



BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Bậc nhất hai ẩn





MỤC LỤC

Bài 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. Lý thuyết

1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn2
2. Biểu diễn nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn2

B. Các dạng bài tập

- ✎ Dạng 1. Tìm nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn3
- ✎ Dạng 2. Biểu diễn hình học miền nghiệm.....5

C. Luyện tập

- A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm9
- B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....12
- C. Câu hỏi – Trả lời ngắn14

Bài 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. Lý thuyết

1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn16
2. Biểu diễn nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn16
3. Bài toán tối ưu (Quy hoạch tuyến tính).16

B. Các dạng bài tập

- ✎ Dạng 1. Biểu diễn miền nghiệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.....17
- ✎ Dạng 2. Giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất, bài toán tối ưu21

C. Luyện tập

- A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm27
- B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....31
- C. Câu hỏi – Trả lời ngắn34

TOÁN TỪ TÂM



Chương 02

Bài 1.

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A

Lý thuyết

1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn



Định nghĩa

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là:

$$ax + by + c \leq 0 \quad (1) \quad (ax + by + c < 0; ax + by + c \geq 0; ax + by + c > 0)$$

Trong đó a, b, c là những số thực, $a^2 + b^2 \neq 0$;

$(x_0; y_0)$ là nghiệm của (1) $\Leftrightarrow ax_0 + by_0 + c \leq 0$

2. Biểu diễn nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

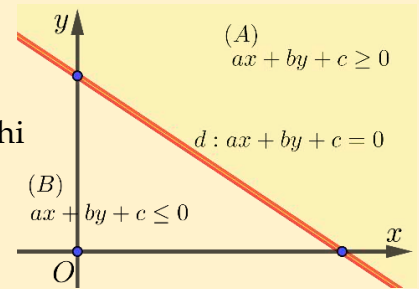


Định nghĩa

Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của (1) được gọi là miền nghiệm của nó.

Đường thẳng $d: ax + by + c = 0$ chia mp thành hai nửa mp , khi đó:

- ◉ Nửa mp (A) (kể cả bờ) là miền nghiệm của $ax + by + c \leq 0$
- ◉ Nửa mp (B) (kể cả bờ) là miền nghiệm của $ax + by + c \geq 0$.



Quy tắc Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình

- » **Bước (1):** Vẽ đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$.
- » **Bước (2):** Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0)$ không thuộc Δ (thường lấy gốc tọa độ O).
- » **Bước (3):** Tính $ax_0 + by_0 + c$ và so sánh với 0.
- » **Bước (4):** Kết luận:
 - ◉ Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì nửa mp bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của (1).
 - ◉ Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì nửa mp bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của (1).

► **Chú ý:** Miền nghiệm của (1) bỏ đi đường thẳng Δ là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$.

**B**

Các dạng bài tập

Dạng 1. Tìm nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn



Phương pháp

» Cho cặp số $(x_0; y_0)$ và bất phương trình $ax + by + c \geq 0$ (*).

Thay cặp số $(x_0; y_0)$ vào $(*)$ ta được biểu thức $T = ax_0 + by_0 + c$

Khi đó:

» Nếu $T \geq 0$ thì cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của $(*)$.

» Nếu $T < 0$ thì cặp số $(x_0; y_0)$ không là nghiệm của $(*)$.



Ví dụ 1.1.

Cho các điểm và các bất phương trình. Kiểm tra các điểm đã cho, điểm nào nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

- (1) Các điểm: $A(1;1)$, $B(-1;-2)$, $C(0;1)$, $D(1;-1)$ và bất phương trình $2x+3(y+1)>y$
- (2) Các điểm: $A(1;-1)$, $B(-2;1)$, $C(1;-1)$, $D(4;2)$ và bất phương trình $7x-3y-7<0$
- (3) Các điểm: $A(0;0)$, $B(-4;2)$, $C(1;2)$, $D(5;3)$ và bất phương trình $3x+4y-11<5x-3$
- (4) Các điểm: $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(-1;1)$, $D(-1;0)$ và bất phương trình $5x-2(y-1)\leq 0$

 **Lời giải**

**Ví dụ 1.2.**

Miền nghiệm của bất phương trình $2x - (x + 3y) < 3x + 2y + 2(y + 1)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm: $A(1;1)$, $B(-1;-2)$, $C(0;-1)$, $D(-3;-1)$?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 1.3.**

Điểm $R(1;1)$ không nằm trong miền nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

(i) $3(x-1) + 4(y-2) < 5x - 3$

(ii) $5x + 4y > x - 2$

(iii) $2x + (y-2) > 5(x-2)$

(iv) $2(x+1) - 2(y-1) > 3x + 2$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

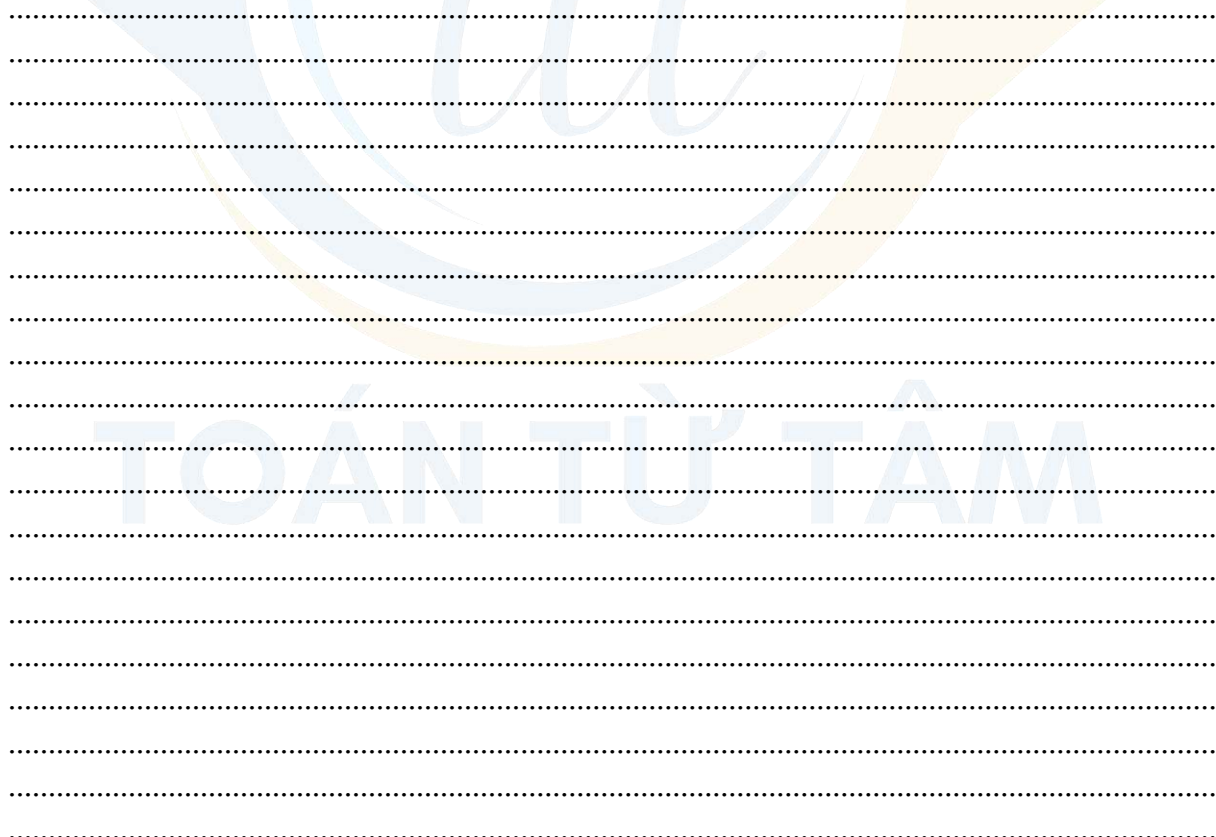
.....

.....

.....



 Lời giải



TOÁN TỰ TÂM



Biểu diễn hình học tập nghiệm của các bất phương trình:

(1) $2x + y \leq 3$

(2) $-3x + y + 2 \geq 0$

$$(3) \quad x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$$

(4) $-3x + 2y > 0$

 **Lời giải**



**Ví dụ 2.3.**

Xác định miền nghiệm của bất phương trình 2 ẩn

(1) $4x - 3y + 12 > 0$

(2) $-2x + 3y - 6 \leq 0$

(3) $\frac{x+y}{2} \leq \frac{2x-y+1}{3}$

(4) $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \leq 0$

 **Lời giải**



TOÁN TỪ TÂM



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) không được gọi là miền nghiệm của nó.

B. Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $2x - 3y + 1 < 0$ trên hệ trục Oxy là đường thẳng $2x - 3y + 1 = 0$.

C. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) được gọi là miền nghiệm của nó.

D. Nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) là tập rỗng.

» **Câu 2.** Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(4; 2)$.

D. $(1; -1)$.

» **Câu 3.** Câu nào sau đây đúng?.

Miền nghiệm của bất phương trình $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(2; 5)$.

» **Câu 4.** Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào?

A. $(3; 0)$.

B. $(3; 1)$.

C. $(1; 1)$.

D. $(0; 0)$.

» **Câu 5.** Miền nghiệm của bất phương trình $5(x + 2) - 9 < 2x - 2y + 7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào?

A. $(-2; 1)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(2; -1)$.

D. $(0; 0)$.

» **Câu 6.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?

A. $(-2; 1)$.

B. $(3; -7)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; 0)$.

» **Câu 7.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$?

A. $(-5; 0)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(1; -3)$.

D. $(0; 0)$.

» **Câu 8.** Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x - 5y + 3z \leq 0$.

B. $3x^2 + 2x - 4 > 0$.

C. $2x^2 + 5y > 3$.

D. $2x + 3y < 5$.

» **Câu 9.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$?

A. $Q(-1; -3)$.

B. $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $N(1; 1)$.

D. $P\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

» **Câu 10.** Miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$ không chứa điểm nào sau đây?



A. $A(1; 2)$.

B. $B(2; 1)$.

C. $C\left(1; \frac{1}{2}\right)$.

D. $D(3; 1)$.

» **Câu 11.** Miền nghiệm của bất phương trình $3(x-1)+4(y-2)<5x-3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0;0)$.

B. $(-4;2)$.

C. $(-2;2)$.

D. $(-5;3)$.

» **Câu 12.** Miền nghiệm của bất phương trình $x+3+2(2y+5)<2(1-x)$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-1; -2)$.

B. $B\left(-\frac{1}{11}; -\frac{2}{11}\right)$.

C. $C(0; -3)$.

D. $D(-4; 0)$.

» **Câu 13.** Miền nghiệm của bất phương trình $2x+y>1$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$.

B. $B(2; 2)$.

C. $C(3; 3)$.

D. $D(-1; -1)$.

» **Câu 14.** Miền nghiệm của bất phương trình $(1+\sqrt{3})x-(1-\sqrt{3})y\geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; -1)$.

B. $B(-1; -1)$.

C. $C(-1; 1)$.

D. $D(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

» **Câu 15.** Miền nghiệm của bất phương trình $x+3+2(2y+5)<2(1-x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(-3; -4)$.

B. $(-2; -5)$.

C. $(-1; -6)$.

D. $(0;0)$.

» **Câu 16.** Miền nghiệm của bất phương trình $x-2+2(y-1)>2x+4$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$.

B. $B(1; 5)$.

C. $C(4; 3)$.

D. $D(0; 4)$.

» **Câu 17.** Miền nghiệm của bất phương trình $2x-\sqrt{2}y+\sqrt{2}-2\leq 0$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$.

B. $B(1; 0)$.

C. $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

D. $D(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

» **Câu 18.** Cho bất phương trình $2x+4y<5$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;1)\in S$.

B. $(1;10)\in S$.

C. $(1;-1)\in S$.

D. $(1;5)\in S$.

» **Câu 19.** Cho bất phương trình $x-2y+5>0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

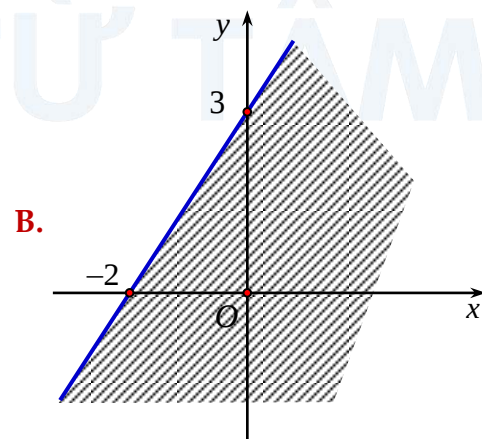
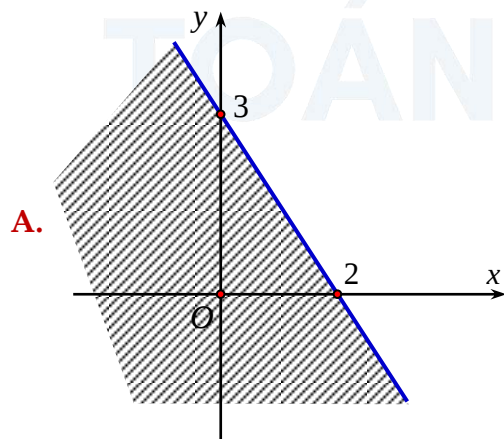
A. $(2;2)\in S$.

B. $(1;3)\in S$.

C. $(-2;2)\in S$.

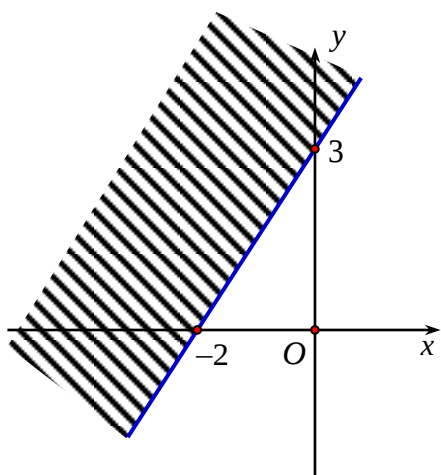
D. $(-2;4)\in S$.

» **Câu 20.** Miền nghiệm của bất phương trình $3x-2y>-6$ là

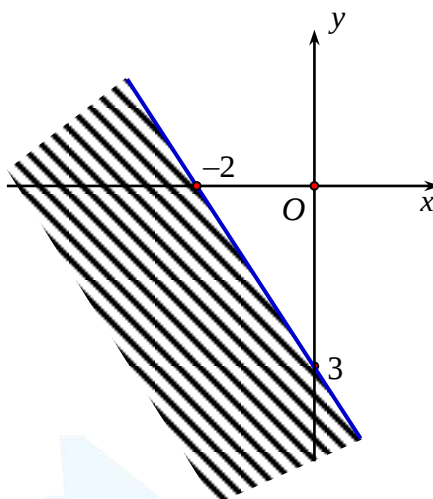




C.

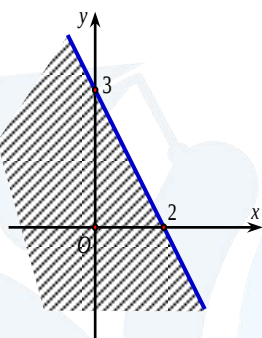


D.

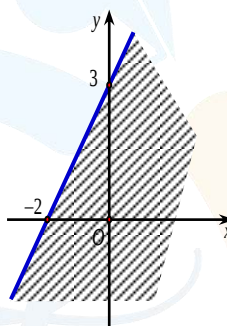


» Câu 21. Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là

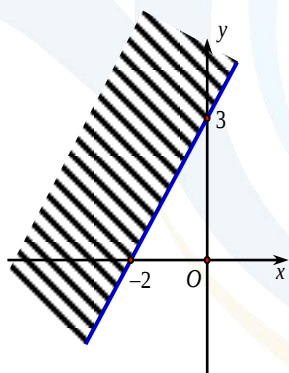
A.



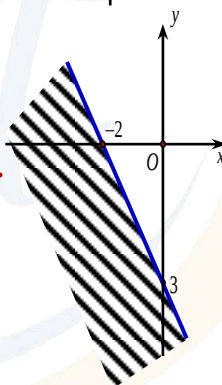
B.



C.

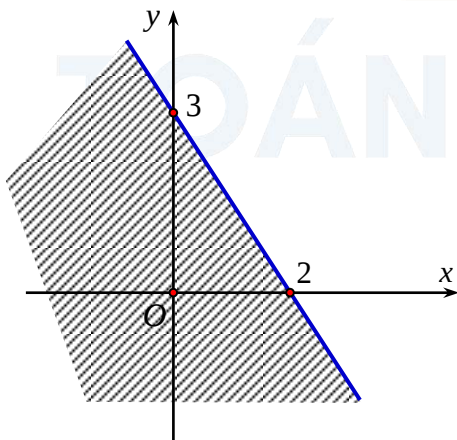


D.

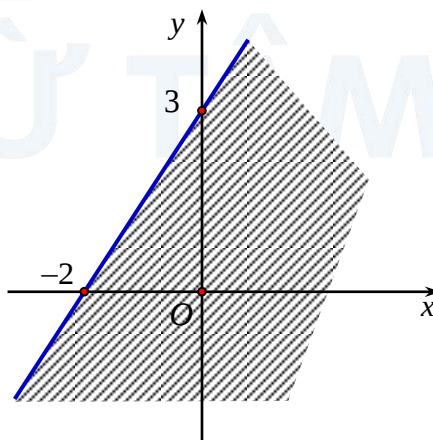


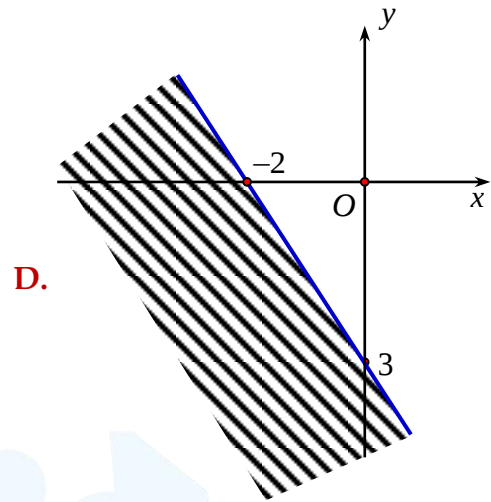
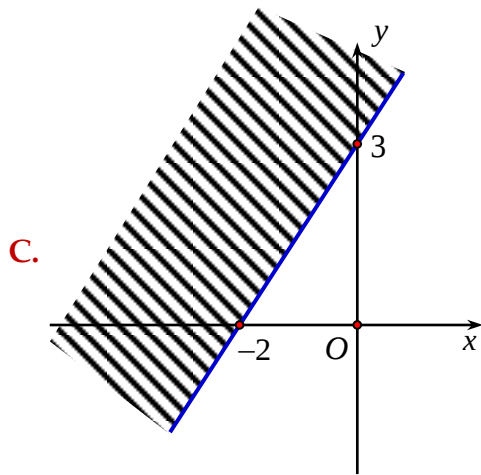
» Câu 22. Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là

A.



B.





» **Câu 23.** Cho bất phương trình $-2x + \sqrt{3}y + \sqrt{2} \leq 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** $(1; 1) \in S$. **B.** $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$. **C.** $(1; -2) \notin S$. **D.** $(1; 0) \notin S$.

» **Câu 24.** Cặp số $(x_0; y_0)$ nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 3y \geq 4$.

- A.** $(x_0; y_0) = (-2; 2)$. **B.** $(x_0; y_0) = (5; 1)$. **C.** $(x_0; y_0) = (-4; 0)$. **D.** $(x_0; y_0) = (2; 1)$.

» **Câu 25.** Cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(-3; -1)$ và $C(3; -4)$. Tìm điều kiện của tham số m để điểm $M\left(m; \frac{m-5}{3}\right)$ nằm bên trong tam giác ABC ?

- A.** $-1 < m < 2$. **B.** $-1 \leq m < 3$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $m < -3$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 26.** Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$x + 3y + 2 \leq 0$		
(b)	$x + y + 2 \leq 0$		
(c)	$2x + 5y - 2 < 0$		
(d)	$2x + y < 0$		

» **Câu 27.** Cho bất phương trình: $x - 4y + 5 > 0$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$(-5; 0)$ là một nghiệm của bất phương trình.		
(b)	$(-2; -1)$ là một nghiệm của bất phương trình.		
(c)	$(0; 0)$ là một nghiệm của bất phương trình.		
(d)	$(1; 3)$ là một nghiệm của bất phương trình.		

» **Câu 28.** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Miền nghiệm của các bất phương trình $6x - y \leq 1$ chứa điểm O		
(b)	Miền nghiệm của các bất phương trình $2x + 3y > 5$ chứa điểm O		



(c)	Miền nghiệm của các bất phương trình $-3x + y \geq 0$ chứa điểm $M(0;1)$		
(d)	Miền nghiệm của các bất phương trình $x - y < 7$ chứa điểm O		

» Câu 29. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$2x^2 + 3y > 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		
(b)	$x^2 + y^2 < 2$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		
(c)	$x + y - 3z \geq 0$ không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		
(d)	$x + y \geq 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		

» Câu 30. Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn: $x - 2y + 2 \leq 0$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$ là nửa mặt phẳng kể cả bờ $d: x - 2y + 2 = 0$, không chứa gốc tọa độ O		
(b)	$(1; 4)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$		
(c)	$(0; 3)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$		
(d)	$(2; 2)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$		

» Câu 31. An thích ăn hai loại trái cây là cam và xoài, mỗi tuần mẹ cho An 200000 đồng để mua trái cây. Biết rằng giá cam là 15000 đồng/ 1 kg, giá xoài là 30000 đồng/1 kg. Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam cam và xoài mà An có thể mua về sử dụng trong một tuần. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y$ ($x, y > 0$).		
(b)	Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $3x + 6y \geq 40$		
(c)	Cặp số $(5; 4)$ thỏa mãn bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y		
(d)	An có thể mua 4kg cam, 5kg xoài trong tuần.		

» Câu 32. Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x và y lần lượt là số phút gọi nội mạng, ngoại mạng của Bình trong một tháng và Bình muốn số tiền phải trả cho tổng đài luôn thấp hơn 100 nghìn đồng. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng). Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$.		
(b)	Bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là $x + 2y < 100$.		
(c)	$x = 50, y = 20$ nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho.		
(d)	Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là một hình vuông.		



» **Câu 33.** Một đội sản xuất cần 3 giờ để làm xong sản phẩm loại I và 2 giờ để làm xong sản phẩm loại II. Biết thời gian tối đa cho việc sản xuất hai sản phẩm trên là 18 giờ. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I, loại II mà đội làm được trong thời gian cho phép. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $2x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $3y$		
(b)	Bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$ là $3x + 2y < 18$		
(c)	$(3; 4)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$		
(d)	$(4; 3)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$		

» **Câu 34.** Một trò chơi chọn ô chữ đơn giản mà kết quả gồm một trong hai khả năng: Nếu người chơi chọn được chữ A thì người ấy được cộng 3 điểm, nếu người chơi chọn được chữ B thì người ấy bị trừ 1 điểm. Người chơi chỉ chiến thắng khi đạt được số điểm tối thiểu là 20. Gọi x, y theo thứ tự là số lần người chơi chọn được chữ A và chữ B. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .		
(b)	Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y trong tình huống người chơi chiến thắng là $3x - y \geq 18$		
(c)	Người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.		
(d)	Người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 3 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 35.** Nghiệm của bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ có dạng $(x; y)$ trong đó x, y là các số nguyên dương. Tính giá trị $S = x + y$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 36.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10; 10]$ sao cho $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ là

nghiệm của bất phương trình $m \frac{x}{2} - (m+1)y + 2 \geq 0$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 37.** Cho tam giác ABC có $A(0; 3); B(-1; 2); C(2; 1)$. Điều kiện của tham số m để điểm $M\left(m; \frac{2m-1}{2}\right)$ nằm bên trong tam giác ABC có dạng $\frac{a}{8} < m < \frac{7}{b}$ với $a; b$ là các số tự nhiên.

Tính giá trị $S = ab + a$



Điền đáp số:

- » **Câu 38.** Bạn Lan mang 150000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển tập và bút. Biết rằng giá một quyển tập là 8000 đồng và giá của một cây bút là 6000 đồng. Bạn Lan có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút.

Điền đáp số:

- » **Câu 39.** Trong 1 lạng (100g) thịt bò chứa khoảng 26g protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20g protein. Trung bình trong một ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46g protein. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày có dạng $ax + by \geq 46$ với $a; b$ là các số nguyên dương. Tính giá trị $S = a - b$.

Điền đáp số:

- » **Câu 40.** Nhu cầu canxi tối thiểu cho một người đang ở độ tuổi trưởng thành trong một ngày là 1300mg. Trong một lạng đậu nành có 165mg canxi, một lạng thịt có 15mg canxi. Gọi x, y lần lượt là số lạng đậu nành và số lạng thịt mà một người đang ở độ tuổi trưởng thành ăn trong một ngày. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng canxi cần thiết trong một ngày của một người đang trong độ tuổi trưởng thành có dạng $bx + 15y \geq a$ với $a; b$ là các số nguyên dương. Tính giá trị $T = \frac{a}{2} - 3b$.

Điền đáp số:

Hết

TOÁN TỪ TÂM



Chương 02

Bài 2.

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



Lý thuyết

1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn



Định nghĩa

- » Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà ta phải tìm nghiệm chung của chúng.
- » Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

2. Biểu diễn nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn



Cách biểu diễn

- » Ta có thể biểu diễn hình học miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn: là giao của các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.
- » Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta làm như sau:
 - ⊙ Trong cùng hệ toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.
 - ⊙ Phần không bị gạch là miền nghiệm cần tìm.

3. Bài toán tối ưu (Quy hoạch tuyến tính).



- » Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các biểu thức dạng $F = ax + by$, trong đó x, y nghiệm đúng của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đã cho:
 - ⊙ Vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
Miền nghiệm nhận được thường là một đa giác. (Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của F đạt được tại một trong các đỉnh của miền đa giác).
 - ⊙ Tính giá trị của F ứng với (x, y) là toạ độ các đỉnh của miền đa giác này.
 - ⊙ So sánh các kết quả vừa tính được, từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức.



Các dạng bài tập

Dạng 1. Biểu diễn miền nghiệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn



Phương pháp

- » Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta làm như sau:
- ☉ Trong cùng hệ toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách tô màu phần không thuộc miền nghiệm của nó.
 - ☉ Phần không bị tô là miền nghiệm cần tìm.



Ví dụ 1.1.

Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.2.

Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y + 3 > 0 \\ -2x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

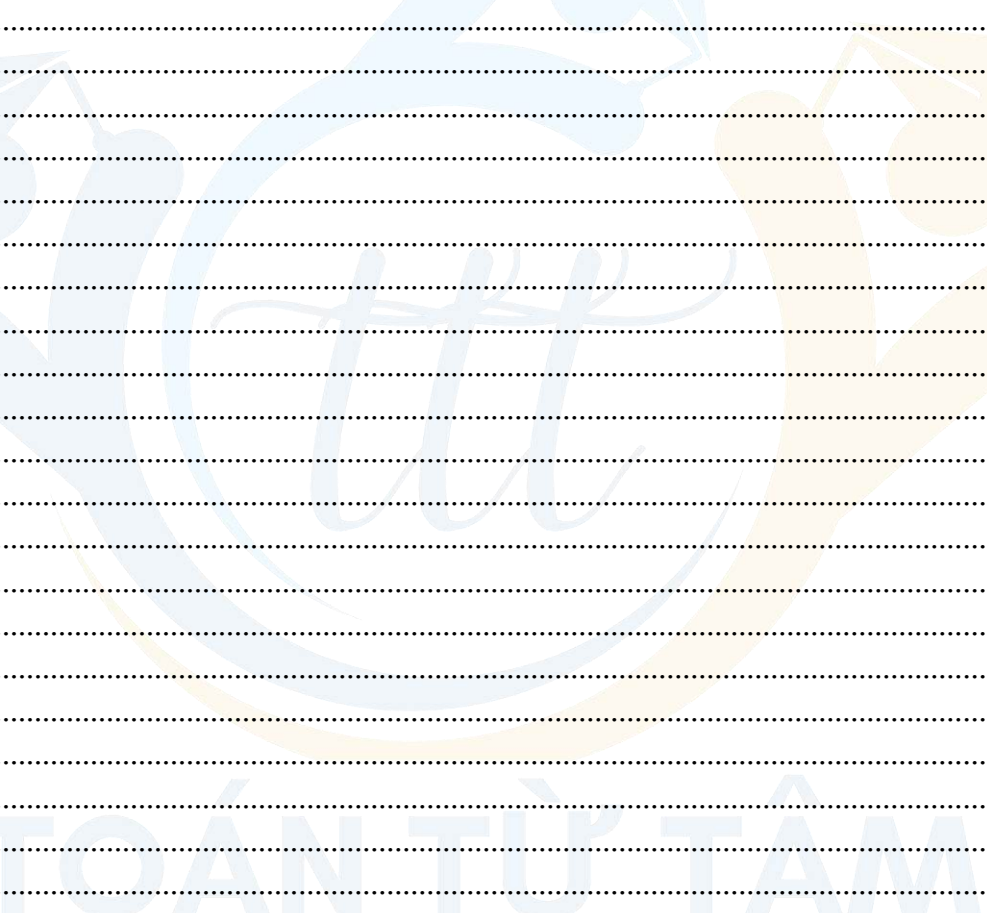
.....

.....

.....


$$(1) \begin{cases} x - 3y < 0 \\ x + 2y > -3 \\ y + x < 2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x - 2y - 6 \geq 0 \\ 4(x - 1) + 3y \leq 8 \\ x \geq 0 \end{cases}$$







Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình 2 ẩn

$$(1) \begin{cases} 2x + y \geq 1 \\ x - y \leq -2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 > 0 \\ 4(x-1) + y < 8 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x + y \geq 0 \\ x + 3y \leq -3 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 4x + 5y + 20 > 0 \\ y < 0 \\ y > -3 \end{cases}$$

 **Lời giải**





TOÁN TỪ TÂM



► **Bài toán:** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x, y) = ax + by$ với $(x; y)$ nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

» **Bước (1):** Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.

» **Bước (2):** Tính giá trị của F tương ứng với $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

» **Bước (3):** Kết luận:

- ⊙ Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
- ⊙ Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.



Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

(1) $T = 2x + y$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y - 3 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ x + 3y - 3 \leq 0 \end{cases}.$$

(2) $F = 30x - 4y - 6$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y + 5 \geq 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \\ x + y - 5 \leq 0 \\ 2x - y - 4 \leq 0 \end{cases}.$$

 **Lời giải**



TOÁN TỪ TÂM

**Ví dụ 2.2.**

Tìm trị lớn nhất của biểu thức

$$(1) F(x; y) = x + 2y, \text{ với điều kiện } \begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}.$$

$$(2) F(x; y) = 2x - 3y, \text{ với điều kiện } \begin{cases} y \leq 0 \\ x \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \\ x + 2y - 4 \leq 0 \end{cases}.$$

Lời giải



Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x + 3y \geq -2 \\ x \leq 0 \end{cases}$. Xác định miền nghiệm (S) của hệ bất phương trình

trên. Trong (S) , tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x, y) = 2x - 3y$.

 **Lời giải**





Ví dụ 2.4.

Có 3 nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra 2 loại sản phẩm I và II . Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc nhóm máy khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng bên dưới:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất một đơn vị SP	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi 3000 đồng, một đơn vị sản phẩm II lãi 5000 đồng. Hãy lập chương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất

 **Lời giải**

TOÁN TỪ TÂM



Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng.

 **Lời giải**

A decorative background featuring stylized, abstract human figures in light blue and yellow, set against a white background with horizontal dotted lines. The figures are positioned in the upper half of the page, with one blue figure on the left and one yellow figure on the right, both appearing to be in motion or dancing. The overall style is modern and artistic.

Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 800 m^2 . Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3.000.000 đồng trên 100 m^2 nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4.000.000 đồng trên 100 m^2 . Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180.

 **Lời giải**

TOAN TO TAM



TOÁN TỪ TÂM



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 41.** Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$ là

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; -1)$.

» **Câu 42.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(2; 1)$. B. $(0; 0)$. C. $(1; 1)$. D. $(3; 4)$.

» **Câu 43.** Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?

- A. $(-1; 4)$. B. $(-2; 4)$. C. $(0; 0)$. D. $(-3; 4)$.

» **Câu 44.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 0)$. C. $(0; -2)$. D. $(0; 2)$.

» **Câu 45.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(5; 3)$. B. $(0; 0)$. C. $(1; -1)$. D. $(-2; 2)$.

» **Câu 46.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; 1)$. D. $(8; 4)$.

» **Câu 47.** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $(-1; -1) \in S$. C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.



» **Câu 48.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 6 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 4 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm:

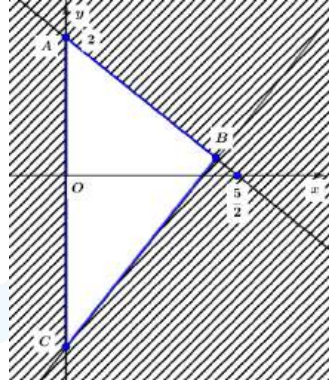
A. $(2;1)$.

B. $(6;4)$.

C. $(0;0)$.

D. $(1;2)$.

» **Câu 49.** Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



A.
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

» **Câu 50.** Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 \leq 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; -1) \in S$.

B. $(1; -\sqrt{3}) \in S$.

C. $(-1; \sqrt{5}) \notin S$.

D. $(-4; \sqrt{3}) \in S$.

» **Câu 51.** Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 > 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(-1; 2) \in S$.

B. $(\sqrt{2}; 0) \notin S$.

C. $(1; -\sqrt{3}) \in S$.

D. $(\sqrt{3}; 0) \in S$.

» **Câu 52.** Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 3 \\ 1 - \frac{1}{2}x + y > 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; -2) \in S$.

B. $(2; 1) \in S$.

C. $(5; -6) \in S$.

D. $S = \emptyset$.

» **Câu 53.** Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 \\ 4x - 3y \leq 2 \end{cases}$$
 có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

B. $S = \{(x; y) \mid 4x - 3y = 2\}$.



C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

» **Câu 54.** Cho hệ $\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm

của bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì

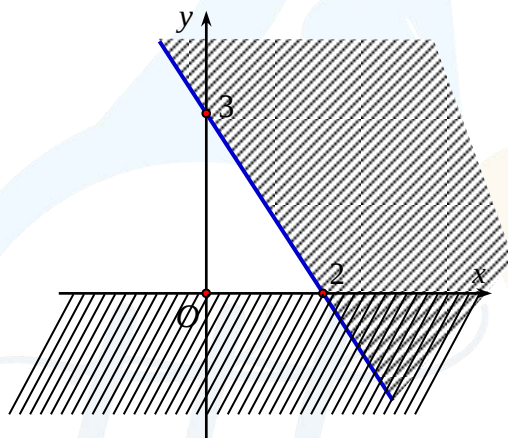
A. $S_1 \subset S_2$.

B. $S_2 \subset S_1$.

C. $S_2 = S$.

D. $S_1 \neq S$.

» **Câu 55.** Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$.

» **Câu 56.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 < 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 2)$.

B. $B(0; 2)$.

C. $C(-1; 3)$.

D. $D\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

» **Câu 57.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ -3x + 5 \leq 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. Không có.

B. $B\left(\frac{5}{3}; 2\right)$.

C. $C(-3; 1)$.

D. $D\left(\frac{1}{2}; 10\right)$.

» **Câu 58.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3; 4)$.

B. $B(4; 3)$.

C. $C(7; 4)$.

D. $D(4; 4)$.

» **Câu 59.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-1; 0)$.

B. $B(1; 0)$.

C. $C(-3; 4)$.

D. $D(0; 3)$.



» **Câu 60.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x - 2y - 6 \geq 0 \\ 2(x - 1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(2; -2)$. B. $B(3; 0)$. C. $C(1; -1)$. D. $D(2; -3)$.

» **Câu 61.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y \leq -3 \\ x + y > 5 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(3; 2)$. B. $B(6; 3)$. C. $C(6; 4)$. D. $D(5; 4)$.

» **Câu 62.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 3y < 0 \\ x + 2y > -3 \\ y + x < 2 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(0; 1)$. B. $B(-1; 1)$. C. $C(-3; 0)$. D. $D(-3; 1)$.

» **Câu 63.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là

- A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$. B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$. D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

» **Câu 64.** Giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$$
 là

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

» **Câu 65.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - 2y$ với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$$
 là

- A. -10. B. 12. C. -8. D. -6.

» **Câu 66.** Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện
$$\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 tại điểm $S(x; y)$ có tọa độ là

- A. $(4; 1)$. B. $(3; 1)$. C. $(2; 1)$. D. $(1; 1)$.

» **Câu 67.** Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$
, đạt giá trị

lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:



A. $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. **B.** $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. **C.** $a = 3$ và $b = 0$. **D.** $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

» **Câu 68.** Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -6.

» **Câu 69.** Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích $800m^2$. Nếu trồng đậu trên diện tích $100m^2$ thì cần 20 công làm và thu được 3000000 đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích $100m^2$ cần 30 công làm và thu được 4000000 đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá 180 công. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau:

A. Trồng $600m^2$ đậu; $200m^2$ cà. **B.** Trồng $500m^2$ đậu; $300m^2$ cà.
C. Trồng $400m^2$ đậu; $200m^2$ cà. **D.** Trồng $200m^2$ đậu; $600m^2$ cà.

» **Câu 70.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn. Tính $x^2 + y^2$

A. $x^2 + y^2 = 1,3$. **B.** $x^2 + y^2 = 2,6$.
C. $x^2 + y^2 = 1,09$. **D.** $x^2 + y^2 = 0,58$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 71.** Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y \leq 30 \\ y > 5 \\ -2x + 6y > 40 \end{cases}$$
. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ trên là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn		
(b)	$(-2; 8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		
(c)	$(3; 1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		
(d)	$(-2; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		

» **Câu 72.** Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + 7y > 4 \\ x < 5 \\ -x - y \geq -3 \end{cases}$$
. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$(-1; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình		



(b)	$(-2; 5)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(c)	$(3; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(d)	$(-1; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		

» **Câu 73.** Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 9 \\ x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad (I).$$
 Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác		
(b)	$(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(c)	$x = 1, y = 3$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất		
(d)	$x = 1, y = 5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất		

» **Câu 74.** Bác Minh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y . Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$		
(b)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho là một tứ giác		
(c)	Điểm $C(200; 40)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho		
(d)	Điểm $A(180; 60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho		

» **Câu 75.** Trong 1 lạng thịt bò chứa 26g protein, 1 lạng cá chứa 22g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần từ 56 đến 91g protein. Theo lời khuyên của bác sĩ, để tốt cho sức khỏe thì không nên ăn thịt nhiều hơn cá. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò, lạng cá mà một người đàn ông ăn trong một ngày. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là $\begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$		



(b)	Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là một ngũ giác		
(c)	$(1; 2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông		
(d)	Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ bé nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông		

» Câu 76. Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hàng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là $\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$		
(b)	Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là một ngũ giác		
(c)	Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất		
(d)	Điểm $(10; 8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B		

» Câu 77. Cho các hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}, \begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}. \text{ Khi đó:}$$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----



(a)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$ là tam giác.		
(b)	Điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$.		
(c)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$ là tứ giác.		
(d)	Điểm $O(0;0)$ không thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$.		

» **Câu 78.** Một gia đình cần ít nhất 900 g chất protein và 400 g chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600 g thịt bò, 1100 g thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 45000 đồng, 1kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$ là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán		
(b)	Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác		
(c)	Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 35x + 45y$ (nghìn đồng).		
(d)	Gia đình đó mua 0,6kg thịt bò và 0,7kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn



- » **Câu 79.** Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y + 4 \geq 0 \\ x + y \leq 0 \\ x \leq 0 \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$$
. Miền nghiệm của hệ tạo thành đa giác có n cạnh,

với n là số tự nhiên. Xác định n

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 80.** Cho biểu thức $T = 3x - 2y - 4$ với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + 4y + 9 \geq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$$

Biết T đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = x_0$ và $y = y_0$. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 81.** Tìm GTLN của $f(x, y) = x + 2y$ với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 & (d_1) \\ 0 \leq x & (d_2) \\ x - y - 1 \leq 0 & (d_3) \\ x + 2y - 10 \leq 0 & (d_4) \end{cases}$$

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 82.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $[-20; 20]$ để $m \leq -x + y$ với mọi cặp số

$(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} -2x + y \leq 2 \\ -x + 2y \leq 4 \\ x + y \leq 5 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 83.** Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \geq 5 \\ x - 2y \leq 2 \text{ (II)} \\ y \leq 3. \end{cases}$$
 Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m

trong $[-20; 20]$ để bất phương trình $2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi cặp số $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình (II).

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 84.** Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B , mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 cốc nước lọc và 210g đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, 30g đường và 1g hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, 10g đường và 4g hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế x cốc đồ uống loại A và y cốc đồ uống loại B . Tính giá trị $x + y$

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 85.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi ki-lô-gam thịt lợn



(heo) chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn; giá 1kg thịt bò là 200000 đồng, 1kg thịt lợn là 160000 đồng. Gia đình đó cần mua m kg thịt bò và n kg thịt lợn để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipit cho gia đình và có chi phí là ít nhất. Tính giá trị $m+n$ với $m; n$ là các số hữu tỉ.

» Điền đáp số:

» **Câu 86.** Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạc xường,.. Xí nghiệp đã nhập về 600kg bột mì và 240kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120g bột mì, 60g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160g bột mì và 40g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng. Để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất thì xí nghiệp phải sản xuất m chiếc bánh nướng và n chiếc bánh dẻo, với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $\frac{m+n}{6}$

» Điền đáp số:

» **Câu 87.** Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

» Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.

» Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Để có mức lời cao nhất xưởng sẽ sản xuất m sản phẩm loại I và n sản phẩm loại II, với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $m+2n$

» Điền đáp số:

» **Câu 88.** Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất hộ nông dân cần trồng m ha dưa và n ha củ đậu, biết rằng $m; n$ là các số tự nhiên và tổng số công không quá 180. Tính giá trị $m+2n$

» Điền đáp số:

» **Câu 89.** Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4



Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất thì đơn vị phải sản xuất m sản phẩm loại I và n sản phẩm loại II, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $m - n$

✎ Điền đáp số:

» Câu 90. Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất thì bác Năm cần trồng m ha ngô và n ha đậu xanh, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $m + n$. Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

✎ Điền đáp số:

----- Hết -----

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



Chương 02

Bài 1.

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A

Lý thuyết

1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn



Định nghĩa

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là:

$$ax + by + c \leq 0 \quad (1) \quad (ax + by + c < 0; ax + by + c \geq 0; ax + by + c > 0)$$

Trong đó a, b, c là những số thực, $a^2 + b^2 \neq 0$;

$(x_0; y_0)$ là nghiệm của (1) $\Leftrightarrow ax_0 + by_0 + c \leq 0$

2. Biểu diễn nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.



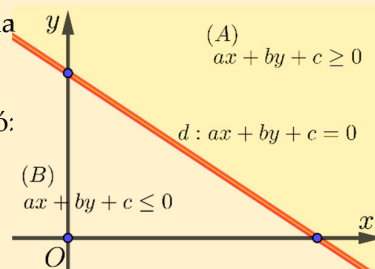
Định nghĩa

Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của (1) được gọi là miền nghiệm của nó.

Đường thẳng $d: ax + by + c = 0$ chia mp thành hai nửa mp , khi đó:

• Nửa mp (A) (kể cả bờ) là miền nghiệm của $ax + by + c \leq 0$

• Nửa mp (B) (kể cả bờ) là miền nghiệm của $ax + by + c \geq 0$.



Quy tắc

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình

» **Bước (1):** Vẽ đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$.

» **Bước (2):** Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0)$ không thuộc Δ (thường lấy gốc tọa độ O).

» **Bước (3):** Tính $ax_0 + by_0 + c$ và so sánh với 0.

» **Bước (4):** Kết luận:

• Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì nửa mp bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của (1).

• Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì nửa mp bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của (1).

► **Chú ý:** Miền nghiệm của (1) bỏ đi đường thẳng Δ là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$.



B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Tìm nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn



Phương pháp

- » Cho cặp số $(x_0; y_0)$ và bất phương trình $ax + by + c \geq 0$ (*).
- Thay cặp số $(x_0; y_0)$ vào (*) ta được biểu thức $T = ax_0 + by_0 + c$
- Khi đó:
- » Nếu $T \geq 0$ thì cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của (*).
 - » Nếu $T < 0$ thì cặp số $(x_0; y_0)$ không là nghiệm của (*).



Ví dụ 1.1.

Cho các điểm và các bất phương trình. Kiểm tra các điểm đã cho, điểm nào nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

- (1) Các điểm: $A(1;1)$, $B(-1;-2)$, $C(0;1)$, $D(1;-1)$ và bất phương trình $2x + 3(y+1) > y$
- (2) Các điểm: $A(1;-1)$, $B(-2;1)$, $C(1;-1)$, $D(4;2)$ và bất phương trình $7x - 3y - 7 < 0$
- (3) Các điểm: $A(0;0)$, $B(-4;2)$, $C(1;2)$, $D(5;3)$ và bất phương trình $3x + 4y - 11 < 5x - 3$
- (4) Các điểm: $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(-1;1)$, $D(-1;0)$ và bất phương trình $5x - 2(y-1) \leq 0$

Lời giải

- (1) Các điểm: $A(1;1)$, $B(-1;-2)$, $C(0;1)$, $D(1;-1)$ và bất phương trình $2x + 3(y+1) > y$

Xét điểm $A(1;1)$ ta có $2.1 + 3(1+1) > 1$ (đúng).

Xét điểm $B(-1;-2)$ ta có $2.(-1) + 3(-1+1) > -1$ (sai).

Xét điểm $C(0;1)$ ta có $2.0 + 3(1+1) > 1$ (đúng).

Xét điểm $D(1;-1)$ ta có $2.1 + 3(-1+1) > -1$ (đúng).

Vậy các điểm $A; C; D$ nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

- (2) Các điểm: $A(1;-1)$, $B(-2;1)$, $C(1;-1)$, $D(4;2)$ và bất phương trình $7x - 3y - 7 < 0$

Xét điểm $A(1;-1)$ ta có $7 + 3 - 7 < 0$ (sai).

Xét điểm $B(-2;1)$ ta có $-14 - 3 - 7 < 0$ (đúng).

Xét điểm $C(1;-1)$ ta có $7 + 3 - 7 < 0$ (sai).

Xét điểm $D(4;2)$ ta có $28 - 6 - 7 < 0$ (sai).

Vậy điểm B nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

- (3) Các điểm: $A(0;0)$, $B(-4;2)$, $C(1;2)$, $D(5;3)$ và bất phương trình $3x + 4y - 11 < 5x - 3$

Xét điểm $A(0;0)$ ta có $3.0 + 4.0 - 11 < 5.0 - 3$ (đúng).



Xét điểm $B(-4; 2)$ ta có $3 \cdot (-4) + 4 \cdot 2 - 11 < 5 \cdot (-4) - 3$ (sai).

Xét điểm $C(1; 2)$ ta có $3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 - 11 < 5 \cdot 1 - 3$ (đúng).

Xét điểm $D(5; 3)$ ta có $3 \cdot 5 + 4 \cdot 3 - 11 < 5 \cdot 5 - 3$ (đúng).

Vậy điểm $A; C; D$ nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

(4) Các điểm: $A(0; 1)$, $B(1; 3)$, $C(-1; 1)$, $D(-1; 0)$ và bất phương trình $5x - 2(y - 1) \leq 0$

Xét điểm $A(0; 1)$ ta có $5 \cdot 0 - 2(1 - 1) \leq 0$ (đúng).

Xét điểm $B(1; 3)$ ta có $5 \cdot 1 - 2(3 - 1) \leq 0$ (sai).

Xét điểm $C(-1; 1)$ ta có $5 \cdot (-1) - 2(1 - 1) \leq 0$ (đúng).

Xét điểm $D(-1; 0)$ ta có $5 \cdot (-1) - 2(0 - 1) \leq 0$ (đúng).

Vậy điểm $A; C; D$ nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.



Ví dụ 1.2.

Miền nghiệm của bất phương trình $2x - (x + 3y) < 3x + 2y + 2(y + 1)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm: $A(1; 1)$, $B(-1; -2)$, $C(0; -1)$, $D(-3; -1)$?

Lời giải

Ta có $2x - (x + 3y) < 3x + 2y + 2(y + 1) \Leftrightarrow 2x + 7y + 2 > 0$. (1)

Xét điểm $A(1; 1)$ ta có $2 + 7 + 2 > 0$ (đúng).

Xét điểm $B(-1; -2)$ ta có $-2 - 14 + 2 > 0$ (sai).

Xét điểm $C(0; -1)$ ta có $-7 + 2 > 0$ (sai).

Xét điểm $D(-3; -1)$ ta có $-6 - 7 + 2 > 0$ (sai).



Ví dụ 1.3.

Điểm $R(1; 1)$ không nằm trong miền nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

(i) $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$

(ii) $5x + 4y > x - 2$

(iii) $2x + (y - 2) > 5(x - 2)$

(iv) $2(x + 1) - 2(y - 1) > 3x + 2$

Lời giải

Xét (i) ta có $3(1 - 1) + 4(1 - 2) < 5 \cdot 1 - 3 \Leftrightarrow -4 < 2$ đúng.

Xét (ii) ta có $5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 > 1 - 2 \Leftrightarrow 9 > -1$ đúng.

Xét (iii) ta có $2 \cdot 1 + (1 - 2) > 5(1 - 2) \Leftrightarrow 1 > -5$ đúng.

Xét (iv) ta có $2(1 + 1) - 2(1 - 1) > 3 \cdot 1 + 2 \Leftrightarrow 4 > 5$ vô lý.

Nên $R(1; 1)$ không nằm trong miền nghiệm của (iv)



Dạng 2. Biểu diễn hình học miền nghiệm



Phương pháp

Xét bất phương trình $ax + by + c \geq 0$ (1).

» **Bước (1):** Vẽ đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$.

» **Bước (2):** Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0)$ không thuộc Δ (thường lấy gốc tọa độ O).

» **Bước (3):** Tính $ax_0 + by_0 + c$ và so sánh với 0.

» **Bước (4):** Kết luận:

⊙ Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì nửa mp bờ ~~phải~~ không chứa M_0 là miền nghiệm của (1)

⊙ Nếu $\left(\begin{matrix} 1 \end{matrix} \right)$ thì nửa mp bờ ~~phải~~ chứa M_0 là miền nghiệm của M_0

► **Chú ý:** Miền nghiệm của (1) bỏ đi đường thẳng Δ là miền nghiệm của bất phương trình Δ .



Ví dụ 2.1.

Xác định miền nghiệm của các bất phương trình:

(1) $x \geq 1$

(2) $y \leq 1$

(3) $x + y < 4$

(4) $-3x + 2y > 0$

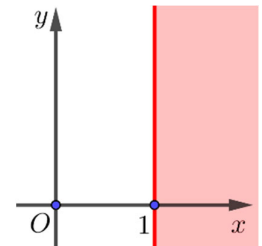
Lời giải

(1) Xác định miền nghiệm của $x \geq 1$

Vẽ đường thẳng $\Delta : x - 1 = 0$.

Lấy một điểm $O(0;0) \notin \Delta$.

Ta có: $-1 < 0$ nên miền nghiệm của bất phương trình $x \geq 1$ là nửa mp không chứa điểm O (tính cả bờ Δ).

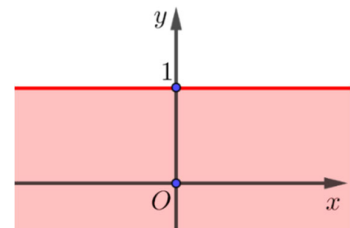


(2) Xác định miền nghiệm của $y \leq 1$

Vẽ đường thẳng $\Delta : y - 1 = 0$.

Lấy một điểm $O(0;0) \notin \Delta$.

Ta có: $-1 < 0$ nên miền nghiệm của bất phương trình $y \leq 1$ là nửa mp chứa điểm O (tính cả bờ Δ).

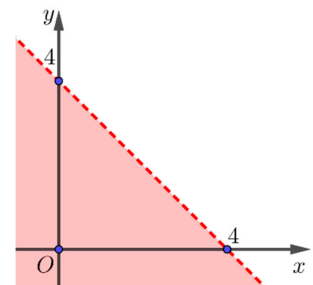


(3) Xác định miền nghiệm của $x + y < 4$

Vẽ đường thẳng $\Delta : x + y - 4 = 0$.

Lấy một điểm $O(0;0) \notin \Delta$.

Ta có: $-4 < 0$ nên miền nghiệm của bất phương trình $x + y < 4$ là nửa mp chứa điểm O (không tính bờ Δ).



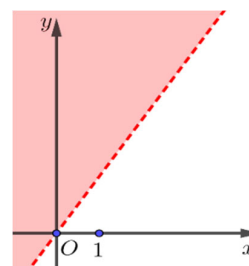


(4) Xác định miền nghiệm của $-3x + 2y > 0$

Vẽ đường thẳng $\Delta : -3x + 2y = 0$.

Lấy một điểm $A(1;0) \notin \Delta$.

Ta có: $-3 < 0$ nên miền nghiệm của bất phương trình $-3x + 2y > 0$ là nửa mp không chứa điểm A (không tính bờ Δ).



Ví dụ 2.2.

Biểu diễn hình học tập nghiệm của các bất phương trình:

(1) $2x + y \leq 3$

(2) $-3x + y + 2 \geq 0$

(3) $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$

(4) $-3x + 2y > 0$

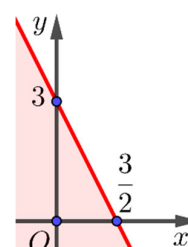
Lời giải

(1) Biểu diễn hình học tập nghiệm của $2x + y \leq 3$

Vẽ đường thẳng $\Delta : 2x + y = 3$.

Lấy gốc tọa độ $O(0;0)$,

Ta thấy $O \notin \Delta$ và có $2.0 + 0 < 3$ nên nửa mp bờ Δ chứa gốc tọa độ O là miền nghiệm của bất phương trình đã cho (miền bị tô đậm trong hình).

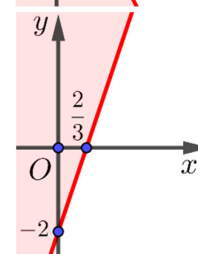


(2) Biểu diễn hình học tập nghiệm của $-3x + y + 2 \geq 0$

Vẽ đường thẳng $d : -3x + y + 2 = 0$.

Lấy gốc tọa độ $O(0;0)$,

Ta thấy $O \notin d$ và có $-3.0 + 0 + 2 > 0$ nên nửa mp bờ d chứa gốc tọa độ O là miền nghiệm của bất phương trình đã cho.



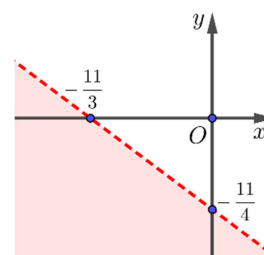
(3) Biểu diễn hình học tập nghiệm của $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$

Thu gọn bất phương trình đề bài đã cho về thành $3x + 4y + 11 < 0$.

Ta vẽ đường thẳng $d : 3x + 4y + 11 = 0$.

Lấy gốc tọa độ $O(0;0)$,

Ta thấy $O \notin d$ và có $3.0 + 4.0 + 11 > 0$ nên nửa mp bờ d chứa gốc tọa độ O không là miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

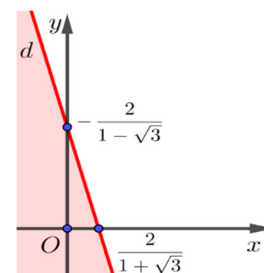


(4) Biểu diễn hình học tập nghiệm của $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \leq 2$

Ta vẽ đường thẳng $d : (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 2$.

Lấy gốc tọa độ $O(0;0)$,

Ta thấy $O \notin d$ và có $(1 + \sqrt{3}).0 - (1 - \sqrt{3}).0 \leq 2$ nên nửa mp bờ d chứa gốc tọa độ O là miền nghiệm của bất phương trình đã cho.





Ví dụ 2.3.

Xác định miền nghiệm của bất phương trình 2 ẩn

(1) $4x - 3y + 12 > 0$

(2) $-2x + 3y - 6 \leq 0$

(3) $\frac{x+y}{2} \leq \frac{2x-y+1}{3}$

(4) $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \leq 0$

Lời giải

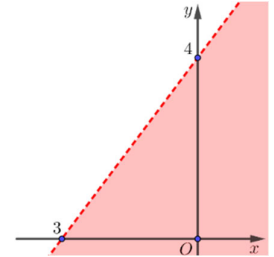
(1) $4x - 3y + 12 > 0$ (1)

Vẽ đường thẳng $d: 4x - 3y + 12 = 0$.

Lấy $O(0;0) \notin d$.

Ta thấy $O(0;0)$ là nghiệm của bất phương trình (1).

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ d) chứa điểm $O(0;0)$ (được tô màu)

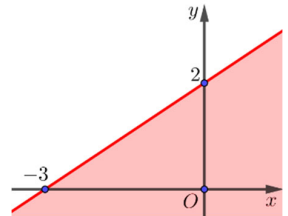


(2) $-2x + 3y - 6 \leq 0$ (2)

Vẽ đường thẳng $d: -2x + 3y - 6 = 0$.

Lấy $O(0;0) \notin d$. Ta thấy $O(0;0)$ là nghiệm của bất phương trình (2).

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (kể bờ d) chứa điểm $O(0;0)$ (được tô màu)



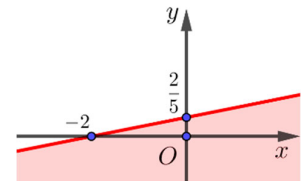
(3) $\frac{x+y}{2} \leq \frac{2x-y+1}{3}$ (3)

Ta có: $\frac{x+y}{2} \leq \frac{2x-y+1}{3} \Leftrightarrow 3(x+y) \leq 2(2x-y+1) \Leftrightarrow x-5y \geq -2$

Vẽ đường thẳng $d: x - 5y = -2$.

Lấy $O(0;0) \notin d$. Ta thấy $O(0;0)$ là nghiệm của bất phương trình (3).

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (kể bờ d) chứa điểm $O(0;0)$ (được tô màu)

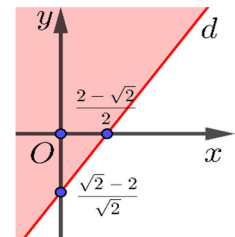


(4) $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \leq 0$ (4)

Vẽ đường thẳng $d: 2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 = 0$.

Lấy $O(0;0) \notin d$. Ta thấy $O(0;0)$ là nghiệm của bất phương trình (4).

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (kể bờ d) chứa điểm $O(0;0)$ (được tô màu)





Chương 02

Bài 1.

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax+by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) không được gọi là miền nghiệm của nó.

B. Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $2x-3y+1 < 0$ trên hệ trục Oxy là đường thẳng $2x-3y+1=0$.

C. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax+by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) được gọi là miền nghiệm của nó.

D. Nghiệm của bất phương trình $ax+by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) là tập rỗng.

✎ Lời giải

Chọn C

» Câu 2. Miền nghiệm của bất phương trình $-x+2+2(y-2) < 2(1-x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0;0)$.

B. $(1;1)$.

C. $(4;2)$.

D. $(1;-1)$.

✎ Lời giải

Chọn C

Ta có: $-x+2+2(y-2) < 2(1-x) \Leftrightarrow -x+2+2y-4 < 2-2x \Leftrightarrow x+2y < 4$.

Để thấy tại điểm $(4;2)$ ta có: $4+2.2=8 > 4$.

» Câu 3. Câu nào sau đây đúng?.

Miền nghiệm của bất phương trình $4(x-1)+5(y-3) > 2x-9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0;0)$.

B. $(1;1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(2;5)$.

✎ Lời giải

Chọn D

Ta có: $4(x-1)+5(y-3) > 2x-9 \Leftrightarrow 4x-4+5y-15 > 2x-9 \Leftrightarrow 2x+5y-10 > 0$.

Để thấy tại điểm $(2;5)$ ta có: $2.2+5.5-10 > 0$ (đúng).

» Câu 4. Miền nghiệm của bất phương trình $3x+2(y+3) > 4(x+1)-y+3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào?

A. $(3;0)$.

B. $(3;1)$.

C. $(1;1)$.

D. $(0;0)$.

✎ Lời giải



Chọn C

Nhận xét: chỉ có cặp số $(1;1)$ thỏa bất phương trình.

- » **Câu 5.** Miền nghiệm của bất phương trình $5(x+2)-9 < 2x-2y+7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào?

A. $(-2;1)$. B. $(2;3)$. C. $(2;-1)$. D. $(0;0)$.

» *Lời giải*

Chọn C

Nhận xét: chỉ có cặp số $(2;3)$ không thỏa bất phương trình.

- » **Câu 6.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x+y < 1$?

A. $(-2;1)$. B. $(3;-7)$. C. $(0;1)$. D. $(0;0)$.

» *Lời giải*

Chọn C

Nhận xét: chỉ có cặp số $(0;1)$ không thỏa bất phương trình.

- » **Câu 7.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $x-4y+5 \geq 0$?

A. $(-5;0)$. B. $(-2;1)$. C. $(1;-3)$. D. $(0;0)$.

» *Lời giải*

Chọn B

Ta thay cặp số $(-2;1)$ vào bất phương trình $x-4y+5 \geq 0$ được $-2-4+5 \geq 0$ (sai) do đó cặp số $(-2;1)$ không là nghiệm của bất phương trình $x-4y+5 \geq 0$.

- » **Câu 8.** Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x-5y+3z \leq 0$. B. $3x^2+2x-4 > 0$. C. $2x^2+5y > 3$. D. $2x+3y < 5$.

» *Lời giải*

Chọn D

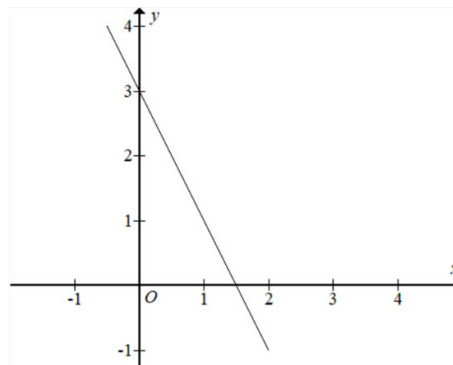
Theo định nghĩa bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

- » **Câu 9.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x+y-3 > 0$?

A. $Q(-1;-3)$. B. $M\left(1;\frac{3}{2}\right)$. C. $N(1;1)$. D. $P\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

» *Lời giải*

Chọn B



Tập hợp các điểm biểu diễn nghiệm của bất phương trình $2x+y-3 > 0$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $2x+y-3=0$ và không chứa gốc tọa độ.



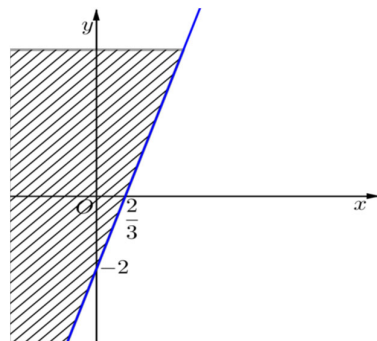
Từ đó ta có điểm $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$.

» **Câu 10.** Miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 2)$. B. $B(2; 1)$. C. $C\left(1; \frac{1}{2}\right)$. D. $D(3; 1)$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): -3x + y + 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

» **Câu 11.** Miền nghiệm của bất phương trình $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A. $(0; 0)$. B. $(-4; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-5; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3 \Leftrightarrow 3x - 3 + 4y - 8 < 5x - 3 \Leftrightarrow 2x - 4y + 8 > 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4 > 0$

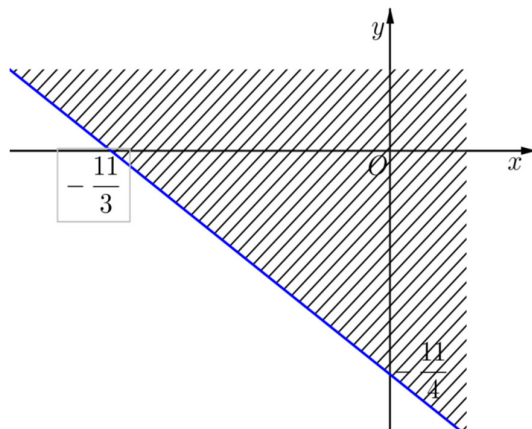
Để thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $0 - 2 \cdot 0 + 4 = 4 > 0$.

» **Câu 12.** Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(-1; -2)$. B. $B\left(-\frac{1}{11}; -\frac{2}{11}\right)$. C. $C(0; -3)$. D. $D(-4; 0)$.

Lời giải

Chọn B



Đầu tiên, thu gọn bất phương trình đề bài đã cho về thành $3x + 4y + 11 < 0$.



Ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 4y + 11 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

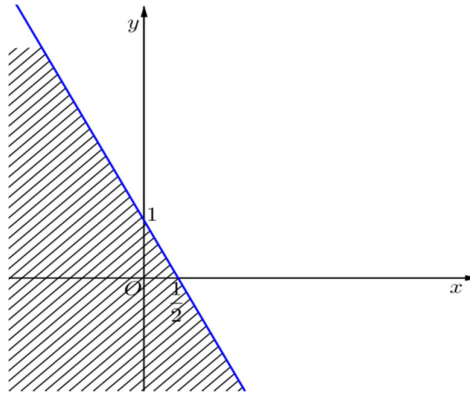
Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

» **Câu 13.** Miền nghiệm của bất phương trình $2x + y > 1$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(2; 2)$. C. $C(3; 3)$. D. $D(-1; -1)$.

» *Lời giải*

Chọn D



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x + y = 1$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

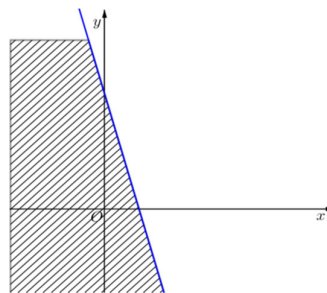
Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

» **Câu 14.** Miền nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; -1)$. B. $B(-1; -1)$. C. $C(-1; 1)$. D. $D(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

» *Lời giải*

Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 2$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

» **Câu 15.** Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A. $(-3; -4)$. B. $(-2; -5)$. C. $(-1; -6)$. D. $(0; 0)$.

» *Lời giải*

Chọn D



Ta có: $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x) \Leftrightarrow x + 3 + 4y + 10 < 2 - 2x \Leftrightarrow 3x + 4y + 8 < 0$.

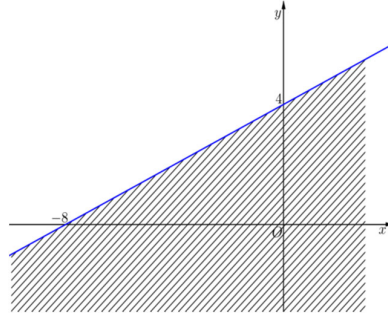
Để thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $3.0 + 4.0 + 8 > 0$ (mâu thuẫn).

» **Câu 16.** Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2 + 2(y - 1) > 2x + 4$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 5)$. C. $C(4; 3)$. D. $D(0; 4)$.

✎ *Lời giải*

Chọn B



Đầu tiên ta thu gọn bất phương trình đã cho về thành $-x + 2y - 8 > 0$.

Vẽ đường thẳng $(d): -x + 2y - 8 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

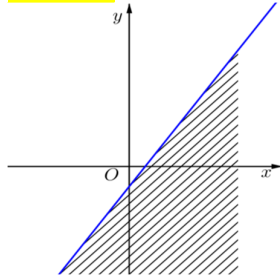
Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

» **Câu 17.** Miền nghiệm của bất phương trình $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \leq 0$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 0)$. C. $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$. D. $D(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

✎ *Lời giải*

Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

» **Câu 18.** Cho bất phương trình $2x + 4y < 5$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $(1; 10) \in S$. C. $(1; -1) \in S$. D. $(1; 5) \in S$.

✎ *Lời giải*

Chọn C

Ta thấy $(1; -1)$ thỏa mãn hệ phương trình do đó $(1; -1)$ là một cặp nghiệm của hệ phương trình.



» **Câu 19.** Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

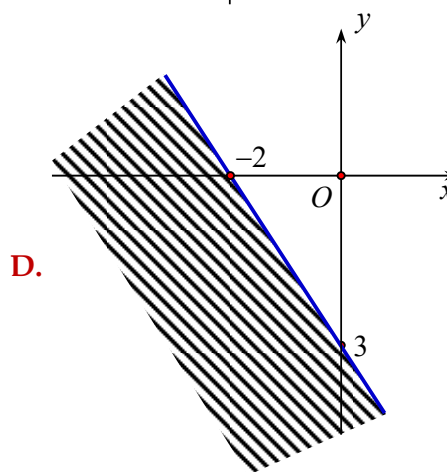
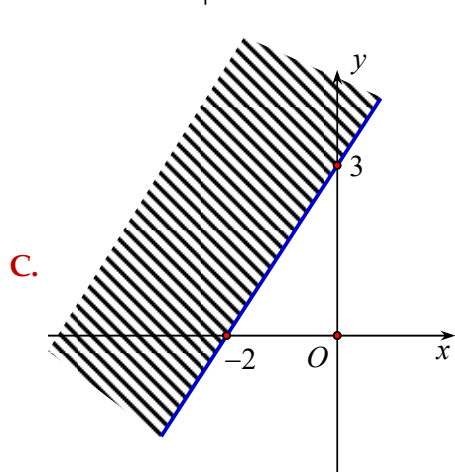
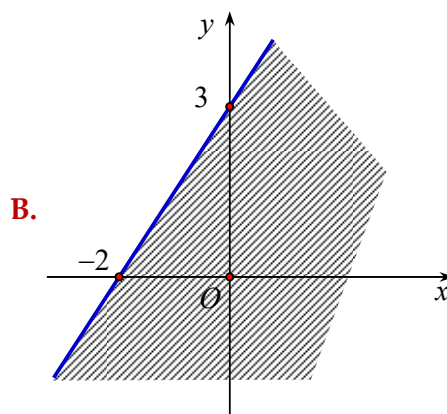
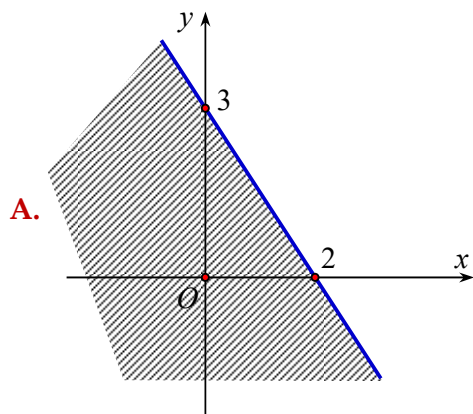
- A. $(2; 2) \in S$. B. $(1; 3) \in S$. C. $(-2; 2) \in S$. D. $(-2; 4) \in S$.

» *Lời giải*

Chọn A

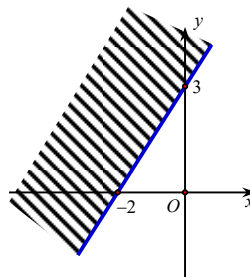
Ta thấy $(2; 2) \in S$ vì $2 - 2 \cdot 2 + 5 > 0$.

» **Câu 20.** Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



» *Lời giải*

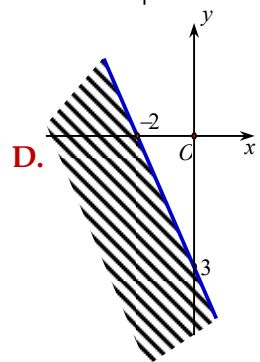
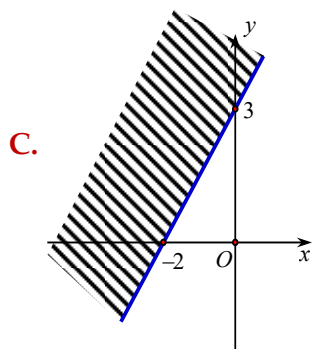
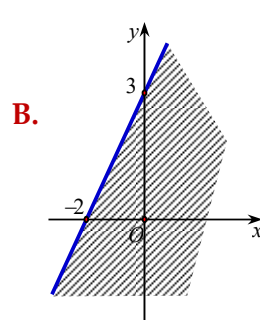
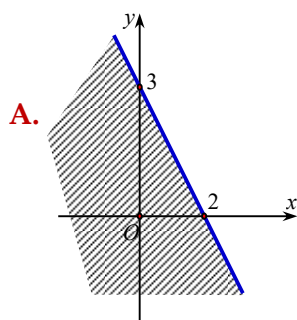
Chọn C



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

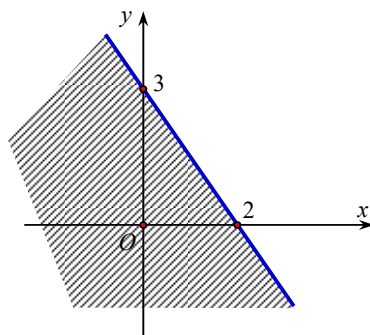
Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

» **Câu 21.** Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là



Lời giải

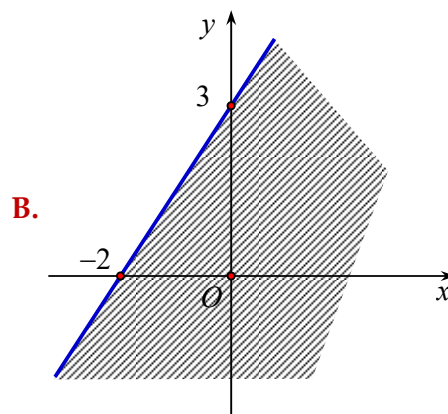
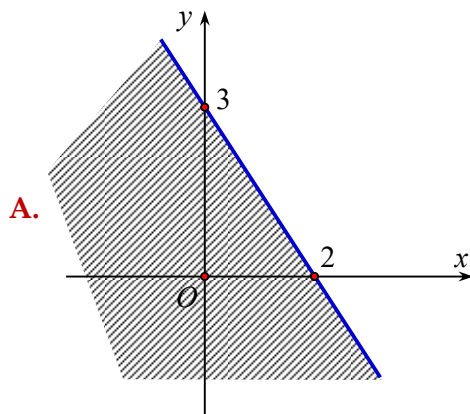
Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = 6$.

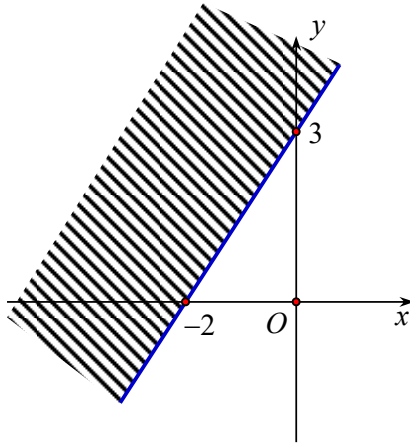
Ta thấy $(0; 0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

» **Câu 22.** Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là

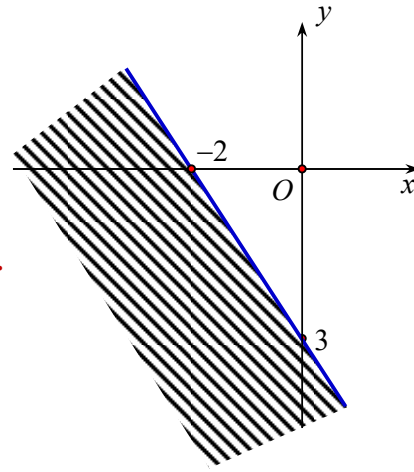




C.

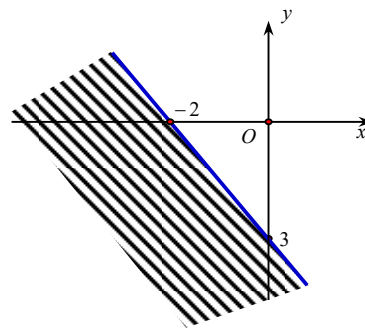


D.



Chọn D

Lời giải



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm $(0; 0)$.

» **Câu 23.** Cho bất phương trình $-2x + \sqrt{3}y + \sqrt{2} \leq 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$. C. $(1; -2) \notin S$. D. $(1; 0) \notin S$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$ vì $-2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \cdot 0 + \sqrt{2} = 0$.

» **Câu 24.** Cặp số $(x_0; y_0)$ nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 3y \geq 4$.

- A. $(x_0; y_0) = (-2; 2)$. B. $(x_0; y_0) = (5; 1)$. C. $(x_0; y_0) = (-4; 0)$. D. $(x_0; y_0) = (2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Thế các cặp số $(x_0; y_0)$ vào bất phương trình:

$$(x_0; y_0) = (-2; 2) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3(-2) - 3 \cdot 2 \geq 4 \text{ (vô lí)}$$

$$(x_0; y_0) = (5; 1) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3 \cdot 5 - 3 \cdot 1 \geq 4 \text{ (đúng)}$$

$$(x_0; y_0) = (-4; 0) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3 \cdot (-4) - 3 \cdot 0 \geq 4 \text{ (vô lí)}$$



$$(x_0; y_0) = (2; 1) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3.2 - 3.1 \geq 4 \text{ (vô lí).}$$

» **Câu 25.** Cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(-3; -1)$ và $C(3; -4)$. Tìm điều kiện của tham số m để điểm $M\left(m; \frac{m-5}{3}\right)$ nằm bên trong tam giác ABC ?

A. $-1 < m < 2$.

B. $-1 \leq m < 3$.

C. $m \geq 2$.

D. $m < -3$.

» **Lời giải**

Chọn A

Cách 1:

Đường thẳng AB : $\frac{x-1}{-3-1} = \frac{y-2}{-1-2} \Leftrightarrow 3x - 4y + 5 = 0$.

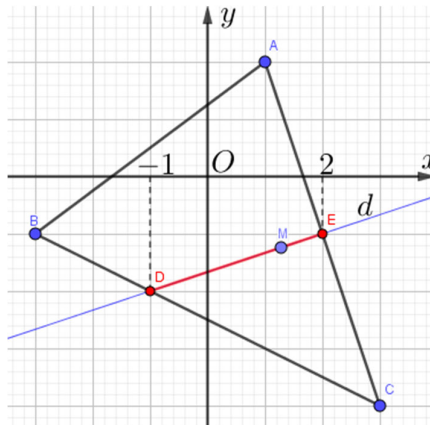
Đường thẳng BC : $\frac{x+3}{3+3} = \frac{y+1}{-4+1} \Leftrightarrow x + 2y + 5 = 0$.

Đường thẳng AC : $\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-2}{-4-2} \Leftrightarrow 3x + y - 5 = 0$.

Điều kiện cần và đủ để điểm M nằm bên trong tam giác ABC là điểm M cùng với mỗi đỉnh A, B, C lần lượt cùng phía với nhau đối với cạnh BC, CA, AB

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1+4+5)\left(m+2\frac{m-5}{3}+5\right) > 0 \\ (-9-1-5)\left(3m+\frac{m-5}{3}-5\right) > 0 \\ (9+16+5)\left(3m-4\frac{m-5}{3}+5\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < 2 \\ m > -7 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 2$$

Cách 2:



Do $M\left(m; \frac{m-5}{3}\right)$ nên $M \in d: y = \frac{x-5}{3}$.

Ta thấy, đường thẳng d cắt cạnh AC, BC của tam giác ABC lần lượt tại D và E .

Dựa vào đồ thị, ta thấy hoành độ D là $x_D = -1$, hoành độ điểm E là $x_E = 2$.

Điểm M nằm bên trong tam giác ABC khi và chỉ khi điểm M nằm trên đoạn thẳng DE (trừ hai điểm D, E) khi và chỉ khi $-1 < m < 2$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 26.** Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình

Minh đề

Đúng | Sai



(a)	$x + 3y + 2 \leq 0$		
(b)	$x + y + 2 \leq 0$		
(c)	$2x + 5y - 2 < 0$		
(d)	$2x + y < 0$		

» *Lời giải*

(a) $x + 3y + 2 \leq 0$

Thay $x = y = 0$ vào $x + 3y + 2 \leq 0$, ta được: $2 \leq 0$ (sai).

Vì vậy $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của $x + 3y + 2 \leq 0$.

» **Chọn SAI.**

(b) $x + y + 2 \leq 0$

Thay $x = y = 0$ vào $x + y + 2 \leq 0$, ta được: $2 \leq 0$ (sai).

Vì vậy $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của $x + y + 2 \leq 0$.

» **Chọn SAI.**

(c) $2x + 5y - 2 < 0$

Thay $x = y = 0$ vào $2x + 5y - 2 < 0$, ta được: $-2 < 0$ (đúng).

Vì vậy $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của $2x + 5y - 2 < 0$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $2x + y < 0$

Thay $x = y = 0$ vào $2x + y < 0$, ta được: $0 < 0$ (sai).

Vì vậy $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của $2x + y < 0$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 27.** Cho bất phương trình: $x - 4y + 5 > 0$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$(-5;0)$ là một nghiệm của bất phương trình.		
(b)	$(-2;-1)$ là một nghiệm của bất phương trình.		
(c)	$(0;0)$ là một nghiệm của bất phương trình.		
(d)	$(1;3)$ là một nghiệm của bất phương trình.		

» *Lời giải*

(a) $(-5;0)$ là một nghiệm của bất phương trình.

Thay $x = -5, y = 0$ vào bất phương trình đã cho: $-5 - 4 \cdot 0 + 5 > 0 \Leftrightarrow 0 > 0$ (sai).

Do vậy $(-5;0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

» **Chọn SAI.**

(b) $(-2;-1)$ là một nghiệm của bất phương trình.

Thay $x = -2, y = -1$ vào bất phương trình đã cho: $-2 - 4 \cdot (-1) + 5 > 0 \Leftrightarrow 7 > 0$ (đúng)

Do vậy $(-2;-1)$ là một nghiệm của bất phương trình.

» **Chọn ĐÚNG.**



(c) $(0;0)$ là một nghiệm của bất phương trình.

Thay $x=0, y=0$ vào bất phương trình đã cho: $5 > 0$ (đúng).

Do vậy $(0;0)$ là một nghiệm của bất phương trình.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $(1;3)$ là một nghiệm của bất phương trình.

Thay $x=1, y=3$ vào bất phương trình đã cho: $1-4.3+5 > 0 \Leftrightarrow -6 > 0$ (sai).

Do vậy $(1;3)$ không là nghiệm của bất phương trình.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 28.** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Miền nghiệm của các bất phương trình $6x - y \leq 1$ chứa điểm O		
(b)	Miền nghiệm của các bất phương trình $2x + 3y > 5$ chứa điểm O		
(c)	Miền nghiệm của các bất phương trình $-3x + y \geq 0$ chứa điểm $M(0;1)$		
(d)	Miền nghiệm của các bất phương trình $x - y < 7$ chứa điểm O		

» **Lời giải**

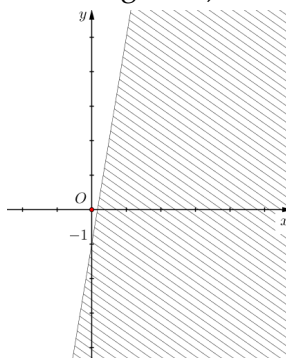
(a) Miền nghiệm của các bất phương trình $6x - y \leq 1$ chứa điểm O

Vẽ đường thẳng $d: 6x - y = 1$ với các cặp giá trị là $x=0, y=-1$ và $x=\frac{1}{6}, y=0$.

Xét điểm $O(0;0)$: thay $x=0, y=0$ vào (1), ta được: $0 \leq 1$ (đúng).

Do đó điểm O thuộc miền nghiệm của (1).

Vậy miền nghiệm của (1) là nửa mặt phẳng (kể cả d) chứa điểm O (phần không gạch chéo trong hình).



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Miền nghiệm của các bất phương trình $2x + 3y > 5$ chứa điểm O

$$2x + 3y > 5 \quad (2).$$

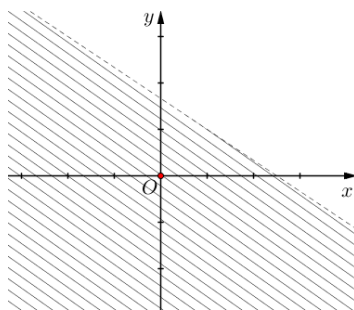
Vẽ đường thẳng $d: 2x + 3y = 5$ với các cặp giá trị là $x=1, y=1$ và $x=\frac{5}{2}, y=0$.

Xét điểm $O(0;0)$: thay $x=0, y=0$ vào (2), ta được: $0 > 5$ (sai).

Do đó điểm O không thuộc miền nghiệm của (2).



Vậy miền nghiệm của (2) là nửa mặt phẳng (không kể cả d) không chứa điểm O (phần không gạch chéo trong hình).



» **Chọn SAI.**

(c) Miền nghiệm của các bất phương trình $-3x + y \geq 0$ chứa điểm $M(0;1)$

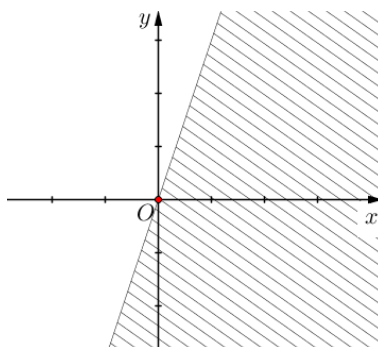
$$-3x + y \geq 0 \quad (3).$$

Vẽ đường thẳng $d: -3x + y = 0$ với các cặp giá trị $x=0, y=0$ và $x=1, y=3$.

Xét điểm $M(0;1)$; thay $x=0, y=1$ vào (3): $1 \geq 0$ (đúng),

Suy ra M thuộc miền nghiệm của (3).

Vậy miền nghiệm của (3) là nửa mặt phẳng (kể cả d) chứa điểm M (phần không gạch chéo trong hình).



» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Miền nghiệm của các bất phương trình $x - y < 7$ chứa điểm O

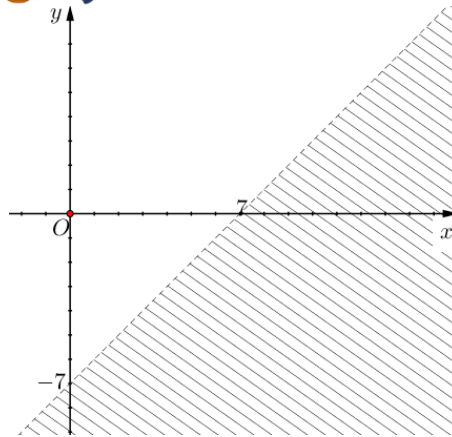
$$x - y < 7 \quad (4)$$

Vẽ đường thẳng $d: x - y = 7$ với các cặp giá trị $x=7, y=0$ và $x=0, y=-7$.

Xét điểm $O(0;0)$: thay $x=0, y=0$ vào (4): $0 < 7$ (đúng),

Suy ra O thuộc miền nghiệm của (4).

Vậy miền nghiệm của (4) là nửa mặt phẳng (không kể d) chứa điểm O (phần không gạch chéo trong hình).



» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 29.** Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$2x^2 + 3y > 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		
(b)	$x^2 + y^2 < 2$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		
(c)	$x + y - 3z \geq 0$ không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		
(d)	$x + y \geq 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		

» **Lời giải**

(a) $2x^2 + 3y > 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Có chứa x^2 nên chúng không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

» **Chọn SAI.**

(b) $x^2 + y^2 < 2$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Có chứa x^2 (hoặc y^2) nên chúng không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

» **Chọn SAI.**

(c) $x + y - 3z \geq 0$ không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Có ba ẩn là x, y, z nên không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $x + y \geq 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Là bất phương trình bậc nhất hai ẩn số theo hai ẩn x và y .

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 30.** Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn: $x - 2y + 2 \leq 0$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$ là nửa mặt phẳng kể cả bờ $d: x - 2y + 2 = 0$, không chứa gốc tọa độ O		
(b)	$(1; 4)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$		
(c)	$(0; 3)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$		
(d)	$(2; 2)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$		

» **Lời giải**

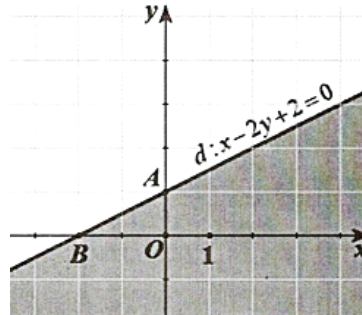


(a) Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$ là nửa mặt phẳng kể cả bờ $d: x - 2y + 2 = 0$, không chứa gốc tọa độ O

Vẽ đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$ đi qua hai điểm $A(0;1)$ và $B(-2;0)$.

Xét gốc tọa độ $O(0;0)$. Ta thấy $O \notin d$ và $1 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 2 = 2 > 0$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$ là nửa mặt phẳng kể cả bờ d , không chứa gốc tọa độ O (Miền không bị tô đậm trong hình).



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $(1;4)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

Ta có $1 \cdot 1 - 2 \cdot 4 + 2 = -5 < 0$. Vậy $(1;4)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $(0;3)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

Ta có $1 \cdot 0 - 2 \cdot 3 + 2 = -3 < 0$. Vậy $(0;3)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

» **Chọn SAI.**

(d) $(2;2)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

Ta có $1 \cdot 2 - 2 \cdot 2 + 2 = 0$. Vậy $(2;2)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 31.** An thích ăn hai loại trái cây là cam và xoài, mỗi tuần mẹ cho An 200000 đồng để mua trái cây. Biết rằng giá cam là 15000 đồng/ 1 kg, giá xoài là 30000 đồng/1 kg. Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam cam và xoài mà An có thể mua về sử dụng trong một tuần. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y (x, y > 0)$.		
(b)	Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $3x + 6y \geq 40$		
(c)	Cặp số $(5;4)$ thỏa mãn bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y		
(d)	An có thể mua 4kg cam, 5kg xoài trong tuần.		

» **Lời giải**

(a) Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y (x, y > 0)$.

Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y (x, y > 0)$.

» **Chọn ĐÚNG.**



(b) Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $3x + 6y \geq 40$

Ta có bất phương trình: $15000x + 30000y \leq 200000 \Leftrightarrow 3x + 6y \leq 40 (*)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Cặp số $(5; 4)$ thỏa mãn bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y

Xét $x = 5, y = 4$, thay vào bất phương trình: $3.5 + 6.4 \leq 40$ (đúng)

Nên $(5; 4)$ là một nghiệm của $(*)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) An có thể mua 4kg cam, 5kg xoài trong tuần.

An có thể mua 5kg cam, 4kg xoài trong tuần.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 32.** Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x và y lần lượt là số phút gọi nội mạng, ngoại mạng của Bình trong một tháng và Bình muốn số tiền phải trả cho tổng đài luôn thấp hơn 100 nghìn đồng. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng). Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$.		
(b)	Bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là $x + 2y < 100$.		
(c)	$x = 50, y = 20$ nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho.		
(d)	Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là một hình vuông.		

» **Lời giải**

(a) Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng). Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$.

Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng). Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là $x + 2y < 100$.

Ta có bất phương trình: $x + 2y < 100 (*)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $x = 50, y = 20$ nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho.

Xét $x = 50, y = 20$, thay vào $(*)$: $50 + 2.20 < 100$ (đúng),

Suy ra $(50; 20)$ là một nghiệm của $(*)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là một hình vuông



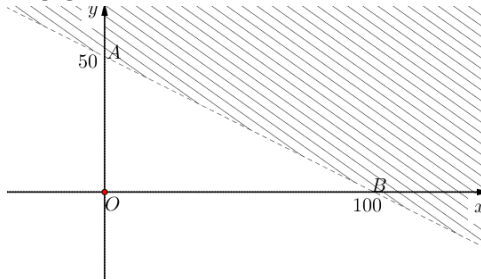
Biểu diễn miền nghiệm của (*) trên hệ trục tọa độ:

Vẽ đường thẳng $x + 2y = 100$ theo bảng giá trị:

x	0	100
y	50	0

Ta thấy điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của (*) do thay tọa độ O vào (*): $0 < 100$ (đúng).

Vậy miền nghiệm của bất phương trình (*): $x + 2y < 100$ là nửa mặt phẳng (không kể d) có chứa điểm O (phần không gạch chéo trên hình).



Trong thực tế, vì $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$ nên ta chỉ xét miền nghiệm bất phương trình ứng với miền tam giác OAB mà thôi.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 33.** Một đội sản xuất cần 3 giờ để làm xong sản phẩm loại I và 2 giờ để làm xong sản phẩm loại II. Biết thời gian tối đa cho việc sản xuất hai sản phẩm trên là 18 giờ. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I, loại II mà đội làm được trong thời gian cho phép. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $2x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $3y$		
(b)	Bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$ là $3x + 2y < 18$		
(c)	$(3;4)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$		
(d)	$(4;3)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$		

» **Lời giải**

(a) Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $2x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $3y$.

Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $3x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $2y$.

» **Chọn SAI.**

(b) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$ là $3x + 2y < 18$

Ta có bất phương trình: $3x + 2y \leq 18$ (*), điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$.

» **Chọn SAI.**



(c) $(3;4)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$

Thay cặp số $(3;4)$ vào bất phương trình $(*)$: $3.3 + 2.4 \leq 18$ (đúng),

Suy ra $(3;4)$ là một nghiệm của $(*)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $(4;3)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$

Thay cặp số $(4;3)$ vào bất phương trình $(*)$: $3.4 + 2.3 \leq 18$ (đúng),

Suy ra $(4;3)$ là một nghiệm của $(*)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 34.** Một trò chơi chọn ô chữ đơn giản mà kết quả gồm một trong hai khả năng: Nếu người chơi chọn được chữ A thì người ấy được cộng 3 điểm, nếu người chơi chọn được chữ B thì người ấy bị trừ 1 điểm. Người chơi chỉ chiến thắng khi đạt được số điểm tối thiểu là 20. Gọi x, y theo thứ tự là số lần người chơi chọn được chữ A và chữ B . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .		
(b)	Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y trong tình huống người chơi chiến thắng là $3x - y \geq 18$		
(c)	Người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.		
(d)	Người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 3 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.		

» **Lời giải**

(a) Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .

Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y trong tình huống người chơi chiến thắng là $3x - y \geq 18$

Với $x, y \in \mathbb{N}$, ta có bất phương trình: $3x - y \geq 20$ $(*)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

Thay cặp số $(7;1)$ vào bất phương trình $(*)$: $3.7 - 1 \geq 20$ (đúng),

Suy ra $(7;1)$ là một nghiệm của $(*)$.

Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

» **Chọn ĐÚNG.**



(d) Người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 3 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

Thay cặp số $(8;4)$ vào bất phương trình $(*) : 3.8 - 4 \geq 20$ (đúng),

Suy ra $(8;4)$ là một nghiệm của $(*)$.

Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 4 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 35.** Nghiệm của bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ có dạng $(x; y)$ trong đó x, y là các số nguyên dương. Tính giá trị $S = x + y$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Do $x > 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ nên ta có $\frac{y}{3} < 1 \Leftrightarrow y < 3$

Do y nguyên dương nên $y \in \{1; 2\}$.

Với $y = 1$, ta có $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{1}{3} - 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = 1$.

Với $y = 2$, ta có $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2}{3} - 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Vậy bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ có nghiệm nguyên dương là $(1; 1)$.

Khi đó $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow S = 2$

» **Câu 36.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10; 10]$ sao cho $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ là

nghiệm của bất phương trình $m\frac{x}{2} - (m+1)y + 2 \geq 0$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 13**

Ta có $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình $m\frac{x}{2} - (m+1)y + 2 \geq 0$ khi và chỉ khi

$m\frac{1}{2} - (m+1)(-1) + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}m + 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2$

Khi đó $m \in \{-2; -1; 0; \dots; 10\}$

» **Câu 37.** Cho tam giác ABC có $A(0; 3); B(-1; 2); C(2; 1)$. Điều kiện của tham số m để điểm

$M\left(m; \frac{2m-1}{2}\right)$ nằm bên trong tam giác ABC có dạng $\frac{a}{8} < m < \frac{7}{b}$ với $a; b$ là các số tự nhiên.

Tính giá trị $S = ab + a$



Lời giải

Trả lời: 65

Đường thẳng $AB: \frac{x-0}{-1-0} = \frac{y-3}{2-3} \Leftrightarrow x-y+3=0.$

Đường thẳng $AC: \frac{x-0}{2-0} = \frac{y-3}{1-3} \Leftrightarrow x+y-3=0.$

Đường thẳng $BC: \frac{x-2}{2-(-1)} = \frac{y-1}{1-2} \Leftrightarrow x+3y-5=0.$

Điều kiện cần và đủ để điểm M nằm bên trong tam giác ABC là điểm M cùng với mỗi đỉnh A, B, C lần lượt cùng phía với nhau đối với cạnh AB, AC, BC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1 \cdot 0 + 3 \cdot 3 - 5) \cdot \left(1 \cdot m + 3 \cdot \frac{2m-1}{2} - 5\right) > 0 \\ (1 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 - 3) \cdot \left(1 \cdot m + 1 \cdot \frac{2m-1}{2} - 3\right) > 0 \\ (1 \cdot 2 - 1 \cdot 1 + 3) \cdot \left(1 \cdot m - 1 \cdot \frac{2m-1}{2} + 3\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{13}{8} \\ m < \frac{7}{4} \\ 14 > 0(tm) \end{cases} \Leftrightarrow \frac{13}{8} < m < \frac{7}{4}$$

Khi đó $a=13; b=4 \Rightarrow S=ab+a=65$

- » **Câu 38.** Bạn Lan mang 150000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển tập và bút. Biết rằng giá một quyển tập là 8000 đồng và giá của một cây bút là 6000 đồng. Bạn Lan có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút.

Lời giải

Trả lời: 11

Bất phương trình biểu diễn số tập và bút có thể mua được phụ thuộc vào số tiền mang theo là $8000x + 6000y \leq 150000$

Bạn Lan có thể mua được tối đa số quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút là

$$8000x + 6000 \cdot 10 \leq 150000 \Leftrightarrow x \leq 11,25$$

Vì x nguyên dương nên số quyển tập tối đa bạn Lan mua được là 11 quyển.

- » **Câu 39.** Trong 1 lạng (100g) thịt bò chứa khoảng 26g protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20g protein. Trung bình trong một ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46g protein. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày có dạng $ax + by \geq 46$ với $a; b$ là các số nguyên dương. Tính giá trị $S = a - b$.

Lời giải

Trả lời: 6

1 lạng thịt bò chứa khoảng 26g protein nên trong x lạng thịt bò chứa khoảng $26x$ (g protein).

1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20g protein nên trong y lạng cá rô phi chứa khoảng $20y$ (g protein).

Tổng số lượng protein mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày là: $26x + 20y$ (g protein).

Trung bình mỗi ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46 g protein.



Do đó, bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày là: $26x + 20y \geq 46$.

Khi đó $a = 26; b = 20 \Rightarrow S = a - b = 6$

- » **Câu 40.** Nhu cầu canxi tối thiểu cho một người đang ở độ tuổi trưởng thành trong một ngày là 1300mg. Trong một lạng đậu nành có 165mg canxi, một lạng thịt có 15mg canxi. Gọi x, y lần lượt là số lạng đậu nành và số lạng thịt mà một người đang ở độ tuổi trưởng thành ăn trong một ngày. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng canxi cần thiết trong một ngày của một người đang trong độ tuổi trưởng thành có dạng $bx + 15y \geq a$ với $a; b$ là các số nguyên dương. Tính giá trị $T = \frac{a}{2} - 3b$.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 155**

Trong 1 lạng đậu nành có 165 mg canxi nên trong x lạng đậu nành có $165x$ (mg canxi).

Trong 1 lạng thịt có 15 mg canxi nên trong y lạng thịt có $15y$ (mg canxi).

Tổng số lượng canxi có trong x lạng đậu nành và y lạng thịt là $165x + 15y$ (mg canxi).

Vì nhu cầu canxi tối thiểu cho một người đang độ tuổi trưởng thành trong một ngày là 1300 mg nên $165x + 15y \geq 1300$.

Vậy bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y biểu diễn lượng canxi cần thiết trong một ngày của một người trong độ tuổi trưởng thành là $165x + 15y \geq 1300$

Khi đó $a = 1300; b = 165 \Rightarrow T = \frac{a}{2} - 3b = 155$

-----Hết-----



Chương 02

Bài 2.

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A

Lý thuyết

1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn



Định nghĩa

- » Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà ta phải tìm nghiệm chung của chúng.
- » Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

2. Biểu diễn nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn



Cách biểu diễn

- » Ta có thể biểu diễn hình học miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn: là giao của các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.
- » Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta làm như sau:
 - ⊙ Trong cùng hệ toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.
 - ⊙ Phần không bị gạch là miền nghiệm cần tìm.

3. Bài toán tối ưu (Quy hoạch tuyến tính).



» Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các biểu thức dạng $F = ax + by$, trong đó x, y nghiệm đúng của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đã cho:

- ⊙ Vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
Miền nghiệm nhận được thường là một đa giác. (Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của F đạt được tại một trong các đỉnh của miền đa giác).
- ⊙ Tính giá trị của F ứng với (x, y) là toạ độ các đỉnh của miền đa giác này.
- ⊙ So sánh các kết quả vừa tính được, từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức.



B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Biểu diễn miền nghiệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn



Phương pháp

- » Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta làm như sau:
 - ⊙ Trong cùng hệ toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách tô màu phần không thuộc miền nghiệm của nó.
 - ⊙ Phần không bị tô là miền nghiệm cần tìm.



Ví dụ 1.1.

Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

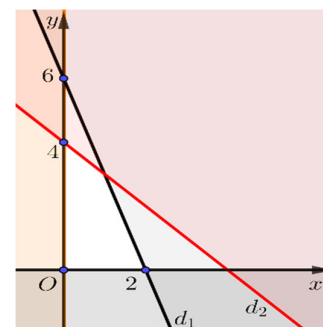
Lời giải

Vẽ các đường thẳng

$$d_1 : 3x + y = 6; d_2 : x + y = 4; d_3 : x = 0 \text{ (Oy)}; d_4 : y = 0 \text{ (Ox)}$$

Vì điểm $M_0(1;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ trên nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ (d_1) , (d_2) , (d_3) , (d_4) không chứa điểm M_0 .

Miền không bị tô đậm (hình tứ giác $OCIA$ kể cả bốn cạnh AI , IC , CO , OA) trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho.



Ví dụ 1.2.

Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y + 3 > 0 \\ -2x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$$

Lời giải

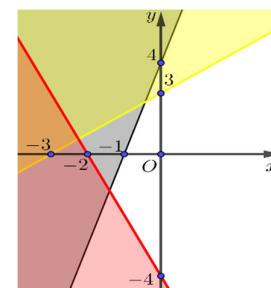
Vẽ đường thẳng:

$$3x - y + 3 = 0 \text{ (} d_1 \text{);}$$

$$-2x + 3y - 6 = 0 \text{ (} d_2 \text{);}$$

$$2x + y + 4 = 0 \text{ (} d_3 \text{)}$$

Sau khi tô màu các miền không thích hợp, miền còn lại không tô màu, không kể biên (hình vẽ) là miền nghiệm của hệ





Ví dụ 1.3.

Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình 2 ẩn

$$(1) \begin{cases} x - 3y < 0 \\ x + 2y > -3 \\ y + x < 2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x - 2y - 6 \geq 0 \\ 4(x - 1) + 3y \leq 8 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Lời giải

$$(1) \begin{cases} x - 3y < 0 & (1) \\ x + 2y > -3 & (2) \\ y + x < 2 & (3) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng

$$d_1 : x - 3y = 0; d_2 : x + 2y + 3 = 0; d_3 : x + y - 2 = 0.$$

Lấy $M(-1; 0) \notin d_1; d_2; d_3$

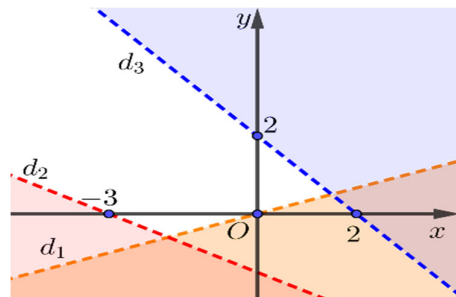
Ta thấy

$M(-1; 0)$ là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền không chứa M .

$M(-1; 0)$ là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền không chứa M .

$M(-1; 0)$ là nghiệm của bất phương trình (3), nên tô màu miền không chứa M .

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không tô màu (không kể bờ $d_1; d_2; d_3$).



$$(2) \begin{cases} 3x - 2y - 6 \geq 0 & (1) \\ 4(x - 1) + 3y \leq 8 & (2) \\ x \geq 0 & (3) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1 : 3x - 2y - 6 = 0; d_2 : 4(x - 1) + 3y - 8 = 0; d_3 : x = 0$.

Lấy $M(3; -2) \notin d_1; d_2; d_3$.

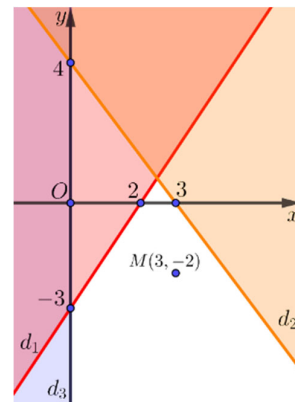
Ta thấy

$M(3; -2)$ là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền không chứa M .

$M(3; -2)$ là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền không chứa M .

$M(3; -2)$ là nghiệm của bất phương trình (3), nên tô màu miền không chứa M .

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô màu (kể bờ $d_1; d_2; d_3$).





Ví dụ 1.4.

Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình 2 ẩn

$$(1) \begin{cases} 2x + y \geq 1 \\ x - y \leq -2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 > 0 \\ 4(x-1) + y < 8 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x + y \geq 0 \\ x + 3y \leq -3 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 4x + 5y + 20 > 0 \\ y < 0 \\ y > -3 \end{cases}$$

Lời giải

$$(1) \begin{cases} 2x + y \geq 1 \quad (1) \\ x - y \leq -2 \quad (2) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1: 2x + y - 1 = 0; d_2: x - y + 2 = 0$.

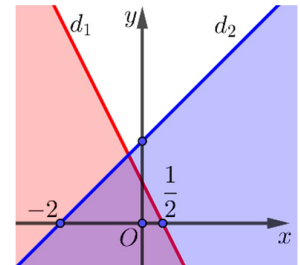
Lấy $O(0;0) \notin d_1; d_2$.

Ta thấy

$O(0;0)$ không là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền chứa O .

$O(0;0)$ không là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền chứa O .

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô màu (kể bờ $d_1; d_2$).



$$(2) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 > 0 \quad (1) \\ 4(x-1) + y < 8 \quad (2) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 = 0; d_2: 4(x-1) + y - 8 = 0$.

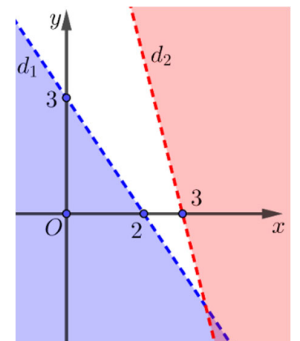
Lấy $O(0;0) \notin d_1; d_2$.

Ta thấy

$O(0;0)$ không là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền chứa O .

$O(0;0)$ là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền không chứa O .

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô màu (không kể bờ $d_1; d_2$).



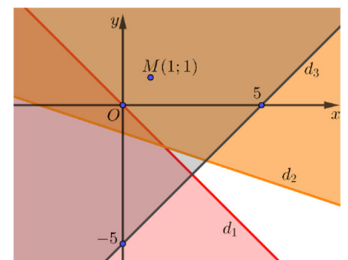
$$(3) \begin{cases} x + y \geq 0 \quad (1) \\ x + 3y \leq -3 \quad (2) \\ x - y \geq 5 \quad (3) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1: x + y = 0; d_2: x + 3y + 3 = 0; d_3: x - y - 5 = 0$

.

Lấy $M(1;1) \notin d_1; d_2; d_3$.

Ta thấy





$M(1;1)$ là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền không chứa M .

$M(1;1)$ không là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền chứa M .

$M(1;1)$ không là nghiệm của bất phương trình (3), nên tô màu miền chứa M .

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô màu (kể bờ $d_1; d_2; d_3$).

$$(4) \begin{cases} 4x + 5y + 20 > 0 & (1) \\ y < 0 & (2) \\ y > -3 & (3) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1 : 4x + 5y + 20 = 0; d_2 : y = 0; d_3 : y + 3 = 0$.

Lấy $M(-1; -1) \notin d_1; d_2; d_3$.

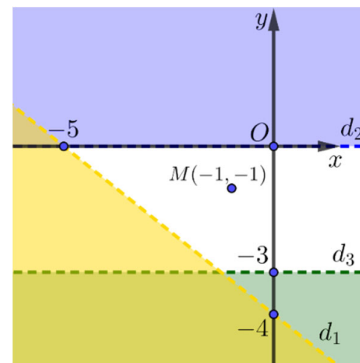
Ta thấy

$M(-1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền không chứa M .

$M(-1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền không chứa M .

$M(-1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình (3), nên tô màu miền không chứa M .

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần không được tô màu (không kể bờ $d_1; d_2; d_3$).





Dạng 2. Giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất, bài toán tối ưu



Phương pháp

- **Bài toán:** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x, y) = ax + by$ với $(x; y)$ nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.
- » **Bước (1):** Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.
- » **Bước (2):** Tính giá trị của F tương ứng với $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh của đa giác.
- » **Bước (3):** Kết luận:
- ⊙ Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
 - ⊙ Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.



Ví dụ 2.1.

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

(1) $T = 2x + y$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y - 3 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ x + 3y - 3 \leq 0 \end{cases}.$$

(2) $F = 30x - 4y - 6$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y + 5 \geq 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \\ x + y - 5 \leq 0 \\ 2x - y - 4 \leq 0 \end{cases}.$$

Lời giải

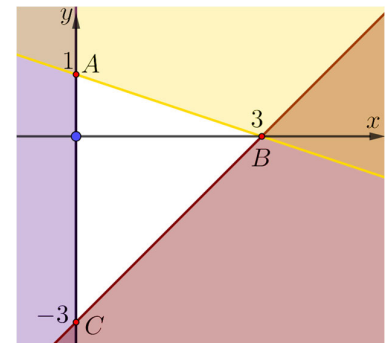
(1) $T = 2x + y$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y - 3 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ x + 3y - 3 \leq 0 \end{cases}.$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y - 3 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ x + 3y - 3 \leq 0 \end{cases}, (1)$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) là miền tam giác ABC kể cả bờ, với $A(3; 0), B(0; 1), C(0; -3)$

$T(3; 0) = 6; T(0; 1) = 1; T(0; -3) = -3$

Vậy GTLN là $T = 6$ và GTNN là $T = -3$



(2) $F = 30x - 4y - 6$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y + 5 \geq 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \\ x + y - 5 \leq 0 \\ 2x - y - 4 \leq 0 \end{cases}.$$

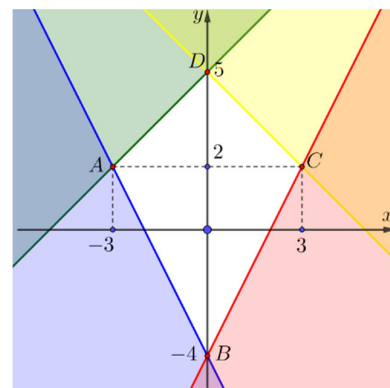


Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y + 5 \geq 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \\ x + y - 5 \leq 0 \\ 2x - y - 4 \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) là miền tứ giác ABCD kể cả bờ, với $A(-3;2), B(0;-4), C(3;2), D(0;5)$

$F(-3;2) = -104; F(0;-4) = 10; F(3;2) = 66; F(0;5) = -26$

Vậy GTLN là $F = 66$ và GTNN là $F = -104$



Ví dụ 2.2.

Tìm trị lớn nhất của biểu thức

(1) $F(x; y) = x + 2y$, với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$$

(2) $F(x; y) = 2x - 3y$, với điều kiện
$$\begin{cases} y \leq 0 \\ x \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \\ x + 2y - 4 \leq 0 \end{cases}$$

Lời giải

(1) $F(x; y) = x + 2y$, với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$$

Vẽ đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

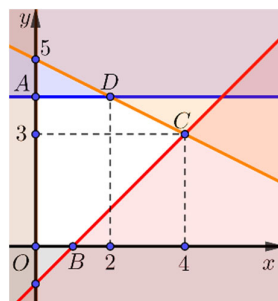
Vẽ đường thẳng $d_2: x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: y = 4$.

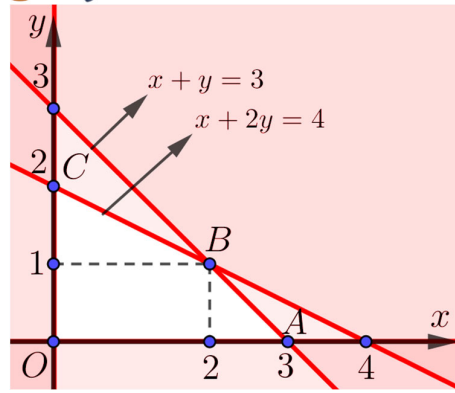
Miền nghiệm là ngũ giác AOBCE với $A(0; 4), B(1; 0), C(4; 3), E(2; 4)$.

Ta có: $F(4; 3) = 10, F(2; 4) = 10, F(0; 4) = 8, F(1; 0) = 1, F(0; 0) = 0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ bằng 10.



(2) $F(x; y) = 2x - 3y$, với điều kiện
$$\begin{cases} y \leq 0 \\ x \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \\ x + 2y - 4 \leq 0 \end{cases}$$



Vẽ đường thẳng $d_1 : x + y - 3 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0;3)$ và $(3;0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2 : x + 2y - 4 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0;2)$ và $(4;0)$.

Miền nghiệm là tứ giác $OCBA$ với $O(0;0), C(0;2), B(2;1), A(3;0)$.

Ta có: $F(0;0) = 0, F(0;2) = -6, F(2;1) = 1, F(3;0) = 6$.

Vậy giá trị lớn nhất của biết thức $F(x;y) = 2x - 3y$ bằng 6.



Ví dụ 2.3.

Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x + 3y \geq -2 \\ x \leq 0 \end{cases}$$
. Xác định miền nghiệm (S) của hệ bất phương trình trên. Trong (S) , tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x,y) = 2x - 3y$.

Lời giải

Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là phần không tô đậm trong hình vẽ (cả biên).

Như vậy miền nghiệm là $\triangle ABC$ (cả biên).

Toạ độ A là nghiệm của:
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 3y = -2 \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{4}{5}; -\frac{2}{5}\right).$$

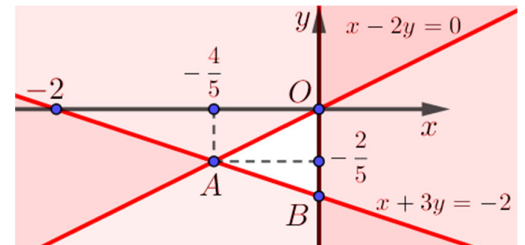
Toạ độ B là nghiệm của:
$$\begin{cases} x = 0 \\ x + 3y = -2 \end{cases} \Rightarrow B\left(0; -\frac{2}{3}\right).$$

Ta sẽ tính các giá trị của $f(x,y)$ với là toạ độ của các đỉnh A, B, O .

$$f\left(-\frac{4}{5}; -\frac{2}{5}\right) = -\frac{2}{5}; f(0;0) = 0; f\left(0; -\frac{2}{3}\right) = 2$$

Suy ra giá trị lớn nhất của $f(x,y)$ bằng 2 khi $(x;y) = \left(0; -\frac{2}{3}\right)$.

Vậy giá trị lớn nhất của $f(x,y) = 2x - 3y$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho bằng 2 khi $(x;y) = \left(0; -\frac{2}{3}\right)$.





Ví dụ 2.4.

Có 3 nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra 2 loại sản phẩm I và II . Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc nhóm máy khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng bên dưới:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất một đơn vị SP	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi 3000 đồng, một đơn vị sản phẩm II lãi 5000 đồng. Hãy lập phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất.

Lời giải

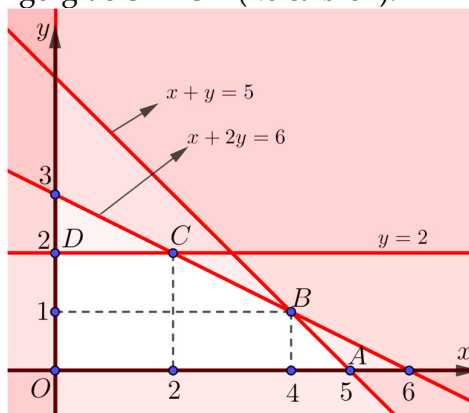
Gọi x và y lần lượt là số đơn vị sản phẩm I và II ($x, y \geq 0$).

Số tiền lãi của đơn vị này là $f(x; y) = 3x + y$ (nghìn đồng).

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 5 \\ y \leq 2 \\ x + 2y \leq 6 \\ x, y \geq 0 \end{cases} (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $f(x; y) = 3x + y$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Miền nghiệm của hệ (*) là ngũ giác $OABCD$ (kể cả biên).



Ta có: $O(0;0), A(5;0), B(4;1), C(2;2), D(0;2)$.

$$f(0;0) = 0, f(5;0) = 150, f(4;1) = 190, f(2;2) = 160, f(0;2) = 100$$

Để thấy $f(x; y) = 3x + y$ lớn nhất khi $(x; y) = (4; 1)$ tức là cần sản xuất 4 sản phẩm I và 1 sản phẩm II để thu về lợi nhuận cao nhất.



Ví dụ 2.5.

Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

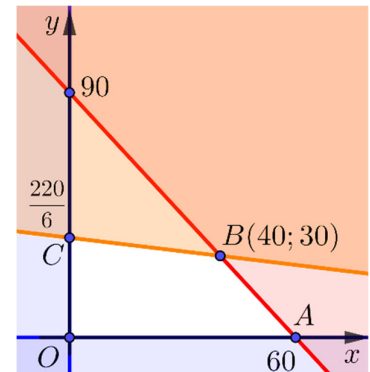
Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$ (triệu đồng).

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60; 0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40; 30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.



Ví dụ 2.6.

Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 800m^2 . Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3.000.000 đồng trên 100m^2 nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4.000.000 đồng trên 100m^2 . Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180.

Lời giải

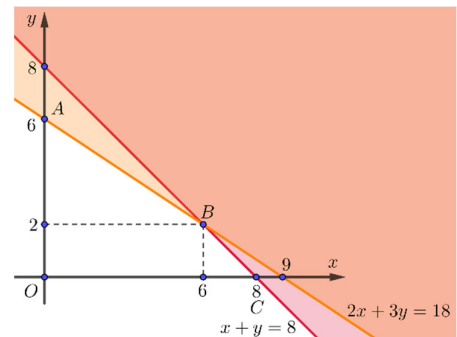
Gọi x là số $x00\text{m}^2$ đất trồng đậu, y là số $y00\text{m}^2$ đất trồng cà. Điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$.

Số tiền thu được là $T = 3x + 4y$ triệu đồng.

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Dựa đồ thị ta có tọa độ các đỉnh $A(0; 6), B(6; 2), C(8; 0), O(0; 0)$.





Chương 02

Bài 2.

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$

là

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-1; -1)$.

» *Lời giải*

Chọn C

Ta thay cặp số $(-1; 1)$ vào hệ ta thấy không thỏa mãn.

» **Câu 2.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(2; 1)$.

B. $(0; 0)$.

C. $(1; 1)$.

D. $(3; 4)$.

» *Lời giải*

Chọn A

Nhận xét: chỉ có điểm $(2; 1)$ thỏa mãn hệ.

» **Câu 3.** Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?

A. $(-1; 4)$.

B. $(-2; 4)$.

C. $(0; 0)$.

D. $(-3; 4)$.

» *Lời giải*

Chọn C

Nhận xét: chỉ có điểm $(0; 0)$ không thỏa mãn hệ.

» **Câu 4.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 0)$.

C. $(0; -2)$.

D. $(0; 2)$.

» *Lời giải*

Chọn C

Nhận xét: chỉ có điểm $(0; -2)$ thỏa mãn hệ.



- » **Câu 5.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm
- A. $(5; 3)$. B. $(0; 0)$. C. $(1; -1)$. D. $(-2; 2)$.

» *Lời giải*

Chọn A

Nhận xét: chỉ có điểm $(5; 3)$ thỏa mãn hệ.

- » **Câu 6.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm
- A. $(0; 0)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; 1)$. D. $(8; 4)$.

» *Lời giải*

Chọn D

Nhận xét: chỉ có cặp số $(8; 4)$ thỏa bất phương trình $3x + y \geq 9$.

- » **Câu 7.** Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. $(1; 1) \in S$. B. $(-1; -1) \in S$. C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

» *Lời giải*

Chọn C

Thế đáp án, chỉ có $x = 1; y = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn hệ bất phương trình $\Rightarrow$ chọn C

- » **Câu 8.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 6 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 4 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm:
- A. $(2; 1)$. B. $(6; 4)$. C. $(0; 0)$. D. $(1; 2)$.

» *Lời giải*

Chọn A

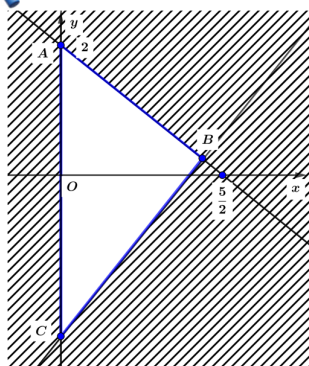
Nhận xét: Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền mặt phẳng chứa tất cả các điểm có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Thế $x = 6; y = 4$ vào từng bất phương trình trong hệ, ta lần lượt có các mệnh đề đúng: $22 \geq 6; 6 \geq 1; 8 \geq 2; 4 \leq 4$. Vậy ta chọn đáp án B.

Đáp án A có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 3.

Đáp án C, D có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 1 và 3.

- » **Câu 9.** Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



- A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

» LỜI GIẢI

Chọn D

Cạnh AC có phương trình $x = 0$ và cạnh AC nằm trong miền nghiệm nên $x \geq 0$ là một bất phương trình của hệ.

Cạnh AB qua hai điểm $\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ và $(0; 2)$ nên có phương trình: $\frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 4x + 5y = 10$.

Vậy hệ bất phương trình cần tìm là $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

» **Câu 10.** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 \leq 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; -1) \in S$. B. $(1; -\sqrt{3}) \in S$. C. $(-1; \sqrt{5}) \notin S$. D. $(-4; \sqrt{3}) \in S$.

» LỜI GIẢI

Chọn C

Ta thấy $(-1; \sqrt{5}) \notin S$ vì $-1 < 0$.

» **Câu 11.** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(-1; 2) \in S$. B. $(\sqrt{2}; 0) \notin S$. C. $(1; -\sqrt{3}) \in S$. D. $(\sqrt{3}; 0) \in S$.

» LỜI GIẢI

Chọn D

Ta thấy $(\sqrt{3}; 0) \in S$ vì $\begin{cases} \sqrt{3} > 0 \\ \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot 0 + 1 > 0 \end{cases}$.



» **Câu 12.** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 3 \\ 1 - \frac{1}{2}x + y > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là

khẳng định đúng ?

- A.** $(1; -2) \in S$. **B.** $(2; 1) \in S$. **C.** $(5; -6) \in S$. **D.** $S = \emptyset$.

» **Lời giải**

Chọn D

Vì không có điểm nào thỏa hệ bất phương trình.

» **Câu 13.** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 \\ 4x - 3y \leq 2 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng

định đúng ?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

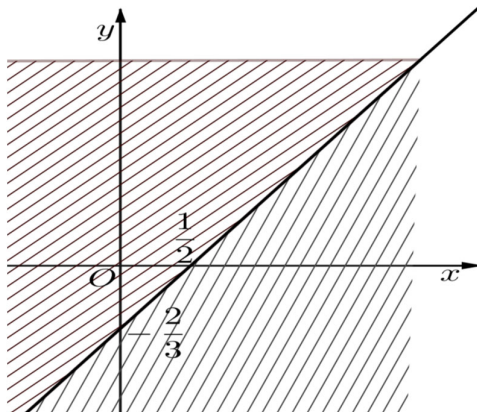
B. $S = \{(x; y) \mid 4x - 3y = 2\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

» **Lời giải**

Chọn B



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): 2x - \frac{3}{2}y = 1$

$(d_2): 4x - 3y = 2$

Thử trực tiếp ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của phương trình (2) nhưng không phải là nghiệm của phương trình (1). Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, tập hợp nghiệm của bất phương trình chính là các điểm thuộc đường thẳng $(d): 4x - 3y = 2$.

» **Câu 14.** Cho hệ $\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm

của bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì



A. $S_1 \subset S_2$.

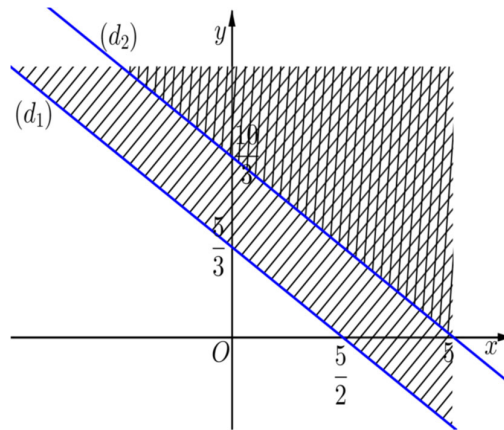
B. $S_2 \subset S_1$.

C. $S_2 = S_1$.

D. $S_1 \neq S_2$.

Lời giải

Chọn B



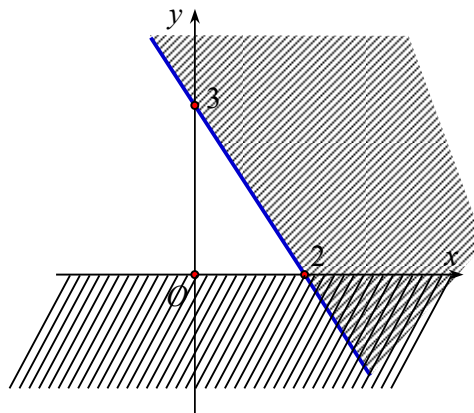
Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): 2x + 3y = 5$

$(d_2): x + \frac{3}{2}y = 5$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Say khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» **Câu 15.** Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1): y = 0$ và đường thẳng $(d_2): 3x + 2y = 6$.

Miền nghiệm gồm phần y nhận giá trị dương.

Lại có $(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $3x + 2y < 6$.



» **Câu 16.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 < 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 2)$.

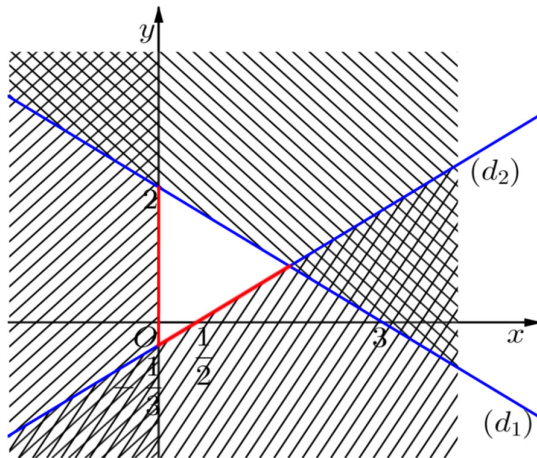
B. $B(0; 2)$.

C. $C(-1; 3)$.

D. $D\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

» **Lời giải**

Chọn D



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$

$(d_2): x = 0$

$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$

Ta thấy $(1; 1)$ là nghiệm của các ba bất phương trình. Điều này có nghĩa là điểm $(1; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» **Câu 17.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ -3x + 5 \leq 0 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

A. Không có.

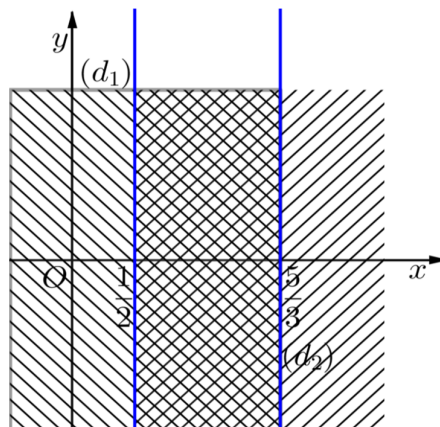
B. $B\left(\frac{5}{3}; 2\right)$.

C. $C(-3; 1)$.

D. $D\left(\frac{1}{2}; 10\right)$.

» **Lời giải**

Chọn A





Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 2x - 1 = 0$$

$$(d_2): -3x + 5 = 0$$

Ta thấy $(1; 0)$ là không nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(1; 0)$ không thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Vậy không có điểm nằm trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn hệ bất phương trình.

» **Câu 18.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3; 4)$.

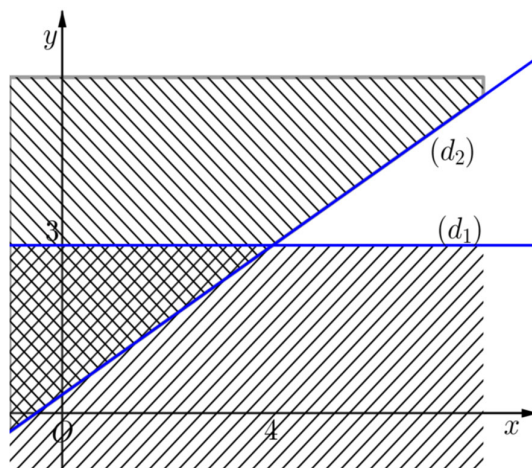
B. $B(4; 3)$.

C. $C(7; 4)$.

D. $D(4; 4)$.

🔗 *Lời giải*

Chọn C



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 3 - y = 0$$

$$(d_2): 2x - 3y + 1 = 0$$

Ta thấy $(6; 4)$ là nghiệm của hai bất phương trình.

Điều đó có nghĩa điểm $(6; 4)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» **Câu 19.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-1; 0)$.

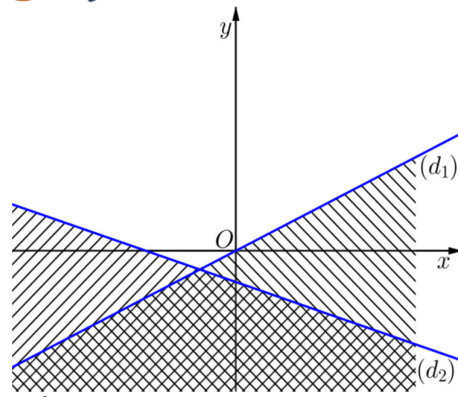
B. $B(1; 0)$.

C. $C(-3; 4)$.

D. $D(0; 3)$.

🔗 *Lời giải*

Chọn B



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$

Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ phần không thích hợp, phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» **Câu 20.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x - 2y - 6 \geq 0 \\ 2(x - 1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(2; -2)$.

B. $B(3; 0)$.

C. $C(1; -1)$.

D. $D(2; -3)$.

» **Lời giải**

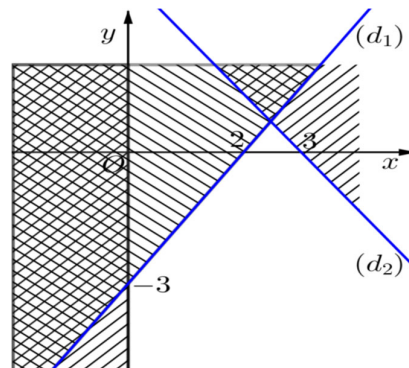
Chọn C

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 3x - 2y - 6 = 0$$

$$(d_2): 4x + 3y - 12 = 0$$

$$(d_3): x = 0$$



Ta thấy $(2; -1)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình.

Điều đó có nghĩa điểm $(2; -1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.



» **Câu 21.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y \leq -3 \\ x + y > 5 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3; 2)$.

B. $B(6; 3)$.

C. $C(6; 4)$.

D. $D(5; 4)$.

✎ **Lời giải**

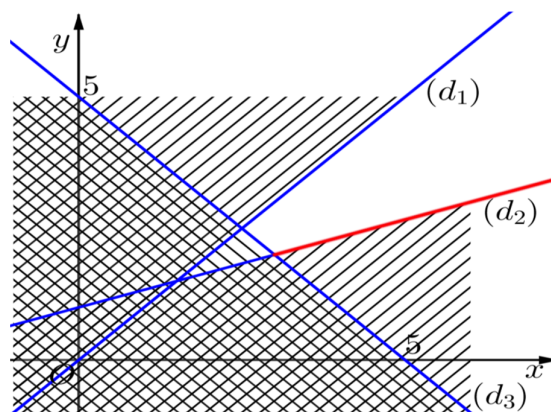
Chọn A

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - y = 0$$

$$(d_2): x - 3y = -3$$

$$(d_3): x + y = 5$$



Ta thấy $(5; 3)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(5; 3)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» **Câu 22.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 3y < 0 \\ x + 2y > -3 \\ y + x < 2 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(0; 1)$.

B. $B(-1; 1)$.

C. $C(-3; 0)$.

D. $D(-3; 1)$.

✎ **Lời giải**

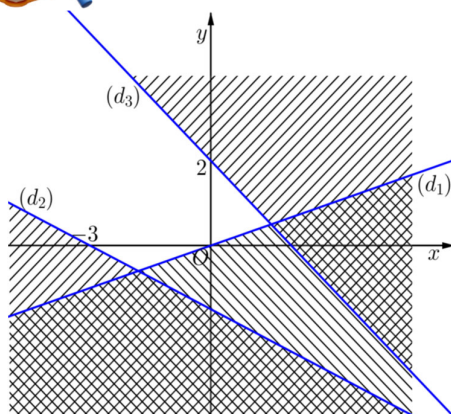
Chọn C

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - 3y = 0$$

$$(d_2): x + 2y = -3$$

$$(d_3): x + y = 2$$



Ta thấy $(-1; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(-1; 0)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» **Câu 23.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

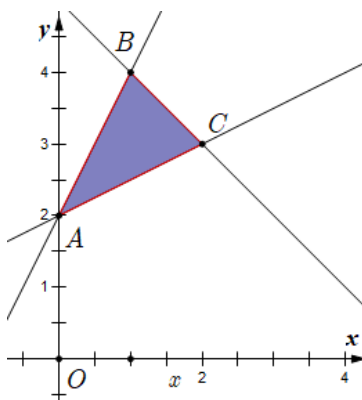
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Miền nghiệm của hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là miền trong của tam giác ABC kể cả biên (như hình)



Ta thấy $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(0; 2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(1; 4)$ thì $F = 3$

Tại $C(2; 3)$ thì $F = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.



- » **Câu 24.** Giá trị lớn nhất của biết thức $F(x; y) = x + 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$ là
- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

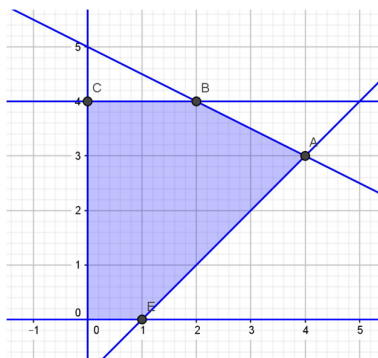
Lời giải

Chọn C

Vẽ đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2: x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: y = 4$.



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4; 3), B(2; 4), C(0; 4), E(1; 0)$.

Ta có: $F(4; 3) = 10$, $F(2; 4) = 10$, $F(0; 4) = 8$, $F(1; 0) = 1$, $F(0; 0) = 0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biết thức $F(x; y) = x + 2y$ bằng 10.

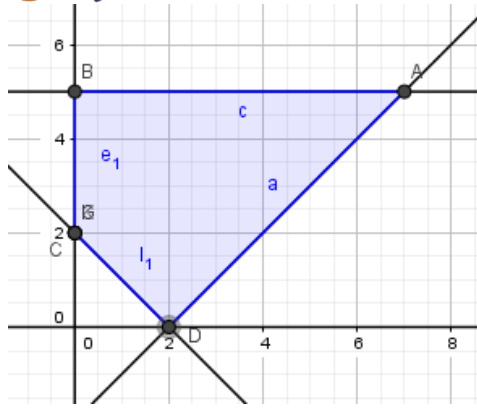
- » **Câu 25.** Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F(x; y) = x - 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là
- A. -10. B. 12. C. -8. D. -6.

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới

đây:.



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B, C hoặc D .

Ta có: $F(A) = 7 - 2 \times 5 = -3; F(B) = -2 \times 5 = -10$.

$F(C) = -2 \times 2 = -4, F(D) = 2 - 2 \times 0 = 2$.

Vậy $\min F = -10$ khi $x = 0, y = 5$.

» **Câu 26.** Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x; y)$ có tọa độ là

độ là

A. $(4; 1)$.

B. $(3; 1)$.

C. $(2; 1)$.

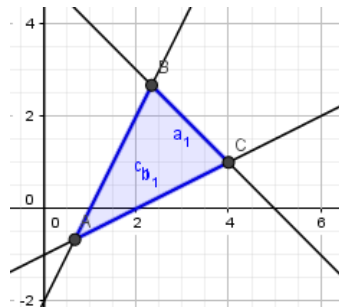
D. $(1; 1)$.

» **Lời giải**

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như

dưới đây:



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

Chỉ $C(4; 1)$ có tọa độ nguyên nên thỏa mãn.

Vậy $\min F = -3$ khi $x = 4, y = 1$.

» **Câu 27.** Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$, đạt giá trị

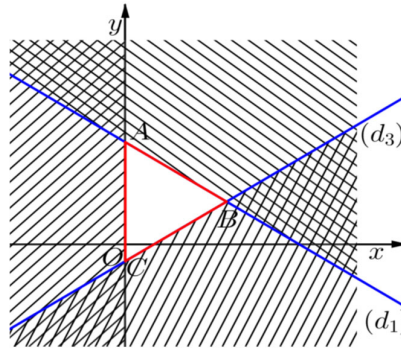
lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:



A. $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. B. $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. C. $a = 3$ và $b = 0$. D. $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên), với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Vậy ta có $a = 2 - 0 = 2$, $b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12}$.

» **Câu 28.** Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là

A. 1. B. 3. C. -1. D. -6.

Lời giải

Chọn C

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và nước táo mà mỗi đội cần pha chế ($x \geq 0; y \geq 0$).

Để pha chế x lít nước cam cần $30x$ g đường, x lít nước và x g hương liệu.

Để pha chế y lít nước táo cần $10y$ g đường, y lít nước và $4y$ g hương liệu.

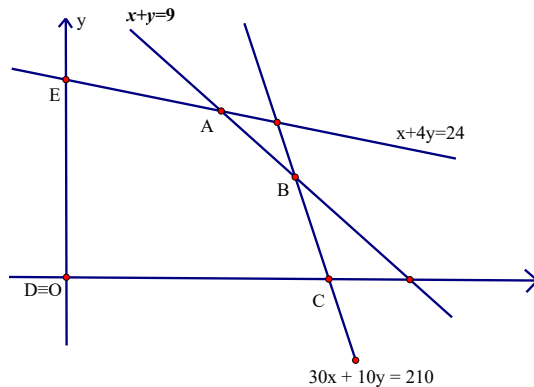
Theo bài ra ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$



Số điểm đạt được khi pha x lít nước cam và y lít nước táo là $M(x, y) = 60x + 80y$. Bài toán trở thành tìm x, y để $M(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta biểu diễn miền nghiệm của hệ (*) trên mặt phẳng tọa độ như sau:



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCDE$.

Tọa độ các điểm: $A(4;5)$, $B(6;3)$, $C(7;0)$, $D(0;0)$, $E(0;6)$.

$M(x, y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh của miền nghiệm nên thay tọa độ các điểm vào biểu thức $M(x, y)$ ta được:

$$M(4;5) = 640; M(6;3) = 600, M(7;0) = 420, M(0;0) = 0, M(0;6) = 480.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $M(x, y)$ bằng 640 khi $x = 4; y = 5 \Rightarrow a = 4; b = 5 \Rightarrow a - b = -1$.

» **Câu 29.** Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích $800m^2$. Nếu trồng đậu trên diện tích $100m^2$ thì cần 20 công làm và thu được 3000000 đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích $100m^2$ cần 30 công làm và thu được 4000000 đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá 180 công. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau:

A. Trồng $600m^2$ đậu; $200m^2$ cà.

B. Trồng $500m^2$ đậu; $300m^2$ cà.

C. Trồng $400m^2$ đậu; $200m^2$ cà.

D. Trồng $200m^2$ đậu; $600m^2$ cà.

» **Lời giải**

Chọn A

Giả sử diện tích trồng đậu là x (trăm m^2); suy ra diện tích trồng cà là $8 - x$ (trăm m^2)

Ta có thu nhập thu được là $S(x) = [3x + 4(8 - x)] \cdot 10000 = 10000(-x + 32)$ đồng.

Tổng số công là $20x + 30(8 - x) = -10x + 240$

Theo giả thiết có $-10x + 240 \leq 180 \Leftrightarrow x \geq 6$

Mà hàm số $S(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 6$.

Do đó trồng $600m^2$ đậu, $200m^2$ cà.

» **Câu 30.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng



số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn. Tính $x^2 + y^2$

A. $x^2 + y^2 = 1,3$.

B. $x^2 + y^2 = 2,6$.

C. $x^2 + y^2 = 1,09$.

D. $x^2 + y^2 = 0,58$.

🔗 **Lời giải**

Chọn A

Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6$; $0 \leq y \leq 1,1$

Khi đó số protein có được là $800x + 600y$ và số lipid có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $800x + 600y \geq 900$ và $200x + 400y \geq 400$

$$\Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9 \text{ và } x + 2y \geq 2 \quad \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền nghiệm của tứ giác ABCD (kể cả biên)

Chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt

lợn là $T = 160x + 110y$

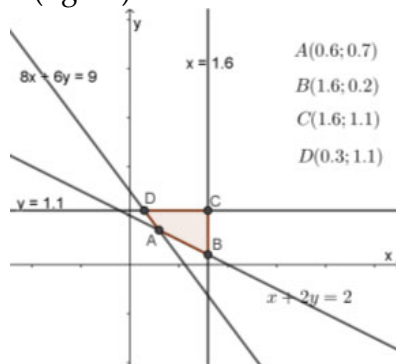
Biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác ABCD

Tại A: $T = 160.0,6 + 110.0,7 = 173$ (nghìn)

Tại B: $T = 160.1,6 + 110.0,2 = 278$ (nghìn)

Tại C: $T = 160.1,6 + 110.1,1 = 377$ (nghìn)

Tại D: $T = 160.0,3 + 110.1,1 = 169$ (nghìn)



Vậy T đạt GTNN khi $x = 0,3$; $y = 1,1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 0,3^2 + 1,1^2 = 1,3$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 31.** Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + 2y \leq 30 \\ y > 5 \\ -2x + 6y > 40 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ trên là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn		
(b)	$(-2; 8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		
(c)	$(3; 1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		



(d) $(-2; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên

Lời giải

(a) Hệ trên là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Hệ đã cho là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $(-2; 8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên

Thay $(-2; 8)$ vào hệ bất phương trình ta được:

$$\begin{cases} -2 + 2.8 \leq 30 \\ 8 > 5 \\ -2.(-2) + 6.8 > 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14 \leq 30 \\ 8 > 5 \\ 52 > 40 \end{cases} \text{ (đúng).}$$

Vậy $(-2; 8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $(3; 1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên

$$\text{Thay } (3; 1) \text{ vào hệ bất phương trình ta được: } \begin{cases} 3 + 2.1 \leq 30 \\ 1 > 5 \text{ (Vo ly)} \\ -2.3 + 6.1 > 40 \text{ (Vo ly)} \end{cases}$$

Vậy $(3; 1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

» **Chọn SAI.**

(d) $(-2; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên

$$\text{Thay } (-2; -1) \text{ vào hệ bất phương trình ta được: } \begin{cases} -2 + 2.(-1) \leq 30 \\ -1 > 5 \text{ (Vo ly)} \\ -2.(-2) + 6.(-1) > 40 \text{ (Vo ly)} \end{cases}$$

Vậy $(-2; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 32.** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 7y > 4 \\ x < 5 \\ -x - y \geq -3 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$(-1; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(b)	$(-2; 5)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(c)	$(3; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(d)	$(-1; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		

Lời giải

(a) $(-1; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.



Thay $(-1; -1)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 7y > 4 \\ x < 5 \\ -x - y \geq -3 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} -1 + 7(-1) > 4 \\ -1 < 5 \\ -(-1) - (-1) \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8 > 4 \\ -1 < 5 \text{ (vô lý)} \\ 2 \geq -3 \end{cases}$$

Vậy $(-1; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $(-2; 5)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

Thay $(-2; 5)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 7y > 4 \\ x < 5 \\ -x - y \geq -3 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} -2 + 7.5 > 4 \\ -2 < 5 \\ -(-2) - 5 \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 33 > 4 \\ -2 < 5 \\ -3 \geq -3 \end{cases} \text{ (đúng).}$$

Vậy $(-2; 5)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $(3; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

$(3; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.

» **Chọn SAI.**

(d) $(-1; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

$(-1; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

» **Chọn ĐÚNG.**

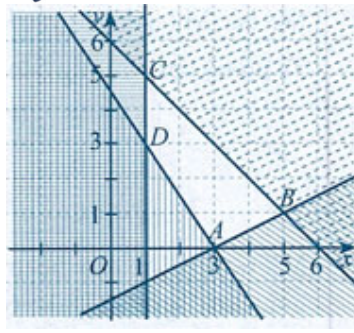
» **Câu 33.** Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x + 2y \geq 9 \\ x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases}$ (I). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác		
(b)	$(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(c)	$x = 1, y = 3$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất		
(d)	$x = 1, y = 5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất		

» **Lời giải**

(a) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác

Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(3; 0), B(5; 1), C(1; 5), D(1; 3)$ (Hình).



» **Chọn SAI.**

(b) $(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình

$(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $x = 1, y = 3$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất

Tính giá trị của $F = 3x - y$ tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh tứ giác ABCD rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 14 tại $x = 5, y = 1$

» **Chọn SAI.**

(d) $x = 1, y = 5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất

F đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x = 1, y = 5$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 34.** Bác Minh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y. Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$		
(b)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho là một tứ giác		
(c)	Điểm $C(200; 40)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho		
(d)	Điểm $A(180; 60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho		

» **Lời giải**

(a) Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$$

Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho

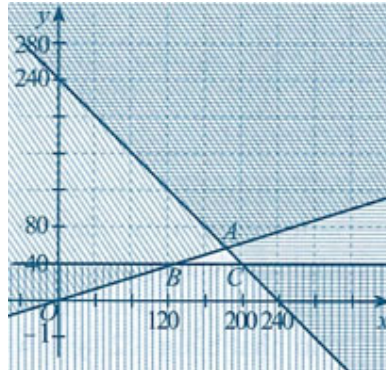


Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho là một tứ giác

Miền nghiệm của hệ trên là miền tam giác ABC với $A(180;60)$, $B(120;40)$, $C(200;40)$ ở hình:



» **Chọn SAI.**

(c) Điểm $C(200;40)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

Điểm $C(200;40)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

» **Chọn SAI.**

(d) Điểm $A(180;60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

Điểm $A(180;60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 35.** Trong 1 lạng thịt bò chứa 26 g protein, 1 lạng cá chứa 22 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần từ 56 đến 91 g protein. Theo lời khuyên của bác sĩ, để tốt cho sức khỏe thì không nên ăn thịt nhiều hơn cá. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò, lạng cá mà một người đàn ông ăn trong một ngày. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là $\begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$		
(b)	Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là một ngũ giác		



(c)	$(1; 2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông		
(d)	Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ bé nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông		

Lời giải

(a) Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một

$$\text{người đàn ông là } \begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

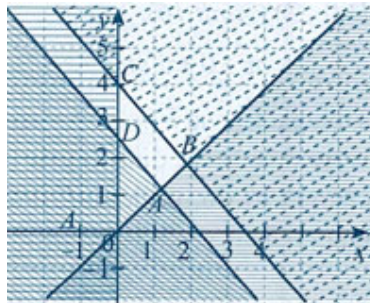
Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một

$$\text{ngày cho một người đàn ông là: } \begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

» Chọn ĐÚNG.

(b) Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là một ngũ giác

Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác $ABCD$ với $A\left(\frac{7}{6}; \frac{7}{6}\right), B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right), C\left(0; \frac{91}{22}\right), D\left(0; \frac{28}{11}\right)$ ở hình:



» Chọn SAI.

(c) $(1; 2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông

Một nghiệm $(x_0; y_0)$ của hệ bất phương trình với x_0, y_0 là $(x_0; y_0) = (1; 2)$.

» Chọn ĐÚNG.



(d) Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ bé nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông

Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ lớn nhất

» **Chọn SAI.**

» **Câu 36.** Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hàng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là $\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$		
(b)	Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là một ngũ giác		
(c)	Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất		
(d)	Điểm $(10; 8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B		

» **Lời giải**

(a) Hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ

ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là
$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$

Gọi x, y lần lượt là số gói thực phẩm loại X , loại Y mà bà Lan cần dùng trong một ngày.

Ta có: $0 \leq x \leq 12, 0 \leq y \leq 12$.

Số đơn vị canxi được cung cấp là: $20x + 20y$. Ta có: $20x + 20y \geq 240$ hay $x + y \geq 12$.

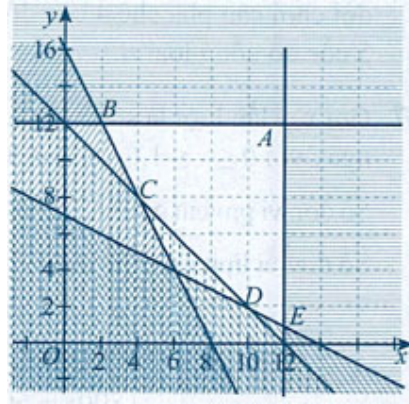
Số đơn vị sắt được cung cấp là: $20x + 10y$. Ta có: $20x + 10y \geq 160$ hay $2x + y \geq 16$.



Số đơn vị vitamin B được cung cấp là: $10x + 20y$. Ta có: $10x + 20y \geq 140$ hay $x + 2y \geq 14$

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là một ngũ giác

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền ngũ giác ABCDE với $A(12;12)$, $B(2;12)$, $C(4;8)$, $D(10;2)$, $E(12;1)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất

Số tiền bà Lan dùng để mua các gói thực phẩm X, Y trong một ngày là: $T = 20x + 25y$ (nghìn đồng).

Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 250 nghìn đồng tại $x = 10; y = 2$.

Vậy để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B nhưng với chi phí thấp nhất thì mỗi ngày bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Điểm $(10;8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B

Điểm $(10;8)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B

» **Chọn SAI.**



» **Câu 37.** Cho các hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x-2y \leq 0 \\ 5x-y \geq -4 \\ x+2y \leq 5 \end{cases}, \begin{cases} -x-y < 4 \\ -x+2y > -2 \\ x+y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases} . \text{ Khi đó:}$$

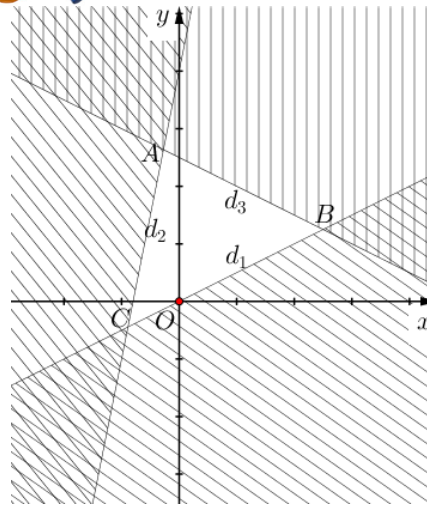
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y \leq 0 \\ 5x-y \geq -4 \\ x+2y \leq 5 \end{cases}$ là tam giác.		
(b)	Điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y \leq 0 \\ 5x-y \geq -4 \\ x+2y \leq 5 \end{cases}$.		
(c)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x-y < 4 \\ -x+2y > -2 \\ x+y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$ là tứ giác.		
(d)	Điểm $O(0;0)$ không thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x-y < 4 \\ -x+2y > -2 \\ x+y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$.		

» **Lời giải**

(a) Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y \leq 0 \\ 5x-y \geq -4 \\ x+2y \leq 5 \end{cases}$ là tam giác.

$$\begin{cases} x-2y \leq 0 \\ 5x-y \geq -4 \\ x+2y \leq 5 \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1: x-2y=0, d_2: 5x-y=-4, d_3: x+2y=5$.



Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình (nửa mặt phẳng có bờ là các đường d_1, d_2, d_3 và không chứa điểm M).

Khi đó, miền nghiệm của bất phương trình chính là miền của tam giác ABC (kể cả ba cạnh của nó), trong đó $A\left(-\frac{3}{11}; \frac{29}{11}\right), B\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{4}\right), C\left(-\frac{8}{9}; -\frac{4}{9}\right)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$$

Ta thấy điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay

$x = 1, y = 1$ vào hệ, ta có:
$$\begin{cases} 1 - 2.1 \leq 0 \\ 5.1 - 1 \geq -4 \text{ (đúng)} \\ 1 + 2.1 \leq 5 \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

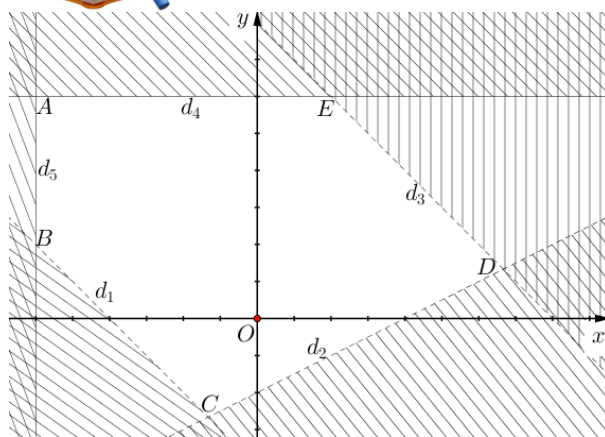
(c) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là tứ giác.

»
$$\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1: -x - y = 4, d_2: -x + 2y = -2, d_3: x + y = 8, d_4: x = -6, d_5: y = 6$

Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 và không chứa điểm O).

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của ngũ giác $ABCDE$ (không kể các cạnh BC, CD, DE) với $A(-6;6), B(-6;2), C(-2;-2), D(6;2), E(2;6)$.



» **Chọn SAI.**

(d) Điểm $O(0;0)$ không thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}.$$

Ta có điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình

Vì khi thay $x=0, y=0$ vào hệ, ta được:

$$0 < 4, \quad 0 > -2, \quad 0 < 8, \quad 0 \geq -6, \quad 0 \leq 6 \text{ (đúng)}$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 38.** Một gia đình cần ít nhất 900 g chất protein và 400 g chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600 g thịt bò, 1100 g thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 45000 đồng, 1kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$ là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán		
(b)	Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác		
(c)	Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 35x + 45y$ (nghìn đồng).		
(d)	Gia đình đó mua 0,6kg thịt bò và 0,7kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất.		

» **Lời giải**

(a)
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$
 là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán



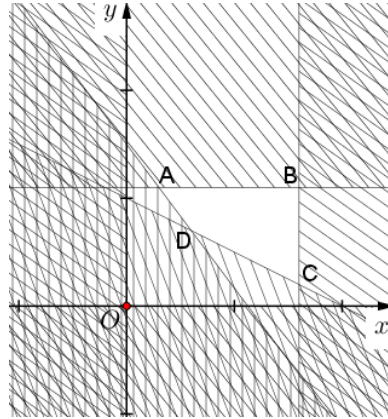
Giả sử gia đình đó mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn.

Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$.

Khi đó lượng protein có được là $80\%x + 60\%y$ và lượng lipid có được là $20\%x + 40\%y$.

Vì gia đình đó cần ít nhất $0,9kg$ protein và $0,4kg$ lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $80\%x + 60\%y \geq 0,9$; $20\%x + 40\%y \geq 0,4$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác

Miền nghiệm của hệ trên là miền của tứ giác lồi $ABCD$ (kể cả biên) được mô tả ở hình bên.

» **Chọn SAI.**

(c) Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 35x + 45y$ (nghìn đồng).

Chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 45x + 35y$ (nghìn đồng).

» **Chọn SAI.**

(d) Gia đình đó mua $0,6kg$ thịt bò và $0,7kg$ thịt lợn thì chi phí là ít nhất.

Ta đã biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh tứ giác $ABCD$ trong đó

$A(0,3;1,1), B(1,6;1,1), C(1,6;0,2), D(0,6;0,7)$.

Xét $A(0,3;1,1)$, ta có $T = 45.0,3 + 35.1,1 = 52$;

Xét $B(1,6;1,1)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.1,1 = 110,5$;

Xét $C(1,6;0,2)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.0,2 = 79$;

Xét $D(0,6;0,7)$, ta có $T = 45.0,6 + 35.0,7 = 51,5$.

So sánh các giá trị trên, ta thấy được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng $51,5$ (nghìn đồng), khi

đó $\begin{cases} x = 0,6 \\ y = 0,7 \end{cases}$ (tức là gia đình đó mua $0,6kg$ thịt bò và $0,7kg$ thịt lợn thì chi phí là ít nhất).

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn



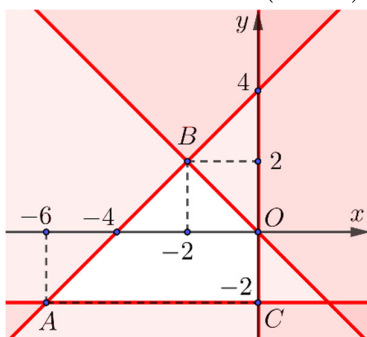
» **Câu 39.** Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y + 4 \geq 0 \\ x + y \leq 0 \\ x \leq 0 \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$$
. Miền nghiệm của hệ tạo thành đa giác có n cạnh,

với n là số tự nhiên. Xác định n

Lời giải

✓ **Trả lời: 4**

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABOC$ với $A(-6; -2)$, $B(-2; 2)$ và $C(0; -2)$



» **Câu 40.** Cho biểu thức $T = 3x - 2y - 4$ với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + 4y + 9 \geq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$$

Biết T đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = x_0$ và $y = y_0$. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

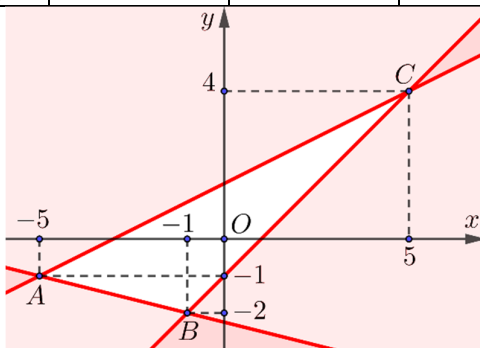
Lời giải

✓ **Trả lời: 26**

Miền nghiệm của hệ là miền tam giác ABC với $A(-5; -1)$, $B(-1; -2)$ và $C(5; 4)$.

Lập bảng:

Đỉnh	$A(-5; -1)$	$B(-1; -2)$	$C(5; 4)$
T	-17	-3	3



Vậy T đạt giá trị nhỏ nhất bằng -17 khi $x = -5$ và $y = -1$.

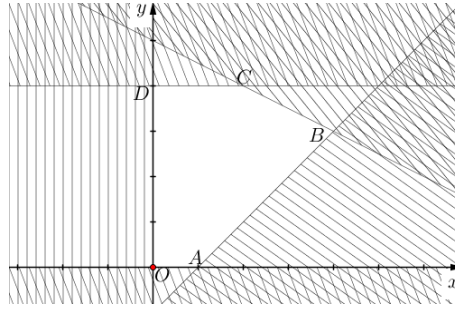
Do đó $x_0 = -5$ và $y_0 = -1 \Rightarrow x_0^2 + y_0^2 = 26$.

» **Câu 41.** Tìm GTLN của $f(x, y) = x + 2y$ với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 & (d_1) \\ 0 \leq x & (d_2) \\ x - y - 1 \leq 0 & (d_3) \\ x + 2y - 10 \leq 0 & (d_4) \end{cases}$$



Lời giải

✓ *Trả lời: 10*



$\{M(x; y)\}$ thoả mãn (I) là miền bên trong đa giác $OACD$

Tìm toạ độ A, B, C, D bằng phương pháp đồ thị hay phương trình hoành độ giao điểm.

Thay toạ độ O, A, B, C, D vào $f(x; y) = x + 2y$ ta có

	O	A	B	C	D
$f(x; y)$	0	1	10	10	8

$$\Rightarrow \max(f(x; y)) = 10$$

» **Câu 42.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $[-20; 20]$ để $m \leq -x + y$ với mọi cặp số

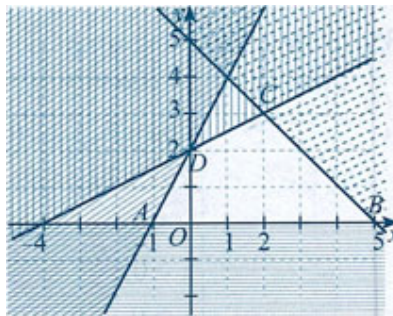
$$(x; y) \text{ thoả mãn hệ bất phương trình sau: } \begin{cases} -2x + y \leq 2 \\ -x + 2y \leq 4 \\ x + y \leq 5 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Lời giải

✓ *Trả lời: 16*

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$ với $A(-1; 0), B(5; 0), C(2; 3), D(0; 2)$.

Ta có: $x - y + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -x + y$.



Đặt $F = -x + y$.

Tính giá trị của $F = -x + y$ tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh bằng -5 tại $x = 5, y = 0$.

Để $m \leq -x + y$ với mọi x, y thoả mãn hệ bất phương trình đã cho thì $m \leq \min F$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đó hay $m \leq -5$.

Vậy trong đoạn $[-20; 20]$ thì $m \in \{-20; -19; \dots; -5\}$ có 16 giá trị nguyên.



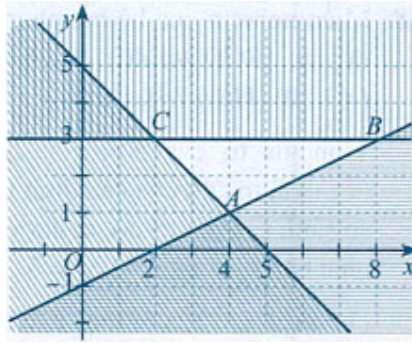
» **Câu 43.** Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \geq 5 \\ x - 2y \leq 2 \text{ (II)} \\ y \leq 3. \end{cases}$$
 Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m

trong $[-20; 20]$ để bất phương trình $2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi cặp số $(x; y)$ thoả mãn hệ bất phương trình (II).

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 10**

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (II) là miền tam giác ABC với $A(4; 1)$, $B(8; 3)$, $C(2; 3)$ (Hình).



Ta có: $2x - 5y + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2x + 5y$.

Đặt $F = -2x + 5y$.

Tính giá trị của $F = -2x + 5y$ tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ của các đỉnh tam giác ABC rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 11 tại $x = 2, y = 3$.

Để bất phương trình $2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x, y thoả mãn hệ bất phương trình đã cho thì $m \geq \text{Max } F$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đó hay $m \geq 11$.

Vậy trong đoạn $[-20; 20]$ thì $m \in \{11; 12; \dots; 20\}$ có 10 giá trị nguyên.

» **Câu 44.** Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B , mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 cốc nước lọc và 210 g đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, 30 g đường và 1 g hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, 10 g đường và 4 g hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế x cốc đồ uống loại A và y cốc đồ uống loại B . Tính giá trị $x + y$

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 9**

Gọi x, y lần lượt là số cốc đồ uống loại A , loại B mà đội chơi cần pha chế với $x \geq 0, y \geq 0$. Số cốc nước cần dùng là: $x + y$ (cốc).

Lượng đường cần dùng là: $30x + 10y$ (g).

Lượng hương liệu cần dùng là: $x + 4y$ (g).

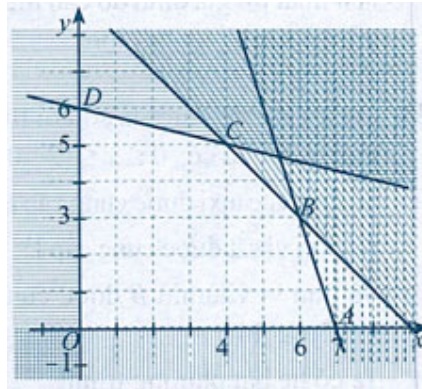


Theo giả thiết, ta có:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \quad (III)$$

Số điểm thường nhận được là: $F = 6x + 8y$.

Ta tìm giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (III).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (III) là miền ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(7;0), B(6;3), C(4;5), D(0;6)$ (hình).



Tính giá trị của $F = 6x + 8y$ tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 64 tại $x = 4; y = 5$.

Vậy để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế 4 cốc đồ uống loại A, 5 cốc đồ uống loại B.

Khi đó $x + y = 4 + 5 = 9$

- » **Câu 45.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi ki-lô-gam thịt lợn (heo) chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn; giá 1kg thịt bò là 200000 đồng, 1kg thịt lợn là 160000 đồng. Gia đình đó cần mua m kg thịt bò và n kg thịt lợn để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất. Tính giá trị $m + n$ với $m; n$ là các số hữu tỉ.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,3**

Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó mua trong một ngày với $0 \leq x \leq 1,6, 0 \leq y \leq 1,1$.

Số đơn vị protein gia đình có là: $800x + 600y$.

Số đơn vị lipid gia đình có là: $200x + 400y$.

Theo bài ra, ta có:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \quad (IV)$$

Số tiền gia đình đã dùng để mua thịt bò và thịt lợn là:

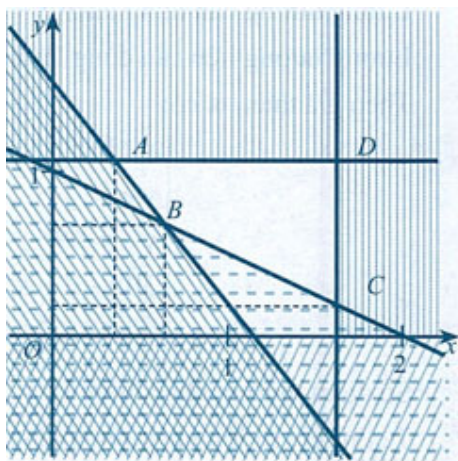


$$T = 200000x + 160000y \text{ (đồng)}.$$

Bài toán đưa về tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (IV) để $T = 200000x + 160000y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(0,3;1,1), B(0,6;0,7), C(1,6;0,2), D(1,6;1,1)$ (hình)



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 232000 đồng tại $x = 0,6; y = 0,7$

Vậy để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất thì gia đình đó cần mua thêm 0,6kg thịt bò và 0,7kg thịt lợn

Khi đó $m+n = 0,6+0,7 = 1,3$

- » **Câu 46.** Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xường. Xí nghiệp đã nhập về 600kg bột mì và 240kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120g bột mì, 60g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160g bột mì và 40g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng. Để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất thì xí nghiệp phải sản xuất m chiếc bánh nướng và n chiếc bánh dẻo, với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $\frac{m+n}{6}$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 750**

Gọi x, y (chiếc) là số lượng bánh nướng, bánh dẻo mà xí nghiệp cần sản xuất. Trong đó $0 < x, 0 < y$ với $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Khối lượng bột mì cần dùng là: $0,12x + 0,16y$ (kg).

Khối lượng đường cần dùng là: $0,06x + 0,04y$ (kg).

Ta có: $0,12x + 0,16y \leq 600$ hay $3x + 4y \leq 15000$;



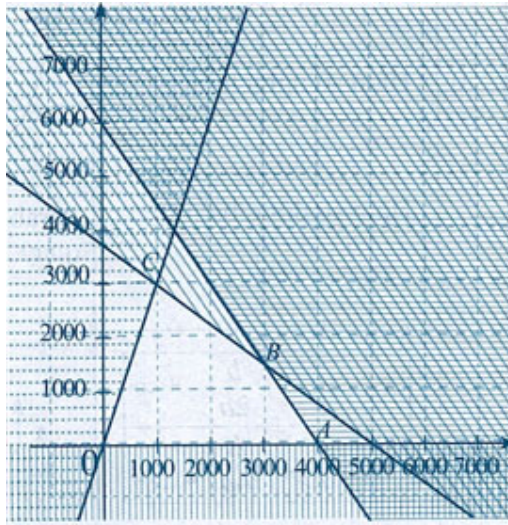
$$0,06x + 0,04y \leq 240 \text{ hay } 3x + 2y \leq 12000.$$

Số tiền lãi thu được là: $T = 8x + 6y$ (nghìn đồng). Bài toán đưa về, tìm x, y là nghiệm của

$$\text{hệ bất phương trình: } \begin{cases} 3x + 4y \leq 15000 \\ 3x + 2y \leq 1200 \\ y \leq 3x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (V) \text{ để } T = 8x + 6y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (V).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0), A(4000;0), B(3000;1500), C(1000;3000)$



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 33000 (nghìn đồng) hay 33 triệu đồng tại $x = 3000; y = 1500$.

Vậy để đạt được tiền lãi cao nhất, xí nghiệp nên sản xuất 3000 chiếc bánh nướng và 1.500 chiếc bánh dẻo.

$$\text{Khi đó } \frac{m+n}{6} = \frac{3000+1500}{6} = 750$$

» **Câu 47.** Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

» Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.

» Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Để có mức lời cao nhất xưởng sẽ sản xuất m sản phẩm loại I và n sản phẩm loại II, với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $m + 2n$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 100**

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II mà xưởng sản xuất được.

Tổng nguyên liệu được dùng là $2x + 4y$ (kg); tổng thời gian sản xuất là $30x + 15y$ (giờ);

$$x, y \geq 0.$$

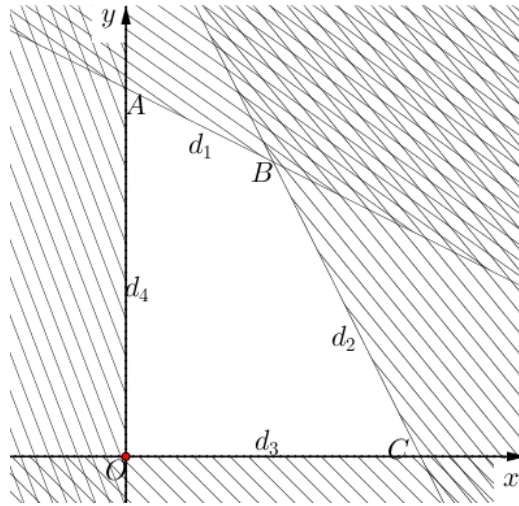


Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Vẽ trên cùng hệ trục các đường thẳng $d_1: x + 2y = 100, d_2: 2x + y = 80, d_3: y = 0, d_4: x = 0$

Ta có điểm $M(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay tọa độ điểm

này vào hệ:
$$\begin{cases} 1 + 2 \cdot 1 \leq 100 \\ 2 \cdot 1 + 1 \leq 80 \\ 1 \geq 0 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{đúng})$$



Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 và không chứa điểm M). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của tứ giác $OABC$ (kể cả các cạnh của tứ giác đó) với $O(0;0), A(0;50), B(20;40), C(40;0)$.

Lãi thu về từ việc sản xuất hai sản phẩm: $F(x; y) = 40x + 30y$ (nghìn đồng).

Tại $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 0$;

Tại $A(0;50)$, ta có $F(0;50) = 1500$;

Tại $B(20;40)$, ta có $F(20;40) = 2000$;

Tại $C(40;0)$, ta có $F(40;0) = 1600$.

Vậy lãi suất cao nhất thu được bằng 2000000 đồng, khi đó $x = 20, y = 40$ (tức là xưởng cần sản xuất ra 20 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II).

Khi đó
$$\begin{cases} m = 20 \\ n = 40 \end{cases} \Rightarrow m + 2n = 20 + 2 \cdot 40 = 100$$

» **Câu 48.** Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất hộ nông dân cần trồng m ha dưa và n ha củ đậu, biết rằng m, n là các số tự nhiên và tổng số công không quá 180. Tính giá trị $m + 2n$

» *Lời giải*



✓ **Trả lời: 10**

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dưa và củ đậu. Điều kiện: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \end{cases}$.

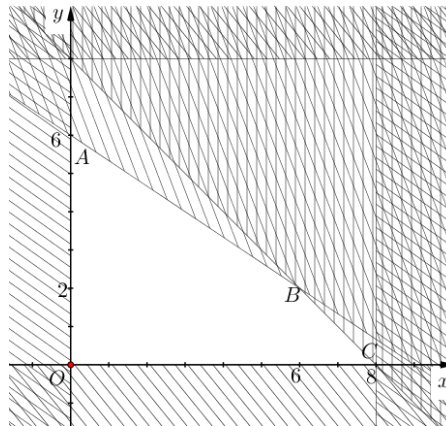
Tổng diện tích trồng là $x + y$ (ha); tổng số công cần thiết là $20x + 30y$ (công).

Số tiền thu được là $T(x, y) = 3x + 4y$

Ta có hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases} (*)$

Miền nghiệm của hệ (*) là miền tứ giác $OABC$ (kể cả biên) với

$O(0;0); A(0;6); B(6;2); C(8;0)$



Khi đó $T(x, y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của tứ giác $OABC$.

Ta có: $T(0;0) = 0; T(0;6) = 24; T(6;2) = 26; T(8;0) = 24$.

Vậy giá trị lớn nhất của $T(x, y)$ bằng 26 (triệu đồng), khi đó $x = 6, y = 2$ (tức là hộ nông dân cần trồng 6ha dưa và 2ha củ đậu để có thể thu lại số tiền nhiều nhất).

Khi đó $\begin{cases} m = 6 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow m + 2n = 6 + 2 \cdot 2 = 10$

» **Câu 49.** Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất thì đơn vị phải sản xuất m sản phẩm loại I và n sản phẩm loại II, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $m - n$

» **Lời giải**



✓ **Trả lời: 3**

Gọi x là số đơn vị sản phẩm loại I, y là số đơn vị sản phẩm loại II sản xuất ra.

Như vậy tiền lãi có được là $F(x; y) = 3x + 5y$ (nghìn đồng).

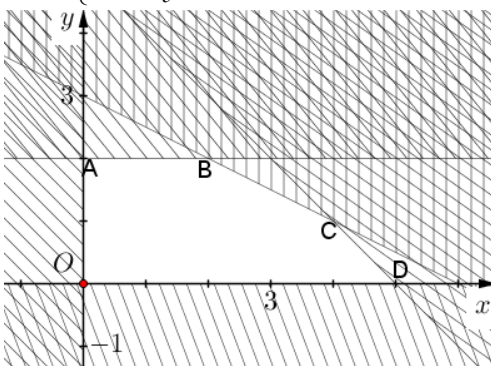
Theo giả thiết:

Số máy cần dùng nhóm X: $2x + 2y$ (máy);

Số máy cần dùng ở nhóm Y là $0x + 2y$ (máy);

Số máy cần dùng ở nhóm Z là $2x + 4y$ (máy).

Ta có hệ bất phương trình (*):

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$


Miền nghiệm của hệ (*) được biểu diễn là miền của ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(0;2), B(2;2), C(4;1), D(5;0)$.

Xét $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 3.0 + 5.0 = 0$;

Xét $A(0;2)$, ta có $F(0;2) = 3.0 + 5.2 = 10$;

Xét $B(2;2)$, ta có $F(2;2) = 3.2 + 5.2 = 16$;

Xét $C(4;1)$, ta có $F(4;1) = 3.4 + 5.1 = 17$;

Xét $D(5;0)$, ta có $F(5;0) = 3.5 + 5.0 = 15$.

Từ các kết quả trên, ta thấy khoản lãi lớn nhất ($F(x; y)$ lớn nhất) bằng 17 (nghàn đồng), khi đó người ta cần làm ra 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II (tức là $x = 4, y = 1$).

Khi đó $\begin{cases} m = 4 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow m - n = 4 - 1 = 3$

» **Câu 50.** Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất thì bác Năm cần trồng m ha ngô và n ha đậu xanh, với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $m + n$. Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 8**

Gọi x là số hecta (ha) đất trồng ngô và y là số hecta đất trồng đậu xanh.



Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau: Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$.

- Diện tích canh tác không vượt quá 8 ha nên $x + y \leq 8$.

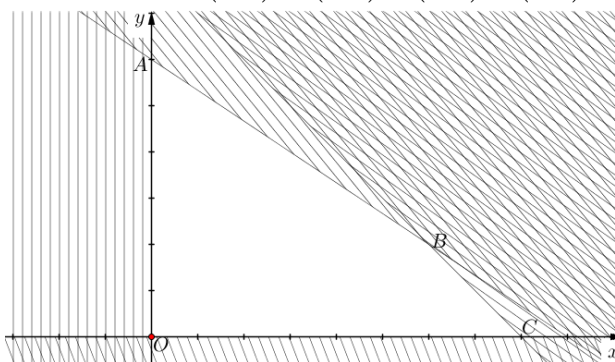
- Số ngày công sử dụng không vượt quá 180 nên $20x + 30y \leq 180$.

Từ đó, ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được miền tứ giác $OABC$ (Hình).

Toạ độ các đỉnh của tứ giác đó là: $O(0;0); A(0;6); B(6;2); C(8;0)$



Gọi F là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác Năm thu được, ta có: $F = 40x + 50y$.

Ta phải tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình sao cho F đạt giá trị lớn nhất, nghĩa là tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = 40x + 50y$ trên miền tứ giác $OABC$.

Tính các giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của đa giác, ta có:

Tại $O(0;0)$: $F = 40.0 + 50.0 = 0$

Tại $A(0;6)$: $F = 40.0 + 50.6 = 300$;

Tại $B(6;2)$: $F = 40.6 + 50.2 = 340$;

Tại $C(8;0)$: $F = 40.8 + 50.0 = 320$.

F đạt giá trị lớn nhất bằng 340 tại $B(6;2)$.

Vậy để thu được nhiều tiền nhất, bác Năm cần trồng 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.

Khi đó $\begin{cases} m = 6 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow m + n = 8$

----- Hết -----