

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 26. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án).

Câu 1. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x^2 + \frac{1}{2x}\right)^9$ với $x \neq 0$.

- A. 64. B. $\frac{21}{16}$. C. 84. D. $\frac{27}{16}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(1;1)$ và $B(2;4)$ là

- A. $x + 3y - 2 = 0$. B. $3x - y - 2 = 0$. C. $x + 3y - 4 = 0$. D. $3x + y - 4 = 0$.

Câu 3. Cho tam giác ABC , N là điểm xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, G là trọng tâm tam giác ABC .

Hệ thức tính $\overrightarrow{AC}$ theo $\overrightarrow{AG}$ và $\overrightarrow{AN}$ là

- A. $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$. B. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$. C. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$. D. $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$.

Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Độ dài của vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ là:

- A. $|\vec{u}| = a\sqrt{2}$. B. $|\vec{u}| = 2a$. C. $|\vec{u}| = a$. D. $|\vec{u}| = 3a$.

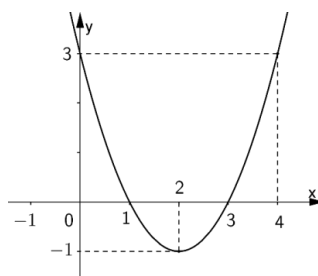
Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A , cạnh đáy $BC: x - 5y + 2 = 0$, cạnh bên $AB: 3x - 2y + 6 = 0$, đường thẳng chứa cạnh AC đi qua điểm $M(6; -1)$. Đỉnh C của tam giác có tọa độ là $(a; b)$. Tính $T = 2a + 3b$?

- A. $T = 15$. B. $T = 0$. C. $T = 9$. D. $T = 5$.

Câu 6. Cho hai tập hợp $P = (-4; 5) \cup (7; 9)$ và $Q = (2; 8)$. Tìm $P \cap Q$.

- A. $P \cap Q = (2; 5)$. B. $P \cap Q = (2; 5) \cup (7; 8)$. C. $P \cap Q = [2; 5] \cup [7; 8]$. D. $P \cap Q = (7; 8)$.

Câu 7. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm m để phương trình $\frac{x^2 - 4x - m - 2}{\sqrt{x-1}} = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m \in (-6; -5)$. B. $m \in [-6; -5]$. C. $m \in [-5; -4]$. D. $m \in (-5; -4)$.

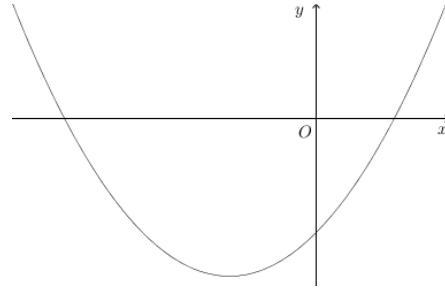
Câu 8. Một công ty dự kiến chi 16 triệu đồng cho một đợt quảng cáo sản phẩm của mình. Biết rằng chi phí cho 1 phút quảng cáo trên đài phát thanh là 800000 đồng và chi phí cho 1 phút quảng cáo trên truyền hình là 4 triệu đồng. Đài phát thanh chỉ nhận các chương trình quảng cáo dài ít nhất 5 phút, đài truyền hình chỉ nhận các chương trình quảng cáo dài tối đa 4 phút. Theo các phân tích, cùng thời lượng 1 phút quảng cáo, trên đài truyền hình sẽ có hiệu quả gấp 6 lần trên đài phát thanh. Để đạt hiệu quả tối đa thì công ty đó cần quảng cáo bao nhiêu thời gian trên đài truyền hình?

- A. 4 phút. B. 5 phút. C. 2 phút. D. 3 phút.

Câu 9. Xếp 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ và 5 học sinh nam ngồi xung quanh một bàn tròn. Xác suất để 10 học sinh trên ngồi vào bàn tròn sao cho hai học sinh cùng giới không ngồi cạnh nhau là:

- A. $\frac{1}{1260}$. B. $\frac{3}{126}$. C. $\frac{1}{126}$. D. $\frac{5}{126}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng.

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c < 0$. C. $a > 0, b < 0, c < 0$. D. $a > 0, b > 0, c < 0$.

Câu 11. Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra của lớp 10A1

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1

Kích cỡ mẫu là:

- A. 30 B. 50 C. 60 D. 40

Câu 12. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và trong mỗi số lập được đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

- A. 108. B. 104. C. 106. D. 112.

Câu 13. Phương trình chính tắc của elip là

- A. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$. B. $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{6} = 1$. C. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{24} = 1$. D. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{24} = 1$.

Câu 14. Chỉ số IQ của một nhóm học sinh là:

60	78	80	64	70	76	80	74	86	90
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

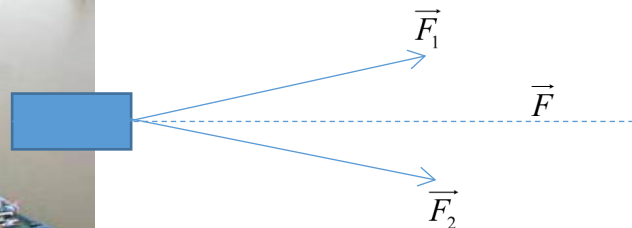
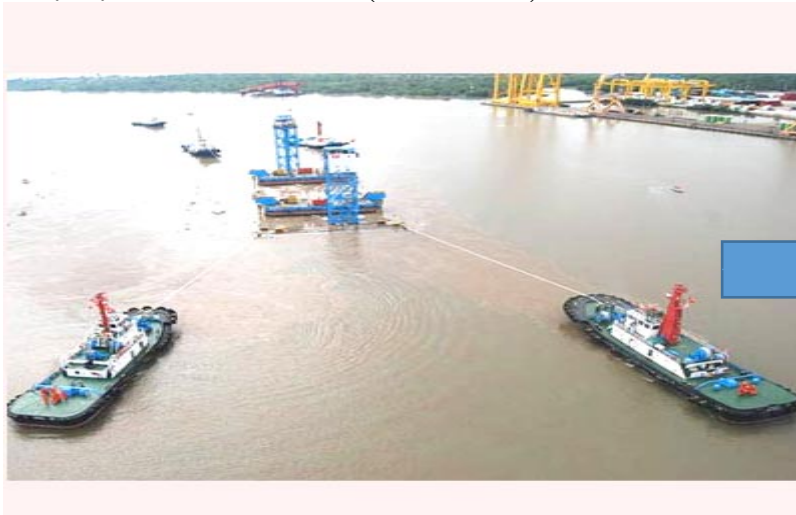
Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

- A. $Q_1 = 70; Q_2 = 77; Q_3 = 80$. B. $Q_1 = 70; Q_2 = 76; Q_3 = 80$.
C. $Q_1 = 70; Q_2 = 75; Q_3 = 80$. D. $Q_1 = 72; Q_2 = 78; Q_3 = 80$.

Câu 15. Trên mặt phẳng, cho 6 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Có tất cả bao nhiêu vector khác vector – không mà điểm đầu và điểm cuối của chúng thuộc tập điểm đã cho?

- A. 30. B. 36. C. 25. D. 12.

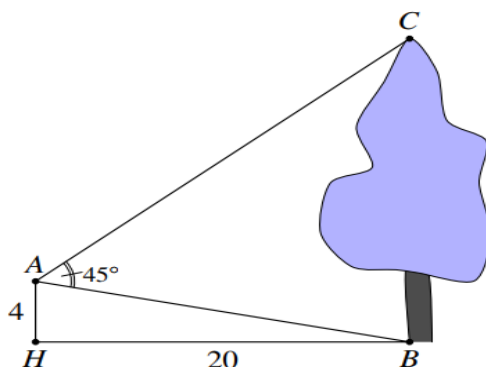
Câu 16. Để xây dựng hầm Thủ Thiêm, các kỹ sư đã đúc các **đốt hầm** ở Nhơn Trạch (Đồng Nai), cách vị trí cầu 20km. Khi đốt hầm được đúc xong, người ta tiến hành dùng các tàu kéo để đưa các đốt hầm về lại vị trí hầm Thủ Thiêm (như hình vẽ)



Biết rằng 2 tàu lai dắt phía trước có lực kéo như nhau là 3000N và cùng tạo với đường đi của “đốt hầm” một góc là 30° . Tính công của của hai tàu lai dắt một đốt hầm trong quãng đường 500 m.

- A. $15\sqrt{3}.10^5$ (J). B. 3.10^6 (J). C. 6.10^3 (J). D. $30\sqrt{3}.10^5$ (J).

Câu 17. Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao. Biết $AH = 4m$, $HB = 20m$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Chiều cao của cây gần nhất với giá trị nào sau đây?



- A. 17. B. 14. C. 15. D. 19.

Câu 18. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $M(4; 0)$. C. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$. D. $M(1; 0)$.

Câu 19. Cho mệnh đề: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$ ”. Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

- A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$. B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$.
C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 < 0$. D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$.

Câu 20. Cho tam giác ABC có trung tuyến BM , gọi I là trung điểm của BM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IB}$. B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IM}$. D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Câu 21. Cho $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị $\cos \alpha$ bằng:

- A. $-\frac{4}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $-\frac{3}{5}$.

Câu 22. Phương trình đường tròn có tâm $I(-4; 3)$ và tiếp xúc ngoài với đường tròn $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$

- A. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 3y + 9 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 12 = 0$. D. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 16$.

Câu 23. Chủ vườn lan có 10 chậu lan có hoa màu đỏ và 10 chậu lan có hoa màu vàng (lan chưa nở hoa nên không phân biệt được hai loại). Một khách hàng mua 7 chậu hoa lan một cách ngẫu nhiên, tính xác suất để khách mua được ít nhất 5 chậu lan có hoa màu đỏ.

- A. $\frac{113}{646}$. B. $\frac{1255}{1292}$. C. $\frac{533}{646}$. D. $\frac{37}{1292}$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x-3}$ là

- A. $D = (-\infty; 3)$. B. $D = [3; +\infty)$. C. $D = (3; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \geq 0$ đúng với mọi số thực x .

- A. $m \in [-1; 7]$. B. $m \in (-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. C. $m \in (-1; 7)$. D. $m \in (-1; +\infty)$.

Câu 26. Cặp số $(2; -1)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

A. $x + y - 3 > 0$.

B. $-x - 3y + 1 < 0$.

C. $-x - y < 0$.

D. $x + 3y + 1 < 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho tam giác ABC có $AB = 8\text{cm}$; $AC = 5\text{cm}$; $BAC = 60^\circ$

a) Độ dài cạnh $BC = 7\text{cm}$.

b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác là $R = \frac{7}{\sqrt{3}}\text{cm}$

c) Chiều cao kẻ từ đỉnh A bằng $h_a = \frac{20}{7\sqrt{3}}\text{cm}$.

d) Hai đường trung tuyến BM và CN vuông góc với nhau.

Câu 2. Từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5$.

a) Lập được 600 số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau.

b) Lập được 216 số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 5.

c) Lập được 156 số chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau

d) Lập được 256 số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau luôn có mặt số 0 và 1

Câu 3. Xếp 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 8 ghế. Trong đó có một bạn nữ tên Tâm và một bạn nam tên Quyết.

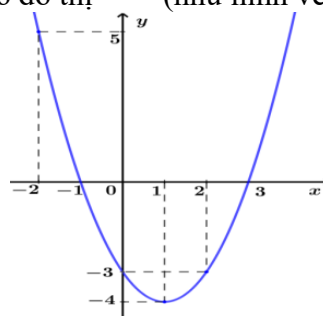
a) Số cách sắp xếp các học sinh là 40320

b) Xác suất để các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau là $\frac{1}{14}$.

c) Xác suất để không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau là $\frac{5}{14}$.

d) Xác suất để Tâm và Quyết đứng cạnh nhau bằng $\frac{3}{20}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ dưới).



a) $f(2) = -1$.

b) Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm thuộc khi $m \geq -4$.

c) Phương trình $f^2(x) - 2f(x) - 3 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

d) Bất phương trình $x^2 - 2x - 3 \geq 2m + 4$ có nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$ khi $m < \frac{1}{2}$.

Câu 5. Cho hình thang vuông $ABCD$ có đường cao $AB = h$, cạnh đáy $AD = a$, $BC = b$

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$

b) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = \sqrt{b^2 + h^2}$

c) $\overrightarrow{BC} = \frac{b}{a}\overrightarrow{AD}$

d) Hai đường chéo $AC \perp BD$ khi $h^2 = a.b$

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0; -3)$, $B(4; 1)$ và điểm M thay đổi thuộc đường tròn $(C): x^2 + (y - 1)^2 = 4$. Mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hai điểm A, B đều nằm ngoài đường tròn.

- b) Khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $\sqrt{2}$.
 c) Có đúng một điểm M để diện tích tam giác MAB bằng 4.
 d) Gọi $P_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$. Khi đó ta có $P_{\min} < 8$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ và điểm $A(5; -6)$. Gọi B, C lần lượt là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ điểm A đến đường tròn (T) . Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm $I(a, b)$ bán kính R . Tổng $a + b + 2R$ bằng bao nhiêu.

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-30; 4]$ để phương trình $(x - 2\sqrt{x - m} - 2m)(x - 2\sqrt{x - m} - 3) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 3. Gieo ba con súc sắc cân đối một cách độc lập. Tính xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc là một số chia hết cho 3 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$. Điểm M di động trên BC sao cho $\overrightarrow{BM} = x.\overrightarrow{BC}$. Độ dài vectơ $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Trong một đề thi trắc nghiệm môn Toán có loại câu hỏi trả lời dạng đúng sai. Một câu hỏi có 4 ý hỏi, mỗi ý hỏi học sinh chỉ cần trả lời đúng hoặc chỉ trả lời sai. Nếu 1 ý trả lời đúng đáp án thì được 0,1 điểm, đúng đáp án 2 ý được 0,25 điểm, đúng đáp án 3 ý được 0,5 điểm và đúng đáp án cả 4 ý được 1 điểm. Giả sử một thí sinh làm bài bằng cách chọn phương án ngẫu nhiên để trả lời cho 2 câu hỏi loại đúng sai này. Hỏi có bao nhiêu cách chọn phương án để học sinh đó được 1 điểm ở phần trả lời 2 câu hỏi này.

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thỏa mãn: $(m; m+1) \subset [2; 5]$.

----- HẾT -----

(Đề thi có 5 trang)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 103

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 26. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án).

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \geq 0$ đúng với mọi số thực x .

- A. $m \in [-1; 7]$. B. $m \in (-1; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. D. $m \in (-1; 7)$.

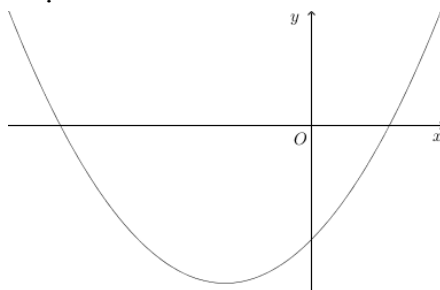
Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Độ dài của vectơ $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AD}$ là:

- A. $|\vec{u}| = 3a$. B. $|\vec{u}| = a$. C. $|\vec{u}| = 2a$. D. $|\vec{u}| = a\sqrt{2}$.

Câu 3. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $M(4; 0)$. C. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$. D. $M(1; 0)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng.

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c < 0$. C. $a < 0, b < 0, c < 0$. D. $a > 0, b > 0, c < 0$

Câu 5. Cho tam giác ABC , N là điểm xác định bởi hệ thức $\vec{CN} = \frac{1}{2}\vec{BC}$, G là trọng tâm tam giác ABC

Hệ thức tính $\vec{AC}$ theo $\vec{AG}$ và $\vec{AN}$ là

- A. $\vec{AC} = \frac{2}{3}\vec{AG} + \frac{1}{2}\vec{AN}$. B. $\vec{AC} = \frac{3}{4}\vec{AG} + \frac{1}{2}\vec{AN}$.
C. $\vec{AC} = \frac{4}{3}\vec{AG} - \frac{1}{2}\vec{AN}$. D. $\vec{AC} = \frac{3}{4}\vec{AG} - \frac{1}{2}\vec{AN}$.

Câu 6. Xếp 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ và 5 học sinh nam ngồi xung quanh một bàn tròn. Xác suất để 10 học sinh trên ngồi vào bàn tròn sao cho hai học sinh cùng giới không ngồi cạnh nhau là:

- A. $\frac{1}{1260}$. B. $\frac{3}{126}$. C. $\frac{1}{126}$. D. $\frac{5}{126}$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x-3}$ là

- A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $D = (-\infty; 3)$. D. $D = [3; +\infty)$.

Câu 8. Chỉ số IQ của một nhóm học sinh là:

60	78	80	64	70	76	80	74	86	90
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

- A. $Q_1 = 70; Q_2 = 75; Q_3 = 80$. B. $Q_1 = 72; Q_2 = 78; Q_3 = 80$.
C. $Q_1 = 70; Q_2 = 76; Q_3 = 80$. D. $Q_1 = 70; Q_2 = 77; Q_3 = 80$.

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(1;1)$ và $B(2;4)$ là

- A. $3x + y - 4 = 0$. B. $3x - y - 2 = 0$. C. $x + 3y - 2 = 0$. D. $x + 3y - 4 = 0$.

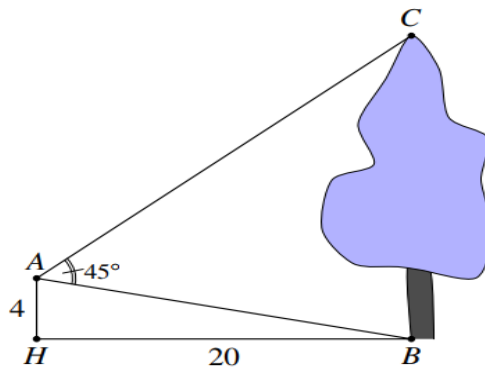
Câu 10. Cho mệnh đề: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$ ”. Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

- A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$. B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$.
C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 < 0$. D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$.

Câu 11. Phương trình chính tắc của elip là

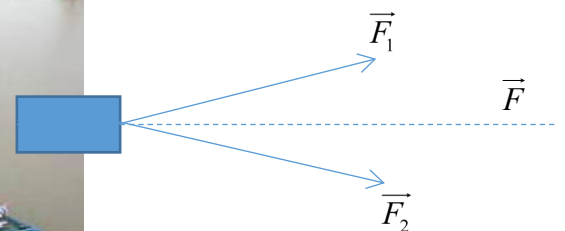
- A. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{24} = 1$. B. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$. C. $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{6} = 1$. D. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{24} = 1$.

Câu 12. Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao. Biết $AH = 4m$, $HB = 20m$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Chiều cao của cây gần nhất với giá trị nào sau đây?



- A. 14. B. 19. C. 17. D. 15.

Câu 13. Để xây dựng hầm Thủ Thiêm, các kỹ sư đã đúc các **đốt hầm** ở Nhơn Trạch (Đồng Nai), cách vị trí cầu 20km. Khi đốt hầm được đúc xong, người ta tiến hành dùng các tàu kéo để đưa các đốt hầm về lại vị trí hầm Thủ Thiêm (như hình vẽ)



Biết rằng 2 tàu lai dắt phía trước có lực kéo như nhau là 3000N và cùng tạo với đường đi của “đốt hầm” một góc là 30° . Tính công của của hai tàu lai dắt một đốt hầm trong quãng đường 500 m.

- A. $30\sqrt{3} \cdot 10^5$ (J). B. $15\sqrt{3} \cdot 10^5$ (J). C. $6 \cdot 10^3$ (J). D. $3 \cdot 10^6$ (J).

Câu 14. Cho hai tập hợp $P = (-4;5) \cup (7;9)$ và $Q = (2;8)$. Tìm $P \cap Q$.

- A. $P \cap Q = [2;5] \cup [7;8]$. B. $P \cap Q = (2;5) \cup (7;8)$. C. $P \cap Q = (7;8)$. D. $P \cap Q = (2;5)$.

Câu 15. Từ các số 1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và trong mỗi số lập được đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

- A. 108. B. 104. C. 112. D. 106.

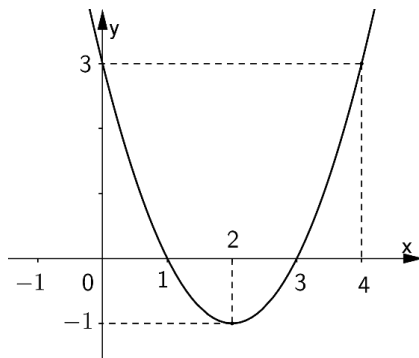
Câu 16. Cho $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị $\cos \alpha$ bằng:

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\frac{4}{5}$. D. $-\frac{3}{5}$.

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A , cạnh đáy $BC: x - 5y + 2 = 0$, cạnh bên $AB: 3x - 2y + 6 = 0$, đường thẳng chứa cạnh AC đi qua điểm $M(6; -1)$. Đỉnh C của tam giác có tọa độ là $(a; b)$. Tính $T = 2a + 3b$?

- A. $T = 0$. B. $T = 9$. C. $T = 15$. D. $T = 5$.

Câu 18. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm m để phương trình $\frac{x^2 - 4x - m - 2}{\sqrt{x - 1}} = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m \in (-5; -4)$. B. $m \in [-5; -4]$. C. $m \in [-6; -5]$. D. $m \in (-6; -5)$.

Câu 19. Cặp số $(2; -1)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

- A. $-x - 3y + 1 < 0$. B. $x + 3y + 1 < 0$. C. $-x - y < 0$. D. $x + y - 3 > 0$.

Câu 20. Chủ vườn lan có 10 chậu lan có hoa màu đỏ và 10 chậu lan có hoa màu vàng (lan chưa nở hoa nên không phân biệt được hai loại). Một khách hàng mua 7 chậu hoa lan một cách ngẫu nhiên, tính xác suất để khách mua được ít nhất 5 chậu lan có hoa màu đỏ.

- A. $\frac{37}{1292}$. B. $\frac{533}{646}$. C. $\frac{113}{646}$. D. $\frac{1255}{1292}$.

Câu 21. Trên mặt phẳng, cho 6 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Có tất cả bao nhiêu vector khác vector không mà điểm đầu và điểm cuối của chúng thuộc tập điểm đã cho?

- A. 30. B. 12. C. 25. D. 36.

Câu 22. Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra của lớp 10A1

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1

Kích cỡ mẫu là:

- A. 40 B. 50 C. 30 D. 60

Câu 23. Một công ty dự kiến chi 16 triệu đồng cho một đợt quảng cáo sản phẩm của mình. Biết rằng chi phí cho 1 phút quảng cáo trên đài phát thanh là 800000 đồng và chi phí cho 1 phút quảng cáo trên truyền hình là 4 triệu đồng. Đài phát thanh chỉ nhận các chương trình quảng cáo dài ít nhất 5 phút, đài truyền hình chỉ nhận các chương trình quảng cáo dài tối đa 4 phút. Theo các phân tích, cùng thời lượng 1 phút quảng cáo, trên đài truyền hình sẽ có hiệu quả gấp 6 lần trên đài phát thanh. Để đạt hiệu quả tối đa thì công ty đó cần quảng cáo bao nhiêu thời gian trên đài truyền hình?

- A. 4 phút. B. 2 phút. C. 3 phút. D. 5 phút.

Câu 24. Cho tam giác ABC có trung tuyến BM , gọi I là trung điểm của BM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\vec{IA} + \vec{IC} = \vec{IM}$. B. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$. C. $\vec{IA} + \vec{IC} = 2\vec{IB}$. D. $\vec{IA} + \vec{IC} + 2\vec{IB} = \vec{0}$.

Câu 25. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x^2 + \frac{1}{2x}\right)^9$ với $x \neq 0$.

- A. 64. B. $\frac{21}{16}$. C. 84. D. $\frac{27}{16}$.

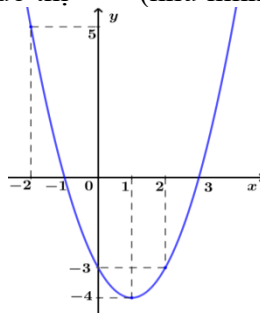
Câu 26. Viết phương trình đường tròn có tâm $I(-4;3)$ và tiếp xúc ngoài với đường tròn

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$$

- A. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 3y + 9 = 0$.
C. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 16$. D. $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 12 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ dưới).



- a) $f(2) = -1$.
b) Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm thuộc khi $m \geq -4$.
c) Phương trình $f^2(x) - 2f(x) - 3 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
d) Bất phương trình $x^2 - 2x - 3 \geq 2m + 4$ có nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$ khi $m < \frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hình thang vuông $ABCD$ có đường cao $AB = h$, cạnh đáy $AD = a$, $BC = b$

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ b) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = \sqrt{b^2 + h^2}$
c) $\overrightarrow{BC} = \frac{b}{a} \overrightarrow{AD}$ d) Hai đường chéo $AC \perp BD$ khi $h^2 = a.b$

Câu 3. Xếp 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 8 ghế. Trong đó có một bạn nữ tên Tâm và một bạn nam tên Quyết.

- a) Số cách sắp xếp các học sinh là 40320
b) Xác suất để các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau là $\frac{1}{14}$.
c) Xác suất để không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau là $\frac{5}{14}$.
d) Xác suất để Tâm và Quyết đứng cạnh nhau bằng $\frac{3}{20}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có $AB = 8cm$; $AC = 5cm$; $BAC = 60^\circ$

- a) Độ dài cạnh $BC = 7cm$.
b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác là $R = \frac{7}{\sqrt{3}}cm$
c) Chiều cao kẻ từ đỉnh A bằng $h_a = \frac{20}{7\sqrt{3}}cm$.
d) Hai đường trung tuyến BM và CN vuông góc với nhau.

Câu 5. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 .

- a) Lập được 600 số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau.
- b) Lập được 216 số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 5.
- c) Lập được 156 số chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau
- d) Lập được 256 số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau luôn có mặt số 0 và 1

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0; -3)$, $B(4; 1)$ và điểm M thay đổi thuộc đường tròn $(C): x^2 + (y - 1)^2 = 4$. Mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hai điểm A, B đều nằm ngoài đường tròn.
- b) Khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $\sqrt{2}$.
- c) Có đúng một điểm M để diện tích tam giác MAB bằng 4.
- d) Gọi $P_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$. Khi đó ta có $P_{\min} < 8$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thỏa mãn: $(m; m+1) \subset [2; 5]$.

Câu 2. Cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ và điểm $A(5; -6)$. Gọi B, C lần lượt là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ điểm A đến đường tròn (T) . Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm $I(a, b)$ bán kính R . Tổng $a + b + 2R$ bằng bao nhiêu.

Câu 3. Trong một đề thi trắc nghiệm môn Toán có loại câu hỏi trả lời dạng đúng sai. Một câu hỏi có 4 ý hỏi, mỗi ý hỏi học sinh chỉ cần trả lời đúng hoặc chỉ trả lời sai. Nếu 1 ý trả lời đúng đáp án thì được 0,1 điểm, đúng đáp án 2 ý được 0,25 điểm, đúng đáp án 3 ý được 0,5 điểm và đúng đáp án cả 4 ý được 1 điểm. Giả sử một thí sinh làm bài bằng cách chọn phương án ngẫu nhiên để trả lời cho 2 câu hỏi loại đúng sai này. Hỏi có bao nhiêu cách chọn phương án để học sinh đó được 1 điểm ở phần trả lời 2 câu hỏi này.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-30; 4]$ để phương trình

$$(x - 2\sqrt{x - m} - 2m)(x - 2\sqrt{x - m} - 3) = 0 \text{ có đúng hai nghiệm phân biệt.}$$

Câu 5. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$. Điểm

M di động trên BC sao cho $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BC}$. Độ dài vectơ $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Gieo ba con súc sắc cân đối một cách độc lập. Tính xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc là một số chia hết cho 3 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN: TOÁN – KHỐI 10

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
102	B	B	B	A	C	B	A	D	C	D	D	A	A	A	A	A	A	C	A	D	D	A	A	C	A
103	A	D	C	D	B	C	A	D	B	B	B	C	B	B	A	D	B	D	C	C	A	A	C	D	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

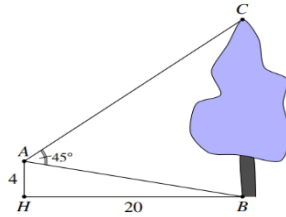
câu	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c	6d
102	D	D	S	S	D	D	D	S	D	D	D	S	S	D	S	D	S	D	D	D	D	S	S	S
103	S	D	S	D	S	D	D	D	D	D	D	S	D	D	S	S	D	D	D	S	D	S	S	S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm ngắn.

câu	1	2	3	4	5	6
102	5	4	0,33	11	18	3
103	3	5	18	4	11	0,33

I. PHẦN GIẢI CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG

Câu 1: Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao. Biết $AH = 4m$, $HB = 20m$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Chiều cao của cây gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. 19.

B. 15.

C. 17.

D. 14.

Lời giải

Chọn C

Ta có $AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = \sqrt{416} = 4\sqrt{26}$.

$$\sin \widehat{ABC} = \sin \widehat{HAB} = \frac{HB}{AB} = \frac{20}{4\sqrt{26}} \Rightarrow \sin \widehat{ABC} = \frac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 78^\circ 41'.$$

Do đó $\widehat{ACB} \approx 180^\circ - 45^\circ - 78^\circ 41' \approx 56^\circ 19'$

$$\text{Áp dụng định lí sin trong tam giác } ABC \text{ ta có } \frac{CB}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} \Rightarrow CB = \frac{AB \sin 45^\circ}{\sin \widehat{ACB}} \approx \frac{4\sqrt{26} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 56^\circ 19'} \\ \Rightarrow CB \approx 17,3 \text{ m}.$$

Câu 2: Một công ty dự kiến chi 16 triệu đồng cho một đợt quảng cáo sản phẩm của mình. Biết rằng chi phí cho 1 phút quảng cáo trên đài phát thanh là 800000 đồng và chi phí cho 1 phút quảng cáo trên truyền hình là 4 triệu đồng. Đài phát thanh chỉ nhận các chương trình quảng cáo dài ít nhất 5 phút, đài truyền hình chỉ nhận các chương trình quảng cáo dài tối đa 4 phút. Theo các phân tích, cùng thời lượng 1 phút quảng cáo, trên đài truyền hình sẽ có hiệu quả gấp 6 lần trên đài

phát thanh. Để đạt hiệu quả tối đa thì công ty đó cần quảng cáo bao nhiêu thời gian trên đài truyền hình?

A. 5 phút.

B. 2 phút.

C. 4 phút.

D. 3 phút.

Lời giải

Gọi x (phút), y (phút) tương ứng là thời gian công ty đó quảng cáo trên đài phát thanh và trên đài truyền hình. Chi phí công ty cần bỏ ra là $800000x + 4000000y$ (đồng).

Mức chi này không vượt quá chi phí công ty đặt ra nên

$$800000x + 4000000y \leq 16000000 \Leftrightarrow x + 5y - 20 \leq 0.$$

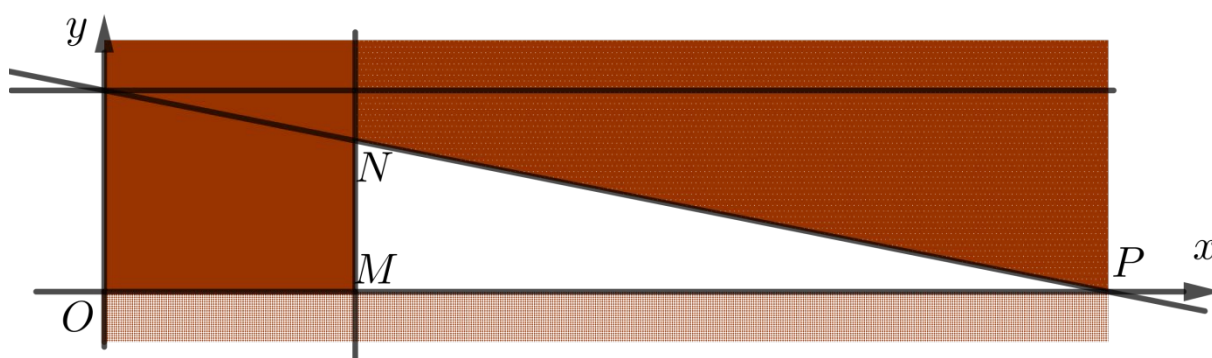
Do các điều kiện đài phát thanh và đài truyền hình đưa ra nên ta có $x \geq 5$, $0 \leq y \leq 4$.

Hiệu quả của quảng cáo là $F(x; y) = x + 6y$.

Bài toán trở thành: Xác định x, y sao cho $F(x; y)$ đạt giá trị lớn nhất với các điều kiện

$$\begin{cases} x + 5y - 20 \leq 0 \\ x \geq 5 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases} \quad (*).$$

Biểu diễn miền nghiệm của (*) như hình sau



Miền nghiệm của hệ (*) là hình tam giác MNP với $M(5;0)$, $P(20;0)$ và $N(5;3)$.

Ta có $F(5;0) = 5$, $F(20;0) = 20$, $F(5;3) = 23$.

Do đó để đạt hiệu quả cao nhất thì công ty đó cần quảng cáo 5 phút trên đài phát thanh và 3 phút trên đài truyền hình.

Câu 3: Chỉ số IQ của một nhóm học sinh là:

60	78	80	64	70	76	80	74	86	90
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. $Q_1 = 70; Q_2 = 77; Q_3 = 80$.

B. $Q_1 = 72; Q_2 = 78; Q_3 = 80$.

C. $Q_1 = 70; Q_2 = 76; Q_3 = 80$.

D. $Q_1 = 70; Q_2 = 75; Q_3 = 80$.

Lời giải

Sắp xếp các giá trị này theo thứ tự không giảm

60	64	70	74	76	78	80	80	86	90
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Vì $n = 10$ là số chẵn nên Q_2 là số trung bình cộng của hai giá trị chính giữa:

$$Q_2 = (76 + 78) : 2 = 77$$

Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2

60	64	70	74	76
----	----	----	----	----

và tìm được $Q_1 = 70$

Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2

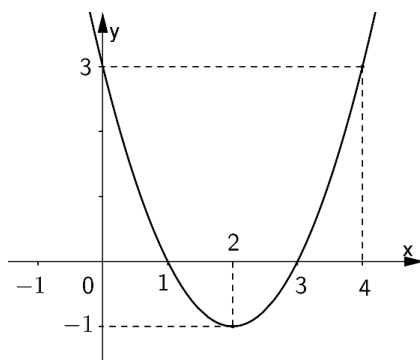
78	80	80	86	90
----	----	----	----	----

và tìm được $Q_3 = 80$.

Xét phương trình $\frac{x^2 - 4x - m - 2}{\sqrt{x - 1}} = 0$ (4).

Điều kiện: $x > 1$.

Câu 4: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm m để phương trình $\frac{x^2 - 4x - m - 2}{\sqrt{x - 1}} = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m \in (-5; -4)$.

B. $m \in (-6; -5)$.

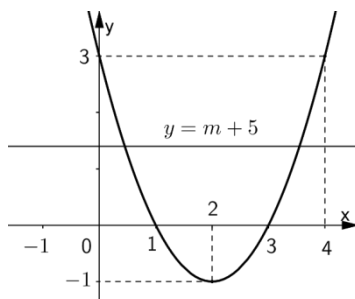
C. $m \in [-6; -5]$.

D. $m \in [-5; -4]$.

Lời giải

Khi đó (4) $\Leftrightarrow x^2 - 4x - m - 2 = 0$.

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = m + 5$ (5).



Phương trình (4) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (5) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1. Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $d: y = m + 5$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1 khi $-1 < m + 5 < 0 \Leftrightarrow -6 < m < -5$.

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A , cạnh đáy $BC: x - 5y + 2 = 0$, cạnh bên $AB: 3x - 2y + 6 = 0$, đường thẳng chứa cạnh AC đi qua điểm $M(6; -1)$. Đỉnh C của tam giác có tọa độ là $(a; b)$. Tính $T = 2a + 3b$?

A. $T = 5$.

B. $T = 0$.

C. $T = 15$.

D. $T = 9$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng đi qua M và song song với BC , khi đó d có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -5)$

Suy ra phương trình đường thẳng của $d: (x - 6) + (-5)(y + 1) = 0 \Rightarrow d: x - 5y - 11 = 0$

Tọa độ giao điểm N của d và AB là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - 5y - 11 = 0 \\ 3x - 2y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow N(-4; -3)$$

Tam giác ABC cân tại A nên A nằm trên đường trung trực của MN .

Đường trung trực của MN đi qua trung điểm $I(1; -2)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = (-10; -2)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình: $(-10)(x - 1) + (-2)(y + 2) = 0 \Leftrightarrow 5x + y - 3 = 0$

Khi đó tọa độ điểm A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6 = 0 \\ 5x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(0; 3)$$

Đường thẳng chứa cạnh AC đi qua điểm $A(0; 3)$ và nhận $\overrightarrow{AM} = (6; -4)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình là: $\begin{cases} x = 6t \\ y = 3 - 4t \end{cases} \Rightarrow AC$ có phương trình tổng quát là $2x + 3y - 9 = 0$.

Khi đó tọa độ điểm C là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x - 5y + 2 = 0 \\ 2x + 3y - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow C(3; 1) \Rightarrow T = 2.3 + 3.1 = 9.$$

Cách 2.:

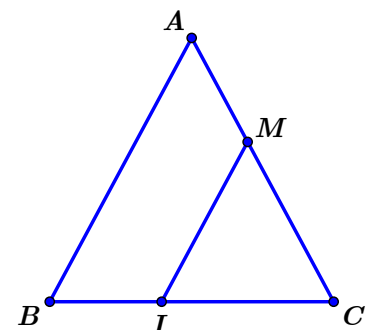
Gọi d là đường thẳng đi qua M và song song với AB , khi đó d có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; -2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng của $d: 3(x - 6) - 2(y + 1) = 0 \Rightarrow d: 3x - 2y - 20 = 0$

Tọa độ giao điểm I của d và BC là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x - 2y - 20 = 0 \\ x - 5y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow I(8; 2).$$

Có $C \in BC \Rightarrow C(5c - 2; c)$.



Do tam giác ABC cân tại A nên tam giác MCI cân tại M .

$$\text{Suy ra } MC = MI \Leftrightarrow (5c-8)^2 + (c+1)^2 = 13 \Leftrightarrow 26c^2 - 78c + 52 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ c = 2 \end{cases}.$$

$$+ \text{ Với } c = 1 \Rightarrow C(3;1).$$

$$+ \text{ Với } c = 2 \Rightarrow C(8;2) \text{ (loại do } C \equiv I).$$

$$\text{Vậy } C(3;1) \Rightarrow T = 2.3 + 3.1 = 9.$$

Câu 6: Từ các số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và trong mỗi số lập được đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104.

B. 106.

C. 108.

D. 112.

Lời giải

Chọn C

Gọi $x = a_1a_2...a_6$, $a_i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ là số cần lập

$$\text{Theo bài ra ta có: } a_1 + a_2 + a_3 + 1 = a_4 + a_5 + a_6 \quad (1)$$

Mà $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và đôi một khác nhau nên

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) suy ra: } a_1 + a_2 + a_3 = 10$$

Phương trình này có các bộ nghiệm là: $(a_1, a_2, a_3) = (1, 3, 6); (1, 4, 5); (2, 3, 5)$

Với mỗi bộ ta có $3! \cdot 3! = 36$ số.

Vậy có $3 \cdot 36 = 108$ số cần lập.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0; -3)$, $B(4; 1)$ và điểm M thay đổi thuộc đường tròn $(C): x^2 + (y-1)^2 = 4$. Mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hai điểm A, B đều nằm ngoài đường tròn.

b) Khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $\sqrt{2}$.

c) Có đúng một điểm M để diện tích tam giác MAB bằng 4.

d) Gọi $P_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$. Khi đó ta có $P_{\min} < 8$.

Lời giải

a) Đường tròn $(C): x^2 + (y-1)^2 = 4$ có tâm $I(0; 1)$ bán kính $R = 2$, mà $IA = IB = 4 > R$ nên A, B nằm ngoài đường tròn. Suy ra a) đúng.

b) Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm A, B . Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 4) \rightarrow \vec{n} = (1; -1)$ là vectơ pháp tuyến của Δ .

Phương trình đường thẳng Δ là:

$$1(x-0)-1(y+3)=0 \Leftrightarrow x-y-3=0.$$

$$d(I; \Delta) = \frac{|0-1-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = 2\sqrt{2}. \text{ Suy ra b) sai.}$$

c) Giả sử $M(a; b)$, do

$$M \in (C): x^2 + (y-1)^2 = 4 \longrightarrow a^2 + (b-1)^2 = 4 \quad (1). \text{ Ta có}$$

$$\overrightarrow{AB} = (4; 4), \overrightarrow{AM} = (a; b+3) \longrightarrow S_{MAB} = \frac{1}{2} |4(b+3) - 4a|. \text{ Mà}$$

$$S_{MAB} = 4 \longrightarrow \frac{1}{2} |4(b+3) - 4a| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b+1 \\ a = b+5 \end{cases}.$$

$$\text{TH1: } a = b+1 \quad (2). \text{ Giải hệ phương trình (1), (2) được } \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \longrightarrow M(0; -1) \text{ hoặc } M(2; 1).$$

TH2: $a = b+5$ (2). Giải hệ phương trình (1), (2) thấy hệ vô nghiệm.

Vậy có 2 điểm $M(0; -1)$ hoặc $M(2; 1)$ thỏa mãn $S_{MAB} = 4$. Do đó c) sai.

d) Gọi N là giao điểm của IA và đường tròn (C)

Trên đoạn IN lấy điểm P sao cho $IP = \frac{1}{2} IN \Rightarrow \overrightarrow{IP} = \frac{1}{4} \overrightarrow{IA} \Rightarrow P$ trùng với gốc tọa độ. Ta có

$$\triangle IAM \sim \triangle IMP \Rightarrow \frac{MA}{MP} = \frac{IM}{IP} = \frac{IN}{IP} = 2 \Rightarrow MA = 2MP. \text{ Do đó}$$

$$P = MA + 2MB = 2MP + 2MB \geq 2PB \Rightarrow P_{\min} = 2PB = 2\sqrt{17} > 8.$$

Do đó d) sai.

Cách 2: Gọi $M(x; y)$

$$\begin{aligned} P &= MA + 2MB = \sqrt{x^2 + (y+3)^2} + 2\sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} = 2\sqrt{x^2 + (y+3)^2 + 3(x^2 + (y-1)^2 - 4)} + 2\sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} \\ &= 2\left(\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2}\right) \geq 2\sqrt{4^2 + 1^2} = 2\sqrt{17} \end{aligned}$$

Câu 8: Từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5$.

a) Lập được 600 số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau.

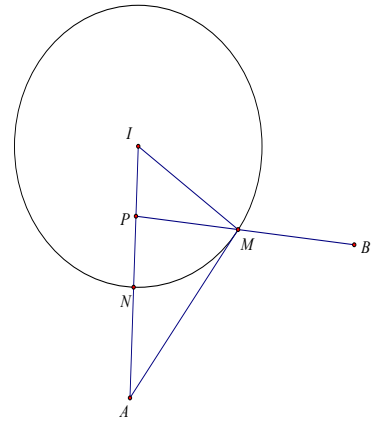
b) Lập được 216 số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 5.

c) Lập được 156 số chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau

d) Lập được 256 số có bốn chữ số đôi một khác nhau luôn có mặt số 0 và 1

Lời giải

a) Gọi số cần lập là $\overline{a_1 a_2 \dots a_6}$



Có 5 cách chọn a_1

Có $5!$ cách chọn 5 chữ số còn lại.

Vậy lập được $5 \cdot 5! = 600$. Nên a) đúng.

b) Gọi số cần lập là $\overline{a_1 a_2 \dots a_6}$

TH1: $a_6 = 0$ Có $5!$ cách chọn 5 chữ số còn lại.

TH2: $a_6 = 5$

Có 4 cách chọn a_1

Có $4!$ cách chọn bốn số còn lại

KL: Lập được: $5! + 4 \cdot 4! = 216$ số

c) Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d = \{0; 2; 4\}$.

Trường hợp 1. Nếu $d = 0$ số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:

a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.

b được chọn từ tập $A \setminus \{0; a\}$ nên có 4 cách chọn.

c được chọn từ tập $A \setminus \{0; a; b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

Trường hợp 2. Nếu $d = \{2; 4\} \Rightarrow d$ có 2 cách chọn.

Khi đó a có 4 cách chọn (khác 0 và d), b có 4 cách chọn và c có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm theo yêu cầu bài toán.

d) Lập được $A_4^2 \cdot A_4^2 - A_3^1 \cdot A_4^2 = 108$ số có 4 chữ số khác nhau luôn có mặt số 0 và 1

Câu 9: Xếp 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 8 ghế. Trong đó có một bạn nữ tên Tâm và một bạn nam tên Quyết.

a) Số cách sắp xếp các học sinh là 40320

b) Xác suất để các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau là $\frac{1}{14}$.

c) Xác suất để không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau là $\frac{5}{14}$.

d) Xác suất để Tâm và Quyết đứng cạnh nhau bằng $\frac{3}{20}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có $|\Omega| = 8! = 40320$.

Gọi các biến cố

A: “Các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau”

B: “Không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau”

a) Số cách xếp 5 học sinh nam thành hàng ngang là $5! = 120$. Ứng với mỗi cách sắp xếp này, ta có $4! = 24$ cách sắp xếp thêm 3 bạn nữ vào sao cho thỏa yêu cầu bài toán.

Suy ra $|\Omega_A| = 120 \cdot 24 = 2880$. Do đó $P(A) = \frac{2880}{40320} = \frac{1}{14}$.

b) Số cách xếp 5 học sinh nam thành hàng ngang là $5! = 120$.

Ứng với mỗi cách sắp xếp này, ta có 6 khoảng trống (2 khoảng trống ở hai đầu và 4 khoảng trống ở giữa). Xếp 3 học sinh nữ vào các khoảng trống đó, có $A_6^3 = 120$ cách.

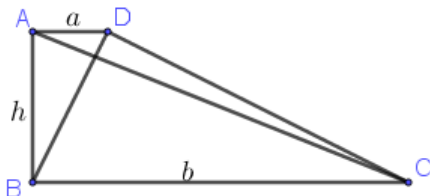
Suy ra $|\Omega_B| = 120 \cdot 120 = 14400$. Do đó $P(B) = \frac{14400}{40320} = \frac{5}{14}$.

d) Ta coi hai bạn Tâm và Quyết là một đối tượng, ký hiệu là X.

Số cách sắp xếp 7 đối tượng (bao gồm X và 6 học sinh còn lại) là $7!$ cách. Với mỗi cách xếp đó ta đảo vị trí cho Tâm và Quyết có $2!$ cách. Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu là $2! \cdot 7! = 10080$.

Xác suất cần tìm bằng $\frac{10080}{40320} = \frac{1}{4}$. Suy ra d) **Sai**.

Câu 10: Cho hình thang vuông $ABCD$ có đường cao $AB = h$, cạnh đáy $AD = a$, $BC = b$, hai đường chéo $AC \perp BD$. Hệ thức nào sau đây đúng?



a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ sai

b) $\overrightarrow{BC} = \frac{b}{a} \overrightarrow{AD}$ **đúng**

c) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = \sqrt{b^2 + h^2}$ đúng

d) Hai đường chéo $AC \perp BD$ khi $h^2 = a \cdot b$ **đúng**

Lời giải

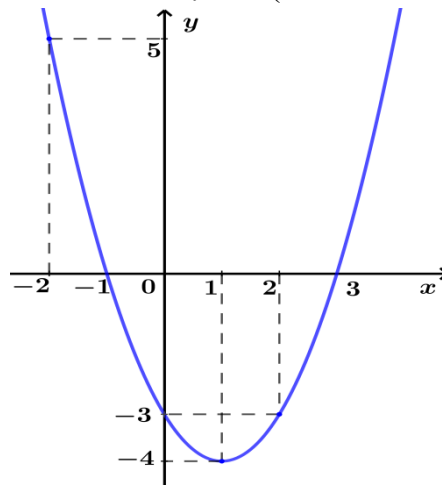
$$AC \perp BD \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$\Leftrightarrow -h^2 + a \cdot b = 0.$$

Vậy $h^2 = a \cdot b$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ dưới).



a) $f(2) = -1$.

b) Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm khi $m \geq -4$.

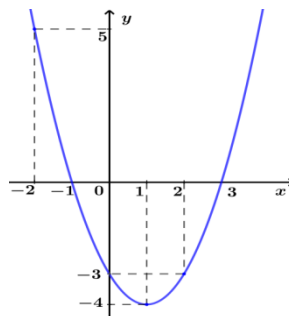
c) Phương trình $f^2(x) - 2f(x) - 3 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

d) Bất phương trình $x^2 - 2x - 3 \geq 2m + 4$ có nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$ khi $m < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Đặt $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Khi đó BPT $x^2 - 2x - 3 \geq 2m + 4$ có nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$ khi và chỉ khi $2m + 4 \leq \max_{(-2; 2)} f(x)$.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 2x - 3$ là một parabol.



Ta có: $f(-2) = 5; f(2) = -3$;

Từ đồ thị trên ta suy ra $2m + 4 \leq \max_{(-2; 2)} f(x) \Leftrightarrow 2m + 4 < 5 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thỏa mãn: $(m; m+1) \subset [2; 5]$.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } (m; m+1) \subset [2; 5] \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq m \\ m+1 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq m \\ m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 4.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$, suy ra $m \in \{2; 3; 4\}$.

Câu 13: Gieo ba con súc sắc cân đối một cách độc lập. Tính xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc là một số chia hết cho 3.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 6^3 = 216$.

Gọi biến cố A “tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc là một số chia hết cho 3”.

Ta phân chia các mặt có số chấm $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ thành 3 loại.

Loại I: Gồm các mặt có số chấm chia hết cho 3 là $\{3; 6\}$.

Loại II: Gồm các mặt có số chấm chia 3 dư 1 là $\{1; 4\}$.

Loại III: Gồm các mặt có số chấm chia 3 dư 2 là $\{2; 5\}$.

Để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc là một số chia hết cho 3.

TH1: Cả ba mặt cùng thuộc 1 loại suy ra có $2^3 + 2^3 + 2^3 = 24$.

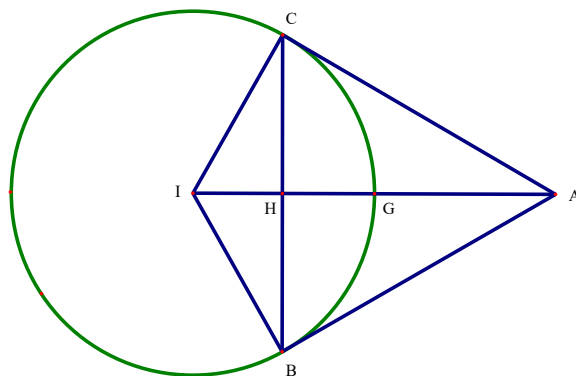
TH2: Cả ba mặt mỗi mặt thuộc một loại suy ra có $3! \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 48$.

Vậy $n(A) = 24 + 48 = 72$. Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{72}{216} = \frac{1}{3}$.

Câu 14: Cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ và điểm $A(5; -6)$. Gọi B, C lần lượt là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ điểm A đến đường tròn (T) . Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm $I(a, b)$ bán kính R . Tổng $a + b + 2R$ bằng bao nhiêu.

A. 5

Lời giải



Ta thấy điểm A nằm ngoài đường tròn (T) nên từ A luôn kẻ được 2 tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (T) (với B, C lần lượt là các tiếp điểm).

Đường tròn (T) có tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 5$ và có $AI = \sqrt{(-1-5)^2 + (2+6)^2} = 10$.

Xét $\triangle BAI$ vuông tại B có $\cos \widehat{AIB} = \frac{IB}{AI} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AIB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BAI} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 60^\circ$

Từ đó ta có tam giác $\triangle ABC$ là tam giác đều.

Gọi H là giao điểm của BC và AI .

Trong $\triangle BAI$ vuông tại B và BH là đường cao nên $IH \cdot IA = IB^2 \Rightarrow IH = \frac{IB^2}{IA} = \frac{5}{2}$

$$\text{Suy ra } IH = \frac{1}{4}IA \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{IA} (*).$$

$$\text{Gọi } H(x_0; y_0), \text{ từ } (*) \text{ suy ra } \begin{cases} x_0 = \frac{1}{2} \\ y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{1}{2}; 0\right).$$

Do $\triangle ABC$ đều nên tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ là trọng tâm G của tam giác đó.

$$\text{Khi đó ta có } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AH} \Rightarrow G(2; -2).$$

Vậy đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ có tâm $G(2; -2)$ và bán kính $r = GH = \frac{5}{2}$ nên có phương trình:

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = \frac{25}{4}.$$

Câu 15: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$.

Điểm M di động trên BC sao cho $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BC}$. Độ dài vector $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi

$x = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Dựng hình bình hành $AGCE$. Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ME}$

$$\text{Kê } EF \perp BC, F \in BC \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{ME}| \geq EF$$

Do đó: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}|$ nhỏ nhất khi $M \equiv F$.

Gọi P là trung điểm AC , Q là hình chiếu của P trên BC . Ta có $BP = \frac{3}{4}BE$

$$\triangle BPQ \sim \triangle BEF \Rightarrow \frac{BQ}{BF} = \frac{BP}{BE} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BQ}$$

Mặt khác: $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC} \Rightarrow PQ$ là đường trung bình của $\triangle AHC \Rightarrow \overrightarrow{HQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HC}$

$$\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{HC} = \frac{5}{6}\overrightarrow{HC} = \frac{5}{8}\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BQ} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC} \Rightarrow x = \frac{5}{6}.$$

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-30; 4]$ để phương trình $(x - 2\sqrt{x-m} - 2m)(x - 2\sqrt{x-m} - 3) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. 4.

Lời giải

Chọn B.

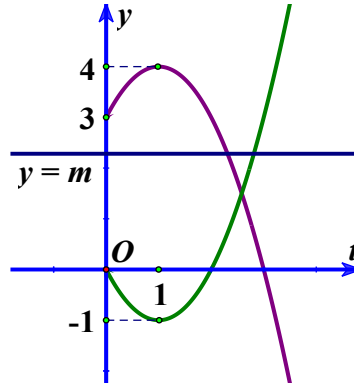
Gọi phương trình đã cho là (1).

Đặt $\sqrt{x-m} = t$, điều kiện $t \geq 0$, phương trình (1) trở thành:

$$(t^2 - 2t - m)(t^2 - 2t - 3 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = t^2 - 2t \\ m = -t^2 + 2t + 3 \end{cases} \quad (2).$$

Ta thấy với mỗi giá trị $t \geq 0$, cho ta duy nhất một giá trị x , do đó (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi hệ (2) có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc nửa khoảng $[0; +\infty)$.

Vẽ hai đồ thị hàm số $y = t^2 - 2t$ và $y = -t^2 + 2t + 3$ với $t \geq 0$ trên cùng một hệ trục tọa độ.



Căn cứ đồ thị ta có hệ (2) đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ giao với cả hai nhánh đồ thị trên tại 2 điểm phân biệt. Suy ra $m = -1$, $m = 4$ hoặc $m \in (0; 3) \setminus \left\{ \frac{2 + \sqrt{10}}{2} \right\}$.

Câu 17. Trong một đề thi trắc nghiệm môn Toán có loại câu hỏi trả lời dạng đúng sai. Một câu hỏi có 4 ý hỏi, mỗi ý hỏi học sinh chỉ cần trả lời đúng hoặc chỉ trả lời sai. Nếu 1 ý trả lời đúng đáp án thì được 0,1 điểm, đúng 2 ý được 0,25 điểm, đúng 3 ý được 0,5 điểm và đúng cả 4 ý được 1 điểm. Giả sử một thí sinh làm bài bằng cách chọn phương án ngẫu nhiên để trả lời cho 2 câu hỏi loại đúng sai này. Hỏi có bao nhiêu cách chọn phương án để học sinh đó được 1 điểm ở phần trả lời 2 câu hỏi này.

Lời giải

Để đạt 1 điểm sẽ có các trường hợp sau xảy ra:

TH1. Đúng cả 4 ý của 1 câu hỏi và sai cả 4 ý câu hỏi còn lại hoặc ngược lại.

TH2. Mỗi câu hỏi đúng 3 ý và sai 1 ý.

Gọi A là biến cố HS đó được 1 điểm khi đó ta có $n(A) = 2.C_4^4.C_4^0 + C_4^3.C_4^3 = 18$.