

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... Số BD

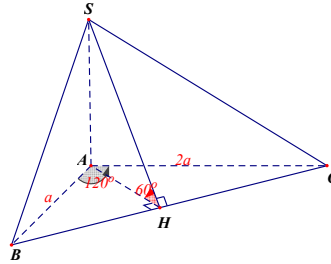
Câu 1: Đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ đạt cực tiểu tại $M(x_1; y_1)$. Khi đó giá trị của tổng $x_1 + y_1$ bằng?

- A. 6. B. 7. C. -13 D. -11

Câu 2: Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 10. B. 12. C. 8. D. 20.

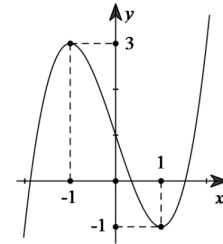
Câu 3: Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $SA \perp (ABC)$, góc giữa (SBC) và (ABC) là 60° .



- A. $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$. B. $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$. C. $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$. D. $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$.

Câu 4: Cho biết đồ thị sau là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, D. Đó là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$
B. $y = 2x^3 - 6x + 1$
C. $y = x^3 - 3x + 1$
D. $y = -x^3 + 3x - 1$



Câu 5: Cho hàm số $f(x) = (x^3 - x + 3)(x + 2)^2$. Mệnh đề nào đúng?

- A. $f'(2) - 5f'(-2) = 32$ B. $\frac{5f'(2) + f'(-1)}{3} = 12$
C. $3f'(2) - \frac{1}{4}f'(-1) = 742$ D. $5f'(-1) - \frac{1}{2}f'(-2) = 302$

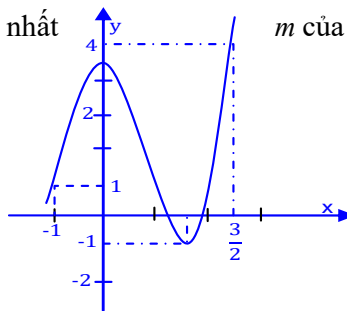
Câu 6: Hàm số $y = \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

- A. 2 B. 1 C. 4 D. 3

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.

Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là:

- A. $M + m = \frac{7}{2}$.



B. $M + m = -3$

C. $M + m = \frac{5}{2}$

D. $M + m = 3$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$, tính khoảng cách từ O đến SC .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 9: Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 3a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2a^3$.

B. $6a^3$.

C. $3a^3$.

D. a^3 .

Câu 11: Giới hạn của $I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$ bằng:

A. $-\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{4}$

C. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{5}{2}$

Câu 12: Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-9} + 4\sqrt{3x+1} = 25$

A. 2 nghiệm

B. 3 nghiệm

C. 4 nghiệm

D. 1 nghiệm

Câu 13: Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$

A. Đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$

B. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

C. Nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$

D. Đồng biến trên $(-2; 3)$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2019$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y			3		-1		3		$-\infty$

A. 2.

B. 1

C. 0.

D. 4.

Câu 15: Tam giác ABC có $\hat{C} = 150^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AC = 2$. Tính cạnh AB

A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 10.

D. 1.

Câu 16: Đồ thị hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị

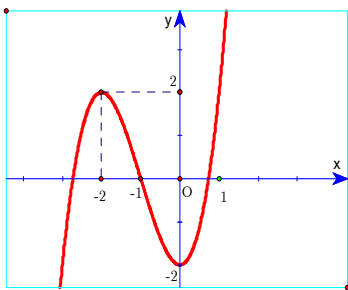
A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 3$

B. $y = (x^2 + 2)^2$.

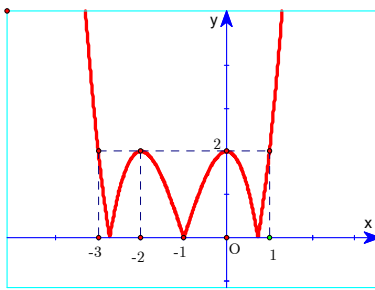
C. $y = -x^4 - 3x^2$

D. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$.

Câu 17: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

- A. $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$. B. $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$. C. $y = ||x|^3 + 3x^2 - 2|$. D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

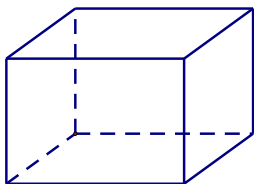
Câu 18: Trong các hàm số sau, hàm nào là hàm số chẵn?

- A. $y = 1 - \sin^2 x$. B. $y = \cos(x + \frac{\pi}{3})$. C. $y = x|\sin x|$. D. $y = \sin x + \cos x$.

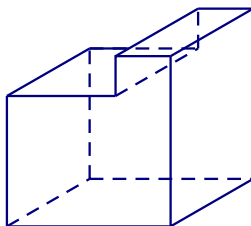
Câu 19: Đồ thị hàm số $y = \frac{7-2x}{x-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng?

- A. $x = -3$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 3$.

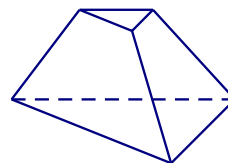
Câu 20: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình không là hình đa diện.



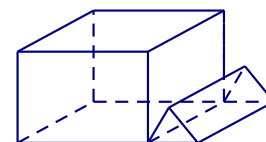
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 4. B. Hình 3. C. Hình 2. D. Hình 1.

Câu 21: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x+3$ là:

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 22: Cho dãy số $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n + 1}$. Tính u_{11}

- A. $u_{11} = \frac{182}{12}$ B. $u_{11} = \frac{1142}{12}$ C. $u_{11} = \frac{1422}{12}$ D. $u_{11} = \frac{71}{6}$

- A. B.

Câu 23: Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1% trên tháng. Sau hai năm 3 tháng (tháng thứ 28) người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Hỏi người đó được rút về bao nhiêu tiền?

- A. $100 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng. B. $101 \cdot [(1,01)^{26} - 1]$ triệu đồng.
C. $101 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng. D. $100 \cdot [(1,01)^6 - 1]$ triệu đồng.

Câu 24: Cho biểu thức $S = 3^{19} C_{20}^0 + 3^{18} C_{20}^1 + 3^{17} C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3} C_{20}^{20}$. Giá trị của $3S$ là

- A. 4^{20} B. $\frac{4^{19}}{3}$ C. $\frac{4^{18}}{3}$ D. $\frac{4^{21}}{3}$

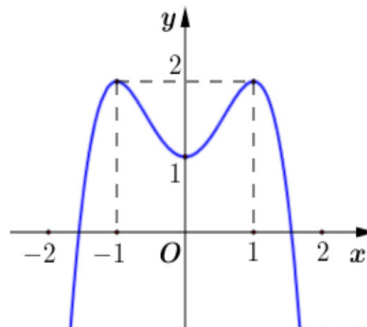
Câu 25: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

B. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

D. $y = x^4 + 3x^2 + 1$



Câu 26: Cho $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $[(12-n)x+1]^n$ thành đa thức.

A. 90

B. 45

C. 180

D. 2

Câu 27: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu điểm M có hoành độ bằng 1 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng:

A. 3,5 và 4,5.

B. $4 \pm \sqrt{2}$.

C. 3 và 5.

D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28: Phương trình $\sqrt{x^2 + 481} - 3\sqrt{x^2 + 481} = 10$ có hai nghiệm α, β . Khi đó tổng $\alpha + \beta$ thuộc đoạn nào sau đây?

A. $[2; 5]$.

B. $[-1; 1]$.

C. $[-10; -6]$.

D. $[-5; -1]$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-3	0	$-\infty$

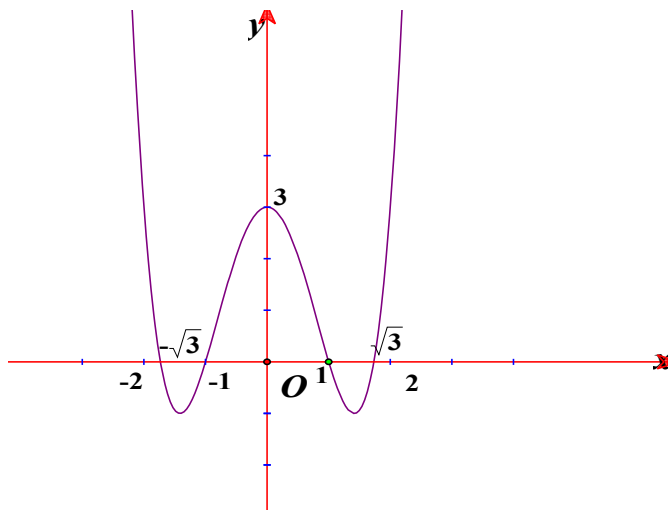
A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$

B. $m < -3$

C. $m < -\frac{3}{2}$

D. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $(x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



- A. 9. B. 10. C. 8. D. 4.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

- A. $m > -\frac{1}{2}$. B. $m > -\frac{1}{2}, m \neq 4$. C. $m > \frac{1}{2}$. D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 32: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$; $u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

- A. $S = 24$. B. $S = -25$. C. $S = -24$. D. $S = 26$.

Câu 33: Phương trình $x^3 - \sqrt{1-x^2} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

- A. 2. B. 6. C. 1. D. 3.

Câu 34: Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1$$

- A. $\min P = \frac{17}{3}$. B. $\min P = 5$. C. $\min P = \frac{115}{3}$. D. $\min P = \frac{7}{3}$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x - y + 2 = 0$ là

- A. $y = 3x + 5$, $y = 3x - 8$ B. $y = 3x + 14$
C. $y = 3x - 8$ D. $y = 3x + 14$, $y = 3x + 2$

Câu 36: Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tang của góc hợp bởi hai mặt phẳng (MBC) và (ABC) là:

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37: Tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \leq 0 \\ x^3 + 3x^2 - 9x - 10 > 0 \end{cases}$ là

- A. $(-\infty; -4)$. B. $[-4; -1]$. C. $[-4; 1]$. D. $[-1; +\infty)$.

Câu 38: Cho hai điểm $A(3; 0)$, $B(0; 4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là

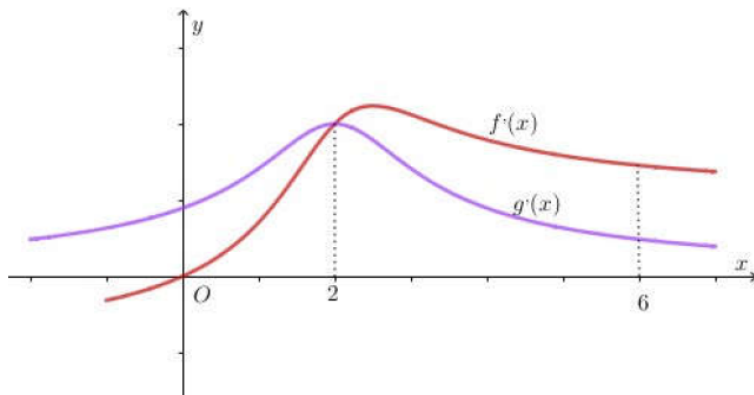
- A. $x^2 + y^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0$. D. $x^2 + y^2 = 2$.

Câu 39: Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5 ?

- A. $1 + 2C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + 2A_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4$.

- B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.
 C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.
 D. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.

Câu 40: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ lần lượt là:

- A. $h(2), h(6)$. B. $h(6), h(2)$. C. $h(0), h(2)$. D. $h(2), h(0)$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Tiếp tuyến Δ của (C) tại M cắt các đường tiệm cận tại A và B sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó tiếp tuyến Δ của (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất thuộc khoảng nào?

- A. $(29; 30)$. B. $(27; 28)$. C. $(26; 27)$. D. $(28; 29)$.

Câu 42: Giải phương trình: $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ ta được một nghiệm $x = \frac{a + \sqrt{b}}{c}$, $a, b, c \in \mathbb{N}, b < 20$.

Tính giá trị biểu thức $P = a^3 + 2b^2 + 5c$.

- A. $P = 61$. B. $P = 109$. C. $P = 29$. D. $P = 73$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 12. B. 8. C. 10. D. 6.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = SA = a$, $AD = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC , gọi I là giao điểm của BM và AC . Tỷ số $\frac{V_{AMNI}}{V_{SABCD}}$ là?

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{24}$

Câu 45: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O , $ABCD$ không là hình thoi. Trên đường chéo BD lấy 2 điểm M, N sao cho $BM = MN = ND$. Gọi P, Q là giao điểm của AN và CD ; CM và AB . Tìm mệnh đề sai:

- A. M là trọng tâm tam giác ABC B. P và Q đối xứng qua O
 C. M và N đối xứng qua O D. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$, có $AB = 5(\text{cm})$, $BC = 6(\text{cm})$, $AC = 7(\text{cm})$. Các mặt bên tạo với đáy 1 góc 60° . Thể tích của khối chóp bằng:

- A. $\frac{105\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$. B. $24\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. C. $8\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. D. $\frac{35\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$.

Câu 47: Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ có đồ thị (C) và điểm $A(1; a)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để có đúng hai tiếp tuyến của (C) đi qua A ?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	$+\infty$	3	$-\infty$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x + 1} \right| \text{ trên } [1; 2] \text{ bằng } 2. \text{ Số phần tử của } S \text{ là}$$

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 50: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 - 3x - 2 = 0 & (1) \\ x^2 + \sqrt{1 - x^2} - 3\sqrt{2y - y^2} + m = 0 & (2) \end{cases}$$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hệ phương trình trên có nghiệm

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 485

Câu 1. [2D1.2-2] Đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ đạt cực tiểu tại $M(x_1; y_1)$. Khi đó giá trị của tổng $x_1 + y_1$ bằng

- A. 6. B. 7. C. -13. D. -11.

Câu 2. [2H1.2-1] Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

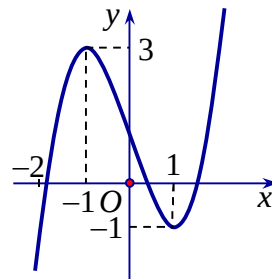
- A. 10. B. 12. C. 8. D. 20.

Câu 3. [2H1.3-3] Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $SA \perp (ABC)$, góc giữa (SBC) và (ABC) là 60° .

- A. $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$. B. $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$. C. $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$. D. $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$.

Câu 4. [2D1.5-2] Cho biết đồ thị sau là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, D. Đó là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.
B. $y = 2x^3 - 6x + 1$.
C. $y = x^3 - 3x + 1$.
D. $y = -x^3 + 3x - 1$.



Câu 5. [1D5.2-2] Cho hàm số $f(x) = (x^3 - x + 3)(x + 2)^2$. Mệnh đề nào đúng?

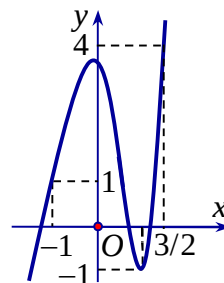
- A. $f'(2) - 5f'(-2) = 32$. B. $\frac{5f'(2) + f'(-1)}{3} = 12$.
C. $3f'(2) - \frac{1}{4}f'(-1) = 742$. D. $5f'(-1) - \frac{1}{2}f'(-2) = 302$.

Câu 6. [2D1.4-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 7. [2D1.3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là

- A. $M + m = \frac{7}{2}$. B. $M + m = -3$.
C. $M + m = \frac{5}{2}$. D. $M + m = 3$.



Câu 8. [1H3.5-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính khoảng cách từ O đến SC .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

- Câu 9.** [1H3.2-1] Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.
 C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.
 D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
- Câu 10.** [2H1.3-1] Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 3a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $2a^3$. B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. a^3 .
- Câu 11.** [1D4.2-2] Giới hạn của $I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$ bằng
- A. $-\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{2}$.
- Câu 12.** [0D3.2-3] Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-9} + 4\sqrt{3x+1} = 25$.
- A. Hai nghiệm. B. Ba nghiệm. C. Bốn nghiệm. D. Một nghiệm.
- Câu 13.** [2D1.1-1] Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$. Khẳng định nào đúng?
- A. Đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$. B. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 C. Nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$. D. Đồng biến trên $(-2; 3)$.
- Câu 14.** [2D1.5-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2019$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		-1		3	
	$-\infty$							$-\infty$

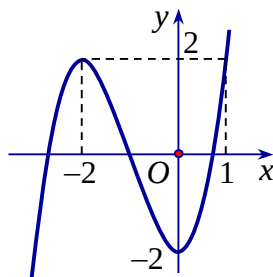
- A. 2. B. 1. C. 0. D. 4.

- Câu 15.** [0H2.3-2] Tam giác ABC có $\hat{C} = 150^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AC = 2$. Tính cạnh AB .
- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{3}$. C. 10. D. 1.

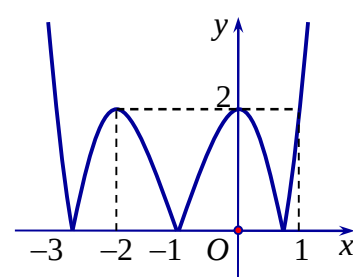
- Câu 16.** [2D1.2-1] Đồ thị hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

- A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 3$. B. $y = (x^2 + 2)^2$.
 C. $y = -x^4 - 3x^2$. D. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$.

- Câu 17.** [2D2.6-2] Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

- A. $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$. C. $y = |x|^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

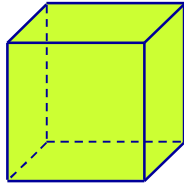
Câu 18. [1D1.1-2] Trong các hàm số sau, hàm nào là hàm số chẵn?

- A. $y = 1 - \sin^2 x$. B. $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. C. $y = x|\sin x|$. D. $y = \sin x + \cos x$.

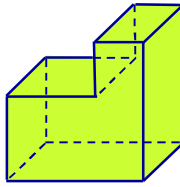
Câu 19. [2D1.4-1] Đồ thị hàm số $y = \frac{7-2x}{x-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng

- A. $x = -3$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 3$.

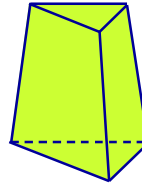
Câu 20. [2H1.1-1] Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình không là hình đa diện.



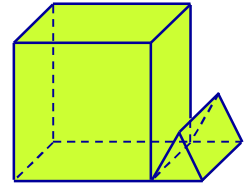
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 4. B. Hình 3. C. Hình 2. D. Hình 1.

Câu 21. [2D1.5-1] Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x+3$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 22. [1D3.2-1] Cho dãy số $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n + 1}$. Tính u_{11} .

- A. $u_{11} = \frac{182}{12}$. B. $u_{11} = \frac{1142}{12}$. C. $u_{11} = \frac{1422}{12}$. D. $u_{11} = \frac{71}{6}$.

Câu 23. [2D2.4-3] Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1% trên tháng. Sau hai năm 3 tháng (tháng thứ 28) người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Hỏi người đó được rút về bao nhiêu tiền?

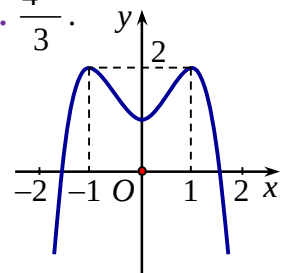
- A. $100 \cdot \left[(1,01)^{27} - 1\right]$ triệu đồng. B. $101 \cdot \left[(1,01)^{26} - 1\right]$ triệu đồng.
C. $101 \cdot \left[(1,01)^{27} - 1\right]$ triệu đồng. D. $100 \cdot \left[(1,01)^{26} - 1\right]$ triệu đồng.

Câu 24. [1D2.3-2] Cho biểu thức $S = 3^{19}C_{20}^0 + 3^{18}C_{20}^1 + 3^{17}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3}C_{20}^{20}$. Giá trị của $3S$ là

- A. 4^{20} . B. $\frac{4^{19}}{3}$. C. $\frac{4^{18}}{3}$. D. $\frac{4^{21}}{3}$.

Câu 25. [2D1.5-2] Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 + 3x^2 + 1$



Câu 26. [1D2.3-2] Cho $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1023$. Tìm hệ số của

x^2 trong khai triển $\left[(12-n)x+1\right]^n$ thành đa thức.

- A. 90. B. 45. C. 180. D. 2.

Câu 27. [0H3.3-2] Cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu điểm M có hoành độ bằng 1 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng

- A. 3,5 và 4,5. B. $4 \pm \sqrt{2}$. C. 3 và 5. D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28. [0D3.2-2] Phương trình $\sqrt{x^2 + 481} - 3\sqrt{x^2 + 481} = 10$ có hai nghiệm α, β . Khi đó tổng $\alpha + \beta$ thuộc đoạn nào sau đây?

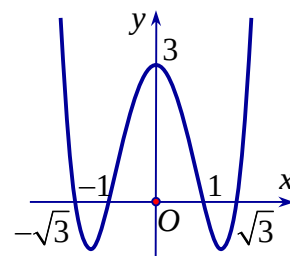
- A. $[2; 5]$. B. $[-1; 1]$. C. $[-10; -6]$. D. $[-5; -1]$.

Câu 29. [2D1.5-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			0		-3		0		

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$. B. $m < -3$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$.

Câu 30. [2D1.5-3] Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $(x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



- A. 9. B. 10. C. 8. D. 4.

Câu 31. [2D1.5-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2 + m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

- A. $m > -\frac{1}{2}$. B. $m > -\frac{1}{2}, m \neq 4$. C. $m > \frac{1}{2}$. D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 32. [1D3.3-2] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$; $u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- A. $S = 24$. B. $S = -25$. C. $S = -24$. D. $S = 26$.

Câu 33. [1D3.3-2] Phương trình $x^3 - \sqrt{1 - x^2} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

- A. 2. B. 6. C. 1. D. 3.

Câu 34. [2D1.3-3] Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1$.

- A. $\min P = \frac{17}{3}$. B. $\min P = 5$. C. $\min P = \frac{115}{3}$. D. $\min P = \frac{7}{3}$.

Câu 35. [1D5.1-2] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x - y + 2 = 0$ là

- A. $y = 3x + 5, y = 3x - 8$. B. $y = 3x + 14$. C. $y = 3x - 8$. D. $y = 3x + 14, y = 3x + 2$.

Câu 36. [1H3.4-2] Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tang của góc hợp bởi hai mặt phẳng (MBC) và (ABC) là

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37. [0D4.2-2] Tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \leq 0 \\ x^3 + 3x^2 - 9x - 10 > 0 \end{cases}$ là

- A. $(-\infty; -4)$. B. $[-4; -1]$. C. $[-4; 1]$. D. $[-1; +\infty)$.

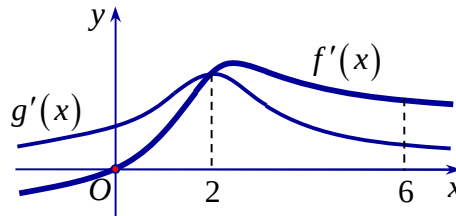
Câu 38. [0H3.2-3] Cho hai điểm $A(3; 0)$, $B(0; 4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0$. D. $x^2 + y^2 = 2$.

Câu 39. [1D2.2-3] Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?

- A. $1 + 2C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + 2A_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4$.
B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.
C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.
D. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.

Câu 40. [2D1.3-3] Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ lần lượt là

- A. $h(2)$, $h(6)$. B. $h(6)$, $h(2)$. C. $h(0)$, $h(2)$. D. $h(2)$, $h(0)$.

Câu 41. [2D1.4-4] Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Tiếp tuyến Δ của (C) tại M cắt các đường tiệm cận tại A và B sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó tiếp tuyến Δ của (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất thuộc khoảng nào?

- A. $(29; 30)$. B. $(27; 28)$. C. $(26; 27)$. D. $(28; 29)$.

Câu 42. [0D4.1-4] Giải phương trình: $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ ta được một nghiệm $x = \frac{a + \sqrt{b}}{c}$,

$a, b, c \in \mathbb{N}, b < 20$. Tính giá trị biểu thức $P = a^3 + 2b^2 + 5c$.

- A. $P = 61$. B. $P = 109$. C. $P = 29$. D. $P = 73$.

- Câu 43. [1D2.2-2]** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .
- A. 12. B. 8. C. 10. D. 6.
- Câu 44. [2H1.3-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = SA = a$, $AD = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC , gọi I là giao điểm của BM và AC . Tỷ số $\frac{V_{AMNI}}{V_{SABCD}}$ là
- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{24}$.
- Câu 45. [1H1.1-2]** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O , $ABCD$ không là hình thoi. Trên đường chéo BD lấy hai điểm M, N sao cho $BM = MN = ND$. Gọi P, Q là giao điểm của AN và CD ; CM và AB . Tìm mệnh đề sai:
- A. M là trọng tâm tam giác ABC .
 B. P và Q đối xứng qua O .
 C. M và N đối xứng qua O .
 D. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- Câu 46. [2H1.2-2]** Cho hình chóp $S.ABC$, có $AB = 5$ cm, $BC = 6$ cm, $AC = 7$ cm. Các mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp bằng
- A. $\frac{105\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$. B. $24\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. C. $8\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. D. $\frac{35\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$.
- Câu 47. [1D5.4-3]** Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ có đồ thị (C) và điểm $A(1; a)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để có đúng hai tiếp tuyến của (C) đi qua A ?
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.
- Câu 48. [2D1.4-2]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:
- | | | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 1 | 2 | $+\infty$ |
| y' | | + | 0 | - | |
| y | $+\infty$ | | 2 | | $+\infty$ |
- Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 4.
- Câu 49. [2D1.3-4]** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right|$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là
- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.
- Câu 50. [0D3.3-4]** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 - 3x - 2 = 0 & (1) \\ x^2 + \sqrt{1-x^2} - 3\sqrt{2y-y^2} + m = 0 & (2) \end{cases}$
- Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hệ phương trình trên có nghiệm?
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ 038

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	C	C	A	D	B	A	D	D	D	C	C	A	A	B	A	B	A	A	D	C	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	B	A	B	B	A	A	D	B	C	B	B	A	B	B	A	A	D	D	C	C	D	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [2D1.2-2] Đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ đạt cực tiểu tại $M(x_1; y_1)$. Khi đó giá trị của tổng $x_1 + y_1$ bằng

- A. 6. B. 7. C. -13. **D. -11.**

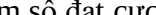
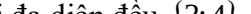
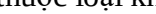
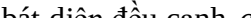
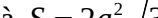
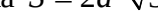
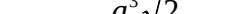
Lời giải

Chọn D.

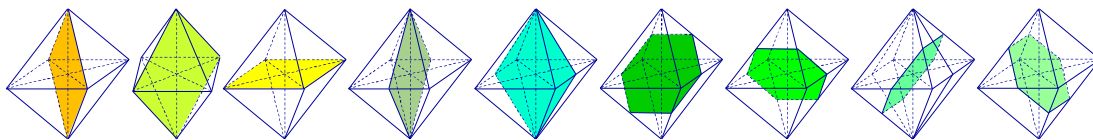
Ta có: $y' = 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$						
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							
							

- Gồm 9 mặt phẳng đối xứng:



Câu 3. [2H1.3-3] Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $SA \perp (ABC)$, góc giữa (SBC) và (ABC) là 60° .

A. $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$.

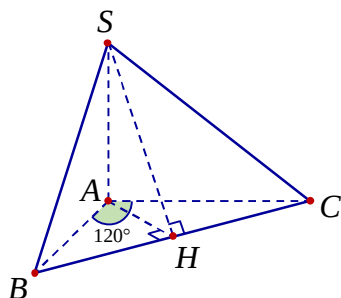
B. $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$.

C. $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$.

D. $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$.

Lời giải

Chọn C.



Kẻ AH vuông góc với BC , khi đó $BC \perp (SAH)$, suy ra $BC \perp SH$.

$$\left. \begin{array}{l} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ \text{Ta có: } AH \perp BC \\ SH \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (AH, SH) = \widehat{SHA} = 60^\circ.$$

Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$.

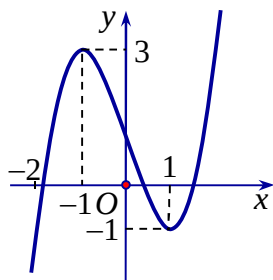
Áp dụng định lí cô-sin ta tính được: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{7}$.

Lại có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot a\sqrt{7} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{21}}{7} a$.

Xét tam giác SAH vuông tại A , ta có: $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AH} \Rightarrow SA = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{7}}{7} a$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{\sqrt{21}}{14} a^3$.

Câu 4. [2D1.5-2] Cho biết đồ thị sau là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, D. Đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = 2x^3 - 6x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x - 1$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số có dạng: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

$$\text{Dựa vào đồ thị ta có: } \begin{cases} y(-1) = 3 \\ y(1) = -1 \\ y(0) = 1 \\ y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \\ d = 1 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \end{cases}.$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5. [1D5.2-2] Cho hàm số $f(x) = (x^3 - x + 3)(x + 2)^2$. Mệnh đề nào đúng?

A. $f'(2) - 5f'(-2) = 32$.

B. $\frac{5f'(2) + f'(-1)}{3} = 12$.

C. $3f'(2) - \frac{1}{4}f'(-1) = 742$.

D. $5f'(-1) - \frac{1}{2}f'(-2) = 302$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (3x^2 - 1)(x + 2)^2 + 2(x + 2)(x^3 - x + 3) = (x + 2)[(3x^2 - 1)(x + 2) + 2(x^3 - x + 3)] \\ &= (x + 2)(5x^3 + 6x^2 - 3x + 4) \end{aligned}$$

Suy ra $f'(2) = 248$, $f'(-1) = 8$.

Vậy $3f'(2) - \frac{1}{4}f'(-1) = 742$.

Câu 6. [2D1.4-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} \right) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} \right) = 0$

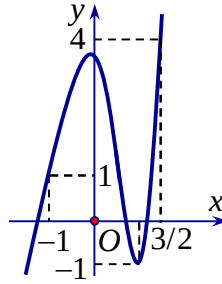
$\Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} \right) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} \right) = +\infty$$

$\Rightarrow x = 0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

Câu 7. [2D1.3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là



A. $M + m = \frac{7}{2}$.

B. $M + m = -3$.

C. $M + m = \frac{5}{2}$.

D. $M + m = 3$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị suy ra: $\max y = 4 = M$ và $\min y = -1 = m \Rightarrow M + m = 3$.

Câu 8. [1H3.5-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính khoảng cách từ O đến SC .

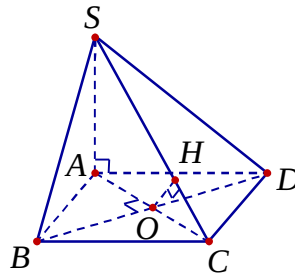
A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Chọn B.

Gọi H là hình hình chiếu vuông góc của O trên cạnh SC .
 $\Rightarrow d(O, SC) = OH$

Ta có $\triangle HCO$ và $\triangle ACS$ là hai tam giác vuông đồng dạng $\Rightarrow \frac{OH}{SA} = \frac{OC}{SC} \Rightarrow OH = \frac{OC \cdot SA}{SC}$

Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\triangle SAC$ vuông tại $A \Rightarrow SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 2a^2} = a\sqrt{6}$

Do đó $d(O, SC) = OH = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot 2a}{a\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9. [1H3.2-1] Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn A.

Xét đường thẳng d_1 có véc tơ chỉ phương $\vec{u}$; đường thẳng d_2 có véc tơ chỉ phương $\vec{v}$ và đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương $\vec{m}$.

$$d_1 // d_2 \Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v} \text{ cùng phương (1)}$$

$$\Delta \perp d_1 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{m} \text{ (2)}$$

Từ (1), (2) suy ra $\vec{v} \perp \vec{m} \Leftrightarrow d_2 \perp \Delta$

$\Rightarrow$ Mệnh đề đúng là Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

Câu 10. [2H1.3-1] Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 3a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2a^3$.

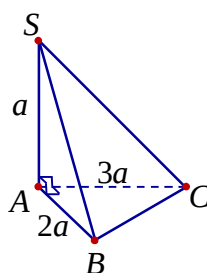
B. $6a^3$.

C. $3a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn D.



Ta có ΔABC vuông tại $A \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3a = 3a^2$

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA$ là chiều cao của khối chóp $S.ABC$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 3a^2 = a^3$.

Câu 11. [1D4.2-2] Giới hạn của $I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-4)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-4}{x-1} = \frac{-1-4}{-1-1} = \frac{5}{2}$.

Câu 12. [0D3.2-3] Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-9} + 4\sqrt{3x+1} = 25$.

A. Hai nghiệm.

B. Ba nghiệm.

C. Bốn nghiệm.

D. Một nghiệm.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-9} + 4\sqrt{3x+1}$, điều kiện $x \geq \frac{9}{2}$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+4}} + \frac{1}{\sqrt{2x-9}} + \frac{2}{\sqrt{3x+1}} > 0$ với mọi $x > \frac{9}{2}$.

Mặt khác, ta lại có $f(5) = 25$. Vậy phương trình ban đầu có nghiệm duy nhất $x = 5$.

Câu 13. [2D1.1-1] Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$. Khẳng định nào đúng?

A. Đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

B. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.

D. Đồng biến trên $(-2; 3)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } f'(x) = x^2 - x - 6 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		CD		CT		$+\infty$

Vậy nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.

Câu 14. [2D1.5-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2019$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			3		-1		3		
	$-\infty$								$-\infty$

A. 2.

B. 1

C. 0.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f(x) \leq 3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên phương trình $f(x) = 2019$ vô nghiệm.

Câu 15. [0H2.3-2] Tam giác ABC có $\widehat{C} = 150^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AC = 2$. Tính cạnh AB .

A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 10.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \widehat{C} = 4 + 3 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 13.$$

Vậy $AB = \sqrt{13}$.

Câu 16. [2D1.2-1] Đồ thị hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 3$.

B. $y = (x^2 + 2)^2$.

C. $y = -x^4 - 3x^2$.

D. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$.

Lời giải

Chọn A.

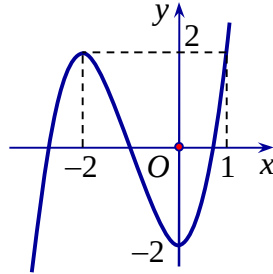
Xét hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 3$ có $y' = 8x^3 - 8x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

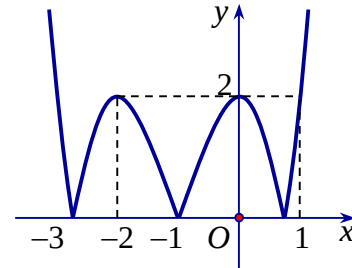
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 3$ có ba điểm cực trị.

Câu 17. [2D2.6-2] Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

- A. $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$. B. $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$. C. $y = ||x|^3 + 3x^2 - 2|$. D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta thấy đồ thị ở Hình 2 có được từ đồ thị ở Hình 1 bằng cách giữ nguyên phần đồ thị ở phía trên trục hoành và lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị ở phía dưới trục hoành, đồng thời xóa đi phần đồ thị ở phía dưới trục hoành. Như vậy đồ thị ở Hình 2 là đồ thị của hàm số $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$.

Câu 18. [1D1.1-2] Trong các hàm số sau, hàm nào là hàm số chẵn?

- A. $y = 1 - \sin^2 x$. B. $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. C. $y = x|\sin x|$. D. $y = \sin x + \cos x$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y = f(x) = 1 - \sin^2 x$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$\forall x \in D$, ta có: $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.

Vậy hàm số $y = 1 - \sin^2 x$ là hàm số chẵn.

Câu 19. [2D1.4-1] Đồ thị hàm số $y = \frac{7-2x}{x-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng

- A. $x = -3$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 3$.

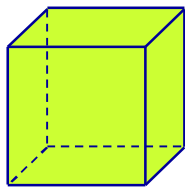
Lời giải

Chọn B.

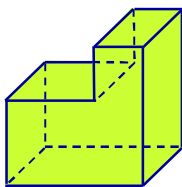
Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2x+7}{x-2} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-2x+7}{x-2} = +\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{7-2x}{x-2}$ nhận đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng.

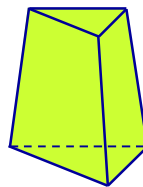
Câu 20. [2H1.1-1] Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình không là hình đa diện.



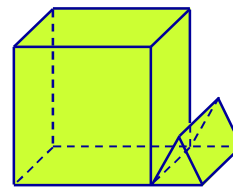
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 4.**B. Hình 3.****C. Hình 2.****D. Hình 1.****Lời giải****Chọn A**

Hình đa diện gồm một số hữu hạn đa giác phẳng thỏa mãn hai điều kiện:

- Hai đa giác bất kì hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

- Mỗi cạnh của một đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Do đó, ta thấy Hình 4 không phải là một hình đa diện vì có một cạnh là cạnh chung của bốn đa giác.

Câu 21. [2D1.5-1] Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x+3$ là

A. 2.**B. 3.****C. 1.****D. 0.****Lời giải****Chọn A**

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x+3$ là số nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = \frac{2x+1}{x-1} \\ y = 2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 = \frac{2x+1}{x-1} \\ y = 2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x - 4 = 0 \\ x \neq 1 \\ y = 2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{33}}{4} \\ x = \frac{1-\sqrt{33}}{4} \\ y = 2x+3 \end{cases} \text{ . Vậy hệ có hai nghiệm}$$

Câu 22. [1D3.2-1] Cho dãy số $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n+1}$. Tính u_{11} .

A. $u_{11} = \frac{182}{12}$.**B. $u_{11} = \frac{1142}{12}$.****C. $u_{11} = \frac{1422}{12}$.****D. $u_{11} = \frac{71}{6}$.****Lời giải****Chọn D**

$$u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n+1} \Rightarrow u_{11} = \frac{11^2 + 2 \cdot 11 - 1}{11+1} = \frac{71}{6}.$$

Câu 23. [2D2.4-3] Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1% trên tháng. Sau hai năm 3 tháng (tháng thứ 28) người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Hỏi người đó được rút về bao nhiêu tiền?

A. $100 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng.**B. $101 \cdot [(1,01)^{26} - 1]$ triệu đồng.****C. $101 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng.****D. $100 \cdot [(1,01)^{26} - 1]$ triệu đồng.****Lời giải****Chọn C**

Sau n tiền gốc và lãi của tiền gửi hàng tháng tính theo công thức: $S_n = \frac{A}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r)$.

Sau hai năm 3 tháng (tháng thứ 28) người đó rút toàn bộ gốc và lãi về là $S_{27} = \frac{1}{1\%} \left[(1+1\%)^{27} - 1 \right] (1+1\%) = 101 \cdot \left[(1,01)^{27} - 1 \right]$.

Câu 24. [1D2.3-2] Cho biểu thức $S = 3^{19}C_{20}^0 + 3^{18}C_{20}^1 + 3^{17}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3}C_{20}^{20}$. Giá trị của $3S$ là

A. 4^{20} .

B. $\frac{4^{19}}{3}$.

C. $\frac{4^{18}}{3}$.

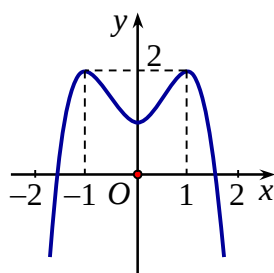
D. $\frac{4^{21}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$$S = 3^{19}C_{20}^0 + 3^{18}C_{20}^1 + 3^{17}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3}C_{20}^{20} \Leftrightarrow 3S = 3^{20}C_{20}^0 + 3^{19}C_{20}^1 + 3^{18}C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20} \Leftrightarrow 3S = (1+3)^{20}$$

Câu 25. [2D1.5-2] Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

D. $y = x^4 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1 Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$. và hàm số có hai cực đại là $x = \pm 1$ nên hàm đó là $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Cách 2: Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$. và đồ thị hàm số có hai cực đại là $(1; 2)$; $(-1; 2)$ và điểm cực tiểu là $(0; 1)$ nên hàm đó là $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 26. [1D2.3-2] Cho $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $[(12-n)x+1]^n$ thành đa thức.

A. 90.

B. 45.

C. 180.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Xét khai triển: $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \dots + C_n^nx^n$.

Chọn $x=1$ ta được: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n \Leftrightarrow 1+1023 = 2^n \Leftrightarrow 2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10$.

Khi đó ta có khai triển: $(2x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^{10-k} \cdot 1^k = \sum_{k=0}^{10} 2^{10-k} C_{10}^k x^{10-k}$.

Số hạng chứa x^2 ứng với $10-k=2 \Leftrightarrow k=8$.

Vậy hệ số của x^2 là $2^2 \cdot C_{10}^8 = 180$.

Câu 27. [0H3.3-2] Cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu điểm M có hoành độ bằng 1 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng

A. 3,5 và 4,5.

B. $4 \pm \sqrt{2}$.

C. 3 và 5.

D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Từ giả thiết suy ra: $a = 4$, $b = 2\sqrt{3} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$.

Suy ra, hai tiêu điểm của (E) lần lượt là $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

Tồn tại 2 điểm $M \in (E)$ có hoành độ bằng 1 đối xứng nhau qua trục hoành nên ta chọn

$$M\left(1; \frac{3}{2}\sqrt{5}\right).$$

$$\text{Khi đó: } MF_1 = \sqrt{9 + \frac{45}{4}} = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ và } MF_2 = \sqrt{1 + \frac{45}{4}} = \frac{7}{2} = 3,5.$$

Câu 28. [0D3.2-2] Phương trình $\sqrt{x^2 + 481} - 3\sqrt[4]{x^2 + 481} = 10$ có hai nghiệm α , β . Khi đó tổng $\alpha + \beta$ thuộc đoạn nào sau đây?

A. $[2;5]$.

B. $[-1;1]$.

C. $[-10;-6]$.

D. $[-5;-1]$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt: $t = \sqrt[4]{x^2 + 481}$; $t \geq \sqrt[4]{481}$.

$$\text{PT trở thành } t^2 - 3t - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 & (\text{N}) \\ t = -2 & (\text{L}) \end{cases}$$

$$t = 5 \Rightarrow \sqrt[4]{x^2 + 481} = 5 \Leftrightarrow x^2 = 144 \Leftrightarrow x = \pm 12. \text{ Khi đó } \alpha + \beta = 0 \in [-1;1].$$

Câu 29. [2D1.5-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			0		-3		0		

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

B. $m < -3$.

C. $m < -\frac{3}{2}$.

D. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$.

Lời giải

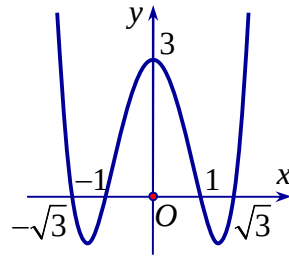
Chọn A.

$$\frac{1}{2}f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m.$$

Số nghiệm phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2m$.

$$\text{Dựa vào BBT ta có: } \begin{cases} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Câu 30. [2D1.5-3] Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $(x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 9.

B. 10.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } f(x) = x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } g(x) = (x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \\ f(x) = -\sqrt{3} \\ f(x) = \sqrt{3} \end{cases}$$

+ Phương trình $f(x) = 1$ có 4 nghiệm.

+ Phương trình $f(x) = -1$ có 2 nghiệm.

+ Phương trình $f(x) = -\sqrt{3}$ vô nghiệm.

+ Phương trình $f(x) = \sqrt{3}$ có 4 nghiệm.

Vậy phương trình $g(x) = 0$ có 10 nghiệm phân biệt.

Câu 31. [2D1.5-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $m > -\frac{1}{2}$.

B. $m > -\frac{1}{2}, m \neq 4$.

C. $m > \frac{1}{2}$

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành:

$$2x^3 - (2+m)x + m = 0 \quad (1).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 + 2x - m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + 2m > 0 \\ 4 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 4 \end{cases}$$

Câu 32. [1D3.3-2] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$; $u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S = 24$.

B. $S = -25$.

C. $S = -24$.

D. $S = 26$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

Ta có: $u_4 = -12$ và $u_{14} = 18 \Leftrightarrow u_4 + 10d = 18 \Leftrightarrow d = 3$.

Suy ra $u_1 = u_4 - 3d = -21$.

Vậy $S_{16} = \frac{16}{2}(2u_1 + 15d) = 24$.

Câu 33. [1D3.3-2] Phương trình $x^3 - \sqrt{1-x^2} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

A. 2.

B. 6.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $1-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Phương trình đã cho tương đương với: $x^3 = \sqrt{1-x^2}$

$\Leftrightarrow x^6 = 1-x^2 \Leftrightarrow x^6 + x^2 - 1 = 0$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = x^6 + x^2 - 1$ và trục hoành trong đoạn $[-1; 1]$.

Xét hàm số $f(x) = x^6 + x^2 - 1$, với $x \in [-1; 1]$.

$f'(x) = 6x^5 + 2x = 2x(3x^4 + 1)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên

x	-1	2	1
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	1	-1	1

Dựa vào BBT ta thấy $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 34. [2D1.3-3] Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1$.

A. $\min P = \frac{17}{3}$.

B. $\min P = 5$.

C. $\min P = \frac{115}{3}$.

D. $\min P = \frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Theo giả thiết x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2 \Leftrightarrow y = 2 - x$, $0 < x < 2$. Thay

$y = 2 - x$ vào P ta được $P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (2-x)^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5$ với $0 < x < 2$, ta có

$$f'(x) = x^2 + 4x - 5; \text{ giải phương trình } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 2) \\ x = -5 \in (0; 2) \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	2	
y'		-	0	+
y	5		$\frac{7}{3}$	$\frac{17}{3}$

Từ bảng biến thiên ta có $\min_{(0;2)} f(x) = f(1) = \frac{7}{3}$.

Vậy $\min P = \frac{7}{3}$. Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$.

Câu 35. [1D5.1-2] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x - y + 2 = 0$ là

A. $y = 3x + 5, y = 3x - 8$.

B. $y = 3x + 14$.

C. $y = 3x - 8$.

D. $y = 3x + 14, y = 3x + 2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } y' = \left(\frac{2x+1}{x+2} \right)' = \frac{3}{(x+2)^2}.$$

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: y = 3x + 2$ nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k = 3$

$$\text{hay } \frac{3}{(x+2)^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Khi $x = -1$ thì $y = -1$: phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là $y = 3(x+1) - 1 \Leftrightarrow y = 3x + 2$ (loại).

Khi $x = -3$ thì $y = 5$: phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là $y = 3(x+3) + 5 \Leftrightarrow y = 3x + 14$.

Câu 36. [1H3.4-2] Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tang của góc hợp bởi hai mặt phẳng (MBC) và (ABC) là

A. 2.

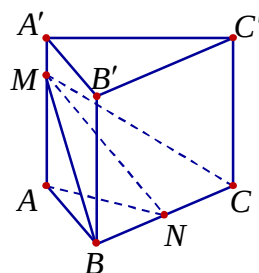
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Theo giả thiết lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ nên $AM \perp (ABC) \Rightarrow AM \perp BC$. (1)

Gọi N là trung điểm của BC nên $AN \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $BC \perp (AMN) \Rightarrow BC \perp MN$.

Vậy $((ABC), (MBC)) = (AN, MN) = \widehat{ANM}$.

Xét tam giác AMN có $\tan \widehat{ANM} = \frac{AM}{AN}$.

$$\text{Với } AM = \frac{3a}{4}; AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan \widehat{ANM} = \frac{AM}{AN} = \frac{\frac{3a}{4}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

- Câu 37. [0D4.2-2]** Tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \leq 0 \\ x^3 + 3x^2 - 9x - 10 > 0 \end{cases}$ là
- A. $(-\infty; -4)$. B. $[-4; -1]$. C. $[-4; 1]$. D. $[-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $x^2 + 5x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq -1$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10, x \in [-4; -1]$.

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \notin [-4; -1] \\ x = -3 \in [-4; -1] \end{cases}$$

$$f(-4) = 10, f(-1) = 1, f(3) = 17.$$

Suy ra $1 \leq f(x) \leq 17, \forall x \in [-4; -1]$.

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \leq 0 \\ x^3 + 3x^2 - 9x - 10 > 0 \end{cases}$ là $S = [-4; -1]$.

- Câu 38. [0H3.2-3]** Cho hai điểm $A(3; 0), B(0; 4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là
- A. $x^2 + y^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0$. D. $x^2 + y^2 = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có đường tròn ở phương án A, D có tâm $O(0; 0)$ nên không thỏa mãn bài ra.

Đường tròn ở phương án B có tâm $I(1; 1)$ và bán kính $r = 1$.

Đường thẳng AB có phương trình $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow d(I; AB) = d(I, OA) = d(I, OA) = 1 = r$

Do đó đáp án B đúng.

Đáp án C loại vì $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$.

- Câu 39. [1D2.2-3]** Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?
- A. $1 + 2C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + 2A_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4$.
B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.
C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.
D. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.

Lời giải

Chọn A.

Số gồm 5 chữ số 1 có C_{2017}^4 .

Số gồm 3 chữ số 1 và 1 chữ số 2 có $1.C_{2017}^3 + 1.C_{2017}^2.C_{2015}^1$.

Số gồm 2 chữ số 1 và 1 chữ số 3 có $1.C_{2017}^2 + 1.A_{2017}^2$.

Số gồm 1 chữ số 1 và 1 chữ số 4 có $2.C_{2017}^1$.

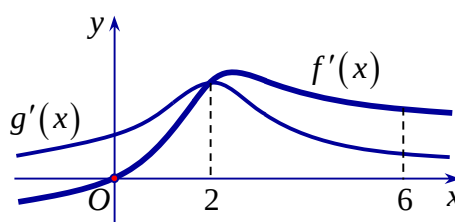
Số gồm 1 chữ số 2 và 1 chữ số 3 có $2.C_{2017}^1$.

Số gồm 1 chữ số 1 và 2 chữ số 2 có $1.C_{2017}^2 + 1.A_{2017}^2$.

Số gồm 1 chữ số 5 có 1.

Vậy tổng cộng có $1 + 2C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + 2A_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4$ số thỏa mãn.

Câu 40. [2D1.3-3] Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ lần lượt là

A. $h(2)$, $h(6)$. **B.** $h(6)$, $h(2)$. **C.** $h(0)$, $h(2)$. **D.** $h(2)$, $h(0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $h'(x) = f'(x) - g'(x)$. Do đó $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow x = 2$.

x	0	2	6
$h'(x)$		0	+
$h(x)$	$h(0)$	$h(2)$	$h(6)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min_{[0;6]} h(x) = h(2)$.

Mặt khác: $f(0) - f(6) < g(0) - g(6) \Leftrightarrow f(0) - g(0) < f(6) - g(6) \Leftrightarrow h(0) < h(6)$.

Vậy $\max_{[0;6]} h(x) = h(6)$.

Câu 41. [2D1.4-4] Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Tiếp tuyến Δ của (C) tại M cắt các đường tiệm cận tại A và B sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó tiếp tuyến Δ của (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất thuộc khoảng nào?

A. $(29; 30)$. **B.** $(27; 28)$. **C.** $(26; 27)$. **D.** $(28; 29)$.

Lời giải

Chọn B.

▪ Gọi $M\left(x_0; \frac{2x_0-1}{x_0-2}\right) \in (C), (x_0 \neq 2)$.

Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng: $\Delta: y = -\frac{3(x-x_0)}{(x_0-2)^2} + \frac{2x_0-1}{x_0-2}$.

▪ Giao điểm của Δ với tiệm cận đứng là $A\left(2; \frac{2x_0+2}{x_0-2}\right)$.

▪ Giao điểm của Δ với tiệm cận ngang là $B(2x_0-2; 2)$.

▪ Xét $\begin{cases} x_A + x_B = 2 + 2x_0 - 2 = 2x_0 \\ y_A + y_B = \frac{2x_0+2}{x_0-2} + 2 = 2 \cdot \frac{2x_0-1}{x_0-2} = 2y_0 \end{cases} \Rightarrow M$ là trung điểm của AB .

▪ ΔIAB vuông tại I nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB .

$$\Rightarrow S = \pi R^2 = \pi IM^2 = \pi \left[(x_0-2)^2 + \left(\frac{2x_0-1}{x_0-2} - 2 \right)^2 \right] = \pi \left[(x_0-2)^2 + \frac{9}{(x_0-2)^2} \right] \geq 6\pi$$

▪ Dấu "=" xảy ra khi $(x_0-2)^2 = \frac{9}{(x_0-2)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \sqrt{3}+2 \Rightarrow y_0 = \sqrt{3}+2 \\ x_0 = -\sqrt{3}+2 \Rightarrow y_0 = -\sqrt{3}+2 \end{cases}$.

▪ Với $x_0 = \sqrt{3}+2 \Rightarrow \Delta: y = -x + 2\sqrt{3} + 4$ cắt 2 trục tọa độ tại $E(0; 2\sqrt{3}+4)$ và

$$F(2\sqrt{3}+4; 0), \text{ suy ra } S_{OEF} = \frac{1}{2}OE \cdot OF = 14 + 8\sqrt{3} \approx 27,8564$$

▪ Với $x_0 = -\sqrt{3}+2 \Rightarrow \Delta: y = -x - 2\sqrt{3} + 4$ cắt 2 trục tọa độ tại $E(0; -2\sqrt{3}+4)$ và

$$F(-2\sqrt{3}+4; 0), \text{ suy ra } S_{OEF} = \frac{1}{2}OE \cdot OF = 14 - 8\sqrt{3} \approx 0,1435.$$

Câu 42. [0D4.1-4] Giải phương trình: $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ ta được một nghiệm $x = \frac{a + \sqrt{b}}{c}$,

$a, b, c \in \mathbb{N}, b < 20$. Tính giá trị biểu thức $P = a^3 + 2b^2 + 5c$.

A. $P = 61$.

B. $P = 109$.

C. $P = 29$.

D. $P = 73$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x \geq 1$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \sqrt{x - \frac{1}{x}} = \sqrt{1 \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)} \stackrel{\text{CosI}}{\leq} \frac{1 + x - \frac{1}{x}}{2} \\ \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{1}{x} \cdot (x-1)} \stackrel{\text{CosI}}{\leq} \frac{\frac{1}{x} + x - 1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Cộng vế với vế ta thu được } \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \leq x.$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} 1 = x - \frac{1}{x} \\ \frac{1}{x} = x - 1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Vậy $a=1, b=5, c=2$ suy ra $P=a^3+2b^2+5c=1+50+10=61$

Câu 43. [1D2.2-2] Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 12.

B. 8.

C. 10.

D. 6.

Lời giải

Chọn A.

Do $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng nên ta có

$$C_{14}^k + C_{14}^{k+2} = 2C_{14}^{k+1} \quad (\text{Điều kiện } k \in \mathbb{N}, k \leq 12) \Leftrightarrow C_{14}^k + C_{14}^{k+1} + C_{14}^{k+1} + C_{14}^{k+2} = 4C_{14}^{k+1}$$

$$\Leftrightarrow C_{16}^{k+2} = 4C_{14}^{k+1} k^2 - 12k + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k=8 \\ k=4 \end{cases}$$

Vậy $S = \{4, 8\}$. Suy ra tổng tất cả các phần tử của S là 12

Câu 44. [2H1.3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=SA=a, AD=a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC , gọi I là giao điểm của BM và AC . Tỷ số $\frac{V_{AMNI}}{V_{SABCD}}$ là

A. $\frac{1}{7}$.

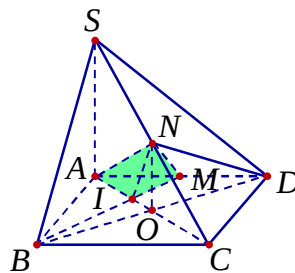
B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{24}$.

Lời giải

Chọn D.



Vì I là giao điểm của BM và AC nên I là trọng tâm tam giác ABD , do đó $AI = \frac{1}{3}AC$

Cách 1: Ta có: $\frac{V_{AMNI}}{V_{ADNC}} = \frac{AM}{AD} \cdot \frac{AI}{AC} = \frac{1}{6}$

Mà: $V_{ADNC} = \frac{1}{2}V_{SABC} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD}$

Vậy $V_{AMNI} = \frac{1}{24}V_{S.ABCD} \Leftrightarrow \frac{V_{AMNI}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{24}$.

Cách 2: Ta có ON là đường trung bình của ΔSAC , suy ra $ON = \frac{1}{2}SA \Rightarrow \frac{ON}{SA} = \frac{1}{2}$.

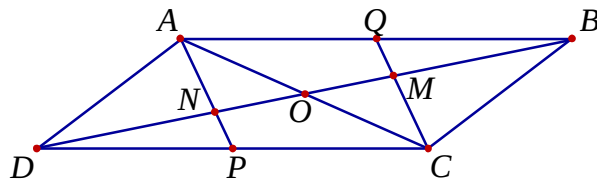
Lại có $S_{AIM} = \frac{1}{3}S_{ABM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{ABD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{12} \cdot S_{ABCD} \Rightarrow \frac{S_{AIM}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{12}$.

Suy ra $\frac{V_{AMNI}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot ON \cdot S_{AIM}}{\frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD}} = \frac{ON}{SA} \cdot \frac{S_{AIM}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$.

- Câu 45. [1H1.1-2]** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O , $ABCD$ không là hình thoi. Trên đường chéo BD lấy hai điểm M, N sao cho $BM = MN = ND$. Gọi P, Q là giao điểm của AN và CD ; CM và AB . Tìm mệnh đề **sai**:
- A. M là trọng tâm tam giác ABC .
 B. P và Q đối xứng qua O .
 C. M và N đối xứng qua O .
 D. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Lời giải

Chọn D.



Do $BM = MN = ND$ nên $BM = \frac{1}{3}BD = \frac{2}{3}BO$.

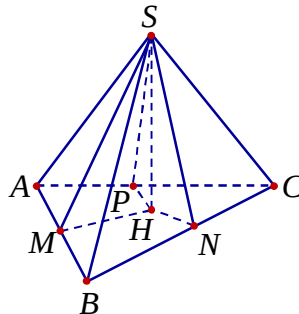
Vậy M là trọng tâm tam giác ABC , mà $ABCD$ không là hình thoi nên tam giác ABC không đều, do đó M không là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- Câu 46. [2H1.2-2]** Cho hình chóp $S.ABC$, có $AB = 5$ cm, $BC = 6$ cm, $AC = 7$ cm. Các mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp bằng

- A. $\frac{105\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$. B. $24\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. C. $8\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. D. $\frac{35\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi S, p, r lần lượt là diện tích, nửa chu vi và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Ta có: $p = \frac{5+6+7}{2} = 9$; $S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} = 6\sqrt{6}$; $r = \frac{S}{p} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của S trên mp(ABC). Kẻ $HM \perp AB, HN \perp BC, HP \perp CA$ ta được các góc tạo bởi các mặt bên và đáy là $\widehat{SMH} = \widehat{SNH} = \widehat{SPH} = 60^\circ$.

Ta có: $SH = HM \cdot \tan 60^\circ = HN \cdot \tan 60^\circ = HP \cdot \tan 60^\circ$ do đó $HM = HN = HP = r$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3}$.

- Câu 47. [1D5.4-3]** Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ có đồ thị (C) và điểm $A(1; a)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để có đúng hai tiếp tuyến của (C) đi qua A ?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ xác định trên $\mathbb{R}$, $y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$.

Gọi k là hệ số góc của đường thẳng Δ đi qua $A(1; a)$.

Phương trình Δ : $y = k(x-1) + a$.

Đường thẳng Δ tiếp xúc với đồ thị (C) khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 3} = k(x-1) + a & (1) \\ \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = k & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta được: $\sqrt{x^2 - 2x + 3} = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}(x-1) + a$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + a\sqrt{x^2 - 2x + 3} \Leftrightarrow a\sqrt{x^2 - 2x + 3} = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} \quad (3)$$

Qua A có đúng hai tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow$ phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$, ta có: $f'(x) = \frac{-2(x-1)}{(x^2 - 2x + 3)\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	0	$\sqrt{2}$	0

Từ bảng biến thiên ta kết luận: phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a \in (0; \sqrt{2}]$ mà a nguyên nên $a = 1$.

Câu 48. [2D1.4-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
y'		0		0	
y	$+\infty$	2	$+\infty$	3	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên phương trình $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt.

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 49. [2D1.3-4] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right|$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } g(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x+1}; g'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (1; 2) \\ x = -2 \notin (1; 2) \end{cases}$$

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right|$ trên $[1; 2]$ là $f(1)$ hoặc $f(2)$

$$\text{Trường hợp 1: } f(1) = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{1+m+m}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Khi $m = \frac{3}{2}$ ta có $f(2) = \frac{17}{6} > 2$ (loại)

Khi $m = -\frac{5}{2}$ ta có $f(2) = \frac{7}{6} < 2$ (nhận)

$$\text{Trường hợp 2: } f(2) = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{4+2m+m}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = -\frac{10}{3} \end{cases}$$

Khi $m = \frac{2}{3}$ ta có $f(1) = \frac{7}{6} < 2$ (nhận)

Khi $m = -\frac{10}{3}$ ta có $f(2) = \frac{17}{6} > 2$ (loại)

Vậy có hai giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50. [0D3.3-4] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 - 3x - 2 = 0 & (1) \\ x^2 + \sqrt{1-x^2} - 3\sqrt{2y-y^2} + m = 0 & (2) \end{cases}$$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hệ phương trình trên có nghiệm?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow x^3 - 3x = (y-1)^3 - 3(y-1) (*)$$

Xét hàm số $g(t) = t^3 - 3t$ trên $[-1; 1]$

$$g'(t) = 3t^2 - 3 \leq 0 \text{ suy ra hàm số } g(t) \text{ nghịch biến trên } (-1; 1)$$

Do đó $(*) \Leftrightarrow x = y - 1 \Leftrightarrow y = x + 1$ thế vào (2) ta được $x^2 - 2\sqrt{1-x^2} + m = 0$

$$\Leftrightarrow m = 2\sqrt{1-x^2} - x^2 \quad (3)$$

Xét hàm số $f(x) = 2\sqrt{1-x^2} - x^2$ trên $[-1;1]$

$$f'(x) = \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}} - 2x = -2x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right), \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Ta có bảng biến thiên

x	-1	0	1
$f'(x)$		0	
		+	-
$f(x)$	-1	1	-1

Phương trình (3) có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq m \leq 1$

Vậy có ba giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

-----HẾT-----