

Họ, tên:.....Số báo danh:.....

Mã đề thi 110

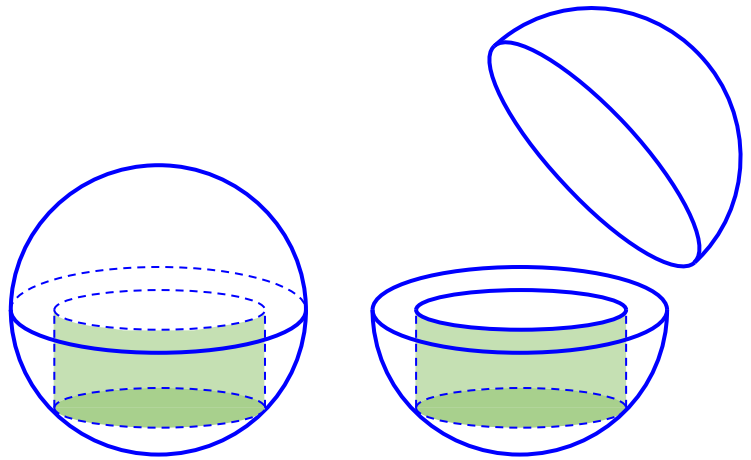
- Câu 1:** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - ax + b}{x - 1}$. Đặt $A = a - b$, $B = a + 2b$. Tính giá trị của tổng $A + 2B$ để đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm $M(0; -1)$.
- A. 3. B. 0. C. 6. D. 1.
- Câu 2:** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + z)\bar{z}$.
- A. -2. B. 0. C. -1. D. -i.
- Câu 3:** Cho $z_1 = 2 + 3i$; $z_2 = 1 + i$. Tính $\left| \frac{z_1^3 + z_2}{z_1 + z_2} \right|$.
- A. $\sqrt{85}$. B. 85. C. $\frac{61}{5}$. D. $\sqrt{\frac{85}{25}}$.
- Câu 4:** Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.
- Câu 5:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, $y = 0$, $x = e$ quay xung quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng $\frac{\pi}{a}(be^3 - 2)$. Tìm a và b .
- A. $a = 27$; $b = 5$. B. $a = 26$; $b = 6$. C. $a = 24$; $b = 5$ D. $a = 27$; $b = 6$.
- Câu 6:** Tập hợp các số phức $w = (1 + i)z + 1$ với z là số phức thỏa mãn $|z - 1| \leq 1$ là hình tròn. Tính diện tích hình tròn đó.
- A. 4π . B. 2π . C. 3π . D. π .
- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SAC) .
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.
- Câu 8:** Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{-x+1}$. Trong các khẳng định sau, hãy tìm khẳng định **đúng**.
- A. $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- C. $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- D. $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2 \\ y=-m+2t \\ z=n+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2mx - y + mz - n = 0$. Biết đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) . Khi đó hãy tính $m+n$.
- A. 8. B. 12. C. -12. D. -8.
- Câu 10:** Một công ty phải gánh chịu nợ với tốc độ $D(t)$ đô la mỗi năm, với $D'(t) = 90(t+6)\sqrt{t^2+12t}$ trong đó t là thời gian (tính theo năm) kể từ khi công ty bắt đầu vay nợ. Sau bốn năm công ty đã phải chịu 1626000 đô la tiền nợ nần. Tìm hàm số biểu diễn tốc độ nợ nần của công ty này.
- A. $D(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + 1610640$. B. $D(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + 1595280$.
- C. $D(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + C$. D. $D(t) = 30\sqrt[3]{(t^2+12t)^2} + 1610640$.
- Câu 11:** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?
- A. $y = \log_2(x-1)$. B. $y = \log_2(x^2+1)$. C. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. D. $y = \log_2(2^x+1)$.
- Câu 12:** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$.
- A. $y = 4x+1$. B. $y = 2x+3$. C. $y = 2x-1$. D. $y = 2x$.
- Câu 13:** Cho ba số a, b, c dương và khác 1 thỏa mãn $\log_b \sqrt{c} = x^2+1$ và $\log_{a^2} \sqrt{b^3} = \log_{\sqrt[3]{c}} a = x$. Cho biểu thức $Q = 24x^2 - 2x - 1997$. Chọn khẳng định **đúng** nhất trong các khẳng định sau?
- A. $Q \approx -1999$ hoặc $Q \approx -1985$. B. $Q \approx -1999$ hoặc $Q \approx -2012$.
- C. $Q \approx -1979$ hoặc $Q \approx -1982$. D. $Q \approx -1985$ hoặc $Q \approx -1971$.
- Câu 14:** Giả sử một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} + \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$ có dạng $A\sqrt{1-x^3} + \frac{B}{1+\sqrt{x}}$.
Hãy tính $A+B$.
- A. $A+B = -2$. B. $A+B = \frac{8}{3}$. C. $A+B = 2$. D. $A+B = -\frac{8}{3}$.
- Câu 15:** Cho x, y là các số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$.
- A. $P = x$. B. $P = 2x$. C. $P = x+1$. D. $P = x-1$.
- Câu 16:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(0;4;0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng (P) góc nhỏ nhất bằng α . Tính $\cos \alpha$.
- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
- Câu 17:** Cho phương trình: $\log_{3+2\sqrt{2}}(x+m-1) + \log_{3-2\sqrt{2}}(mx+x^2) = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm thực duy nhất.
- A. $m = 1$. B. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$. C. $-3 < m < 1$. D. $m > 1$.

Câu 18: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \sin x(1 + \cos x)$ trên đoạn $[0; \pi]$.

- A. $M = \frac{3\sqrt{3}}{2}; m = 1$. B. $M = \frac{3\sqrt{3}}{4}; m = 0$. C. $M = 3\sqrt{3}; m = 1$. D. $M = \sqrt{3}; m = 1$.

Câu 19: Một công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế một khối cầu như viên ngọc trai, bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng như hình vẽ. Theo dự kiến, nhà sản xuất có dự định để khối cầu có bán kính là $R = 3\sqrt{3} \text{ cm}$. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bìa hộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).



- A. $108\pi \text{ cm}^3$. B. $54\pi \text{ cm}^3$. C. $18\pi \text{ cm}^3$. D. $45\pi \text{ cm}^3$.

Câu 20: Tìm m để hàm số $f(x) = \frac{mx+9}{x+m}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

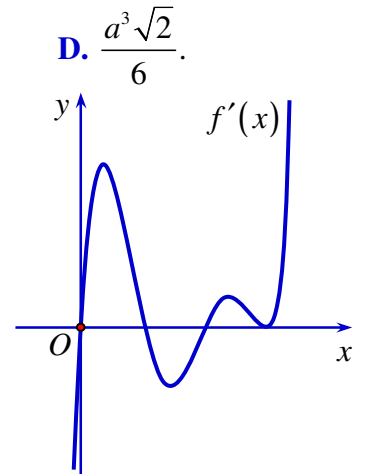
- A. $-3 \leq m \leq -1$. B. $-3 < m \leq -1$. C. $-3 \leq m \leq 3$. D. $-3 < m < 3$.

Câu 21: Một khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp đó.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



Câu 23: Tìm số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 24: Tính giá trị của $K = \int_0^1 x \ln(1+x^2) dx$.

- A. $K = \ln 2 - \frac{1}{4}$. B. $K = \ln 2 - \frac{1}{2}$. C. $K = \ln 2 + \frac{1}{2}$. D. $K = -\ln 2 + \frac{1}{2}$.

Câu 25: Cho một hình đa diện. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

- A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.
B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.
C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.
D. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

Câu 26: Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón. Tính bán kính của mặt cầu.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 27: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R có $\widehat{BAC} = 75^\circ$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Kẻ $BH \perp AC$. Quay ΔABC quanh AC thì ΔBHC tạo thành hình nón xoay (N). Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay (N) theo R .

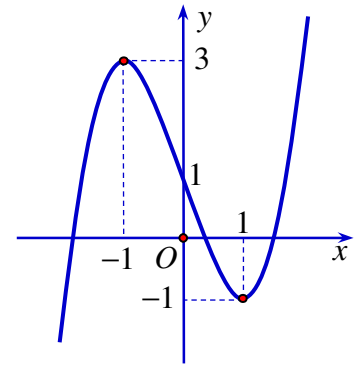
- A. $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}\pi R^2$. B. $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}\pi R^2$. C. $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{4}\pi R^2$. D. $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{4}\pi R^2$.

Câu 28: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\log_3 x}{x}$

- A. $y' = \frac{1+\log_3 x}{x^2}$. B. $y' = \frac{1+\ln x}{x^2 \cdot \ln 3}$.
C. $y' = \frac{1-\log_3 x}{x^2}$. D. $y' = \frac{1-\ln x}{x^2 \cdot \ln 3}$.

Câu 29: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ như hình bên. Tìm giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x - m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $-2 < m < 3$.
B. $-2 < m < 2$.
C. $-2 \leq m < 2$.
D. $-1 < m < 3$.



Câu 30: Cho $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

- A. 16. B. 12. C. 10. D. 18.

Câu 31: Gọi S là số đo diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^2 + 3x + 1$, $y = x^2 - x - 2$. Tính $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right)$.

- A. 0. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $(2^{x^2-4} - 1) \cdot \ln x^2 < 0$.

- A. $[1; 2]$. B. $\{1; 2\}$. C. $(1; 2)$. D. $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 33: Cho a , b là các số thực dương, $b \neq 1$ thỏa mãn $a^{\frac{13}{7}} < a^{\frac{15}{8}}$ và $\log_b(\sqrt{2} + \sqrt{5}) > \log_b(2 + \sqrt{3})$. Hãy chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A. $0 < a < 1$, $b > 1$. B. $a > 1$, $b > 1$. C. $a > 1$, $0 < b < 1$. D. $0 < a < 1$, $0 < b < 1$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$ và giao điểm của hai đường chéo là $I\left(\frac{3}{2}; 0; \frac{3}{2}\right)$. Tính diện tích của hình bình hành.

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(3;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x - y - 3 = 0$. Trong các mặt cầu đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc mặt phẳng (P) , (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = 2\sqrt{2}$. B. $R = 2\sqrt{3}$. C. $R = \sqrt{2}$. D. $R = 1$.

Câu 36: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{4}}(5-x)} - 1$.

- A. $(-\infty; 5)$. B. $\left[\frac{19}{4}; +\infty\right)$. C. $\left[\frac{19}{4}; 5\right)$. D. $\left(\frac{19}{4}; 5\right)$.

Câu 37: Tìm m để hàm số: $f(x) = (m+2)\frac{x^3}{3} - (m+2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m < -2$. B. $m \geq -2$. C. $m \leq -2$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 38: Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$, $(a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $z = 1 - i$. Tính môđun của số phức $w = a + bi$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 2 . C. $2\sqrt{2}$. D. 3 .

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $(d): y = -x + m$ cắt đồ thị $(C): y = \frac{x-1}{2x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB là ngắn nhất.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{5}{9}$. C. $m = 5$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+6}{-1}$. Lấy điểm N trên Δ_1 và P trên Δ_2 sao cho M, N, P thẳng hàng. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng NP .

- A. $(0; 2; 3)$. B. $(2; 0; -7)$. C. $(1; 1; -3)$. D. $(1; 1; -2)$.

Câu 41: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x)^2 - 5 \sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$, với a, b là các số hữu tỉ, $c > 0$. Tính tổng

$$S = a + b + c.$$

- A. $S = 3$. B. $S = 4$. C. $S = 0$. D. $S = 1$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Hãy tính bán kính của đường tròn đó.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{5}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{7}$.

Câu 43: Tìm m để phương trình $2^x + 3 = m\sqrt{4^x + 1}$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m \leq \frac{1}{3}$. B. $3 < m < \sqrt{10}$ C. $m > \sqrt{10}$. D. $1 \leq m < 3$.

Câu 44: Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình Elip $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ quay xung quanh trục Ox .

- A. $4\pi b$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi b^2$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi b^2$. D. $2\pi b$.

Câu 45: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, SC tạo với $(ABCD)$ góc 45° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. 2π .

Câu 46: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^3 - 2}{x^2 - 3x + 2}$ có hai đường tiệm cận đứng.

- A. $m \neq 2$ và $m \neq \frac{1}{4}$. B. $m \neq 1$ và $m \neq 2$. C. $m \neq 1$. D. $m \neq 0$.

Câu 47: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn phương trình $\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z - \frac{1}{\bar{z}}} = i$. Tính $a^2 + b^2$.

- A. $3 + 2\sqrt{2}$. B. $2 + 2\sqrt{2}$. C. $3 - 2\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 48: Cho bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tìm m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng.

- A. $m = -7$. B. $m = -14$. C. $m = 14$. D. $m = 7$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - z - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) .

- A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 \\ z = -1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;4;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa trục tung và đi qua điểm A .

- A. $3x + z + 1 = 0$. B. $4x - y = 0$. C. $3x - z = 0$. D. $3x + z = 0$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	A	D	A	B	B	C	D	A	D	D	C	D	A	D	D	B	B	B	C	C	C	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	D	B	D	B	D	B	A	A	C	C	C	A	D	B	B	B	C	A	A	A	C	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - ax + b}{x - 1}$. Đặt $A = a - b$, $B = a + 2b$. Tính giá trị của tổng $A + 2B$ để đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm $M(0; -1)$.

A. 3. B. 0. C. 6. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 - 2x + a - b}{(x - 1)^2}$$

$$\text{Vì hàm số đạt cực đại tại } M(0; -1) \Rightarrow \begin{cases} y'(0) = 0 \\ y(0) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} A = a - b = 0 \\ B = a + 2b = 3 \end{cases} \Rightarrow A + 2B = 6.$$

Câu 2: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + z)\bar{z}$.

A. -2. B. 0. C. -1. D. -i.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } (3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i \Leftrightarrow z = 1 + i$$

$$\text{Do đó } w = (1 + z)\bar{z} = (2 + i)(1 - i) = 3 - i \Rightarrow \text{Im } w = -1$$

Câu 3: Cho $z_1 = 2 + 3i$; $z_2 = 1 + i$. Tính $\left| \frac{z_1^3 + z_2}{z_1 + z_2} \right|$.

A. $\sqrt{85}$. B. 85. C. $\frac{61}{5}$. D. $\sqrt{\frac{85}{25}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

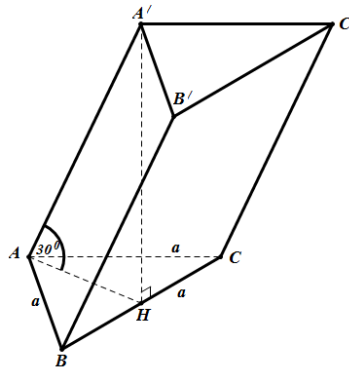
$$\text{Ta có } \frac{z_1^3 + z_2}{z_1 + z_2} = \frac{(2 + 3i)^3 + 1 + i}{(2 + 3i) + (1 + i)} = -\frac{19}{5} + \frac{42}{5}i \Rightarrow \left| \frac{z_1^3 + z_2}{z_1 + z_2} \right| = \sqrt{85}.$$

Câu 4: Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi H là hình chiếu của A' trên $(ABC) \Rightarrow A'H \perp BC$

Dễ thấy $AH \perp BC$ (Vì $\triangle ABC$ đều)

$$\Rightarrow (\widehat{A'A; (ABC)}) = (\widehat{A'A; AH}) = \widehat{A'AH} \quad (1)$$

$$\text{Vì } \triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Trong } \triangle A'AH \text{ vuông, ta có } A'H = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{2}$$

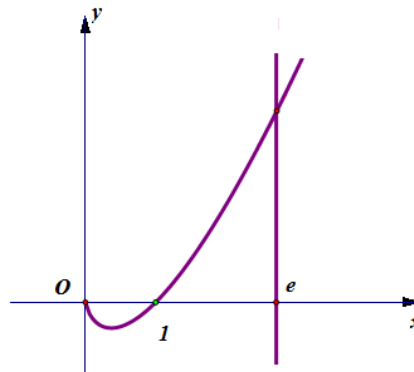
$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 5: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, $y = 0$, $x = e$ quay xung quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng $\frac{\pi}{a}(be^3 - 2)$. Tìm a và b .

A. $a = 27$; $b = 5$. **B.** $a = 26$; $b = 6$. **C.** $a = 24$; $b = 5$ **D.** $a = 27$; $b = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Xét phương trình

$$x \ln x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \ln x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{Ta có } V = \pi \int_1^e x^2 \ln^2 x \, dx = (5e^3 - 2) \frac{\pi}{27}$$

$$\text{Theo giả thiết } V = \frac{\pi}{a}(be^3 - 2) \Rightarrow \begin{cases} a = 27 \\ b = 5 \end{cases}$$

Câu 6: Tập hợp các số phức $w = (1+i)z+1$ với z là số phức thỏa mãn $|z-1| \leq 1$ là hình tròn. Tính diện tích hình tròn đó.

A. 4π .

B. 2π .

C. 3π .

D. π .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $w = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $w = (1+i)z+1 \Leftrightarrow z = \frac{w-1}{1+i}$.

Do đó $|z-1| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{w-1}{1+i} - 1 \right| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{w-2-i}{1+i} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{(x-2) + (y-1)i}{1+i} \right| \leq 1$

$\Leftrightarrow \left| \frac{(x-2) + (y-1)i}{1+i} \right| \leq 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 2$.

Vậy diện tích hình tròn đó là $S = 2\pi$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SAC) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

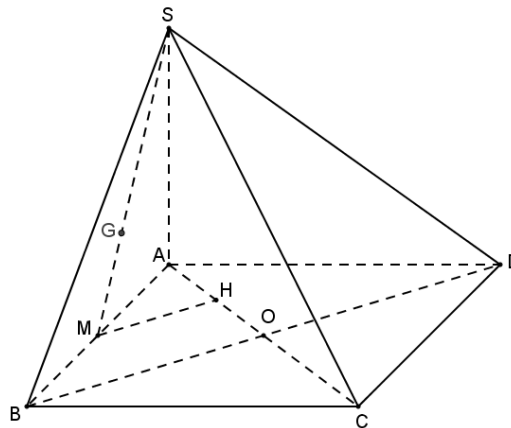
B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm của AB , và gọi AC cắt BD tại O .

Ta có $\frac{d(G, (SAC))}{d(M, (SAC))} = \frac{SG}{SM} = \frac{2}{3} \Rightarrow d(G, (SAC)) = \frac{2}{3} d(M, (SAC))$.

Gọi H là hình chiếu của M trên AC .

Khi đó $MH \perp (SAC)$ nên $d(M, (SAC)) = MH = \frac{1}{2} BO = \frac{1}{4} BD = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $\Rightarrow d(G, (SAC)) = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{-x+1}$. Trong các khẳng định sau, hãy tìm khẳng định **đúng**.

A. $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

C. $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

D. $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{4}{(-x+1)^2} > 0, \forall x \neq 1.$$

Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -m + 2t \\ z = n + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2mx - y + mz - n = 0$. Biết đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) . Khi đó hãy tính $m + n$.

A. 8.

B. 12.

C. -12.

D. -8.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có đường thẳng d đi qua $M(2; -m; n)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(0; 2; 1)$, mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}(2m; -1; m)$.

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 + m = 0 \\ 4m + m + mn - n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -10 \end{cases}$$

Do đó $m + n = -8$.

Câu 10: Một công ty phải gánh chịu nợ với tốc độ $D(t)$ đô la mỗi năm, với $D'(t) = 90(t+6)\sqrt{t^2+12t}$ trong đó t là thời gian (tính theo năm) kể từ khi công ty bắt đầu vay nợ. Sau bốn năm công ty đã phải chịu 1626000 đô la tiền nợ nần. Tìm hàm số biểu diễn tốc độ nợ nần của công ty này.

A. $D(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + 1610640$.

B. $D(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + 1595280$.

C. $D(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + C$.

D. $D(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + 1610640$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } D(t) &= \int 90(t+6)\sqrt{t^2+12t} dt = 45 \int (2t+12)(t^2+12t)^{\frac{1}{2}} dt \\ &= 45 \int (t^2+12t)^{\frac{1}{2}} d(t^2+12t) = \frac{45}{\frac{3}{2}} \sqrt{(t^2+12t)^3} + C = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + C \end{aligned}$$

Vì sau bốn năm số nợ là 1626000 đô la nên ta có

$$D(4) = 30\sqrt{(4^2+12 \cdot 4)^3} + C = 1626000 \Leftrightarrow 15360 + C = 1626000 \Leftrightarrow C = 1610640$$

$$\text{Vậy } D(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + 1610640.$$

Câu 11: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_2(x-1)$. B. $y = \log_2(x^2+1)$. C. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. D. $y = \log_2(2^x+1)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Ta có $y = \log_2(2^x+1)$, tập xác định $D = \mathbb{R}$, $y' = \frac{(2^x+1)'}{(2^x+1)\ln 2} = \frac{2^x}{2^x+1} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$.

- A. $y = 4x+1$. B. $y = 2x+3$. C. $y = 2x-1$. D. $y = 2x$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Cách 1: Công thức nhanh: Cho hàm số $y = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$, nếu đồ thị hàm số có hai điểm cực trị

thì phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = \frac{2ax+b}{d}$

Vậy áp dụng công thức trên ta có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = 2x$.

Cách 2: tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $y' = \frac{2x(x-1)-x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$.

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 (y = 0) \\ x = 2 (y = 4) \end{cases}$$

Vậy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $O(0;0), A(2;4)$.

$OA \perp VTCP \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (2;4) \Rightarrow VTCP \vec{n} = (-4;2)$ suy ra phương trình $-4x+2y=0 \Leftrightarrow y=2x$.

Câu 13: Cho ba số a, b, c dương và khác 1 thỏa mãn $\log_b \sqrt{c} = x^2+1$ và $\log_{a^2} \sqrt{b^3} = \log_{\sqrt[3]{c}} a = x$. Cho biểu thức $Q = 24x^2 - 2x - 1997$. Chọn khẳng định **đúng** nhất trong các khẳng định sau?

- A. $Q \approx -1999$ hoặc $Q \approx -1985$. B. $Q \approx -1999$ hoặc $Q \approx -2012$.
C. $Q \approx -1979$ hoặc $Q \approx -1982$. D. $Q \approx -1985$ hoặc $Q \approx -1971$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có:

$$\log_b c = 2(x^2+1), \log_{a^2} \sqrt{b^3} = x \Leftrightarrow \log_a b = \frac{4x}{3}, \log_c a = \frac{x}{3} \Rightarrow \log_b c = \frac{9}{4x^2}.$$

$$2(x^2+1) = \frac{9}{4x^2} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{22}-2}{4}}.$$

Thay vào biểu thức ban đầu ta chọn **C**.

Câu 14: Giả sử một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} + \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$ có dạng $A\sqrt{1-x^3} + \frac{B}{1+\sqrt{x}}$.

Hãy tính $A+B$.

- A.** $A + B = -2$. **B.** $A + B = \frac{8}{3}$. **C.** $A + B = 2$. **D.** $A + B = -\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} \right) dx + \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} \right) dx.$$

$$\text{Tính } \int \left(\frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} \right) dx.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1-x^3} \Rightarrow t^2 = 1-x^3 \Rightarrow 2t dt = -3x^2 dx.$$

$$\int \left(\frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} \right) dx = -\frac{2}{3} \int dt = -\frac{2}{3} t + C_1 = -\frac{2}{3} \sqrt{1-x^3} + C_1 \Rightarrow A = -\frac{2}{3}.$$

$$\text{Tính } \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} \right) dx = 2 \int \frac{1}{(1+\sqrt{x})^2} d(1+\sqrt{x}) = \frac{-2}{1+\sqrt{x}} + C_2 \Rightarrow B = -2.$$

$$\text{Suy ra } A + B = -\frac{8}{3}.$$

Câu 15: Cho x, y là các số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x} \right)^{-1}$.

- A.** $P = x$. **B.** $P = 2x$. **C.** $P = x + 1$. **D.** $P = x - 1$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

$$\begin{aligned} P &= \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x} \right)^{-1} = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - \sqrt{\frac{y}{x}} \right)^{-2} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x}} \right)^{-2} \\ &= (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \right)^2 = \left((\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \right)^2 = x \end{aligned}$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1), B(0; 4; 0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng (P) góc nhỏ nhất bằng α . Tính $\cos \alpha$.

- A.** $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc mặt phẳng (P) . Vậy vectơ chỉ phương đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2; -1; -2)$.

Trên đường thẳng d lấy điểm C . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của C lên mặt phẳng (Q) và đường thẳng AB .

Vậy góc giữa mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (P) là góc tạo bởi hai đường thẳng d và CH , tức là góc $\widehat{ACH} = \alpha$.

Vì tam giác CHA vuông tại H nên ta có $\sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC} \geq \frac{AK}{AC}$. Vậy để góc α nhỏ nhất thì H trùng với K hay $CK \perp (Q)$.

Vậy $(CAK) \perp (Q)$. Nên ta có $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{n}_{(CAB)}, \vec{AB}]$. Vì $[\vec{u}_d, \vec{AB}] = (3; 0; 3) \Rightarrow \vec{n}_{(CAB)} = (1; 0; 1)$

Vậy $\vec{n}_{(Q)} = (1; 1; -1)$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{(Q)} \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{n}_{(Q)}| |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 17: Cho phương trình: $\log_{3+2\sqrt{2}}(x+m-1) + \log_{3-2\sqrt{2}}(mx+x^2) = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm thực duy nhất.

- A. $m = 1$. B. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$. C. $-3 < m < 1$. D. $m > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 1 \Rightarrow (3-2\sqrt{2}) = (3+2\sqrt{2})^{-1}$$

Nên phương trình tương đương với

$$\log_{3+2\sqrt{2}}(x+m-1) - \log_{3+2\sqrt{2}}(mx+x^2) = 0 \Leftrightarrow \log_{3+2\sqrt{2}}(x+m-1) = \log_{3+2\sqrt{2}}(mx+x^2)$$

Điều kiện $x+m-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1-m$

$$\Leftrightarrow x+m-1 = mx+x^2 \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + 1-m = 0 \quad (*)$$

Để phương trình có nghiệm thực duy nhất thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất hoặc có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 1-m < x_2$, tức là

$$\text{TH 1: } \Delta = 0 \Leftrightarrow (1-m)(-m-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$$

Với $m = 1$ ta có $(*) \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow x+m-1 = 0$ (loại)

Với $m = -3$ ta có $(*) \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow x+m-1 < 0$ (loại)

$$\text{TH 2: } \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + m - 1 < 0 < x_2 + m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1 + m - 1)(x_2 + m - 1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \\ x_1 x_2 + (m-1)(x_1 + x_2) + (m-1)^2 < 0 \quad (**) \end{cases}$$

Giải $(**)$ ta có $(1-m) - (m-1)(m-1) + (m-1)^2 < 0 \Leftrightarrow m > 1$

Kết hợp điều kiện ta có $m > 1$

Cách trắc nghiệm

Thay trực tiếp $m = 1, m = -3$ vào ta loại hai đáp án A và đáp án B

Thay $m = 0, m = -10$ loại đáp án C

Câu 18: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \sin x(1 + \cos x)$ trên đoạn $[0; \pi]$.

A. $M = \frac{3\sqrt{3}}{2}; m = 1.$ **B.** $M = \frac{3\sqrt{3}}{4}; m = 0.$ **C.** $M = 3\sqrt{3}; m = 1.$ **D.** $M = \sqrt{3}; m = 1.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow f'(x) = \cos x + \cos 2x = 2\cos^2 x + \cos x - 1$

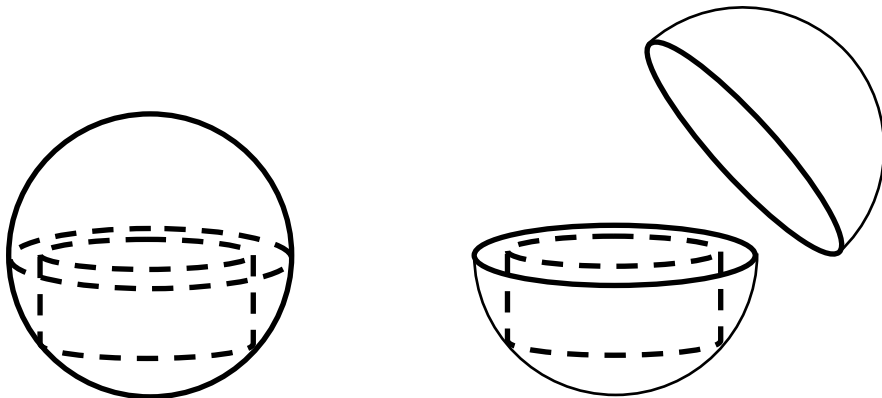
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x = \pi + 2k\pi \end{cases}$$

Vì $x \in [0; \pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$ hoặc $x = \pi$

Ta có $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}, f(0) = 0, f(\pi) = 0$

Vậy $M = \frac{3\sqrt{3}}{4}; m = 0$

Câu 19: Một công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế một khối cầu như viên ngọc trai, bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng như hình vẽ. Theo dự kiến, nhà sản xuất có dự định để khối cầu có bán kính là $R = 3\sqrt{3}cm$. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bì hộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).



A. $108\pi cm^3.$ **B.** $54\pi cm^3.$ **C.** $18\pi cm^3.$ **D.** $45\pi cm^3.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Xét mặt cắt như hình vẽ

Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối trụ nằm trong nửa khối cầu

Ta có $r^2 + h^2 = 27 \Leftrightarrow r^2 = 27 - h^2$

Ta có $V = h.\pi r^2 = h\pi(27 - h^2) = -\pi h^3 + 27\pi h$

Vậy ta có $V' = -3\pi h^2 + 27\pi; V' = 0 \Leftrightarrow h = 3.$

Vì hệ số $a < 0$ nên để $V_{\max}$ thì $h = 3 \Rightarrow r^2 = 18 \Rightarrow V = 3.\pi.18 = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Câu 20: Tìm m để hàm số $f(x) = \frac{mx+9}{x+m}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

A. $-3 \leq m \leq -1.$ **B.** $-3 < m \leq -1.$ **C.** $-3 \leq m \leq 3.$ **D.** $-3 < m < 3..$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đề hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $y' < 0 \forall x \in (-\infty; 1)$.

Vì $y' = \frac{m^2 - 9}{(x + m)^2}$ nên để hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì

$$\begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq 1$$

Câu 21: Một khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp đó.

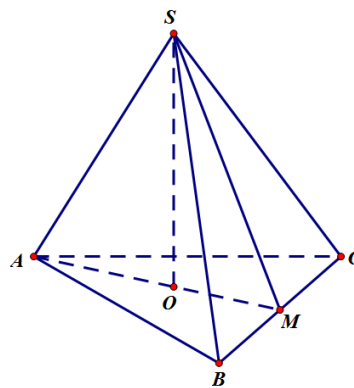
A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải



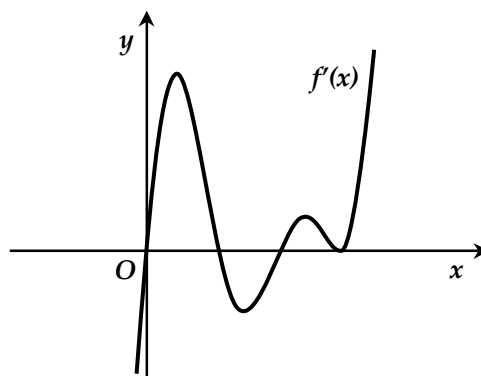
Chọn C.

Giả sử $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều cạnh a tâm O , M là trung điểm BC .

Khi đó $\widehat{(SBC); (ABC)} = \widehat{SMA}$ và

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{12} SO \cdot AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{12} OM \cdot \tan 60^\circ \cdot AB^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{3} AM \cdot AB^2 = \frac{1}{12} \frac{a\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo đồ thị ta có $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị nên chọn **C**.

Câu 23: Tìm số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}} = \pm 1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = \pm 1$.

Câu 24: Tính giá trị của $K = \int_0^1 x \ln(1+x^2) dx$.

A. $K = \ln 2 - \frac{1}{4}$.

B. $K = \ln 2 - \frac{1}{2}$.

C. $K = \ln 2 + \frac{1}{2}$.

D. $K = -\ln 2 + \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $u = \ln(1+x^2) \Rightarrow du = \frac{2x}{x^2+1} dx$

$dv = x dx$, chọn $v = \frac{x^2+1}{2}$.

Khi đó $K = \left[\frac{x^2+1}{2} \ln(1+x^2) \right] \Big|_0^1 - \int_0^1 x dx = \ln 2 - \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \ln 2 - \frac{1}{2}$.

Câu 25: Cho một hình đa diện. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

D. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Cạnh bên của 1 hình chóp là cạnh chung của 2 mặt bên của hình chóp.

Câu 26: Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón. Tính bán kính của mặt cầu.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

♦ Vì thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng 2 nên hình nón có bán kính $r = 1$, độ dài đường sinh $l = 2$.

♦ Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{tp} = \pi r(l+r) = 3\pi$.

♦ Mặt cầu có bán kính R thì có diện tích $S_{mc} = 4\pi R^2$.

♦ Theo đề bài thì $4\pi R^2 = 3\pi \Rightarrow R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 27: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R có $\widehat{BAC} = 75^\circ, \widehat{ACB} = 60^\circ$. Kẻ $BH \perp AC$. Quay $\triangle ABC$ quanh AC thì $\triangle BHC$ tạo thành hình nón xoay (N). Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay (N) theo R .

A. $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}\pi R^2$. B. $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}\pi R^2$. C. $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{4}\pi R^2$. D. $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{4}\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

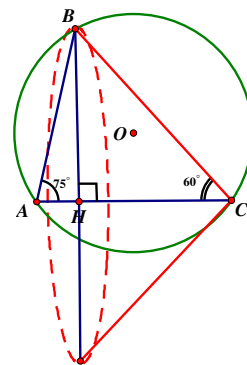
♦ Hình nón (N) có đường sinh là đoạn $l = BC$, đường cao $h = CH$ và bán kính $r = BH$

♦ Trong $\triangle ABC$ ta có $BC = 2R \sin 75^\circ$

♦ Trong $\triangle BHC$ ta có $BH = BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} BC$

♦ Diện tích xung quanh hình nón (N):

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot BC \cdot BH = \pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} BC^2 = \pi \cdot \frac{3+2\sqrt{3}}{2} R^2$$



Câu 28: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\log_3 x}{x}$

A. $y' = \frac{1 + \log_3 x}{x^2}$. B. $y' = \frac{1 + \ln x}{x^2 \cdot \ln 3}$. C. $y' = \frac{1 - \log_3 x}{x^2}$. D. $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2 \cdot \ln 3}$.

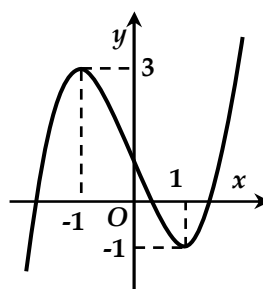
Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$y' = \frac{\frac{1}{x \ln 3} \cdot x - \log_3 x}{x^2} = \frac{\frac{1}{\ln 3} - \log_3 x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2 \cdot \ln 3}$$

Câu 29: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Tìm giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x - m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $-2 < m < 3$.
B. $-2 < m < 2$.
C. $-2 \leq m < 2$.
D. $-1 < m < 3$.



Hướng dẫn giải

Chọn B.

♦ $x^3 - 3x - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 1 = m + 1$

♦ Số nghiệm phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và đường thẳng $y = m + 1$

♦ Phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $-1 < m + 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Câu 30: Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

- A. 16. B. 12. C. 10. D. 18.

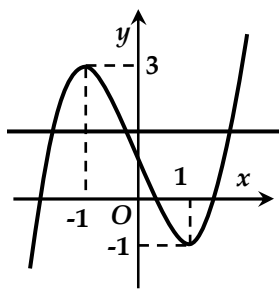
Hướng dẫn giải

Chọn D.

♦ $\log_2 a = \frac{16}{b} \Leftrightarrow a = 2^{\frac{16}{b}}$

♦ $\log_a b = \frac{b}{4} \Leftrightarrow \log_{\frac{16}{2^b}} b = \frac{b}{4} \Leftrightarrow \frac{b}{16} \log_2 b = \frac{b}{4} \Leftrightarrow \log_2 b = 4 \Leftrightarrow b = 2^4 = 16$

♦ $a = 2^{\frac{16}{b}} = 2 \Rightarrow a + b = 18$



Câu 31: Gọi S là số đo diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^2 + 3x + 1$, $y = x^2 - x - 2$. Tính $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right)$.

- A. 0. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 + 3x + 1 = x^2 - x - 2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -3$.

$$\text{Vậy } S = \int_{-3}^{-1} |x^2 + 4x + 3| dx = \left| \int_{-3}^{-1} (x^2 + 4x + 3) dx \right| = \frac{4}{3} \text{ (đvdt)}.$$

$$\text{Suy ra: } \cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 32: Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $(2^{x^2-4} - 1) \cdot \ln x^2 < 0$.

- A. $[1; 2]$. B. $\{1; 2\}$. C. $(1; 2)$. D. $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện: $x \neq 0$.

$$\text{Khi đó: } (2^{x^2-4} - 1) \cdot \ln x^2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-4} - 1 > 0 \\ \ln x^2 < 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 2^{x^2-4} - 1 < 0 \\ \ln x^2 > 0 \end{cases}.$$

$$\text{Trường hợp 1: } \begin{cases} 2^{x^2-4} - 1 > 0 \\ \ln x^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x^2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \vee x > 2 \\ -1 < x < 1 \\ x \neq 0 \end{cases} \text{ (HVN)}.$$

$$\text{Trường hợp 2: } \begin{cases} 2^{x^2-4} - 1 < 0 \\ \ln x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 > 1 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x < -1 \vee x > 1 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < -1 \\ 1 < x < 2 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-2; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 33: Cho a, b là các số thực dương, $b \neq 1$ thỏa mãn $a^{\frac{13}{7}} < a^{\frac{15}{8}}$ và $\log_b(\sqrt{2} + \sqrt{5}) > \log_b(2 + \sqrt{3})$.

Hãy chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A. $0 < a < 1, b > 1$. B. $a > 1, b > 1$. C. $a > 1, 0 < b < 1$. D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^{\frac{13}{7}} < a^{\frac{15}{8}} \\ \frac{13}{7} < \frac{15}{8} \end{cases} \Rightarrow a > 1.$$

$$\begin{cases} \log_b(\sqrt{2} + \sqrt{5}) > \log_b(2 + \sqrt{3}) \\ \sqrt{2} + \sqrt{5} < 2 + \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow 0 < b < 1. \text{ Vậy } a > 1, 0 < b < 1.$$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$ và giao điểm của hai đường chéo là $I\left(\frac{3}{2};0;\frac{3}{2}\right)$. Tính diện tích của hình bình hành.

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $I\left(\frac{3}{2};0;\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của BD , suy ra $D(1;-1;1)$.

$$\overrightarrow{AB} = (1;1;1), \overrightarrow{AD} = (0;-1;0). [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (1;0;-1).$$

$$S_{ABCD} = \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \right| = \sqrt{2} \text{ (đvdt)}.$$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(3;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x - y - 3 = 0$. Trong các mặt cầu đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc mặt phẳng (P) , (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = 2\sqrt{2}$. B. $R = 2\sqrt{3}$. C. $R = \sqrt{2}$. D. $R = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;0;2)$, gọi H là trung điểm của AB suy ra $H(2;2;2)$.

Gọi I là tâm mặt cầu cần tìm. Vì $I \in (P)$ suy ra: $I(m;m-3;n)$ và $\overrightarrow{HI} = (m-2;m-5;n-2)$

Vì mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên $HI \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{HI} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow m+n=4 \Leftrightarrow n=4-m$

Khi đó $\overrightarrow{HI} = (m-2;m-5;2-m)$

(S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất khi $d(I, AB)$ nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } d(I, AB) = |\overrightarrow{HI}| = \sqrt{3m^2 - 18m + 33} = \sqrt{3(m^2 - 6m + 9) + 6} \geq \sqrt{6}$$

Suy ra $d(I, AB)$ nhỏ nhất là: $\sqrt{6}$.

$$\text{Khi đó bán kính nhỏ nhất của mặt cầu là: } R = \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + (\sqrt{6})^2} = \sqrt{2+6} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 36: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{4}}(5-x)} - 1$.

- A. $(-\infty; 5)$. B. $\left[\frac{19}{4}; +\infty\right)$. C. $\left[\frac{19}{4}; 5\right)$. D. $\left(\frac{19}{4}; 5\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có hàm số xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(5-x) - 1 \geq 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(5-x) \geq 1 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x \leq \frac{1}{4} \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{19}{4} \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[\frac{19}{4}; 5\right)$$

Câu 37: Tìm m để hàm số: $f(x) = (m+2)\frac{x^3}{3} - (m+2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m < -2$. B. $m \geq -2$. C. $m \leq -2$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Chọn C.

Ta có $f'(x) = (m+2)x^2 - 2(m+2)x + m - 8$

Trường hợp $m = -2$, ta có $f'(x) = -10 < 0; \forall x \in \mathbb{R}$ (1)

Trường hợp $m \neq -2$, ta có để hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì:

$$\begin{aligned} f'(x) \leq 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 < 0 \\ \Delta' = (m+2)^2 - (m+2).(m-8) \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ (m+2)[(m+2) - (m-8)] \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ 10.(m+2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2 \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) suy ra để hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $m \leq -2$.

Câu 38: Biết phương trình $z^2 + az + b = 0, (a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $z = 1 - i$. Tính môđun của số phức $w = a + bi$.

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $z^2 + az + b = 0, (a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $z = 1 - i$ nên

$$(1-i)^2 + a(1-i) + b = 0 \Leftrightarrow a + b - i(2+a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ a+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow w = -2 + 2i$$

$$|w| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $(d): y = -x + m$ cắt đồ thị $(C): y = \frac{x-1}{2x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB là ngắn nhất.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{5}{9}$.

C. $m = 5$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) là:

$$-x + m = \frac{x-1}{2x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ 2x(-x+m) = x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ g(x) = 2x^2 + (1-2m)x - 1 = 0 \end{cases}$$

Đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(0) \neq 0 \\ \Delta_g = (1-2m)^2 + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \neq 0 \\ (1-2m)^2 + 8 > 0 \end{cases} \text{ luôn đúng với } \forall m \in \mathbb{R}.$$

Khi đó tọa độ hai giao điểm là:

$A(x_1; -x_1 + m), B(x_2; -x_2 + m)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của $g(x)$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_1 - x_2)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{2m-1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{-1}{2}\right)} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{(2m-1)^2 + 8}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(2m-1)^2 + 8} \geq \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}}{2} = 2 \end{aligned}$$

Suy ra AB nhỏ nhất khi đầu bằng ở trên xảy ra nghĩa là $m = \frac{1}{2}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và hai đường thẳng $(\Delta_1): \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$; $(\Delta_2): \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+6}{-1}$. Lấy điểm N trên (Δ_1) và P trên (Δ_2) sao cho M, N, P thẳng hàng. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng NP .

- A.** $(0;2;3)$. **B.** $(2;0;-7)$. **C.** $(1;1;-3)$. **D.** $(1;1;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$N \in \Delta_1 \Rightarrow N(2-t; t; 1+t), P \in \Delta_2 \Rightarrow P(2t'; -1+t'; -6-t').$$

$$\overrightarrow{MN} = (1-t; t-1; 3+t)$$

$$\overrightarrow{MP} = (2t'-1; t'-2; -4-t')$$

Ba điểm M, N, P thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MP} = k\overrightarrow{MN}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2t'-1 = k(1-t) \\ t'-2 = k(t-1) \\ -4-t' = k(3+t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t'-1 = -(t'-2) \\ t'-2 = k(t-1) \\ -t'-4 = k(t+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t'=1 \\ k = -\frac{1}{t-1} \\ -5 = \frac{-1}{(t-1)}(t+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t'=1 \\ t=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N(0;2;3), P(2;0;-7)$$

Tọa độ trung điểm của NP là: $(1;1;-2)$.

Câu 41: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x)^2 - 5\sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$, với a, b là các số hữu tỉ, $c > 0$. Tính tổng

$$S = a + b + c.$$

- A.** $S = 3$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 0$. **D.** $S = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x)^2 - 5\sin x + 6} dx &= \int_0^1 \frac{dt}{t^2 - 5t + 6} = \int_0^1 \frac{1}{(t-2)(t-3)} dt \\ &= \int_0^1 \frac{(t-2)-(t-3)}{(t-2)(t-3)} dt = -\int_0^1 \left(\frac{1}{t-2} - \frac{1}{t-3} \right) dt = -\ln \left| \frac{t-2}{t-3} \right|_0^1 = -\ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} = \ln \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Vậy $c = 3, a = 1, b = 0$. Suy ra $S = a + b + c = 4$

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Hãy tính bán kính của đường tròn đó.

- A.** $3\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $w = x + iy; x, y \in \mathbb{R}$

$$w = 3 - 2i + (2 - i)z \Leftrightarrow z = \frac{w - 3 + 2i}{2 - i} = \frac{x - iy - 3 + 2i}{2 - i}$$

Thay vào $|z| = 3$ ta được :

$$\left| \frac{x - iy - 3 + 2i}{2 - i} \right| = 3 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2}}{\sqrt{2^2 + 1}} = 3$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-2)^2 = 45$$

Vậy $R = 3\sqrt{5}$.

Câu 43: Tìm m để phương trình $2^x + 3 = m\sqrt{4^x + 1}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m \leq \frac{1}{3}$.

B. $3 < m < \sqrt{10}$

C. $m > \sqrt{10}$.

D. $1 \leq m < 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

CÁCH 1 :

$$2^x + 3 = m\sqrt{4^x + 1} \quad (1)$$

Vì hai vế đều dương nên

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} (2^x + 3)^2 = m^2(4^x + 1) \\ m > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1 - m^2)4^x + 6 \cdot 2^x + 9 - m^2 = 0 \\ m > 0 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } t = 2^x (t > 0), \text{ ta được : } \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - m^2)t^2 + 6t + 9 - m^2 = 0 \\ m > 0 \end{cases} \quad (2)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - (1 - m^2)(9 - m^2) > 0 \\ \frac{3}{m^2 - 1} > 0 \\ \frac{9 - m^2}{1 - m^2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{10} < m < -3 \\ 3 < m < \sqrt{10} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $m > 0$. Suy ra $3 < m < \sqrt{10}$ là giá trị cần tìm.

CÁCH 2 :

$$2^x + 3 = m\sqrt{4^x + 1} \Leftrightarrow m = \frac{2^x + 3}{\sqrt{4^x + 1}}$$

$$\text{Đặt } t = 2^x (t > 0) \text{ ta được : } m = \frac{t + 3}{\sqrt{t^2 + 1}} = f(t)$$

$$f'(t) = \frac{\sqrt{t^2 + 1} - \frac{t(t+3)}{\sqrt{t^2 + 1}}}{t^2 + 1} = \frac{1 - 3t}{(\sqrt{t^2 + 1})^3}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$$

t	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	3	$\sqrt{10}$	1

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $3 < m < \sqrt{10}$ là giá trị cần tìm.

Câu 44: Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình Elip $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ quay xung quanh trục Ox .

A. $4\pi b$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi b^2$.

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi b^2$.

D. $2\pi b$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow y^2 = b^2 \left(1 - \frac{x^2}{3} \right)$$

Vậy thể tích khối tròn xoay là : $V = \pi \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} b^2 \left(1 - \frac{x^2}{3} \right) dx$

$$V = \pi b^2 \left(x - \frac{x^3}{9} \right)_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} = 2\pi b^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{4\sqrt{3}\pi b^2}{3}.$$

Câu 45: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, SC tạo với $(ABCD)$ góc 45° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{4\pi}{3}$.

B. $\frac{8\pi}{3}$.

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. 2π .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{cases} (SCD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SD \perp (ABCD)$$

$$(SCD) \cap (SAD) = SD$$

Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là CD .

$$\Rightarrow \left[SC, (ABCD) \right] = \widehat{SCD} = 45^\circ.$$

$$\Rightarrow SD = CD \cdot \tan 45^\circ = 1.$$

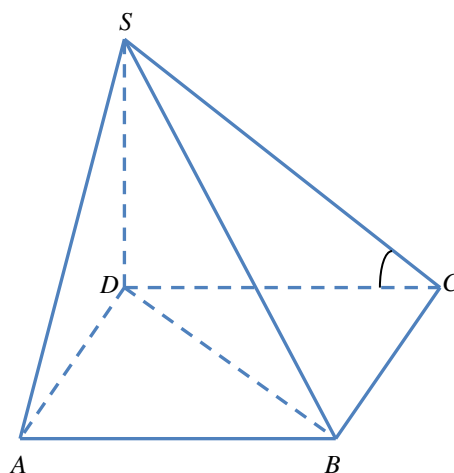
Tam giác ABD có $AB = AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$.

Nên tam giác ABD là tam giác đều.

Ta có : $DA = DB = DC = DS = 1$

Nên D là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

$$\text{Khi đó : } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi$$



Câu 46: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^3 - 2}{x^2 - 3x + 2}$ có hai đường tiệm cận đứng.

- A. $m \neq 2$ và $m \neq \frac{1}{4}$. B. $m \neq 1$ và $m \neq 2$. C. $m \neq 1$. D. $m \neq 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đồ thị hàm số $y = \frac{mx^3 - 2}{x^2 - 3x + 2}$ có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi $x = 1, x = 2$

không là nghiệm của phương trình $mx^3 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \neq 0 \\ 8m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq \frac{1}{4} \end{cases}$.

Câu 47: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn phương trình $\frac{(|z| - 1)(1 + iz)}{z - \frac{1}{\bar{z}}} = i$. Tính $a^2 + b^2$.

- A. $3 + 2\sqrt{2}$. B. $2 + 2\sqrt{2}$. C. $3 - 2\sqrt{2}$. D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\frac{(|z| - 1)(1 + iz)}{z - \frac{1}{\bar{z}}} = i \Leftrightarrow \frac{(|z| - 1)(1 + iz)\bar{z}}{z\bar{z} - 1} = i \Leftrightarrow \frac{(|z| - 1)(1 + iz)\bar{z}}{|z|^2 - 1} = i, (1)$.

Điều kiện: $|z|^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \neq 1$.

$(1) \Leftrightarrow (1 + iz)\bar{z} = i(|z| + 1) \Leftrightarrow \bar{z} + i|z|^2 = i(|z| + 1) \Leftrightarrow a - bi + i(a^2 + b^2) = (\sqrt{a^2 + b^2} + 1)i$

$\Leftrightarrow a + (a^2 + b^2 - b)i = (\sqrt{a^2 + b^2} + 1)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a^2 + b^2 - b = \sqrt{a^2 + b^2} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b^2 - b = |b| + 1, (2) \end{cases}$

Với $b > 0$ suy ra $(2) \Leftrightarrow b^2 - 2b - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 + \sqrt{2} \\ b = 1 - \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow b = 1 + \sqrt{2}$.

Với $b < 0$ suy ra $(2) \Leftrightarrow b^2 = 1$ loại vì $a^2 + b^2 = 1$.

Vậy $a^2 + b^2 = (1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$.

Câu 48: Cho bốn điểm $O(0;0;0), A(0;1;-2), B(1;2;1), C(4;3;m)$. Tìm m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng.

- A. $m = -7$. B. $m = -14$. C. $m = 14$. D. $m = 7$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Để bốn điểm O, A, B, C đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] \cdot \overrightarrow{OC} = 0$.

Ta có

$\begin{cases} \overrightarrow{OA} = (0; 1; -2) \\ \overrightarrow{OB} = (1; 2; 1) \end{cases}$ suy ra $[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (5; -2; -1)$.

$\overrightarrow{OC} = (4; 3; m)$.

Khi đó $[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] \cdot \overrightarrow{OC} = 0 \Leftrightarrow 20 - 6 - m = 0 \Leftrightarrow m = 14$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - z - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) .

A. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+t \\ z = -1+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1 \\ z = -1-t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3+3t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \end{cases}$

d đi qua điểm $M(3;1;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (3;1;-1)$.

Vì điểm $M(3;1;-1) \in (P)$ nên $M = d \cap (P)$.

Gọi điểm $O(0;0;0) \in d$ và K là hình chiếu vuông góc của O trên (P) .

Gọi đường thẳng Δ đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (P) suy ra đường thẳng Δ nhận vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) làm vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1;0;-1)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = t' \\ y = 0 \\ z = -t' \end{cases}$.

Khi đó $K = \Delta \cap (P)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = t' \\ y = 0 \\ z = -t' \\ x - z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 2 \\ x = 2 \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow K = (2;0;-2)$$

Hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng MK .

Vectơ chỉ phương $\overrightarrow{MK} = (-1;-1;-1) = -1(1;1;1)$.

Phương trình đường thẳng MK là $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+t \\ z = -1+t \end{cases}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;4;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa trục tung và đi qua điểm A .

A. $3x + z + 1 = 0$.

B. $4x - y = 0$.

C. $3x - z = 0$.

D. $3x + z = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Trục tung có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0;1;0)$.

Phương trình mặt phẳng chứa trục tung và đi qua điểm A có vectơ pháp tuyến là

$$\left[\vec{j}, \overrightarrow{OA}\right] = (-3; 0; -1) = -(3; 0; 1)$$

Vậy phương mặt phẳng đó là $3(x-1) + (y+3) = 0 \Leftrightarrow 3x + y = 0$.