

(Đề thi gồm 05 trang)

MÃ ĐỀ THI: 304

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x+1)(x+2)$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$

B. $F(x) = 2x + 3 + C.$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}x^2 + 2x + C.$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + 2x + C.$

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\cot 3x = -1$ là

A. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 3. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 1 - 10i.$

B. $z = 5 - 4i.$

C. $z = 3 - 10i.$

D. $z = 3 + 3i.$

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là

A. $x = 80.$

B. $x = 65.$

C. $x = 82.$

D. $x = 63.$

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-3)$ là

A. $\left(\frac{3}{2}; 5\right).$

B. $(-\infty; 5).$

C. $(5; +\infty).$

D. $(-2; 5).$

Câu 6. Một đa diện đều có số cạnh bằng 30, số mặt bằng 12, đa diện này có số đỉnh là

A. 20.

B. 18.

C. 40.

D. 22.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1; -2; 4), B(-4; -2; 0), C(3; -2; 1), D(1; 1; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}.$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2), D(2; 2; 2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $(1; -1; 2).$

B. $(1; 1; 0).$

C. $(1; 1; 1).$

D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right).$

Câu 9. Nghiệm của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ trên tập số phức là

A. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i; z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i.$

B. $z = \sqrt{3} + i; z = \sqrt{3} - i.$

C. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$

D. $z = 1 + \sqrt{3}i; z = 1 - \sqrt{3}i.$

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là

A. $y = 2.$

B. $x = 1.$

C. $x = -1.$

D. $y = -1.$

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $z + (2 + i)\bar{z} = 3 + 5i$. Tính môđun của số phức z .

- A. $|z| = 13$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = \sqrt{13}$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2$, $AC = 2\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục AB là

- A. $2\sqrt{2}$. B. 4. C. $2\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

- A. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $BAC = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn thẳng SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{25}{9}$. B. $\frac{14}{9}$. C. $\frac{16}{9}$. D. 1.

Câu 16. Trong các khẳng định sau về hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$, khẳng định nào đúng?

- A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$ B. Đồng biến trên từng khoảng xác định.
C. Có duy nhất một cực trị. D. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - x)$ là

- A. $[0; 1]$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ $f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^3 f'(x) dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 3$. C. $I = 0$. D. $I = -4$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x}$ là

- A. $2 - \frac{3}{x^2} + C$. B. $x^2 - \frac{3}{x^2} + C$. C. $x^2 + \ln|x| + C$. D. $x^2 + 3\ln|x| + C$.

Câu 20. Số đỉnh của một bát diện đều là

- A. 12. B. 10. C. 8. D. 6.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		0		6		$-\infty$

Khẳng định nào sau đây sai về sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$?

- A. Nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$. B. Đồng biến trên khoảng $(0; 6)$.
C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. D. Đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 22. Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{5}{6}}$. B. $a^{\frac{7}{6}}$. C. $a^{\frac{11}{6}}$. D. $a^{\frac{6}{5}}$.

Câu 23. Cho hình trụ có chiều cao bằng 8 nội tiếp trong hình cầu có bán kính bằng 5. Tính thể tích khối trụ này.

- A. 36π . B. 200π . C. 144π . D. 72π .

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (6; -4; 1)$. D. $\vec{n} = (-3; 2; -1)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có giá trị cực đại và cực tiểu lần lượt là y_1, y_2 . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $2y_1 - y_2 = 6$. B. $y_1 - y_2 = -4$. C. $2y_1 - y_2 = -6$. D. $y_1 + y_2 = 4$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm của AD . Gọi S' là giao điểm của SC với mặt phẳng chứa BM và song song với SA . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S'.BCDM$ và $S.ABCD$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1), A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$.

Tìm vector chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất.

- A. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. B. $\vec{u} = (3; 4; -4)$. C. $\vec{u} = (2; 1; 6)$. D. $\vec{u} = (1; 0; 2)$.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + m^3 - m$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$.

- A. $-3 < m < 1$. B. $-\frac{7}{2} < m < -3$. C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$. D. $-\frac{7}{2} < m < -2$.

Câu 30. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (a+2)x + a + 1}{x^3 - 1}$.

- A. $\frac{2-a}{3}$. B. $\frac{-2-a}{3}$. C. $\frac{-a}{3}$. D. $\frac{a}{3}$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} (4t^3 - 8t)dt$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 6]$. Tính $M - m$.

- A. 16 B. 12 C. 18 D. 9

Câu 32. Gọi M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$, sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số đạt giá trị nhỏ nhất. Tọa độ điểm M là

A. $(4;3)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;-3)$. **D.** $(3;5)$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=2z+1-i$ là hình tròn có diện tích

A. 9π . **B.** 12π . **C.** 16π . **D.** 25π .

Câu 34. Cho bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	$-$	$ $	$-$	$+$	
y	-1	$-\infty$	$+\infty$	0	1

Bảng biến thiên trên là của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y = \frac{|x|}{x+1}$. **B.** $y = \frac{1}{x(x+1)}$. **C.** $y = \frac{x}{|x+1|}$. **D.** $y = |x|(x+1)$.

Câu 35. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $\frac{|z|^4}{z^2} + \bar{z} = -4$ (z_2 là số phức có phần ảo âm). Khi đó $|z_1 + z_2|$ bằng:

A. 1. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(10;2;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{3\sqrt{29}}{29}$. **B.** $\frac{97\sqrt{3}}{15}$. **C.** $\frac{2\sqrt{13}}{13}$. **D.** $\frac{76\sqrt{790}}{790}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc lớn nhất.

Phương trình đường thẳng d là.

A. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.
C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$. **D.** $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 38. Cho số a dương thoả mãn đẳng thức $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$, số các giá trị của a là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 39. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số và hai tiếp tuyến của (C) xuất phát từ $M(3;-2)$ là

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Câu 40. Cho khối đa diện đều n mặt có thể tích V và diện tích mỗi mặt của nó bằng S . Khi đó, tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ bên trong khối đa diện đó đến các mặt bên bằng

A. $\frac{V}{3S}$. B. $\frac{nV}{S}$. C. $\frac{3V}{S}$. D. $\frac{V}{nS}$.

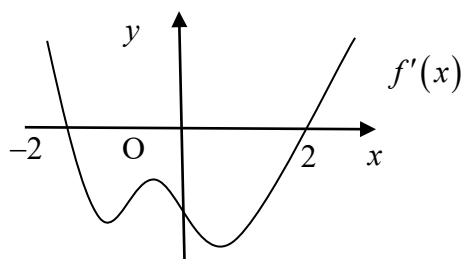
Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là

A. 4. B. 6. C. $\sqrt{13} + 1$. D. $\sqrt{13} + 2$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 1 tại hai điểm phân biệt sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$. B. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$. C. $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$. D. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có $f(-2) < 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x)|$ là.

A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 44. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2)$ là

A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 45. Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C): x^2 + (y - 3)^2 = 1$ xung quanh trục hoành là

A. $6\pi^2$. B. $6\pi^3$. C. $3\pi^2$. D. 6π .

Câu 46. Cho hình nón đỉnh O, I là tâm đường tròn đáy. Mặt trung trục của OI chia khối chóp thành hai phần. Tỷ số thể tích của hai phần chứa đỉnh S và phần không chứa S là :

A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 47. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi K là trung điểm SC. Mặt phẳng AK cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1, V theo thứ tự là thể tích khối tứ diện S.AMKN và hình chóp S.ABCD. Giá trị nhỏ nhất của tỷ số $\frac{V_1}{V}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 48. Một cốc nước có dạng hình trụ đứng có chiều cao 12cm, đường kính đáy 4cm, lượng nước trong cốc trong 8cm. Thả vào cốc nước 4 viên bi có cùng đường kính 2cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cách mép cốc bao nhiêu ? (Làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân, bỏ qua độ dày cốc)

A. 2,67cm. B. 2,75cm. C. 2,25cm. D. 2,33cm.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $m \cdot 3^{x^2 - 3x + 2} + 3^{4 - x^2} = 3^{6 - 3x} + m$ có đúng 3 nghiệm thực

A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 50. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$ Gọi S là tập các tập con của A, mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng các phần tử bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử từ S. Xác suất chọn được một tập hợp có ba phần tử lập thành cấp số nhân là ?

A. $\frac{3}{645}$.

B. $\frac{4}{645}$.

C. $\frac{2}{1395}$.

D. $\frac{1}{930}$.

----- **HẾT** -----

BẢNG ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ 304

1.A	2.C	3.B	4.B	5.A	6.A	7.A	8.C	9.C	10.C
11.C	12.B	13.B	14.D	15.C	16.B	17.D	18.A	19.D	20.D
21.B	22.B	23.D	24.D	25.A	26.B	27.A	28.D	29.B	30.C
31.A	32.A	33.C	34.A	35.A	36.B	37.D	38.D	39.C	40.C
41.C	42.B	43.A	44.D	45.A	46.D	47.D	48.A	49.A	50.B

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x+1)(x+2)$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$

B. $F(x) = 2x + 3 + C.$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}x^2 + 2x + C.$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + 2x + C.$

Lời giải.

Chọn A.

Có $f(x) = (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2.$

Do đó $F(x) = \int f(x)dx = \int (x^2 + 3x + 2)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\cot 3x = -1$ là

A. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Chọn C.

Có $\cot 3x = -1 \Leftrightarrow 3x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 3. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 1 - 10i.$

B. $z = 5 - 4i.$

C. $z = 3 - 10i.$

D. $z = 3 + 3i.$

Lời giải.

Chọn B.

Có $z_1 = 3 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i \Rightarrow z_1 + z_2 = 3 - 7i + 2 + 3i = 5 - 4i.$

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là

A. $x = 80.$

B. $x = 65.$

C. $x = 82.$

D. $x = 63.$

Lời giải.

Chọn B.

Điều kiện xác định $x > 1$. Khi đó $\log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65.$

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-3)$ là

A. $\left(\frac{3}{2}; 5\right).$

B. $(-\infty; 5).$

C. $(5; +\infty).$

D. $(-2; 5).$

Lời giải.

Chọn A.

Tập xác định $D = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Có $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-3) \Leftrightarrow x+2 > 2x-3 \Leftrightarrow x < 5$. Vậy $S = \left(\frac{3}{2}; 5\right)$.

Câu 6. Một đa diện đều có số cạnh bằng 30, số mặt bằng 12, đa diện này có số đỉnh là

A. 20.

B. 18.

C. 40.

D. 22.

Lời giải.

Chọn A.

Khối đa diện đều có số mặt bằng 12 là khối thập nhị diện đều.

Khi đó số đỉnh của khối thỏa $2C = 3D \Leftrightarrow D = 20$.

*Nhắc lại: Khối đa diện đều loại $\{n, p\}$ có C cạnh, M mặt và D đỉnh thì $2C = nM = pD$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1; -2; 4), B(-4; -2; 0), C(3; -2; 1), D(1; 1; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Chọn A.

Mặt phẳng (ABC) có vector pháp tuyến $\vec{n} = -\frac{1}{25}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; 1; 0)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): z = -2$. Khi đó khoảng cách từ D đến (ABC) là 3.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2), D(2; 2; 2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $(1; -1; 2)$.

B. $(1; 1; 0)$.

C. $(1; 1; 1)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Chọn C.

Do M, N là trung điểm AB, CD nên $M(1; 1; 0), N(1; 1; 2)$.

Khi đó trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là $(1; 1; 1)$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ trên tập số phức là

A. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i; z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.

B. $z = \sqrt{3} + i; z = \sqrt{3} - i$.

C. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

D. $z = 1 + \sqrt{3}i; z = 1 - \sqrt{3}i$.

Lời giải.

Chọn C.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là

A. $y = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $y = -1$.

Lời giải.

Chọn C.

Có $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$. Vậy $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $z + (2+i)\bar{z} = 3+5i$. Tính môđun của số phức z .

A. $|z| = 13$.

B. $|z| = 5$.

C. $|z| = \sqrt{13}$.

D. $|z| = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Chọn C.

Đặt $z = a + bi$.

$$\text{Khi đó } z + (2+i)\bar{z} = 3+5i \Leftrightarrow a+bi + (2+i)(a-bi) = 3+5i \Leftrightarrow \begin{cases} a+2a+b=3 \\ b+a-2b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=5 \\ 3a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$$

Vậy $|z| = \sqrt{13}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2$, $AC = 2\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục AB là

A. $2\sqrt{2}$.

B. 4.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 2.

Lời giải.

Chọn B.

Độ dài đường sinh khi quay tam giác ABC quanh AB là $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 4$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b f(x) dx$.

D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải.

Chọn B.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $a^3\sqrt{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Chọn D.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.AB^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $BAC = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn thẳng SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{25}{9}$.

B. $\frac{14}{9}$.

C. $\frac{16}{9}$.

D. 1.

Lời giải.

Chọn C.

Qua M dựng mặt phẳng song song với (ABC) cắt SB, SC tại N, P .

Khi đó $\frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Tương tự ta có $\frac{NP}{BC} = \frac{2}{3}, \frac{MP}{AC} = \frac{2}{3}$.

$\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ đồng dạng với tỉ số $k = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{\triangle MNP} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{16}{9}$.

Câu 16. Trong các khẳng định sau về hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$, khẳng định nào đúng?

A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$

B. Đồng biến trên từng khoảng xác định.

C. Có duy nhất một cực trị.

D. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Lời giải.

Chọn B.

Có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Do đó hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - x)$ là

A. $[0; 1]$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện xác định $x^2 - x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$. Do đó tập xác định $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}, f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^3 f'(x) dx$.

A. $I = 4$.

B. $I = 3$.

C. $I = 0$.

D. $I = -4$.

Lời giải.

Chọn A.

Có $I = \int_{-1}^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^3 = f(3) - f(-1) = 4$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x}$ là

A. $2 - \frac{3}{x^2} + C$.

B. $x^2 - \frac{3}{x^2} + C$.

C. $x^2 + \ln|x| + C$.

D. $x^2 + 3 \ln|x| + C$.

Lời giải.

Chọn D.

Có $\int f(x) dx = \int \left(2x + \frac{3}{x} \right) dx = x^2 + 3 \ln|x| + C$.

Câu 20. Số đỉnh của một bát diện đều là

A. 12.

B. 10.

C. 8.

D. 6.

Lời giải.

Chọn D.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		0		6		$-\infty$

Khẳng định nào sau đây sai về sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$?

A. Nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(0; 6)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

D. Đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Lời giải.

Chọn B.

Có $f'(x) > 0, \forall x \in (-1; 3)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$, đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$, nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 22. Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{5}{6}}$.

B. $a^{\frac{7}{6}}$.

C. $a^{\frac{11}{6}}$.

D. $a^{\frac{6}{5}}$.

Lời giải.

Chọn B.

Có $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 23. Cho hình trụ có chiều cao bằng 8 nội tiếp trong hình cầu có bán kính bằng 5. Tính thể tích khối trụ này.

A. 36π .

B. 200π .

C. 144π .

D. 72π .

Lời giải.

Chọn D.

Gọi I là tâm mặt cầu (S) và (P) là mặt phẳng chứa đường tròn (C) của hình trụ.

Có $R_{(S)} = \sqrt{d^2(I, (P)) + R_{(C)}^2} \Rightarrow R_{(C)} = 3$. Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = 72\pi$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (3; 2; 1)$.

B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

C. $\vec{n} = (6; -4; 1)$.

D. $\vec{n} = (-3; 2; -1)$.

Lời giải.

Chọn D.

Câu 25. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có giá trị cực đại và cực tiểu lần lượt là y_1, y_2 . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2y_1 - y_2 = 6$.

B. $y_1 - y_2 = -4$.

C. $2y_1 - y_2 = -6$.

D. $y_1 + y_2 = 4$.

Lời giải.

Chọn A.

Có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$. Khi đó $y_1 = y_{CD} = y(-1) = 2$ và $y_2 = y_{CT} = y(1) = -2$.

Vậy $2y_1 - y_2 = 6$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm của AD . Gọi S' là giao điểm của SC với mặt phẳng chứa BM và song song với SA . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S'.BCDM$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{2}{3}$.

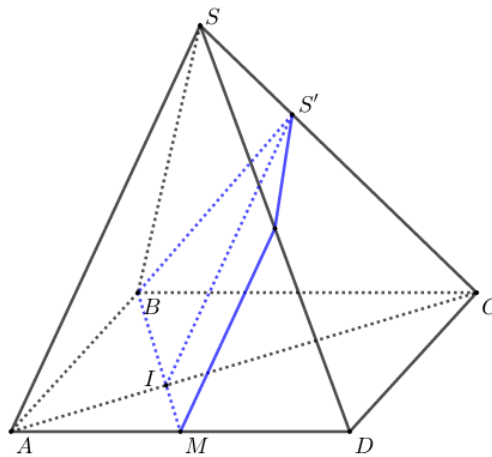
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Chọn B.



Gọi $I = BM \cap AC$. Dựng IS' song song với SA và $S' \in SC$.

Khi đó mặt phẳng (P) chứa BM và song song với SA sẽ cắt SC tại S' .

Có $\frac{AI}{IC} = \frac{AM}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SS'}{S'C} = \frac{1}{2} \Rightarrow S'C = \frac{2}{3}SC$.

Có $V_{S'.BCDM} = \frac{1}{3}d(S', (ABCD)) \cdot S_{BCDM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}d(S, (ABCD)) \cdot \frac{3}{4}S_{ABCD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$.

Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S'.BCDM$ và $S.ABCD$ là $\frac{1}{2}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Chọn A.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ là giao điểm của mặt phẳng cần tìm với các trục tọa độ.

Theo giả thiết ta có $|a| = |b| = |c| > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a = -b = c \\ a = b = -c \\ -a = b = c \end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Do $M \in (ABC)$ nên $\frac{1}{a} - \frac{3}{b} + \frac{2}{c} = 1(*)$.

Nếu $a = b = c$ thì $(*)$ trở nên vô lí. Do đó không tồn tại mặt phẳng cần tìm.

Nếu $a = -b = c$ thì $(*) \Rightarrow a = 6$. Khi đó tồn tại 1 mặt phẳng thỏa.

Nếu $a = b = -c$ thì $(*) \Rightarrow a = -4$. Khi đó tồn tại 1 mặt phẳng thỏa.

Nếu $-a = b = c$ thì $(*) \Rightarrow a = 2$. Khi đó tồn tại 1 mặt phẳng thỏa.

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$.

Tìm vector chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

B. $\vec{u} = (3; 4; -4)$.

C. $\vec{u} = (2; 1; 6)$.

D. $\vec{u} = (1; 0; 2)$.

Lời giải.

Chọn D.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc d .

Khi đó $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Mọi đường thẳng Δ đều nằm trong mặt phẳng (P) .

Có $d(A, \Delta) \geq d(A, (P)) = 6$. Dấu bằng xảy ra khi Δ đi qua M và hình chiếu của A lên (P) .

Hình chiếu của A lên (P) là $H(-3; -2; -1)$.

Vậy Δ có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{HM} = (1; 0; 2)$.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + m^3 - m$ đạt cực trị

tại x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$.

A. $-3 < m < 1$.

B. $-\frac{7}{2} < m < -3$.

C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$.

D. $-\frac{7}{2} < m < -2$.

Lời giải.

Chọn B.

Có $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + m^3 - m \Rightarrow y' = x^2 + 2(m+3)x + 4(m+3)$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+3)^2 - 4(m+3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -3 \end{cases}$.

Hàm số có 2 điểm cực trị

$$-1 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 1 + x_2 + 1 > 0 \\ (x_1 + 1)(x_2 + 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 2(m+3) > 0 \\ 4(m+3) - 2(m+3) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m+3 < 1 \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < m < -2.$$

Đổi chiều ta có $-\frac{7}{2} < m < -3$ thỏa ycbt.

Câu 30. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (a+2)x + a + 1}{x^3 - 1}$.

A. $\frac{2-a}{3}$.

B. $\frac{-2-a}{3}$.

C. $\frac{-a}{3}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (a+2)x + a + 1}{x^3 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (a+1)x - x + a + 1}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x[x - (a+1)] - [x - (a+1)]}{x^3 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)[x - (a+1)]}{(x-1)(x^2 + x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - (a+1)}{(x-1)(x^2 + x + 1)} = -\frac{a}{3}. \end{aligned}$$

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} (4t^3 - 8t)dt$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số

$f(x)$ trên đoạn $[1; 6]$. Tính $M - m$.

A. 16

B. 12

C. 18

D. 9

Lời giải.

Chọn A.

Giải.

$$\int_1^{\sqrt{x}} (4t^3 - 8t)dt = t^4 - 4t^2 \Big|_1^{\sqrt{x}} = x^2 - 4x + 3.$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 3.$$

$$f'(x) = 2x - 4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$f(1) = 0; f(2) = -1; f(6) = 15 \Rightarrow M = 15; m = -1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 32. Gọi M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$, sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số đạt giá trị nhỏ nhất. Tọa độ điểm M là

A. (4; 3).

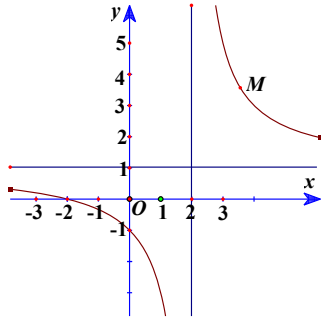
B. (0; -1).

C. (1; -3).

D. (3; 5).

Lời giải.

Chọn A.



$$M \text{ thuộc đồ thị hàm số } y = \frac{x+2}{x-2} \Rightarrow M\left(x; \frac{x+2}{x-2}\right).$$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng là $|x-2|$.

$$\text{Khoảng cách từ } M \text{ đến tiệm cận ngang là } \left| \frac{x+2}{x-2} - 1 \right| = \frac{4}{|x-2|}.$$

$$\text{Tổng khoảng cách: } |x-2| + \frac{4}{|x-2|} \geq 4.$$

$$\text{Khoảng cách nhỏ nhất } |x-2| = \frac{4}{|x-2|} \Leftrightarrow (x-2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \text{ (l)} \\ x=4 \text{ (n)} \end{cases}$$

Ta chọn A.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích

A. 9π .

B. 12π .

C. 16π .

D. 25π .

Lời giải.

Chọn C.

Giải.

$$w = 2z + 1 - i \Leftrightarrow z = \frac{w-1+i}{2} \Leftrightarrow z-3+4i = \frac{w-1+i}{2} - 3 + 4i$$

$$\Leftrightarrow z-3+4i = \frac{w-7+9i}{2} \Leftrightarrow |z-3+4i| = \left| \frac{w-7+9i}{2} \right|$$

$$\text{Ta có } |z-3+4i| \leq 2 \Leftrightarrow \left| \frac{w-7+9i}{2} \right| \leq 2 \Leftrightarrow |w-7+9i| \leq 4.$$

Vậy bán kính hình tròn cần tìm là 4.

Vậy ta chọn C.

Câu 34. Cho bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$-$	$-$	$+$	
y	$-1 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 0$	$0 \rightarrow 1$	

Bảng biến thiên trên là của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y = \frac{|x|}{x+1}$.

B. $y = \frac{1}{x(x+1)}$.

C. $y = \frac{x}{|x+1|}$.

D. $y = |x|(x+1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$y(0) = 0 \Rightarrow$ Loại B

Hàm số y không xác định tại $x = -1 \Rightarrow$ Loại D

$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Loại C

Thử lại thấy A thỏa mãn.

Câu 35. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $\frac{|z|^4}{z^2} + \bar{z} = -4$ (z_2 là số phức có phần ảo âm). Khi đó $|z_1 + z_2|$ bằng:

A. 1.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Ta có:

$$\frac{|z|^4}{z^2} + \bar{z} = -4$$

$$\Leftrightarrow |z|^4 + \bar{z}.z^2 = -4z^2$$

$$\Leftrightarrow |z|^4 + |z|^2.z = -4z^2$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2)^2 + (a^2 + b^2)(a + bi) = -4(a^2 - b^2 + 2abi)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a^2 + b^2)^2 + (a^2 + b^2)a + 4a^2 - 4b^2 = 0(1) \\ (a^2 + b^2)b = -8ab(2) \end{cases}$$

Từ (2), ta xét $b = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow z = 0$ (Loại).

Xét $b \neq 0$, ta có:

$$(a^2 + b^2)b = -8ab$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = -8a \Leftrightarrow \begin{cases} (a^2 + b^2)a = -8a^2 \\ -b^2 = a^2 + 8a \end{cases} (3)$$

Thế vào (3) vào (1) ta được:

$$64a^2 - 8a^2 + 4a^2 + 4(a^2 + 8a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \Rightarrow b = 0(L) \\ a = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{\sqrt{15}}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{15}}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{15}}{2} \\ z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z_1 + z_2| = |-1| = 1$$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(10; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; 3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{3\sqrt{29}}{29}$.

B. $\frac{97\sqrt{3}}{15}$.

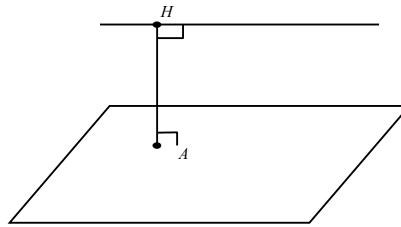
C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

D. $\frac{76\sqrt{790}}{790}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d để khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất thì AH phải vuông góc với (P)



$$\Rightarrow H(2t+1; t; 3t+1) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t-9; t-2; 3t)$$

$$\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Rightarrow (1+2t-10) \cdot 2 + (t-2) \cdot 1 + (1+3t+1) \cdot 3 = 0$$

$$\Rightarrow t=1 \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-7, -1, 5)$$

Để khoảng cách từ đường thẳng d lớn nhất thì AH vuông góc với mặt phẳng (P) khi đó $\vec{n}_P = \overrightarrow{AH}$

$$\Rightarrow (P): -7x - y + 5z + 77 = 0 \Rightarrow d_{(M, (P))} = \frac{97\sqrt{3}}{15}$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, song song với mặt phẳng

$(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc lớn nhất.

Phương trình đường thẳng d là.

A. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.

D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi vector chỉ phương của đường thẳng d là

$$\vec{u}_d = (a; b; c) \Rightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{n}_p = 0 \Rightarrow 2a - b - c = 0 \Rightarrow c = 2a - b$$

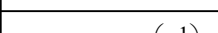
$$\cos(d; \Delta) = \frac{|5a - 4b|}{3\sqrt{5a^2 - 4ab + 2b^2}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{(5a - 4b)^2}{5a^2 - 4ab + 2b^2}}$$

Ta có $0 \leq \widehat{(d; \Delta)} \leq 90^\circ \Rightarrow \widehat{(d; \Delta)}$ lớn nhất $\cos(d; \Delta)$ bé nhất

$$\text{Đặt } t = \frac{a}{b} \Rightarrow \cos(d; \Delta) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{(5a - 4b)^2}{5a^2 - 4ab + 2b^2}} = \frac{(5t - 4)^2}{5t^2 - 4t + 2} = f(t)$$

$$f'(t) = \frac{4(5t - 4)(5t + 1)}{(5t^2 - 4t + 2)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4}{5} \\ t = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$	$+\infty$	
$f'(t)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(t)$					

$$\text{Max} f(t) = f\left(\frac{4}{5}\right) \Rightarrow t = \frac{a}{b} = \frac{4}{5} \text{ khi đó chọn } a = 4 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow \text{Chọn D}$$

Câu 38. Cho số a dương thoả mãn đẳng thức $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$, số các giá trị của a là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_2 a = t \Leftrightarrow a = 2^t (t \in \mathbb{R})$. Khi đó, ta có:

$$t + t \cdot \log_3 2 + t \cdot \log_5 2 = t^3 (\log_3 2 \cdot \log_5 2)$$

$$\Leftrightarrow t^3 (\log_3 2 \cdot \log_5 2) - t(1 + \log_3 2 + \log_5 2) = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt. Suy ra, có 3 giá trị của a .

Câu 39. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số và hai tiếp tuyến của (C) xuất phát từ $M(3; -2)$ là

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{11}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{13}{3}$.

Lời giải

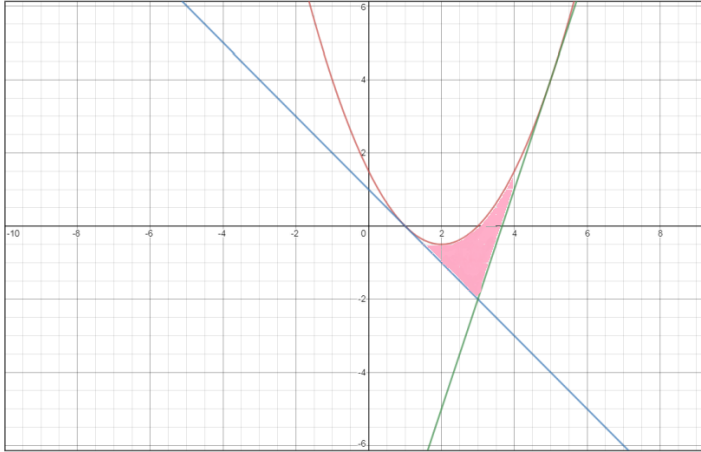
Chọn C

Ta có: $y' = x - 2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm x_0 có dạng:

$$y = (x_0 - 2)(x - x_0) + \frac{1}{2}(x_0^2 - 4x_0 + 3)$$

$$\text{Tiếp tuyến qua } M(3; -2) \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow pt^3: y = -x + 1 (\Delta_1) \\ x_0 = 5 \Rightarrow pt^3: y = 3x - 11 (\Delta_2) \end{cases}$$

Tìm giao điểm của (C), Δ_1, Δ_2



Từ đồ thị, suy ra diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$\begin{aligned} S &= \int_1^3 \left[\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 3) - (-x + 1) \right] dx + \int_3^5 \left[\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 3) - (3x - 11) \right] dx \\ &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

Câu 40. Cho khối đa diện đều n mặt có thể tích V và diện tích mỗi mặt của nó bằng S . Khi đó, tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ bên trong khối đa diện đó đến các mặt bên bằng

A. $\frac{V}{3S}$. B. $\frac{nV}{S}$. **C. $\frac{3V}{S}$.** D. $\frac{V}{nS}$.

Lời giải

Chọn C

Vì bài toán cho với đa diện đều n mặt và một điểm bất kỳ bên trong đa diện, nên ta chọn đa diện đều là hình lập phương cạnh a , và điểm bất kỳ là tâm I của nó. Khi đó, ta có:

$$\text{Tổng khoảng cách từ } I \text{ đến các mặt bên là } 6 \times \frac{a}{2} = 3a \text{ (đvdd)}$$

$$\text{Thể tích } V = a^3 \text{ (đvtt)}, \text{ diện tích mỗi mặt bên } S = a^2 \text{ (đvdt)}$$

$$\text{Suy ra, tổng khoảng cách bằng } \frac{3V}{S}.$$

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là

A. 4. B. 6. **C. $\sqrt{13} + 1$.** D. $\sqrt{13} + 2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Suy ra số phức z có điểm biểu diễn là $M(x; y)$

Ta có $|z - 2 - 3i| = 1 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2; 3)$, bán kính $R = 1$.

Đặt $P = |\bar{z} + 1 + i| = \sqrt{(x + 1)^2 + (y - 1)^2} = MA$

với

$M(x; y), A(-1; 1) \Rightarrow P_{\max} \Leftrightarrow MA_{\max}$

Phương trình đường thẳng AI là: $2x - 3y + 5 = 0$

Tọa độ điểm M thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5 = 0 \\ (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{26 + 3\sqrt{13}}{13} \\ y = \frac{39 + 2\sqrt{13}}{13} \\ x = \frac{26 - 3\sqrt{13}}{13} \\ y = \frac{39 - 2\sqrt{13}}{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(\frac{26 + 3\sqrt{13}}{13}; \frac{39 + 2\sqrt{13}}{13}\right) \text{ (TM)} \\ M\left(\frac{26 - 3\sqrt{13}}{13}; \frac{39 - 2\sqrt{13}}{13}\right) \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy $P = MA = \sqrt{13} + 1$.

Cách khác:

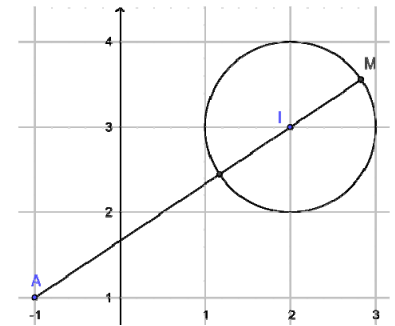
Ta có:

$$|z - 2 - 3i| = 1 \Leftrightarrow |\overline{z - 2 - 3i}| = 1 \Leftrightarrow |\bar{z} - 2 + 3i| = 1 \Leftrightarrow |\bar{z} - (2 - 3i)| = 1$$

Đặt $w = \bar{z} + 1 + i$

Tập hợp điểm biểu diễn w là đường tròn tâm I , tâm I là điểm biểu diễn của số phức $2 - 3i + 1 + i = 3 - 2i$, tức là $I(3; -2)$, bán kính $r = 1$

Vậy $|w|_{\max} = OI + r = \sqrt{3^2 + (-2)^2} + 1 = \sqrt{13} + 1$.



Câu 42. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1; 1)$, bán kính bằng 1 tại hai điểm phân biệt sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$.

B. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$.

C. $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$.

D. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$y' = 3x^2 - 3m$

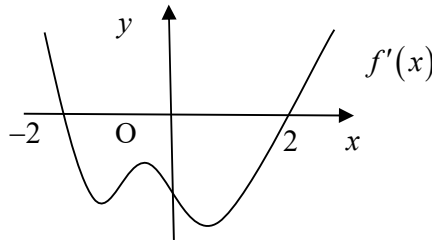
Để đồ thị hàm số có 2 cực trị thì $m > 0$

Ta có $y = y' \cdot \frac{1}{3}x - 2mx + 2 \Rightarrow$ đường thẳng đi qua 2 cực trị là $y = -2mx + 2$

$$S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin AIB = \frac{1}{2} \sin AIB \leq \frac{1}{2} \text{ dấu "=" xảy ra khi } \sin AIB = 1 \Rightarrow IA \perp IB$$

$$\Rightarrow d_{(I;AB)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|2m+1-2|}{\sqrt{4m^2+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2} \text{ Chọn B}$$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có $f(-2) < 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x)|$ là.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$f(-2)$	$f(2)$	$+\infty$	

Do $f(-2) < 0$ nên ta có bảng biến thiên $g(x) = |f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$f(-2)$	$f(2)$	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$ f(-2) $	$ f(2) $	$+\infty$

Từ bảng biến thiên nhận xét $g(x) = |f(x)|$ có 3 cực trị

Câu 44. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2)$ là

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $\begin{cases} |x^2 - \sqrt{2}x| > 0 \\ x^2 - \sqrt{2}x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$

Đặt $\log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2) = t \Rightarrow \begin{cases} |x^2 - \sqrt{2}x| = 3^t \\ x^2 - \sqrt{2}x + 2 = 5^t \end{cases} \quad (I)$

Để phương trình có nghiệm thực: $\Rightarrow \begin{cases} 3^t > 0 \\ 5^t \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow t \geq \log_5 \frac{3}{2}$.

$(I) \Rightarrow |5^t - 2| = 3^t \Leftrightarrow \begin{cases} 5^t - 2 = -3^t \quad (1) \\ 5^t - 2 = 3^t \quad (2) \end{cases}$

❖ Phương trình (1): $5^t + 3^t - 2 = 0$.

Xét hàm số $f(t) = 5^t + 3^t - 2$ trên $\left[\log_5 \frac{3}{2}; +\infty\right)$ ta có:

$f'(t) = 5^t \ln 5 + 3^t \ln 3 > 0 \quad \forall t \geq \log_5 \frac{3}{2}$. Mà $f(0) = 0 \Rightarrow t = 0$ là nghiệm duy nhất của phương trình (1) $\Rightarrow t = 0$ (loại) (vì $t \geq \log_5 \frac{3}{2}$)

❖ Phương trình (2): $5^t - 3^t - 2 = 0$

Xét hàm số $f(t) = 5^t - 3^t - 2$ trên $\left[\log_5 \frac{3}{2}; +\infty\right)$ ta có:

$f'(t) = 5^t \ln 5 - 3^t \ln 3 \geq 0 \quad \forall t \geq \log_5 \frac{3}{2}$. Mà $f(1) = 0 \Rightarrow t = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình (2) $\Rightarrow t = 1$ (thỏa mãn) (vì $t \geq \log_5 \frac{3}{2}$)

Với $t = 1 \Rightarrow x^2 - \sqrt{2}x + 2 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{-\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad (TM) \Rightarrow 2 \text{ nghiệm.}$

Câu 45. Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C): x^2 + (y-3)^2 = 1$ xung quanh trục hoành là

A. $6\pi^2$.

B. $6\pi^3$.

C. $3\pi^2$.

D. 6π .

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có phương trình $(C): x^2 + (y-3)^2 = 1$

Ta chia đường tròn (C) thành 2 đường cong như sau:

+) Nửa (C) ở trên ứng với $3 \leq y \leq 4$ có phương trình $y = f_1(x) = 3 + \sqrt{1-x^2}$ với $x \in [-1; 1]$

+) Nửa (C) ở trên ứng với $2 \leq y \leq 3$ có phương trình $y = f_2(x) = 3 - \sqrt{1-x^2}$ với $x \in [-1; 1]$

Khi đó thể tích khối tròn xoay cần tính được sinh bởi đường tròn (C) giới hạn bởi các đường

$y = f_1(x) = 3 + \sqrt{1-x^2}$, $y = f_2(x) = 3 - \sqrt{1-x^2}$, $x = -1$, $x = 1$ quay quanh trục Ox được tính theo

công thức: $V = \pi \int_{-1}^1 |f_1^2(x) - f_2^2(x)| dx = 12\pi \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx = 6\pi^2$.

Câu 46. Cho hình nón đỉnh O, I là tâm đường tròn đáy. Mặt trung trực của OI chia khối chóp thành hai phần. Tỷ số thể tích của hai phần chứa đỉnh S và phần không chứa S là :

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

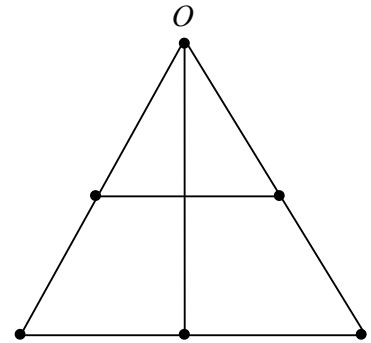
Chọn D

Gọi h, r là chiều cao và bán kính của khối nón lớn.

Theo đó chiều cao và bán kính của khối nón nhỏ lần lượt là $\frac{h}{2}$ và $\frac{r}{2}$

Tỷ số thể tích khối nón nhỏ và khối nón lớn là $\frac{\frac{n}{3} \left(\frac{r}{2}\right)^2 \left(\frac{h}{2}\right)}{\frac{\pi r^2 h}{3}} = \frac{1}{8}$

Vậy tỷ số thể tích của 2 phần được chia là $\frac{1}{7}$.



Câu 47. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi K là trung điểm SC. Mặt phẳng AK cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1, V theo thứ tự là thể tích khối tứ diện S.AMKN và hình chóp

S.ABCD. Giá trị nhỏ nhất của tỷ số $\frac{V_1}{V}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn D

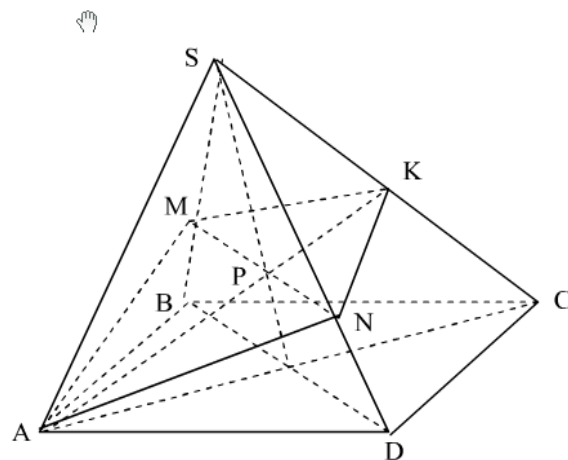
Vì ABCD là hình bình hành

$$\Rightarrow V_{SABC} = V_{SADC} = \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{1}{2} V.$$

Đặt $\frac{SM}{SB} = x, \frac{SN}{SD} = y$

Thì $\frac{V_{SABK}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} \Rightarrow V_{SAMK} = \frac{x \cdot V}{4}$

$$\Rightarrow V_1 = V_{SAMK} + V_{SANK} = \frac{V}{4} (x + y)(1)$$



$$\text{Mặt khác } V_1 = V_{\text{SAMN}} + V_{\text{SMNK}} =$$

$$= x \cdot y \cdot \frac{V}{2} + x \cdot y \cdot \frac{V}{4}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{3xy \cdot V}{4} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow x + y = 3xy \Rightarrow y = \frac{x}{3x-1}$$

$$\text{Do } x > 0 \text{ và } y > 0 \text{ nên từ (3)} \Rightarrow x > \frac{1}{3}$$

$$\text{Và } y = \frac{SN}{SD} \leq 1 \Rightarrow \frac{x}{3x-1} \leq 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 1 \geq 0 \text{ (vì } 3x-1 > 0) \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \text{ do đó } \frac{1}{2} \leq x \leq 1$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{1}{4}(x+y) = \frac{3}{4}xy = \frac{3}{4}x \cdot \frac{x}{3x-1} = \frac{3x^2}{4(3x-1)}$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{3x^2}{4(3x-1)} \text{ với } \frac{1}{2} \leq x \leq 1. \text{ Ta có } f'(x) = \frac{3x(3x-2)}{4(3x-1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin \left[\frac{1}{2}; 1\right] \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1
$f'(x)$		$-$	$+$
$f(x)$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{3} \leq f(x) \leq \frac{3}{8} \text{ với } \forall x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right] \text{ hay } \frac{1}{3} \leq \frac{V_1}{V} \leq \frac{3}{8}$$

$$\text{Vậy } \min \frac{V_1}{V} = \frac{1}{3} \text{ khi } x = \frac{2}{3} \text{ hay } SM = \frac{2}{3}SB$$

$$\text{Và } \max \frac{V_1}{V} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} SM = \frac{1}{2}SB \\ M \equiv B \end{cases}$$

Câu 48. Một cốc nước có dạng hình trụ đứng có chiều cao 12cm, đường kính đáy 4cm, lượng nước trong cốc trong 8cm. Thả vào cốc nước 4 viên bi có cùng đường kính 2cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cách mép cốc bao nhiêu? (Làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân, bỏ qua độ dày cốc)

A. 2,67cm .

B. 2,75cm .

C. 2,25cm .

D. 2,33cm .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Lượng nước dâng lên chính là tổng thể tích của 4 viên bi thả vào bằng } V_b = 4 \cdot \frac{4}{3} \pi r_b^3 = \frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$$

Dễ thấy phần nước dâng lên là hình trụ và có đáy bằng với đáy cốc nước và thể tích là $\frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Chiều cao của phần nước dâng lên là h_d thỏa mãn $\frac{16\pi}{3} = \pi r_d^2 h_d$ nên $h_d = \frac{4}{3} \text{ cm}$.

Vậy nước dâng cách mép cốc là $12 - 8 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \approx 2,67 \text{ cm}$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $m \cdot 3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} = 3^{6-3x} + m$ có đúng 3 nghiệm thực

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} m \cdot 3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} &= 3^{6-3x} + m \Leftrightarrow m \cdot (3^{x^2-3x+2} - 1) - 3^{6-3x} + 3^{4-x^2} = 0 \quad (1) \\ \Leftrightarrow m \cdot (3^{x^2-3x+2} - 1) - \left[3^{6-3x} - \frac{1}{3^{x^2-4}} \right] &= 0 \Leftrightarrow m \cdot (3^{x^2-3x+2} - 1) - \frac{3^{x^2-3x+2} - 1}{3^{x^2-4}} = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2-3x+2} - 1 = 0 \\ m = \frac{1}{3^{x^2-4}} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ m = \frac{1}{3^{x^2-4}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ m = \frac{1}{3^{x^2-4}} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Xét phương trình } m = \frac{1}{3^{x^2-4}} = 3^{4-x^2} \quad (2)$$

Để (1) có 3 nghiệm phân biệt thì khi đó (2) có 1 nghiệm duy nhất hoặc (2) có 2 nghiệm phân biệt và 2 nghiệm đó có 1 nghiệm bằng 1 hoặc bằng 2.

Xét (2) có nghiệm $x = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{3^{-3}} = 27$ khi đó (2) có nghiệm $x = \pm 1$ thỏa mãn (1)

$$\text{có 3 nghiệm } \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Xét (2) có nghiệm $x = 2$ khi đó $m = \frac{1}{3^0} = 1$ khi đó (2) có nghiệm $x = \pm 2$ thỏa mãn (1)

$$\text{có 3 nghiệm } \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow 4 - x^2 = \log_3 m \Leftrightarrow x^2 = \log_3 m - 4 \text{ có nghiệm duy nhất khi } \log_3 m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 81$$

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu. $m = \{1; 27; 81\}$ Chọn đáp án **C**

Câu 50. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$ Gọi S là tập các tập con của A, mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng các phần tử bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử từ S. Xác suất chọn được một tập hợp có ba phần tử lập thành cấp số nhân là ?

A. $\frac{3}{645}$.

B. $\frac{4}{645}$.

C. $\frac{2}{1395}$.

D. $\frac{1}{930}$.

Lời giải

Chọn B

Ba số lập thành 1 CSN thì khi sắp xếp từ bé đến lớn ta cũng nhận được 1 CSN với công bội $q \in \mathbb{Q}$.

Gọi ba số đó là a, aq, aq^2 ; $q = \frac{b}{c} > 1$; $(b, c) = 1$.

$$\text{Có } aq^2 \notin R = \frac{ab^2}{c^2} \in N^*, (b, c) = 1 \Rightarrow a : c^2 (b, c \in R, b > c)$$

$$\text{Đặt } a = mc^2 (m \in \mathbb{N}) \Rightarrow \text{Ba số là } mc^2, mbc, mb^2$$

$$\Rightarrow (mnc^2) + (mbc) + (mb^2) = 91$$

$$\Leftrightarrow m(b^2 + bc + c^2) = 91 \Rightarrow \begin{cases} m \in U_{(91)} \\ m \leq 30 \end{cases} \Rightarrow m \in \{1; 7; 13\}$$

$$\text{Nếu } m = 13 \Rightarrow \begin{cases} b^2 + bc + c^2 = 7 \\ b > c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow (13; 26; 52)$$

$$\text{Nếu } m = 7 \Rightarrow \begin{cases} b^2 + bc + c^2 = 13 \\ b > c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow (7; 21; 63)$$

$$\text{Nếu } m = 1 \Rightarrow \begin{cases} b^2 + bc + c^2 = 91 \\ b > c \end{cases} \Rightarrow 91 \leq 3b^2 \Rightarrow \begin{cases} b^2 \leq 91 \\ b^2 > 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b^2 \in \{36; 49; 64; 81\} \Leftrightarrow b \in \{6; 7; 8; 9\}$$

$$\text{Thay lần lượt} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} b = 6 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow (25; 30; 36) \\ \begin{cases} b = 9 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow (1; 9; 81) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{645}$$

----- **HẾT** -----