

BÀI 1. MỆNH ĐỀ

A. LÝ THUYẾT

1. Mệnh đề là gì?

Mệnh đề là một câu khẳng định **Đúng** hoặc **Sai**. Một câu khẳng định đúng gọi là một mệnh đề đúng, một câu khẳng định sai gọi là mệnh đề sai.

Một mệnh đề không thể vừa đúng hoặc vừa sai.

2. Mệnh đề phủ định

Cho mệnh đề P . Mệnh đề “Không phải P ” gọi là mệnh đề phủ định của P . Ký hiệu là $\bar{P}$. Nếu P đúng thì $\bar{P}$ sai, nếu P sai thì $\bar{P}$ đúng.

Ví dụ: P : “ $3 > 5$ ” thì $\bar{P}$: “ $3 \leq 5$ ”

3. Mệnh đề kéo theo và mệnh đề đảo

Cho 2 mệnh đề P và Q . Mệnh đề “Nếu P thì Q ” gọi là mệnh đề kéo theo. Ký hiệu là $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng Q sai, và đúng trong các trường hợp còn lại.

Cho mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Khi đó mệnh đề $Q \Rightarrow P$ gọi là mệnh đề đảo của $P \Rightarrow Q$.

4. Mệnh đề tương đương

Cho 2 mệnh đề P và Q . Mệnh đề “ P nếu và chỉ nếu Q ” gọi là mệnh đề tương đương, ký hiệu $P \Leftrightarrow Q$. Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi cả hai mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng và sai trong các trường hợp còn lại.

5. Khái niệm mệnh đề chứa biến

Ví dụ: Xét câu sau: “ n chia hết cho 3”, với n là số tự nhiên.

6. Các kí hiệu $\forall$ và $\exists$

a) Kí hiệu $\forall$

Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$ với $x \in X$. Khi đó khẳng định “Với mọi x thuộc X , $P(x)$ đúng” (hay “ $P(x)$ đúng với mọi x thuộc X ”) (1) là một mệnh đề. Mệnh đề này đúng nếu với x_0 bất kỳ thuộc X sao cho $P(x_0)$ là mệnh đề đúng. Mệnh đề (1) được ký hiệu là “ $\forall x \in X, P(x)$ ” hoặc “ $\forall x \in X : P(x)$ ”. Kí hiệu $\forall$ đọc là “với mọi”

b) Kí hiệu $\exists$

Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$ với $x \in X$. Khi đó khẳng định “Tồn tại x thuộc X , $P(x)$ đúng” (2) là một mệnh đề. Mệnh đề này đúng nếu có x_0 thuộc X sao cho $P(x_0)$ là mệnh đề đúng. Mệnh đề (2) được ký hiệu là “ $\exists x \in X, P(x)$ ” hoặc “ $\exists x \in X : P(x)$ ”. Kí hiệu $\exists$ đọc là “tồn tại”.

7. Mệnh đề phủ định của mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall, \exists$

Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in X, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ”

Phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in X, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ”

Ví dụ: Cho x là số nguyên dương ; $P(x)$: “ x chia hết cho 6” ; $Q(x)$: “ x chia hết cho 3”

Ta có : • $P(10)$ là mệnh đề sai ; $Q(6)$ là mệnh đề đúng

- $\overline{P(x)}$: “ x không chia hết cho 6”
- Mệnh đề kéo theo $P(x) \Rightarrow Q(x)$ là mệnh đề đúng.
- “ $\exists x \in \mathbb{N}^*, P(x)$ ” đúng có phủ định là “ $\forall x \in \mathbb{N}^*, \overline{P(x)}$ ” có tính sai

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Nhận biết mệnh đề, mệnh đề chứa biến

1. Phương pháp

Mệnh đề là một câu khẳng định đúng hoặc một câu khẳng định sai.

- ☐ Một câu khẳng định đúng được gọi là một mệnh đề đúng, một câu khẳng định sai được gọi là mệnh đề sai.
- ☐ Câu hỏi, câu cảm thán hoặc câu chưa xác định được tính đúng sai thì không phải là mệnh đề.

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ: Các câu sau đây, câu nào là mệnh đề, câu nào không phải là mệnh đề? Nếu là mệnh đề hãy cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

- (1) Ở đây đẹp quá!
- (2) Phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ vô nghiệm
- (3) 16 không là số nguyên tố
- (4) Hai phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ và $x^2 - \sqrt{x+3} + 1 = 0$ có nghiệm chung.
- (5) Số π có lớn hơn 3 hay không?
- (6) Italia vô địch Worldcup 2006
- (7) Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng có diện tích bằng nhau.

Lời giải

Câu (1) và (5) không là mệnh đề (vì là câu cảm thán, câu hỏi)

Các câu (3), (4), (6), là những mệnh đề đúng

Câu (2) và (7) là những mệnh đề sai.

4. “Chị ơi, mấy giờ rồi?”.

Hỏi có bao nhiêu câu là mệnh đề?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mệnh đề là một khẳng định có tính đúng hoặc sai, không thể vừa đúng vừa sai.

Do đó 1,2 là mệnh đề và 3,4 không là mệnh đề.

Câu 5. Câu nào trong các câu sau không phải là mệnh đề?

A. π có phải là một số vô tỷ không?.

B. $2 + 2 = 5$.

C. $\sqrt{2}$ là một số hữu tỷ.

D. $\frac{4}{2} = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 6. Trong các câu sau, câu nào không phải là mệnh đề?

A. Buồn ngủ quá!

B. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau.

C. 8 là số chính phương.

D. Băng Cốc là thủ đô của Mianma.

Lời giải.

Chọn A

Câu cảm thán không phải là mệnh đề.

Câu 7. Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là không phải là mệnh đề?

a) Huế là một thành phố của Việt Nam.

b) Sông Hương chảy ngang qua thành phố Huế.

c) Hãy trả lời câu hỏi này!

d) $5 + 19 = 24$.

e) $6 + 81 = 25$.

f) Bạn có rồi tới nay không?

g) $x + 2 = 11$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Chọn C

Các câu c), f), g) không phải là mệnh đề

Câu 8: Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

- a) Hãy đi nhanh lên!
- b) Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.
- c) $5 + 7 + 4 = 15$.
- d) Năm 2018 là năm nhuận.

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Chọn B

Câu a) là câu cảm thán không phải là mệnh đề.

Câu 9: Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

- a) Cố lên, sắp đói rồi!
- b) Số 15 là số nguyên tố.
- c) Tổng các góc của một tam giác là 180° .
- d) x là số nguyên dương.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Chọn B

Câu a), d) không là mệnh đề.

Câu 10: Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

- A.** Đi ngủ đi!
- B.** Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới.
- C.** Bạn học trường nào?
- D.** Không được làm việc riêng trong giờ học.

Lời giải.

Chọn B

Câu 11: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A.** Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.

- B. Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
 C. Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.
 D. Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

Lời giải.

Chọn D

A là mệnh đề sai: Ví dụ: $1+3=4$ là số chẵn nhưng 1,3 là số lẻ.

B là mệnh đề sai: Ví dụ: $2.3=6$ là số chẵn nhưng 3 là số lẻ.

C là mệnh đề sai: Ví dụ: $1+3=4$ là số chẵn nhưng 1,3 là số lẻ.

Câu 12: Mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 + a > 0$ với a là số thực cho trước. Tìm a để mệnh đề đúng

- A. $a \leq 2$. B. $a < 2$. C. $a = 2$. D. $a > 2$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 + a > 0 \Leftrightarrow x^2 > 2 - a \Leftrightarrow 2 - a \leq 0 \Leftrightarrow a \leq 2$.

Câu 13: Với giá trị nào của x thì " $x^2 - 1 = 0, x \in \mathbb{N}$ " là mệnh đề **đúng**.

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = \pm 1$. D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn A

B. Không hiểu rõ câu hỏi và tập $\mathbb{N}$.

C. Không hiểu rõ câu hỏi và tập $\mathbb{N}$.

D. Không biết giải phương trình.

Dạng 2: Xét tính đúng sai của mệnh đề

1. Phương pháp

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho mệnh đề chứa biến $P(x): "3x+5 \leq x^2"$ với x là số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

- A. $P(3)$. B. $P(4)$. C. $P(1)$. D. $P(5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$P(3)$: " $3.3 + 5 \leq 3^2$ " $\Leftrightarrow$ " $14 \leq 9$ " là mệnh đề sai.

$P(4)$: " $3.4 + 5 \leq 4^2$ " $\Leftrightarrow$ " $17 \leq 16$ " là mệnh đề sai.

$P(1)$: " $3.1 + 5 \leq 1^2$ " $\Leftrightarrow$ " $8 \leq 1$ " là mệnh đề sai.

$P(5)$: " $3.5 + 5 \leq 5^2$ " $\Leftrightarrow$ " $20 \leq 25$ " là mệnh đề đúng.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 1 \Rightarrow x > -1$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 1 \Rightarrow x > 1$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x > -1 \Rightarrow x^2 > 1$.

D. $\forall x \in \mathbb{R}, x > 1 \Rightarrow x^2 > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$. Ta xét theo một chiều của mệnh đề ta thấy D đúng.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $6\sqrt{2}$ là số hữu tỷ.

B. Phương trình $x^2 + 7x - 2 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu.

C. 17 là số chẵn.

D. Phương trình $x^2 + x + 7 = 0$ có nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình $x^2 + 7x - 2 = 0$ có $a.c = 1.(-2) < 0$ nên nó có 2 nghiệm trái dấu.

Vậy mệnh đề ở phương án B là mệnh đề đúng. Các mệnh đề còn lại đều sai.

Câu 4: Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề đúng?

A. Nếu $a \geq b$ thì $a^2 \geq b^2$.

B. Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.

C. Nếu em chăm chỉ thì em thành công.

D. Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó đều.

Lời giải.

Chọn B

Mệnh đề A là một mệnh đề sai vì $b \leq a < 0$ thì $a^2 \leq b^2$.

Mệnh đề B là mệnh đề đúng. Vì $a:9 \Rightarrow \begin{cases} a=9n, n \in \mathbb{Z} \\ 9:3 \end{cases} \Rightarrow a:3$.

Câu C chưa là mệnh đề vì chưa khẳng định được tính đúng, sai.

Mệnh đề D là mệnh đề sai vì chưa đủ điều kiện để khẳng định một tam giác là đều.

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

A. $-\pi < -2 \Leftrightarrow \pi^2 < 4$.

B. $\pi < 4 \Leftrightarrow \pi^2 < 16$.

C. $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow 2\sqrt{23} < 2.5$.

D. $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow -2\sqrt{23} > -2.5$.

Lời giải.

Chọn A

Xét đáp án A. Ta có: $\pi^2 < 4 \Leftrightarrow |\pi| < 2 \Leftrightarrow -2 < \pi < 2$. Suy ra A sai.

Câu 6: Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề nào đúng?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$.

C. $\exists r \in \mathbb{Q}, r^2 = 7$.

D. $\forall n \in \mathbb{N}, n+4$ chia hết cho 4.

Lời giải

Chọn A

A: Đúng vì $x^2 \geq 0$ nên $x^2 + 1 > 0$.

B: HS hiểu nhầm mọi số bình phương đều lớn hơn chính nó.

C: HS hiểu nhầm $\sqrt{7} \in \mathbb{Q}$.

Câu 7: Hỏi trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. " $\forall x \in \mathbb{R}, x > 3 \Rightarrow x^2 > 9$ ".

B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x > -3 \Rightarrow x^2 > 9$ ".

C. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 9 \Rightarrow x > 3$ ".

D. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 9 \Rightarrow x > -3$ ".

Lời giải

Chọn A

B, C, D sai là không biết mệnh đề kéo theo.

Câu 8: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\forall x \in \mathbb{R}$ sao cho $x+1 > x$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}$ sao cho $|x| = x$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}$ sao cho $x-3 = x^2$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}$ sao cho $x^2 < 0$.

Lời giải

Chọn A

- A: Đúng vì VT luôn lớn hơn VP 1 đơn vị.
 B: HS nhầm trong tập hợp số tự nhiên.
 C: HS nhầm là tìm được x ở VT để được số chính phương ở VP.
 D: HS nhầm ở số 0.

Dạng 3: Phủ định của mệnh đề

1. Phương pháp

Cho mệnh đề P . Mệnh đề “Không phải P ” gọi là mệnh đề phủ định của P . Ký hiệu là $\bar{P}$. Nếu P đúng thì $\bar{P}$ sai, nếu P sai thì $\bar{P}$ đúng.

Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$ với $x \in X$

- ☐ Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\forall x \in X, P(x)$ " là " $\exists x \in X, P(x)$ "
- ☐ Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\exists x \in X, P(x)$ " là " $\forall x \in X, P(x)$ "

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1: Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau, cho biết mệnh đề này đúng hay sai?

P : "Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau"

Q : "6 là số nguyên tố"

R : "Tổng hai cạnh của một tam giác lớn hơn cạnh còn lại"

S : " $5 > -3$ "

K : "Phương trình $x^4 - 2x^2 + 2 = 0$ có nghiệm"

H : " $(\sqrt{3} - \sqrt{12})^2 = 3$ "

Lời giải

Ta có các mệnh đề phủ định là

$\bar{P}$: "Hai đường chéo của hình thoi không vuông góc với nhau", mệnh đề này sai

$\bar{Q}$: "6 không phải là số nguyên tố", mệnh đề này đúng

$\bar{R}$: "Tổng hai cạnh của một tam giác nhỏ hơn hoặc bằng cạnh còn lại", mệnh đề này sai

$\bar{S}$: " $5 \leq -3$ ", mệnh đề này sai

Ví dụ 2: Cho mệnh đề chứa biến " $P(x) : x > x^3$ ", xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $P(1)$ b) $P\left(\frac{1}{3}\right)$ c) $\forall x \in N, P(x)$ d) $\exists x \in N, \overline{P(x)}$

Lời giải

- a) Ta có $P(1) : 1 > 1^3$ đây là mệnh đề sai
- b) Ta có $P\left(\frac{1}{3}\right) : \frac{1}{3} > \left(\frac{1}{3}\right)^3$ đây là mệnh đề đúng
- c) Ta có $\forall x \in N, x > x^3$ là mệnh đề sai vì $P(1)$ là mệnh đề sai
- d) Ta có $\exists x \in N, x \leq x^3$ là mệnh đề đúng vì $x - x^3 = x(1 - x)(1 + x) \leq 0$ với mọi số tự nhiên.

Ví dụ 3: Dùng các kí hiệu để viết các câu sau $\square$ và viết mệnh đề phủ định của nó.

- a) Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho sáu
- b) Với mọi số thực bình phương của nó là một số không âm.
- c) Có một số nguyên mà bình phương của nó bằng chính nó.
- d) Có một số hữu tỉ mà nghịch đảo của nó lớn hơn chính nó.

Lời giải

- a) Ta có $P : \forall n \in N, n(n+1)(n+2) : 6$, mệnh đề phủ định là $\overline{P} : \exists n \in N, n(n+1)(n+2) \not: 6$.
- b) Ta có $Q : \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$, mệnh đề phủ định là $\overline{Q} : \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$
- c) Ta có $R : \exists n \in Z, n^2 = n$, mệnh đề phủ định là $\overline{R} : \forall n \in Z, n^2 \neq n$.
- d) $\exists q \in Q, \frac{1}{q} > q$, mệnh đề phủ định là $\forall q \in Q, \frac{1}{q} \leq q$.

Ví dụ 4: Xác định tính đúng sai của mệnh đề sau và tìm phủ định của nó :

- a) A : " $\forall x \in R, x^2 \geq 0$ "
- b) B: " Tồn tại số tự nhiên đều là số nguyên tố".
- c) C : " $\exists x \in N, x$ chia hết cho $x + 1$ "
- d) D: " $\forall n \in N, n^4 - n^2 + 1$ là hợp số "
- e) E: " Tồn tại hình thang là hình vuông ".
- f) F: " Tồn tại số thực a sao cho $a + 1 + \frac{1}{a+1} \leq 2$ "

Lời giải

a) Mệnh đề A đúng và $\overline{A} : \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$

b) Mệnh đề B đúng và $\overline{B} : \text{"Với mọi số tự nhiên đều không phải là số nguyên tố"}$

c) Mệnh đề C đúng vì cho $x = 0$ và $\overline{C} : \text{"}\forall x \in \mathbb{N}, x \nmid (x + 1)\text{"}$

d) Mệnh đề D sai vì với $n = 2$ ta có $n^4 - n^2 + 1 = 13$ không phải là hợp số

Mệnh đề phủ định là $\overline{D} : \text{"}\exists n \in \mathbb{N}, n^4 - n^2 + 1 \text{ là số nguyên tố"}$

e) Mệnh đề E đúng và $\overline{E} : \text{"Với mọi hình thang đều không là hình vuông"}$.

f) Mệnh đề F đúng và mệnh đề phủ định là $\overline{F} : \text{"Với mọi số thực } a \text{ thì } a + 1 + \frac{1}{a+1} > 2\text{"}$

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho mệnh đề: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$.

B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 < 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Chú ý: Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, p(x)$ " là " $\exists x \in \mathbb{R}, \overline{p(x)}$ ".

Câu 2. Cho mệnh đề "Có một học sinh trong lớp C4 không chấp hành luật giao thông". Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là

A. Không có học sinh nào trong lớp C4 chấp hành luật giao thông.

B. Mọi học sinh trong lớp C4 đều chấp hành luật giao thông.

C. Có một học sinh trong lớp C4 chấp hành luật giao thông.

D. Mọi học sinh trong lớp C4 không chấp hành luật giao thông.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Mệnh đề phủ định là "Mọi học sinh trong lớp C4 đều chấp hành luật giao thông".

Câu 3. Cho mệnh đề: "Có một học sinh trong lớp 10A không thích học môn Toán". Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là:

A. "Mọi học sinh trong lớp 10A đều thích học môn Toán".

Đáp án A đúng vì phủ định của " $\exists$ " là " $\forall$ " và phủ định của dấu "<" là dấu " $\geq$ ".

Đáp án B sai vì học sinh nhầm phủ định của dấu "<" là dấu ">".

Đáp án C sai vì học sinh không nhớ phủ định của " $\exists$ " là " $\forall$ " và phủ định dấu "<" là dấu " $\geq$ ".

Đáp án D sai vì học sinh không nhớ phủ định của " $\exists$ " là " $\forall$ ".

Câu 8: Mệnh đề phủ định của mệnh đề: $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 > 0$ là

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 \leq 0$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 \leq 0$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 < 0$.

D. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 < 0$.

Lời giải

Chọn A

B: HS quên biến đổi lượng từ.

C: HS quên trường hợp dấu bằng.

D: HS quên cả đổi lượng từ và dấu bằng.

Câu 9: Mệnh đề phủ định của mệnh đề “Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) vô nghiệm” là mệnh đề nào sau đây?

A. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có nghiệm.

B. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có 2 nghiệm phân biệt.

C. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có nghiệm kép.

D. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) không có nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Đáp án A đúng vì phủ định vô nghiệm là có nghiệm.

Đáp án B sai vì học sinh nhầm phủ định vô nghiệm là phương trình sẽ có 2 nghiệm phân biệt.

Đáp án C sai vì học sinh nhầm phủ định vô nghiệm là có 1 nghiệm tức nghiệm kép.

Đáp án D sai vì học sinh không hiểu câu hỏi của đề, học sinh nghĩ vô nghiệm là không có nghiệm.

Câu 10. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề: $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 > 0$.

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 < 0$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 < 0$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 \leq 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 \leq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 > 0$. Suy ra mệnh đề phủ định là $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 \leq 0$.

Câu 11. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > x$ ".

A. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x$.

B. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 > x$.

C. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x$.

D. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mệnh đề $A : "\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > x" \Rightarrow \bar{A} : "\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x"$.

Câu 12. Cho x là số tự nhiên. Phủ định của mệnh đề " $\forall x$ chẵn, $x^2 + x$ là số chẵn" là mệnh đề:

A. $\exists x$ lẻ, $x^2 + x$ là số lẻ.

B. $\exists x$ lẻ, $x^2 + x$ là số chẵn.

C. $\forall x$ lẻ, $x^2 + x$ là số lẻ.

D. $\exists x$ chẵn, $x^2 + x$ là số lẻ.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mệnh đề phủ định là " $\exists x$ lẻ, $x^2 + x$ lẻ".

Câu 13. Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{Q} : 2x^2 - 5x + 2 = 0$ " là

A. " $\exists x \in \mathbb{Q} : 2x^2 - 5x + 2 > 0$ ".

B. " $\exists x \in \mathbb{Q} : 2x^2 - 5x + 2 \neq 0$ ".

C. " $\forall x \in \mathbb{Q} : 2x^2 - 5x + 2 \neq 0$ ".

D. " $\forall x \in \mathbb{Q} : 2x^2 - 5x + 2 = 0$ ".

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{Q} : 2x^2 - 5x + 2 = 0$ " là " $\forall x \in \mathbb{Q} : 2x^2 - 5x + 2 \neq 0$ ".

Câu 14. Cho mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ ". Hỏi mệnh đề nào là mệnh đề phủ định của mệnh đề trên?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$.

B. $\nexists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \leq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ " là mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$ ".

Câu 15. Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 13 = 0$ " là

A. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 13 \neq 0$ ".

B. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 13 > 0$ ".

C. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 13 = 0$ ".

D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 13 \neq 0$ ".

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 13 = 0$ " là " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 13 \neq 0$ ".

Câu 16. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: " \forall x \in \mathbb{N}; x^2 + x - 1 > 0 "$.

A. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{N}; x^2 + x - 1 > 0 "$.

B. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{N}; x^2 + x - 1 \leq 0 "$.

C. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{N}; x^2 + x - 1 > 0 "$.

D. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{N}; x^2 + x - 1 \leq 0 "$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dạng 4: Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo và hai mệnh đề tương đương

1. Phương pháp

Cho 2 mệnh đề P và Q .

- ☐ Mệnh đề "Nếu P thì Q " gọi là mệnh đề kéo theo. Ký hiệu là $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng Q sai, và đúng trong các trường hợp còn lại.
- ☐ Cho mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Khi đó mệnh đề $Q \Rightarrow P$ gọi là mệnh đề đảo của $P \Rightarrow Q$.
- ☐ Mệnh đề " P nếu và chỉ nếu Q " gọi là mệnh đề tương đương, ký hiệu $P \Leftrightarrow Q$. Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi cả hai mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng và sai trong các trường hợp còn lại.

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1: Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.

a) P : " Tứ giác $ABCD$ là hình thoi" và Q : " Tứ giác $ABCD$ AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường"

b) P : " $2 > 9$ " và Q : " $4 < 3$ "

c) P : " Tam giác ABC vuông cân tại A" và Q : " Tam giác ABC có $\widehat{A} = 2\widehat{B}$ "

d) P : " Ngày 2 tháng 9 là ngày Quốc Khánh của nước Việt Nam" và Q : " Ngày 27 tháng 7 là ngày thương binh liệt sĩ"

Lời giải

a) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là " Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường", mệnh đề này đúng.

Mệnh đề đảo là $Q \Rightarrow P$: "Nếu tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì $ABCD$ là hình thoi ", mệnh đề này sai.

b) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là " Nếu $2 > 9$ thì $4 < 3$ ", mệnh đề này đúng vì mệnh đề P sai.

Mệnh đề đảo là $Q \Rightarrow P$: " Nếu $4 < 3$ thì $2 > 9$ ", mệnh đề này đúng vì mệnh đề Q sai.

c) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là " Nếu tam giác ABC vuông cân tại A thì $\hat{A} = 2\hat{B}$ ", mệnh đề này đúng

Mệnh đề đảo là $Q \Rightarrow P$: " Nếu tam giác ABC có $\hat{A} = 2\hat{B}$ thì nó vuông cân tại A ", mệnh đề này sai

d) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là " Nếu ngày 2 tháng 9 là ngày Quốc Khánh của nước Việt Nam thì ngày 27 tháng 7 là ngày thương binh liệt sĩ"

Mệnh đề đảo là $Q \Rightarrow P$: " Nếu ngày 27 tháng 7 là ngày thương binh liệt sĩ thì ngày 2 tháng 9 là ngày Quốc Khánh của nước Việt Nam"

Hai mệnh đề trên đều đúng vì mệnh đề P, Q đều đúng

Ví dụ 2: Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ bằng hai cách và xét tính đúng sai của nó

a) P : "Tứ giác $ABCD$ là hình thoi" và Q : " Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau"

b) P : " Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 3x} > 1$ có nghiệm" và Q : " $\sqrt{(-1)^2 - 3 \cdot (-1)} > 1$ "

Lời giải

a) Ta có mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề $P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P$ đều đúng và được phát biểu bằng hai cách như sau:

"Tứ giác $ABCD$ là hình thoi khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau" và

"Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nếu và chỉ nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau"

b) Ta có mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề P, Q đều đúng (do đó mệnh đề $P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P$ đều đúng) và được phát biểu bằng hai cách như sau:

" Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 3x} > 1$ có nghiệm khi và chỉ khi $\sqrt{(-1)^2 - 3 \cdot (-1)} > 1$ " và

" Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 3x} > 1$ có nghiệm nếu và chỉ nếu $\sqrt{(-1)^2 - 3 \cdot (-1)} > 1$ "

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho định lí “Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích chúng bằng nhau”. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần để diện tích chúng bằng nhau.
- B. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần và đủ để chúng có diện tích bằng nhau.
- C. Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện đủ để chúng bằng nhau.
- D. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để diện tích chúng bằng nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

- ♦ “Hai tam giác bằng nhau” là điều kiện đủ. ♦ “Diện tích bằng nhau” là điều kiện cần.

Câu 2. Cho $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề đúng. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\bar{P} \Leftrightarrow Q$ sai. B. $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ đúng. C. $\bar{Q} \Leftrightarrow P$ sai. D. $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ sai.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $P \Leftrightarrow Q$ đúng nên $P \Rightarrow Q$ đúng và $Q \Rightarrow P$ đúng.

Do đó $\bar{P} \Rightarrow \bar{Q}$ đúng và $\bar{Q} \Rightarrow \bar{P}$ đúng.

Vậy $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ đúng.

Câu 3. Cho P là mệnh đề đúng, Q là mệnh đề sai, chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $P \Rightarrow \bar{P}$. B. $P \Leftrightarrow Q$. C. $\overline{P \Rightarrow Q}$. D. $\bar{Q} \Rightarrow \bar{P}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

P là mệnh đề đúng, Q là mệnh đề sai nên mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề sai, do đó $\overline{P \Rightarrow Q}$ là mệnh đề đúng.

Câu 4: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào có **mệnh đề đảo** là đúng?

- A. Nếu a và b cùng chia hết cho c thì $a + b$ chia hết cho c .
- B. Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích bằng nhau.
- C. Nếu a chia hết cho 3 thì a chia hết cho 9.

D. Nếu một số tận cùng bằng 0 thì số đó chia hết cho 5.

Lời giải

Chọn C

Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3 là mệnh đề đúng.

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào không phải là định lí?

A. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2$ chia hết cho 3 $\Rightarrow x$ chia hết cho 3.

B. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2$ chia hết cho 6 $\Rightarrow x$ chia hết cho 3.

C. $\forall x \in \mathbb{N}, x^2$ chia hết cho 9 $\Rightarrow x$ chia hết cho 9.

D. $\exists x \in \mathbb{N}, x$ chia hết cho 4 và 6 $\Rightarrow x$ chia hết cho 12.

Lời giải

Chọn D

Định lý sẽ là: $\forall x \in \mathbb{N}, x$ chia hết cho 4 và 6 $\Rightarrow x$ chia hết cho 12.

Câu 6: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là định lí?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x > -2 \Rightarrow x^2 > 4$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$.

D. Nếu $a + b$ chia hết cho 3 thì a, b đều chia hết cho 3.

Lời giải

Chọn B

Dạng 5: Mệnh đề với kí hiệu với mọi, tồn tại

1. Phương pháp

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Tìm mệnh đề sai.

A. " $\forall x; x^2 + 2x + 3 > 0$ ".

B. " $\forall x; x^2 \geq x$ ".

C. " $\exists x; x^2 + 5x + 6 = 0$ ".

D. " $\exists x; x < \frac{1}{x}$ ".

Lời giải.

Chọn B.

Chọn $x = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 < x$. Vậy mệnh đề B sai

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$.

B. $\exists n \in \mathbb{N}, n < 0$.

C. $\exists n \in \mathbb{Q}, x^2 = 2$.

D. $\forall x \in \mathbb{Z}, \frac{1}{x} > 0$.

Lời giải

Chọn A

Chọn A Vì $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 3. Mệnh đề nào sau là mệnh đề **sai**?

A. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$.

B. $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$

C. $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$.

D. $\forall n \in \mathbb{N}$ thì $n \leq 2n$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $0 \in \mathbb{R}$ và $0^2 = 0$ nên mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ là mệnh đề sai.

Câu 4. Chọn mệnh đề **sai**.

A. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ ". B. " $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$ ". C. " $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$ ". D. " $\exists x \in \mathbb{R} : x < 1$ ".

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Với $x = 0 \in \mathbb{R}$ thì $x^2 = 0$ nên " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ " sai.

Câu 5. Tìm mệnh đề đúng.

A. " $\exists x; x^2 + 3 = 0$ "

B. " $\exists x; x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ "

C. " $\forall x \in \mathbb{Z}; x^5 > x^2$ ".

D. " $\forall n \in \mathbb{N}; ((2n+1)^2 - 1) : 4$ "

Lời giải.

Chọn C.

$(2n+1)^2 - 1 = 4n^2 + 4n = 4(n^2 + n) : 4; \forall n \in \mathbb{N}$. Vậy mệnh đề C đúng

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 11n + 2$ chia hết cho 11.

B. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 4.

C. Tồn tại số nguyên tố chia hết cho 5.

D. $\exists n \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 8 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Xét đáp án A. Khi $n = 3$ thì giá trị của $(n^2 + 11n + 2)$ bằng 44:11 nên đáp án A đúng

+ Xét đáp án B. Khi $n = 2k, k \in \mathbb{N} \Rightarrow n^2 + 1 = 4k^2 + 1$ không chia hết cho 4, $k \in \mathbb{N}$.

Khi $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \Rightarrow n^2 + 1 = (2k + 1)^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 2$ không chia hết cho 4, $k \in \mathbb{N}$.

+ Xét đáp án C. Tồn tại số nguyên tố 5 chia hết cho 5 nên đáp án C đúng

+ Xét đáp án D. Phương trình $2x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2; x = 2 \in \mathbb{Z}$ nên đáp án D đúng.

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 \neq x-1$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.

C. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 4.

D. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

A sai vì với $x = 1$ thì $(x-1)^2 = x-1$.

B sai vì khi $x = -4 < 3$ nhưng $|x| = 4 > 3$.

C sai vì

☐ Nếu $n = 2k (k \in \mathbb{N})$ thì $n^2 + 1 = 4k^2 + 1$ số này không chia hết cho 4.

☐ Nếu $n = 2k + 1 (k \in \mathbb{N})$ thì $n^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 2$ số này cũng không chia hết cho 4.

D đúng vì

☐ Nếu $n = 3k (k \in \mathbb{N})$ thì $n^2 + 1 = 9k^2 + 1$ số này không chia hết cho 3.

☐ Nếu $n = 3k \pm 1 (k \in \mathbb{N}^*)$ thì $n^2 + 1 = 9k^2 \pm 6k + 2$ số này không chia hết cho 3.

BÀI 2. TẬP HỢP

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

I. Khái niệm tập hợp

1. Tập hợp và các phần tử

Tập hợp là một khái niệm của toán học, không có định nghĩa.

Tập hợp thường được ký hiệu bởi các chữ A, B,....

Phần tử a thuộc tập hợp A ta viết $a \in A$. Nếu phần tử a không thuộc A ta viết là $a \notin A$

2. Cách xác định tập hợp

Có 2 cách trình bày tập hợp

- Liệt kê các phần tử : VD : $A = \{a; 1; 3; 4; b\}$ hoặc $N = \{0; 1; 2 \dots\}$
- Chỉ rõ tính chất đặc trưng của các phần tử trong tập hợp có dạng $A = \{x \mid x \in P(x)\}$.

Ví dụ: $A = \{x \in N \mid x \text{ lẻ và } x < 6\} \Rightarrow A = \{1; 3; 5\}$

3. Tập hợp rỗng

Tập hợp rỗng là tập hợp không chứa phần tử nào. Kí hiệu: $\emptyset$

II. Tập hợp con

Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì ta nói A là tập hợp con của tập B và viết là $A \subset B$

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B).$$

Nếu A không phải là tập con của B ta ký hiệu là: $A \not\subset B$

Ta có các tính chất sau:

- $A \subset A$ với mọi tập A
- Nếu $A \subset B$ và $B \subset C$ thì $A \subset C$
- $\emptyset \subset A$ với mọi tập A
- Cho $A \neq \emptyset$ có ít nhất 2 tập con là $\emptyset$ và A

III. Tập hợp bằng nhau

Khi tập $A \subset B$ và $B \subset A$ ta nói tập A bằng tập B và viết là $A = B$

$$A = B \Leftrightarrow (x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Tập hợp và các phần tử của tập hợp

1. Phương pháp

Cách liệt kê: Ghi tất cả các phần tử của tập hợp

Cách nêu tính chất đặc trưng: Từ tất cả các phần tử của tập hợp, nhận biết tính chất đặc trưng và ghi tính chất đặc trưng của các phần tử.

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1: Xác định các tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng

$$A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

$$B = \{0; 4; 8; 12; 16\}$$

$$C = \{1; 2; 4; 8; 16\}$$

Lời giải

Ta có các tập hợp A, B, C được viết dưới dạng nêu các tính chất đặc trưng là

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 4 \text{ và } x \leq 16\}$$

$$C = \{2^n \mid n \leq 4 \text{ và } n \in \mathbb{N}\}$$

Ví dụ 2: Cho tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2 + 2}{x} \in \mathbb{Z}\right\}$

a) Hãy xác định tập A bằng cách liệt kê các phần tử

b) Tìm tất cả các tập con của tập hợp A mà số phần tử của nó nhỏ hơn 3.

Lời giải

a) Ta có $\frac{x^2 + 2}{x} = x + \frac{2}{x} \in \mathbb{Z}$ với $x \in \mathbb{Z}$ khi và chỉ khi x là ước của 2 hay $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

$$\text{Vậy } A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$$

b) Tất cả các tập con của tập hợp A mà số phần tử của nó nhỏ hơn 3 là

Tập không có phần tử nào: $\emptyset$

Tập có một phần tử: $\{-2\}, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{2\}$

Tập có hai phần tử: $\{-2; -1\}, \{-2; 0\}, \{-2; 1\}, \{-2; 2\}, \{-1; 0\}$

$\{-1; 1\}, \{-1; 2\}, \{0; 1\}, \{0; 2\}, \{1; 2\}$.

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Trong các tập hợp sau đây, tập hợp nào có đúng một phần tử?

A. $\{x; y\}$.

B. $\{x\}$.

C. $\{x; \emptyset\}$.

D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$. Tập hợp A được viết dưới dạng liệt kê các phần tử là

A. $A = \{1; 2; 3; 4\}$.

B. $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

C. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

D. $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 0; x = 1; x = 2; x = 3; x = 4; x = 5$

Câu 3. Cho tập $X = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - 4)(x - 1) = 0\}$. Tính tổng S các phần tử của tập X.

A. $S = 4$.

B. $S = \frac{9}{2}$.

C. $S = 9$.

D. $S = 1$.

Lời giải

Chọn D

Các phần tử của tập hợp X là các nghiệm thực của phương trình $(x^2 - 4)(x - 1) = 0$.

Ta có: $(x^2 - 4)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 1 \end{cases}$

Do đó: $S = 2 + (-2) + 1 = 1$.

Câu 4. Tập hợp $X = \{2; 5\}$ có bao nhiêu phần tử?

A. 4.

B. Vô số.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Liệt kê phần tử của tập hợp $B = \{x \in \mathbb{N} \mid (2x^2 - x)(x^2 - 3x - 4) = 0\}$.

A. $B = \{-1; 0; 4\}$.

B. $B = \{0; 4\}$.

C. $B = \left\{-1; \frac{1}{2}; 0; 4\right\}$.

D. $B = \{0; 1; 4\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(2x^2 - x)(x^2 - 3x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - x = 0 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Mà $x \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

Câu 6. Cho $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $X = \{1\}$. B. $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$. C. $X = \left\{\frac{3}{2}\right\}$. D. $X = \{0\}$.

Lời giải

Chọn B

$$2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}.$$

Câu 7. Có bao nhiêu cách cho một tập hợp ?

- A. 2 . B. 4 . C. 3 . D. 1 .

Lời giải

Chọn A

Có hai cách cho một tập hợp :

+) Cách 1 : Liệt kê .

+) Cách 2 : Chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử .

Câu 8: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp rỗng?

- A. $\{x \in N / |x| < 1\}$. B. $\{x \in Z / 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$.
C. $\{x \in Q / x^2 - 4x + 2 = 0\}$. D. $\{x \in R / x^2 - 4x + 3 = 0\}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} / (2x^2 - x - 3)(x^2 - 4) = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} / x < 4\}$. Viết lại các tập A và B bằng cách liệt kê các phần tử.

- A. $A = \left\{-2; -1; 2; \frac{3}{2}\right\}$, $B = \{0; 1; 2; 3\}$. B. $A = \left\{-2; -1; 2; \frac{3}{2}\right\}$, $B = \{1; 2; 3; 4\}$.
C. $A = \{-2; -1; 2\}$, $B = \{0; 1; 2; 3\}$. D. $A = \{-2; -1; 2\}$, $B = \{1; 2; 3\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } (2x^2 - x - 3)(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x - 3 = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(2x-3) = 0 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

$$\text{Do } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-2; -1; 2\} \Rightarrow A = \{-2; -1; 2\}$$

$$B = \{0; 1; 2; 3\}$$

Câu 10. Tìm số phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} / (x-1)(x+2)(x^3-4x) = 0\}$.

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$(x-1)(x+2)(x^3-4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+2=0 \\ x^3-4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \\ x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

$\Rightarrow A = \{1; -2; 0; 2\}$. Vậy A có 4 phần tử.

Câu 11. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} / (2x^2+5x+2)(x^2-16) = 0\}$. Tập hợp A được viết dưới dạng liệt kê là

A. $\left\{-4; \frac{-1}{2}; -2; 4\right\}$.

B. $\{-4; -2\}$.

C. $\{\pm 4\}$.

D. $\{-4; -2; 4\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (2x^2+5x+2)(x^2-16) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+5x+2=0 \\ x^2-16=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=-\frac{1}{2} \\ x=4 \\ x=-4 \end{cases}$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-2; 4; -4\}$.

Câu 12. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp: $X = \{x \in \mathbb{Z} / 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$

A. $X = \{0\}$.

B. $X = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

C. $X = \{2\}$.

D. $X = \left\{2; \frac{1}{2}\right\}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases} \text{ Mà } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x=2.$$

Câu 13. Cho tập $X = \{x \in \mathbb{N} / (x^2-4)(x-1)(2x^2-7x+3) = 0\}$. Tính tổng S các phần tử của X .

A. $S = \frac{9}{2}$.

B. $S = 5$.

C. $S = 6$.

D. $S = 4$.

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Ta có: } (x^2 - 4)(x - 1)(2x^2 - 7x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x - 1 = 0 \\ 2x^2 - 7x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 1 \\ x = 3 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vì $x \in \mathbb{N}$ nên $X = \{1; 2; 3\}$.

Vậy tổng $S = 1 + 2 + 3 = 6$.

Câu 14. Trong các tập hợp sau, tập nào là tập rỗng?

- A.** $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5x - 6 = 0\}$. **B.** $\{x \in \mathbb{Q} \mid 3x^2 - 5x + 2 = 0\}$.
C. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + x - 1 = 0\}$. **D.** $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5x - 1 = 0\}$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có:

$$* x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6 \end{cases}. \text{ Vậy } A = \{-6; 1\}.$$

$$* 3x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}. \text{ Vậy } B = \left\{1; \frac{2}{3}\right\}.$$

$$* x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}. \text{ Vì } x \in \mathbb{Z} \text{ nên } C = \emptyset.$$

$$* x^2 + 5x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5 + \sqrt{29}}{2} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{29}}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } D = \left\{\frac{-5 + \sqrt{29}}{2}; \frac{-5 - \sqrt{29}}{2}\right\}.$$

Câu 15. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào rỗng?

- A.** $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 4 = 0\}$. **B.** $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5 = 0\}$.
C. $C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x - 12 = 0\}$. **D.** $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x + 3 = 0\}$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có :

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow A = \{2\}.$$

$$x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5} \\ x = \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow B = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}.$$

$$x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow C = \{-4; 3\}.$$

$$x^2 + 2x + 3 = 0, \text{ phương trình vô nghiệm nên } D = \emptyset.$$

Câu 16. Cho $A = \{x \in \mathbb{N}^*, x < 10, x:3\}$. Chọn khẳng định đúng.

A. A có 4 phần tử.

B. A có 3 phần tử.

C. A có 5 phần tử.

D. A có 2 phần tử.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $A = \{x \in \mathbb{N}^*, x < 10, x:3\} = \{3; 6; 9\} \Rightarrow A$ có 3 phần tử.

Câu 17. Tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} | (x-1)(x+2)(x^3+4x) = 0\}$ có bao nhiêu phần tử?

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $(x-1)(x+2)(x^3+4x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)(x^2+4) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Vì $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 0; x = 1$. Vậy $A = \{0; 1\} \Rightarrow$ tập A có hai phần tử.

Câu 18. Trong các tập hợp sau, tập nào là tập rỗng?

A. $T_1 = \{x \in \mathbb{N} | x^2 + 3x - 4 = 0\}$.

B. $T_1 = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 3 = 0\}$

C. $T_1 = \{x \in \mathbb{N} | x^2 = 2\}$.

D. $T_1 = \{x \in \mathbb{Q} | (x^2 + 1)(2x - 5) = 0\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Vì } x^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \notin \mathbb{N} \\ x = -\sqrt{2} \notin \mathbb{N} \end{cases}.$$

Câu 19. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp: $X = \{x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 = 0\}$.

- A. $X = \{0\}$. B. $X = \{2\}$. C. $X = \emptyset$. D. $X = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Trên tập số thực, phương trình $x^2 + x + 1 = 0$ vô nghiệm.

Vậy: $X = \emptyset$.

Câu 20. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$.

- A. $X = \{1\}$. B. $X = \left\{\frac{3}{2}\right\}$. C. $X = \{0\}$. D. $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$ là các nghiệm của phương trình

$$2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Câu 21. Trong các tập hợp sau, tập nào là tập rỗng?

- A. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5x - 6 = 0\}$. B. $\{x \in \mathbb{Q} \mid 3x^2 - 5x + 2 = 0\}$.
C. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + x - 1 = 0\}$. D. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5x - 1 = 0\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ nên } \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + x - 1 = 0\} = \emptyset.$$

Câu 22. Xác định số phần tử của tập hợp $X = \{n \in \mathbb{N} \mid n:4, n < 2017\}$.

- A. 505. B. 503. C. 504. D. 502.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tập hợp X gồm các phần tử là những số tự nhiên nhỏ hơn 2017 và chia hết cho 4.

Từ 0 đến 2015 có 2016 số tự nhiên, ta thấy cứ 4 số tự nhiên liên tiếp sẽ có duy nhất một số chia hết cho 4. Suy ra có 504 số tự nhiên chia hết cho 4 từ 0 đến 2015. Hiển nhiên $2016:4$.

Vậy có tất cả 505 số tự nhiên nhỏ hơn 2017 và chia hết cho 4.

Dạng 2: Tập hợp con và hai tập hợp bằng nhau

1. Phương pháp

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B)$$

Các tính chất:

$$+ A \subset A, \forall A \qquad + \emptyset \subset A, \forall A \qquad + A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$$

- $A = B \Leftrightarrow (A \subset B \text{ và } B \subset A) \Leftrightarrow (\forall x, x \in A \Leftrightarrow x \in B)$

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1: Cho $A = \{-4; -2; -1; 2; 3; 4\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}$. Tìm tập hợp X sao cho

a) $X \subset B \setminus A$ b) $A \subset X \subset B$

c) $A \cup X = B$ với X có đúng bốn phần tử

Lời giải

Ta có $\begin{cases} |x| \leq 4 \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

Suy ra $B = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

a) Ta có $B \setminus A = \{-3; 0; 1\}$

Suy ra $X \subset B \setminus A$ thì các tập hợp X là

$$\emptyset, \{-3\}, \{0\}, \{1\}, \{-3;0\}, \{-3;1\}, \{0;1\}, \{-3;0;1\}$$

b) Ta có $\{-4; -2; -1; 2; 3; 4\} \subset X \subset \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ suy ra tập hợp X là

$$\{-4; -2; -1; 2; 3; 4\}, \{-4; -2; -3; -1; 2; 3; 4\}, \{-4; -2; -1; 0; 2; 3; 4\}$$

$$\{-4; -2; -1; 1; 2; 3; 4\}, \{-4; -2; -3; -1; 0; 2; 3; 4\}, \{-4; -2; -3; -1; 1; 2; 3; 4\}$$

$$\{-4; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}, \quad \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$$

c) Ta có $A \cup X = B$ với X có đúng bốn phần tử khi đó tập hợp X là

$$\{-4;-3;0;1\}, \{-3;-2;0;1\}, \{-3;-1;0;1\}, \{-3;0;1;2\}, \{-3;0;1;3\}, \{-3;0;1;4\}$$

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$. Tập A có mấy tập con?

A. 15.

B. 12.

C. 16.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Số tập hợp con của tập hợp có 4 phần tử là $2^4 = 16$ tập hợp con.

Câu 2. Tập hợp nào sau đây có đúng một tập hợp con?

- A. $\emptyset$. B. $\{1\}$. C. $\{\emptyset\}$. D. $\{1; \emptyset\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

- ♦ Đáp án A duy nhất một tập con là $\emptyset$.
- ♦ Đáp án B còn một tập con nữa là tập $\emptyset$.
- ♦ Đáp án C có hai tập con là $\emptyset$ và $\{\emptyset\}$.
- ♦ Đáp án D có ba tập con $\{\emptyset\}$, $\{1\}$ và $\{1; \emptyset\}$.

Câu 3. Cho tập hợp P . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. $P \subset P$. B. $\emptyset \subset P$. C. $P \in \{P\}$. D. $P \in P$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Các đáp án A, B, C đúng. Đáp án D sai.

Câu 4. Tập hợp nào sau đây có đúng hai tập hợp con?

- A. $\{x; \emptyset\}$. B. $\{x\}$. C. $\{x; y; \emptyset\}$. D. $\{x; y\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

C1: Công thức số tập con của tập hợp có n phần tử là 2^n nên suy ra tập $\{x\}$ có 1 phần tử nên có $2^1 = 2$ tập con.

C2: Liệt kê số tập con ra thì $\{x\}$ có hai tập con là $\{x\}$ và $\{\emptyset\}$.

Câu 5: Cho tập hợp A . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai** ?

- A. $\emptyset \subset A$. B. $A \neq \{A\}$. C. $A \in A$. D. $A \subset A$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6. Số tập con của tập hợp có n ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$) phần tử là

- A. 2^{n+2} . B. 2^{n-1} . C. 2^{n+1} . D. 2^n .

Lời giải

Chọn D

Số tập con của tập hợp có n bằng 2^n .

Câu 7. Cách viết nào sau đây là đúng?

- A. $a \subset [a; b]$. B. $\{a\} \subset [a; b]$. C. $\{a\} \in [a; b]$. D. $a \in (a; b]$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8. Cho tập hợp $A = \{x^2 + 1 \mid x \in \mathbb{N}^*, x^2 \leq 5\}$. Khi đó tập A bằng tập hợp nào sau đây?

- A. $A = \{1; 2; 3; 4\}$. B. $A = \{0; 2; 5\}$.
C. $A = \{2; 5\}$. D. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 \leq 5 \\ x \in \mathbb{N}^* \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5} \\ x \in \mathbb{N}^* \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{1; 2\} \Rightarrow (x^2 + 1) \in \{2; 5\}$$

$$\text{Vậy } A = \{2; 5\}.$$

Câu 9. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 8\}$. Tập hợp A có tất cả bao nhiêu tập hợp con?

- A. 9. B. 7. C. 8. D. 6.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Tập hợp có n phần tử thì có 2^n tập hợp con.

Do đó tập hợp A có tất cả $2^3 = 8$ tập hợp con.

Cách 2: Các tập con của tập A là: $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{8\}, \{1; 2\}, \{2; 8\}, \{1; 8\}, \{1; 2; 8\}$.

Câu 10: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. $A \subset A$. B. $\emptyset \subset A$. C. $A \in \emptyset$. D. $\emptyset \subset \emptyset$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 11: Cho hai tập hợp: $X = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội số của 4 và 6}\}$ và $Y = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội số của 12}\}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai?

- A. $X \subset Y$. B. $Y \subset X$.
C. $X = Y$. D. $\exists n : n \in X \text{ và } n \notin Y$.

Lời giải

Chọn D

Vì bội số chung nhỏ nhất của 4 và 6 là 12.

Câu 12: Cho tập hợp $A = \{1; 2; a\}$, $B = \{1; 2; a; b; x; y\}$. Hỏi có bao nhiêu tập hợp X thỏa $A \subset X \subset B$?

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 2^n .

Lời giải

Chọn A

$\{1; 2; a\}, \{1; 2; a; b\}, \{1; 2; a; x\}, \{1; 2; a; y\},$

$\{1; 2; a; b; x\}, \{1; 2; a; b; y\}, \{1; 2; a; x; y\}, \{1; 2; a; b; x; y\}.$

Câu 13: Hai tập hợp nào dưới đây **không** bằng nhau?

A. $A = \left\{x \mid x = \frac{1}{2^k}, k \in \mathbb{Z}, x \geq \frac{1}{8}\right\}$ và $B = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}\right\}.$

B. $A = \{3; 9; 27; 81\}$ và $B = \{3^n \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 4\}.$

C. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 3\}$ và $B = \{-1; 0; 1; 2; 3\}.$

D. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$ và $B = \{0; 1; 2; 3; 4\}.$

Lời giải

Chọn A

Xét tập hợp $A = \left\{x \mid x = \frac{1}{2^k}, k \in \mathbb{Z}, x \geq \frac{1}{8}\right\}$ ta có: $\frac{1}{2^k} \geq \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{1}{2^k} \geq \frac{1}{2^3} \Leftrightarrow 2^k \leq 2^3 \Leftrightarrow k \leq 3,$

suy ra: $A = \left\{x \mid x = \frac{1}{2^k}, k \in \mathbb{Z}, k \leq 3\right\} \Leftrightarrow A = \left\{\frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \dots\right\}$ nên: $A \neq B.$

Câu 14: Cho tập hợp $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid -3 < x \leq 4\}$. Tập hợp B có tất cả bao nhiêu tập hợp con?

A. 16.

B. 12.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid -3 < x \leq 4\} = \{1; 2; 3; 4\}.$

Vậy tập B có $2^4 = 16.$

Câu 15: Cho tập hợp $A = \{x; y; z\}$ và $B = \{x; y; z; t; u\}$. Có bao nhiêu tập X thỏa mãn $A \subset X \subset B$?

A. 16.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Có 4 tập hợp X thỏa mãn $A \subset X \subset B$ là:

$$X_1 = \{x; y; z\} ; X_2 = \{x; y; z; t\} ; X_3 = \{x; y; z; u\} \text{ và } X_4 = \{x; y; z; t; u\} .$$

Câu 16. Có tất cả bao nhiêu tập X thỏa mãn $\{1; 2\} \subset X \subset \{1; 2; 3; 4; 5\}$?

A. 8 .

B. 1 .

C. 3 .

D. 6 .

Lời giải

Chọn A

Các 8 tập X thỏa mãn đề bài là:

$$\{1; 2\}, \{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}, \{1; 2; 5\}, \{1; 2; 3; 4\}, \{1; 2; 3; 5\}, \{1; 2; 4; 5\}, \{1; 2; 3; 4; 5\} .$$

Câu 17: Cho tập hợp $A = \{x; y; z\}$ và $B = \{x; y; z; t; u\}$. Có bao nhiêu tập X thỏa mãn $A \subset X \subset B$?

A. 16 .

B. 4 .

C. 8 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn B

Có 4 tập hợp X thỏa mãn $A \subset X \subset B$ là:

$$X_1 = \{x; y; z\} ; X_2 = \{x; y; z; t\} ; X_3 = \{x; y; z; u\} \text{ và } X_4 = \{x; y; z; t; u\} .$$

Câu 18. Cho tập X có $n+1$ phần tử ($n \in \mathbb{N}$). Số tập con của X có hai phần tử là

A. $n(n+1)$.

B. $\frac{n(n-1)}{2}$.

C. $n+1$.

D. $\frac{n(n+1)}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Lấy một phần tử của X , ghép với n phần tử còn lại được n tập con có hai phần tử. Vậy có $(n+1)n$ tập. Nhưng mỗi tập con đó được tính hai lần nên số tập con của X có hai

phần tử là $\frac{n(n+1)}{2}$.

BÀI 3. CÁC PHÉP TOÁN TẬP HỢP

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

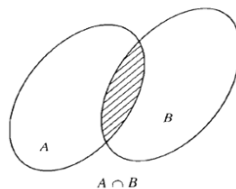
I. GIAO CỦA HAI TẬP HỢP

Tập hợp C gồm các phần tử vừa thuộc A , vừa thuộc B được gọi là giao của A và B .

Kí hiệu $C = A \cap B$ (phần gạch chéo trong hình).

Vậy $A \cap B = \{x \mid x \in A; x \in B\}$

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$$



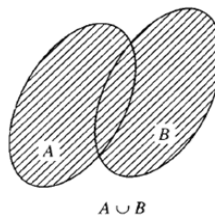
II. HỢP CỦA HAI TẬP HỢP

Tập hợp C gồm các phần tử thuộc A hoặc thuộc B được gọi là hợp của A và B .

Kí hiệu $C = A \cup B$ (phần gạch chéo trong hình).

Vậy $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$$



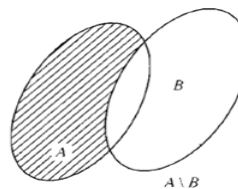
III. HIỆU VÀ PHẦN BÙ CỦA HAI TẬP HỢP

Tập hợp C gồm các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B gọi là hiệu của A và B .

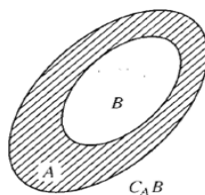
Kí hiệu $C = A \setminus B$ (phần gạch chéo trong hình 7).

Vậy $A \setminus B = A \cap B^c = \{x \mid x \in A; x \notin B\}$

$$x \in A \setminus B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$$



Khi $B \subset A$ thì $A \setminus B$ gọi là phần bù của B trong A , kí hiệu $C_A B$.



B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Giao và hợp của hai tập hợp

1. Phương pháp

Cần nắm chắc các định nghĩa

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}; A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$$

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Cho $A = \{a; b; c\}$ và $B = \{a; c; d; e\}$. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $A \cap B = \{a; c\}$.

B. $A \cap B = \{a; b; c; d; e\}$.

C. $A \cap B = \{b\}$.

D. $A \cap B = \{d; e\}$.

Lời giải

Chọn A

A. Đúng vì $\{a; c\}$ vừa thuộc tập A, vừa thuộc tập B.

B. HS nhầm là vừa thuộc A hoặc B.

C. HS nhầm là thuộc A và không thuộc B.

D. HS nhầm là thuộc B và không thuộc A.

Câu 2: Cho hai tập hợp $A = \{0; 2; 3; 5\}$ và $B = \{2; 7\}$. Khi đó $A \cap B$

A. $A \cap B = \{2; 5\}$.

B. $A \cap B = \{2\}$.

C. $A \cap B = \emptyset$.

D. $A \cap B = \{0; 2; 3; 5; 7\}$.

Lời giải

Chọn B

$A \cap B = \{2\}$.

Câu 3. Cho hai tập hợp $X = \{1; 2; 4; 7; 9\}$ và $Y = \{-1; 0; 7; 10\}$. Tập hợp $X \cup Y$ có bao nhiêu phần tử?

A. 9.

B. 7.

C. 8.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $X \cup Y = \{-1; 0; 1; 2; 4; 7; 9; 10\}$. Do đó $X \cup Y$ có 8 phần tử.

Câu 4. Cho $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 3\}$, $B = \{0; 1; 2; 3\}$. Tập $A \cap B$ bằng

A. $\{1; 2; 3\}$.

B. $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

C. $\{0; 1; 2\}$.

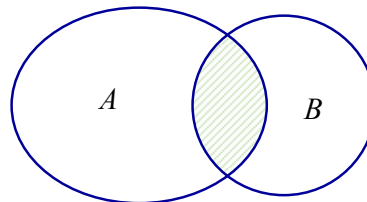
D. $\{0; 1; 2; 3\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 3\} = \{0; 1; 2; 3\} \Rightarrow A \cap B = \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 5. Cho A , B là hai tập hợp bất kì. Phần gạch sọc trong hình vẽ bên dưới là tập hợp nào sau đây?



A. $A \cup B$.

B. $B \setminus A$.

C. $A \setminus B$.

D. $A \cap B$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Theo biểu đồ Ven thì phần gạch sọc trong hình vẽ là tập hợp $A \cap B$.

Câu 6. Cho 2 tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} | 3 < n^2 < 30\}$, chọn mệnh đề đúng?

- A. $A \cap B = \{2\}$. B. $A \cap B = \{5; 4\}$. C. $A \cap B = \{2; 4\}$. D. $A \cap B = \{3\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Xét tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$ ta có: $(2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - x^2 = 0 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow A = \left\{0; 2; -\frac{1}{2}\right\}.$$

Xét tập hợp $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < n^2 < 30\} = \{2; 3; 4; 5\}$.

Vậy $A \cap B = \{2\}$.

Câu 7: Cho $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$ và $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid 3 < n^2 < 30\}$. Tìm kết quả phép toán $A \cap B$.

- A. $\{2; 4\}$. B. $\{2\}$. C. $\{4; 5\}$. D. $\{3\}$.

Lời giải

Chọn A

Câu B, C, D do Hs tính sai phép toán.

Câu 8. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; a; b\}$, $B = \{1; x; y\}$ với x, y khác $a, b, 2, 1$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $A \cap B = B$. B. $A \cap B = \emptyset$. C. $A \cap B = A$. D. $A \cap B = \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Hai tập hợp A, B có 1 phần tử chung là 1 nên $A \cap B = \{1\}$.

Câu 9. Cho hai tập hợp $X = \{1; 2; 4; 7; 9\}$ và $Y = \{-1; 0; 7; 10\}$. Tập hợp $X \cup Y$ có bao nhiêu phần tử?

- A. 9. B. 7. C. 8. D. 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $X \cup Y = \{-1; 0; 1; 2; 4; 7; 9; 10\}$ nên tập hợp $X \cup Y$ có 8 phần tử.

Câu 10. Cho các tập hợp sau $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x - 2x^2)(x^2 - 3x + 2) = 0\}$ và

$B = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < n(n+1) < 31\}$. Khi đó

- A. $A \cap B = \{2; 4\}$. B. $A \cap B = \{4; 5\}$. C. $A \cap B = \{2\}$. D. $A \cap B = \{3\}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $A = \{0; 1; 2\}$ và $B = \{2; 3; 4; 5\}$. Vậy: $A \cap B = \{2\}$.

Câu 10: Cho hai đa thức $f(x)$ và $g(x)$. Xét các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid g(x) = 0\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} \mid f^2(x) + g^2(x) = 0\}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $C = A \cup B$. B. $C = A \cap B$. C. $C = A \setminus B$. D. $C = B \setminus A$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $f^2(x) + g^2(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$ nên $C = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0, g(x) = 0\}$ nên $C = A \cap B$.

Câu 11: Cho hai tập hợp $E = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0\}$, $F = \{x \in \mathbb{R} \mid g(x) = 0\}$. Tập hợp $H = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x)g(x) = 0\}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $H = E \cap F$. B. $H = E \cup F$. C. $H = E \setminus F$. D. $H = F \setminus E$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $f(x)g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$ nên $H = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0 \vee g(x) = 0\}$ nên $H = E \cup F$.

Dạng 2: Hiệu và phân bù của hai tập hợp

1. Phương pháp

Cần nắm chắc các định nghĩa

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin B\}$$

Nếu $A \subset E$ thì $E \setminus A = C_E^A$.

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1. Cho $A = \{2; 4; 6; 9\}$ và $B = \{1; 2; 3; 4\}$. Tìm $A \setminus B$

Lời giải

$$A \setminus B = \{6; 9\}$$

Ví dụ 2. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 4; 6\}$, $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Tìm khi $C_B A$

Lời giải

$$C_B A = B \setminus A = \{3; 5; 7; 8\}.$$

Ví dụ 3. Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |mx - 3| = mx - 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4 = 0\}$. Tìm m để $B \setminus A = B$.

Lời giải

Ta có: $x \in A \Leftrightarrow mx - 3 \geq 0$.

$$x \in B \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } B \setminus A = B \Leftrightarrow B \cap A = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ \begin{cases} m > 0 \\ \frac{3}{m} > 2 \end{cases} \\ \begin{cases} m < 0 \\ \frac{3}{m} < -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 0 < m < \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < \frac{3}{2}.$$

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho hai tập hợp $A = \{2; 4; 6; 9\}$, $B = \{1; 2; 3; 4\}$. Tập hợp $A \setminus B$ bằng tập hợp nào sau đây?

- A. $\{2; 4\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{6; 9\}$. D. $\{6; 9; 1; 3\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } A \setminus B = \{6; 9\}.$$

Câu 2. Cho hai tập hợp $A = (-10; 4)$, $B = [-6; 1)$. Khi đó $C_A B$ là

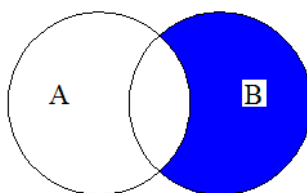
- A. $(-10; -6)$. B. $(-6; 1)$.
C. $(-10; -6) \cup [1; 4)$. D. $(1; 4)$.

Lời giải

Chọn C

$$C_A B = A \setminus B = (-10; -6) \cup [1; 4).$$

Câu 3: Phần tô đậm trong hình vẽ sau biểu diễn tập hợp nào?



A. $B \setminus A$.

B. $A \setminus B$.

C. $A \cap B$.

D. $A \cup B$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4. Cho hai tập hợp $A = \{2; 4; 6; 9\}$, $B = \{1; 2; 3; 4\}$. Tập $A \setminus B$ bằng tập hợp nào sau đây?

A. $\{2; 4\}$.

B. $\{1; 3\}$.

C. $\{6; 9\}$.

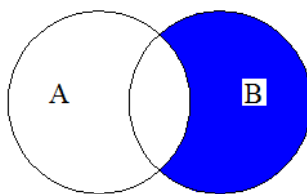
D. $\{6; 9; 1; 3\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A \setminus B = \{x \mid x \in A; x \notin B\} = \{6; 9\}$.

Câu 5. Phần tô đậm trong hình vẽ sau biểu diễn tập hợp nào?



A. $B \setminus A$.

B. $A \setminus B$.

C. $A \cap B$.

D. $A \cup B$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6. Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Tập $B \setminus A$ bằng

A. $\{5, 6\}$.

B. $\{5; 6\}$.

C. $\{0, 1\}$.

D. $\{2, 3, 4\}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $B \setminus A = \{5, 6\}$.

Câu 7. Cho A là tập hợp các hình thoi, B là tập hợp các hình chữ nhật và C là tập hợp các hình vuông. Khi đó

A. $B \setminus A = C$.

B. $A \cup B = C$.

C. $A \setminus B = C$.

D. $A \cap B = C$.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của hình thoi, hình chữ nhật và hình vuông, ta có:

$C \subset A$ và $C \subset B$ nên $B \setminus A = C$, $A \setminus B = C$ là các mệnh đề sai.

Vì hình vuông vừa là hình thoi và cũng là hình chữ nhật nên $A \cap B = C$ là mệnh đề đúng và $A \cup B = C$ là mệnh đề sai.

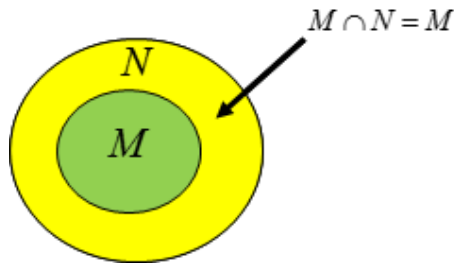
Câu 8. Cho hai tập hợp $M, N, M \subset N$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $M \cap N = N$. B. $M \setminus N = N$. C. $M \cap N = M$. D. $M \setminus N = M$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết ta có $M \subset N$. Ta có sơ đồ Ven



Câu 9. Cho hai tập hợp: $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ và $B = \{2; 4; 6; 8; 10\}$. Tập $A \setminus B$ bằng

- A. $\{6; 8; 10\}$. B. $\{0; 1; 3\}$.
C. $\{2; 4\}$. D. $\{0; 1; 2; 3; 4; 6; 8; 10\}$.

Lời giải

Chọn B

Tập $A \setminus B = \{0; 1; 3\}$.

Câu 10. Cho A : "Tập hợp các học sinh khối 10 học giỏi", B : "Tập hợp các học sinh nữ học giỏi", C : "Tập hợp các học sinh nam khối 10 học giỏi". Vậy tập hợp C là:

- A. $A \subset B$. B. $B \setminus A$. C. $A \cap B$. D. $A \setminus B$.

Lời giải

Chọn D

Vì tập hợp B có chứa cả các học sinh nữ khối 10 học giỏi nên tập hợp C gồm những phần tử thuộc tập hợp A mà không thuộc tập hợp B . Do đó, $C = A \setminus B$.

Câu 11: Cho các tập hợp A, B, C . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $A \cap (B \cup C) = A \cup (B \cap C)$.

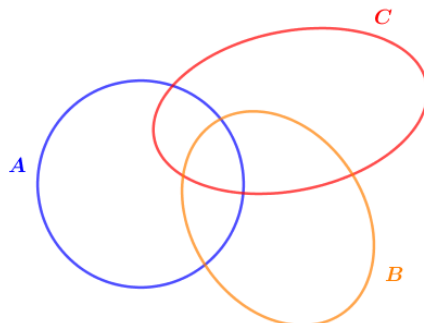
B. $A \cup (B \cup C) = A \cap (B \cap C)$.

C. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

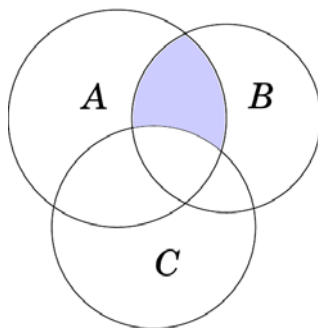
D. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Lời giải

Chọn D



Câu 12: Cho các tập hợp A, B, C được minh họa bằng biểu đồ Ven như hình vẽ. Phần tô màu xám trong hình là biểu diễn của tập hợp nào sau đây?



A. $A \cap B \cap C$.

B. $(A \setminus C) \cup (A \setminus B)$.

C. $(A \cup B) \setminus C$.

D. $(A \cap B) \setminus C$.

Lời giải

Chọn D

Phần tô màu xám trong hình là biểu diễn tập hợp các điểm vừa thuộc A, B mà không thuộc C . Chính là tập $(A \cap B) \setminus C$.

Câu 13: Cho $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$. Tính phép toán $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

A. $\{0; 1; 5; 6\}$.

B. $\{1; 2\}$.

C. $\{2; 3; 4\}$.

D. $\{5; 6\}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Hãy chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$.

B. $B = (A \cap B) \cap (A \setminus B)$.

C. $B = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$.

D. $A = (A \cap B) \cap (A \setminus B)$.

Lời giải

Chọn A

$$\forall x \in A \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ x \in A \setminus B \end{cases} \Rightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \setminus B).$$

$$\forall x \in (A \cap B) \cup (A \setminus B) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ x \in A \setminus B \end{cases} \Rightarrow x \in A.$$

+ Học sinh có thể chọn B vì hiểu sai hiệu của hai tập hợp. Giả sử

$$\forall x \in B \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ x \in A \setminus B \end{cases} \Rightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \setminus B).$$

$$\forall x \in (A \cap B) \cup (A \setminus B) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ x \in A \setminus B \end{cases} \Rightarrow x \in B.$$

+ Học sinh có thể chọn C vì hiểu sai hiệu của hai tập hợp

$$\forall x \in B \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ x \in A \setminus B \end{cases} \Rightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \setminus B).$$

$$\forall x \in (A \cap B) \cup (A \setminus B) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ x \in A \setminus B \end{cases} \Rightarrow x \in B.$$

+ Học sinh có thể chọn D vì nhầm giữa ký hiệu hợp và giao hai tập hợp.

Câu 15: Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $A \cap (B \setminus A) = \emptyset.$

B. $B \cap (B \setminus A) = \emptyset.$

C. $A \cup (B \setminus A) = \emptyset.$

D. $A \cup (B \setminus A) = B.$

Lời giải

Chọn A

+ Chọn đáp án A vì giả sử $\exists x \in A \cap (B \setminus A) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \setminus A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin A \end{cases}.$

+ Học sinh có thể chọn B vì hiểu sai ký hiệu hiệu 2 tập hợp

$$\exists x \in B \cap (B \setminus A) \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \in B \setminus A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \notin B \end{cases}$$

+ Học sinh có thể chọn C vì hiểu sai ký hiệu hợp, trình bài như bài giao hai tập hợp.

+ Học sinh có thể chọn D vì không nắm rõ ý nghĩa các ký hiệu

$$\forall x \in A \cup (B \setminus A) \Rightarrow x \in B \setminus A \Rightarrow x \in B.$$

$$\forall x \in B \Rightarrow x \in B \setminus A \Rightarrow x \in A \cup (B \setminus A).$$

Câu 16: Cho hai đa thức $f(x)$ và $g(x)$. Xét các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0\},$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid g(x) = 0\}, C = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{f(x)}{g(x)} = 0\right\}. \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

A. $C = A \cup B.$

B. $C = A \cap B.$

C. $C = A \setminus B.$

D. $C = B \setminus A.$

Lời giải.

Chọn C.

Ta có $\frac{f(x)}{g(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$ hay $C = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0, g(x) \neq 0\}$ nên $C = A \setminus B$.

Dạng 3: Bài toán sử dụng biểu đồ Ven

1. Phương pháp

- Chuyển bài toán về ngôn ngữ tập hợp
- Sử dụng biểu đồ ven để minh họa các tập hợp
- Dựa vào biểu đồ ven ta thiết lập được đẳng thức (hoặc phương trình hệ phương trình) từ đó tìm được kết quả bài toán

Trong dạng toán này ta kí hiệu $n(X)$ là số phần tử của tập X .

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1: Mỗi học sinh của lớp 10A₁ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng có 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông, 15 em biết chơi cả hai. Hỏi lớp 10A₁ có bao nhiêu em chỉ biết đá cầu? bao nhiêu em chỉ biết đánh cầu lông? Sĩ số lớp là bao nhiêu?

Lời giải

Dựa vào biểu đồ ven ta suy ra số học sinh chỉ biết đá cầu là

$$25 - 15 = 10$$

Số học sinh chỉ biết đánh cầu lông là $30 - 15 = 15$

Do đó ta có sĩ số học sinh của lớp 10A₁ là $10 + 15 + 15 = 40$

Trong số 220 học sinh khối 10 có 163 bạn biết chơi bóng chuyên, 175 bạn biết chơi bóng bàn còn 24 bạn không biết chơi môn bóng nào cả.

Tìm số học sinh biết chơi cả 2 môn bóng.

Ví dụ 2: Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Lời giải

Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán;

x là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Toán

y là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và Toán

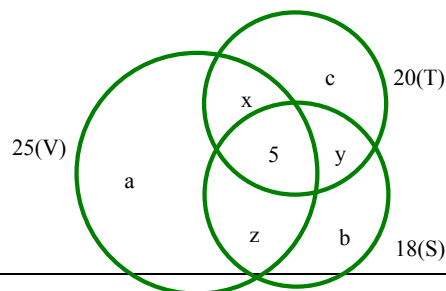
z là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Sử

Ta có số em thích ít nhất một môn là $45 - 6 = 39$

Sử dụng biểu đồ ven ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + x + z + 5 = 25 & (1) \\ b + y + z + 5 = 18 & (2) \\ c + x + y + 5 = 20 & (3) \\ x + y + z + a + b + c + 5 = 39 & (4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta có



$$a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 63 \quad (5)$$

Từ (4) và (5) ta có

$$a + b + c + 2(39 - 5 - a - b - c) + 15 = 63$$

$$\Leftrightarrow a + b + c = 20$$

Vậy chỉ có 20 em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Ví dụ 3: Trong lớp 10C₁ có 16 học sinh giỏi môn Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 9 học sinh vừa giỏi Toán và Lý, 6 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa, 8 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán, trong đó chỉ có 11 học sinh giỏi đúng hai môn.

Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp

- Giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa
- Giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc hóa.

Lời giải

Gọi T , L , H lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa.

B là tập hợp học sinh giỏi đúng hai môn.

Theo giả thiết ta có

$$n(T) = 16, n(L) = 15, n(H) = 11, n(B) = 11$$

$$n(T \cap L) = 9, n(L \cap H) = 6, n(H \cap T) = 8 \text{ và}$$

- Xét tổng $n(T \cap L) + n(L \cap H) + n(H \cap T)$ thì mỗi phần tử của tập hợp $T \cap L \cap H$ được tính ba lần do đó ta có

$$n(T \cap L) + n(L \cap H) + n(H \cap T) - 3n(T \cap L \cap H) = n(B)$$

Hay $n(T \cap L \cap H) = \frac{1}{3}[n(T \cap L) + n(L \cap H) + n(H \cap T) - n(B)] = 4$ Suy ra có 4 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

- Xét $n(T \cap L) + n(L \cap H)$ thì mỗi phần tử của tập hợp $T \cap L \cap H$ được tính hai lần do đó số học sinh chỉ giỏi đúng môn toán là

$$n(T) - [n(T \cap L) + n(H \cap T) - n(T \cap L \cap H)] = 16 - (9 + 8 - 4) = 3$$

Tương tự ta có

Số học sinh chỉ giỏi đúng môn Lý

$$n(L) - [n(T \cap L) + n(L \cap H) - n(T \cap L \cap H)] = 15 - (9 + 6 - 4) = 4$$

Số học sinh chỉ giỏi đúng môn Hóa

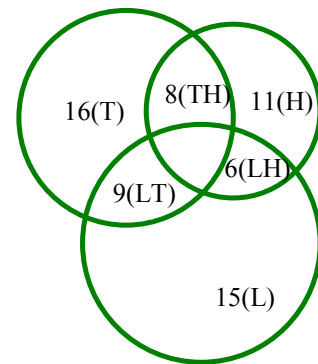
$$n(H) - [n(H \cap T) + n(L \cap H) - n(T \cap L \cap H)] = 11 - (8 + 6 - 4) = 1$$

Suy ra số học sinh giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc hóa là $3 + 4 + 1 = 8$.

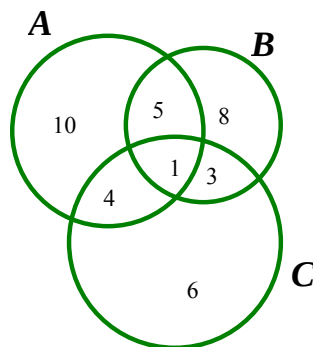
Ví dụ 4. Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 6 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 3 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Vậy có bao nhiêu ngày thời tiết xấu (Có gió, mưa hay lạnh)?

Lời giải

Ký hiệu A là tập hợp những ngày mưa, B là tập hợp những ngày có gió, C là tập hợp những ngày lạnh.



Theo giả thiết ta có: $n(A) = 10$, $n(B) = 8$, $n(C) = 6$,



$$n(A \cap B) = 5, n(A \cap C) = 4, n(B \cap C) = 3, n(A \cap B \cap C) = 1.$$

Để tìm số ngày thời tiết xấu ta sử dụng biểu đồ Ven(hình vẽ). Ta cần tính $n(A \cup B \cup C)$.

Xét tổng $n(A) + n(B) + n(C)$: trong tổng này, mỗi phần tử của A giao B, B giao C, C giao A được tính làm hai lần nên trong tổng $n(A) + n(B) + n(C)$ ta phải trừ đi tổng

$$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A).$$

Trong tổng $n(A) + n(B) + n(C)$ được tính $n(A \cap B \cap C)$ 3 lần, trong $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)$

cũng được tính $n(A \cap B \cap C)$ 3 lần. Vì vậy

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 10 + 8 + 6 - (5 + 4 + 3) + 1 = 13 \end{aligned}$$

Vậy số ngày thời tiết xấu là 13 ngày.

Nhận xét: Với A, B, C là các tập bất kì khi đó ta luôn có

$$\bullet n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Lớp 10A có 51 bạn học sinh trong đó có 31 bạn học tiếng Anh và 27 bạn học tiếng Nhật. Lớp 10A có bao nhiêu bạn học cả tiếng Anh và tiếng Nhật?

- A. 7. B. 9. C. 5. D. 12.

Lời giải

Chọn A

Số học sinh học cả tiếng Anh và tiếng Nhật của lớp 10A là $31 + 27 - 51 = 7$ bạn.

Câu 2. Lớp 10A có 45 học sinh, trong đó có 15 học sinh được xếp loại học lực giỏi, 20 học sinh được xếp loại hạnh kiểm tốt, 10 em vừa được xếp loại học lực giỏi, vừa có hạnh kiểm tốt. Hỏi có bao nhiêu học sinh xếp loại học lực giỏi hoặc xếp loại hạnh kiểm tốt?

- A. 10. B. 35. C. 25. D. 45.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là tập hợp học sinh được xếp loại học lực giỏi .

Gọi B là tập hợp học sinh được xếp loại hạnh kiểm tốt .

Khi đó $A \cap B$ là tập hợp học sinh vừa được xếp loại học lực giỏi , vừa có hạnh kiểm tốt .

$A \cup B$ là tập hợp học sinh xếp loại học lực giỏi hoặc xếp loại hạnh kiểm tốt .

Ta có $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 20 - 10 = 25$.

Câu 3. Trong số 50 học sinh của lớp 10A có 15 bạn được xếp loại học lực giỏi, 25 bạn được xếp loại hạnh kiểm tốt, trong đó có 10 bạn vừa được học sinh giỏi vừa được hạnh kiểm tốt. Khi đó, lớp 10A có bao nhiêu bạn được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng bạn đó phải có học lực giỏi hay hạnh kiểm tốt.

A. 20 .

B. 30 .

C. 35 .

D. 25 .

Lời giải

Chọn B

Đề có sự không thống nhất trong diễn đạt nên tôi sửa đề bài toán lại thành:

Trong số 50 học sinh của lớp 10A có 15 bạn được xếp loại học lực giỏi, 25 bạn được xếp loại hạnh kiểm tốt, trong đó có 10 bạn vừa được xếp loại học lực giỏi vừa được xếp loại hạnh kiểm tốt. Khi đó, lớp 10A có bao nhiêu bạn được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng bạn đó phải có học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt.

Từ giả thiết bài toán, ta có:

Số các học sinh chỉ có học lực giỏi là: $15 - 10 = 5$.

Số các học sinh chỉ được xếp loại hạnh kiểm tốt là: $25 - 10 = 15$.

Tổng số học sinh có học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt là $10 + 5 + 15 = 30$.

Vậy có 30 học sinh được khen thưởng.

Câu 4: Lớp 10B₁ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một môn của lớp 10B₁ là:

A. 9.

B. 10.

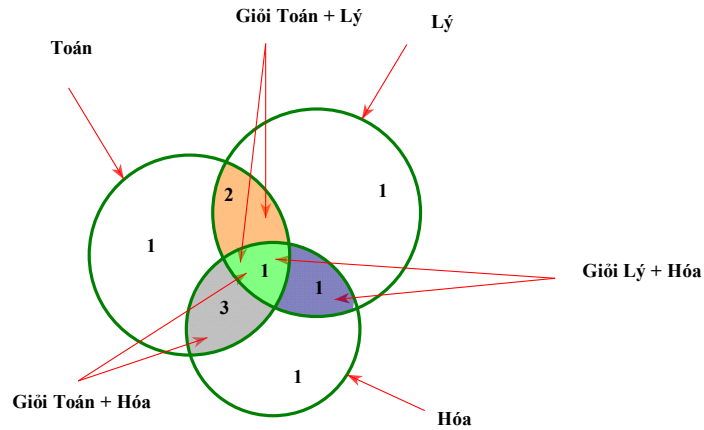
C. 18.

D. 28.

Lời giải.

Chọn B.

Ta dùng biểu đồ Ven để giải:



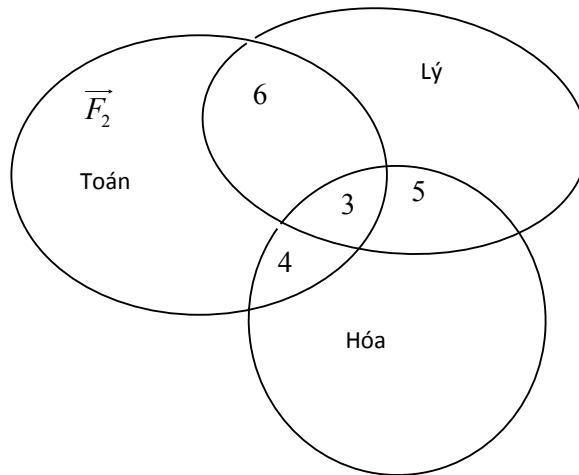
Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn là: $1 + 2 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 = 10$

- Câu 5.** Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn của lớp 10A là
- A. 19. B. 18. C. 31. D. 49.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven:



Dựa vào biểu đồ Ven, ta có học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn của lớp 10A là

Số học sinh giỏi Toán: $6 + 4 + 3 = 13$.

Số học sinh giỏi Lý: $6 + 5 + 3 = 14$.

Số học sinh giỏi Hóa: $4 + 5 + 3 = 12$.

Ta lại có:

Số học sinh giỏi cả Toán và Lý: 6.

Số học sinh giỏi cả Toán và Hóa: 4.

Số học sinh giỏi cả Hóa và Lý: 5.

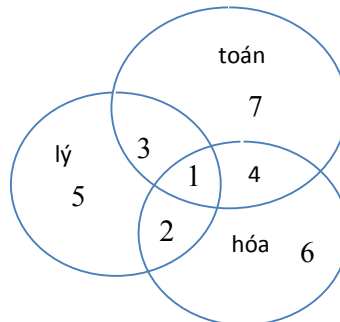
Và số học sinh giỏi cả Toán, Lý và Hóa là 3.

Số học sinh giỏi hơn một môn là $4 + 6 + 5 + 3 = 18$.

- Câu 6.** Lớp 10^A có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hoá, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hoá, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hoá, 1 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hoá. Số học sinh giỏi ít nhất một môn của lớp 10^A là
- A. 9. B. 18. C. 10. D. 28.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Số học sinh giỏi toán, lý mà không giỏi hóa: $3 - 1 = 2$.

Số học sinh giỏi toán, hóa mà không giỏi lý: $4 - 1 = 3$.

Số học sinh giỏi hóa, lý mà không giỏi toán: $2 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn lý: $5 - 2 - 1 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn hóa: $6 - 3 - 1 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn toán: $7 - 3 - 2 - 1 = 1$.

Số học sinh giỏi ít nhất một là số học sinh giỏi 1 môn hoặc 2 môn hoặc cả 3 môn:
 $1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1 = 10$.

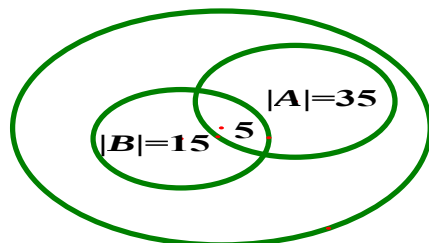
- Câu 7:** Một lớp có 45 học sinh. Mỗi em đều đăng ký chơi ít nhất một trong hai môn: bóng đá và bóng chuyền. Có 35 em đăng ký môn bóng đá, 15 em đăng ký môn bóng chuyền. Hỏi có bao nhiêu em đăng ký chơi cả 2 môn?

A. 5. B. 10. C. 30. D. 25.

Lời giải

Chọn A

Đáp án A đúng vì: Gọi A là tập hợp các học sinh đăng ký chơi bóng đá, B là tập hợp các học sinh đăng ký chơi bóng chuyền. Dựa vào biểu đồ Ven, ta có: số học sinh đăng ký cả 2 môn là $|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 35 + 15 - 45 = 5$.



Đáp án B sai vì học sinh tính $45 - 35 = 10$.

Đáp án C sai vì học sinh tính $45 - 15 = 30$.

Đáp án D sai vì học sinh tính $(35 + 15) : 2 = 25$.

Câu 8. Trong kì thi đánh giá năng lực lần I năm học 2018 – 2019 của trường THPT Triệu Quang Phục, kết quả có 86 thí sinh đạt điểm giỏi môn Toán, 61 thí sinh đạt điểm giỏi môn Vật Lí và 76 thí sinh đạt điểm giỏi môn Hóa Học, 45 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Vật Lí, 21 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Vật Lí và Hóa Học, 32 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Hóa Học, 18 thí sinh đạt điểm giỏi cả ba môn Toán, Vật Lí và Hóa Học. Có 782 thí sinh mà cả ba môn đều không điểm giỏi. Hỏi trường THPT Triệu Quang Phục có bao nhiêu thí sinh tham dự kì thi đánh giá năng lực lần I năm học 2018 – 2019?

A. 920.

B. 912.

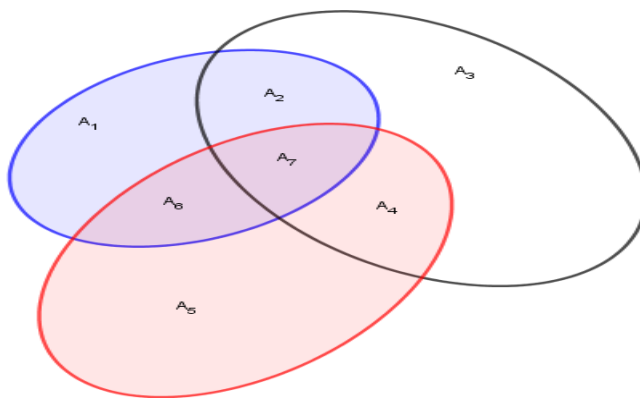
C. 925.

D. 889.

Lời giải

Chọn D

Ta biểu diễn các tập hợp như trong biểu đồ: Thí sinh đạt điểm giỏi môn Toán được biểu diễn màu trắng, Thí sinh đạt điểm giỏi môn Vật Lí được biểu diễn màu tím. Thí sinh đạt điểm giỏi môn Hóa được biểu diễn màu đỏ. Mỗi tập hợp nhỏ bên trong gọi tên như trong hình.



Ta có số thí sinh đạt điểm giỏi cả ba môn Toán, Vật Lí và Hóa Học là $n(A_7) = 18$.

45 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Vật Lí ta được $n(A_7) + n(A_2) = 45$.

32 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Hóa Học ta được $n(A_4) + n(A_7) = 32$.

21 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Vật Lí và Hóa Học ta được $n(A_6) + n(A_7) = 21$.

Số thí sinh đạt điểm giỏi chỉ hai môn là

$$\begin{aligned} n(A_6) + n(A_4) + n(A_2) &= [n(A_7) + n(A_2)] + [n(A_4) + n(A_7)] + [n(A_6) + n(A_7)] - 3n(A_7) \\ &= 45 + 21 + 32 - 3 \cdot 18 = 44 \end{aligned}$$

86 thí sinh đạt điểm giỏi môn Toán ta được $n(A_2) + n(A_3) + n(A_4) + n(A_7) = 86$.

61 thí sinh đạt điểm giỏi môn Vật Lí ta được $n(A_1) + n(A_6) + n(A_7) + n(A_2) = 61$.

76 thí sinh đạt điểm giỏi môn Hóa Học ta được $n(A_4) + n(A_6) + n(A_7) + n(A_5) = 76$.

Số thí sinh đạt điểm giỏi chỉ một môn là

$$\begin{aligned}n(A_1) + n(A_3) + n(A_5) &= 86 + 61 + 76 - 3n(A_7) - 2[n(A_6) + n(A_4) + n(A_2)] \\&= 86 + 61 + 76 - 3.18 - 2.44 = 81\end{aligned}$$

Số thí sinh đạt điểm giỏi gồm $n(A_1) + n(A_2) + n(A_3) + n(A_4) + n(A_5) + n(A_6) + n(A_7)$

$$= n(A_1) + n(A_3) + n(A_5) + n(A_6) + n(A_4) + n(A_2) + n(A_7) = 81 + 44 + 18 = 143$$

Trường THPT Triệu Quang Phục có số thí sinh tham dự kì thi đánh giá năng lực lần I năm học 2018 – 2019 bao gồm số thí sinh đạt điểm giỏi và số thí sinh không đạt điểm giỏi nên bằng: $782 + 143 = 925$ thí sinh.

Cách 2:

Ta có số thí sinh đạt điểm giỏi cả ba môn Toán, Vật Lí và Hóa Học là $n(A_7) = 18$.

45 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Vật Lí ta được

$$n(A_7) + n(A_2) = 45 \Rightarrow n(A_2) = 45 - 18 = 27.$$

32 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Hóa Học ta được

$$n(A_4) + n(A_7) = 32 \Rightarrow n(A_4) = 32 - 18 = 14.$$

21 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Vật Lí và Hóa Học ta được

$$n(A_6) + n(A_7) = 21 \Rightarrow n(A_6) = 21 - 18 = 3.$$

86 thí sinh đạt điểm giỏi môn Toán ta được

$$n(A_2) + n(A_3) + n(A_4) + n(A_7) = 86 \Rightarrow n(A_3) = 86 - 18 - 27 - 14 = 27.$$

61 thí sinh đạt điểm giỏi môn Vật Lí ta được

$$n(A_1) + n(A_6) + n(A_7) + n(A_2) = 61 \Rightarrow n(A_1) = 61 - 18 - 27 - 3 = 13.$$

76 thí sinh đạt điểm giỏi môn Hóa Học ta được

$$n(A_4) + n(A_6) + n(A_7) + n(A_5) = 76 \Rightarrow n(A_5) = 76 - 18 - 3 - 14 = 41.$$

Số thí sinh đạt điểm giỏi gồm $n(A_1) + n(A_2) + n(A_3) + n(A_4) + n(A_5) + n(A_6) + n(A_7)$

$$= 18 + 3 + 14 + 27 + 41 + 27 + 13 = 143.$$

Câu 9. Đầu năm học; thầy chủ nhiệm phát biểu điều tra sở thích về 3 môn Văn; Sử; Địa. Biết rằng mỗi bạn đều thích ít nhất một trong ba môn đó. Kết quả là: Có 4 bạn thích cả ba môn; có 9 bạn thích Văn và Sử; có 5 bạn thích Sử và Địa; có 11 bạn thích Văn và Địa; có 24 bạn thích Văn; có 19 bạn thích Sử và có 22 bạn thích Địa? Hỏi có bao nhiêu bạn không thích Địa?

A. 21.

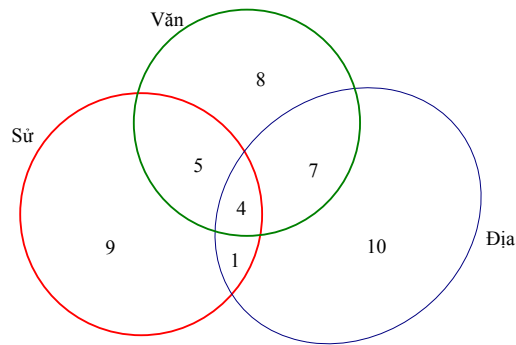
B. 23.

C. 24.

D. 22.

Lời giải

Chọn D



Dựa vào biểu đồ Ven;ta có:

- Số học sinh chỉ thích hai môn Văn và Sử là 5 .
- Số học sinh chỉ thích hai môn Sử và Địa là 1.
- Số học sinh chỉ thích hai môn Văn và Địa là 7 .
- Số học sinh chỉ thích một môn Văn là 8 .
- Số học sinh chỉ thích một môn Sử là 9 .
- Số học sinh chỉ thích một môn Địa là 10 .

Do đó;số bạn không thích môn Địa là $9 + 5 + 8 = 22$.

Câu 10. Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 24 học sinh giỏi Toán, 20 học sinh giỏi Văn và 12 học sinh giỏi không giỏi môn nào trong hai môn Toán và Văn. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn?

A. 8.

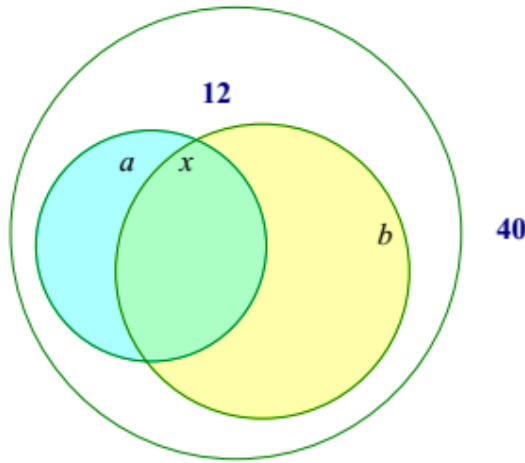
B. 4.

C. 16.

D. 18.

Lời giải

Chọn C



Gọi a là số học sinh giỏi Văn không giỏi Toán, b là số học sinh giỏi Toán không giỏi Văn,

x là số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a + x = 20 \\ b + x = 24 \\ a + b + x + 12 = 40 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $a = 4, b = 8, x = 16$

Vậy có 16 học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn

Câu 11. Người ta phỏng vấn 100 người về ba bộ phim A, B, C đang chiếu thì được kết quả như sau:

Bộ phim A : có 28 người đã xem.

Bộ phim B : có 26 người đã xem.

Bộ phim C : có 14 người đã xem.

Có 8 người đã xem hai bộ phim A và B

Có 4 người đã xem hai bộ phim B và C

Có 3 người đã xem hai bộ phim A và C

Có 2 người đã xem cả ba bộ phim $A; B$ và C .

Số người không xem bất cứ phim nào trong cả ba bộ phim $A; B; C$ là

A. 55.

B. 45.

C. 32.

D. 51.

Lời giải

Chọn B

Số người đã xem phim là: $28 + 26 + 14 - 4 - 8 - 3 + 2 = 55$.

Số người không xem bất cứ phim nào trong cả ba phim là: $100 - 55 = 45$.

Câu 12. Trong kì thi đánh giá năng lực lần I năm học 2018-2019 của trường THPT Triệu Quang Phục, kết quả có 86 thí sinh đạt điểm giỏi môn Toán, 61 thí sinh đạt điểm giỏi môn Vật lí và 76 thí sinh đạt điểm giỏi môn Hóa học, 45 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Vật lí, 21 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Vật lí và Hóa học, 32 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Hóa học, 18 thí sinh đạt điểm giỏi cả ba môn Toán, Vật lí và Hóa học. Có 782 thí sinh mà cả ba môn đều không đạt điểm giỏi. Hỏi trường THPT Triệu Quang Phục có bao nhiêu thí sinh tham dự kì thi đánh giá năng lực lần I năm học 2018-2019?

A. 920.

B. 912.

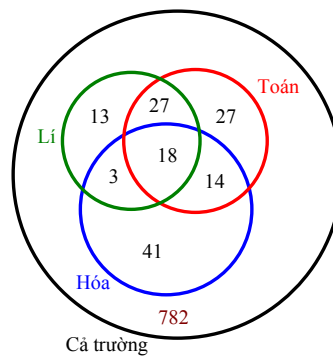
C. 925.

D. 889.

Lời giải

Chọn C

Ta có biểu đồ Ven:



Số thí sinh đạt điểm giỏi đúng 2 môn Toán và Lí là $45 - 18 = 27$.

Số thí sinh đạt điểm giỏi đúng 2 môn Toán và Hóa là $32 - 18 = 14$.

Số thí sinh đạt điểm giỏi đúng 2 môn Lí và Hóa là $21 - 18 = 3$.

Số thí sinh đạt điểm giỏi đúng 1 môn Toán là $86 - 18 - 14 - 27 = 27$.

Số thí sinh đạt điểm giỏi đúng 1 môn Lí là $61 - 18 - 27 - 3 = 13$.

Số thí sinh đạt điểm giỏi đúng 1 môn Toán là $76 - 18 - 14 - 3 = 41$.

Từ đó ta có số thí sinh tham dự kì thi là $13 + 3 + 41 + 86 + 782 = 925$.

Câu 13. Học sinh khối 10 năm học 2018 – 2019 của **Trường Gia Bình số 1** có 200 học sinh theo khối A1, mỗi học sinh đều giỏi 1 trong 3 môn: Toán, Lí, Anh. Có 59 học sinh giỏi Anh, số học sinh giỏi Toán gấp bốn số học sinh giỏi Lí, có 4 học sinh giỏi Lí và Anh, không có học sinh nào giỏi Lí và Toán, có 5 học sinh giỏi Anh và Toán. Hỏi có bao nhiêu học sinh giỏi Toán?

A. 96.

B. 100.

C. 120.

D. 110.

Lời giải

Chọn C

Gọi x là số học sinh giỏi Toán.

Suy ra số học sinh giỏi Lí là $\frac{x}{4}$; số học sinh chỉ giỏi duy nhất Lí là $\frac{x}{4} - 4$; số học sinh chỉ giỏi duy nhất Toán là $x - 5$.

$$\text{Do đó ta có: } 59 + \frac{x}{4} - 4 + x - 5 = 200 \Leftrightarrow \frac{5}{4}x = 150 \Leftrightarrow x = 120.$$

Vậy có 120 học sinh giỏi Toán.

Dạng 4. Chứng minh $X \subset Y$. Chứng minh $X = Y$

1. Phương pháp

- ☐ Chứng minh $X \subset Y \Leftrightarrow (\forall x, x \in X \Rightarrow x \in Y)$
- ☐ Chứng minh $X = Y$

Cách 1: $X = Y \Leftrightarrow (\forall x, x \in X \Leftrightarrow x \in Y)$

Cách 2: Chứng minh $X \subset Y$ và $Y \subset X$

2. Ví dụ

Ví dụ 1: Cho các tập hợp $A = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$, $B = \left\{ -\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ và

$$C = \left\{ -\frac{2\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

- a) Chứng minh rằng $A = B$.
- b) $A \subset C$

Lời giải

a) • Ta có $\forall x \in A \Rightarrow \exists k_0 \in \mathbb{Z} : x = \frac{\pi}{3} + k_0\pi$ suy ra

$$x = \frac{\pi}{3} - \pi + (k_0 + 1)\pi = -\frac{2\pi}{3} + (k_0 + 1)\pi.$$

Vì $k_0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow k_0 + 1 \in \mathbb{Z}$ do đó $x \in B$ suy ra $A \subset B$ (1).

• $\forall x \in B \Rightarrow \exists k_0 \in \mathbb{Z} : x = -\frac{2\pi}{3} + k_0\pi$ suy ra

$$x = -\frac{2\pi}{3} + \pi + (k_0 - 1)\pi = \frac{\pi}{3} + (k_0 - 1)\pi.$$

Vì $k_0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow k_0 - 1 \in \mathbb{Z}$ do đó $x \in A$ suy ra $B \subset A$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $A = B$.

b) Ta có $\forall x \in A \Rightarrow \exists k_0 \in Z : x = \frac{\pi}{3} + k_0\pi$ suy ra

$$x = \frac{\pi}{3} - \pi + \frac{2(k_0 + 1)\pi}{2} = -\frac{2\pi}{3} + \frac{2(k_0 + 1)\pi}{2}.$$

Vì $k_0 \in Z \Rightarrow 2(k_0 + 1) \in Z$ do đó $x \in C$

Suy ra $A \subset C$.

Ví dụ 2: Cho A và B là hai tập hợp. Chứng minh rằng

a) $(A \setminus B) \subset A$ b) $A \cap (B \setminus A) = \emptyset$ c) $A \cup (B \setminus A) = A \cup B$

Lời giải

a) Ta có $\forall x, x \in A \setminus B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in A$

Suy ra $(A \setminus B) \subset A$

b) Ta có $x \in A \cap (B \setminus A) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in (B \setminus A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \notin A \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$

Suy ra $A \cap (B \setminus A) = \emptyset$

c) Ta có $x \in A \cup (B \setminus A) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in (B \setminus A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \notin A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases} \Leftrightarrow x \in A \cup B$

Ví dụ 3: Cho các tập hợp A, B và C . Chứng minh rằng

a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

c) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$

Lời giải

a) Ta có $x \in A \cap (B \cup C) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \cup C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ x \in A \cap C \end{cases} \Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Suy ra $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

b) Ta có $x \in A \cup (B \cap C) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \cap C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \\ x \in A \\ x \in C \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \cup B \\ x \in A \cup C \end{array} \right. \Leftrightarrow x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Suy ra $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$$\text{c) Ta có } x \in A \cap (B \setminus C) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \setminus C \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \\ x \notin C \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \cap B \\ x \notin C \end{array} \right. \Leftrightarrow x \in (A \cap B) \setminus C$$

Suy ra $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$

BÀI 4. CÁC TẬP HỢP SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

I. CÁC TẬP HỢP SỐ ĐÃ HỌC

1. Tập hợp các số tự nhiên $\mathbb{N}$

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\};$$

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}.$$

2. Tập hợp các số nguyên $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

Các số $-1, -2, -3, \dots$ là các số nguyên âm.

Vậy $\mathbb{Z}$ gồm các số tự nhiên và các số nguyên âm.

3. Tập hợp các số hữu tỉ $\mathbb{Q}$

Số hữu tỉ biểu diễn được dưới dạng một phân số $\frac{a}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

Hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ biểu diễn cùng một số hữu tỉ khi và chỉ khi $ad = bc$.

Số hữu tỉ còn biểu diễn được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.

4. Tập hợp các số thực $\mathbb{R}$

Tập hợp các số thực gồm các số thập phân hữu hạn, vô hạn tuần hoàn và vô hạn không tuần hoàn. Các số thập phân vô hạn không tuần hoàn gọi là số vô tỉ.

Tập hợp các số thực gồm các số hữu tỉ và các số vô tỉ.

II. CÁC TẬP HỢP CON THƯỜNG DÙNG CỦA $\mathbb{R}$

Một số tập con thường dùng của tập hợp số thực

Tên gọi, ký hiệu	Tập hợp	Biểu diễn
Đoạn	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	
Khoảng	$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	
Khoảng	$\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	

Khoảng $(-\infty, b)$	$\{x \in \mathbb{R} / x < b\}$	
Nửa khoảng	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	
Nửa khoảng	$\{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$	
Nửa khoảng	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x\}$	
Nửa khoảng $(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Tìm giao và hợp các khoảng, nửa khoảng, đoạn

1. Phương pháp

- Để tìm $A \cap B$ ta làm như sau
 - Sắp xếp theo thứ tự tăng dần các điểm đầu mút của các tập hợp A, B lên trục số
 - Biểu diễn các tập A, B trên trục số (phần nào không thuộc các tập đó thì gạch bỏ)
 - Phần không bị gạch bỏ chính là giao của hai tập hợp A, B
- Để tìm $A \cup B$ ta làm như sau
 - Sắp xếp theo thứ tự tăng dần các điểm đầu mút của các tập hợp A, B lên trục số
 - Tô đậm các tập A, B trên trục số
 - Phần tô đậm chính là hợp của hai tập hợp A, B

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1: Cho hai tập hợp $A = (-7 ; 3)$, $B = (-4 ; 5)$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$

Lời giải

Ta có: $A \cap B = (-4 ; 3)$, $A \cup B = (-7 ; 5)$

Ví dụ 2: Cho số thực $a < 0$. Tìm $a(-\infty; 9a) \cap \left(\frac{4}{a}; +\infty\right) \neq \emptyset$

Hướng dẫn giải

$$(-\infty; 9a) \cap \left(\frac{4}{a}; +\infty\right) \neq \emptyset \Leftrightarrow 9a > \frac{4}{a} \Leftrightarrow \begin{cases} a > \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} < a < 0 \end{cases}.$$

Vì $a < 0$ nên giá trị của a cần tìm là $-\frac{2}{3} < a < 0$.

Ví dụ 3: Tìm điều kiện của m để $A \cap B$ là một khoảng, biết $A = (m; m+2)$; $B = (4; 7)$.

Lời giải

$$A \cap B \text{ là một khoảng} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 4 < m+2 \leq 7 \\ m \leq 4 < 7 \leq m+2 \\ 4 \leq m < 7 \leq m+2 \\ 4 \leq m < m+2 \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m \leq 4 \\ 5 \leq m < 7 \Leftrightarrow 2 < m < 7. \\ 4 \leq m \leq 5 \end{cases}$$

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Tập $(-\infty; -3) \cap [-5; 2)$ bằng

A. $[-5; -3)$.

B. $(-\infty; -5]$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-3; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $(-\infty; -3) \cap [-5; 2) = [-5; -3)$.

Câu 2. Hình vẽ sau đây là biểu diễn của tập hợp nào?



A. $(-\infty; -2) \cup [5; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2] \cup (5; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2] \cup [5; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 3. Kết quả của $[-4; 1) \cup (-2; 3]$ là

A. $(-2; 1)$

B. $[-4; 3]$

C. $(-4; 2]$

D. $(1; 3]$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Cách 1: Gọi $x \in [-4;1) \cup (-2;3]$, ta có: $\begin{cases} -4 \leq x < 1 \\ -2 < x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 3 \Rightarrow \text{Chọn B.}$

Cách 2: Biểu diễn hai tập hợp $[-4;1)$ và $(-2;3]$ trên trục số rồi tìm hợp của hai tập hợp, Chọn B.

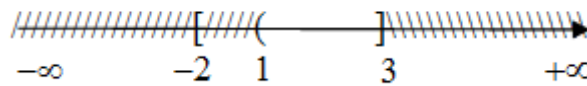
Câu 4. Cho hai tập hợp $A = [-2;3]$ và $B = (1;+\infty)$. Tìm $A \cap B$.

A. $A \cap B = [-2;+\infty)$. B. $A \cap B = (1;3]$. C. $A \cap B = [1;3]$. D. $A \cap B = (1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Biểu diễn hai tập hợp A và B ta được:



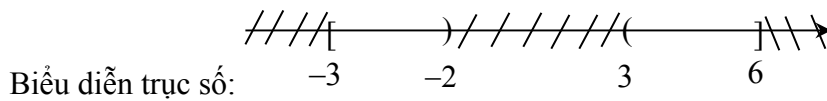
Vậy $A \cap B = (1;3]$.

Câu 5. Cho các tập hợp $M = [-3;6]$ và $N = (-\infty;-2) \cup (3;+\infty)$. Khi đó $M \cap N$ là

A. $(-\infty;-2) \cup [3;6]$. B. $(-\infty;-2) \cup [3;+\infty)$.
C. $[-3;-2) \cup (3;6]$. D. $(-3;-2) \cup (3;6)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



$M = [-3;6]$ và $N = (-\infty;-2) \cup (3;+\infty)$.

Khi đó: $M \cap N = [-3;-2) \cup (3;6]$.

Câu 6. Cho $A = (-\infty;2]$, $B = [2;+\infty)$, $C = (0;3)$. Chọn phát biểu **sai**.

A. $A \cap C = (0;2]$. B. $B \cup C = (0;+\infty)$. C. $A \cup B = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $B \cap C = [2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $A \cup B = \mathbb{R}$.

Câu 7. Cho $A = (-\infty;-2]$, $B = [3;+\infty)$, $C = (0;4)$. Khi đó tập $(A \cup B) \cap C$ là

A. $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.

C. $[3; 4)$.

D. $[3; 4]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $A \cup B = (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$. Suy ra $(A \cup B) \cap C = [3; 4)$.

Câu 8. Cho $A = (-\infty; 5]$, $B = (0; +\infty)$. Tìm $A \cap B$.

A. $A \cap B = [0; 5)$.

B. $A \cap B = (0; 5)$.

C. $A \cap B = (0; 5]$.

D. $A \cap B = (-\infty; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$A \cap B = (0; 5].$$

Câu 9. Cho $A = (1; 9)$, $B = [3; +\infty)$, câu nào sau đây đúng?

A. $A \cap B = [1; +\infty)$.

B. $A \cap B = (9; +\infty)$.

C. $A \cap B = (1; 3)$.

D. $A \cap B = [3; 9)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$A \cap B = (1; 9) \cap [3; +\infty) = [3; 9).$$

Câu 10. Cho ba tập hợp: $X = (-4; 3)$, $Y = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 4 > 0, x < 5\}$, $Z = \{x \in \mathbb{R} : (x + 3)(x - 4) = 0\}$.

Chọn câu đúng nhất:

A. $X \subset Y$.

B. $Z \subset X$.

C. $Z \subset X \cup Y$.

D. $Z \subset Y$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có:

$$\square Y = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 4 > 0, x < 5\} = (-2; 5); Z = \{-3; 4\}.$$

$$\square \begin{cases} -3 \in X \\ -3 \notin Y \end{cases} \Rightarrow X \not\subset Y \Rightarrow A \text{ sai.}$$

$$\square \begin{cases} 4 \in Z \\ 4 \notin X \end{cases} \Rightarrow Z \not\subset X \Rightarrow B \text{ sai.}$$

$$\square \begin{cases} -3 \in Z \\ -3 \notin Y \end{cases} \Rightarrow Z \not\subset Y \Rightarrow D \text{ sai.}$$

$$\square X \cup Y = (-4; 5) \Rightarrow \{-3; 4\} \subset (-4; 5). \text{ Vậy } Z \subset X \cup Y$$

Vậy C đúng.

Câu 11. Tập hợp nào dưới đây là giao của hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| < 2\}$?

- A. $(-1; 2)$. B. $[0; 2)$. C. $(-2; 3)$. D. $[-1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta viết lại hai tập hợp như sau: $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 3\} = [-1; 3)$.

$$B = \{x \in \mathbb{R} : |x| < 2\} = (-2; 2).$$

$$\text{Suy ra: } A \cap B = [-1; 2).$$

Câu 12. Cho $A = [1; +\infty)$, $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 1 = 0\}$, $C = (0; 4)$. Tập $(A \cup B) \cap C$ có bao nhiêu phần tử là số nguyên.

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $(A \cup B) \cap C = [1; 4)$ có 3 phần tử là số nguyên.

Câu 13. Cho hai tập hợp $A = (-3; 3)$ và $B = (0; +\infty)$. Tìm $A \cup B$.

- A. $A \cup B = (-3; +\infty)$. B. $A \cup B = [-3; +\infty)$. C. $A \cup B = [-3; 0)$. D. $A \cup B = (0; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Thực hiện phép hợp trên hai tập hợp A và B ta được: $A \cup B = (-3; +\infty)$.

Câu 14. Kết quả của phép toán $(-\infty; 1) \cap [-1; 2)$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $[-1; 1)$. D. $(-1; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $(-\infty; 1) \cap [-1; 2) = [-1; 1)$.

Câu 15. Cho $A = (2; +\infty)$, $B = (m; +\infty)$. Điều kiện cần và đủ của m sao cho B là tập con của A là

A. $m \leq 2$.

B. $m = 2$.

C. $m > 2$.

D. $m \geq 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có: $B \subset A$ khi và chỉ khi $\forall x \in B \Rightarrow x \in A \Rightarrow m \geq 2$.

Câu 16. Cho $A = (-\infty; m+1]$; $B = (-1; +\infty)$. Điều kiện để $(A \cup B) = \mathbb{R}$ là

A. $m > -1$.

B. $m \geq -2$.

C. $m \geq 0$.

D. $m > -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $(A \cup B) = \mathbb{R} \Leftrightarrow -1 \leq m+1 \Leftrightarrow m \geq -2$.

Câu 17. Cho các tập hợp khác rỗng $\left[m-1; \frac{m+3}{2}\right]$ và $B = (-\infty; -3) \cup [3; +\infty)$. Tập hợp các giá trị thực của m để $A \cap B \neq \emptyset$ là

A. $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.

B. $(-2; 3)$.

C. $(-\infty; -2) \cup [3; 5)$.

D. $(-\infty; -9) \cup (4; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Để } A \cap B \neq \emptyset \text{ thì điều kiện là } \begin{cases} m-1 < \frac{m+3}{2} \\ m-1 < -3 \\ \frac{m+3}{2} \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m < -2 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty; -2) \cup [3; 5)$.

Câu 18. Cho hai tập hợp $A = [1; 3]$ và $B = [m; m+1]$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để $B \subset A$.

A. $m = 1$.

B. $1 < m < 2$.

C. $1 \leq m \leq 2$.

D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải**Chọn C.**

$$\text{Ta có: } B \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m+1 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 2 \end{cases}. \text{ Vậy } 1 \leq m \leq 2.$$

Câu 19. Cho m là một tham số thực và hai tập hợp $A = [1-2m; m+3]$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 8-5m\}$. Tất cả các giá trị m để $A \cap B = \emptyset$ là

A. $m \geq \frac{5}{6}$.

B. $m < -\frac{2}{3}$.

C. $m \leq \frac{5}{6}$.

D. $-\frac{2}{3} \leq m < \frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

$$\text{Ta có } A = [1-2m; m+3], B = [8-5m; +\infty).$$

$$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 < 8-5m \\ 1-2m \leq m+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6m < 5 \\ 3m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{5}{6} \\ m \geq -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq m < \frac{5}{6}.$$

Câu 20. Cho hai tập $A = [0; 5]$; $B = (2a; 3a+1]$, với $a > -1$. Tìm tất cả các giá trị của a để $A \cap B \neq \emptyset$.

A. $\begin{cases} a < \frac{5}{2} \\ a \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a \geq \frac{5}{2} \\ a < -\frac{1}{3} \end{cases}$.

C. $-\frac{1}{3} \leq a < \frac{5}{2}$.

D. $-\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải**Chọn C.**

$$A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 2a < 3a+1 \\ 3a+1 \geq 0 \\ 2a < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -1 \\ a \geq -\frac{1}{3} \\ a < \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -\frac{1}{3} \\ -1 < a < \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq a < \frac{5}{2}.$$

Dạng 2: Xác định hiệu và phần bù các khoảng, đoạn, nửa khoảng**1. Phương pháp**

- Để tìm $A \setminus B$ ta làm như sau

- Sắp xếp theo thứ tự tăng dần các điểm đầu mút của các tập hợp A, B lên trục số
- Biểu diễn tập A trên trục số (gạch bỏ phần không thuộc tập A), gạch bỏ phần thuộc tập B trên trục số
- Phần không bị gạch bỏ chính là $A \setminus B$.

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1: Cho các tập hợp:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 5\} \quad C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 4\}$$

a) Hãy viết lại các tập hợp A, B, C dưới kí hiệu khoảng, nửa khoảng, đoạn.

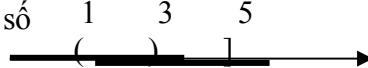
b) Tìm $A \cup B, A \cap B, A \setminus B$.

c) Tìm $(B \cup C) \setminus (A \cap C)$

Lời giải

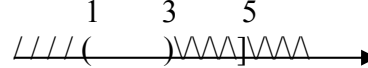
a) Ta có: $A = (-\infty; 3)$ $B = (1; 5]$ $C = [-2; 4]$.

b) • Biểu diễn trên trục số



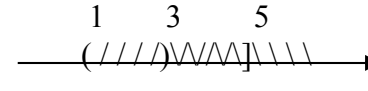
Suy ra $A \cup B = (-\infty; 5]$

• Biểu diễn trên trục số



Suy ra $A \cap B = (1; 3)$

• Biểu diễn trên trục số



Suy ra $A \setminus B = (-\infty; 1]$

c) Bằng cách biểu diễn trên trục số ta có

$$A \cap C = [-2; 3) \text{ và } B \cup C = [-2; 5]$$

$$\text{Suy ra ta có } (B \cup C) \setminus (A \cap C) = [3; 5]$$

Nhận xét: Việc biểu diễn trên trục số để tìm các phép toán tập hợp ta làm trên giấy nháp và trình bày kết quả vào.

Ví dụ 2: Xác định các tập số sau và biểu diễn trên trục số:

a) $(-4; 2] \cap [0; 4)$

b) $(0; 3) \cup [1; 4]$

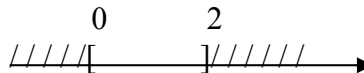
c) $[-4; 3] \setminus [-2; 1]$

d) $\mathbb{R} \setminus [1; 3]$

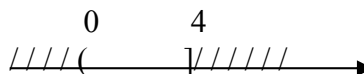
Lời giải

a) Ta có $(-4; 2] \cap [0; 4) = [0; 2]$

Biểu diễn tập đó trên trục số là



b) Ta có $(0; 3) \cup [1; 4] = (0; 4]$



Biểu diễn tập đó trên trục số là

c) Ta có $[-4; 3] \setminus [-2; 1] = [-4; -2) \cup (1; 3]$

Biểu diễn tập đó trên trục số là

d) Ta có $\mathbb{R} \setminus [1; 3] = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

Ví dụ 3: Cho các tập hợp $A = (-\infty; m)$ và $B = [3m - 1; 3m + 3]$. Tìm m để

a) $A \cap B = \emptyset$

b) $B \subset A$

c) $A \subset C_{\mathbb{R}} B$

d) $C_{\mathbb{R}} A \cap B \neq \emptyset$

Lời giải

Ta có biểu diễn trên trục số các tập A và B trên hình vẽ

a) Ta có $A \cap B = \emptyset$

$$\Leftrightarrow m \leq 3m - 1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$$

Vậy $m \geq \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.

b) Ta có $B \subset A \Leftrightarrow 3m + 3 < m \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$

Vậy $m < -\frac{3}{2}$ là giá trị cần tìm.

c) Ta có $C_{\mathbb{R}} B = (-\infty; 3m - 1) \cup (3m + 3; +\infty)$

Suy ra $A \subset C_{\mathbb{R}} B \Leftrightarrow m \leq 3m - 1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$

Vậy $m \geq \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.

d) Ta có $C_{\mathbb{R}} A = [m; +\infty)$ suy ra $C_{\mathbb{R}} A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow m \leq 3m + 3 \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{2}$

Vậy $m \geq -\frac{3}{2}$ là giá trị cần tìm.

3. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho tập hợp $A = [-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$. Tập hợp $C_{\mathbb{R}} A$ bằng

A. $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup (\sqrt{5}; +\infty)$.

B. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$.

C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.

D. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $C_{\mathbb{R}}A = \mathbb{R} \setminus A = (-\infty; -\sqrt{3}) \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.

Câu 2. Phần bù của $[-2; 1)$ trong $\mathbb{R}$ là

- A. $(-\infty; 1]$. B. $(-\infty; -2) \cup [1; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$C_{\mathbb{R}}B = \mathbb{R} \setminus B = (-\infty; -2) \cup [1; +\infty)$.

Câu 3. Tập hợp nào sau đây chỉ gồm các số vô tỷ?

- A. $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}^*$. B. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. C. $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tập hợp chỉ gồm các số vô tỷ là $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Câu 4. Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 5\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 4\}$. Khi đó $(B \cup C) \setminus (A \cap C)$ bằng

- A. $[-2; 3)$. B. $[3; 5]$. C. $(-\infty; 1]$. D. $[-2; 5]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$A = (-\infty; 3)$, $B = (1; 5]$, $C = [-2; 4]$.

$(B \cup C) \setminus (A \cap C) = \{(1; 5] \cup [-2; 4]\} \setminus \{(-\infty; 3) \cap [-2; 4]\} = [-2; 5] \setminus [-2; 3) = [3; 5]$.

Câu 5. Cho $A = (-\infty; 1]$; $B = [1; +\infty)$; $C = (0; 1]$. Câu nào sau đây **sai**?

- A. $(A \cup B) \setminus C = (-\infty; 0] \cup (1; +\infty)$. B. $A \cap B \cap C = \{-1\}$.
C. $A \cup B \cup C = (-\infty; +\infty)$. D. $(A \cap B) \setminus C = \emptyset$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $A \cap B = \{1\} \Rightarrow A \cap B \cap C = \{1\}$.

Câu 6. Cho $A = [-1; 3]$; $B = (2; 5)$. Tìm mệnh đề **sai**.

- A. $B \setminus A = [3; 5)$. B. $A \cap B = (2; 3]$. C. $A \setminus B = [-1; 2]$. D. $A \cup B = [-1; 5]$.

Lời giải

Chọn D.

Mệnh đề đúng: $A \cup B = [-1; 5)$.

Câu 7. Cho các tập $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$. Tập $\mathbb{R} \setminus (A \cap B)$ là :

- A. $(-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$. B. $(-1; 3]$.
C. $[-1; 3)$. D. $(-\infty; -1] \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $A = [-1; +\infty)$; $B = (-\infty; 3)$. Khi đó

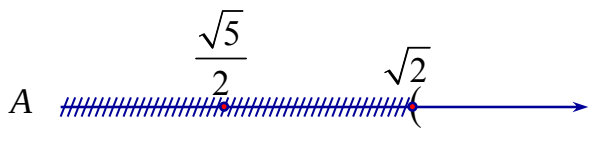
$$A \cap B = [-1; 3) \Rightarrow \mathbb{R} \setminus (A \cap B) = (-\infty; -1) \cup [3; +\infty).$$

Câu 8. Cho hai tập hợp $A = (\sqrt{2}; +\infty)$ và $B = \left(-\infty; \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$. Khi đó $(A \cap B) \cup (B \setminus A)$ là

- A. $\left[\frac{\sqrt{5}}{2}; \sqrt{2}\right]$. B. $(\sqrt{2}; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$. D. $\left(-\infty; \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $A \cap B = \emptyset$, $B \setminus A = \left(-\infty; \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$. 

Do đó $(A \cap B) \cup (B \setminus A) = \left(-\infty; \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$ 

Câu 9. Cho $A = (-1; 3)$ và $B = [0; 5]$. Khi đó $(A \cap B) \cup (A \setminus B)$ là

- A. $(-1; 3)$. B. $[-1; 3]$. C. $(-1; 3) \setminus \{0\}$. D. $(-1; 3]$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

C1: Ta có: $A \cap B = [0; 3)$ và $A \setminus B = (-1; 0)$. Do đó:

$$(A \cap B) \cup (A \setminus B) = [0; 3) \cup (-1; 0) = (-1; 3).$$

C2: Ta có: $(A \cap B) \cup (A \setminus B) = A$ nên $(A \cap B) \cup (A \setminus B) = (-1; 3)$.

Câu 10. Xác định phần bù của tập hợp $(-\infty; -2)$ trong $(-\infty; 4)$.

- A. $(-2; 4)$. B. $(-2; 4]$. C. $[-2; 4)$. D. $[-2; 4]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } C_{(-\infty; 4)}(-\infty; -2) = (-\infty; 4) \setminus (-\infty; -2) = [-2; 4).$$

Câu 11. Xác định phần bù của tập hợp $(-\infty; -10) \cup (10; +\infty) \cup \{0\}$ trong $\mathbb{R}$.

- A. $[-10; 10)$. B. $[-10; 10] \setminus \{0\}$.
C. $[-10; 0) \cup [0; 10)$. D. $[-10; 0) \cup (0; 10)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\mathbb{R} \setminus (-\infty; -10) \cup (10; +\infty) \cup \{0\} = [-10; 10] \setminus \{0\}.$$

Câu 12. Cho hai tập hợp X, Y thỏa mãn $X \setminus Y = \{7; 15\}$ và $X \cap Y = (-1; 2)$. Xác định số phần tử là số nguyên của X .

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Do } X \setminus Y = \{7; 15\} \Rightarrow \{7; 15\} \subset X.$$

$$\text{Mà } X \cap Y = (-1; 2) \Rightarrow (-1; 2) \subset X.$$

$$\text{Suy ra } X = (-1; 2) \cup \{7; 15\}.$$

Vậy số phần tử nguyên của tập X là 4.

Câu 13. Cho $A = (-\infty; 2]$ và $B = (0; +\infty)$. Tìm $A \setminus B$.

- A. $A \setminus B = (-\infty; 0]$. B. $A \setminus B = (2; +\infty)$. C. $A \setminus B = (0; 2]$. D. $A \setminus B = (-\infty; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Biểu diễn hai tập hợp A và B lên trục số ta có kết quả $A \setminus B = (-\infty; 0]$.

Câu 14. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$, $B = (-1; 3)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $A \cap B = (-1; 2]$.

B. $A \setminus B = (-3; -1)$.

C. $C_{\mathbb{R}} B = (-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$.

D. $A \cup B = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\} = (-3; 2] \Rightarrow (-3; 2] \cap (-1; 3) = (-1; 2].$$

Câu 15. Cho $A = [a; a+1)$. Lựa chọn phương án đúng.

A. $C_{\mathbb{R}} A = (-\infty; a] \cup [a+1; +\infty)$.

B. $C_{\mathbb{R}} A = (-\infty; a) \cup [a+1; +\infty)$.

C. $C_{\mathbb{R}} A = (-\infty; a] \cup (a+1; +\infty)$.

D. $C_{\mathbb{R}} A = (-\infty; a) \cup (a+1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } C_{\mathbb{R}} A = \mathbb{R} \setminus A = (-\infty; a) \cup [a+1; +\infty).$$

Câu 16. Cho các tập hợp khác rỗng $A = (-\infty; m)$ và $B = [2m-2; 2m+2]$. Tìm $m \in \mathbb{R}$ để $C_{\mathbb{R}} A \cap B \neq \emptyset$.

A. $m \geq 2$.

B. $m < -2$.

C. $m \geq -2$.

D. $m < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } C_{\mathbb{R}} A = [m; +\infty).$$

$$\text{Để } C_{\mathbb{R}} A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow 2m+2 \geq m \Leftrightarrow m \geq -2.$$

Câu 17. Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |mx-3| = mx-3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2-4=0\}$. Tìm m để $B \setminus A = B$.

A. $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$.

B. $m < \frac{3}{2}$.

C. $-\frac{3}{2} < m < \frac{3}{2}$.

D. $m \geq -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } x \in A \Leftrightarrow mx-3 \geq 0.$$

$$x \in B \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } B \setminus A = B \Leftrightarrow B \cap A = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ \begin{cases} m > 0 \\ \frac{3}{m} > 2 \end{cases} \\ \begin{cases} m < 0 \\ \frac{3}{m} < -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 0 < m < \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < \frac{3}{2}.$$

BÀI 5. SỐ GẦN ĐÚNG VÀ SAI SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. Số gần đúng: Trong đo đạc, tính toán ta thường chỉ nhận được các số gần đúng.

2. Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

a) Sai số tuyệt đối: Giả sử $\bar{a}$ là giá trị đúng của một đại lượng và a là giá trị gần đúng của $\bar{a}$. Giá trị $|\bar{a} - a|$ phản ánh mức độ sai lệch giữa $\bar{a}$ và a . Ta gọi $|\bar{a} - a|$ là sai số tuyệt đối của số gần đúng a và kí hiệu là Δ_a , tức là $\Delta_a = |\bar{a} - a|$

Nếu $\Delta_a = |\bar{a} - a| \leq d$ thì $a - d \leq \bar{a} \leq a + d$. Ta nói a là số gần đúng của $\bar{a}$ với **độ chính xác d** , và qui ước viết gọn là $\bar{a} = a \pm d$. Như vậy, khi viết $\bar{a} = a \pm d$ ta hiểu là số đúng $\bar{a}$ nằm trong đoạn $[a - d; a + d]$. Bởi vậy d càng nhỏ thì độ sai lệch của số gần đúng a so với số đúng $\bar{a}$ càng ít. Thành thử d được gọi là độ chính xác của số gần đúng.

b) Sai số tương đối: Sai số tương đối của số gần đúng a là tỉ số giữa sai số tuyệt đối và $|a|$, kí hiệu $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$. Nếu $\bar{a} = a \pm d$ thì $\Delta_a = |\bar{a} - a| \leq d$. Do đó $\delta_a \leq \frac{d}{|a|}$. Nếu $\frac{d}{|a|}$ càng nhỏ thì độ chính xác của phép đo đạc hoặc tính toán càng lớn. Ta thường viết δ_a dưới dạng phần trăm.

3. Qui tròn số gần đúng

- Nếu chữ số ngay sau hàng qui tròn nhỏ hơn 5 thì ta chỉ việc thay thế chữ số đó và các chữ số bên phải nó bởi số 0.
- Nếu chữ số ngay sau hàng qui tròn lớn hơn hay bằng 5 thì ta thay thế chữ số đó và các chữ số bên phải nó bởi số 0 và cộng thêm một đơn vị vào chữ số ở hàng qui tròn.

Ví dụ 1: Nếu quy tròn số 8216,3 đến hàng chục thì chữ số ở hàng quy tròn là 1, chữ số ngay sau đó là 6; do $6 > 5$ nên ta có số quy tròn là 8200.

Ví dụ 2: Nếu quy tròn số 3,654 đến hàng phần trăm (tức chữ số thứ 2 sau dấu phẩy) thì chữ số ngay sau hàng quy tròn là 4; do $4 < 5$ nên số quy tròn là 3,65.

Trong hai ví dụ trên, sai số tuyệt đối là

$$|8216,4 - 8200| = 16 < 20; |3,654 - 3,65| = 0,004 < 0,005$$

Nhận xét: Khi thay số đúng bởi số qui tròn đến một hàng nào đó thì sai số tuyệt đối của số qui tròn không vượt quá nửa đơn vị của hàng qui tròn. Như vậy, độ chính xác của số qui tròn bằng nửa đơn vị của hàng qui tròn.

Chú ý: Cho số gần đúng a với độ chính xác d (tức là $\bar{a} = a \pm d$). Khi được yêu cầu quy tròn số a mà không nói rõ quy tròn đến hàng nào thì ta quy tròn số a đến hàng cao nhất mà d nhỏ hơn **một đơn vị** của hàng đó.

Chẳng hạn: Cho $\bar{a} = 1,236 \pm 0,002$ và ta phải quy tròn số 1,236. Ta thấy, $0,001 < 0,002 < 0,01$ nên

hàng cao nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó là hàng phần trăm. Vậy ta phải quy tròn số 1,236 đến hàng phần trăm. Kết quả là $\bar{a} \approx 1,24$

4. Chữ số chắc và cách viết chuẩn số gần đúng

a) Chữ số chắc: Cho số gần đúng a của số $\bar{a}$ với độ chính xác d . Trong số a , một chữ số đgl **chữ số chắc** (hay **đáng tin**) nếu d không vượt quá nửa đơn vị của hàng có chữ số đó.

Nhận xét: Tất cả các chữ số đứng bên trái chữ số chắc đều là chữ số chắc. Tất cả các chữ số đứng bên phải chữ số không chắc đều là chữ số không chắc.

Ví dụ: Trong cuộc điều tra dân số, người ta báo cáo số dân của tỉnh A là 1379425 người ± 300 người.

Vì $\frac{100}{2} = 50 < 300 < 500 = \frac{1000}{2}$ nên chữ số hàng trăm (chữ số 4) không là chữ số chắc, chữ số hàng nghìn (chữ số 9) là chữ số chắc. Vậy các chữ số chắc là 1,3,7,9 và các chữ số 4,2,5 đều là không chắc.

b) Dạng chuẩn của số gần đúng: Cách viết chuẩn của một số gần đúng là cách viết mà tất cả các chữ số của a là chữ số chắc.

□ Nếu số gần đúng là số thập phân (không nguyên) thì dạng chuẩn là dạng mọi chữ số của nó là chữ số chắc.

Ví dụ: Cho một giá trị gần đúng của $\sqrt{5}$ được viết dưới dạng chuẩn là $2,236(\sqrt{5} \approx 2,236)$. Ở đây hàng thấp nhất chữ số chắc là hàng phần nghìn nên độ chính xác của nó là $\frac{1}{2} \cdot 10^{-3} = 0,0005$. Do đó ta viết $2,236 - 0,0005 \leq \sqrt{5} \leq 2,236 + 0,0005$.

□ Nếu số gần đúng là số nguyên thì dạng chuẩn của nó là $A \cdot 10^k$, trong đó A là số nguyên, k là hàng thấp nhất có chữ số chắc ($k \in \mathbb{N}$). (Từ đó, mọi chữ số của A là chữ số chắc)

Ví dụ: Số dân của Việt Nam (năm 2005) vào khoảng $83 \cdot 10^6$ người (83 triệu người). Ở đây, $k = 6$ nên độ chính xác của số gần đúng là $\frac{1}{2} \cdot 10^6 = 500000$. Do đó ta biết được số dân của Việt Nam trong khoảng từ 82,5 triệu người đến 83,5 triệu người.

5. Kí hiệu khoa học của một số

Mỗi số thập phân khác 0 đều viết được dưới dạng $\alpha \cdot 10^n$, trong đó $1 \leq |\alpha| < 10, n \in \mathbb{Z}$ (Quy ước rằng nếu $n = -m$, với m là số nguyên dương thì $10^{-m} = \frac{1}{10^m}$). Dạng như thế được gọi là kí hiệu khoa học của số đó. Người ta thường dùng kí hiệu khoa học để ghi những số rất lớn hoặc rất bé. Số mũ n của 10 trong kí hiệu khoa học của một số cho thấy độ lớn (bé) của số đó. Ví dụ: Khối lượng trái đất viết dưới dạng kí hiệu khoa học là $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Biết số gần đúng a , và độ chính xác d . Ước lượng sai số tương đối, các chữ số chắc, viết dưới dạng chuẩn.

1. Phương pháp

- Ước lượng sai số tương đối: $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \leq \frac{d}{|a|}$
- Chữ số chắc: Từ $\frac{10^n}{2} < d < \frac{10^{n+1}}{2}$ suy ra n và suy ra các chữ số chắc.

Ví dụ mẫu 1: Biết số gần đúng là 65894256 có độ chính xác $d = 140$.

- a) Ước lượng sai số tương đối của số đó
- b) Viết các chữ số chắc (đáng tin)
- c) Viết số đó dưới dạng chuẩn

Hướng dẫn

- a) Ước lượng sai số tương đối: $\delta_a \leq \frac{d}{|a|} = \frac{140}{65894256} = 0,0000021$, tức không vượt quá 0,0000021
- b) $\frac{10^2}{2} < 140 < \frac{10^3}{2}$ nên chữ số hàng nghìn trở lên là chữ số chắc. Vậy các chữ số chắc là 6,5,8,9,4.
- c) Viết số đó dưới dạng chuẩn là 65894.10^3 .

Ví dụ mẫu 2: Độ dài của cái cầu bến thủy hai (Nghệ An) người ta đo được là $996m \pm 0,5m$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu.

Lời giải

Ta có độ dài gần đúng của cầu là $a = 996$ với độ chính xác $d = 0,5$

Vì sai số tuyệt đối $\Delta_a \leq d = 0,5$ nên sai số tương đối $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \leq \frac{d}{|a|} = \frac{0,5}{996} \approx 0,05\%$

Vậy sai số tương đối tối đa trong phép đo trên là 0,05%.

Dạng 2. Biết số gần đúng a và sai số tương đối không vượt quá c . Ước lượng sai số tuyệt đối, các chữ số chắc, viết dưới dạng chuẩn.

Phương pháp: Ước lượng sai số tuyệt đối $\Delta_a = |a| \cdot \delta_a \leq |a| \cdot c$

Ví dụ mẫu 1: Biết số gần đúng 327,5864 có sai số tương đối không vượt quá $\frac{1}{10000}$.

- a) Ước lượng sai số tuyệt đối của số đó;

- b) Viết các chữ số chắc;
c) Viết số đó dưới dạng chuẩn

Hướng dẫn

- a) Ước lượng sai số tuyệt đối : $\Delta_a = |a'| \cdot \delta_a \leq 327,5864 \cdot \frac{1}{10000} = 0,032$
b) Viết các chữ số chắc: $\frac{10^{-2}}{2} < 0,032 < \frac{10^{-1}}{2}$ nên từ chữ số thập phân chục trở lên là các chữ số chắc. Vậy các chữ số chắc là 3,2,7,5.
c) Viết số đó dưới dạng chuẩn là: 327,6 (do có quy tròn đến hàng phần chục).

Ví dụ mẫu 2: Hãy xác định sai số tuyệt đối của các số gần đúng a , b biết sai số tương đối của chúng.

- a) $a = 123456$, $\delta_a = 0,2\%$ b) $a = 1,24358$, $\delta_a = 0,5\%$

Lời giải

Ta có $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \Leftrightarrow \Delta_a = |a| \delta_a$

- a) Với $a = 123456$, $\delta_a = 0,2\%$ ta có sai số tuyệt đối là

$$\Delta_a = 123456 \cdot 0,2\% = 146,912$$

- b) Với $a = 1,24358$, $\delta_a = 0,5\%$ ta có sai số tuyệt đối là

$$\Delta_a = 1,24358 \cdot 0,5\% = 0,0062179.$$

Ví dụ mẫu 3: a) Hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm và hàng phần nghìn biết $\sqrt{8} = 2,8284\dots$. Ước lượng sai số tuyệt đối trong mỗi trường hợp.

- b) Hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt[3]{2015^4}$ chính xác đến hàng chục và hàng trăm biết $\sqrt[3]{2015^4} = 25450,71\dots$. Ước lượng sai số tuyệt đối trong mỗi trường hợp.

Lời giải

- a) Ta có $\sqrt{8} = 2,8284\dots$ do đó giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ đến hàng phần trăm là 2,83

$$\text{Ta có } \left| \sqrt{8} - 2,83 \right| = 2,83 - \sqrt{8} \leq 2,83 - 2,8284 = 0,0016$$

Suy ra sai số tuyệt đối của số gần đúng 2,83 không vượt quá 0,0016.

Giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ đến hàng phần nghìn là 2,828

$$\text{Ta có } \left| \sqrt{8} - 2,828 \right| = \sqrt{8} - 2,828 \leq 2,8284 - 2,828 = 0,0004$$

Suy ra sai số tuyệt đối của số gần đúng 2,828 không vượt quá 0,0004.

b) Sử dụng máy tính bỏ túi ta có $\sqrt[3]{2015^4} = 25450,71966\dots$

Do đó giá trị gần đúng của $\sqrt[3]{2015^4}$ đến hàng chục là 25450

$$\text{Ta có } \left| \sqrt[3]{2015^4} - 25450 \right| = \sqrt[3]{2015^4} - 25450 \leq 25450,72 - 25450 = 0,72$$

Suy ra sai số tuyệt đối của số gần đúng 25450 không vượt quá 0,72.

Giá trị gần đúng của $\sqrt[3]{2015^4}$ đến hàng trăm là 25500.

$$\text{Ta có } \left| \sqrt[3]{2015^4} - 25500 \right| = 25500 - \sqrt[3]{2015^4} \leq 25500 - 25450,71 = 49,29$$

Suy ra sai số tuyệt đối của số gần đúng 25500 không vượt quá 49,29.

Dạng 3. Quy tròn số. Ước lượng sai số tuyệt đối, sai số tương đối của số quy tròn

Phương pháp:

Ví dụ mẫu 1: Biết số $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$

a) Quy tròn số $\sqrt{2}$ đến hàng phần trăm

b) Ước lượng sai số tuyệt đối và sai số tương đối mắc phải khi chọn số quy tròn $\sqrt{2}$ đến hàng phần trăm

Hướng dẫn

a) Quy tròn số $\sqrt{2}$ đến hàng phần trăm là 1,41

b) $1,41 < \sqrt{2} < 1,42 \Rightarrow \left| \sqrt{2} - 1,41 \right| < 1,42 - 1,41 = 0,01$. Vậy sai số tuyệt đối không vượt quá

$$\frac{0,01}{1,41} = 0,007$$

Ví dụ mẫu 2: Làm tròn các số sau với độ chính xác cho trước.

a) $a = 2,235$ với độ chính xác $d = 0,002$

b) $a = 23748023$ với độ chính xác $d = 101$

Lời giải

a) Ta có $0,001 < 0,002 < 0,01$ nên hàng cao nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó là hàng phần trăm

Do đó ta phải quy tròn số $a = 2,235$ đến hàng phần trăm suy ra $\bar{a} \approx 2,24$.

b) Ta có $100 < 101 < 1000$ nên hàng cao nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó là hàng nghìn

Do đó ta phải tròn số $a = 23748023$ đến hàng nghìn suy ra $\bar{a} \approx 23748000$.

Dạng 4. Sai số của tổng, tích và thương

Phương pháp

□ Nếu a và b là các số gần đúng với sai số tuyệt đối Δ_a và Δ_b , và $c = a + b$; $d = a - b$. Thế thì $\Delta_c = \Delta_a + \Delta_b$; $\Delta_d = \Delta_a + \Delta_b$

□ Nếu sai số $\delta_a, \delta_b, \delta_c$ lần lượt là sai số tuyệt đối của số gần đúng a, b, c và

$$P = a.b; Q = a.b.c; R = \frac{a}{b}. \text{ Thế thì } \delta_P = \delta_a + \delta_b; \delta_Q = \delta_a + \delta_b + \delta_c; \delta_R = \delta_a + \delta_b$$

$$\text{Suy ra: } \Delta_P = |a|.\Delta_a + |b|.\Delta_b; \Delta_Q = |b.c|.\Delta_a + |a.c|.\Delta_b + |a.b|.\Delta_c; \Delta_R = \frac{\Delta_a}{|b|} + \frac{\Delta_b}{|a|}$$

Ví dụ mẫu 1. Tính chu vi và diện tích hình chữ nhật có cạnh $a = 5,356m \pm 0,01m$, chiều dài là $b = 15,854m \pm 0,015m$. Ước lượng sai số tuyệt đối mắc phải.

Hướng dẫn

Chu vi: $L = 2(a + b)$, sai số tuyệt đối không vượt quá $\Delta_L = 2(\Delta_a + \Delta_b) \leq 2.(0,01 + 0,015) = 0,05(m)$ và ta viết là $L = 2.5,356 + 2.15,854 \pm 0,05 = 42,42 \pm 0,05(m)$

Diện tích: $S = ab$, sai số tuyệt đối không vượt quá $\Delta_S = b.\Delta_a + a.\Delta_b \leq 15,854.0,01 + 5,356.0,015 = 0,239(m^2)$ và ta viết là $S = 15,854 \times 5,356 \pm 0,239 = 84,914 \pm 0,239(m^2)$

Ví dụ mẫu 2. Một ống nước có đường kính $d = 2 \pm 0,05cm$, chiều dài $h = 3000 \pm 5cm$. Tính thể tích khối nước chứa trong ống và ước lượng sai số tuyệt đối mắc phải ($\pi = 3,14 \pm 0,0016$).

Hướng dẫn

$$\text{Thể tích } V = \pi R^2 h = 3,14 \times 1^2 \times 3000 \pm d_v = 9420 \pm d_v (cm^3)$$

$$R = \frac{d}{2} \text{ nên } \Delta_R = \frac{\Delta_d}{2} \leq 0,025(cm); \Delta_{R^2} = 2R.\Delta_R \leq 2.0,025 = 0,05(cm^2)$$

$$\Delta_V = R^2.h.\Delta_\pi + \pi.h.\Delta_{R^2} + \pi.R^2.\Delta_h \leq 1 \times 3000 \times 0,0016 + 3,14 \times 3000 \times 0,05 + 3,14 \times 1 \times 5 = 492 (cm^3)$$

Sai số tuyệt đối không vượt quá 429 và ta viết $V = 9420 \pm 492 (cm^3) = 9420 \pm 0,492 (lit)$

Ví dụ mẫu 3: Một cái ruộng hình chữ nhật có chiều dài là $x = 23m \pm 0,01m$ và chiều rộng là $y = 15m \pm 0,01m$. Chứng minh rằng

a) Chu vi của ruộng là $P = 76m \pm 0,04m$

b) Diện tích của ruộng là $S = 345m \pm 0,3801m$

Lời giải

a) Giả sử $x = 23 + a$, $y = 15 + b$ với $-0,01 \leq a, b \leq 0,01$

Ta có chu vi ruộng là $P = 2(x + y) = 2(38 + a + b) = 76 + 2(a + b)$

Vì $-0,01 \leq a, b \leq 0,01$ nên $-0,04 \leq 2(a + b) \leq 0,04$

Do đó $|P - 76| = |2(a + b)| \leq 0,04$

Vậy $P = 76m \pm 0,04m$

b) Diện tích ruộng là $S = x.y = (23 + a)(15 + b) = 345 + 23b + 15a + ab$

Vì $-0,01 \leq a, b \leq 0,01$ nên $|23b + 15a + ab| \leq 23.0,01 + 15.0,01 + 0,01.0,01$

hay $|23b + 15a + ab| \leq 0,3801$ suy ra $|S - 345| \leq 0,3801$

Vậy $S = 345m \pm 0,3801m$.

Dạng 5: Xác định các chữ số chắc của một số gần đúng, dạng chuẩn của chữ số gần đúng và kí hiệu khoa học của một số.

1. Các ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Tìm số chắc và viết dạng chuẩn của số gần đúng a biết

a) Số người dân tỉnh Nghệ An là $a = 3214056$ người với độ chính xác $d = 100$ người.

b) $a = 1,3462$ sai số tương đối của a bằng 1%.

Lời giải

a) Vì $\frac{100}{2} = 50 < 100 < \frac{1000}{2} = 500$ nên chữ số hàng trăm(số 0) không là số chắc, còn chữ số hàng nghìn(số 4) là chữ số chắc.

Vậy chữ số chắc là 1, 2, 3, 4.

Cách viết dưới dạng chuẩn là 3214.10^3 .

b) Ta có $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \Rightarrow \Delta_a = \delta_a \cdot |a| = 1\% \cdot 1,3462 = 0,013462$

Suy ra độ chính xác của số gần đúng a không vượt quá 0,013462 nên ta có thể xem độ chính xác là $d = 0,013462$.

Ta có $\frac{0,01}{2} = 0,005 < 0,013462 < \frac{0,1}{2} = 0,05$ nên chữ số hàng phần trăm(số 4) không là số chắc, còn chữ số hàng phần chục(số 3) là chữ số chắc.

Vậy chữ số chắc là 1 và 3 .

Cách viết dưới dạng chuẩn là 1,3 .

Ví dụ 2: Viết các số gần đúng sau dưới dạng chuẩn

a) $a = 467346 \pm 12$ b) $b = 2,4653245 \pm 0,006$

Lời giải

a) Ta có $\frac{10}{2} = 5 < 12 < \frac{100}{2} = 50$ nên chữ số hàng trăm trở đi là chữ số chữ số chắc do đó số gần đúng viết dưới dạng chuẩn là 4673.10^2 .

b) Ta có $\frac{0,01}{2} = 0,005 < 0,006 < \frac{0,1}{2} = 0,05$ nên chữ số hàng phần chục trở đi là chữ số chữ số chắc do đó số gần đúng viết dưới dạng chuẩn là $2,5$.

Ví dụ 3: Các nhà khoa học Mỹ đang nghiên cứu liệu một máy bay có thể có tốc độ gấp bảy lần tốc độ ánh sáng. Với máy bay đó trong một năm(giả sử một năm có 365 ngày) nó bay được bao nhiêu? Biết vận tốc ánh sáng là 300 nghìn km/s. Viết kết quả dưới dạng kí hiệu khoa học.

Lời giải

Ta có một năm có 365 ngày, một ngày có 24 giờ, một giờ có 60 phút và một phút có 60 giây

Vậy một năm có $24.365.60.60 = 31536000$ giây.

Vì vận tốc ánh sáng là 300 nghìn km/s nên trong vòng một năm nó đi được

$$31536000.300 = 9,4608.10^9 \text{ km.}$$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho số gần đúng $a = 23748023$ với độ chính xác $d = 101$. Hãy viết số quy tròn của số a .

- A. 23749000. B. 23748000. C. 23746000. D. 23747000.

Câu 2. Cho giá trị gần đúng của π là $a = 3,141592653589$ với độ chính xác 10^{-10} . Hãy viết số quy tròn của số a .

- A. $a = 3,141592654$. B. $a = 3,1415926536$.
C. $a = 3,141592653$. D. $a = 3,1415926535$.

Câu 3. Sử dụng máy tính bỏ túi, hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt{3}$ chính xác đến hàng phần nghìn.

- A. 1,7320. B. 1,732. C. 1,733. D. 1,731.

Câu 4. Sử dụng máy tính bỏ túi, hãy viết giá trị gần đúng của π^2 chính xác đến hàng phần nghìn.

- A. 9,873. B. 9,870. C. 9,872. D. 9,871.

Câu 5. Hãy viết số quy tròn của số gần đúng $a = 17658$ biết $\bar{a} = 17658 \pm 16$.

- A. 17700. B. 17800. C. 17500. D. 17600.

Câu 6. Hãy viết số quy tròn của số gần đúng $a = 15,318$ biết $\bar{a} = 15,318 \pm 0,056$.

A. 15,3.

B. 15,31.

C. 15,32.

D. 15,4.

Câu 7. Đo độ cao một ngọn cây là $h = 347,13\text{m} \pm 0,2\text{m}$. Hãy viết số quy tròn của số gần đúng 347,13.

A. 345.

B. 347.

C. 348.

D. 346.

Câu 8. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh: $a = 12\text{ cm} \pm 0,2\text{ cm}$; $b = 10,2\text{ cm} \pm 0,2\text{ cm}$; $c = 8\text{ cm} \pm 0,1\text{ cm}$.

Tính chu vi P của tam giác đã cho.

A. $P = 30,2\text{ cm} \pm 0,2\text{ cm}$.

B. $P = 30,2\text{ cm} \pm 1\text{ cm}$.

C. $P = 30,2\text{ cm} \pm 0,5\text{ cm}$.

D. $P = 30,2\text{ cm} \pm 2\text{ cm}$.

Câu 9. Một miếng đất hình chữ nhật có chiều rộng $x = 43\text{m} \pm 0,5\text{m}$ và chiều dài $y = 63\text{m} \pm 0,5\text{m}$. Tính chu vi P của miếng đất đã cho.

A. $P = 212\text{m} \pm 4\text{m}$.

B. $P = 212\text{m} \pm 2\text{m}$.

C. $P = 212\text{m} \pm 0,5\text{m}$.

D. $P = 212\text{m} \pm 1\text{m}$.

Câu 10. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài là $x = 23\text{m} \pm 0,01\text{m}$ và chiều rộng là $y = 15\text{m} \pm 0,01\text{m}$. Tính diện tích S của thửa ruộng đã cho.

A. $S = 345\text{m} \pm 0,001\text{m}$.

B. $S = 345\text{m} \pm 0,38\text{m}$.

C. $S = 345\text{m} \pm 0,01\text{m}$.

D. $S = 345\text{m} \pm 0,3801\text{m}$.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Độ chính xác $d = 101$ (hàng trăm), nên ta làm tròn số $a = 23748023$ đến hàng nghìn, được kết quả là $a = 23748000$. **Chọn B.**

Câu 2. Độ chính xác $d = 10^{-10}$ $\longrightarrow$ làm tròn số $a = 3,141592653589$ chính xác đến hàng của $d \cdot 10 = 10^{-9}$ (9 chữ số thập phân), kết quả là $a = 3,141592654000$. **Chọn A.**

Câu 3. $\sqrt{3} \xrightarrow{MTCT} \sqrt{3} = 1,7320508076... \longrightarrow$ làm tròn đến hàng phần nghìn ta được kết quả: 1,732. **Chọn B.**

Câu 4. $\pi^2 \xrightarrow{MTCT} \pi^2 = 9,8696044011... \longrightarrow$ làm tròn đến hàng phần nghìn ta được kết quả: 9,870. **Chọn B.**

Câu 5. $\bar{a} = 17658 \pm 16 \longrightarrow d = 16$ (hàng chục) $\longrightarrow$ làm tròn số $a = 17658$ đến hàng trăm, kết quả là: 17700. **Chọn A.**

Câu 6. $\bar{a} = 15,318 \pm 0,056 \longrightarrow d = 0,056 \longrightarrow$ làm tròn số $a = 15,318$ chính xác đến hàng của $d \cdot 10 = 0,56$ (hàng phần trăm), kết quả là: 15,32. **Chọn C.**

Câu 7. $h = 347,13\text{m} \pm 0,2\text{m} \longrightarrow d = 0,2 \longrightarrow$ làm tròn số $h = 347,13$ đến hàng $d \cdot 10 = 2$ (hàng đơn vị), kết quả là 347. **Chọn B.**

Câu 8. Chu vi tam giác là:

$$P = a + b + c = (12 + 10,2 + 8) \pm (0,2 + 0,2 + 0,1) = 30,2 \pm 0,5.$$

Chọn C.

Câu 9. Chu vi của miếng đất là

$$\begin{aligned} P &= 2[x + y] = 2.[(43 \pm 0,5) + (63 \pm 0,5)] \\ &= 2.[(43 + 63) \pm (0,5 + 0,5)] = 212 \pm 2. \end{aligned} \quad \textbf{Chọn B.}$$

Câu 10. Diện tích của thửa ruộng là

$$\begin{aligned} S &= xy = (23 \pm 0,01) \cdot (15 \pm 0,01) \\ &= 23 \cdot 15 \pm (23 \cdot 0,01 + 15 \cdot 0,01 + 0,01^2) = 345 \pm 0,3801. \end{aligned} \quad \textbf{Chọn D.}$$