

CHUYÊN ĐỀ HÀM SỐ 12

Trường THPT Đức Bình Kiều.

Tài liệu luyện thi Đại Học 2010

Bài tập số 1: Cho hàm số: $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm hai tiệm cận, tiếp tuyến tại

M bất kì thuộc (C) cắt hai tiệm cận tại A và B. Chứng minh rằng M là trung điểm AB và diện tích tam giác IAB không phụ thuộc vào vị trí của điểm M trên (C).

Bài tập số 2: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C). Tìm trên đường thẳng $y = -2$ các điểm từ đó có thể kẻ đến đồ thị hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

Bài tập số 3: Cho hàm số $y = 4x^3 + mx$, xác định m để $|y| \leq 1$ khi $|x| \leq 1$

Bài tập số 4: Định m để $(C_m): y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$ cắt (d): $y = 1$ tại ba điểm phân biệt C(0;1), D và E, đồng thời tiếp tuyến của (C_m) tại D và C vuông góc với nhau.

Bài tập số 5: Tìm những điểm M Î d: $y = -1$ sao cho từ M có thể kẻ đến đồ thị (H): $y = \frac{2x^2 + x}{x + 1}$ đúng một tiếp tuyến.

Bài tập số 6: Tìm những điểm M Î d: $y = 2$ sao cho từ M có thể kẻ đến đồ thị (C): $y = x^3 - 3x$ ba tiếp tuyến.

Bài tập số 7: Viết phương trình Parabol (P) đi qua điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị (C): $y = \frac{x^2 - x + 4}{x - 1}$ và tiếp xúc với đường thẳng D : $y = -4$

Bài tập số 8: Viết phương trình Parabol (P) đi qua điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị (C): $y = \frac{x^2 - x + 9}{x - 1}$ và tiếp xúc với đường thẳng D : $2x - y - 10 = 0$

Bài tập số 9: Tìm các điểm có tọa độ nguyên, nếu có của đồ thị (C): $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x - 1}$

Bài tập số 10: Tìm các điểm M trong mặt phẳng (Oxy) sao cho từ M có thể kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc với nhau đến đồ thị (C): $y = \frac{x^2}{x - 1}$

Bài tập số 11: Tìm điều kiện của a và b để đường thẳng (d): $y = ax + b$ cắt đồ thị (C): $y = \frac{x^2 - 5x - 2}{x + 1}$ tại hai điểm A và B mà chúng ở hai nhánh khác nhau của (C).

Bài tập số 12: Tìm trên (C): $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ những điểm có tổng khoảng cách từ đó đến hai tiệm cận là bé nhất

Bài tập số 13: Cho hàm số $y = x^3 - 3ax^2 + 4a^3$

1. Tìm a để cực đại, cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$

2. Tìm a để đường thẳng $y = x$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt A, B, C với $AB = BC$

Bài tập số 14: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 1$. Tìm a để đồ thị hàm số f(x) cắt đồ thị hàm số

$g(x) = a(3x^2 - 3ax + a)$ tại ba điểm phân biệt với hoành độ dương

Bài tập số 15: Tìm các điểm M trên đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$, sao cho từ M chỉ kẻ được duy nhất một tiếp tuyến với (C)

Bài tập số 16: Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 9x + 4$ (1)

Tìm điều kiện của tham số m để trên đồ thị hàm số (1) có một cặp điểm đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O

Bài tập số 17: Cho hàm số $y = x^3 + (1 - m)x^2 - m^2$. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.

Bài tập số 18: Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 - 9x - 9m$. Xác định m để đồ thị của hàm số tiếp xúc với trục hoành

Bài tập số 19: Cho hàm số $y = 2x^3 + mx^2 - 12x - 13$. Xác định m để đồ thị hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu và các điểm này các đều trục tung.

Bài tập số 20: Cho hàm số $y = x^3 - (m + 3)x^2 + mx + m + 5$ (1)

Tìm điều kiện của tham số m để trên đồ thị hàm số (1) có hai điểm đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O

Bài tập số 21: Cho hàm số $y = mx^3 - (2m - 1)x^2 + (m - 2)x - 2$ (C_m). Chứng minh rằng họ đường cong (C_m) điều tiếp xúc với nhau.

Bài tập số 22: Chứng minh rằng: $\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \leq \frac{|a|+|b|}{1+|a|+|b|}$

Bài tập số 23: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$. Tìm trong tất cả các tiếp tuyến với đồ thị hàm số tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

Bài tập số 24: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$. Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt, trong đó có đúng hai điểm có hoành độ âm.

Bài tập số 25: Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 1$. Xác định m để đồ thị hàm số có hai cực trị và đường thẳng nối hai điểm cực trị vuông góc với đường thẳng $y = x$

Bài tập số 26: Tìm các giá trị của a để bất phương trình: $x^4 + ax^3 - (2a + 1)x^2 + ax + 1 > 0$ đúng với mọi x

Bài tập số 27: Cho hàm số: Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu đồng thời các cực đại và cực tiểu lập thành một tam giác đều.

Bài tập số 28: Cho hàm số: $y = f(x) = x^4 + 2mx^2 + m$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với $m = -1$
2. Tìm tất cả các giá trị của m , để $f(x) > 0$ với mọi x
3. Với các giá trị của m tìm được ở trên, chứng minh rằng: $f'(x) + f''(x) + f'''(x) + f^{(4)}(x) > 0$ với mọi x
($f^{(4)}(x)$ là kí hiệu đạo hàm cấp 4 của hàm số $f(x)$ tại điểm x)

Bài tập số 29: Cho hàm số $y = -x^4 + 2(m + 1)x^2 - 2m - 1$

1. Xác định m để hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt lập thành cấp số cộng
2. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) khi $m = 0$. Tìm tất cả các điểm thuộc trục tung sao cho từ đó có thể kẻ được 3 tiếp tuyến với đồ thị (C).

Bài tập số 30: Cho hàm số: (C_m): $y = x^4 + mx^2 - (m + 1)$ (m là tham số).

1. Tìm các điểm cố định của (C_m) khi m thay đổi.
2. Gọi A là tiếp điểm cố định có hoành độ dương của (C_m). Hãy tìm giá trị của m để tiếp tuyến với đồ thị tại A song song với đường thẳng $y = 2x$.

Bài tập số 31: Cho hàm số: (C_m): $y = x^4 - 2x^2 - 1$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình sau có 6 nghiệm phân biệt: $|x^4 - 2x^2 - 1| = \log_2 m$.

Bài tập số 32: Trên đường cong (C): $y = \frac{-x^2 + 2x - 5}{x - 1}$, hãy xác định ở mỗi nhánh một điểm sao cho khoảng cách giữa chúng là nhỏ nhất.

Bài tập số 33: Cho đường cong (C): $y = \frac{x+2}{x-1}$ và điểm M tùy ý trên (C), hạ MH , MK là khoảng cách từ đó đến hai tiệm cận đứng và ngang của (C), tiếp tuyến tại M với (C) cắt tiệm cận đứng và ngang tại E và F .

1. Chứng minh rằng $MH \cdot MK$ không đổi khi M lưu động trên (C).
2. Tìm M thuộc (C) sao cho tứ giác $MHIK$ có chu vi bé nhất với I là giao điểm của hai tiệm cận.
3. Chứng minh rằng tọa độ E , M , F lập thành một cấp số cộng.
4. Chứng minh rằng diện tích tam giác EIF không đổi khi M di động trên (C).
5. Xác định M thuộc (C) sao cho tổng $EI + IF$ là nhỏ nhất. Khi đó, tính chu vi tam giác EIF .