

Câu 1. (4 điểm)

a) Giải phương trình $(x+4)\sqrt{(3-x)(x+13)} = 27-x$.

b) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $2\sqrt{xy} + \sqrt{xz} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3yz}{x} + \frac{4zx}{y} + \frac{5xy}{z}$.

Câu 2. (4 điểm)

Với 4 số thực dương a, b, c, d thỏa mãn $a+b+1=7c$ ta xét hai đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và $Q(x) = x^2 + 2x + d$. Giả sử $P(x) = 0$ có 3 nghiệm thực (không nhất thiết phân biệt). Chứng minh rằng tích 3 nghiệm của $P(x)$ không vượt quá -1 và $P(Q(x)) = 0$ có tối đa 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 3. (4 điểm)

Cho dãy số (a_n) xác định như sau:

$$\begin{cases} a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{2} \\ n(n+1)a_{n+1}a_n + na_na_{n-1} = (n+1)^2 a_{n+1}a_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}.$$

a) Tính u_n theo n .

b) Chứng minh rằng: $\frac{2}{n+1} < \sqrt[n]{a_n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 4. (4 điểm)

Có 5 con xúc xắc được đánh số thứ tự 1, 2, 3, 4, 5. Gieo đồng thời cả 5 xúc xắc đó. Tính xác suất để tổng của 5 số trên mặt xuất hiện của 5 xúc xắc bằng 14.

Câu 5. (4 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) , $AB < AC$, M là trung điểm của cạnh BC . Đường phân giác trong của $\angle BAC$ cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn (O) tại điểm P (khác A). Gọi E là điểm đối xứng với D qua M ; trên đường thẳng AO và đường thẳng AD lần lượt lấy các điểm H, F sao cho các đường thẳng HD, FE cùng vuông góc với đường thẳng BC .

a) Chứng minh rằng bốn điểm B, H, C, F cùng nằm trên một đường tròn (ω) .

b) Gọi T là giao điểm khác F của AD và (ω) . Biết đường tròn ngoại tiếp tam giác MTP cắt đường thẳng TH tại điểm Q (khác T). Chứng minh rằng đường thẳng QA tiếp xúc với đường tròn (O) .

----- **HẾT** -----

<https://toanmath.com/>

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: