $D(0;7;0)$ hoặc $D(0;-8;0)$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d_2: \begin{cases} x=1+2t' \\ y=-1+2t' \\ z=2-2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. d_1, d_2 chéo nhau. B. d_1, d_2 trùng nhau. C. $d_1 // d_2$. D. d_1, d_2 cắt nhau.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+3t \\ y=1+2t \\ z=3-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d': \begin{cases} x=t' \\ y=1+t' \\ z=-3+2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa d và d' .

- A. $6x+8y-z+11=0$. B. $6x-8y+z+11=0$. C. $6x-8y+z+13=0$. D. $6x-8y+z-13=0$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): mx+y+(n-2)z+m+2=0$. Với mọi số thực m, n mặt phẳng (α) luôn đi qua điểm cố định có tọa độ là điểm nào dưới đây?

A. $N(2;1;0)$.

B. $M(1;2;0)$.

C. $Q(0;1;-2)$.

D. $P(-1;-2;0)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 3y - 2z - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z - 11 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) . Tìm tọa độ tâm H và bán kính r của (C) .

A. Tâm $H(3;2;1)$, bán kính $r = 5$.

B. Tâm $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{13}{7}\right)$, bán kính $r = 4$.

C. Tâm $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{3}{7}\right)$, bán kính $r = 4$.

D. Tâm $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{1}{7}\right)$, bán kính $r = 5$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2y + z = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(\alpha) // Ox$.

B. $(\alpha) // Oy$.

C. $(\alpha) // (yOz)$.

D. $Ox \subset (\alpha)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

A. $x - 2 = y - 1 = z - 1$.

B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

D. $x + 2 = y + 1 = z + 1$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = -5 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$$d': \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 - 2t', t' \in \mathbb{R} \\ z = 5 + 3t' \end{cases}$$

Viết phương trình đường vuông góc chung của d và d' .

A. $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

B. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

C. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{2}$.

D. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;0), B(1;1;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB và phương trình mặt cầu (S) có tâm O , tiếp xúc với mp (P) .

A. $(P): 2x + 2y + 2z - 7 = 0, (S): x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{9}$.

B. $(P): 2x + 2y + 2z - 1 = 0, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

C. $(P): x - y + z - 1 = 0, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

D. $(P): 2x - 2y + 2z - 1 = 0, (S): x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{12}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = t \\ y = -t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2 \end{cases}$$

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;1)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$.

B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

D. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 2t' \\ z = 3 - 4t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

A. d_1 và d_2 chéo nhau.

B. d_1 và d_2 cắt nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau.

D. d_1 và d_2 song song.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;a), B(b;0;0), C(0;c;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1.$

B. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$

C. $\frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = 1.$

D. $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1.$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 - t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y - z + 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt (P) .

B. d vuông góc với (P) .

C. d song song với (P) .

D. d nằm trên (P) .

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và

$d_2: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d qua $A(6;1;-4)$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $d: \frac{x-2}{-4} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{4}$.

B. $d: \frac{x}{-4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$.

C. $d: \frac{x-2}{-4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{4}$.

D. $d: \frac{x-2}{-4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{4}$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;1), B(0;2;3), C(2;1;0)$. Tìm độ dài đường cao h của tam giác kẻ từ C .

A. $h = \frac{\sqrt{26}}{3}$.

B. $h = \frac{\sqrt{26}}{2}$.

C. $h = \sqrt{26}$.

D. $h = 26$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{1}$.

Viết phương trình đường thẳng đi qua O và M và viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua O .

A. $OA: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}, (S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

B. $OA: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}, (S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

C. $OA: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}, (S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $OA: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}, (S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

Câu 30: Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc M' của điểm $M(2;0;1)$ trên đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

A. $M'(0; -2; 1)$.

B. $M'(1; 0; 2)$.

C. $M'(-1; 4; 0)$.

D. $M'(2; 2; 3)$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d qua M và vuông góc với (P) và phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ và tiếp xúc với (P) .

A. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t, t \in \mathbb{R}, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 0. \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + 2t, t \in \mathbb{R}, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 4. \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 1. \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2t, t \in \mathbb{R}, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 2. \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4z - 1 = 0$. Mặt cầu nào trong các mặt cầu sau đây tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $x^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 1$.

B. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 1$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 1$.

D. $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 1$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm có tọa độ nào dưới đây?

A. $(1; 0; 0), (0; 0; 1)$.

B. $\left(0; \frac{1}{3}; 0\right), (0; 0; 1)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right), \left(0; -\frac{1}{3}; 0\right), (0; 0; 1)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right), \left(0; -\frac{1}{3}; 0\right)$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - t \end{cases}$,

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = 2 + 2s, s \in \mathbb{R} \\ z = -s \end{cases} \text{ . Viết phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng } d_1, d_2 \text{ .}$$

A. $y + 2z - 2 = 0$.

B. $x + 2y - 2 = 0$.

C. $x + 2z - 2 = 0$.

D. $x + y + 2z - 2 = 0$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, $mp(\alpha): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua A , cắt d và song song với $mp(\alpha)$ có phương trình nào dưới đây?

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2t \end{cases}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R} \text{ . Viết phương trình mặt phẳng cắt đều hai đường thẳng } d_1, d_2 \text{ .}$$

A. $x-5y+2z-12=0$. **B.** $x+5y+2z+12=0$. **C.** $x+5y-2z-12=0$. **D.** $x+5y+2z-12=0$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-4=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt (α) . **B.** $d // (\alpha)$. **C.** $d \subset (\alpha)$. **D.** $d \perp (\alpha)$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm của mặt cầu (S) và vuông góc với (P) và xác định tọa độ giao điểm M của d và (P) .

A. $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{1}, M(3;1;3)$. **B.** $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}, M(3;0;3)$.

C. $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}, M(3;3;3)$. **D.** $d: \frac{x-5}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}, M(3;0;3)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-y-1=0$. Điểm $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O trên mặt phẳng (Q) . Tìm góc φ giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $\varphi = 30^\circ$. **B.** $\varphi = 90^\circ$. **C.** $\varphi = 45^\circ$. **D.** $\varphi = 60^\circ$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chữ nhật có hai đỉnh $A(-2;3;0), B(2;3;0)$ và một cạnh nằm trên trục Ox . Khối tròn xoay sinh bởi hình chữ nhật đó khi quay quanh trục Oy có thể tích V ?

A. $V = 12\pi$. **B.** $V = 12\pi^2$. **C.** $V = 6\pi$. **D.** $V = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-5)$. Gọi M, N, P là hình chiếu của A trên ba trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (MNP) .

A. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$. **B.** $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1$. **C.** $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 0$. **D.** $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} + 1 = 0$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ và

$d_2: \begin{cases} x=2t \\ y=1+4t, t \in \mathbb{R} \\ z=2+6t \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. d_1, d_2 chéo nhau. **B.** d_1, d_2 cắt nhau. **C.** d_1, d_2 trùng nhau. **D.** $d_1 // d_2$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -\frac{9}{5} - t \\ y = 5t \\ z = \frac{7}{5} + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng

$(P): 3x-2y+3z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của d trên (P) . Trong các vectơ sau, vectơ nào không phải là vectơ chỉ phương của d' ?

A. $\vec{a} = (5;51;39)$. **B.** $\vec{b} = (5;-51;-39)$. **C.** $\vec{d} = (-5;51;39)$. **D.** $\vec{c} = (10;-105;-78)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (γ) là mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;-5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0, (\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Viết phương trình của mặt phẳng (γ) .

A. $2x + y - 2z - 15 = 0$. **B.** $2x + y - 2z - 16 = 0$. **C.** $x + y + z + 3 = 0$. **D.** $2x + y - 2z + 15 = 0$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; -1; -2); B(0; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của A trên (P) và viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) .

A. $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right), (Q): 2x - 2y + 2z + 1 = 0$. **B.** $H\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), (Q): x - 2y - z - 1 = 0$.

B. $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right), (Q): x - 2y + z + 1 = 0$.

C. $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), (Q): x - y + z + 1 = 0$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$ và mp $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. Mặt phẳng chứa d và vuông góc với mp (P) có phương trình nào dưới đây?

A. $2x + y - 2z - 8 = 0$. **B.** $2x - 2y + z + 8 = 0$. **C.** $2x + 2y + z - 8 = 0$. **D.** $2x - 2y + z - 8 = 0$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = z + 3$.

Viết phương trình mặt phẳng (A, d) .

A. $23x + 17y + z - 60 = 0$.

B. $23x + 17y - z + 14 = 0$.

C. $23x - 17y - z + 14 = 0$.

D. $23x - 17y + z - 14 = 0$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 3), B(-1; 3; 2), C(-1; 2; 3)$. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O tới mp (ABC) .

A. $d = \sqrt{3}$.

B. $d = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $d = \frac{3}{2}$.

D. $d = 3$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 1; 1), B(1; 3; 5), C(1; 1; 4), D(2; 3; 2)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. AB, CD có chung trung điểm.

B. $CD \perp IJ$.

C. $AB \perp IJ$.

D. $IJ \perp (ABC)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; -1); B(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của A trên (P) và viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với (P) .

A. $H(1; 1; 1), (Q): 10x + 2y + 3z - 15 = 0$.

B. $H(1; -1; 1), (Q): 10x - 2y + 3z - 15 = 0$.

C. $H(-1; 1; 1), (Q): 4x - 2y + z + 5 = 0$.

D. $H(1; -1; -1), (Q): x - y + z - 1 = 0$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và

$d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t', t' \in \mathbb{R} \\ z = 20 + t' \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm M của d và d' .

A. $M(5; -1; 20)$.

B. $M(3; 7; 18)$.

C. $M(3; -2; 1)$.

D. $M(-3; -2; 6)$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng qua $M(0;0;-1)$ và song

song với hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}, d_2: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2 \\ z = -1+5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

A. $5x - 2y - 3z - 3 = 0.$

B. $5x - 2y - 3z - 21 = 0.$

C. $5x - 2y - 3z + 3 = 0.$

D. $5x - 2y - 3z + 21 = 0.$

Câu 53: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6-4t \\ y = -2-t \\ z = -1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Tìm tọa độ hình chiếu của A trên đường thẳng d là điểm nào dưới đây ?

A. $Q(-2;3;1).$

B. $M(2;-3;-1).$

C. $P(2;3;1).$

D. $N(2;-3;1).$

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số:

$\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -3t \\ z = -3+5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$ Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

A. $x+2 = y = z-3.$

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}.$

C. $x-2 = y = z+3.$

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}.$

Câu 55: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc M' của điểm

$M(2;0;1)$ trên đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}.$

A. $M'(2;2;3).$

B. $M'(1;0;2).$

C. $M'(0;-2;1).$

D. $M'(-1;-4;0).$

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình của đường thẳng là giao tuyến hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 3 = 0$ và $(Q): x + y + z - 1 = 0.$

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}.$

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}.$

C. $\frac{x}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}.$

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}.$

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 7 = 0$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P) . Viết phương trình mặt cầu có đường kính MM' .

A. $\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{11}{3}\right)^2 = 8.$

B. $\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{8}{3}.$

C. $\left(x + \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{10}{3}.$

D. $\left(x + \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{5}{8}.$

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$ Viết phương trình

đường vuông góc chung của d và trục Ox .

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t, t \in \mathbb{R}. \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2-t, t \in \mathbb{R}. \\ z = t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = t, t \in \mathbb{R}. \\ z = t \end{cases}$

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;0;1), B(-1;-2;0), C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với $mp(ABC)$ có phương trình nào dưới đây ?

A. $\begin{cases} x = \frac{1}{3} - 5t \\ y = -\frac{1}{3} - 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + 5t \\ y = -\frac{1}{3} + 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + 5t \\ y = -\frac{1}{3} - 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{1}{3} - 5t \\ y = -\frac{1}{3} - 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = -3t \end{cases}$

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;-1;3)$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Tìm khoảng cách d từ điểm A đến đường thẳng d .

A. $d = \sqrt{8}$.

B. $d = \sqrt{3}$.

C. $d = \sqrt{6}$.

D. $d = \sqrt{14}$.

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) vuông góc với d tại giao điểm của d và (P) . Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -2 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(x + y + z) - 22 = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 6z + 14 = 0$. Tìm khoảng cách d từ tâm I của mặt cầu (S) tới mặt phẳng (P) .

A. $d = 3$.

B. $d = 4$.

C. $d = 2$.

D. $d = 1$.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Trong ba điểm $O(0;0;0), M(1;2;3), N(2;-1;-1)$ có bao nhiêu điểm thuộc mặt cầu (S) ?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 64: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a, b, c là những số dương thay đổi sao cho $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$. Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định có tọa độ là điểm nào dưới đây ?

A. $J(2;2;2)$.

B. $I(1;1;1)$.

C. $K\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $H\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 65: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1;0;2)$ và $\vec{v} = (0;-1;1)$. Trong các vector sau, vector nào cùng phương với $[\vec{u}, \vec{v}]$?

A. $\vec{a} = (-2;1;1)$.

B. $\vec{b} = (1;1;1)$.

C. $\vec{c} = (0;1;-1)$.

D. $\vec{d} = (2;2;-1)$.

Câu 66: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm một vector chỉ phương của giao tuyến hai mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z - 1 = 0$ và $(Q): x + 4y - 3z + 2 = 0$.

A. $\vec{u} = (5;4;1)$.

B. $\vec{u} = (-1;-4;5)$.

C. $\vec{u} = (1;4;5)$.

D. $\vec{u} = (1;-4;-5)$.

Câu 67: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t, t \in \mathbb{R} \\ z=-1+t \end{cases} \text{ và điểm } A(1;2;3). \text{ Viết phương trình đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } A, \text{ vuông góc với } d_1 \text{ và}$$

cắt d_2 .

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+3}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.

Câu 68: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) . Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;-1;6), B(-3;-1;-4), C(5;-1;0), D(1;2;1)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V = 50$.

B. $V = 30$.

C. $V = 40$.

D. $V = 60$.

Câu 70: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu tâm $I(4;2;-2)$ bán kính R tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 12x - 5z - 19 = 0$. Tìm bán kính R .

A. $R = 13$.

B. $R = 39$.

C. $R = \frac{39}{\sqrt{13}}$.

D. $R = 3$.

Câu 71: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2), D(2;2;2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính R bằng bao nhiêu?

A. $R = 3$.

B. $R = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $R = \sqrt{3}$.

D. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 72: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C ; trọng tâm tam giác ABC là $G(-1;-3;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) .

A. $x + y - z - 5 = 0$.

B. $2x - 3y - z - 1 = 0$.

C. $x + 3y - 2z + 1 = 0$.

D. $6x + 2y - 3z + 18 = 0$.

Câu 73: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t, t \in \mathbb{R} \\ z=3-t \end{cases}$ và

$$d': \begin{cases} x=1+2t' \\ y=-1+2t', t' \in \mathbb{R} \\ z=2-2t' \end{cases} \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

A. d chéo với d' .

B. $d \equiv d'$.

C. $d // d'$.

D. d cắt d' .

Câu 74: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;6;-3)$ và các mặt phẳng $(\alpha): x-2=0, (\beta): y-6=0, (\gamma): z+3=0$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $(\alpha) \perp (\beta)$.

B. (α) đi qua I .

C. $(\beta) // (xOz)$.

D. $(\gamma) // Oz$.

Câu 75: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm $A(3;4;3)$ có phương trình nào dưới đây?

A. $2x + 2y + z - 17 = 0$.

B. $2x + 4y + z - 17 = 0$.

C. $2x + 2y + 2z - 17 = 0$.

D. $x + y + z - 17 = 0$.

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases}$ và

$$d': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}. \text{ Tính khoảng cách } h \text{ giữa } d \text{ và } d'.$$

A. $h = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $h = \sqrt{2}$.

C. $h = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

D. $h = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 77: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d qua A và vuông góc với (P) và tìm tọa độ điểm đối xứng A' của A qua (P) .

A. $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{1}, A'(-1;1;2)$.

B. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z}{-1}, A'(-1;-1;2)$.

C. $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{1}, A'(1;1;2)$.

D. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z}{1}, A'(1;-1;2)$.

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;0;2), B(3;0;5), C(1;1;0), D(4;1;2)$. Tìm độ dài đường cao h của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) .

A. $h = \sqrt{11}$.

B. $h = \frac{\sqrt{11}}{11}$.

C. $h = 1$.

D. $h = 11$.

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;3;1), N(5;6;-2)$. Đường thẳng MN cắt $mp(Oxz)$ tại điểm A . Điểm A chia đoạn MN theo tỉ số k là bao nhiêu?

A. $k = \frac{1}{2}$.

B. $k = 2$.

C. $k = -2$.

D. $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 80: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và $(Q): x - y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến (R) bằng 2.

A. $y - z - 2\sqrt{2} = 0$.

B. $x - z + 2\sqrt{2} = 0$.

C. $x - z \pm 2\sqrt{2} = 0$.

D. $x - y \pm 2\sqrt{2} = 0$.

Câu 81: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $I(0;0;3)$.

Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I .

A. $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{8}{3}$.

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 = \frac{8}{3}$.

C. $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$.

D. $(S): x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 2$.

Câu 82: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): 2x + y + z + 3 = 0$, $(Q): x - y - z - 1 = 0$ và $(R): y - z + 2 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $(P) \perp (R)$.

B. Không có điểm nào cùng thuộc ba mặt phẳng trên.

C. $(Q) \perp (R)$.

D. $(P) \perp (Q)$.

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng qua gốc tọa độ O , đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) .

A. $2x + y - 2z = 0$.

B. $2x + y - 2z + 1 = 0$.

C. $2x - y - 2z = 0$.

D. $2x - y + 2z = 0$.

Câu 84: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Xác định điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng OM .

- A. $M(-1;0;0)$ hoặc $M(0;2;0)$. B. $M(1;0;0)$ hoặc $M(2;0;0)$.
C. $M(-1;0;0)$ hoặc $M(2;0;0)$. D. $M(2;1;0)$ hoặc $M(1;2;0)$.

Câu 85: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3;0;0), B(0;-6;0), C(0;0;6)$ và $mp(\alpha): x+y+z-4=0$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC trên $mp(\alpha)$ là điểm nào dưới đây?

- A. $K(2;-1;-3)$. B. $N(-2;-1;3)$. C. $H(2;-1;3)$. D. $M(2;1;3)$.

Câu 86: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+mt \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d': \begin{cases} x=1-t' \\ y=2+2t' \\ z=3-t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để d cắt d' .

- A. $m=-1$. B. $m=2$. C. $m=1$. D. $m=0$.

Câu 87: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): x-4y+z+12=0$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng (α) ?

- A. $x-4y+z+3=0$. B. $x-4y+z+4=0$. C. $x-4y+z-4=0$. D. $x-4y+z-12=0$.

Câu 88: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(1;-2;-1), C(1;-1;1)$. Gọi (S) là quỹ tích điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 - MC^2 = 9$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. (S) là một đường thẳng. B. (S) là mặt cầu tâm O bán kính bằng 3.
C. (S) là một mặt phẳng. D. (S) là mặt cầu tâm O bán kính bằng 1.

Câu 89: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;1), B(1;2;1), C(1;1;2)$ và $D(2;2;1)$. Tìm tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $I(3;3;3)$. B. $I(3;-3;3)$. C. $I(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2})$. D. $I(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$.

Câu 90: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+9}{6}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 và khoảng cách từ M đến (P) bằng nhau.

- A. $M(0;1;3)$ hoặc $M(\frac{18}{35}; \frac{53}{35}; \frac{3}{35})$. B. $M(0;1;-3)$ hoặc $M(\frac{18}{35}; \frac{53}{35}; \frac{3}{35})$.
C. $M(0;1;-3)$ hoặc $M(\frac{8}{35}; \frac{53}{35}; \frac{13}{35})$. D. $M(1;1;3)$ hoặc $M(\frac{1}{35}; \frac{5}{35}; \frac{3}{35})$.

Câu 91: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ mà $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(1;0;4)$. B. $M(0;-1;4)$. C. $M(-1;0;4)$. D. $M(1;0;-4)$.

Câu 92: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;1), B(-1;2;3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A , vuông góc với hai đường thẳng AB và Δ .

A. $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{-4}$.

B. $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{4}$.

C. $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{4}$.

D. $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}$.

Câu 93: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=1+t \\ z=-1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và hai mặt phẳng

$(P): x-y+z+1=0$ và $(Q): 2x+y-z-4=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $d \perp (P), d \perp (Q)$.

B. $d // (P)$.

C. $d // (Q)$.

D. $d = (P) \cap (Q)$.

Câu 94: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Viết phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 .

A. $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{4}$.

B. $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-9}{4}$.

C. $\frac{x-7}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{-4}$.

D. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-4}$.

Câu 95: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm $A(2;-3;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) .

A. $3x+2y=0$.

B. $2x+3y=0$.

C. $3x-2y+z=0$.

D. $2x-3y=0$.

Câu 96: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $|\vec{u}|=2, |\vec{v}|=5, (\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{6}$. Tìm độ dài d của vector $[\vec{u}, \vec{v}]$.

A. $d=5$.

B. $d=8$.

C. $d=5\sqrt{3}$.

D. $d=10$.

Câu 97: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=3+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Phương trình nào

dưới đây cũng là phương trình của d ?

A. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=1-2t \\ z=4+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=3-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

D. $\begin{cases} x=2t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 98: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình $mp(P)$ chứa trục Oy và điểm $M(1;-1;1)$.

A. $x+z=0$.

B. $x-y=0$.

C. $x+y=0$.

D. $x-z=0$.

Câu 99: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z=0$. Gọi C là giao điểm của Δ và (P) , M là điểm thuộc (P) . Tính khoảng cách từ M đến (P) , biết $MC = \sqrt{6}$.

A. $d(M, (P)) = \frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $d(M, (P)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $d(M, (P)) = \frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $d(M, (P)) = \frac{\sqrt{7}}{7}$.

Câu 100: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$\Delta_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 bằng 1.

- A. $M(4; 1; 4)$ hoặc $M(1; 4; 4)$. B. $M(7; 4; 4)$ hoặc $M(1; 1; 7)$.
C. $M(4; 1; 4)$ hoặc $M(7; 4; 4)$. D. $M(4; 7; 4)$ hoặc $M(7; 4; 4)$.

Câu 101: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; 3), B(-1; -2; 1)$ và $C(-1; 0; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tính độ dài đường cao h của tam giác ABC kẻ từ đỉnh

- A. $(ABC): 2x + y - 2z + 6 = 0, h = \frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $(ABC): 2x - y - 2z + 6 = 0, h = \frac{5\sqrt{3}}{3}$.
C. $(ABC): x + y - 2z + 6 = 0, h = \frac{3}{5}$. D. $(ABC): x + y + 2z + 6 = 0, h = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 102: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0$ và $(\beta): x - 2z - 3 = 0$. Tìm φ là góc giữa đường thẳng d và $mp(P)$.

- A. $\varphi = 45^\circ$. B. $\varphi = 90^\circ$. C. $\varphi = 60^\circ$. D. $\varphi = 30^\circ$.

Câu 103: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 1), B(2; 1; 3)$ và $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm giao điểm M của đường thẳng AB với mặt phẳng (P) .

- A. $AB: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}, M(0; -5; -1)$. B. $AB: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}, M(0; -5; 1)$.
C. $AB: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}, M(0; 5; -1)$. D. $AB: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}, M(1; 0; -5)$.

Câu 104: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm $A(1; -1; 2), B(2; -1; 0)$. Xác định tọa độ điểm M thuộc d sao cho tam giác AMB vuông tại M .

- A. $M(1; 1; 0)$ hoặc $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$. B. $M(1; -1; 0)$ hoặc $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
C. $M(1; -1; 0)$ hoặc $M\left(\frac{7}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$. D. $M(1; -1; 1)$ hoặc $M\left(\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 105: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 14 = 0$ và điểm $M(1; -1; 1)$. Tìm tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua $mp(P)$.

- A. $M'(1; -3; 7)$. B. $M'(2; -1; 1)$. C. $M'(-1; 3; 7)$. D. $M'(2; -3; -2)$.

Câu 106: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 4y - 6z - 5 = 0, (Q): x + 2y - 3z = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $mp(Q)$ không đi qua A và song song với $mp(P)$.
B. $mp(Q)$ không đi qua A và không song song với $mp(P)$.
C. $mp(Q)$ đi qua A và song song với $mp(P)$.
D. $mp(Q)$ đi qua A và không song song với $mp(P)$.

Câu 107: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với d . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của A trên d .

- A. $(P): x+2y-z+3=0, H\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $(P): 2x+2y+z-3=0, H\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.
 C. $(P): 2x+2y-z-3=0, H\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $(P): x+y-z-3=0, H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 108: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trên mp (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B .

- A. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t, t \in \mathbb{R} \\ z=2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t, t \in \mathbb{R} \\ z=2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t, t \in \mathbb{R} \\ z=3t \end{cases}$

Câu 109: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;3), M(1;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm thuộc đường thẳng AM .

- A. $3x+4y+5z-6=0$. B. $2x+3y+4z-12=0$.
 C. $6x+3y+4z-12=0$. D. $6x-3y-4z+12=0$.

Câu 110: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3), B(3;-1;1)$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm A và B .

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-3}$.
 C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$.

Câu 111: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng A' của A qua d .

- A. $A'(2;-3;5)$. B. $A'(2;3;5)$. C. $A'(1;2;3)$. D. $A'(3;5;2)$.

Câu 112: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x-5y+4z-36=0$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên (P) . Viết phương trình mặt cầu tâm I và đi qua

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 45$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+6)^2 = 20$.
 C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+6)^2 = 9$.

Câu 113: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;-3)$. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là điểm đối xứng của M qua các mặt phẳng $(Oxy), (Oxz), (Oyz)$. Viết phương trình mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$.

- A. $6x-2y+3z+6=0$. B. $6x+2y+3z+6=0$. C. $6x-3y-2z+6=0$. D. $6x-3y+2z+6=0$.

Câu 114: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng chứa trục Oy và điểm $Q(1;4;-3)$.

- A. $x+3z=0$. B. $3x+y=0$. C. $3x+z=0$. D. $3x-z=0$.

Câu 115: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) .

- A. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.
 B. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$.
 C. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.
 D. $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.

Câu 116: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x + 3y + z + 1 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. d cắt (α) . B. $d // (\alpha)$. C. $d \subset (\alpha)$. D. $d \perp (\alpha)$.

Câu 117: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và điểm $A(1; 7; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $AM = 2\sqrt{30}$.

- A. $M(3; -3; -1)$ hoặc $M\left(\frac{51}{7}; -\frac{1}{7}; -\frac{17}{7}\right)$. B. $M(3; -3; -1)$.
 C. $M\left(\frac{51}{7}; -\frac{1}{7}; -\frac{17}{7}\right)$. D. $M(3; 3; 1)$ hoặc $M\left(\frac{51}{7}; -\frac{1}{7}; \frac{17}{7}\right)$.

Câu 118: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 11 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 8 = 0$. Tìm tọa độ tiếp điểm M của (P) và (S) .

- A. $M(3; 1; 2)$. B. $M(1; 2; 3)$. C. $M(2; 1; 3)$. D. $M(3; 2; 1)$.

Câu 119: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình nào dưới đây ?

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 120: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3), B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 4 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{AB}{6}$, có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với (P) .

- A. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3}$.
 B. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3}$ hoặc $(x+6)^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{3}$.
 C. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{3}$ hoặc $(x-6)^2 + (y-5)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{3}$.
 D. $(x+6)^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{3}$.

Câu 121: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ , bán kính bằng 1 và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$.
 B. $(x-5)^2 + (y-11)^2 + (z-2)^2 = 1$ hoặc $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$.
 C. $(x-5)^2 + (y-11)^2 + (z-2)^2 = 1$.
 D. $(x+5)^2 + (y+11)^2 + (z+2)^2 = 1$ hoặc $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Câu 122: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm khoảng cách d giữa hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases} \text{ và } d': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

- A. $d(d, d') = \frac{1}{\sqrt{6}}$. B. $d(d, d') = \sqrt{2}$. C. $d(d, d') = \sqrt{6}$. D. $d(d, d') = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 123: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 10 = 0$ và điểm $I(2; 1; 3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I cắt (P) theo một đường tròn có bán kính bằng 4.

- A. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$. B. $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$.
 C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$. D. $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Câu 124: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 1 = 0$ và điểm $A(1; 0; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và khoảng cách từ điểm A đến (Q) bằng $\sqrt{6}$.

- A. $x + 2y + z - 10 = 0$. B. $x + 2y + z - 2 = 0$.
 C. $x + 2y + z + 10 = 0$ và $x + 2y + z - 2 = 0$. D. $x + 2y + z - 10 = 0$ và $x + 2y + z + 2 = 0$.

Câu 125: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2; 1; 0), B(-2; 3; 2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d .

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$.
 C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 19$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 18$.

Câu 126: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; 3; 5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y + z - 17 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm H của (d) với Oz .

- A. $H(0; 0; 1)$. B. $H(0; 0; 4)$. C. $H(1; 3; 2)$. D. $H(4; 0; -2)$.

Câu 127: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Gọi d là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O , vuông góc

với trục Ox và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 3t \end{cases}$. Viết phương trình của đường thẳng d .

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = -3t, t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$. C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 128: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0), B(1;2;2), C(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-20=0$. Xác định điểm D thuộc AB sao cho đường thẳng CD song song với mặt phẳng (P) .

- A. $D(5;2;-1)$. B. $D\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. C. $D\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};-1\right)$. D. $D\left(\frac{5}{2};-\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 129: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3), B(1;0;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z-4=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M(0;1;-1)$. B. $M(0;1;1)$. C. $M(1;1;1)$. D. $M(0;1;0)$.

Câu 130: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(6;3;-4)$. Tìm bán kính R của mặt cầu (S) tiếp xúc với trục Ox .

- A. $R=5$. B. $R=2\sqrt{3}$. C. $R=4\sqrt{3}$. D. $R=4$.

Câu 131: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+3y+z+1=0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=2-3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Tìm tọa độ giao điểm } A \text{ của } d \text{ và } (\alpha).$$

- A. $A(3;0;-4)$. B. $A(-3;0;4)$. C. $A(3;-4;0)$. D. $A(3;0;4)$.

Câu 132: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}. \text{ Viết phương trình đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } A, \text{ vuông góc với } d \text{ và cắt trục } Ox.$$

- A. $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=3+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. C. $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3+3t \\ z=2+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 133: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Phương trình nào sau đây cũng là phương trình của đường thẳng d ?

- A. $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-t \\ z=3+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\begin{cases} x=4-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x=2t \\ y=1+t \\ z=2+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\begin{cases} x=4+2t \\ y=1-t \\ z=4+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 134: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P) . Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và $MI=4\sqrt{14}$.

- A. $M(5;9;-11)$ hoặc $M(3;7;13)$. B. $M(5;9;11)$ hoặc $M(-3;-7;13)$.
C. $M(5;9;-11)$ hoặc $M(-3;-7;13)$. D. $M(5;-9;11)$ hoặc $M(3;7;-13)$.

Câu 135: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-4)$ và $B(-1;2;2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $4x+2y+12z-17=0$. B. $4x-2y-12z-17=0$.
C. $4x-2y+12z+17=0$. D. $4x+2y-12z-17=0$.

Câu 136: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;1), B(0;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+4=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=3$.

A. $M(0;1;3)$ hoặc $M\left(-\frac{6}{7};\frac{4}{7};\frac{12}{7}\right)$.

B. $M(0;1;3)$ hoặc $M\left(\frac{6}{7};\frac{4}{7};\frac{12}{7}\right)$.

C. $M(1;0;3)$ hoặc $M\left(-\frac{6}{7};\frac{4}{7};\frac{12}{7}\right)$.

D. $M(3;0;1)$ hoặc $M\left(\frac{2}{7};\frac{3}{7};\frac{4}{7}\right)$.

Câu 137: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$ và $(\beta): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$ (m là tham số thực). Tìm các giá trị của m để $mp(\alpha)$ vuông góc với $mp(\beta)$.

A. $|m| = \sqrt{3}$.

B. $|m| = 2$.

C. $|m| = 1$.

D. $|m| = \sqrt{2}$.

Câu 138: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 5 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d_2: \begin{cases} x = 9 - 2t' \\ y = t' \\ z = -2 + t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $3x + 5y + z - 25 = 0$. **B.** $3x - 5y + z - 25 = 0$. **C.** $3x - 5y - z + 25 = 0$. **D.** $x + y + z - 2 = 0$.

Câu 139: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1; -2; 4), B(-4; -2; 0), C(3; -2; 1)$ và $D(1; 1; 1)$. Tìm độ dài đường cao h của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D .

A. $h = 5$.

B. $h = 2$.

C. $h = \frac{1}{2}$.

D. $h = 3$.

Câu 140: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. **C.** $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 141: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -3)$ và cắt d tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{26}$.

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 169$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 81$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 49$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$.

Câu 142: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; -2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$. Viết phương trình mặt cầu tâm A , cắt Δ tại hai điểm B, C sao cho $BC = 8$.

A. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

B. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.

C. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 36$.

D. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.

Câu 143: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P_1): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(P_2): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$, vuông góc với hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) .

A. $4x - 5y + 2z - 1 = 0$. **B.** $4x + 5y + 2z - 3 = 0$. **C.** $4x - 5y - z + 1 = 0$. **D.** $2x - 3y + 2z - 5 = 0$.

Câu 144: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;1), B\left(-\frac{7}{3};-\frac{10}{3};\frac{11}{3}\right)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Xác định tọa độ của tiếp điểm H của mặt phẳng trung trực của đoạn AB và mặt cầu (S) .

- A. $H\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{11}{3}\right)$. B. $H\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{11}{3}\right)$. C. $H\left(-\frac{1}{3};-\frac{2}{3};\frac{11}{3}\right)$. D. $H\left(-\frac{1}{3};-\frac{2}{3};-\frac{11}{3}\right)$.

Câu 145: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1)$ và $D(-2;1;-1)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

- A. $V = 2$. B. $V = \frac{1}{2}$. C. $V = 1$. D. $V = \frac{1}{3}$.

Câu 146: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -8 + 4t \\ y = 5 - 2t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và điểm

$A(3;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của A trên d là điểm nào dưới đây ?

- A. $K(-4;-1;3)$. B. $H(4;-1;3)$. C. $J(4;-1;-3)$. D. $I(-4;1;-3)$.

Câu 147: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm H và bán kính r của đường tròn đó.

- A. Tâm $H(2;1;2)$, bán kính $r = 3$. B. Tâm $H(1;0;2)$, bán kính $r = 4$.
C. Tâm $H(3;0;2)$, bán kính $r = 5$. D. Tâm $H(3;0;2)$, bán kính $r = 4$.

Câu 148: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2y + 26z + 170 = 0$ và song song với hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -13 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$,

$$d': \begin{cases} x = -7 + 3t' \\ y = -1 - 2t' \\ z = 8 \end{cases}, t' \in \mathbb{R}.$$

- A. $4x + 6y + 5z + 51 \pm 5\sqrt{77} = 0$. B. $4x + 6y + 5z + 51 + 5\sqrt{77} = 0$.
C. $4x + 6y + 5z + 51 - 5\sqrt{77} = 0$. D. $4x + 6y + 5z \pm 51 + 5\sqrt{77} = 0$.

Câu 149: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;3;-4)$ và tiếp xúc với trục Oy . Tìm bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = \frac{5}{2}$. B. $R = 4$. C. $R = \sqrt{5}$. D. $R = 5$.

Câu 150: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

- A. $12x + 6y + 4z - 12 = 0$. B. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$. C. $6x + 3y + 2z + 6 = 0$. D. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 151: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{3}$. Tìm giao điểm M của d và (P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P) .

A. $M(7;3;2)$, $(Q): x+y+z+1=0$. B. $M\left(\frac{7}{2};3;\frac{3}{2}\right)$, $(Q): x-8y+5z+13=0$.

C. $M\left(\frac{1}{2};-3;\frac{1}{2}\right)$, $(Q): x+8y+5z-3=0$. D. $M\left(\frac{7}{2};-3;\frac{3}{2}\right)$, $(Q): x+8y+5z+13=0$.

Câu 152: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$ và $D(-1;1;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mp (BCD) .

A. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=16$. B. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=15$.
C. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=14$. D. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=17$.

Câu 153: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x+5y-z-2=0$.

A. $M(1;0;1)$. B. $M(12;9;1)$. C. $M(1;1;6)$. D. $M(0;0;-2)$.

Câu 154: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và mặt phẳng $(Q): x+3y-z-27=0$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua (Q) .

A. $M'(13;6;-4)$. B. $M'(6;13;-4)$. C. $M'(13;-4;6)$. D. $M'(6;3;4)$.

Câu 155: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm $A(1;-2;-5)$ qua

đường thẳng Δ có phương trình:
$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t, t \in \mathbb{R}. \\ z=2t \end{cases}$$

A. $A'(-3;2;1)$. B. $A'(1;2;-3)$. C. $A'(3;-2;1)$. D. $A'(1;3;2)$.

Câu 156: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $|\vec{u}|=2, |\vec{v}|=1, (\vec{u}, \vec{v})=\frac{\pi}{3}$. Tính góc φ giữa vector $\vec{v}$ và vector $\vec{u}-\vec{v}$.

A. $\varphi=30^\circ$. B. $\varphi=90^\circ$. C. $\varphi=60^\circ$. D. $\varphi=45^\circ$.

Câu 157: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;1;1)$. Mặt phẳng qua G và vuông góc với đường thẳng OG có phương trình là phương trình nào dưới đây?

A. $x+y-z-3=0$. B. $x+y+z=0$. C. $x+y+z-3=0$. D. $x-y+z+3=0$.

Câu 158: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=1$ và hai mặt phẳng $(P): 3x+4z-12=0$, $(Q): 3x+12y+4z-12=0$. Mặt phẳng cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r=\frac{3}{5}$ là mặt phẳng nào dưới đây?

A. mp (P) . B. mp (Q) .
C. mp (P) và mp (Q) . D. Không có mặt phẳng nào.

Câu 159: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): (1+m)x+\sqrt{2}y+(m-1)z+2m=0$ (m là tham số thực) và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$. Tìm tất cả giá trị tham số m để mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

A. $m=\sqrt{2}$ hoặc $m=-\sqrt{2}$. B. $m=1$ hoặc $m=-1$.
C. $m=\sqrt{2}$. D. $m=-1$.

Câu 160: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(4;-1;1)$, $B(3;1;-1)$ và chứa trục Ox . Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng (α) ?

A. $x + z = 0$.

B. $y + z = 0$.

C. $x + y = 0$.

D. $x + y + z = 0$.

Câu 161: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$,

$d_2: \begin{cases} x=1+2s \\ y=2+2s \\ z=-s \end{cases}, s \in \mathbb{R}$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d_1 và d_2 vuông góc nhau.B. d_1 và d_2 chéo nhau.C. d_1 và d_2 song song nhau.D. d_1 và d_2 cắt nhau.

Câu 162: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2}$ và

$d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$. Tìm khoảng cách d giữa d_1 và d_2 .

A. $d = \frac{4}{3}$.

B. $d = \frac{4\sqrt{3}}{2}$.

C. $d = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

D. $d = 4\sqrt{2}$.

Câu 163: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho biết ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1;1;1), (2;3;4), (6;5;2)$. Tính diện tích S của hình bình hành.

A. $S = 83$.

B. $S = \sqrt{83}$.

C. $S = \frac{\sqrt{83}}{2}$.

D. $S = 2\sqrt{83}$.

Câu 164: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và hai mặt phẳng

$(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$, $(Q): x + 2y + 2z + 7 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc (d) và tiếp xúc với (P) , (Q) .

A. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.

B. $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

C. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.

D. $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.

Câu 165: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm bán kính R của mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc

với đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1-t \\ z=2-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

A. $R = \sqrt{7}$.

B. $R = 14$.

C. $R = 7$.

D. $R = \sqrt{14}$.

Câu 166: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;0)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho độ dài AM bằng $\sqrt{6}$.

A. $M(1;0;1)$ hay $M(2;0;2)$.

B. $M(1;0;-1)$ hay $M(0;2;-2)$.

C. $M(1;1;0)$ hay $M(0;2;2)$.

D. $M(-1;0;-1)$ hay $M(-2;0;-2)$.

Câu 167: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình các mặt phẳng chứa hai điểm

$A(1;0;0), B(0;-2;3)$ và cách điểm $M(1;1;1)$ một khoảng bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

A. $x + y + z - 1 = 0$ và $23x - 37y - 17z - 23 = 0$. **B.** $x + y + z - 1 = 0$ và $2x - 3y - 7z - 23 = 0$.

C. $x + 2y + z - 1 = 0$ và $23x - 37y - 17z - 23 = 0$. **D.** $2x + 3y + z + 1 = 0$ và $3x - y + z - 3 = 0$.

Câu 168: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;4)$. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành, tìm tọa độ điểm Q .

A. $Q(3;2;4)$.

B. $Q(4;3;2)$.

C. $Q(-2;-3;4)$.

D. $Q(2;3;4)$.

Câu 169: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;-2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Tính khoảng cách từ A đến (P) và viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với (P) .

A. $d(A, (P)) = 2, (Q): x - 2y + 2z + 3 = 0$.

B. $d(A, (P)) = \frac{2}{3}, (Q): x - 2y - 2z + 3 = 0$.

C. $d(A, (P)) = \frac{1}{3}, (Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$.

D. $d(A, (P)) = \frac{4}{3}, (Q): x - y - z + 3 = 0$.

Câu 170: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

A. $x + 2y + 2z - 7 = 0$.

B. $6x + 2y + 3z - 55 = 0$.

C. $6x + 2y + 3z = 0$.

D. $2x + 3y + 6z - 5 = 0$.

Câu 171: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + y - 2 = 0$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng sau vuông góc với mặt phẳng (P) ?

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = -4 \end{cases}$

B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\Delta: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$.

D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 7 \end{cases}$

Câu 172: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4z - 1 = 0$. Mặt cầu nào trong các mặt cầu sau đây không cắt mặt phẳng (P) ?

A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1$.

B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = \frac{4}{25}$.

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = \frac{1}{25}$.

D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 5$.

Câu 173: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - \frac{3}{2}t \\ y = t \\ z = -2 - \frac{1}{2}mt \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z - 6 = 0$.

A. $m = 4$.

B. $m = -4$.

C. $m = 2$.

D. $m = 4$ và $m = -2$.

Câu 174: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 9 = 0$. Biết rằng (P) cắt (S) . Tìm tâm và bán kính của đường tròn thiết diện của (P) và (S) .

A. Tâm $J(1;2;3)$, bán kính $r = 7$.

B. Tâm $J(-1;2;3)$, bán kính $r = 8$.

C. Tâm $J(-1;2;3)$, bán kính $r = 2\sqrt{2}$.

D. Tâm $J(1;-2;-3)$, bán kính $r = 4$.

Câu 175: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$ và trọng tâm $G(0;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm C và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+t, t \in \mathbb{R}. \\ z = -4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 3-t, t \in \mathbb{R}. \\ z = -4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3+t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 4t \end{cases}$

Câu 176: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$. B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$. D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

Câu 177: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB .

A. $(P): x + y + 2z - 6 = 0$. B. $(P): x + 3y + 4z - 3 = 0$.
C. $(P): x + 3y + 4z - 26 = 0$. D. $(P): x + y + 2z - 3 = 0$.

Câu 178: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng AB ?

A. $\vec{a} = (-1;0;-2)$. B. $\vec{b} = (-1;0;2)$. C. $\vec{c} = (1;2;2)$. D. $\vec{d} = (-1;1;2)$.

Câu 179: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = -3+t \\ z = 4-2t \end{cases}$ và

$d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó?

A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$. B. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$. D. $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

Câu 180: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) vuông góc với Δ .

A. $m = -2$. B. $m = -52$. C. $m = 52$. D. $m = 2$.

Câu 181: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

A. $3x + 2y + z - 8 = 0$. B. $x - 2y + 3z + 3 = 0$. C. $3x - 2y + z + 12 = 0$. D. $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Câu 182: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3t \\ z = 1-t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 3t \\ z = 1+t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 3t \\ z = 1-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+3t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Câu 183: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 .

A. $\vec{u}_2 = (1;2;0)$. B. $\vec{u}_1 = (0;2;0)$. C. $\vec{u}_2 = (1;0;0)$. D. $\vec{u}_4 = (-1;2;0)$.

Câu 184: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $I(1;1;6)$. B. $J(2;-1;5)$. C. $H(0;0;-5)$. D. $K(-5;0;0)$.

Câu 185: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{j} = (0;1;0)$. B. $\vec{m} = (1;1;1)$. C. $\vec{i} = (1;0;0)$. D. $\vec{k} = (0;0;1)$.

Câu 186: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (3;-1;0)$. B. $\vec{n}_1 = (3;-1;2)$. C. $\vec{n}_2 = (3;0;-1)$. D. $\vec{n}_4 = (-1;0;-1)$.

Câu 187: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;6;2), B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B , gọi H hình chiếu vuông góc của A trên d . Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 2$. B. $R = \sqrt{6}$. C. $R = \sqrt{3}$. D. $R = 1$.

Câu 188: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2;2;1)$. B. $I(1;0;4)$. C. $I(2;0;8)$. D. $I(4;0;1)$.

Câu 189: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;-6;-2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

- A. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{AM}{BM} = 3$. D. $\frac{AM}{BM} = 2$.

Câu 190: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}, d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là

phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 ?

- A. $2x - y + 2z + 22 = 0$. B. $2x + y + 2z - 22 = 0$.
C. $2x - y + 2z + 13 = 0$. D. $2x - y + 2z - 13 = 0$.

Câu 191: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với (S) , song song với d và Δ ?

- A. $x + y + 1 = 0$. B. $y + z + 3 = 0$. C. $x + z + 1 = 0$. D. $x + z - 1 = 0$.

Câu 192: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại H . Tìm tọa độ điểm H .

- A. $H(-3;0;-2)$. B. $H(3;0;2)$. C. $H(1;-1;0)$. D. $H(-1;4;4)$.

Câu 193: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài của đoạn thẳng OA .

- A. $OA = 9$. B. $OA = 5$. C. $OA = 3$. D. $OA = \sqrt{5}$.

Câu 194: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

- A. $3x - y - z + 1 = 0$. B. $3x + y + z - 6 = 0$. C. $3x - y - z = 0$. D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 195: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3), B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d ?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 196: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2;1;0), \vec{b} = (-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$.

Câu 197: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

A. $3x - y + 2z + 6 = 0$. B. $3x + y - 2z - 14 = 0$. C. $3x - y + 2z - 6 = 0$. D. $3x - y - 2z + 6 = 0$.

Câu 198: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; a; b)$, tính $T = a - b$.

A. $T = 0$. B. $T = -2$. C. $T = -1$. D. $T = 1$.

Câu 199: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. $I(-1;2;1), R = 9$. B. $I(1;-2;-1), R = 9$. C. $I(-1;2;1), R = 3$. D. $I(1;-2;-1), R = 3$.

Câu 200: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến (P) .

A. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. B. $d = \frac{5}{29}$. C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $d = \frac{5}{9}$.

Câu 201: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1), N(-1;1;1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = 0$. B. $m = -4$. C. $m = 2$. D. $m = -6$.

Câu 202: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3), B(1;0;1)$ và $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng BC ?

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1+t \\ z = 3+t \end{cases}$. C. $x - 2y + z = 0$. D. $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 203: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$. B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$.
C. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$. D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$.

Câu 204: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 205: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3), N(2;-1;-1), P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-z+2=0$.

A. $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

B. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$.

D. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$.

Câu 206: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc với nhau và $I(a,b,c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=-1$.

B. $S=-2$.

C. $S=-3$.

D. $S=-4$.

Câu 207: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng

$(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d song song với (P) .

B. d cắt và không vuông góc với (P) .

C. d vuông góc với (P) .

D. d nằm trong (P) .

Câu 208: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6), B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz-2=0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=4$.

B. $T=3$.

C. $T=5$.

D. $T=2$.

Câu 209: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α) ?

A. $M(3;3;0)$.

B. $N(1;2;3)$.

C. $H(1;-1;1)$.

D. $K(2;2;2)$.

Câu 210: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với Δ và Δ' ?

A. $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$

Câu 211: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=4a^2, a>0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (Oxy) theo một đường tròn (C) . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ nhận (C) làm đáy và có chiều cao là $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối trụ tương ứng.

A. $S_{xq}=4\pi a^2\sqrt{3}, V=4\pi a^3\sqrt{3}$.

B. $S_{xq}=16\pi a^2\sqrt{3}, V=16\pi a^3\sqrt{3}$.

C. $S_{xq}=2\pi a^2\sqrt{3}, V=4\pi a^3\sqrt{3}$.

D. $S_{xq}=4\pi a^2\sqrt{3}, V=8\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 212: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 213: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình mặt cầu.

A. $m \leq 6$.

B. $m \geq 6$.

C. $m < 6$.

D. $m > 6$.

Câu 214: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=1+3t (t \in \mathbb{R}) \\ z=5-t \end{cases}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d .

- A. $\vec{d} = (1; 2; 5)$. B. $\vec{b} = (1; 3; -1)$. C. $\vec{a} = (1; -3; -1)$. D. $\vec{c} = (0; 3; -1)$.

Câu 215: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

- A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

Câu 216: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$ và $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

- A. $D(0; 0; 0)$ hoặc $D(-6; 0; 0)$. B. $D(-2; 0; 0)$ hoặc $D(-4; 0; 0)$.
C. $D(0; 0; 0)$ hoặc $D(6; 0; 0)$. D. $D(12; 0; 0)$ hoặc $D(6; 0; 0)$.

Câu 217: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $y - z = 0$. B. $x = 0$. C. $z = 0$. D. $y = 0$.

Câu 218: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2, a > 0$. Tính diện tích S của mặt cầu (S) và thể tích V của khối cầu.

- A. $S = \pi a^2, V = \frac{4\pi a^3}{3}$. B. $S = 64\pi a^2, V = \frac{256\pi a^3}{3}$.
C. $S = 8\pi a^2, V = \frac{16\pi a^3}{3}$. D. $S = 16\pi a^2, V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 219: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

- A. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$. B. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$. C. $(P): 2x - 2y + 1 = 0$. D. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 220: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$?

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$. C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 221: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Tìm tâm I và bán kính R của (S) .

- A. $I(5; 1; -2), R = 9$. B. $I(5; 1; -2), R = 3$. C. $I(-5; -1; 2), R = 3$. D. $I(-5; -1; 2), R = 9$.

Câu 222: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

- A. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$. C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 12 = 0$.

Câu 223: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; -1)$ và đi qua điểm $A(2; 1; 2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?

- A. $x + y - 3z + 3 = 0$. B. $x + y - 3z - 8 = 0$. C. $x - y - 3z + 3 = 0$. D. $x + y + 3z - 9 = 0$.

Câu 224: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x + 3 = 0$?

$$\text{A. } \begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t. \\ z = 7 + 4t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t. \\ z = 3 + 4t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t. \\ z = 3 - t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t. \\ z = -3 + 4t \end{cases}$$

Câu 225: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$.

$$\text{A. } I(-1; 2; -4), R = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{B. } I(1; -2; 4), R = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{C. } I(-1; 2; -4), R = 5\sqrt{2}.$$

$$\text{D. } I(1; -2; 4), R = 20.$$

Câu 226: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1; 3; 6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) , tính OA' .

$$\text{A. } OA' = \sqrt{46}.$$

$$\text{B. } OA' = \sqrt{186}.$$

$$\text{C. } OA' = 3\sqrt{26}.$$

$$\text{D. } OA' = 5\sqrt{3}.$$

Câu 227: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2, a > 0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (Oxy) theo một đường tròn (C) . Xác định tâm và bán kính của (C) .

$$\text{A. Tâm } O(0; 0; 0) \text{ và bán kính } r = 2a.$$

$$\text{B. Tâm } I(1; 1; 0) \text{ và bán kính } r = 2a.$$

$$\text{C. Tâm } J(0; 1; 1) \text{ và bán kính } r = a.$$

$$\text{D. Tâm } H(1; 1; 1) \text{ và bán kính } r = 4a.$$

Câu 228: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2), B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a; b; c)$ thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$, biết $c < 0$.

$$\text{A. } M(2; 3; 3).$$

$$\text{B. } M(-1; 0; -3).$$

$$\text{C. } M\left(\frac{1}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right).$$

$$\text{D. } M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right).$$

Câu 229: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8$. Tìm bán kính R của (S) .

$$\text{A. } R = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{B. } R = 8.$$

$$\text{C. } R = 4.$$

$$\text{D. } R = 64.$$

ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 7 PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A																				
B																				
C																				
D																				

	10 1	10 2	10 3	10 4	10 5	10 6	10 7	10 8	10 9	11 0	11 1	11 2	11 3	11 4	11 5	11 6	11 7	11 8	11 9	12 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	12 1	12 2	12 3	12 4	12 5	12 6	12 7	12 8	12 9	13 0	13 1	13 2	13 3	13 4	13 5	13 6	13 7	13 8	13 9	14 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	14 1	14 2	14 3	14 4	14 5	14 6	14 7	14 8	14 9	15 0	15 1	15 2	15 3	15 4	15 5	15 6	15 7	15 8	15 9	16 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
A															
B															
C															
D															

	17 6	17 7	17 8	17 9	18 0	18 1	18 2	18 3	18 4	18 5	18 6	18 7	18 8	18 9	19 0	19 1	19 2	19 3	19 4	19 5
A																				
B																				
C																				
D																				

	19 6	19 7	19 8	19 9	20 0	20 1	20 2	20 3	20 4	20 5	20 6	20 7	20 8	20 9	21 0	21 1	21 2	21 3	21 4	21 5
A																				
B																				
C																				
D																				

	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	299
A														
B														
C														
D														