

# ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

## MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 01

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Không gian mẫu của phép thử gieo một đồng xu 2 lần liên tiếp có bao nhiêu phần tử?  
**A.** 8. **B.** 36. **C.** 4. **D.** 2.

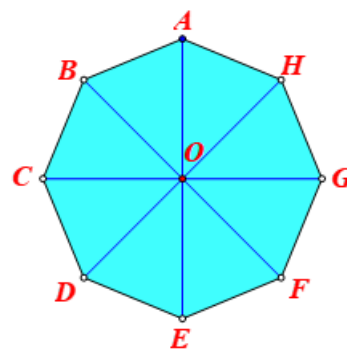
**Câu 2:** Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$  với  $(x \neq 0)$ .  
**A.** 8. **B.** 28. **C.** 56. **D.** 70.

**Câu 3:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào bị chặn?  
**A.**  $u_n = n^2$ . **B.**  $u_n = n + 1$ . **C.**  $u_n = 2^n$ . **D.**  $u_n = \cos n$ .

**Câu 4:** Cho hai số tự nhiên  $k, n$  thỏa  $1 \leq k \leq n$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.**  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ . **B.**  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .  
**C.**  $A_n^n = n!$ . **D.**  $C_n^n = n$ .

**Câu 5:** Cho Cho hình bát giác đều  $ABCDEFGH$  tâm  $O$  như hình bên. Tìm ảnh của đoạn thẳng  $AB$  qua phép quay tâm  $O$  góc quay  $135^\circ$ .



- A.**  $DE$ . **B.**  $EF$ .  
**C.**  $CD$ . **D.**  $FG$ .

**Câu 6:** Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

- A.**  $A_{10}^4$ . **B.**  $C_{10}^4$ . **C.**  $10^4$ . **D.**  $10!$ .

**Câu 7:** Từ tập  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau và chữ số hàng nghìn là 2

- A.** 24. **B.** 32. **C.** 180. **D.** 12.

**Câu 8:** Cho  $(u_n)$  là dãy số tăng. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.**  $u_{n+1} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . **B.**  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . **C.**  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . **D.**  $u_{n+1} \leq u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 9:** Trong các phép biến hình sau, phép nào không phải là phép dời hình?

- A.** Phép chiếu vuông góc lên một mặt phẳng **B.** Phép đối xứng trục  
**C.** Phép vị tự tỉ số  $k = -1$  **D.** Phép tịnh tiến.

**Câu 10:** Trong khai triển nhị thức Niu-Ton của  $(a+b)^5$  có tất cả bao nhiêu số hạng?

- A.** 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

**Câu 11:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là:

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .  
**C.**  $D = \mathbb{R}$ . **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Câu 12:** Tìm nghiệm của phương trình  $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$

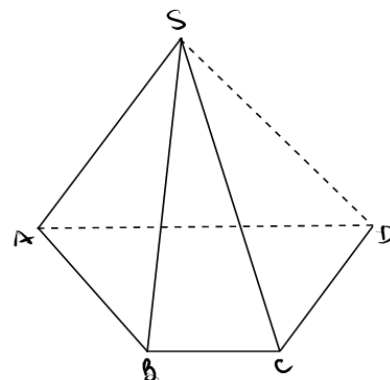
- A.  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . B.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
C.  $x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . D.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 13:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.  $y = \sin 2x$ . B.  $y = \cos 2x$ . C.  $y = \cot 2x$ . D.  $y = \tan 2x$ .

**Câu 14:** Bạn Châu vẽ hình chóp  $S.ABCD$  như hình vẽ. Hỏi bạn Châu vẽ cạnh nào sau đây không đúng với quy tắc vẽ hình phối cảnh?

- A.  $AD$ . B.  $SD$ .  
C.  $SA$ . D.  $BC$ .



**Câu 15:** Cho  $A$  là biến cố không thể. Tính xác suất của biến cố  $A$ .

- A. 1. B. 0.  
C.  $\frac{1}{2}$ . D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 16:** Hai xạ thủ bắn mỗi người một viên đạn vào bia, biết xác suất bắn trúng hồng tâm của xạ thủ thứ nhất và xạ thủ thứ hai là 0,85. Tính xác suất để cả hai xạ thủ đều không bắn trúng hồng tâm.

- A.  $\frac{13}{40}$ . B.  $\frac{51}{80}$ . C.  $\frac{3}{80}$ . D.  $\frac{77}{80}$ .

**Câu 17:** Cho 2 đường thẳng  $d_1, d_2$  song song với nhau. Trên đường thẳng  $d_1$  có 10 điểm phân biệt và trên đường thẳng  $d_2$  có 9 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành mà 3 đỉnh của nó được chọn từ 19 điểm trên.

- A. 1530. B. 90. C. 360. D. 765.

**Câu 18:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ . Viết phương trình đường tròn  $(C')$  là ảnh của đường tròn  $(C)$  qua phép vị tự tâm  $O$  tỉ số  $k = 2$ .

- A.  $(x-2)^2 + (y+6)^2 = 4$ . B.  $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 4$ .  
C.  $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 16$ . D.  $(x-2)^2 + (y+6)^2 = 16$ .

**Câu 19:** Tìm chu kỳ của hàm số  $y = \tan x$ .

- A.  $3\pi$ . B.  $2\pi$ . C.  $\pi$ . D.  $\frac{\pi}{2}$ .

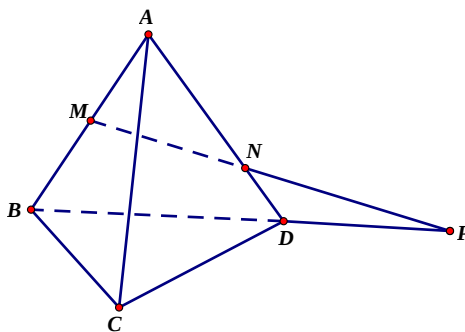
**Câu 20:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển  $(3x-2)^6$ .

- A. -4860. B. 4860. C. 2160. D. -2160.

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$  và  $I$  là giao điểm của đường thẳng  $AM$  với mặt phẳng  $(SBD)$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $I$  là giao điểm của  $AM$  và  $SD$ . B.  $I$  là giao điểm của  $AM$  và  $SO$ .  
C.  $I$  là giao điểm của  $AM$  và  $SB$ . D.  $I$  là giao điểm của  $AM$  và  $BD$ .

- Câu 22:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  điểm  $A(-4;5)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  là ảnh của điểm  $A$  qua phép đối xứng tâm  $O$ .  
**A.**  $A'(4;-5)$ . **B.**  $A'(4;5)$ . **C.**  $A'(-4;-5)$ . **D.**  $A'(5;-4)$ .
- Câu 23:** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?  
**A.**  $P(A \cup B) = P(A).P(B)$ . **B.**  $P(AB) = P(A) + P(B)$ .  
**C.**  $P(AB) = P(A).P(B)$ . **D.**  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .
- Câu 24:** Đội tuyển học sinh giỏi môn Toán của một trường THPT gồm 8 học sinh khối 12 và 6 học sinh khối 11. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh sao cho mỗi khối có một học sinh?  
**A.** 14. **B.** 48. **C.** 35. **D.** 132.
- Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Trên các cạnh  $AB, BC, CD$  lần lượt lấy các điểm  $M, N, P$  sao cho đường thẳng  $MN$  cắt đường thẳng  $AC$  tại  $E$  và đường thẳng  $NP$  cắt đường thẳng  $BD$  tại  $F$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MNP)$  và  $(ACD)$ .  
**A.**  $PE$ . **B.**  $EF$ . **C.**  $MF$ . **D.**  $PF$ .
- Câu 26:** Một hộp chứa 20 quả cầu được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên một quả, tính xác suất để chọn được quả cầu ghi số chia hết cho 6.  
**A.**  $\frac{9}{10}$ . **B.**  $\frac{17}{20}$ . **C.**  $\frac{1}{5}$ . **D.**  $\frac{3}{20}$ .
- Câu 27:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?  
**A.** Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.  
**B.** Phép tịnh tiến biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.  
**C.** Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng nó.  
**D.** Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
- Câu 28:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?  
**A.** Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.  
**B.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng.  
**C.** Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.  
**D.** Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.
- Câu 29:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau?  
**A.** 125. **B.** 10. **C.** 60. **D.** 120.
- Câu 30:** Trong một hộp chứa 4 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ và 6 viên bi màu vàng. Có bao nhiêu cách chọn một viên bi từ hộp đó mà **không phải** viên bi màu vàng?  
**A.** 9. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 11.
- Câu 31:** Một hộp chứa 7 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời ba viên bi, tính xác suất để lấy được ba viên bi màu xanh.  
**A.**  $\frac{1}{22}$  **B.**  $\frac{7}{44}$  **C.**  $\frac{5}{12}$  **D.**  $\frac{2}{7}$
- Câu 32:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Trên các cạnh  $AB, AD$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $MN$  cắt  $BD$  tại  $P$ .



Hỏi  $P$  thuộc không thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây:

- A.  $(ABC)$                       B.  $(BCD)$                       C.  $(ABD)$                       D.  $(CMN)$

**Câu 33:** Phương trình  $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 2$  tương đương với phương trình nào sau đây?

- A.  $\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 2$       B.  $\sin x\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 2$       C.  $\sin x\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$       D.  $\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 1$

**Câu 34:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{n+1}{2n-1}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm số hạng  $u_3$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $u_3 = 2$ .                      B.  $u_3 = \frac{4}{5}$ .                      C.  $u_3 = \frac{5}{7}$ .                      D.  $u_3 = 1$ .

**Câu 35:** Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A.  $\tan x = -\sqrt{3}$ .                      B.  $3\cos x = -1$ .                      C.  $\cot x = 3$ .                      D.  $\sin x = 2$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Giải phương trình  $\sin^2 x - 2\sin 2x + 3\cos^2 x = 0$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, E$  lần lượt là trung điểm của  $SC, AD$ .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBE)$  và  $(SAC)$ .

b) Gọi  $N$  là trung điểm của  $SD$ . Tìm giao điểm  $I$  của đường thẳng  $CN$  và  $(MBE)$ .

**Câu 38:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^7$  trong khai triển  $(x+2)^3 \cdot (x-n)^6$  biết  $n$  là số nguyên dương thỏa mãn  $C_n^3 + 2A_n^2 = 28$ .

**Câu 39:** Từ các chữ số  $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$  lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 5, đồng thời luôn có mặt chữ số 2 và chữ số 3 đứng cạnh nhau?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Không gian mẫu của phép thử gieo một đồng xu 2 lần liên tiếp có bao nhiêu phần tử?  
**A.** 8. **B.** 36. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

**Chọn C**

Không gian mẫu của phép thử:  $\Omega = \{SS, NN, SN, NS\} \Rightarrow n(\Omega) = 4$ .

- Câu 2:** Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$  với  $(x \neq 0)$ .

**A.** 8. **B.** 28. **C.** 56. **D.** 70.

Lời giải

**Chọn D**

Số hạng tổng quát của khai triển:  $T_{k+1} = C_8^k x^{8-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_8^k x^{8-2k}$

Số hạng không chứa  $x$  trong khai triển ứng với  $k$  thỏa mãn:  $8-2k=0 \Leftrightarrow k=4$ .

Vậy Số hạng không chứa  $x$  trong khai triển là  $C_8^4 = 70$ .

- Câu 3:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào bị chặn?

**A.**  $u_n = n^2$ . **B.**  $u_n = n+1$ . **C.**  $u_n = 2^n$ . **D.**  $u_n = \cos n$ .

Lời giải

**Chọn D**

Dễ thấy  $-1 \leq \cos n \leq 1 \Rightarrow$  **chọn D**

- Câu 4:** Cho hai số tự nhiên  $k, n$  thỏa  $1 \leq k \leq n$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

**A.**  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ . **B.**  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ . **C.**  $A_n^n = n!$ . **D.**  $C_n^n = n$ .

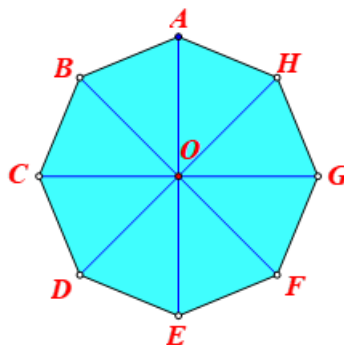
Lời giải

**Chọn D**

Theo định nghĩa về tổ hợp, chỉnh hợp và hoán vị thì các đáp án **A, B và C** đúng.

Đáp án **D** là sai vì  $C_n^n = \frac{n!}{n!(n-n)!} = 1$ .

- Câu 5:** Cho Cho hình bát giác đều  $ABCDEFGH$  tâm  $O$  như hình bên. Tìm ảnh của đoạn thẳng  $AB$  qua phép quay tâm  $O$  góc quay  $135^\circ$ .



**A.** DE.

**B.** EF.

**C.** CD.

**D.** FG.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do  $ABCDEFGH$  là hình bát giác đều tâm  $O$  nên  $OA = OB = OC = OD = OE = OF = OG = OH$

và  $AOB = BOC = COD = DOE = EOF = FOG = GOH = 360^\circ : 8 = 45^\circ$

Suy ra  $AOD = BOE = 135^\circ$

Khi đó  $Q_{(O;135^\circ)}(A) = D$ ,

$Q_{(O;135^\circ)}(B) = E$ .

Vậy ảnh của đoạn thẳng  $AB$  qua phép quay tâm  $O$  góc quay  $135^\circ$  là đoạn  $DE$ .

**Câu 6:** Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

**A.**  $A_{10}^4$ .

**B.**  $C_{10}^4$ .

**C.**  $10^4$ .

**D.**  $10!$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Số cách chọn 4 học sinh từ 10 học sinh là  $C_{10}^4$ .

**Câu 7:** Từ tập  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau và chữ số hàng nghìn là 2

**A.** 24.

**B.** 32.

**C.** 180.

**D.** 12.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi số cần lập là  $\overline{abcd}$ , theo giả thiết  $a = 2$ ,  $d \in \{4, 6\}$  nên  $d$  có hai cách chọn,  $b$  có 4 cách chọn,  $c$  có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả là:  $2.3.4 = 24$  số.

**Câu 8:** Cho  $(u_n)$  là dãy số tăng. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.**  $u_{n+1} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**B.**  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**C.**  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**D.**  $u_{n+1} \leq u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo định nghĩa dãy tăng thì  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 9:** Trong các phép biến hình sau, phép nào không phải là phép dời hình?

**A.** Phép chiếu vuông góc lên một mặt phẳng

**B.** Phép đối xứng trục

**C.** Phép vị tự tỉ số  $k = -1$

**D.** Phép tịnh tiến.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng không bảo toàn khoảng cách nên không phải là phép dời hình.

**Câu 10:** Trong khai triển nhị thức Niu-Ton của  $(a+b)^5$  có tất cả bao nhiêu số hạng?

**A.** 4.

**B.** 6.

**C.** 7.

**D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 11:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là:

**A**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện để hàm số  $y = \cot x$  xác định là:  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 12:** Tìm nghiệm của phương trình  $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$

**A**  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**B.**  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**C.**  $x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**D.**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 (tm) \\ \sin x = -2 (ktm) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 13:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

**A.**  $y = \sin 2x$ .

**B.**  $y = \cos 2x$ .

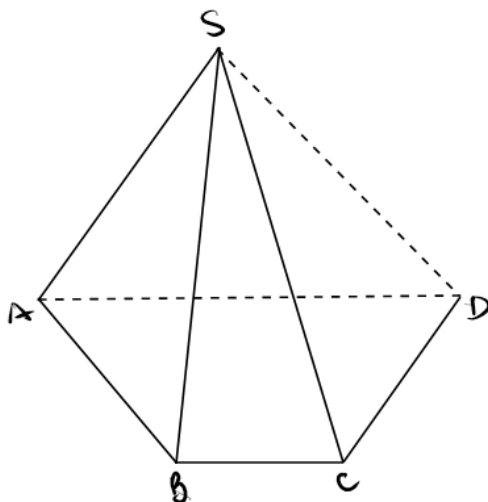
**C.**  $y = \cot 2x$ .

**D.**  $y = \tan 2x$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 14:** Bạn Châu vẽ hình chóp  $S.ABCD$  như hình vẽ. Hỏi bạn Châu vẽ cạnh nào sau đây không đúng với quy tắc vẽ hình hiệu diễn?



A. AD.

**B. SD.**

C. SA.

D. BC.

Lời giải

**Chọn B**

**Câu 15:** Cho A là biến cố không thể. Tính xác suất của biến cố A.

A. 1.

**B. 0.**

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{3}{4}$ .

Lời giải

**Chọn B**

**Câu 16:** Hai xạ thủ bắn mỗi người một viên đạn vào bia, biết xác suất bắn trúng hồng tâm của xạ thủ thứ và xạ thủ thứ hai là 0,85. Tính xác suất để cả hai xạ thủ đều không bắn trúng hồng tâm.

A.  $\frac{13}{40}$ .

B.  $\frac{51}{80}$ .

**C.  $\frac{3}{80}$ .**

D.  $\frac{77}{80}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Xác suất không bắn trúng hồng tâm của xạ thủ thứ nhất là  $1 - 0,75 = 0,25$

Xác suất không bắn trúng hồng tâm của xạ thủ thứ hai là  $1 - 0,85 = 0,15$

Vậy xác suất để cả hai xạ thủ đều không bắn trúng hồng tâm là  $0,25 \cdot 0,15 = \frac{3}{80}$

**Câu 17:** Cho 2 đường thẳng  $d_1, d_2$  song song với nhau. Trên đường thẳng  $d_1$  có 10 điểm phân biệt và trên đường thẳng  $d_2$  có 9 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành mà 3 đỉnh của nó được chọn từ 19 điểm trên.

A. 1530.

B. 90.

C. 360.

**D. 765.**

Lời giải

**Chọn D**

TH1: 1 đỉnh thuộc đường thẳng  $d_1$  và 2 điểm thuộc đường thẳng  $d_2$  có  $C_{10}^1 \cdot C_9^2$

TH2: 2 đỉnh thuộc đường thẳng  $d_1$  và 1 điểm thuộc đường thẳng  $d_2$  có  $C_{10}^2 \cdot C_9^1$

Vậy số tam giác được tạo thành mà 3 đỉnh của nó được chọn từ 19 điểm trên là  $C_{10}^1 \cdot C_9^2 + C_{10}^2 \cdot C_9^1 = 765$



**Câu 18:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ . Viết phương trình đường tròn  $(C')$  là ảnh của đường tròn  $(C)$  qua phép vị tự tâm  $O$  tỉ số  $k = 2$ .

A.  $(x-2)^2 + (y+6)^2 = 4$ .

B.  $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 4$ .

C.  $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 16$ .

D.  $(x-2)^2 + (y+6)^2 = 16$ .

Lời giải

**Chọn C**

Đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(-1;3)$  và bán kính  $R = 2$ .

$$\text{Gọi } I'(x'; y') = V_{(O;2)}(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2x = -2 \\ y' = 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow I'(-2;6)$$

Đường tròn  $(C')$  là ảnh của đường tròn  $(C)$  qua phép vị tự tâm  $O$  tỉ số  $k = 2$  có tâm  $I'(-2;6)$  và bán kính  $R' = 2R = 4$

Vậy  $(C'): (x+2)^2 + (y-6)^2 = 16$ .

**Câu 19:** Tìm chu kỳ của hàm số  $y = \tan x$ .

A.  $3\pi$ .

B.  $2\pi$ .

C.  $\pi$ .

D.  $\frac{\pi}{2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Theo lý thuyết ta có đáp án C.

**Câu 20:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển  $(3x-2)^6$ .

A.  $-4860$ .

B.  $4860$ .

C.  $2160$ .

D.  $-2160$ .

Lời giải

**Chọn B**

Số hạng tổng quát:  $T_{k+1} = C_6^k (3x)^k (-2)^{6-k}$ .

Hệ số của số hạng chứa  $x^4$  nên  $k = 4 \Rightarrow a_4 = C_6^4 3^4 (-2)^2 = 4860$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$  và  $I$  là giao điểm của đường thẳng  $AM$  với mặt phẳng  $(SBD)$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $I$  là giao điểm của  $AM$  và  $SD$ .

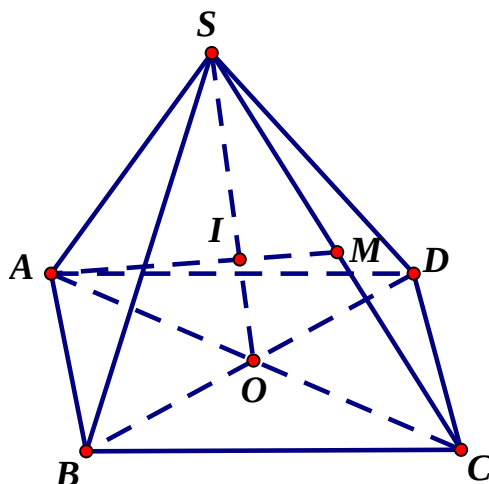
B.  $I$  là giao điểm của  $AM$  và  $SO$ .

C.  $I$  là giao điểm của  $AM$  và  $SB$ .

D.  $I$  là giao điểm của  $AM$  và  $BD$ .

Lời giải

**Chọn B**



$$\text{Ta có } I = AM \cap SO \Rightarrow \begin{cases} I \in AM \\ I \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I = AM \cap (SBD)$$

**Câu 22:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  điểm  $A(-4;5)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  là ảnh của điểm  $A$  qua phép đối xứng tâm  $O$ .

**A.**  $A'(4;-5)$ .

**B.**  $A'(4;5)$ .

**C.**  $A'(-4;-5)$ .

**D.**  $A'(5;-4)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $A'(x';y')$  là ảnh của  $A$  qua phép đối xứng tâm  $O$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x' = -x = 4 \\ y' = -y = -5 \end{cases}$$

**Câu 23:** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

**A.**  $P(A \cup B) = P(A).P(B)$ .

**B.**  $P(AB) = P(A) + P(B)$ .

**C.**  $P(AB) = P(A).P(B)$ .

**D.**  $P(A \cup B) = P(A) + (B)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Công thức nhân xác suất.

**Câu 24:** Đội tuyển học sinh giỏi môn Toán của một trường THPT gồm 8 học sinh khối 12 và 6 học sinh khối 11. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh sao cho mỗi khối có một học sinh?

**A.** 14.

**B.** 48.

**C.** 35.

**D.** 132.

**Lời giải**

**Chọn B**

Quy tắc nhân ta có:  $8.6 = 48$  cách.

**Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Trên các cạnh  $AB, BC, CD$  lần lượt lấy các điểm  $M, N, P$  sao cho đường thẳng  $MN$  cắt đường thẳng  $AC$  tại  $E$  và đường thẳng  $NP$  cắt đường thẳng  $BD$  tại  $F$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MNP)$  và  $(ACD)$ .

A. PE.

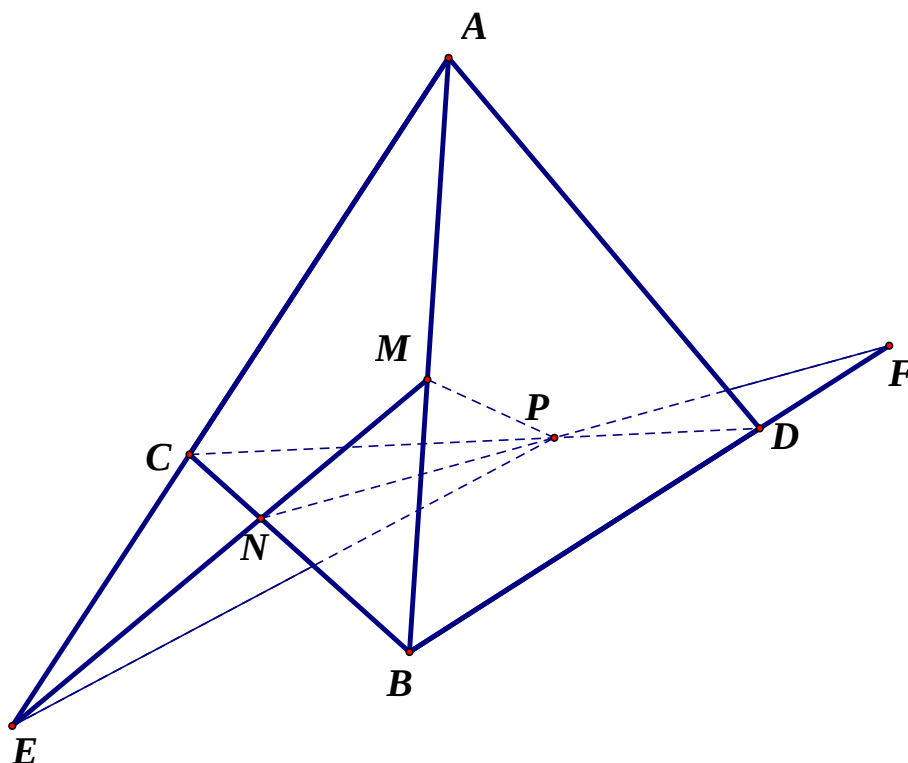
B. EF.

C. MF.

D. PF.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } \begin{cases} P \in (MNP) \cap (ACD) \\ E \in (MNP) \cap (ACD) \end{cases} \Rightarrow (MNP) \cap (ACD) = PE$$

**Câu 26:** Một hộp chứa 20 quả cầu được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên một quả, tính xác suất để chọn được quả cầu ghi số chia hết cho 6.

A.  $\frac{9}{10}$ .

B.  $\frac{17}{20}$ .

C.  $\frac{1}{5}$ .

D.  $\frac{3}{20}$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có  $n(\Omega) = 20$

Gọi A là biến cố “chọn một quả được ghi số chia hết cho 6”.

$$A = \{6; 12; 18\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$\text{Vậy xác suất là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{20}.$$

**Câu 27:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.

B. Phép tịnh tiến biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.

C. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng nó.

D. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

Lời giải

**Chọn A**

Dựa vào tính chất của phép tịnh tiến ta thấy đáp án A sai.

**Câu 28:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.
- B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng.
- C. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.**
- D. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có thể trùng nhau nếu chúng không phải là hai mặt phẳng phân biệt. Lúc đó, chúng có vô số đường thẳng chung.

**Câu 29:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau?

- A. 125.
- B. 10.
- C. 60.
- D. 120.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được  $5! = 120$  số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau.

**Câu 30:** Trong một hộp chứa 4 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ và 6 viên bi màu vàng. Có bao nhiêu cách chọn một viên bi từ hộp đó mà **không phải** viên bi màu vàng?

- A. 9.
- B. 15.
- C. 10.
- D. 11.

**Lời giải**

**Chọn D**

Chọn một viên bi từ hộp đó mà **không phải** viên bi màu vàng nên chỉ có thể chọn được viên bi màu xanh hoặc đỏ.

Vậy có 9 cách chọn một viên bi từ hộp đó mà **không phải** viên bi màu vàng.

**Câu 31:** Một hộp chứa 7 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời ba viên bi, tính xác suất để lấy được ba viên bi màu xanh.

- A.  $\frac{1}{22}$**
- B.  $\frac{7}{44}$
- C.  $\frac{5}{12}$
- D.  $\frac{2}{7}$

**Lời giải**

**Chọn A**

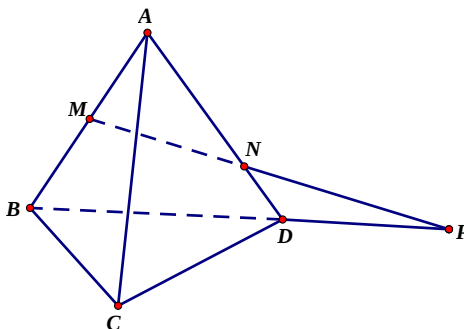
Gọi A là phép thử lấy ngẫu nhiên đồng thời ba viên bi.

Không gian mẫu của phép thử là  $n_{\Omega} = C_{12}^3$

Số lần lấy được ba bi màu xanh là  $n_A = C_5^3$

Xác suất để lấy được 3 bi màu xanh là  $P_A = \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{22}$ .

**Câu 32:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Trên các cạnh  $AB, AD$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $MN$  cắt  $BD$  tại  $P$ .



Hỏi  $P$  thuộc không thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây:

- A.**  $(ABC)$       **B.**  $(BCD)$       **C.**  $(ABD)$       **D.**  $(CMN)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$MN \cap BD = P$  nên  $P$  thuộc các mặt phẳng  $(BCD), (ABD), (CMN)$ .

**Câu 33:** Phương trình  $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$  tương đương với phương trình nào sau đây?

- A.**  $\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 2$       **B.**  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 2$       **C.**  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$       **D.**  $\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 1$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1.$$

**Câu 34:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{n+1}{2n-1}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm số hạng  $u_3$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $u_3 = 2$ .      **B.**  $u_3 = \frac{4}{5}$ .      **C.**  $u_3 = \frac{5}{7}$ .      **D.**  $u_3 = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } u_3 = \frac{3+1}{2 \cdot 3 - 1} = \frac{4}{5}.$$

**Câu 35:** Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A.**  $\tan x = -\sqrt{3}$ .      **B.**  $3 \cos x = -1$ .      **C.**  $\cot x = 3$ .      **D.**  $\sin x = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì phương trình  $\sin x = m$  có nghiệm  $\Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$  nên phương trình  $\sin x = 2$  vô nghiệm.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Giải phương trình  $\sin^2 x - 2\sin 2x + 3\cos^2 x = 0$ .

**Lời giải**

$$\sin^2 x - 2\sin 2x + 3\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x - 4\sin x \cdot \cos x + 3\cos^2 x = 0 \quad (1)$$

$$+) \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Ta thấy  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  không là nghiệm của phương trình (1).

$$+) \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\tan^2 x - 4\tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = 3 \end{cases}$$

$$\text{Với } \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Với } \tan x = 3 \Leftrightarrow x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

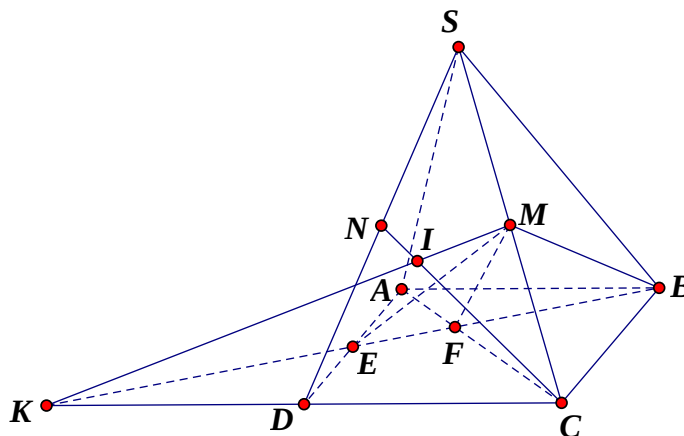
Vậy phương trình có nghiệm là  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, E$  lần lượt là trung điểm của  $SC, AD$ .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBE)$  và  $(SAC)$ .

b) Gọi  $N$  là trung điểm của  $SD$ . Tìm giao điểm  $I$  của đường thẳng  $CN$  và  $(MBE)$ .

**Lời giải**



a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBE)$  và  $(SAC)$ .

$+) M$  là một điểm chung của  $(MBE)$  và  $(SAC)$ .

$+) F$  là giao điểm của  $AC$  và  $BE$ . Suy ra  $F$  là điểm chung khác  $M$  của  $(MBE)$  và  $(SAC)$ .

Vậy  $MF$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBE)$  và  $(SAC)$ .

b) Gọi  $K$  là giao điểm của  $BE$  và  $CD$ ;  $I$  là giao điểm của  $KM$  và  $NC$ . Khi đó:

$+) I \in NC$

$+) I \in (MBE)$

Vậy điểm  $I$  của đường thẳng  $CN$  và  $(MBE)$ .

**Câu 38:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^7$  trong khai triển  $(x+2)^3 \cdot (x-n)^6$  biết  $n$  là số nguyên dương thỏa mãn  $C_n^3 + 2A_n^2 = 28$ .

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} n \geq 3 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}.$$

Với điều kiện trên, ta có:

$$\begin{aligned} C_n^3 + 2A_n^2 = 28 &\Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} + 2 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} = 28 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} + 2n(n-1) = 28 \\ &\Leftrightarrow n^3 + 9n^2 - 10n - 168 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 \text{ (tm)} \\ n = -6 \text{ (ktm)} \\ n = -7 \text{ (ktm)} \end{cases} \end{aligned}$$

Với  $n = 4$ , ta có khai triển:  $(x+2)^3 \cdot (x-4)^6$ .

Ta có:

$$\begin{aligned} (x+2)^3 \cdot (x-4)^6 &= \sum_{k=0}^3 C_3^k x^{3-k} 2^k \cdot \sum_{m=0}^6 C_6^m x^{6-m} (-4)^m \\ &= \sum_{k=0}^3 \sum_{m=0}^6 C_3^k \cdot C_6^m \cdot 2^k \cdot (-4)^m x^{9-k-m}. \end{aligned}$$

Theo yêu cầu bài toán ta có:  $9-k-m=7 \Leftrightarrow k+m=2 \Leftrightarrow m=2-k$ .

Ta có:

$$\begin{cases} m = 2-k \\ 0 \leq k \leq 3 \\ 0 \leq m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0, m = 2 \\ k = 1, m = 1 \\ k = 2, m = 0 \end{cases}.$$

Vậy hệ số chứa  $x^7$  trong khai triển  $(x+2)^3 \cdot (x-4)^6$  là:

$$a_7 = C_3^0 C_6^2 \cdot 2^0 \cdot (-4)^2 + C_3^1 C_6^1 \cdot 2^1 \cdot (-4)^1 + C_3^2 C_6^0 \cdot 2^2 \cdot (-4)^0 = 108.$$

**Câu 39:** Từ các chữ số  $0;1;2;3;4;5;6;7$  lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 5, đồng thời luôn có mặt chữ số 2 và chữ số 3 đứng cạnh nhau?

**Lời giải**

Gọi  $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$  và  $x = \overline{abcde}$  là số cần lập.

Vì  $x$  chia hết cho 5 nên  $e \in \{0;5\}$ .

Vì chữ số 2 và chữ số 3 luôn đứng cạnh nhau nên ta xem hai chữ số 2 và 3 như là một số  $\alpha$ .

Khi đó:  $A = \{0;1;\alpha;4;5;6;7\}$  và  $x = \overline{a_1 a_2 a_3 e}$ .

\* Trường hợp 1:  $e = 0$ .

- Nếu  $a_1 = \alpha$  thì chọn bộ thứ tự  $(a_2; a_3) \in A \setminus \{0; \alpha\}$  là một chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử. Số cách chọn là:  $A_5^2$  cách.

“Nội bộ”  $\alpha$  có  $P_2$  cách sắp xếp.

Suy ra số cách chọn là:  $A_5^2 \cdot P_2 = 40$  cách.

- Nếu  $a_2 = \alpha$  hay  $a_3 = \alpha$  thì tương tự trường hợp  $a_1 = \alpha$  nên có  $2 \cdot 40 = 80$  cách.

Suy ra có:  $3 \cdot 40 = 120$  cách.

**\* Trường hợp 2:  $e = 5$ .**

- Nếu  $a_1 = \alpha$  thì chọn bộ thứ tự  $(a_2; a_3) \in A \setminus \{5; \alpha\}$  là một chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử. Số cách chọn là:  $A_5^2$  cách.

“Nội bộ”  $\alpha$  có  $P_2$  cách sắp xếp.

Suy ra số cách chọn là:  $A_5^2 \cdot P_2 = 40$  cách.

- Nếu  $a_2 = \alpha$  thì chọn  $a_1 \in A \setminus \{5; 0; \alpha\}$  có 4 cách.

+ Chọn  $a_3 \in A \setminus \{5; \alpha; a_1\}$  có 4 cách.

“Nội bộ”  $\alpha$  có  $P_2$  cách sắp xếp.

Suy ra số cách chọn là:  $4^2 \cdot P_2 = 32$  cách.

- Nếu  $a_3 = \alpha$  thì tương tự trường hợp  $a_2 = \alpha$  nên có 32 cách.

Suy ra có:  $40 + 2 \cdot 32 = 104$  cách.

Suy ra có:  $120 + 104 = 224$  cách.

Vậy có 224 số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.

----- **HẾT** -----



# ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

## MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 02

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Có bao nhiêu cách xác định một mặt phẳng?  
**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 2:** Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh có cả nam và nữ từ một nhóm học sinh gồm 9 nam và 4 nữ?  
**A.** 36. **B.** 13. **C.** 78. **D.** 9.
- Câu 3:** Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?  
**A.**  $\tan 2x = 2021$ . **B.**  $2\cos x = 1$ . **C.**  $\sin 3x = 2$ . **D.**  $\cos x = \sin x$ .
- Câu 4:** Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ một lớp có 45 học sinh?  
**A.** 225. **B.**  $A_{45}^5$ . **C.**  $45^5$ . **D.**  $C_{45}^5$ .
- Câu 5:** Với  $n$  là số nguyên dương tùy ý, mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $C_n^{n-1} = n-1$ . **B.**  $C_n^n = n$ . **C.**  $C_n^n = 1$ . **D.**  $C_n^1 = n+1$ .
- Câu 6:** Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.** Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.  
**B.** Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.  
**C.** Hai đường thẳng song song nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.  
**D.** Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.
- Câu 7:** Khẳng định nào sau đây sai?  
**A.** Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng không có điểm chung.  
**B.** Hai đường thẳng không có điểm chung và cùng nằm trong một mặt phẳng thì song song.  
**C.** Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không đồng phẳng.  
**D.** Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.
- Câu 8:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số?  
**A.** 16. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 12.
- Câu 9:** Cho  $A$  là biến cố chắc chắn. Xác suất của biến cố  $A$  bằng:  
**A.**  $\frac{3}{4}$ . **B.** 1. **C.** 0. **D.**  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 10:** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?  
**A.** Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.  
**B.** Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.  
**C.** Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.  
**D.** Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- Câu 11:** Cho năm điểm A, B, C, D, E trong đó không có bốn điểm nào cùng thuộc một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo với ba trong số năm điểm đã cho?  
**A.** 14. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 8.
- Câu 12:** Tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là  
**A.**  $[-1; 1]$ . **B.**  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . **C.**  $\mathbb{R}$ . **D.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .
- Câu 13:** Tập giá trị của hàm số  $y = \sin 2021x$  là  
**A.**  $\emptyset$ . **B.**  $\mathbb{R}$ . **C.**  $[-2021; 2021]$ . **D.**  $[-1; 1]$ .
- Câu 14:** Khai triển biểu thức  $(x-6)^7$  ta được mấy hạng tử?

- A. 9.** **B. 8.** **C. 7.** **D. 6.**
- Câu 15:** Không gian mẫu của phép thử gieo một đồng tiền ba lần có bao nhiêu phần tử?  
**A. 9.** **B. 3.** **C. 6.** **D. 8.**
- Câu 16:** Nghiệm của phương trình  $\tan x = \tan \frac{\pi}{6}$  là  
**A.  $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .** **B.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .** **C.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .** **D.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .**
- Câu 17:** Có bao nhiêu cách chọn một bông hoa từ 5 bông hoa hồng và 6 bông hoa cúc khác nhau?  
**A. 1.** **B. 30.** **C. 11!.** **D. 11.**
- Câu 18:**  $P_6$  bằng:  
**A. 36.** **B. 6.** **C. 72.** **D. 720.**
- Câu 19:** Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện.  
**A. 0,2.** **B. 0,4.** **C. 0,3.** **D. 0,5.**
- Câu 20:** Số tập con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử bằng  
**A.  $3 \times 7$ .** **B.  $3! \times 7!..$**  **C.  $C_7^3$ .** **D.  $A_7^3$ .**
- Câu 21:** Cho  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$  và  $A_n^2 = 90$ . Giá trị của  $n$  bằng  
**A. 7.** **B. 10.** **C. 8.** **D. 9.**
- Câu 22:** Tìm hệ số của số hạng không chứa  $x$  trong khai triển nhị thức Newton  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$   
**A. 70.** **B. 56.** **C. 28.** **D. 1.**
- Câu 23:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $I, J$  theo thứ tự là trung điểm của  $AD$  và  $AC$ ,  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng  
**A. qua  $I$  và song song với  $AB$ .** **B. qua  $J$  và song song với  $BD$ .**  
**C. qua  $G$  và song song với  $CD$ .** **D. qua  $G$  và song song với  $BC$ .**
- Câu 24:** Hệ số của  $x^4y^2$  trong khai triển  $(x + 2y)^6$   
**A. 30.** **B. 240.** **C. 120.** **D. 60.**
- Câu 25:** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Tính xác suất để số được chọn là số lẻ.  
**A.  $\frac{40}{81}$ .** **B.  $\frac{5}{9}$ .** **C.  $\frac{4}{9}$ .** **D.  $\frac{50}{81}$ .**
- Câu 26:** Một hộp chứa 12 thẻ được ghi số từ 1 đến 12. Chọn ngẫu nhiên một thẻ, xác suất để chọn được thẻ ghi số chia hết cho 3 bằng  
**A.  $\frac{1}{6}$ .** **B.  $\frac{1}{4}$ .** **C.  $\frac{1}{3}$ .** **D.  $\frac{1}{2}$ .**
- Câu 27:** Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình  $3\tan x + \sqrt{3} = 0$  là  
**A.  $\pi$ .** **B.  $\frac{\pi}{6}$ .** **C.  $\frac{2\pi}{3}$ .** **D. 0.**
- Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .** **B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .**  
**C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .** **D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .**
- Câu 29:** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất một lần. Xác suất để xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 4 bằng

- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{6}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 30:** Một hộp chứa 5 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi, xác suất để lấy được ít nhất 1 viên bi đỏ bằng

- A.  $\frac{5}{6}$ .                      B.  $\frac{5}{8}$ .                      C.  $\frac{5}{18}$ .                      D.  $\frac{5}{9}$ .

**Câu 31:** Hệ số của  $x^6$  trong khai triển  $2 - x^2$  bằng

- A. 560.                      B. -280.                      C. -560.                      D. 280.

**Câu 32:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 1 - 3 \sin 2x$  bằng

- A. -5.                      B. -2.                      C. 2.                      D. 4.

**Câu 33:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $CD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $MBD$  và  $ABN$  là:

- A.  $AM$ .                      B.  $BG, G$  là trọng tâm tam giác  $ACD$ .  
C.  $AH, H$  là trực tâm tam giác  $ACD$ .                      D.  $MN$ .

**Câu 34:** Cho tam giác đều tâm  $O$ . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm  $O$  góc quay  $\alpha$ ,  $0 < \alpha \leq 2\pi$  biến tam giác trên thành chính nó.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. 4.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm  $SA$  và  $SB$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $(IAC) \cap (JBD) = AO$ .                      B.  $(SAB) \cap (IBC) = IB$ .  
C.  $(SBD) \cap (JCD) = JD$ .                      D.  $IJCD$  là hình thang.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Giải phương trình  $\cos 4x + \sin 2x = 0$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, I$  lần lượt là trung điểm của  $AD, CD, SO$ . Tìm thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  với mặt phẳng  $(MNI)$ .

**Câu 38:** Một người chọn ngẫu nhiên 4 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để trong bốn chiếc được chọn không có 2 chiếc nào tạo thành một đôi.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Có bao nhiêu cách xác định một mặt phẳng?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

**Chọn C**

Có 3 cách xác định một mặt phẳng, đó là:

- Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng.
- Qua một điểm không thuộc một đường thẳng cho trước.
- Qua hai đường thẳng cắt nhau.

**Câu 2:** Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh có cả nam và nữ từ một nhóm học sinh gồm 9 nam và 4 nữ?

- A. 36. B. 13. C. 78. D. 9.

Lời giải

**Chọn A**

Để chọn ra 2 học sinh có cả nam và nữ từ một nhóm học sinh gồm 9 nam và 4 nữ phải thực hiện qua hai hành động liên tiếp sau:

- Hành động 1: Chọn 1 học sinh nam từ 9 học sinh nam: có  $C_9^1$  cách.
- Hành động 2: Chọn 1 học sinh nữ từ 4 học sinh nữ: có  $C_4^1$  cách.

Suy ra có:  $C_9^1 \cdot C_4^1 = 36$  cách.

**Câu 3:** Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A.  $\tan 2x = 2021$ . B.  $2 \cos x = 1$ . C.  $\sin 3x = 2$ . D.  $\cos x = \sin x$ .

Lời giải

**Chọn C**

- Phương trình  $\tan 2x = 2021$  là phương trình lượng giác cơ bản có dạng  $\tan x = a$  có nghiệm với mọi giá trị của  $a$ . Do đó, phương trình  $\tan 2x = 2021$  luôn có nghiệm.

- Phương trình  $2 \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}$  là phương trình lượng giác cơ bản có dạng  $\cos x = a$  có nghiệm với  $|a| \leq 1$ . Do đó, phương trình  $2 \cos x = 1$  luôn có nghiệm.

- Phương trình  $\sin 3x = 2$  là phương trình lượng giác cơ bản có dạng  $\sin x = a$  có nghiệm với  $|a| \leq 1$ . Do đó, phương trình  $\sin 3x = 2$  vô nghiệm.

- Phương trình  $\cos x = \sin x \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  luôn có nghiệm.

Vậy, chọn đáp án C

**Câu 4:** Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ một lớp có 45 học sinh?

- A. 225. B.  $A_{45}^5$ . C.  $45^5$ . D.  $C_{45}^5$ .

Lời giải

**Chọn D**

Số cách chọn 5 học sinh từ 45 học sinh là  $C_{45}^5$ .

**Câu 5:** Với  $n$  là số nguyên dương tùy ý, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $C_n^{n-1} = n-1$ . B.  $C_n^n = n$ . C.  $C_n^n = 1$ . D.  $C_n^1 = n+1$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $C_n^n = \frac{n!}{n!(n-n)!} = 1$ .

**Câu 6:** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.**
- C. Hai đường thẳng song song nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
- D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 7:** Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng không có điểm chung.**
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung và cùng nằm trong một mặt phẳng thì song song.
- C. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không đồng phẳng.
- D. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng có thể chéo nhau.

**Câu 8:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số?

- A. 16.**
- B. 4.
- C. 8.
- D. 12.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $\overline{ab}$  là số có hai chữ số cần lập.  $a$  có 4 cách chọn,  $b$  có 4 cách chọn nên có tất cả 16 số.

**Câu 9:** Cho  $A$  là biến cố chắc chắn. Xác suất của biến cố  $A$  bằng:

- A.  $\frac{3}{4}$ .
- B. 1**
- C. 0.
- D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo định nghĩa xác suất của biến cố chắc chắn bằng 1.

**Câu 10:** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
- B. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- C. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.**
- D. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 11:** Cho năm điểm A, B, C, D, E trong đó không có bốn điểm nào cùng thuộc một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo với ba trong số năm điểm đã cho?

- A. 14.
- B. 10.**
- C. 12.
- D. 8.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có số mặt phẳng tạo với ba trong số năm điểm đã cho là  $C_5^3 = 10$ .

**Câu 12:** Tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là

- A.  $[-1; 1]$ .
- B.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .**
- C.  $\mathbb{R}$ .
- D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

**Chọn B**

Hàm số  $y = \cot x$  xác định khi  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 13:** Tập giá trị của hàm số  $y = \sin 2021x$  là

- A.  $\emptyset$ . B.  $\mathbb{R}$ . C.  $[-2021; 2021]$ . **D.  $[-1; 1]$ .**

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 14:** Khai triển biểu thức  $(x-6)^7$  ta được mấy hạng tử?

- A. 9. **B. 8.** C. 7. D. 6.

Lời giải

**Chọn B**

**Câu 15:** Không gian mẫu của phép thử gieo một đồng tiền ba lần có bao nhiêu phần tử?

- A. 9. B. 3. C. 6. **D. 8.**

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 16:** Nghiệm của phương trình  $\tan x = \tan \frac{\pi}{6}$  là

- A.  $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$ . B.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ . **C.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .** D.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\tan x = \tan \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 17:** Có bao nhiêu cách chọn một bông hoa từ 5 bông hoa hồng và 6 bông hoa cúc khác nhau?

- A. 1. B. 30. C. 11!. **D. 11.**

Lời giải

**Chọn D**

Chọn 1 bông hoa từ 11 bông có 11 cách.

**Câu 18:**  $P_6$  bằng:

- A. 36. B. 6. C. 72. **D. 720.**

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 19:** Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện.

- A. 0,2. B. 0,4. C. 0,3. **D. 0,5.**

Lời giải

**Chọn D**

Gieo một con súc sắc  $n(\Omega) = 6$

Gọi A là biến cố “số chấm chẵn xuất hiện”.

$$n(A) = 3$$

Xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chẵn là  $P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$

**Câu 20:** Số tập con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử bằng

- A.  $3 \times 7$ . B.  $3! \times 7!..$  **C.  $C_7^3$ .** D.  $A_7^3$ .

Lời giải

**Chọn C**

Số tập con có phần tử của một tập có 7 phần tử là  $C_7^3$ .

**Câu 21:** Cho  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$  và  $A_n^2 = 90$ . Giá trị của  $n$  bằng

- A. 7.                      B. 10.                      C. 8.                      D. 9.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có

$$A_n^2 = 90 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = 90 \Leftrightarrow n(n-1) = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -9(\text{loại}) \end{cases}$$

**Câu 22:** Tìm hệ số của số hạng không chứa  $x$  trong khai triển nhị thức Newton  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$

- A. 70.                      B. 56.                      C. 28.                      D. 1.

Lời giải

**Chọn A**

Số hạng tổng quát của khai triển  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$  là  $C_8^k x^{8-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_8^k x^{8-2k}$

Theo yêu cầu bài toán ta có:  $8 - 2k = 0 \Rightarrow k = 4$

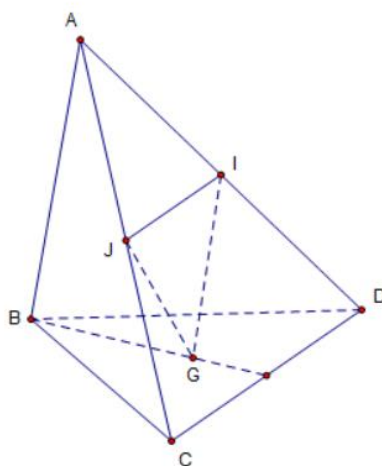
Vậy số hạng không chứa  $x$  là:  $C_8^4 = 70$ .

**Câu 23:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $I, J$  theo thứ tự là trung điểm của  $AD$  và  $AC$ ,  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng

- A. qua  $I$  và song song với  $AB$ .                      B. qua  $J$  và song song với  $BD$ .  
C. qua  $G$  và song song với  $CD$ .                      D. qua  $G$  và song song với  $BC$ .

Lời giải

**Chọn C**



Ta có  $G$  là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$

$$IJ \subset (GIJ)$$

Mặt khác:  $CD \subset (BCD)$

$$IJ \parallel CD$$

Vậy: Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng qua  $G$  và song song với  $CD$ .

**Câu 24:** Hệ số của  $x^4y^2$  trong khai triển  $(x+2y)^6$

- A. 30. B. 240. C. 120. D. 60.

Lời giải

**Chọn D**

Số hạng tổng quát của khai triển  $(x+2y)^6$  là  $C_6^k x^{6-k} (2y)^k = C_6^k 2^k x^{6-k} y^k$

Theo yêu cầu bài toán ta có:  $k = 2$

Vậy: Hệ số của  $x^4y^2$  trong khai triển  $(x+2y)^6$  là:  $C_6^2 2^2 = 60$ .

**Câu 25:** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Tính xác suất để số được chọn là số lẻ.

- A.  $\frac{40}{81}$ . B.  $\frac{5}{9}$ . C.  $\frac{4}{9}$ . D.  $\frac{50}{81}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Số phần tử không gian mẫu:  $n(\Omega) = C_{81}^1 = 81$ .

Số chữ số lẻ là:  $8.5=40$

Gọi  $A$  là biến cố “Số được chọn là số lẻ”  $\Rightarrow n(A) = 40$

Vậy xác suất cần tìm là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{40}{81}$ .

**Câu 26:** Một hộp chứa 12 thẻ được ghi số từ 1 đến 12. Chọn ngẫu nhiên một thẻ, xác suất để chọn được thẻ ghi số chia hết cho 3 bằng

- A.  $\frac{1}{6}$ . B.  $\frac{1}{4}$ . C.  $\frac{1}{3}$ . D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Số phần tử không gian mẫu:  $n(\Omega) = C_{12}^1 = 12$ .

Chữ số chia hết cho 3 là: 3, 6, 9, 12

Gọi  $A$  là biến cố “Thẻ được chọn ghi số chia hết cho 3”  $\Rightarrow n(A) = 4$

Vậy xác suất cần tìm là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ .

**Câu 27:** Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình  $3\tan x + \sqrt{3} = 0$  là

- A.  $\pi$ . B.  $\frac{\pi}{6}$ . C.  $\frac{2\pi}{3}$ . D. 0.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $3\tan x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{6} + k\pi$

Nghiệm dương nhỏ nhất là  $\frac{5\pi}{6}$ .

Nghiệm âm lớn nhất là  $\frac{-\pi}{6}$ .



Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất là  $\frac{2\pi}{3}$ .

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .

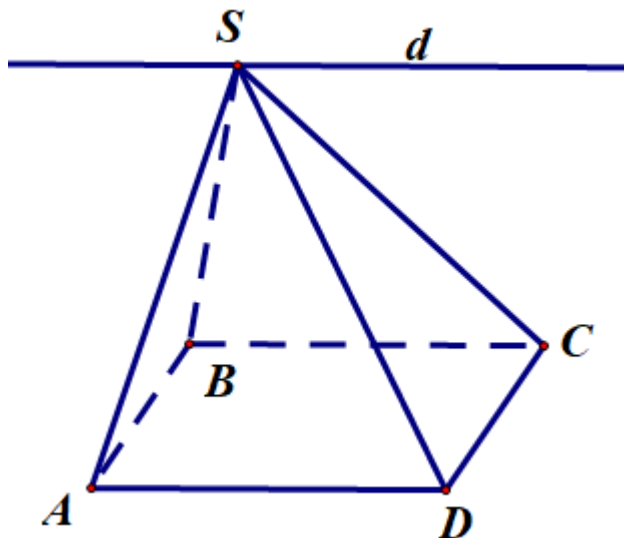
B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .

C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .

D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .

Lời giải

Chọn B



Vì hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  có điểm chung là  $S$  và lần lượt chứa hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$  song song với nhau nên giao tuyến của chúng là đường thẳng  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .

**Câu 29:** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất một lần. Xác suất để xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 4 bằng

A.  $\frac{1}{3}$ .

B.  $\frac{1}{6}$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu:  $n(\Omega) = 6$ .

$A = \{5; 6\} \Rightarrow n(A) = 2$ .

Xác suất của biến cố  $A$ :  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{3}$ .

**Câu 30:** Một hộp chứa 5 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi, xác suất để lấy được ít nhất 1 viên bi đỏ bằng

A.  $\frac{5}{6}$ .

B.  $\frac{5}{8}$ .

C.  $\frac{5}{18}$ .

D.  $\frac{5}{9}$ .

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 2 viên bi từ 9 viên là:  $n(\Omega) = C_9^2 = 36$ .

Số cách chọn được ít nhất một viên bi màu đỏ là:  $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^1 + C_5^2 = 30$ .

Xác suất:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{6}$ .

**Câu 31:** Hệ số của  $x^6$  trong khai triển  $2 - x^2$  bằng

A. 560.

B. -280.

C. -560.

D. 280.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát trong khai triển  $2 - x^2$  là  $7Ck \cdot 2^{7-k} \cdot (-x^2)^k = -1^k \cdot 7Ck \cdot 2^{7-k} \cdot x^{2k}$ .

Số hạng chứa  $x^6$  ứng với  $2k = 6 \Leftrightarrow k = 3$ .

Vậy hệ số của  $x^6$  trong khai triển  $2 - x^2$  bằng  $-1^3 \cdot 7C3 \cdot 2^4 = -560$ .

**Câu 32:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 1 - 3\sin 2x$  bằng

A. -5.

B. -2.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin 2x \leq 1 \Leftrightarrow 3 \geq -3\sin 2x \geq -3 \Leftrightarrow 4 \geq 1 - 3\sin 2x \geq -2$ .

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 1 - 3\sin 2x$  bằng 4 khi

$$\sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 33:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $CD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $MBD$  và  $ABN$  là:

A.  $AM$ .

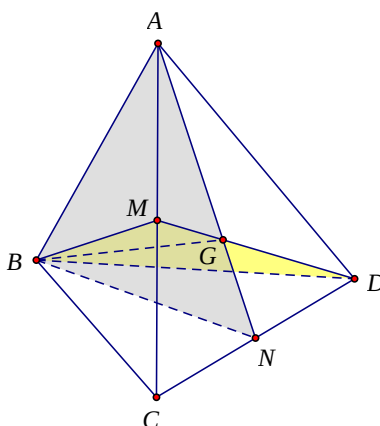
B.  $BG, G$  là trọng tâm tam giác  $ACD$ .

C.  $AH, H$  là trực tâm tam giác  $ACD$ .

D.  $MN$ .

Lời giải

Chọn B



Ta có:  $B \in MBD \cap ABN$ .

Gọi  $G = DM \cap AN$ .

$$\text{Lúc đó: } \begin{cases} G \in DM \subset MBD \\ G \in AN \subset ABN \end{cases} \Rightarrow G \in MBD \cap ABN.$$

Vậy  $BG = MBD \cap ABN$ .

Do  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $CD$  nên  $G$  là trọng tâm tam giác  $ACD$ .

**Câu 34:** Cho tam giác đều tâm  $O$ . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm  $O$  góc quay  $\alpha$ ,  $0 < \alpha \leq 2\pi$  biến tam giác trên thành chính nó.  
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Để phép quay tâm  $O$  góc quay  $\alpha$ ,  $0 < \alpha \leq 2\pi$  biến tam giác trên thành chính nó thì  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$

hoặc  $\alpha = \frac{4\pi}{3}$  hoặc  $\alpha = 2\pi$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm  $SA$  và  $SB$ . Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $(IAC) \cap (JBD) = AO$ .

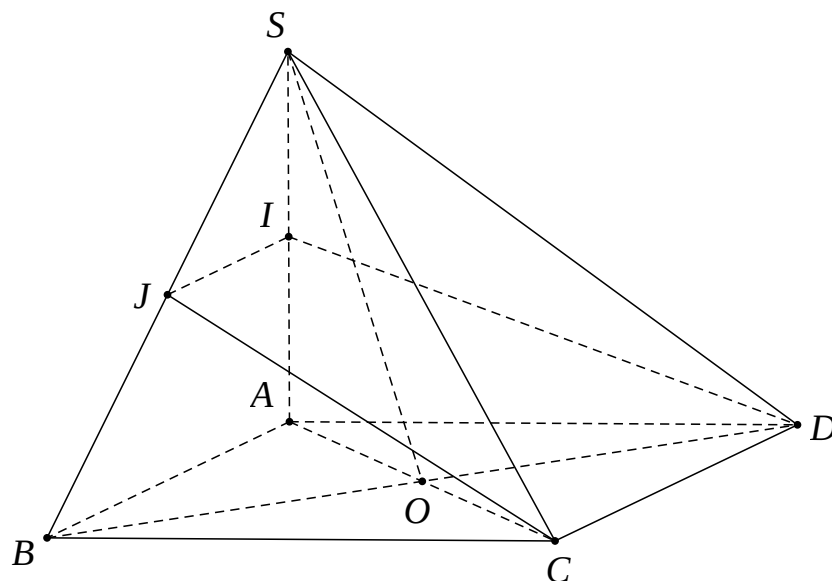
B.  $(SAB) \cap (IBC) = IB$ .

C.  $(SBD) \cap (JCD) = JD$ .

D.  $IJCD$  là hình thang.

Lời giải

Chọn A



Vì  $(IAC) \cap (JBD) = (SAC) \cap (SBD) = SO$  nên chọn A.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Giải phương trình  $\cos 4x + \sin 2x = 0$ .

Lời giải

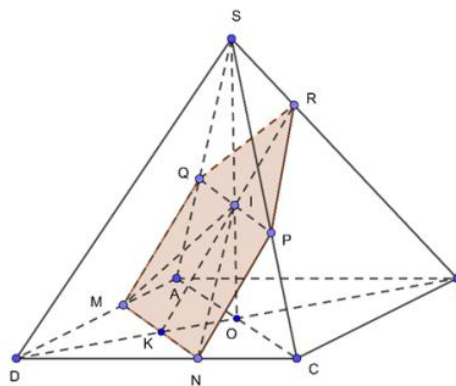
$$\text{Ta có: } \cos 4x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 1 & (1) \\ \sin 2x = -\frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$(2) \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, I$  lần lượt là trung điểm của  $AD, CD, SO$ . Tìm thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  với mặt phẳng  $(MNI)$ .

**Lời giải**



Vì  $MN \parallel AC$  nên  $(MNI) \cap (SAC) = It \parallel AC$ . Gọi  $It$  cắt  $SA, SC$  lần lượt tại  $Q$  và  $P$ .

Trong mp  $(ACD)$  gọi  $K$  là giao điểm của  $MN$  và  $BD$ .

Trong mp  $(SBD)$  gọi  $R$  là giao điểm của  $KI$  với  $SB$ .

Vậy thiết diện cần tìm là ngũ giác  $MNPRQ$ .

**Câu 38:** Một người chọn ngẫu nhiên 4 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để trong bốn chiếc được chọn không có 2 chiếc nào tạo thành một đôi.

**Lời giải**

Ta có số phần tử của không gian mẫu:  $n(\Omega) = C_{10}^4$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “Trong 4 chiếc được chọn không có hai chiếc nào tạo thành 1 đôi”.

Khi đó:

-Trong 5 đôi chọn 4 đôi ta có  $C_5^4$  cách.

-Trong mỗi đôi được chọn lấy một chiếc có:  $2.2.2.2 = 16$  cách.

$\Rightarrow n(A) = C_5^4 \cdot 16 = 80$ .

Vậy:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{21}$ .

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

### MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 03

#### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Có bao nhiêu số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $n \geq 1$  và  $P_n \leq 20$ ?
- A. 3.                                      B. 5.                                      C. 2.                                      D. 4.
- Câu 2:** Có bao nhiêu cách để chia đều 10 phần quà khác nhau cho 10 bạn?
- A. 432100                                      B. 3628800                                      C. 1.                                      D. 10.
- Câu 3:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\cos 2x + \sin 2x = m$  vô nghiệm.
- A.  $m \geq \sqrt{2}$ .                                      B.  $-\sqrt{2} \leq m \leq 0$ .  
C.  $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ .                                      D.  $m < -\sqrt{2}$  hoặc  $m > \sqrt{2}$ .
- Câu 4:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số?
- A. 243.                                      B. 60.                                      C. 125.                                      D. 10.
- Câu 5:** Gọi  $A$  là biến cố liên quan đến một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu  $\Omega$  chỉ có một số hữu hạn hữu hạn đồng khả năng xuất hiện. Gọi  $P(A)$  là xác suất của biến cố  $A$ . Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.
- A.  $P(A) > 1$ .                                      B.  $0 \leq P(A) \leq 1$ .                                      C.  $P(\Omega) = 1$ .                                      D.  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ .
- Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .
- A. Đường thẳng  $SA$ .                                      B. Đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và  $d // CD$ .  
C. Đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và  $d // BC$ .                                      D. Đường thẳng  $SO$ .
- Câu 7:** Phương trình  $\sin x = \frac{1}{2}$  có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$ ?
- A. 0                                      B. 3                                      C. 2                                      D. 1
- Câu 8:** Hai hình  $(H), (H')$  được gọi là bằng nhau nếu thỏa mãn điều kiện nào sau đây?
- A. Có một phép vị tự biến hình này thành hình kia.  
B. Có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.  
C. Có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.  
D. Có một phép biến hình biến hình này thành hình kia.
- Câu 9:** Xét các mệnh đề sau:
- (1) Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.  
(2) Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.  
(3) Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.  
(4) Nếu ba điểm cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.  
Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là:
- A. 3                                      B. 4.                                      C. 1                                      D. 2.
- Câu 10:** Gieo đồng thời ba con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc đôi một khác nhau.

A.  $\frac{7}{10}$ .

B.  $\frac{5}{9}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 11:** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. Có một phép quay biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó.  
 B. Có một phép vị tự biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó.  
 C. Có một phép tịnh tiến biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó.  
 D. Có một phép đối xứng trục biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó.

**Câu 12:**  $A_{10}^3$  là ký hiệu của

- A. Một tổ hợp chập 3 của 10 phần tử.      B. Số hoán vị của 10 phần tử.  
 C. Một chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử.      D. Số các chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử.

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với  $ABCD$  là hình thang có đáy lớn  $AB$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SC$ . Khi đó giao điểm của đường thẳng  $BC$  với mặt phẳng  $(ADM)$  là:

- A. Giao điểm của hai đường thẳng  $BC$  và  $MD$ .  
 B. Giao điểm của hai đường thẳng  $BC$  và  $AD$ .  
 C. Giao điểm của hai đường thẳng  $BC$  và  $MA$ .  
 D. Giao điểm của hai đường thẳng  $BC$  và  $SD$ .

**Câu 14:** Cho các mệnh đề đúng sau:

(1):  $\forall n \in \mathbb{R} : n^2 + 4n + 9 > 0$       (2):  $\forall n \in \mathbb{N}^* : (n^3 - n) : 6$

(3):  $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$       (4):  $\forall n > 0 : n > \sin n$

Nếu dùng phương pháp quy nạp để chứng minh các mệnh đề trên thì ta chứng minh được bao nhiêu mệnh đề?

- A. 4.      B. 3.      C. 2.      D. 1.

**Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 2m$  có nghiệm.

- A.  $-1 \leq m \leq 1$ .      B. Không tồn tại  $m$ .      C.  $-2 \leq m \leq 2$ .      D.  $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ .

**Câu 16:** Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Bốn điểm.      B. Hai đường thẳng cắt nhau.  
 C. Ba điểm.      D. Một điểm và một đường thẳng

**Câu 17:** Cho khai triển  $(3x+1)^{30} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{30}x^{30}$ . Tính tổng  $S = a_2 + a_1 + a_2 + \dots + a_{30}$ .

- A.  $S = 2^{90}$       B.  $S = 4^{30}$       C.  $S = 3^{10}$ .      D.  $S = 3^{40}$

**Câu 18:** Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$

- A.  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ .      B.  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 0$   
 C.  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = n$ .      D.  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = (-1)^n$

**Câu 19:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AC$ .  $E$  là điểm trên cạnh  $CD$  sao cho  $CE = 2ED$ . Khi đó thiết diện của mặt phẳng  $(MNE)$  với tứ diện  $ABCD$  là

- A. Hình thang.      B. Hình bình hành.      C. Hình tam giác.      D. Hình thoi.

- Câu 20:** Cho tập hợp  $A$  gồm 12 phần tử, số tập con gồm phần tử 7 của tập hợp  $A$  là  
**A.** 3991680. **B.** 5040. **C.** 5544. **D.** 792.
- Câu 21:** Trong mặt phẳng (Oxy), cho  $I(1;1)$  và  $M(3;4)$ . Hỏi phép vị tự tâm  $I$  tỉ số  $k=2$  biến điểm  $M$  thành các điểm nào trong các điểm sau?  
**A.**  $D\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ . **B.**  $A(-3;-5)$ . **C.**  $B(5;7)$ . **D.**  $C\left(2;\frac{5}{2}\right)$ .
- Câu 22:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n-1}{n+1}$  có tính chất nào dưới đây?  
**A.** Dãy số không bị chặn trên. **B.** Dãy số tăng.  
**C.** Dãy số không bị chặn dưới. **D.** Dãy số giảm.
- Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^n \cdot 2^n$ . Tính  $u_5$ .  
**A.**  $u_5 = 16$ . **B.**  $u_5 = -32$ . **C.**  $u_5 = -10$ . **D.**  $u_5 = 10$ .
- Câu 24:** Trong các hàm số được cho dưới đây, hàm số nào là hàm số chẵn?  
**A.**  $y = \cos x$ . **B.**  $y = x \cos x$ . **C.**  $y = \tan x$ . **D.**  $y = \sin x$ .
- Câu 25:** Lớp 11A có 20 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh có cả nam và nữ của lớp để trực nhật.  
**A.** 630. **B.** 1260. **C.** 640. **D.** 320.
- Câu 26:** Một hộp chứa 5 thẻ được đánh số lần lượt là 1,2,3,4,5. Lấy ra ngẫu nhiên 2 thẻ. Tìm số phần tử của biến cố  $A$ : “Tích các số trên 2 thẻ là số lẻ”  
**A.**  $n(A) = 6$ . **B.**  $n(A) = 9$ . **C.**  $n(A) = 10$ . **D.**  $n(A) = 3$ .
- Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với  $ABCD$  là hình thang có đáy lớn  $AD$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .  
**A.** Đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và  $d \parallel AB$ .  
**B.** Đường thẳng  $SM$  với  $M$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$   
**C.** Đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và  $d \parallel BC$ .  
**D.** Đường thẳng  $SO$  với  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$
- Câu 28:** Cho hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa  $d_1$  và  $d_2$ ?  
**A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 29:** Cho ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến. Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.** Ba giao tuyến ấy đôi một song song.  
**B.** Ba giao tuyến ấy đồng qui hoặc đôi một song song.  
**C.** Ba giao tuyến ấy đồng quy.  
**D.** Ba giao tuyến ấy đôi một cắt nhau.
- Câu 30:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?  
**A.** Phép quay là một phép đồng dạng. **B.** Phép đồng dạng là một phép dời hình.  
**C.** Phép vị tự là một phép đồng dạng. **D.** Phép dời hình là một phép đồng dạng.
- Câu 31:** Cho phép thử gieo một con súc sắc và một đồng xu cân đối theo thứ tự đó. Tìm số phần tử của không gian mẫu.  
**A.**  $n(\Omega) = 36$  **B.**  $n(\Omega) = 12$  **C.**  $n(\Omega) = 24$  **D.**  $n(\Omega) = 4$
- Câu 32:** Chọn ngẫu nhiên hai khác nhau số từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Tính xác suất để chọn được hai số đều chia hết cho 5

A.  $\frac{1}{10}$

B.  $\frac{1}{30}$

C.  $\frac{1}{15}$

D.  $\frac{2}{15}$

**Câu 33:** Tìm hệ số  $x^3$  trong khai triển của biểu thức  $(1+2x)^6$

A. 60

B. 160

C. 100

D. 20

**Câu 34:** Cho phương trình:  $\frac{3}{\cos^2 x} - 2 \tan x + 1 = 0 \left( x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$ . Đặt  $t = \tan x$  ta được phương trình theo  $t$  là:

A.  $t^2 - 2t + 2 = 0$ .

B.  $3t^2 - 2t = 0$ .

C.  $t^2 - 2t + 4 = 0$ .

D.  $3t^2 - 2t + 4 = 0$ .

**Câu 35:** Tập giá trị của hàm số  $y = \cos 3x$  là:

A.  $\mathbb{R}$ .

B.  $[-3; 3]$ .

C.  $(0; 1)$ .

D.  $[-1; 1]$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN ( 3,0 điểm)

**Câu 36:** Giải phương trình:  $\cos 2x + 5 \sin x = 3$

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ ,  $M$  là điểm trên cạnh  $SD$  sao cho  $SM = \frac{3}{4}SD$ . Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng  $(BGM)$  và hình chóp  $S.ABCD$ .

**Câu 38:** Tìm hệ số của  $x^5$  trong khai triển của biểu thức  $(2x+1)^8 + x(x-3)^{10}$ .

**Câu 39:** Sắp xếp 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B, 4 học sinh lớp C thành một hàng ngang. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp C.

----- HẾT -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Có bao nhiêu số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $n \geq 1$  và  $P_n \leq 20$ ?

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có:  $1! = 1 < 20$ ,  $2! = 2 < 20$ ,  $3! = 6 < 20$ ,  $4! = 24 > 20$ .

Vậy số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $n \geq 1$  và  $P_n \leq 20$  là  $n \in \{1; 2; 3\}$ .

**Câu 2:** Có bao nhiêu cách để chia đều 10 phần quà khác nhau cho 10 bạn?

- A. 432100 B. 3628800 C. 1. D. 10.

Lời giải

Chọn B

Số cách để chia đều 10 phần quà khác nhau cho 10 bạn là  $10! = 3628800$ .

**Câu 3:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\cos 2x + \sin 2x = m$  vô nghiệm.

- A.  $m \geq \sqrt{2}$ . B.  $-\sqrt{2} \leq m \leq 0$ .  
C.  $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ . D.  $m < -\sqrt{2}$  hoặc  $m > \sqrt{2}$ .

Lời giải

Chọn D

$$\cos 2x + \sin 2x = m$$

$$\text{Phương trình vô nghiệm khi } 1 + 1 < m^2 \Leftrightarrow m^2 > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\sqrt{2} \\ m > \sqrt{2} \end{cases}.$$

Vậy  $m < -\sqrt{2}$  hoặc  $m > \sqrt{2}$ .

**Câu 4:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số?

- A. 243. B. 60. C. 125. D. 10.

Lời giải

Chọn C

Số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ 5 chữ số trên là:  $5^3 = 125$ .

**Câu 5:** Gọi  $A$  là biến cố liên quan đến một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu  $\Omega$  chỉ có một số hữu hạn hữu hạn đồng khả năng xuất hiện. Gọi  $P(A)$  là xác suất của biến cố  $A$ . Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

- A.  $P(A) > 1$ . B.  $0 \leq P(A) \leq 1$ . C.  $P(\Omega) = 1$ . D.  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ .

Lời giải

Chọn A

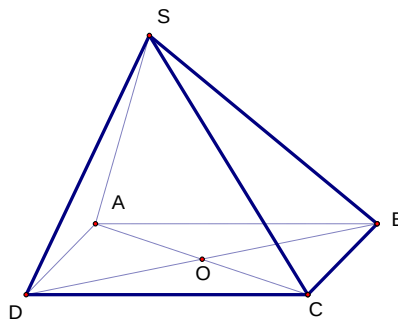
Theo tính chất và công thức tính xác suất ta thấy đáp án A sai.

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .

- A. Đường thẳng  $SA$ . B. Đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và  $d // CD$ .  
C. Đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và  $d // BC$ . D. Đường thẳng  $SO$ .

Lời giải

Chọn B



Ta có  $CD \parallel AB$  nên giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và  $d \parallel CD$ .

**Câu 7:** Phương trình  $\sin x = \frac{1}{2}$  có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$ ?

A. 0

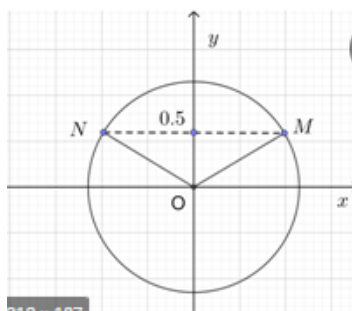
B. 3

**C. 2**

D. 1

Lời giải

Chọn C



**Câu 8:** Hai hình  $(H), (H')$  được gọi là bằng nhau nếu thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

A. Có một phép vị tự biến hình này thành hình kia.

B. Có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

**C. Có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.**

D. Có một phép biến hình biến hình này thành hình kia.

Lời giải

Chọn C

**Câu 9:** Xét các mệnh đề sau:

(1) Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.

(2) Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

(3) Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

(4) Nếu ba điểm cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là:

**A. 3**

B. 4.

C. 1

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Các mệnh đề (1);(3);(4) là các mệnh đề đúng.

**Câu 10:** Gieo đồng thời ba con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc đôi một khác nhau.

A.  $\frac{7}{10}$ .

**B.  $\frac{5}{9}$ .**

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{3}{4}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Số phần tử không gian mẫu là:  $n(\Omega) = 6^3 = 216$ .

Gọi A là biến cố: “Chọn được ba con súc sắc đôi một khác nhau”

Số phần tử của biến cố A:  $n(A) = 6.5.4 = 120$ .

Vậy xác suất cần tìm là:  $p(A) = \frac{120}{216} = \frac{5}{9}$ .

**Câu 11:** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. Có một phép quay biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó.
- B. Có một phép vị tự biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó.
- C. Có một phép tịnh tiến biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó.
- D. Có một phép đối xứng trục biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó.**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có :

Phép quay biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó khi góc quay bằng  $k2\pi$ .

Phép vị tự biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó khi tỉ số  $k = 1$ .

Phép tịnh tiến biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó khi véc tơ  $\vec{v} = \vec{0}$ .

Không có phép đối xứng trục nào biến mỗi điểm trong mặt phẳng thành chính nó.

**Câu 12:**  $A_{10}^3$  là ký hiệu của

- A. Một tổ hợp chập 3 của 10 phần tử.
- B. Số hoán vị của 10 phần tử.
- C. Một chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử.
- D. Số các chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử.**

Lời giải

**Chọn D**

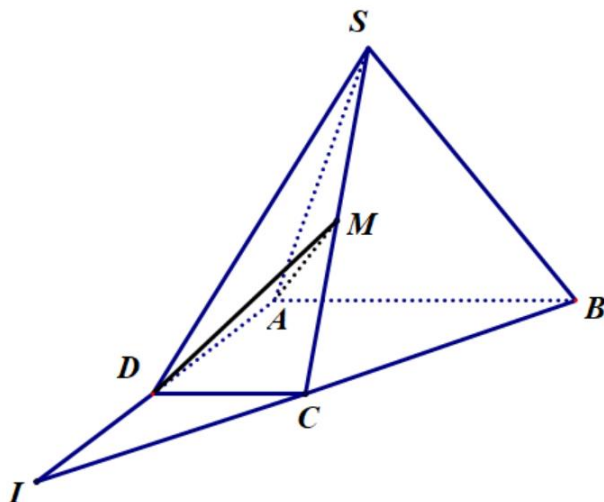
Theo định nghĩa của chỉnh hợp.

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với  $ABCD$  là hình thang có đáy lớn  $AB$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SC$ . Khi đó giao điểm của đường thẳng  $BC$  với mặt phẳng  $(ADM)$  là:

- A. Giao điểm của hai đường thẳng  $BC$  và  $MD$ .
- B. Giao điểm của hai đường thẳng  $BC$  và  $AD$ .**
- C. Giao điểm của hai đường thẳng  $BC$  và  $MA$ .
- D. Giao điểm của hai đường thẳng  $BC$  và  $SD$ .

Lời giải

**Chọn B**



Trong mặt phẳng  $(ABCD)$  gọi  $I$  là giao điểm của hai đường thẳng  $BC$  và  $AD$ .  
Ta có  $I \in AD \subset (ADM)$  nên  $I$  là giao điểm của  $BC$  với mặt phẳng  $(ADM)$ .

**Câu 14:** Cho các mệnh đề đúng sau:

(1):  $\forall n \in \mathbb{R} : n^2 + 4n + 9 > 0$  (2):  $\forall n \in \mathbb{N}^* : (n^3 - n) : 6$

(3):  $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  (4):  $\forall n > 0 : n > \sin n$

Nếu dùng phương pháp quy nạp để chứng minh các mệnh đề trên thì ta chứng minh được bao nhiêu mệnh đề?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương pháp quy nạp dùng để chứng minh các mệnh đề  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  nên ta chứng minh được 2 mệnh đề: (2), (3).

**Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 2m$  có nghiệm.

- A.  $-1 \leq m \leq 1$ . B. Không tồn tại  $m$ . C.  $-2 \leq m \leq 2$ . D.  $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình có nghiệm khi  $-1 \leq 2m \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ .

**Câu 16:** Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Bốn điểm. B. Hai đường thẳng cắt nhau.  
C. Ba điểm. D. Một điểm và một đường thẳng

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 17:** Bốn điểm có thể tạo thành một tứ diện nên không thể xác định 1 mặt phẳng duy nhất. Loại A.

- Ba điểm thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 3 điểm đó.
- Nếu điểm đó thuộc đường thẳng thì có vô số mặt phẳng qua điểm và đường thẳng đó.

**Câu 18:** Cho khai triển  $(3x+1)^{30} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{30}x^{30}$ . Tính tổng  $S = a_2 + a_1 + a_2 + \dots + a_{30}$ .

A.  $S = 2^{90}$

B.  $S = 4^{30}$

C.  $S = 3^{10}$ .

D.  $S = 3^{40}$

Lời giải

Chọn B

Ta có:  $(3x+1)^{30} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{30}x^{30}$  (\*)

Cho  $x=1$  thì (\*) trở thành

$$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{30} = (3.1+1)^{30} = 4^{30}$$

Câu 19: Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$

A.  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ .

B.  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 0$

C.  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = n$ . D.  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = (-1)^n$

Lời giải

Chọn A

Ta có:  $(x+1)^n = C_n^0x^n + C_n^1x^{n-1} + C_n^2x^{n-2} + \dots + C_n^n$  (\*)

Cho  $x=1$  thì (\*) trở thành:  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$

Câu 20: Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AC$ .  $E$  là điểm trên cạnh  $CD$  sao cho  $CE = 2ED$ . Khi đó thiết diện của mặt phẳng  $(MNE)$  với tứ diện  $ABCD$  là

A. Hình thang.

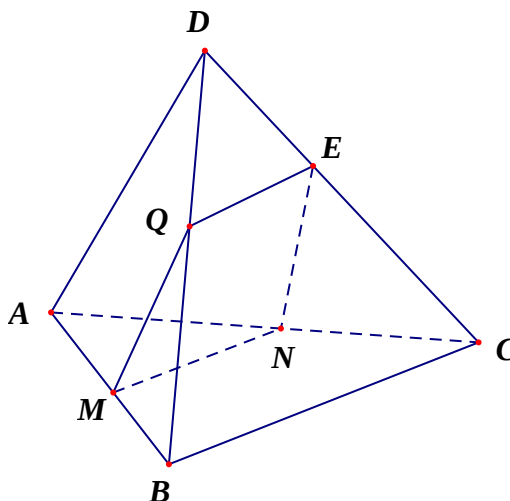
B. Hình bình hành.

C. Hình tam giác.

D. Hình thoi.

Lời giải

Chọn A



Ta có:  $MN \parallel BC$ .

Suy ra giao tuyến của mặt phẳng  $(MNE)$  với mặt phẳng  $(BCD)$  là đường thẳng qua  $E$  và song song với  $BC$  cắt  $BD$  tại  $Q$

Vậy thiết diện là hình thang  $MNEQ$ .

Câu 21: Cho tập hợp  $A$  gồm 12 phần tử, số tập con gồm phần tử 7 của tập hợp  $A$  là

A. 3991680.

B. 5040.

C. 5544.

D. 792.

Lời giải

Chọn D

Số tập con là  $C_{12}^7 = 792$ .

**Câu 22:** Trong mặt phẳng (Oxy), cho  $I(1;1)$  và  $M(3;4)$ . Hỏi phép vị tự tâm  $I$  tỉ số  $k=2$  biến điểm  $M$  thành các điểm nào trong các điểm sau?

- A.  $D\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ .      B.  $A(-3; -5)$ .      C.  $B(5; 7)$ .      D.  $C\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .

Lời giải

Chọn C

$$V_{(I;2)}(M(3;4)) = M'(x'; y') \Rightarrow \begin{cases} x' = 1 + 2(3-1) = 5 \\ y' = 1 + 2(4-1) = 7 \end{cases} \Rightarrow M'(5; 7).$$

**Câu 23:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n-1}{n+1}$  có tính chất nào dưới đây?

- A. Dãy số không bị chặn trên.      B. Dãy số tăng.  
C. Dãy số không bị chặn dưới.      D. Dãy số giảm.

Lời giải

Chọn B

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n}{n+2} - \frac{n-1}{n+1} = \frac{2}{(n+2)(n+1)} > 0$$

Suy ra  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**Câu 24:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^n \cdot 2^n$ . Tính  $u_5$ .

- A.  $u_5 = 16$ .      B.  $u_5 = -32$ .      C.  $u_5 = -10$ .      D.  $u_5 = 10$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } u_5 = (-1)^5 \cdot 2^5 = -32.$$

**Câu 25:** Trong các hàm số được cho dưới đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.  $y = \cos x$ .      B.  $y = x \cos x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \sin x$ .

Lời giải

Chọn A

Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn.

**Câu 26:** Lớp 11A có 20 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh có cả nam và nữ của lớp để trực nhật.

- A. 630.      B. 1260.      C. 640.      D. 320.

Lời giải

Chọn D

Chọn 1 nam lớp 11A đi trực nhật có 20 cách.

Chọn 1 nữ lớp 11A đi trực nhật có 16 cách.

Do đó có  $16 \cdot 20 = 320$  cách chọn cả 2 học sinh có cả nam và nữ của lớp để trực nhật.

**Câu 27:** Một hộp chứa 5 thẻ được đánh số lần lượt là 1, 2, 3, 4, 5. Lấy ra ngẫu nhiên 2 thẻ. Tìm số phần tử của biến cố A: “Tích các số trên 2 thẻ là số lẻ”

- A.  $n(A) = 6$ .      B.  $n(A) = 9$ .      C.  $n(A) = 10$ .      D.  $n(A) = 3$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có biến cố  $A$ : “Tích các số trên 2 thẻ là số lẻ” xảy ra khi cả 2 thẻ chọn được đều là số lẻ.

Chọn 2 thẻ trong 3 thẻ đánh số 1,3,5 có  $n(A) = C_3^2 = 3$  cách chọn.

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với  $ABCD$  là hình thang có đáy lớn  $AD$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .

A. Đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và  $d \parallel AB$ .

B. Đường thẳng  $SM$  với  $M$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$

C. Đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và  $d \parallel BC$ .

D. Đường thẳng  $SO$  với  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$

Lời giải

Chọn B

Ta có:  $S \in (SAB) \cap (SCD)$

Trong  $(ABCD)$ :  $AB \cap CD = M$ .

Khi đó:  $\begin{cases} M \in AB \Rightarrow M \in (SAB) \\ M \in CD \Rightarrow M \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow M \in (SAB) \cap (SCD)$

Vậy  $(SAB) \cap (SCD) = SM$

**Câu 29:** Cho hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa  $d_1$  và  $d_2$ ?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Có 4 vị trí tương đối giữa  $d_1$  và  $d_2$ : song song; cắt; trùng; chéo nhau.

**Câu 30:** Cho ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Ba giao tuyến ấy đôi một song song.

B. Ba giao tuyến ấy đồng qui hoặc đôi một song song.

C. Ba giao tuyến ấy đồng quy.

D. Ba giao tuyến ấy đôi một cắt nhau.

Lời giải

Chọn B

**Câu 31:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Phép quay là một phép đồng dạng.

B. Phép đồng dạng là một phép dời hình.

C. Phép vị tự là một phép đồng dạng.

D. Phép dời hình là một phép đồng dạng.

Lời giải

Chọn B

Phép đồng dạng tỉ số khác 1 không phải là phép dời hình.

**Câu 32:** Cho phép thử gieo một con súc sắc và một đồng xu cân đối theo thứ tự đó. Tìm số phần tử của không gian mẫu.

A.  $n(\Omega) = 36$

B.  $n(\Omega) = 12$

C.  $n(\Omega) = 24$

D.  $n(\Omega) = 4$

Lời giải

Chọn B

$n(\Omega) = 6.2 = 12$

**Câu 33:** Chọn ngẫu nhiên hai khác nhau số từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Tính xác suất để chọn được hai số đều chia hết cho 5

A.  $\frac{1}{10}$

B.  $\frac{1}{30}$

C.  $\frac{1}{15}$

D.  $\frac{2}{15}$

Lời giải

**Chọn B**

Các số từ 25 số nguyên dương đầu tiên chia hết cho 5 là: 5;10;15;20;25.

Xác suất để chọn được hai số đều chia hết cho 5 là:  $P = \frac{C_5^2}{C_{25}^2} = \frac{1}{30}$

**Câu 34:** Tìm hệ số  $x^3$  trong khai triển của biểu thức  $(1+2x)^6$

A. 60

B. 160

C. 100

D. 20

Lời giải

**Chọn B**

Hệ số  $x^3$  trong khai triển của biểu thức  $(1+2x)^6$  là:  $C_6^3 \cdot 2^3 \cdot 1^3 = 160$

**Câu 35:** Cho phương trình:  $\frac{3}{\cos^2 x} - 2 \cdot \tan x + 1 = 0 \left( x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$ . Đặt  $t = \tan x$  ta được phương trình theo  $t$  là:

A.  $t^2 - 2t + 2 = 0$ .

B.  $3t^2 - 2t = 0$ .

C.  $t^2 - 2t + 4 = 0$ .

D.  $3t^2 - 2t + 4 = 0$ .

Lời giải

**Chọn D**

Phương trình  $\frac{3}{\cos^2 x} - 2 \cdot \tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3(\tan^2 x + 1) - 2 \cdot \tan x + 1 = 0 \left( x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$

$\Leftrightarrow 3 \tan^2 x - 2 \tan x + 4 = 0$

Đặt  $t = \tan x$ . Khi đó ta có phương trình:  $3t^2 - 2t + 4 = 0$ .

**Câu 36:** Tập giá trị của hàm số  $y = \cos 3x$  là:

A.  $\mathbb{R}$ .

B.  $[-3;3]$ .

C.  $(0;1)$ .

D.  $[-1;1]$ .

Lời giải

**Chọn D**

Với mọi  $x \in \mathbb{R}$ , ta luôn có:  $-1 \leq \cos 3x \leq 1$

$\cos 3x = 1 \Leftrightarrow 3x = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

$\cos 3x = -1 \Leftrightarrow 3x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

Vậy tập giá trị của hàm số  $y = \cos 3x$  là  $[-1;1]$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 37:** (1,0 điểm) Giải phương trình:  $\cos 2x + 5 \sin x = 3$

Lời giải



$$\cos 2x + 5\sin x = 3$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2\sin^2 x + 5\sin x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x - 2)(2\sin x - 1) = 0$$

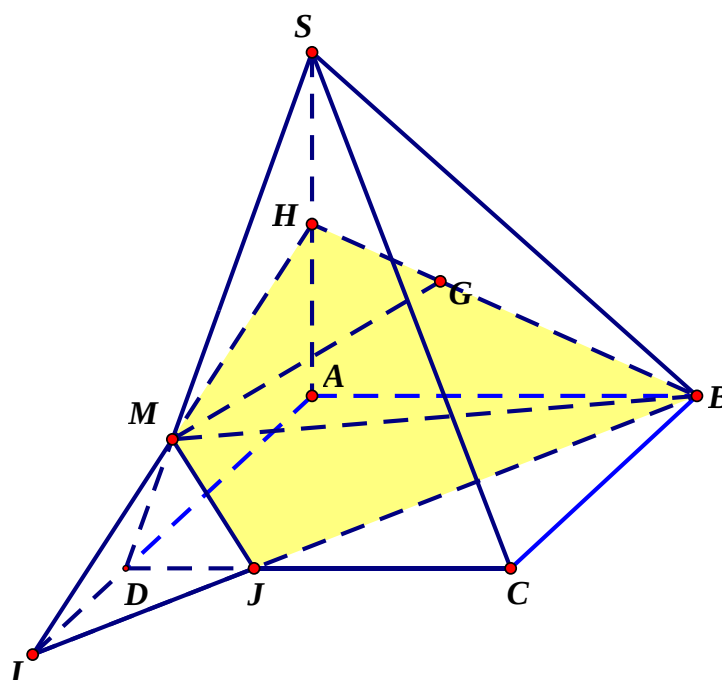
$$\Leftrightarrow 2\sin x - 1 = 0 \quad (-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq \sin x - 2 \leq -1 < 0)$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 38:** (1,0 điểm) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ ,  $M$  là điểm trên cạnh  $SD$  sao cho  $SM = \frac{3}{4}SD$ . Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng  $(BGM)$  và hình chóp  $S.ABCD$ .

**Lời giải**



Trong  $(SAB)$ , gọi  $H = BG \cap SA$ .

Trong  $(SAD)$ , gọi  $I = HM \cap AD$ .

Trong  $(ABCD)$ , gọi  $J = BI \cap CD$ .

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng  $(BGM)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là tứ giác  $BHMJ$ .

**Câu 39:** Tìm hệ số của  $x^5$  trong khai triển của biểu thức  $(2x+1)^8 + x(x-3)^{10}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned}(2x+1)^8 + x(x-3)^{10} &= \sum_{k=0}^8 C_8^k (2x)^{8-k} + x \sum_{l=0}^{10} C_{10}^l x^{10-l} (-3)^l \\ &= \sum_{k=0}^8 C_8^k 2^{8-k} x^{8-k} + x \sum_{l=0}^{10} C_{10}^l (-3)^l x^{10-l}\end{aligned}$$

Hệ số của  $x^5$  ứng với:  $\begin{cases} 8-k=5 \\ 10-l=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=3 \\ l=6 \end{cases}.$

Vậy hệ số của  $x^5$  là  $C_8^3 2^{8-3} + C_{10}^6 (-3)^6 = 154882.$

**Câu 40:** Sắp xếp 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B, 4 học sinh lớp C thành một hàng ngang. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp C.

**Lời giải**

Xếp 2 học sinh lớp A có 2 cách.

Xếp học sinh thứ nhất của lớp C có 2 cách.

Xếp học sinh thứ hai của lớp C có 3 cách.

Xếp học sinh thứ ba của lớp C có 4 cách.

Xếp học sinh thứ bốn của lớp C có 5 cách.

Xếp học sinh thứ nhất của lớp B có 6 cách.

Xếp học sinh thứ hai của lớp B có 7 cách.

Xếp học sinh thứ ba của lớp B có 8 cách.

Theo quy tắc nhân có:  $2.2.3.4.5.6.7.8 = 80640$  cách.

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

### MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 04

#### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Tập xác định  $D$  của hàm số  $f(x) = \frac{4\cos x - 1}{\sin x}$  là
- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .
- C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .
- Câu 2:** Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
- A.**  $(0; \pi)$ . **B.**  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . **C.**  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ . **D.**  $(0; 2\pi)$ .
- Câu 3:** Trong các hàm số sau, đâu là hàm số chẵn.
- A.**  $y = \sin 2x$ . **B.**  $y = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ . **C.**  $y = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ . **D.**  $y = \cos x - \sin x$ .
- Câu 4:** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 1 - \frac{1}{2}\sin\frac{4x}{3}$ . Tính  $\frac{M}{n}$ .
- A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.**  $\frac{3}{2}$ .
- Câu 5:** Tìm tập nghiệm của phương trình  $2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ .
- A.**  $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ . **B.**  $\left\{k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .
- C.**  $\left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{3\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ . **D.**  $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .
- Câu 6:** Tìm số nghiệm thuộc đoạn  $[\pi; 2\pi]$  của phương trình  $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ .
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 7:** Cho phương trình  $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ . Tổng tất cả các nghiệm thuộc  $[0; \pi]$  của phương trình là.
- A.**  $\pi$ . **B.**  $\frac{\pi}{3}$ . **C.**  $\frac{2\pi}{3}$ . **D.**  $\frac{4\pi}{3}$ .
- Câu 8:** Nghiệm của phương trình  $\sin x \cdot \cos x = 0$  là.
- A.**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ . **B.**  $x = k\frac{\pi}{2}$ . **C.**  $x = k2\pi$ . **D.**  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ .
- Câu 9:** Các nghiệm của phương trình  $\frac{1 - \cos 3x}{\sin x} = 0$  được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?
- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 10:** Nghiệm của phương trình  $\frac{1}{\cos^2 x} = 2\tan^2 x - 3\tan x + 3$  là

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 2 + k\pi \end{cases}$  . B.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$  . C.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  . D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan 2 + k2\pi \end{cases}$  .

**Câu 11:** Phương trình  $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 1$  tương đương với phương trình nào sau đây?

A.  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$  . B.  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$  . C.  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$  . D.  $\sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \frac{1}{2}$  .

**Câu 12:** Phương trình  $\sin 4x - \sqrt{3} \cos 4x + \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x = 2 \cos x - 2 \cos 3x$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 6. B. 7. C. 8. D. 5.

**Câu 13:** Phương trình  $\sin 2x - 2 \sin x + \cos x - 1 = 0$  nhận các giá trị nào của  $x$  sau đây làm nghiệm?

A.  $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  . B.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  . C.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  . D.  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  .

**Câu 14:** Nghiệm của phương trình  $\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x + \sin x - \sqrt{2} \cos x - 1 = 0$  được biểu diễn bởi mấy điểm trên đường tròn lượng giác

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

**Câu 15:** Lớp 11A có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?

A. 45. B.  $C_{45}^2$ . C.  $A_{45}^2$ . D. 500.

**Câu 16:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 viên bi đỏ khác nhau và 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy sao cho hai viên bi cùng màu không xếp cạnh nhau?

A. 3628800. B. 28800. C. 120. D. 100.

**Câu 17:** Từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 379?

A. 12. B. 20. C. 60. D. 30.

**Câu 18:** Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên gồm 9 chữ số từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9 trong đó các chữ số 6 và 8 có mặt hai lần, còn các chữ số khác thì chỉ có mặt một lần?

A. 90720. B. 97200. C. 79200. D. 79020.

**Câu 19:** Khai triển nhị thức  $P(a) = (a-1)^7$  theo số mũ tăng dần của  $a$

A.  $P(a) = -1 + 7a - 21a^2 + 35a^3 - 35a^4 + 21a^5 - 7a^6 + a^7$  .

B.  $P(a) = 1 + 7a + 21a^2 + 35a^3 + 35a^4 + 21a^5 + 7a^6 + a^7$  .

C.  $P(a) = a^7 - 7a^6 + 21a^5 - 35a^4 + 35a^3 - 21a^2 + 7a - 1$  .

D.  $P(a) = -1 + 7a - 21a^2 + 30a^3 - 35a^4 + 21a^5 - 7a^6 + a^7$  .

**Câu 20:** Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

A.  $8!.C_9^4$  . B.  $4!.A_9^4$  . C.  $4!.C_9^4$  . D.  $8!.A_9^4$  .

**Câu 21:** Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20, rút ngẫu nhiên ba thẻ. Xác suất để rút được ba thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ bằng:

A.  $\frac{4}{39}$  . B.  $\frac{1}{2}$  . C.  $\frac{5}{13}$  . D.  $\frac{20}{39}$  .

**Câu 22:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi công thức  $u_n = \frac{n+2}{9n-1}$ . Số hạng thứ 5 của dãy số bằng

- A.  $\frac{5}{8}$ . B.  $\frac{7}{44}$ . C.  $-\frac{13}{58}$ . D.  $-\frac{11}{7}$ .

**Câu 23:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số cộng?

- A.  $-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$ . B.  $15\sqrt{2}; 12\sqrt{2}; 9\sqrt{2}; 6\sqrt{2}$ .  
C.  $\frac{4}{5}; 1; \frac{7}{5}; \frac{9}{5}; \frac{11}{5}; \dots$ . D.  $\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{2\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{5}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 24:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$  và  $u_3 - u_{15} = 84$ . Tìm số hạng  $u_{17}$ .

- A.  $u_{17} = 242$ . B.  $u_{17} = 235$ . C.  $u_{17} = 11$ . D.  $u_{17} = 4$ .

**Câu 25:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = \frac{1}{2}$  và  $\frac{u_3}{u_6} = -\frac{1}{125}$ . Tính  $u_{2021}$ .

- A.  $u_{2021} = \frac{1}{2} \cdot (-5)^{2021}$ . B.  $u_{2021} = \frac{1}{2} \cdot (-5)^{2020}$ . C.  $u_{2021} = -\frac{1}{2} \cdot (-5)^{2021}$ . D.  $u_{2021} = -\frac{1}{2} \cdot (-5)^{2020}$ .

**Câu 26:** Giả sử qua phép tịnh tiến theo vector  $\vec{v} \neq \vec{0}$ , đường thẳng  $d$  biến thành đường thẳng  $d'$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $d$  trùng  $d'$  khi  $\vec{v}$  là vector chỉ phương của  $d$ .  
B.  $d$  song song với  $d'$  khi  $\vec{v}$  là vector chỉ phương của  $d$ .  
C.  $d$  song song với  $d'$  khi  $\vec{v}$  không phải là vector chỉ phương của  $d$ .  
D.  $d$  không bao giờ vuông góc với  $d'$ .

**Câu 27:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, nếu phép tịnh tiến biến điểm  $M(4;2)$  thành điểm  $M'(4;5)$  thì nó biến điểm  $A(2;5)$  thành điểm nào sau đây?

- A.  $A'(2;8)$ . B.  $A'(1;6)$ . C.  $A'(5;2)$ . D.  $A'(2;5)$ .

**Câu 28:** Phép quay góc  $90^\circ$  biến đường thẳng  $d$  thành đường thẳng  $d'$ . Khi đó

- A.  $d'$  song song với  $d$ . B.  $d'$  trùng  $d$ .  
C.  $d'$  tạo với  $d$  góc  $60^\circ$ . D.  $d'$  vuông góc với  $d$ .

**Câu 29:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm  $A(2;-3)$ . Điểm  $A$  là ảnh của điểm nào qua phép quay tâm  $O$  góc quay  $-90^\circ$ ?

- A.  $M(-2;-3)$ . B.  $N(2;3)$ . C.  $P(-3;-2)$ . D.  $Q(3;2)$ .

**Câu 30:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm  $A(3;-1)$  và điểm  $I(-1;2)$ . Tìm ảnh của điểm  $A$  qua phép vị tự tâm  $I$  tỉ số  $k = -2$ .

- A.  $A'(7;-4)$ . B.  $A'\left(-3; \frac{5}{2}\right)$ . C.  $A'(-9;8)$ . D.  $A'(-9;-4)$ .

**Câu 31:** Trong không gian, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Qua hai đường thẳng bất kỳ xác định được một và chỉ một mặt phẳng.  
B. Qua một điểm và một đường thẳng bất kỳ xác định được một và chỉ một mặt phẳng.  
C. Qua bốn điểm bất kỳ xác định được một và chỉ một mặt phẳng.  
D. Qua ba điểm không thẳng hàng xác định được một và chỉ một mặt phẳng.

- Câu 32:** Cho mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $d$ . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?
- A. Nếu  $d \parallel (\alpha)$  thì trong  $(\alpha)$  tồn tại đường thẳng  $a$  sao cho  $a \parallel d$ .
- B. Nếu  $d \parallel (\alpha)$  và đường thẳng  $b \subset (\alpha)$  thì  $b \parallel d$ .
- C. Nếu  $d \not\subset (\alpha)$ ,  $d \parallel c$  và  $c \subset (\alpha)$  thì  $d \parallel (\alpha)$ .
- D. Nếu  $d \cap (\alpha) = A$  và đường thẳng  $d' \subset (\alpha)$  thì  $d$  và  $d'$  hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.
- Câu 33:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?
- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song.
- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 2CD$ . Điểm  $M$  thuộc cạnh  $AD$  ( $M$  không trùng với  $A$  và  $D$ ) sao cho  $\frac{MA}{MD} = x$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $M$  và song song với  $SA$  và  $CD$ . Tìm  $x$  để diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng một nửa diện tích tam giác  $SAB$ .
- A.  $x = \frac{1}{2}$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = \frac{1}{3}$ .
- Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang với các cạnh đáy là  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$  và  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ . Giao tuyến của  $(SAB)$  và  $(IJG)$  là
- A.  $SC$ .                      B. đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AB$ .
- C. đường thẳng qua  $G$  và song song với  $DC$ .                      D. đường thẳng qua  $G$  và cắt  $BC$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN ( 4 câu – 3,0 điểm)

- Câu 36:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\cos 2x + (2m - 3)\sin x + m - 2 = 0$  có đúng hai nghiệm phân biệt  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .
- Câu 37:** Một bộ đề thi tuyển học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề có 5 câu, được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi đạt chuẩn phải có cả 3 loại câu khó, trung bình, dễ và số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi từ bộ đề thi trên, tìm xác suất để lấy ra một đề thi chuẩn.
- Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N, E$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SC, SD$ .
- a) Gọi  $F$  là trung điểm của  $AD$ . Tìm giao điểm  $Q$  của  $CE$  và mặt phẳng  $(BFN)$ .
- b) Một đường thẳng  $d$  song song với  $AM$  cắt đường thẳng  $CE$  tại  $R$  và cắt  $BN$  tại  $P$ . Tính tỉ số  $\frac{PN}{BN}$  và  $\frac{RE}{CE}$ .

----- HẾT -----

### BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.D  | 2.B  | 3.C  | 4.A  | 5.B  | 6.B  | 7.A  | 8.B  | 9.B  | 10.A |
| 11.A | 12.C | 13.B | 14.B | 15.D | 16.B | 17.B | 18.A | 19.A | 20.D |
| 21.B | 22.B | 23.C | 24.C | 25.B | 26.B | 27.A | 28.D | 29.D | 30.C |
| 31.D | 32.B | 33.A | 34.B | 35.C |      |      |      |      |      |

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. TRẮC NGHIỆM (7 ĐIỂM)

**Câu 1:** [1D1-1.1-1] Tập xác định  $D$  của hàm số  $f(x) = \frac{4\cos x - 1}{\sin x}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

Lời giải

Điều kiện:  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Tập xác định của hàm số đã cho là  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 2:** [1D1-1.2-1] Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

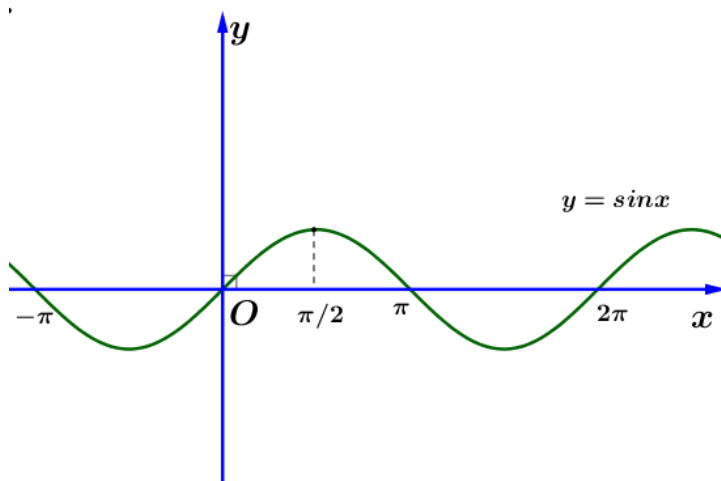
A.  $(0; \pi)$ .

B.  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

C.  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

D.  $(0; 2\pi)$ .

Lời giải



Từ đồ thị hàm số  $y = \sin x$  suy ra hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  và nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ . Do đó B là đáp án đúng.

**Câu 3:** [1D1-1.3-1] Trong các hàm số sau, đâu là hàm số chẵn.

A.  $y = \sin 2x$ .

B.  $y = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ .

C.  $y = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .

D.  $y = \cos x - \sin x$ .

Lời giải

Xét hàm số  $y = f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2\cos x$ . Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Với  $\forall x \in D$ , ta có  $-x \in D$  và  $f(-x) = 2\cos(-x) = 2\cos x = f(x)$ .

Do đó hàm số  $y = f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  là hàm số chẵn.

**Câu 4:** [1D1-1.5-1] Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 1 - \frac{1}{2}\sin \frac{4x}{3}$ . Tính  $\frac{M}{n}$ .

**A. 3.**

**B. 4.**

**C. 2.**

**D.  $\frac{3}{2}$ .**

**Lời giải**

+ Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ . Ta có :

$$-1 \leq \sin \frac{4x}{3} \leq 1, \forall x$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin \frac{4x}{3} \leq \frac{1}{2}, \forall x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{2} \sin \frac{4x}{3} \leq \frac{3}{2}, \forall x.$$

$$+ \text{ Suy ra } M = \max y = \frac{3}{2}; m = \min y = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } \frac{M}{n} = 3.$$

**Câu 5:** **[1D1-2.1-1]** Tìm tập nghiệm của phương trình  $2 \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2}$ .

**A.**  $\left\{ \frac{-\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$ . **B.**  $\left\{ k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**C.**  $\left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . **D.**  $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } T = \left\{ k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \right\}.$$

**Câu 6:** **[1D1-2.1-1]** Tìm số nghiệm thuộc đoạn  $[\pi; 2\pi]$  của phương trình  $2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) = 0$ .

**A. 0.**

**B. 1.**

**C. 2.**

**D. 3.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x \in [\pi; 2\pi] \Rightarrow \pi \leq \frac{-\pi}{3} + k\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow \frac{4}{3} \leq k \leq \frac{7}{3} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 2.$$

$$\text{Vậy phương trình } 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) = 0 \text{ có 1 nghiệm trên đoạn } [\pi; 2\pi].$$

**Câu 7:** **[1D1-2.1-1]** Cho phương trình  $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$ . Tổng tất cả các nghiệm thuộc  $[0; \pi]$  của phương trình là.



**A.**  $\pi$ .

**B.**  $\frac{\pi}{3}$ .

**C.**  $\frac{2\pi}{3}$ .

**D.**  $\frac{4\pi}{3}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Các nghiệm của phương trình trong đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}$ .

Vậy tổng tất cả các nghiệm thuộc  $[0; \pi]$  của phương trình là  $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \pi$ .

**Câu 8:** **[1D1-2.1-1]** Nghiệm của phương trình  $\sin x \cdot \cos x = 0$  là.

**A.**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ .

**B.**  $x = k\frac{\pi}{2}$ .

**C.**  $x = k2\pi$ .

**D.**  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\sin x \cdot \cos x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$

**Câu 9:** **[1D1-2.1-2]** Các nghiệm của phương trình  $\frac{1 - \cos 3x}{\sin x} = 0$  được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

**A.** 1.

**B.** 2.

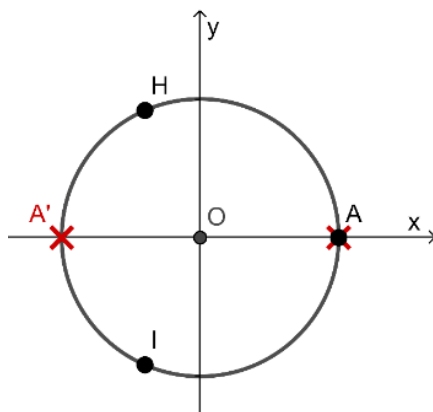
**C.** 3.

**D.** 4.

**Lời giải**

Điều kiện:  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Khi đó  $\frac{1 - \cos 3x}{\sin x} = 0 \Leftrightarrow 1 - \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \cos 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{m2\pi}{3} (m \in \mathbb{Z}).$



Biểu diễn các nghiệm  $x = \frac{m2\pi}{3} (m \in \mathbb{Z})$  trên đường tròn lượng giác kết hợp với điều kiện, ta

thấy các nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi hai điểm  $H$  và  $I$ .

Vậy các nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi hai điểm trên đường tròn lượng giác.

**Câu 10:** **[1D1-3.1-2]** Nghiệm của phương trình  $\frac{1}{\cos^2 x} = 2 \tan^2 x - 3 \tan x + 3$  là

**A.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 2 + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

**B.**  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

**C.**  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). **D.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan 2 + k2\pi \end{cases}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Lời giải**

Điều kiện:  $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + m\pi$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ).

Ta có  $\frac{1}{\cos^2 x} = 2 \tan^2 x - 3 \tan x + 3 \Leftrightarrow 1 + \tan^2 x = 2 \tan^2 x - 3 \tan x + 3$

$$\Leftrightarrow \tan^2 x - 3 \tan x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 2 + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Nhận thấy tất cả các nghiệm đều thỏa mãn điều kiện.

Vậy các họ nghiệm của phương trình là:  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ,  $x = \arctan 2 + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Câu 11:** [1D1-3.3-1] Phương trình  $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 1$  tương đương với phương trình nào sau đây?

**A.**  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ . **B.**  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ . **C.**  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ . **D.**  $\sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$

**Câu 12:** [1D1-3.3-3] Phương trình  $\sin 4x - \sqrt{3} \cos 4x + \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x = 2 \cos x - 2 \cos 3x$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

**A.** 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \sin 4x - \sqrt{3} \cos 4x + \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x = 2 \cos x - 2 \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \sin 4x - \sin 2x + \sqrt{3}(\cos 2x - \cos 4x) = 2(\cos x - \cos 3x)$$

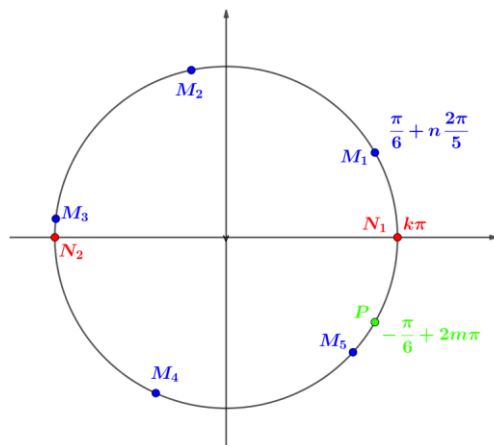
$$\Leftrightarrow \cos 3x \sin x + \sqrt{3} \sin x \sin 3x = 2 \sin 2x \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin x (\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x - 2 \sin 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 (1) \\ \cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x = 2 \sin 2x (2) \end{cases}$$

$$+) (1) \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$+) (2) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 3x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 3x = \sin 2x \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + m2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{n2\pi}{5} \end{cases} (m, n \in \mathbb{Z}).$$

Biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác



Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho được biểu diễn bởi 8 điểm

$M_1; M_2; M_3; M_4; M_5; N_1; N_2; P$  trên đường tròn lượng giác.

**Câu 13:** [1D1-2.1-2] Phương trình  $\sin 2x - 2\sin x + \cos x - 1 = 0$  nhận các giá trị nào của  $x$  sau đây làm nghiệm?

**A.**  $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . **B.**  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**C.**  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . **D.**  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\sin 2x - 2\sin x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\sin x \cos x - 2\sin x + \cos x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x - 1) + (\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow (\cos x - 1)(2\sin x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - 1 = 0 \\ 2\sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + m2\pi, (k, m \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{7\pi}{6} + m2\pi \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho nhận  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  làm nghiệm.

**Câu 14:** [1D1-2.1-2] Nghiệm của phương trình  $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x + \sin x - \sqrt{2}\cos x - 1 = 0$  được biểu diễn bởi mấy điểm trên đường tròn lượng giác

**A.** 2.

**B.** 3.

**C.** 4.

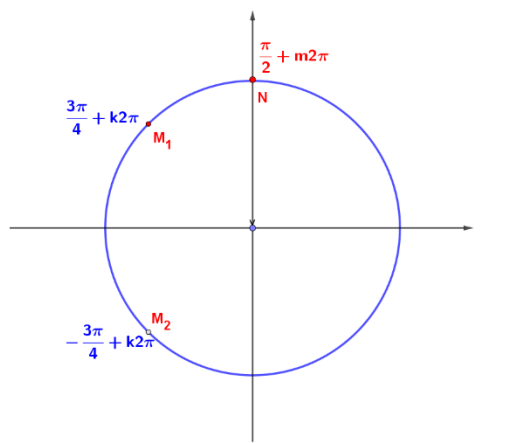
**D.** 5.

**Lời giải**

Ta có:  $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x + \sin x - \sqrt{2}\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin x \cos x + \sin x - \sqrt{2}\cos x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \sin x(\sqrt{2}\cos x + 1) - (\sqrt{2}\cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{2}\cos x + 1)(\sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}\cos x + 1 = 0 \\ \sin x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (1) \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (2), (k, m \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{\pi}{2} + m2\pi (3) \end{cases}$$



Họ nghiệm (1) được biểu diễn bởi một điểm trên đường tròn lượng giác.

Họ nghiệm (2) được biểu diễn bởi một điểm trên đường tròn lượng giác.

Họ nghiệm (3) được biểu diễn bởi một điểm trên đường tròn lượng giác.

Nhận thấy, các điểm này không trùng nhau.

Vậy nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi 3 điểm trên đường tròn lượng giác.

**Câu 15:** [1D2-1.2-1] Lớp 11A có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?

A. 45.

B.  $C_{45}^2$ .

C.  $A_{45}^2$ .

D. 500.

Lời giải

**Chọn D**

Để chọn được một đôi song ca gồm một nam và một nữ ta thực hiện liên tiếp 2 công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn 1 học sinh nam từ 20 học sinh nam  $\Rightarrow$  có 20 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nữ từ 25 học sinh nữ  $\Rightarrow$  có 25 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có  $20 \cdot 25 = 500$  cách chọn.

**Câu 16:** [1D2-2.2-2] Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 viên bi đỏ khác nhau và 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy sao cho hai viên bi cùng màu không xếp cạnh nhau?

A. 3628800.

B. 28800.

C. 120.

D. 100.

**Chọn B**

Sắp xếp 5 bi đỏ, có 5! cách.

Chọn vị trí để sắp xếp bi đen xen giữa các bi đỏ, có 2 cách (bi đen đứng đầu hoặc bi đỏ đứng đầu).

Sắp xếp 5 bi đen vào vị trí đã chọn, có 5! cách.

Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $5! \cdot 2 \cdot 5! = 28800$  cách.

**Câu 17:** [1D2-2.2-2] Từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 379?

A. 12.

B. 20.

C. 60.

D. 30.

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần lập là  $\overline{abc}$ .

**Trường hợp 1:**  $a = 1$ .

Chọn  $b$ : có 4 cách, chọn  $c$ : có 3 cách.

Suy ra số các số tự nhiên lập được là:  $1 \cdot 4 \cdot 3 = 12$  (số).

**Trường hợp 2:**  $a = 3$ ;  $b = 7$

Chọn  $c$ : 2 cách (là 1 hoặc 5).

Suy ra có 2 số tự nhiên thỏa mãn.

**Trường hợp 3:**  $a = 3; b < 7$

Chọn  $b$ : có 2 cách chọn ( $b \in \{1; 5\}$ ).

Chọn  $c$ : có 3 cách chọn, ( $c \in A \setminus \{3; b\}$ ).

Suy ra số các số tự nhiên lập được là:  $1.2.3 = 6$  (số).

Vậy có  $12 + 2 + 6 = 20$  số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 18:** [1D2-2.2-2] Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên gồm 9 chữ số từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9 trong đó các chữ số 6 và 8 có mặt hai lần, còn các chữ số khác thì chỉ có mặt một lần?

- A. 90 720. B. 97 200. C. 79 200. D. 79 020.

**Lời giải**

**Cách 1:** Gọi số cần tìm có dạng  $abcdefghi$ .

Chọn 2 vị trí trong 9 vị trí để xếp chữ số 6: có  $C_9^2 = 36$  cách.

Chọn 2 vị trí trong 7 vị trí còn lại để xếp chữ số 8: có  $C_7^2 = 21$  cách.

Vì vậy còn 5 vị trí để xếp 5 chữ số còn lại có  $5! = 120$  cách.

Như vậy có  $36.21.120 = 90720$  số thỏa yêu cầu bài toán.

**Cách 2:** Sắp xếp 1, 2, 4, 6, 6, 7, 8, 8, 9 thành một dãy, có  $\frac{9!}{2.2} = 90720$  (cách). Suy ra có 90 720 số tự nhiên cần lập.

**Câu 19:** [1D2-3.1-1] Khai triển nhị thức  $P(a) = (a-1)^7$  theo số mũ tăng dần của  $a$

- A.  $P(a) = -1 + 7a - 21a^2 + 35a^3 - 35a^4 + 21a^5 - 7a^6 + a^7$ .  
 B.  $P(a) = 1 + 7a + 21a^2 + 35a^3 + 35a^4 + 21a^5 + 7a^6 + a^7$ .  
 C.  $P(a) = a^7 - 7a^6 + 21a^5 - 35a^4 + 35a^3 - 21a^2 + 7a - 1$ .  
 D.  $P(a) = -1 + 7a - 21a^2 + 30a^3 - 35a^4 + 21a^5 - 7a^6 + a^7$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$P(a) = (-1+a)^7 = -C_7^0 + C_7^1 a - C_7^2 a^2 + C_7^3 a^3 - C_7^4 a^4 + C_7^5 a^5 - C_7^6 a^6 + C_7^7 a^7$$

$$P(a) = -1 + 7a - 21a^2 + 35a^3 - 35a^4 + 21a^5 - 7a^6 + a^7.$$

**Câu 20:** [1D2-2.2-2] Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

- A.  $8!.C_9^4$ . B.  $4!.A_9^4$ . C.  $4!.C_9^4$ . D.  $8!.A_9^4$ .

**Lời giải**

Số cách xếp 8 học sinh nam thành 1 hàng ngang là:  $8!$  (cách).

Số cách xếp 4 học sinh nữ vào trong 9 khoảng trống tạo ra từ 8 học sinh nam trên là:  $A_9^4$  (cách).

Khi đó số cách xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau là  $8!.A_9^4$  (cách).

**Câu 21:** [1D2-5.2-2] Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20, rút ngẫu nhiên ba thẻ. Xác suất để rút được ba thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ bằng:

- A.  $\frac{4}{39}$ . B.  $\frac{1}{2}$ . C.  $\frac{5}{13}$ . D.  $\frac{20}{39}$ .

**Lời giải**

Số cách rút ba thẻ trong 20 thẻ là:  $C_{20}^3 = 1140$  (cách).

Trong 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20 ta có 10 thẻ mang số lẻ và 10 thẻ mang số chẵn.

Số cách rút ba thẻ mang số lẻ là:  $C_{10}^3 = 120$  (cách).

Số cách rút ba thẻ trong đó có hai thẻ mang số chẵn và một thẻ mang số lẻ là:

$$C_{10}^2 \cdot 10 = 450 \text{ (cách).}$$

Số cách rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ là:  $120 + 450 = 570$  (cách).

Vậy xác suất rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ là:  $\frac{570}{1140} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 22:** [1D3-2.2-1] Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi công thức  $u_n = \frac{n+2}{9n-1}$ . Số hạng thứ 5 của dãy số bằng

A.  $\frac{5}{8}$ .

B.  $\frac{7}{44}$ .

C.  $-\frac{13}{58}$ .

D.  $-\frac{11}{7}$ .

**Lời giải**

Số hạng thứ 5 của dãy số  $(u_n)$  là:  $u_5 = \frac{5+2}{9 \cdot 5 - 1} = \frac{7}{44}$ .

**Câu 23:** [1D3-3.1-1] Dãy số nào sau đây không phải là cấp số cộng?

A.  $-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$ .

B.  $15\sqrt{2}; 12\sqrt{2}; 9\sqrt{2}; 6\sqrt{2}$ .

C.  $\frac{4}{5}; 1; \frac{7}{5}; \frac{9}{5}; \frac{11}{5}$ .

D.  $\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{2\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{5}{\sqrt{3}}$ .

**Lời giải**

Xét phương án A ta có dãy số đã cho là một cấp số cộng với công sai  $d = \frac{1}{3}$ .

Xét phương án B ta có dãy số đã cho là một cấp số cộng với công sai  $d = -3\sqrt{2}$ .

Xét phương án D ta có dãy số đã cho là một cấp số cộng với công sai  $d = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Xét phương án C ta có  $1 - \frac{4}{5} \neq \frac{7}{5} - 1$ . Suy ra dãy số đã cho không phải một cấp số cộng.

**Câu 24:** [1D3-3.3-1] Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$  và  $u_3 - u_{15} = 84$ . Tìm số hạng  $u_{17}$ .

A.  $u_{17} = 242$ .

B.  $u_{17} = 235$ .

C.  $u_{17} = 11$ .

D.  $u_{17} = 4$ .

**Lời giải**

Gọi công sai của cấp số cộng là  $d$  ta có  $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - (u_1 + 14d) = 84 \Leftrightarrow d = -7$ .

Suy ra  $u_{17} = u_1 + (17-1)d = 11$ .

Vậy  $u_{17} = 11$ .

**Câu 25:** [1D3-3.3-2] Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = \frac{1}{2}$  và  $\frac{u_3}{u_6} = -\frac{1}{125}$ . Tính  $u_{2021}$ .

A.  $u_{2021} = \frac{1}{2} \cdot (-5)^{2021}$ .

B.  $u_{2021} = \frac{1}{2} \cdot (-5)^{2020}$ .

C.  $u_{2021} = -\frac{1}{2} \cdot (-5)^{2021}$ .

D.  $u_{2021} = -\frac{1}{2} \cdot (-5)^{2020}$ .

**Lời giải**

Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân  $(u_n)$ . Khi đó  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ .

Ta có:  $\frac{u_3}{u_6} = -\frac{1}{125} \Leftrightarrow \frac{u_1 \cdot q^2}{u_1 \cdot q^5} = -\frac{1}{125} \Leftrightarrow \frac{1}{q^3} = -\frac{1}{125} \Leftrightarrow q = -5.$

Vậy  $u_{2021} = \frac{1}{2} \cdot (-5)^{2020}.$

**Câu 26:** [1H1-2.1-1] Giả sử qua phép tịnh tiến theo vector  $\vec{v} \neq \vec{0}$ , đường thẳng  $d$  biến thành đường thẳng  $d'$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $d$  trùng  $d'$  khi  $\vec{v}$  là vector chỉ phương của  $d$ .  
 B.  $d$  song song với  $d'$  khi  $\vec{v}$  là vector chỉ phương của  $d$ .  
 C.  $d$  song song với  $d'$  khi  $\vec{v}$  không phải là vector chỉ phương của  $d$ .  
 D.  $d$  không bao giờ vuông góc với  $d'$ .

**Lời giải**

Theo định nghĩa phép tịnh tiến và tính chất của phép tịnh tiến, ta có mệnh đề A, C, D đúng, mệnh đề B sai.

**Câu 27:** [1H1-2.2-2] Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , nếu phép tịnh tiến biến điểm  $M(4;2)$  thành điểm  $M'(4;5)$  thì nó biến điểm  $A(2;5)$  thành điểm nào sau đây?

- A.  $A'(2;8)$ . B.  $A'(1;6)$ . C.  $A'(5;2)$ . D.  $A'(2;5)$ .

**Lời giải**

Phép tịnh tiến biến điểm  $M(4;2)$  thành điểm  $M'(4;5)$ , biến điểm  $A(2;5)$  thành  $A'(x;y)$

Nên ta có  $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-4 = x-2 \\ 5-2 = y-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=8 \end{cases}.$

Vậy tọa độ điểm  $A'(2;8)$ .

**Câu 28:** [1H1-5.1-1] Phép quay góc  $90^\circ$  biến đường thẳng  $d$  thành đường thẳng  $d'$ . Khi đó

- A.  $d'$  song song với  $d$ . B.  $d'$  trùng  $d$ .  
 C.  $d'$  tạo với  $d$  góc  $60^\circ$  D.  $d'$  vuông góc với  $d$ .

**Lời giải**

Theo tính chất phép quay và giả thiết ta có  $d'$  vuông góc với  $d$ .

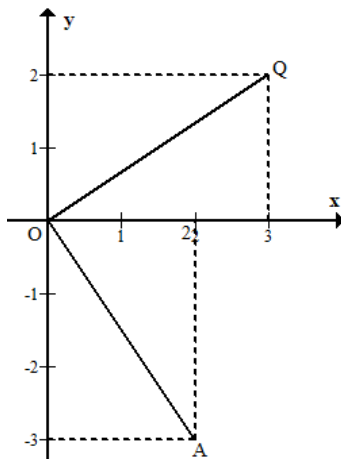
**Câu 29:** [1H1-5.2-2] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$  cho điểm  $A(2;-3)$ . Điểm  $A$  là ảnh của điểm nào qua phép quay tâm  $O$  góc quay  $-90^\circ$ ?

- A.  $M(-2;-3)$ . B.  $N(2;3)$ . C.  $P(-3;-2)$ . D.  $Q(3;2)$ .

**Lời giải**

Bài toán quy về tìm tọa độ ảnh của điểm  $A(2;-3)$  qua phép quay tâm  $O$  góc quay  $90^\circ$ .

Ta có phép quay tâm  $O$  góc quay  $90^\circ$  biến điểm  $A(2;-3)$  thành điểm  $Q(3;2)$ .



**Câu 30:** [1H1-7.2-2] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$  cho điểm  $A(3; -1)$  và điểm  $I(-1; 2)$ . Tìm ảnh của điểm  $A$  qua phép vị tự tâm  $I$  tỉ số  $k = -2$ .

- A.  $A'(7; -4)$ .      B.  $A'\left(-3; \frac{5}{2}\right)$ .      **C.  $A'(-9; 8)$ .**      D.  $A'(-9; -4)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $V_{(I, -2)}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{IA'} = -2\overrightarrow{IA} \quad (1)$ .

$$\text{Giả sử } A'(x; y) \text{ khi đó } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = -2(3 + 1) \\ y - 2 = -2(-1 - 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = 8 \end{cases}.$$

Vậy  $A'(-9; 8)$ .

**Câu 31:** [1H2-1.1-1] Trong không gian, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Qua hai đường thẳng bất kỳ xác định được một và chỉ một mặt phẳng.  
B. Qua một điểm và một đường thẳng bất kỳ xác định được một và chỉ một mặt phẳng.  
C. Qua bốn điểm bất kỳ xác định được một và chỉ một mặt phẳng.  
**D. Qua ba điểm không thẳng hàng xác định được một và chỉ một mặt phẳng.**

**Lời giải**

**Lý thuyết cần nhớ:**

Một mặt phẳng được xác định khi biết:

- + Ba điểm không thẳng hàng.
- + Một điểm đi qua và một đường thẳng không đi qua điểm ấy.
- + Hai đường thẳng cắt nhau.
- + Hai đường thẳng song song.

**Câu 32:** [1H2-3.1-2] Cho mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $d$ . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu  $d // (\alpha)$  thì trong  $(\alpha)$  tồn tại đường thẳng  $a$  sao cho  $a // d$ .  
**B. Nếu  $d // (\alpha)$  và đường thẳng  $b \subset (\alpha)$  thì  $b // d$ .**  
C. Nếu  $d \not\subset (\alpha)$ ,  $d // c$  và  $c \subset (\alpha)$  thì  $d // (\alpha)$ .  
D. Nếu  $d \cap (\alpha) = A$  và đường thẳng  $d' \subset (\alpha)$  thì  $d$  và  $d'$  hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

**Lời giải**

Khi  $d // (\alpha)$  và đường thẳng  $b \subset (\alpha)$  thì ngoài trường hợp  $b // d$  còn có trường hợp  $b$  và  $d$  chéo nhau.

**Câu 33:** [1H2-2.1-1] Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.**  
B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.  
C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.



**D.** Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song.

**Lời giải**

Hai đường thẳng không có điểm chung có thể song song hoặc chéo nhau. Vậy mệnh đề A là mệnh đề sai.

**Câu 34:** [1H2-3.4-4] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 2CD$ . Điểm  $M$  thuộc cạnh  $AD$  ( $M$  không trùng với  $A$  và  $D$ ) sao cho  $\frac{MA}{MD} = x$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $M$  và song song với  $SA$  và  $CD$ . Tìm  $x$  để diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng một nửa diện tích tam giác  $SAB$ .

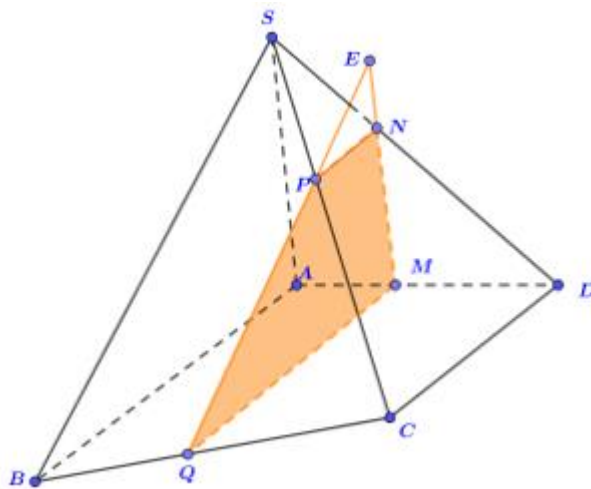
**A.**  $x = \frac{1}{2}$ .

**B.**  $x = 1$ .

**C.**  $x = 2$ .

**D.**  $x = \frac{1}{3}$ .

**Lời giải**



Ta có  $\begin{cases} CD \parallel (\alpha) \\ CD \subset (ABCD) \\ M \in (\alpha), M \in (ABCD) \end{cases}$  nên giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $\text{mp}(ABCD)$  là đường thẳng đi qua  $M$  và song song với  $CD$ , đường thẳng này cắt  $CB$  tại  $Q$ .

Ta có  $\begin{cases} SA \parallel (\alpha) \\ SA \subset (SAD) \\ M \in (\alpha), M \in (SAD) \end{cases}$  nên giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $\text{mp}(SAD)$  là đường thẳng đi qua  $M$  và song song với  $SA$ , đường thẳng này cắt  $SD$  tại  $N$ .

và song song với  $SA$ , đường thẳng này cắt  $SD$  tại  $N$ .

Ta có  $\begin{cases} CD \parallel (\alpha) \\ CD \subset (SCD) \\ N \in (\alpha), N \in (SCD) \end{cases}$  nên giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $\text{mp}(SCD)$  là đường thẳng đi qua  $N$  và song song với  $CD$ , đường thẳng này cắt  $SC$  tại  $P$ .

Ta có  $MQ \parallel CD$ ,  $PN \parallel CD$  nên  $PN \parallel MQ$ . Do đó tứ giác  $MNPQ$  là hình thang.

Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là hình thang  $MNPQ$ .

Gọi  $E$  là giao điểm của  $MN$  và  $PQ$ .

Ta có:  $QM = \frac{MD}{AD} \cdot AB + \frac{AM}{AD} \cdot CD = \frac{1}{x+1} AB + \frac{x}{x+1} CD = \frac{x+2}{2(x+1)} AB$ .

$$\text{Ta có: } QM = \frac{MD}{AD} \cdot AB + \frac{AM}{AD} \cdot CD = \frac{1}{x+1} AB + \frac{x}{x+1} CD = \frac{x+2}{2(x+1)} AB.$$

Hai tam giác  $SAB$  và  $EMQ$  đồng dạng nên  $\frac{S_{\Delta EMQ}}{S_{\Delta SAB}} = \left(\frac{MQ}{AB}\right)^2 = \frac{(x+2)^2}{4(x+1)^2}$ . (1)

Vì  $\frac{NP}{CD} = \frac{NS}{SD} = \frac{AM}{AD} = \frac{x}{x+1} \Rightarrow NP = \frac{x}{x+1}CD = \frac{x}{2(x+1)}AB$ .

Do đó  $\frac{NP}{QM} = \frac{x}{x+2}$  và  $\frac{S_{\Delta EPN}}{S_{\Delta EMQ}} = \left(\frac{NP}{QM}\right)^2 = \frac{x^2}{(x+2)^2} \Rightarrow \frac{S_{MNPQ}}{S_{\Delta EMQ}} = 1 - \frac{x^2}{(x+2)^2} = \frac{4x+4}{(x+2)^2}$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{S_{MNPQ}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{4x+4}{4(x+1)^2} = \frac{1}{x+1}$ .

Do đó  $S_{MNPQ} = \frac{1}{2}S_{\Delta SAB} \Leftrightarrow \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x=1$ .

Vậy  $x=1$  là giá trị cần tìm.

**Câu 35:** [1H2-3.3-3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang với các cạnh đáy là  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$  và  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ . Giao tuyến của  $(SAB)$  và  $(IJG)$  là

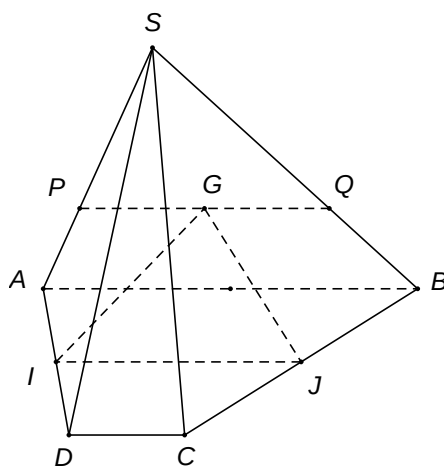
A.  $SC$ .

B. đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AB$ .

C. đường thẳng qua  $G$  và song song với  $DC$ .

D. đường thẳng qua  $G$  và cắt  $BC$ .

**Lời giải**



Ta có:  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$  suy ra  $IJ$  là đường trung bình của hình thang  $ABCD$ . Suy ra  $IJ \parallel AB \parallel CD$ .

Gọi  $d = (SAB) \cap (IJG)$ . Ta có  $G$  là điểm chung giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(IJG)$ .

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} (SAB) \supset AB; \\ (IJG) \supset IJ \\ AB \parallel IJ \end{cases}$$

Vậy giao tuyến  $d$  của  $(SAB)$  và  $(IJG)$  là đường thẳng qua  $G$  và song song với  $AB$  và  $IJ$ .

Đường thẳng  $d$  cắt  $SA$  tại  $P$ ; cắt  $SB$  tại  $Q$ .

## II. TỰ LUẬN (3 ĐIỂM)

**Câu 36:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\cos 2x + (2m-3)\sin x + m-2 = 0$  có đúng

hai nghiệm phân biệt  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

**Lời giải**

a) Ta có:  $2\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

b) Phương trình  $\cos 2x + (2m-3)\sin x + m-2 = 0$

$\Leftrightarrow -2\sin^2 x + (2m-3)\sin x + m-1 = 0$  (có  $\Delta = (2m-1)^2$ )

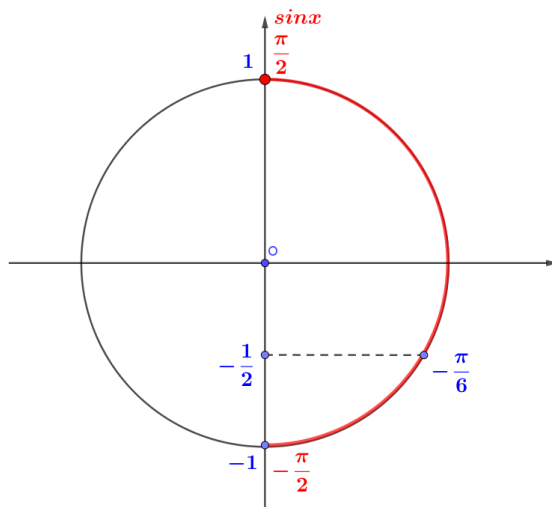
$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{2} & (1) \\ \sin x = m-1 & (2) \end{cases}.$

Trên  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ , Phương trình (1) có nghiệm  $x = -\frac{\pi}{6}$ .

Do đó yêu cầu bài toán tương đương (2) có đúng 1 nghiệm  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  và khác  $-\frac{\pi}{6}$

Hay  $m-1 \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$

$\Leftrightarrow m \in \left[0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right]$ .



**Câu 37:** Một bộ đề thi tuyển học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề có 5 câu, được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi đạt chuẩn phải có cả 3 loại câu khó, trung bình, dễ và số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi từ bộ đề thi trên, tìm xác suất để lấy ra một đề thi chuẩn.

**Lời giải**

Không gian mẫu:  $n(\Omega) = C_{30}^5 = 142506$ .

Gọi  $A$  là biến cố cần tìm.

Các trường hợp thuận lợi cho biến cố  $A$  như sau:

+) Trường hợp 1: 2 dễ, 2 trung bình, 1 khó.

Trường hợp này có  $C_{15}^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_5^1 = 23625$  đề chuẩn

+) Trường hợp 2: 2 dễ, 1 trung bình, 2 khó.

Trường hợp này có  $C_{15}^2 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^2 = 10500$  đề chuẩn.

+) Trường hợp 3: 3 dễ, 1 trung bình, 1 khó.

Trường hợp này có  $C_{15}^3 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^1 = 22750$  đề chuẩn

Suy ra  $n(A) = 23625 + 10500 + 22750 = 56875$ .

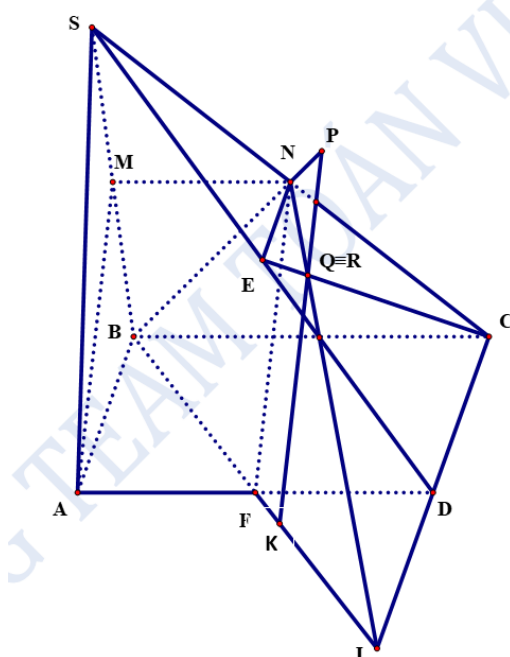
$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{56875}{142506} = \frac{625}{1566}.$$

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N, E$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SC, SD$ .

a) Gọi  $F$  là trung điểm của  $AD$ . Tìm giao điểm  $Q$  của  $CE$  và mặt phẳng  $(BFN)$ .

b) Một đường thẳng  $d$  song song với  $AM$  cắt đường thẳng  $CE$  tại  $R$  và cắt  $BN$  tại  $P$ . Tính tỉ số  $\frac{PN}{BN}$  và  $\frac{RE}{CE}$ .

**Lời giải**



a). Gọi  $F$  là trung điểm của  $AD$ . Tìm giao điểm  $Q$  của  $CE$  và mặt phẳng  $(BFN)$ .

Trong  $mp(ABCD)$ , gọi  $I = BF \cap CD$ .

Trong  $(SCD)$ , gọi  $Q = CE \cap IN$ , mà  $IN \subset (BFN) \Rightarrow Q = CE \cap (BFN)$ .

Vậy  $Q$  là giao điểm của  $CE$  và  $mp(BFN)$ .

b). Một đường thẳng  $d$  song song với  $AM$  cắt đường thẳng  $CE$  tại  $R$  và cắt  $BN$  tại  $P$ .

Tính tỉ số  $\frac{PN}{BN}$  và  $\frac{RE}{CE}$ .

\*Dựng đường thẳng  $d$

Có  $AF \parallel MN$  (do chúng cùng song song  $BC$ ),  $AF = MN = \frac{1}{2}BC$

$\Rightarrow AFNM$  là hình bình hành  $\Rightarrow FN \parallel AM$ .

Có  $d \parallel AM$ ,  $d$  cắt  $BN$  tại  $P$ ,  $d$  cắt  $CE$  tại  $R$ , nên  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng lần lượt chứa  $BN$ ,  $CE$  và cùng song song  $AM$ .

Gọi  $(\beta)$  là mặt phẳng chứa  $CE$  và song song  $AM$ .

Ta có  $\text{mp}(BFN)$  chứa  $BN$  và  $\text{mp}(BFN) \parallel AM$  (do  $FN \parallel AM$ ).

Suy ra  $d = (BFN) \cap (\beta)$ .

Có  $Q = CE \cap (BFN) \Rightarrow Q = CE \cap d$ , hay  $Q \equiv R$ .

Suy ra  $d$  là đường thẳng đi qua  $Q$ , song song  $NF$ , cắt  $BN$ ,  $CE$  lần lượt tại  $P$  và  $Q$ .

Có  $NE$  là đường trung bình của  $\triangle SDC$ ,  $FD$  là đường trung bình của  $\triangle IBC$ .

$$\text{Có } \frac{QE}{QC} = \frac{EN}{CI} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{QE}{CE} = \frac{1}{5}.$$

Gọi  $K = PQ \cap BI$ , có  $\frac{PN}{BN} = \frac{KF}{BF} = \frac{KF}{IF} = \frac{NQ}{NI} = \frac{ER}{EC} = \frac{1}{5}$  (do tứ giác  $ABDI$  là hình bình hành).

$$\text{Vậy } \frac{PN}{BN} = \frac{1}{5}, \frac{RE}{CE} = \frac{1}{5}.$$

**HẾT**

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 05

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tìm chu kì  $T$  của hàm số  $y = \sin x$ .

A.  $T = 4\pi$ .

B.  $T = 3\pi$ .

C.  $T = 2\pi$ .

D.  $T = \frac{\pi}{2}$ .

**Câu 2:** Giải phương trình  $\cot x = -\sqrt{3}$ .

A.  $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D.  $x = \frac{4\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

**Câu 3:** Giả sử bạn muốn mua một chiếc váy màu hồng hoặc màu vàng. Váy màu hồng có 5 kiểu khác nhau, váy màu vàng có 4 kiểu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về kiểu váy và màu váy)?

A. 5.

B. 20.

C. 9.

D. 4.

**Câu 4:** Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách cử ra hai bạn trong đó có 1 bạn nam và 1 bạn nữ?

A. 375.

B. 25.

C. 15.

D. 40.

**Câu 5:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh theo một hàng ngang?

A. 10.

B. 24.

C. 5.

D. 120.

**Câu 6:** Với  $k$  và  $n$  là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn  $k \leq n$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $C_n^k = \frac{n!}{k!}$ .

B.  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

C.  $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$ .

D.  $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

**Câu 7:** Cho tập hợp  $M$  có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của  $M$  là

A.  $A_{10}^8$ .

B.  $A_{10}^2$ .

C.  $C_{10}^2$ .

D.  $10^2$ .

**Câu 8:** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25.

B. 75.

C. 100.

D. 15.

**Câu 9:** Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tứ lơ khơ 52 con thì số phần tử của không gian mẫu là:

A. 140608.

B. 156.

C. 132600.

D. 22100.

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n^2 + n}$ . Khẳng định nào sau đây sai?

A. Năm số hạng đầu tiên  $\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}$ .

B. Là dãy số tăng.

C. Bị chặn trên bởi số  $M = \frac{1}{2}$ .

D. Không bị chặn.

**Câu 11:** Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy giảm?

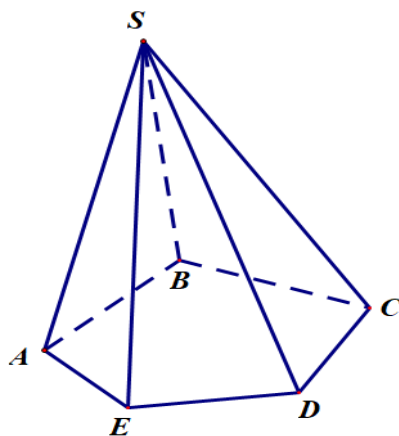
A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .

B.  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ .

C.  $u_n = n^2$ .

D.  $u_n = \sqrt{n+2}$ .

- Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$ , công sai  $d = 2$ . Tổng  $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$  bằng:  
**A.**  $S_{10} = 110$ . **B.**  $S_{10} = 100$ . **C.**  $S_{10} = 21$ . **D.**  $S_{10} = 19$ .
- Câu 13:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = -3$ ,  $d = 4$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?  
**A.**  $u_5 = 15$ . **B.**  $u_4 = 8$ . **C.**  $u_3 = 5$ . **D.**  $u_2 = 2$ .
- Câu 14:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?  
**A.** 1; 2; 3; 4; 5. **B.** 1; 2; 4; 8; 16. **C.** 1; -1; 1; -1; 1. **D.** 1; -2; 4; -8; 16.
- Câu 15:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Số hạng thứ sáu của  $(u_n)$  là:  
**A.**  $u_6 = 160$ . **B.**  $u_6 = -320$ . **C.**  $u_6 = -160$ . **D.**  $u_6 = 320$ .
- Câu 16:** Cho hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  song song nhau. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến  $d$  thành  $d'$ ?  
**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.
- Câu 17:** Cho tứ giác lồi  $ABCD$  và điểm  $S$  không thuộc mp  $(ABCD)$ . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng xác định bởi các điểm  $A, B, C, D, S$ ?  
**A.** 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.
- Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCDE$ , phát biểu nào sau đây là đúng?



- A.** Hai đường thẳng  $SE$  và  $AB$  cắt nhau. **B.** Đường thẳng  $SB$  nằm trong mp  $(SED)$ .  
**C.** Hai đường thẳng  $SB$  và  $ED$  chéo nhau. **D.** Hai đường thẳng  $SE$  và  $AB$  song song.
- Câu 19:** Cho đường thẳng  $a$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ . Giả sử  $b \not\subset (\alpha)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.** Nếu  $b \parallel (\alpha)$  thì  $b \parallel a$   
**B.** Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  thì  $b$  cắt  $a$   
**C.** Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \parallel (\alpha)$   
**D.** Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  chứa  $b$  thì giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là đường thẳng cắt cả  $a$  và  $b$ .
- Câu 20:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?  
**A.** Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.  
**B.** Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.  
**C.** Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.  
**D.** Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

**Câu 21:** Nghiệm của phương trình  $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$  là:

- A.**  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$
- B.**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2}{3}\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\frac{2}{3}\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$
- C.**  $x = \frac{\pi}{2} + k\frac{5}{2}\pi; \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{1}{2}\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\frac{1}{2}\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$
- D.**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**Câu 22:** Một lớp học có 25 nam và 15 nữ. Số cách chọn 3 học sinh trong lớp tham gia vệ sinh công cộng toàn trường là:

- A.** 9880. **B.** 59280. **C.** 2300. **D.** 455.

**Câu 23:** Hệ số của  $x^5$  trong khai triển  $(2x+3)^8$  là:

- A.**  $-C_8^3 \cdot 2^3 \cdot 3^5$ . **B.**  $C_8^3 \cdot 2^5 \cdot 3^3$ . **C.**  $-C_8^3 \cdot 2^5 \cdot 3^3$ . **D.**  $C_8^5 \cdot 2^3 \cdot 3^5$ .

**Câu 24:** Số hạng chứa  $x^7$  trong khai triển  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13}$  là:

- A.**  $-C_{13}^4 x^7$ . **B.**  $-C_{13}^3$ . **C.**  $-C_{13}^3 x^7$ . **D.**  $C_{13}^3 x^7$ .

**Câu 25:** Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là:

- A.**  $\frac{1}{16}$ . **B.**  $\frac{2}{16}$ . **C.**  $\frac{6}{16}$ . **D.**  $\frac{4}{16}$ .

**Câu 26:** Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là:

- A.**  $\frac{12}{36}$ . **B.**  $\frac{11}{36}$ . **C.**  $\frac{6}{36}$ . **D.**  $\frac{8}{36}$ .

**Câu 27:** Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

- A.**  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$ .
- B.**  $\{NN, NS, SN, SS\}$ .
- C.**  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$ .
- D.**  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$ .

**Câu 28:** Cho dãy số  $(u_n): u_n = \frac{n+7}{2n+5}$ . Khẳng định nào sau đây đúng:

- A.**  $u_n > 1, \forall n$ . **B.** Dãy tăng.
- C.** Dãy không tăng không giảm. **D.** Dãy giảm.

**Câu 29:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$  và  $u_3 - u_{15} = 84$ . Số hạng  $u_{17}$  có giá trị là

- A.** 11. **B.** 4. **C.** 235. **D.** 242.

**Câu 30:** Có bao nhiêu cặp đường thẳng chéo nhau trong một hình tứ diện?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.



- Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AD$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A.  $MN \parallel (SBD)$ .      B.  $MN \parallel (SBC)$ .      C.  $MN \parallel (ABCD)$ .      D.  $MN \parallel (SCD)$ .
- Câu 32:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:
- A.  $(BB'C') \parallel (A'DD')$ .      B.  $(A'B'C'D') \parallel (ABCD)$ .  
C.  $(BA'D') \parallel (ADC')$ .      D.  $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$ .
- Câu 33:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.  
B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.  
C. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.  
D. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau, không song song với nhau thì chéo nhau.
- Câu 34:** Cho chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang với  $AB \parallel CD$ . Giả sử  $AC \cap BD = O$  và  $AD \cap BC = I$ . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  là:
- A.  $SO$ .      B.  $SC$ .      C.  $SI$ .      D.  $SD$ .
- Câu 35:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?
- A.  $(BCA')$ .      B.  $(BC'D)$ .      C.  $(A'C'C)$ .      D.  $(BDA')$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (4 câu – 3,0 điểm)

- Câu 36:** Giải phương trình:  $2 \sin^2 \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) - 7 \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) + 3 = 0$ . (1)
- Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm  $\triangle BCD$ ,  $M$  là trung điểm  $CD$ ,  $E$  thuộc đoạn  $AG$ ;  $BE$  cắt  $mp(ACD)$  tại  $F$ . Chứng minh  $A, F, M$  thẳng hàng.
- Câu 38:** Một người viết ngẫu nhiên một số có bốn chữ số. Tính xác suất để các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần (nghĩa là nếu số được viết dưới dạng  $\overline{abcd}$  thì  $a < b < c < d$  hoặc  $a > b > c > d$ ).
- Câu 39:** Cho khai triển  $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ , trong đó  $n \in \mathbb{N}^*$  và các hệ số thỏa mãn hệ thức  $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$ . Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển?

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Tìm chu kì  $T$  của hàm số  $y = \sin x$ .

A.  $T = 4\pi$ .

B.  $T = 3\pi$ .

C.  $T = 2\pi$ .

D.  $T = \frac{\pi}{2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Hàm số  $y = \sin(ax + b)$  tuần hoàn với chu kì  $T = \frac{2\pi}{|a|}$ .

Nên hàm số  $y = \sin x$  có chu kì  $T = 2\pi$ .

**Câu 2:** Giải phương trình  $\cot x = -\sqrt{3}$ .

A.  $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D.  $x = \frac{4\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

**Chọn C**

$$\cot x = -\sqrt{3} = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

**Câu 3:** Giả sử bạn muốn mua một chiếc váy màu hồng hoặc màu vàng. Váy màu hồng có 5 kiểu khác nhau, váy màu vàng có 4 kiểu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về kiểu váy và màu váy)?

A. 5.

B. 20.

C. 9.

D. 4.

Lời giải

**Chọn C**

Nếu chọn váy màu hồng thì sẽ có 5 cách.

Nếu chọn váy màu vàng thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có  $5 + 4 = 9$  cách chọn mua váy.

**Câu 4:** Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách cử ra hai bạn trong đó có 1 bạn nam và 1 bạn nữ?

A. 375.

B. 25.

C. 15.

D. 40.

Lời giải

**Chọn A**

Để chọn 1 bạn nam có 25 cách.

Để chọn 1 bạn nữ có 15 cách.

Vậy có  $25 \cdot 15 = 375$  cách chọn.

**Câu 5:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh theo một hàng ngang?

A. 10.

B. 24.

C. 5.

D. 120.

Lời giải

**Chọn D**

Mỗi cách sắp xếp 5 học sinh là một hoán vị của 5 phần tử. Vậy có  $5! = 120$  cách.

**Câu 6:** Với  $k$  và  $n$  là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn  $k \leq n$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $C_n^k = \frac{n!}{k!}$ .

B.  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

C.  $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$ .

D.  $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Mệnh đề đúng là  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

**Câu 7:** Cho tập hợp  $M$  có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của  $M$  là

- A.  $A_{10}^8$ . B.  $A_{10}^2$ . C.  $C_{10}^2$ . D.  $10^2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Số tập con gồm 2 phần tử của  $M$  là một tổ hợp chập 2 của  $M$ . Do đó số tập con gồm 2 phần tử của  $M$  là  $C_{10}^2$ .

**Câu 8:** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

- A. 25. B. 75. C. 100. D. 15.

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo quy tắc nhân ta có:  $5 \cdot 5 \cdot 3 = 75$  cách chọn thực đơn.

**Câu 9:** Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tứ lơ khơ 52 con thì số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 140608. B. 156. C. 132600. D. 22100.

**Lời giải**

**Chọn D**

Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tứ lơ khơ 52 con là một tổ hợp chập 3 của tập hợp gồm 52 phần tử nên  $n(\Omega) = C_{52}^3 = 22100$ .

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n^2 + n}$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Năm số hạng đầu tiên  $\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}$ .

B. Là dãy số tăng.

C. Bị chặn trên bởi số  $M = \frac{1}{2}$ .

D. Không bị chặn.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Vì } u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)^2 + (n+1)} - \frac{1}{n^2 + n} = \frac{-2}{n(n+1)(n+2)} < 0$$

Do đó  $(u_n)$  là dãy giảm.

**Câu 11:** Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy giảm?

- A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ . B.  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ . C.  $u_n = n^2$ . D.  $u_n = \sqrt{n+2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Vì } u_n = \frac{1}{2^n} > \frac{1}{2^{n+1}} = u_{n+1}.$$

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$ , công sai  $d = 2$ . Tổng  $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$  bằng:

- A.  $S_{10} = 110$ . B.  $S_{10} = 100$ . C.  $S_{10} = 21$ . D.  $S_{10} = 19$ .

Lời giải

Chọn B

$$S_n = \frac{n(u_n + u_1)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow S_{10} = \frac{10[2.1 + (10-1).2]}{2} = 100.$$

**Câu 13:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = -3$ ,  $d = 4$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.  $u_5 = 15$ . B.  $u_4 = 8$ . C.  $u_3 = 5$ . D.  $u_2 = 2$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có  $u_3 = u_1 + 2d = -3 + 2.4 = 5$ .

**Câu 14:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5. B. 1; 2; 4; 8; 16. C. 1; -1; 1; -1; 1. D. 1; -2; 4; -8; 16.

Lời giải

Chọn A

Dãy 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân với công bội  $q = 2$ .

Dãy 1; -1; 1; -1; 1 là cấp số nhân với công bội  $q = -1$ .

Dãy 1; -2; 4; -8; 16 là cấp số nhân với công bội  $q = -2$ .

Dãy 1; 2; 3; 4; 5 là cấp số cộng với công sai  $d = 1$ .

**Câu 15:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Số hạng thứ sáu của  $(u_n)$  là:

- A.  $u_6 = 160$ . B.  $u_6 = -320$ . C.  $u_6 = -160$ . D.  $u_6 = 320$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có  $u_6 = u_1 q^5 = 5.(-2)^5 = -160$ .

**Câu 16:** Cho hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  song song nhau. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến  $d$  thành  $d'$ ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Lời giải

Chọn D

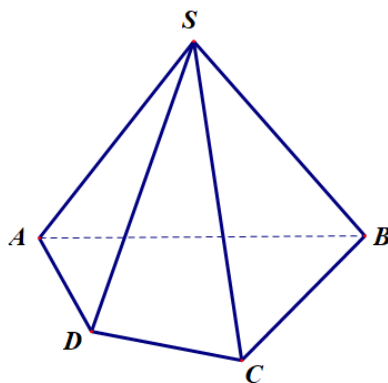
Lấy hai điểm  $A; A'$  lần lượt nằm trên  $d$  và  $d'$ . Phép tịnh tiến theo vec-tơ  $\overrightarrow{AA'}$  biến  $d$  thành  $d'$ .

**Câu 17:** Cho tứ giác lồi  $ABCD$  và điểm  $S$  không thuộc mp  $(ABCD)$ . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng xác định bởi các điểm  $A, B, C, D, S$ ?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

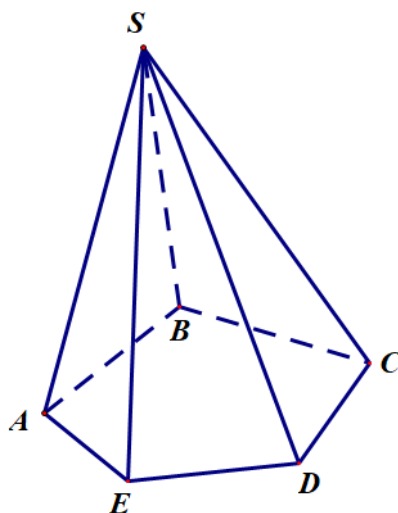
Lời giải

Chọn A



Có 5 mặt phẳng là:  $(SAB); (SBC); (SCD); (SAD); (ABCD)$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp S.ABCDE, phát biểu nào sau đây là đúng?



- A. Hai đường thẳng SE và AB cắt nhau.      B. Đường thẳng SB nằm trong mp  $(SED)$ .  
 C. Hai đường thẳng SB và ED chéo nhau.      D. Hai đường thẳng SE và AB song song.

**Lời giải**

**Chọn C**

Giá trị hàm số tăng khi  $x$  tăng từ 0 đến 2 nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$

**Câu 19:** Cho đường thẳng  $a$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ . Giả sử  $b \not\subset (\alpha)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu  $b \parallel (\alpha)$  thì  $b \parallel a$   
 B. Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  thì  $b$  cắt  $a$   
 C. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \parallel (\alpha)$   
 D. Nếu  $b$  cắt  $\alpha$  và  $\beta$  chứa  $b$  thì giao tuyến của  $\alpha$  và  $\beta$  là đường thẳng cắt cả  $a$  và  $b$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 20:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.  
 B. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.  
 C. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.  
 D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 21:** Nghiệm của phương trình  $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$  là:

**A.**  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**B.**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2}{3}\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\frac{2}{3}\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**C.**  $x = \frac{\pi}{2} + k\frac{5}{2}\pi; \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{1}{2}\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\frac{1}{2}\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**D.**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**Câu 22:** Một lớp học có 25 nam và 15 nữ. Số cách chọn 3 học sinh trong lớp tham gia vệ sinh công cộng toàn trường là:

**A.** 9880.

**B.** 59280.

**C.** 2300.

**D.** 455.

**Lời giải**

**Chọn A**

Lấy 3 học sinh từ 40 học sinh trong lớp tham gia vệ sinh công cộng toàn trường có  $C_{40}^3 = 9880$ .

**Câu 23:** Hệ số của  $x^5$  trong khai triển  $(2x+3)^8$  là:

**A.**  $-C_8^3 \cdot 2^3 \cdot 3^5$ .

**B.**  $C_8^3 \cdot 2^5 \cdot 3^3$ .

**C.**  $-C_8^3 \cdot 2^5 \cdot 3^3$ .

**D.**  $C_8^5 \cdot 2^3 \cdot 3^5$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$(2x+3)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (2x)^{8-k} 3^k$$

Theo giả thiết  $8-k=5 \Leftrightarrow k=3$

Hệ số của  $x^5$  trong khai triển  $(2x+3)^8$  là:  $C_8^3 \cdot 2^5 \cdot 3^3$ .

**Câu 24:** Số hạng chứa  $x^7$  trong khai triển  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13}$  là:

**A.**  $-C_{13}^4 x^7$ .

**B.**  $-C_{13}^3$ .

**C.**  $-C_{13}^3 x^7$ .

**D.**  $C_{13}^3 x^7$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo khai triển nhị thức Niu-ơn, ta có  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13} = \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k x^{13-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{13} (-1)^k C_{13}^k x^{13-2k}$

Hệ số của  $x^7$  ứng với  $13-2k=7 \Leftrightarrow k=3$ .

Số hạng cần tìm là  $-C_{13}^3 x^7$ .

**Câu 25:** Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là:

- A.  $\frac{1}{16}$ . B.  $\frac{2}{16}$ . C.  $\frac{6}{16}$ . D.  $\frac{4}{16}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Số phần tử không gian mẫu là  $n(\Omega) = 2^4 = 16$

Biến cố A: “ cả bốn lần xuất hiện mặt sấp” nên  $A = \{SSSS\} \Rightarrow n(A) = 1$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{16}$$

**Câu 26:** Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là:

- A.  $\frac{12}{36}$ . B.  $\frac{11}{36}$ . C.  $\frac{6}{36}$ . D.  $\frac{8}{36}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Không gian mẫu: Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần là  $n(\Omega) = 6.6 = 36$ .

Biến cố A: ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là:  $n(A) = 2.5.1 + 1.1 = 11$ .

$$\text{Vậy xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{36}.$$

**Câu 27:** Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

A.  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$ .

B.  $\{NN, NS, SN, SS\}$ .

C.  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$ .

D.  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Số phần tử không gian mẫu là  $n(\Omega) = 2^3 = 8$ .

**Câu 28:** Cho dãy số  $(u_n): u_n = \frac{n+7}{2n+5}$ . Khẳng định nào sau đây đúng:

A.  $u_n > 1, \forall n$ .

B. Dãy tăng.

C. Dãy không tăng không giảm.

D. Dãy giảm.

Lời giải

**Chọn D**

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+8}{2n+7} - \frac{n+7}{2n+5} = \frac{-9}{(2n+7)(2n+5)} < 0$$

Suy ra  $(u_n)$  là dãy giảm

**Câu 29:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$  và  $u_3 - u_{15} = 84$ . Số hạng  $u_{17}$  có giá trị là

A. 11.

B. 4.

C. 235.

D. 242.

**Lời giải**

Ta có:  $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - (u_1 + 14d) = 84 \Leftrightarrow -12d = 84 \Leftrightarrow d = -7$ .

$\Rightarrow u_{17} = u_1 + 16d = 123 + 16 \cdot (-7) = 11$ . Vậy số hạng  $u_{17}$  có giá trị là 11.

**Câu 30:** Có bao nhiêu cặp đường thẳng chéo nhau trong một hình tứ diện?

A. 1.

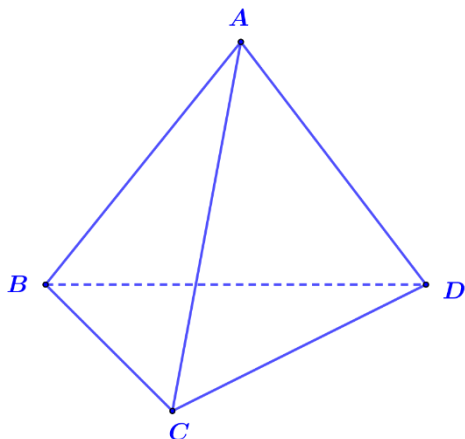
B. 2.

**C. 3.**

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn C**



Các cặp đường thẳng chéo nhau là:  $AB$  và  $CD$ ;  $AD$  và  $BC$ ;  $BD$  và  $AC$ .

Vậy trong tứ diện  $ABCD$  có 3 cặp đường thẳng chéo nhau.

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AD$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.  $MN \parallel (SBD)$ .**

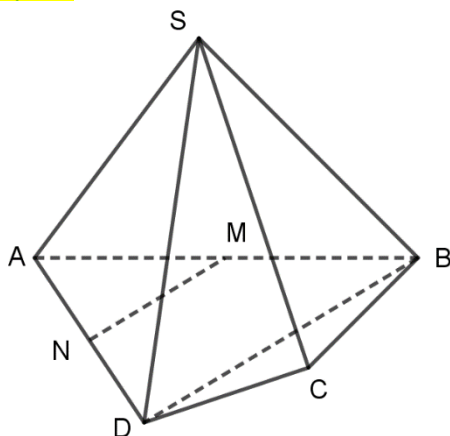
B.  $MN \parallel (SBC)$ .

C.  $MN \parallel (ABCD)$ .

D.  $MN \parallel (SCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Nhận thấy  $MN$  là đường trung bình trong tam giác  $ABD$ , suy ra  $MN \parallel BD$ .

Mặt khác  $BD \subset (SBD)$  nên  $MN \parallel (SBD)$ .

**Câu 32:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A.  $(BB'C') \parallel (A'DD')$ .

B.  $(A'B'C'D') \parallel (ABCD)$ .

**C.  $(BA'D') \parallel (ADC')$ .**

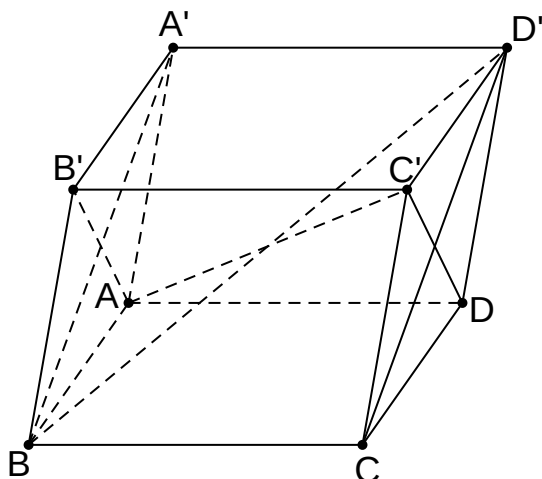
D.  $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $(BA'D') \equiv (BA'D'C)$ ,  $(ADC') \equiv (ADC'B')$ . Mà  $(BA'D'C)$  và  $(ADC'B')$  là hai mặt phẳng cắt nhau. Khẳng định ở câu C sai.



**Câu 33:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B.** Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- C.** Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
- D.** Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau, không song song với nhau thì chéo nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

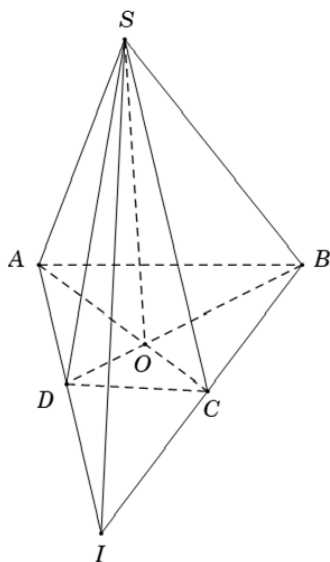
Mệnh đề A sai vì hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng song song với nhau hoặc chéo nhau.

**Câu 34:** Cho chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang với  $AB \parallel CD$ . Giả sử  $AC \cap BD = O$  và  $AD \cap BC = I$ . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  là:

- A.**  $SO$ .
- B.**  $SC$ .
- C.**  $SI$ .
- D.**  $SD$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $S \in (SAD) \cap (SBC)$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} I \in AD \subset (SAD) \\ I \in BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAD) \cap (SBC) \\ \Rightarrow SI = (SAD) \cap (SBC).$$

**Câu 35:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A.  $(BCA')$ .

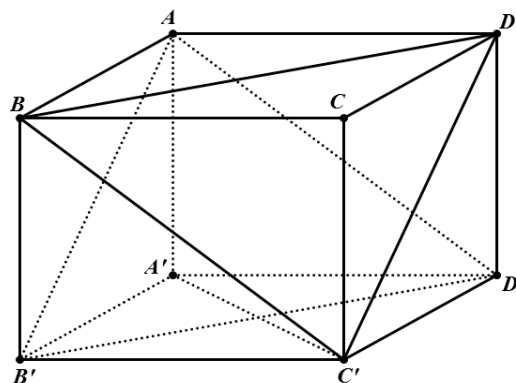
B.  $(BC'D)$ .

C.  $(A'C'C)$ .

D.  $(BDA')$ .

Lời giải

Chọn B



Do  $ADC'B'$  là hình bình hành nên  $AB' \parallel DC'$ , và  $ABC'D'$  là hình bình hành nên  $AD' \parallel BC'$  nên  $(AB'D') \parallel (BC'D)$ .

## II) TỰ LUẬN

**Câu 36:** Giải phương trình:  $2 \sin^2 \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) - 7 \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) + 3 = 0$ . (1)

Lời giải

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

Đặt  $t = \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right)$ ,  $-1 \leq t \leq 1$ , phương trình (1) trở thành:

$$2t^2 - 7t + 3 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (t-3)(2t-1) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3(KTM) \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Với  $t = \frac{1}{2}$ , ta có:  $\sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}$ .

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

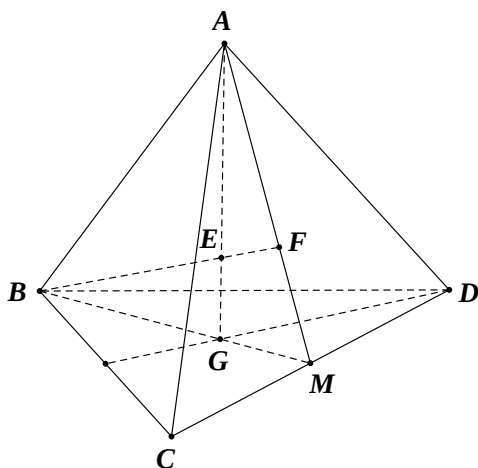
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình (1) có nghiệm  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ ;  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm  $\triangle BCD$ ,  $M$  là trung điểm  $CD$ ,  $E$  thuộc đoạn  $AG$ ;  $BE$  cắt  $mp(ACD)$  tại  $F$ . Chứng minh  $A, F, M$  thẳng hàng.

**Lời giải**



Ta có:  $A$  là điểm chung của  $mp(ACD)$  và  $mp(ABG)$ .

$$\Rightarrow A \in (ACD) \cap (ABG). \quad (1)$$

Vì  $M$  là giao điểm của  $BG$  và  $CD$  nên ta có:

$$\begin{cases} M \in BG \subset (ABG) \\ M \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow M \in (ACD) \cap (ABG). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $AM = (ACD) \cap (ABG)$ .

Ta có:  $F = BE \cap (ACD)$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} F \in BE \subset (ABG) \\ F \in (ACD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow F \in (ACD) \cap (ABG)$$

Mà  $AM = (ACD) \cap (ABG)$

$$\Rightarrow F \in AM$$

$\Rightarrow A, F, M$  thẳng hàng.

**Câu 38:** Một người viết ngẫu nhiên một số có bốn chữ số. Tính xác suất để các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần (nghĩa là nếu số được viết dưới dạng  $\overline{abcd}$  thì  $a < b < c < d$  hoặc  $a > b > c > d$ ).

**Lời giải**

Viết ngẫu nhiên một số có 4 chữ số nên số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$ .

Gọi  $A$  là biến cố các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần có dạng  $\overline{abcd}$ .

Trường hợp 1: số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự giảm dần

Vì  $a > b > c > d$  nên các chữ số đôi một khác nhau và các chữ số  $a, b, c, d$  lấy từ tập  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  và với 4 chữ số lấy ra từ  $X$  thì chỉ lập được duy nhất một số thỏa yêu cầu bài toán. Do đó số số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần là  $C_9^4$ .

Trường hợp 2: số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần

Vì  $a < b < c < d$  nên các chữ số đôi một khác nhau và các chữ số  $a, b, c, d$  lấy từ tập  $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  và với 4 chữ số lấy ra từ  $Y$  thì chỉ lập được duy nhất một số thỏa yêu cầu bài toán. Do đó số số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự giảm dần là  $C_{10}^4$ .

Vậy số phần tử của biến cố  $A$  là  $n(A) = C_9^4 + C_{10}^4 = 336$ .

Xác suất của biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{336}{9000} = \frac{14}{375}$ .

**Câu 39:** Cho khai triển  $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ , trong đó  $n \in \mathbb{N}^*$  và các hệ số thỏa mãn hệ thức  $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$ . Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển?

**Lời giải**

Số hạng tổng quát trong khai triển  $(1+2x)^n$  là  $C_n^k \cdot 2^k \cdot x^k$ ,  $0 \leq k \leq n$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Vậy hệ số của số hạng chứa  $x^k$  là  $C_n^k \cdot 2^k \Rightarrow a_k = C_n^k \cdot 2^k$ .

Khi đó, ta có

$$a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096 \Leftrightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 4096$$

$$\Leftrightarrow (1+1)^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$$

Dễ thấy  $a_0$  và  $a_n$  không phải hệ số lớn nhất. Giả sử  $a_k$  ( $0 < k < n$ ) là hệ số lớn nhất trong các hệ số  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ .

Khi đó ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} a_k \geq a_{k+1} \\ a_k \geq a_{k-1} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} C_{12}^k \cdot 2^k \geq C_{12}^{k+1} \cdot 2^{k+1} \\ C_{12}^k \cdot 2^k \geq C_{12}^{k-1} \cdot 2^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{12!}{k! \cdot (12-k)!} \geq \frac{12! \cdot 2}{(k+1)! \cdot (12-k-1)!} \\ \frac{12!}{k! \cdot (12-k)!} \geq \frac{12!}{(k-1)! \cdot (12-k+1)!} \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{12-k} \geq \frac{2}{k+1} \\ \frac{2}{k} \geq \frac{1}{13-k} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+1-2(12-k) \geq 0 \\ 26-3k \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \geq \frac{23}{3} \\ k \leq \frac{26}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{23}{3} \leq k \leq \frac{26}{3}. \end{aligned}$$

Do  $k \in \mathbb{N} \Rightarrow k = 8$ .

Vậy hệ số lớn nhất là  $a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 06

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Khẳng định nào dưới đây là sai?
- A. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ. B. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ.  
C. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ. D. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ.
- Câu 2:** Nghiệm của phương trình  $\sin x = 1$  là
- A.  $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . B.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
C.  $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . D.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- Câu 3:** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh đi dự dạ hội của học sinh tỉnh. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?
- A. 605 B. 325 C. 280 D. 45
- Câu 4:** Nam muốn qua nhà Mẫn để cùng Mẫn đi đến nhà Hải. Từ nhà Nam đến nhà Mẫn có 3 con đường đi, từ nhà Mẫn đến nhà Hải có 6 con đường đi. Hỏi Nam có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Hải?
- A. 9. B. 3. C. 18. D. 20
- Câu 5:** Muốn xếp 5 người vào 5 ghế thành 1 hàng ngang có bao nhiêu cách xếp?
- A. 5. B. 10. C. 60. D. 120
- Câu 6:** Một đoàn thanh niên Phường An Hòa có 15 người. Có bao nhiêu cách chọn 3 người để phân công trưởng đoàn, phó đoàn, thành viên để tham gia tiếp sức cùng các cán bộ ở các điểm cách ly?
- A.  $15!$ . B.  $C_{15}^3$ . C.  $A_{15}^3$ . D.  $A_{15}^{12}$ .
- Câu 7:** Với  $k$  và  $n$  là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn  $k \leq n$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ . B.  $C_n^k = \frac{n!}{k!}$ . C.  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ . D.  $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$ .
- Câu 8:** Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 6 mặt hai lần. Xét biến cố  $A$  : “Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau”. Khẳng định nào sau đây đúng ?
- A.  $n(A) = 16$ . B.  $n(A) = 12$ . C.  $n(A) = 6$ . D.  $n(A) = 36$ .
- Câu 9:** Cho  $A, B$  là hai biến cố xung khắc. Công thức nào sau đây đúng?
- A.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ . B.  $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$ .  
C.  $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$ . D.  $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ .
- Câu 10:** Cho dãy số  $u_n$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{2n+1}{n}$ . Tính giá trị của  $u_5$ .
- A.  $u_5 = 5$ . B.  $u_5 = 11$ . C.  $u_5 = \frac{11}{5}$ . D.  $u_5 = 2$ .
- Câu 11:** Dãy số nào sau đây là dãy số tăng?
- A.  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$ . B.  $-1; -2; -3; -4; -5$ .  
C.  $0,1^1; 0,1^2; 0,1^3; 0,1^4; 0,1^5$ . D.  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$ .

- Câu 12:** Cho cấp số cộng  $u_n$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$ . Lúc đó, số hạng tổng quát  $u_n$  là  
**A.**  $u_n = u_1 + n + 1 d$ .    **B.**  $u_n = u_1 + d$ .    **C.**  $u_n = u_1 + n - 1 d$ .    **D.**  $u_n = u_1 + nd$ .
- Câu 13:** Cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$ , công sai  $d = 5$ , số hạng thứ tư là  
**A.**  $u_4 = 23$ .    **B.**  $u_4 = 18$ .    **C.**  $u_4 = 8$ .    **D.**  $u_4 = 14$ .
- Câu 14:** Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?  
**A.** 1; 2; 3; 4; 5.    **B.** 1; 2; 4; 8; 16.    **C.** 1; -1; 1; -1; 1.    **D.** 1; -2; 4; -8; 16.
- Câu 15:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Số hạng thứ sáu của  $(u_n)$  là:  
**A.**  $u_6 = 160$ .    **B.**  $u_6 = -320$ .    **C.**  $u_6 = -160$ .    **D.**  $u_6 = 320$ .
- Câu 16:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho  $\overline{AB}(3; -4)$  và điểm  $C(1; -2)$ . Ảnh của điểm C trong phép tịnh tiến  $T_{\overline{AB}}$  là  
**A.**  $(4; -6)$ .    **B.**  $(-4; 6)$ .    **C.**  $(-4; -6)$ .    **D.**  $(-2; 2)$ .
- Câu 17:** Cách xác định một mặt phẳng duy nhất là:  
**A.** Ba điểm phân biệt.    **B.** Một điểm và một đường thẳng.  
**C.** Hai đường thẳng cắt nhau.    **D.** Bốn điểm bất kì.
- Câu 18:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?  
**A.** Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.  
**B.** Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.  
**C.** Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.  
**D.** Không có mặt phẳng nào chứa cả hai đường thẳng  $a$  và  $b$  thì ta nói  $a$  và  $b$  chéo nhau.
- Câu 19:** Trong không gian cho đường thẳng  $d$  không nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.** Nếu  $d$  cắt đường thẳng  $d_1$  nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  song song với  $(\alpha)$ .  
**B.** Nếu  $d$  cắt đường thẳng  $d_1$  không nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  song song với  $(\alpha)$ .  
**C.** Nếu  $d$  song song với đường thẳng  $d'$  nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  song song với  $(\alpha)$ .  
**D.** Nếu  $d$  song song với đường thẳng  $d'$  không nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  song song với  $(\alpha)$ .
- Câu 20:** Trong không gian cho hình lăng trụ  $(H)$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?  
**A.** Các mặt bên của  $(H)$  là các đa giác bằng nhau.  
**B.** Các cạnh bên của  $(H)$  bằng nhau và song song với nhau.  
**C.** Hai đáy của  $(H)$  là hai đa giác nằm trong hai mặt phẳng song song.  
**D.** Hai đáy của  $(H)$  là hai đa giác bằng nhau.
- Câu 21:** Gọi  $x_0$  là một nghiệm của phương trình  $4\cos^2 2x - 3\cos 2x - 1 = 0$  trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $x_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ .    **B.**  $x_0 \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .    **C.**  $x_0 \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ .    **D.**  $x_0 \in \left(-2; -\frac{3}{2}\right)$ .

- Câu 22:** Bạn An muốn đặt mật khẩu cho chiếc điện thoại của mình là một dãy gồm 4 ký tự khác nhau, mỗi ký tự là một chữ số (từ 1 đến 9). Hỏi bạn An có bao nhiêu cách đặt mật khẩu?  
**A.** 3024. **B.** 126. **C.** 6561. **D.** 362880.
- Câu 23:** Tìm giá trị của  $n$  biết  $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} = 1023$ .  
**A.** 10. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 11.
- Câu 24:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^5$  trong khai triển nhị thức Newton của  $(x+2)^{12}$ .  
**A.**  $C_{12}^3 2^3$ . **B.**  $C_{12}^9 2^9$ . **C.**  $C_{12}^7 2^7$ . **D.**  $C_{12}^5 2^5$ .
- Câu 25:** Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:  
**A.**  $\{NN, NS, SN, SS\}$ .  
**B.**  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$ .  
**C.**  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$ .  
**D.**  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$ .
- Câu 26:** Gieo 3 con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc đó bằng nhau:  
**A.**  $\frac{5}{36}$  **B.**  $\frac{1}{9}$  **C.**  $\frac{1}{18}$  **D.**  $\frac{1}{36}$ .
- Câu 27:** Gieo đồng tiền hai lần. Xác suất để sau hai lần gieo thì mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần là:  
**A.**  $\frac{1}{4}$  **B.**  $\frac{1}{2}$  **C.**  $\frac{3}{4}$  **D.**  $\frac{1}{3}$ .
- Câu 28:** Xét tính bị chặn của dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$ .  
**A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.
- Câu 29:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5; d = 3$ . Số 103 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?  
**A.** Thứ 16. **B.** Thứ 21. **C.** Thứ 36. **D.** Thứ 37.
- Câu 30:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3; q = -2$ . Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân là  
**A.**  $S_{10} = -511$ . **B.**  $S_{10} = -1025$ . **C.**  $S_{10} = 1025$ . **D.**  $S_{10} = 1023$ .
- Câu 31:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm  $A(-2;5), M(1;3)$ . Tìm ảnh của  $M$  qua phép vị tự tâm A tỉ số  $-3$ .  
**A.**  $M'(-7;11)$ . **B.**  $M'(7;1)$ . **C.**  $M'(11;11)$ . **D.**  $M'(-11;11)$ .
- Câu 32:** Trong không gian cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABJ), (CDI)$  là  
**A.**  $AJ$ . **B.**  $DI$ . **C.**  $IJ$ . **D.**  $CI$ .
- Câu 33:** Trong không gian cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SA$ ,  $N$  là điểm trên cạnh  $SB$  sao cho  $SN = 2NB$ ,  $P$  là điểm trên cạnh  $SC$  sao cho  $SC = 3PC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $MN \parallel AB$ . **B.**  $NP \parallel BC$ . **C.**  $MN \parallel SC$ . **D.**  $MP \parallel AC$ .



**Câu 34:** Cho hình chóp  $SABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SB$  và  $SC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GMN)$  và  $(ABC)$  là đường thẳng

**A.** qua  $M$  và song song với  $BC$ .

**B.** Qua  $N$  và song song với  $SB$ .

**C.** qua  $G$  và song song với  $BC$ .

**D.** qua  $G$  và song song với  $SC$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, P$  theo thứ tự là trung điểm của  $SC, SD$  và  $AB$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.** ( $NOM$ ) trùng ( $OPM$ ).

### B. $(MON) // (SBC)$ .

**C.**  $(PON) \cap (MNP) = NP$ .

**D.**  $(MON) // (SAB)$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (4 câu – 3,0 điểm)

**Câu 36:** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để phương trình  $\sin^2 x + \sin x \cos x = m$  có nghiệm.

**Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  là một điểm ở trong tam giác  $SCD$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SBM)$  và  $(SAC)$ .

**Câu 38:** Một trường tiểu học có 50 học sinh đạt danh hiệu cháu ngoan Bác Hồ, trong đó có bốn cặp anh em sinh đôi. Nhà trường cần chọn một nhóm 3 học sinh trong 50 học sinh trên dự Đại hội cháu ngoan Bác Hồ sao cho trong nhóm không có cặp anh em sinh đôi nào. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

**Câu 39:** Cho khai triển nhị thức  $(1+2x)^{12} = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$ . Hãy tìm số hạng  $a_k$  lớn nhất.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

**A.** Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ.

**B.** Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ.

**C.** Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ.

**D.** Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có

+ Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn.

+ Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ.

+ Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ.

+ Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ.

**Câu 2:** Nghiệm của phương trình  $\sin x = 1$  là

**A.**  $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . **B.**  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**C.**  $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**D.**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 3:** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh đi dự dạ hội của học sinh tỉnh. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

**A.** 605

**B.** 325

**C.** 280

**D.** 45

**Lời giải**

**Chọn A**

Chọn một học sinh nam trong 280 học sinh nam có 280 cách chọn

Chọn một học sinh nữ trong 325 học sinh nữ có 325 cách chọn

Vậy có  $280 + 325 = 605$  cách chọn.

**Câu 4:** Nam muốn qua nhà Mẫn để cùng Mẫn đi đến nhà Hải. Từ nhà Nam đến nhà Mẫn có 3 con đường đi, từ nhà Mẫn đến nhà Hải có 6 con đường đi. Hỏi Nam có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Hải?

**A.** 9.

**B.** 3.

**C.** 18.

**D.** 20

**Lời giải:**

**Chọn C**

Từ nhà Nam đến nhà Mẫn có 3 con đường

Từ nhà Mẫn đến nhà Hải có 6 con đường

Vậy có:  $3 \cdot 6 = 18$  cách.

**Câu 5:** Muốn xếp 5 người vào 5 ghế thành 1 một hàng ngang có bao nhiêu cách xếp?

**A.** 5.

**B.** 10.

**C.** 60.

**D.** 120

**Lời giải**

**Chọn D**

Xếp 5 người vào 5 ghế có  $5! = 120$  cách.

**Câu 6:** Một đoàn thanh niên Phường An Hòa có 15 người. Có bao nhiêu cách chọn 3 người để phân công trưởng đoàn, phó đoàn, thành viên để tham gia tiếp sức cùng các cán bộ ở các điểm cách ly?

A. 15!.

B.  $C_{15}^3$ .

C.  $A_{15}^3$ .

D.  $A_{15}^{12}$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**

Chọn ra 3 người trong 15 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau có:  $A_{15}^3$  cách

**Câu 7:** Với  $k$  và  $n$  là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn  $k \leq n$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

B.  $C_n^k = \frac{n!}{k!}$ .

C.  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

D.  $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Với  $k$  và  $n$  là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn  $k \leq n$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

**Câu 8:** Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 6 mặt hai lần. Xét biến cố  $A$ : “Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau”. Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $n(A) = 16$ .

B.  $n(A) = 12$ .

C.  $n(A) = 6$ .

D.  $n(A) = 36$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi cặp số  $(x; y)$  là số chấm xuất hiện ở hai lần gieo.

Xét biến cố  $A$ : “Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau”.

Các kết quả biến cố  $A = \{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4); (5;5); (6;6)\}$ .

Suy ra  $n(A) = 6$ .

**Câu 9:** Cho  $A, B$  là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

B.  $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$ .

C.  $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$ .

D.  $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì  $A, B$  là hai biến cố xung khắc nên  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

**Câu 10:** Cho dãy số  $u_n$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{2n+1}{n}$ . Tính giá trị của  $u_5$ .

A.  $u_5 = 5$ .

B.  $u_5 = 11$ .

C.  $u_5 = \frac{11}{5}$ .

D.  $u_5 = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $u_5 = \frac{2 \cdot 5 + 1}{5} = \frac{11}{5}$ .

**Câu 11:** Dãy số nào sau đây là dãy số tăng?

A.  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$ .

B.  $-1; -2; -3; -4; -5$ .

C.  $0,1^1; 0,1^2; 0,1^3; 0,1^4; 0,1^5$ .

D.  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Dãy số  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$  thỏa mãn tính chất  $u_{n+1} > u_n$  nên nó là dãy số tăng.

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $u_n$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$ . Lúc đó, số hạng tổng quát  $u_n$  là

A.  $u_n = u_1 + n + 1 d$ . B.  $u_n = u_1 + d$ . C.  $u_n = u_1 + n - 1 d$ . D.  $u_n = u_1 + nd$ .

Lời giải

**Chọn A**

Cấp số cộng  $u_n$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  có số hạng tổng quát là  $u_n = u_1 + n + 1 d$ .

**Câu 13:** Cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$ , công sai  $d = 5$ , số hạng thứ tư là

A.  $u_4 = 23$ . B.  $u_4 = 18$ . C.  $u_4 = 8$ . D.  $u_4 = 14$ .

Lời giải

**Chọn B**

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng, ta có  $u_4 = u_1 + 3d = 3 + 5 \cdot 3 = 18$ .

**Câu 14:** Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

A. 1; 2; 3; 4; 5. B. 1; 2; 4; 8; 16. C. 1; -1; 1; -1; 1. D. 1; -2; 4; -8; 16.

Lời giải

**Chọn A**

Dãy 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân với công bội  $q = 2$ .

Dãy 1; -1; 1; -1; 1 là cấp số nhân với công bội  $q = -1$ .

Dãy 1; -2; 4; -8; 16 là cấp số nhân với công bội  $q = -2$ .

Dãy 1; 2; 3; 4; 5 là cấp số cộng với công sai  $d = 1$ .

**Câu 15:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Số hạng thứ sáu của  $(u_n)$  là:

A.  $u_6 = 160$ . B.  $u_6 = -320$ . C.  $u_6 = -160$ . D.  $u_6 = 320$ .

Lời giải

**Chọn C**

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân, ta có  $u_6 = u_1 q^5 = 5 \cdot (-2)^5 = -160$ .

**Câu 16:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho  $\overrightarrow{AB}(3; -4)$  và điểm  $C(1; -2)$ . Ảnh của điểm C trong phép tịnh tiến  $T_{\overrightarrow{AB}}$  là

A.  $(4; -6)$ . B.  $(-4; 6)$ . C.  $(-4; -6)$ . D.  $(-2; 2)$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có :  $T_{\overrightarrow{AB}}(C) = C' = (x'; y')$

Lúc đó:  $\begin{cases} x' = x + a = 3 + 1 = 4 \\ y' = y + b = -4 - 2 = -6 \end{cases}$

**Câu 17:** Cách xác định một mặt phẳng duy nhất là:

A. Ba điểm phân biệt.

B. Một điểm và một đường thẳng.

C. Hai đường thẳng cắt nhau.

D. Bốn điểm bất kì.

**Lời giải**

**Chọn C**

+ A sai vì trong trường hợp ba điểm phân biệt thẳng hàng thì sẽ có vô số mặt phẳng chứa ba điểm thẳng hàng đó.

+ B sai vì điểm thuộc đường thẳng đã cho, khi đó ta chỉ có một đường thẳng. Lúc đó có vô số mặt phẳng đi qua đường thẳng đó.

+ D sai vì trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm không đồng phẳng thì sẽ không tạo được mặt phẳng nào cùng đi qua cả 4 điểm.

**Câu 18:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

D. Không có mặt phẳng nào chứa cả hai đường thẳng  $a$  và  $b$  thì ta nói  $a$  và  $b$  chéo nhau.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đáp án A sai vì hai đường thẳng đó có thể trùng nhau.

Đáp án B sai vì nếu hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng có thể song song hoặc chéo nhau.

Đáp án C sai vì hai đường thẳng đó có thể cắt nhau, trùng nhau hoặc song song với nhau.

**Câu 19:** Trong không gian cho đường thẳng  $d$  không nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu  $d$  cắt đường thẳng  $d_1$  nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  song song với  $(\alpha)$ .

B. Nếu  $d$  cắt đường thẳng  $d_1$  không nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  song song với  $(\alpha)$ .

C. Nếu  $d$  song song với đường thẳng  $d'$  nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  song song với  $(\alpha)$ .

D. Nếu  $d$  song song với đường thẳng  $d'$  không nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  song song với  $(\alpha)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào nội dung định lí 1 sách giáo khoa trang 61 thì mệnh đề ở đáp án C là đúng, các mệnh đề ở đáp án A, B, D là sai. Vậy chọn đáp án C.

**Câu 20:** Trong không gian cho hình lăng trụ  $(H)$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Các mặt bên của  $(H)$  là các đa giác bằng nhau.

B. Các cạnh bên của  $(H)$  bằng nhau và song song với nhau.

C. Hai đáy của  $(H)$  là hai đa giác nằm trong hai mặt phẳng song song.

D. Hai đáy của  $(H)$  là hai đa giác bằng nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo tính chất của hình lăng trụ thì các mệnh đề ở các đáp án B, C, D là đúng và mệnh đề ở đáp án A là sai. Do đó chọn đáp án A.

**Câu 21:** Gọi  $x_0$  là một nghiệm của phương trình  $4\cos^2 2x - 3\cos 2x - 1 = 0$  trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $x_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ .      B.  $x_0 \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .  
C.  $x_0 \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ .      D.  $x_0 \in \left(-2; -\frac{3}{2}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$4\cos^2 2x - 3\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = k2\pi \\ 2x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right)$  phương trình  $4\cos^2 2x - 3\cos 2x - 1 = 0$  có các nghiệm

$$x_0 \in \left\{-\frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{4}\right); 0; \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}. \text{ Sử dụng máy tính cầm tay đổi 3 kết quả vừa tìm ra số}$$

thập phân ta được  $x_0 \approx -0,91$ ;  $x_0 = 0$ ;  $x_0 \approx 0,91$ .

Do đó chọn đáp án **B**.

**Câu 22:** Bạn An muốn đặt mật khẩu cho chiếc điện thoại của mình là một dãy gồm 4 ký tự khác nhau, mỗi ký tự là một chữ số (từ 1 đến 9). Hỏi bạn An có bao nhiêu cách đặt mật khẩu?

- A. 3024.      B. 126.      C. 6561.      D. 362880.

**Lời giải**

**Chọn A**

Số cách đặt mật khẩu là một chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử:  $A_9^4 = 3024$ .

**Câu 23:** Tìm giá trị của  $n$  biết  $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} = 1023$ .

- A. 10.      B. 9.      C. 12.      D. 11.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} = 1023$$

$$\Leftrightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 1024$$

$$\Leftrightarrow 2^n = 2^{10} \Leftrightarrow n = 10$$

**Câu 24:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^5$  trong khai triển nhị thức Newton của  $(x+2)^{12}$ .

- A.  $C_{12}^3 2^3$ .      B.  $C_{12}^9 2^9$ .      C.  $C_{12}^7 2^7$ .      D.  $C_{12}^5 2^5$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Áp dụng công thức nhị thức Newton ta có: } (x+2)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{12-k} \cdot 2^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^{12-k}.$$

$$12 - k = 5 \Leftrightarrow k = 7. \text{ Hệ số cần tìm: } C_{12}^7 2^7.$$

**Câu 25:** Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

- A.  $\{NN, NS, SN, SS\}$ .  
 B.  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$ .  
 C.  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$ .  
 D.  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 26:** Gieo 3 con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc đó bằng nhau:

- A.  $\frac{5}{36}$                       B.  $\frac{1}{9}$                       C.  $\frac{1}{18}$                       D.  $\frac{1}{36}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Phép thử: Gieo ba con súc sắc cân đối và đồng chất

Ta có  $n(\Omega) = 6^3 = 216$

Biến cố A: Số chấm trên ba súc sắc bằng nhau

$$n(A) = 6$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{36}.$$

**Câu 27:** Gieo đồng tiền hai lần. Xác suất để sau hai lần gieo thì mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần là:

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{1}{3}$

**Lời giải**

**Chọn C**

Số phần tử không gian mẫu:  $n(\Omega) = 2.2 = 4$

Biến cố xuất hiện mặt sấp ít nhất một lần:  $A = \{SN; NS; SS\}$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{4}.$$

**Câu 28:** Xét tính bị chặn của dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$ .

- A. Bị chặn.                      B. Không bị chặn.                      C. Bị chặn trên.                      D. Bị chặn dưới.

**Lời giải**

**Chọn A**

Với  $n \in \mathbb{N}^*$  ta có  $u_n = \frac{2n+1}{n+2} > 0$  nên dãy số bị chặn dưới bởi 0

Lại có  $u_n = \frac{2n+1}{n+2} = \frac{2(n+2)-3}{n+2} = 2 - \frac{3}{n+2} < 2$  nên dãy số bị chặn trên bởi 2

Vậy dãy số bị chặn.

**Câu 29:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5; d = 3$ . Số 103 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

A. Thứ 16.

B. Thứ 21.

C. Thứ 36.

**D. Thứ 37.**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 103 = -5 + (n-1)3 \Leftrightarrow n = 37$ .

**Câu 30:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3; q = -2$ . Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân là

A.  $S_{10} = -511$ .

B.  $S_{10} = -1025$ .

C.  $S_{10} = 1025$ .

**D.  $S_{10} = 1023$ .**

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1-q^{10}}{1-q} = (-3) \cdot \frac{1-(-2)^{10}}{1-(-2)} = 1023$ .

**Câu 31:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-2;5), M(1;3)$ . Tìm ảnh của  $M$  qua phép vị tự tâm  $A$  tỉ số  $-3$ .

A.  $M'(-7;11)$ .

B.  $M'(7;1)$ .

C.  $M'(11;11)$ .

**D.  $M'(-11;11)$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Gọi  $M'(x';y')$  là ảnh của  $M$  qua phép vị tự tâm  $A$  tỉ số  $-3$ .

Ta có: 
$$\begin{cases} \overrightarrow{AM'} = (x'+2; y'-5) \\ \overrightarrow{AM} = (3; -2) \end{cases}$$

Theo định nghĩa phép vị tự ta có:  $\overrightarrow{AM'} = -3\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} x'+2 = -3 \cdot 3 = -9 \\ y'-5 = -3 \cdot (-2) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -11 \\ y' = 11 \end{cases}$

Vậy  $M'(-11;11)$ .

**Câu 32:** Trong không gian cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABJ), (CDI)$  là

A.  $AJ$ .

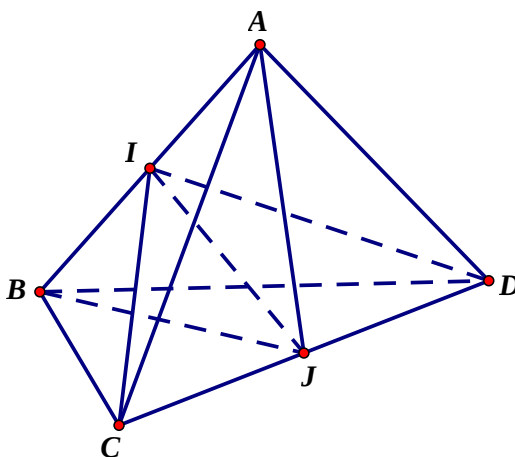
B.  $DI$ .

**C.  $IJ$ .**

D.  $CI$ .

Lời giải

**Chọn C**



Ta có:



$$\begin{cases} I \in AB \subset (ABJ) \\ I \in (CDI) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABJ) \cap (CDI).$$

$$\begin{cases} J \in (ABJ) \\ J \in CD \subset (CDI) \end{cases} \Rightarrow J \in (ABJ) \cap (CDI).$$

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABJ), (CDI)$  là  $IJ$ .

**Câu 33:** Trong không gian cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SA$ ,  $N$  là điểm trên cạnh  $SB$  sao cho  $SN = 2NB$ ,  $P$  là điểm trên cạnh  $SC$  sao cho  $SC = 3PC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $MN \parallel AB$ .

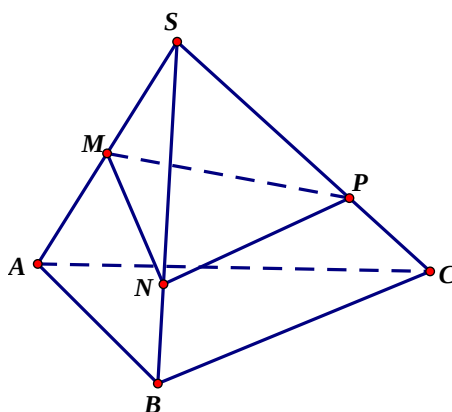
B.  $NP \parallel BC$ .

C.  $MN \parallel SC$ .

D.  $MP \parallel AC$ .

Lời giải

Chọn B



Ta có:  $\frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow NP \parallel BC$

**Câu 34:** Cho hình chóp  $SABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SB$  và  $SC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GMN)$  và  $(ABC)$  là đường thẳng

A. qua  $M$  và song song với  $BC$ .

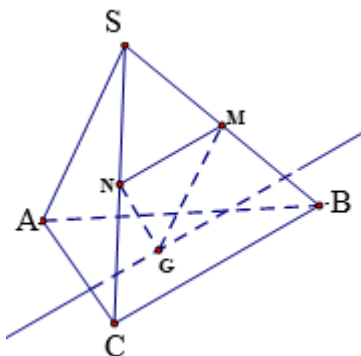
B. Qua  $N$  và song song với  $SB$ .

C. qua  $G$  và song song với  $BC$ .

D. qua  $G$  và song song với  $SC$ .

Lời giải

Chọn B



Ta có  $MN$  là đường trung bình tam giác  $SBC$  nên  $MN \parallel BC$ .

Xét hai mặt phẳng  $(GMN)$  và  $(ABC)$ . Ta có:

$$\begin{cases} G \in (GMN) \cap (ABC) \\ MN // BC \\ MN \subset (GMN) \\ BC \subset (ABC) \end{cases}$$

Do đó, hai mặt phẳng  $(GMN)$  và  $(ABC)$  cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng đi qua  $G$  và song song với  $BC$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, P$  theo thứ tự là trung điểm của  $SC, SD$  và  $AB$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $(NOM)$  trùng  $(OPM)$ .

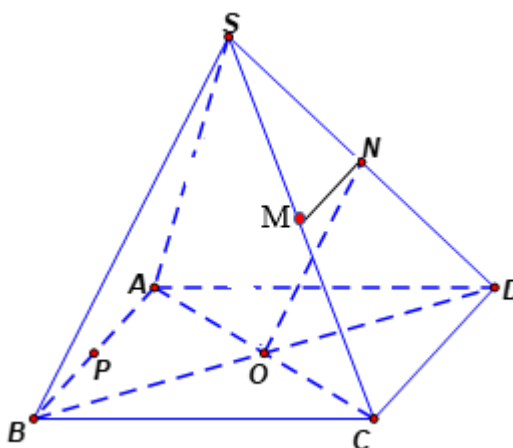
B.  $(MON) // (SBC)$ .

C.  $(PON) \cap (MNP) = NP$ .

D.  $(MON) // (SAB)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có:  $\begin{cases} MN // CD \\ CD // AB \end{cases} \Rightarrow MN // AB.$

Xét hai mặt phẳng  $(MON)$  và  $(SAB)$ .

Ta có:  $\begin{cases} MN // AB \\ ON // SB \end{cases}$

Mà  $SA \cap AB = \{A\}$  và  $MN \cap ON = \{N\}$ .

Do đó  $(MNO) // (SAB)$ .

## II) TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để phương trình  $\sin^2 x + \sin x \cos x = m$  có nghiệm.

**Lời giải**

$$\sin^2 x + \sin x \cos x = m \Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1}{2} \sin 2x = m \Leftrightarrow 1 - \cos 2x + \sin 2x = 2m$$

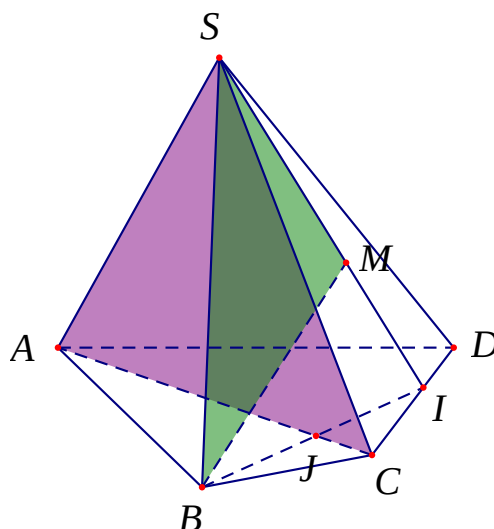
$$\Leftrightarrow -\cos 2x + \sin 2x = 2m - 1.$$

Điều kiện để phương trình có nghiệm là:

$$(-1)^2 + 1^2 \geq (2m - 1)^2 \Leftrightarrow 2 \geq (2m - 1)^2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq 2m - 1 \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow m \in \left[ \frac{1 - \sqrt{2}}{2}; \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \right].$$

**Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  là một điểm ở trong tam giác  $SCD$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SBM)$  và  $(SAC)$ .

**Lời giải**



Gọi  $SM$  cắt  $CD$  tại  $I$ ,  $BI$  cắt  $AC$  tại  $J$ .

+)  $S$  là điểm chung của mặt phẳng  $(SBM)$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .

+)  $\begin{cases} J \in BI, BI \subset (SBM) \\ J \in AC, AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow J$  là điểm chung khác  $S$  của mặt phẳng  $(SBM)$  và mặt phẳng  $(SAC)$ . Vậy  $(SBM) \cap (SAC) = SJ$ .

**Câu 38:** Một trường tiểu học có 50 học sinh đạt danh hiệu cháu ngoan Bác Hồ, trong đó có bốn cặp anh em sinh đôi. Nhà trường cần chọn một nhóm 3 học sinh trong 50 học sinh trên dự Đại hội cháu ngoan Bác Hồ sao cho trong nhóm không có cặp anh em sinh đôi nào. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

**Lời giải**

Để chọn một nhóm 3 học sinh sao cho không có cặp em học sinh sinh đôi nào ta có các TH sau:

- TH1: Trong nhóm 3 người có 1 người trong bốn cặp sinh đôi.

Chọn 1 người trong bốn cặp sinh đôi có 8 cách chọn người thứ nhất, có  $50 - 8 = 42$  cách chọn người thứ 2 và có 41 cách chọn người thứ 3.

Vậy có  $8.42.41 = 13776$  cách chọn.

- TH2: Trong nhóm 3 người có 2 người trong bốn cặp sinh đôi.

Chọn 1 người trong bốn cặp sinh đôi có 8 cách chọn người thứ nhất, chọn 1 người trong ba cặp sinh đôi còn lại có 6 cách chọn người thứ hai, có  $50 - 8 - 6 = 36$  cách chọn người thứ 3.

Vậy có  $8.6.36 = 1728$  cách chọn.

- TH3: Trong nhóm 3 người có 3 người trong bốn cặp sinh đôi.

Chọn 1 người trong bốn cặp sinh đôi có 8 cách chọn người thứ nhất, chọn 1 người trong ba cặp sinh đôi còn lại có 6 cách chọn người thứ hai, chọn 1 người trong hai cặp sinh đôi còn lại có 4 cách chọn người thứ ba.

Vậy có  $8.6.4 = 192$  cách chọn

- TH4: Trong nhóm 3 người không có ai trong bốn cặp sinh đôi.

Có 42 cách chọn người thứ nhất, 41 cách chọn người thứ hai và 40 cách chọn người thứ ba.

Vậy có  $42.41.40 = 68880$  cách chọn.

Tóm lại có:  $13776 + 1728 + 192 + 68880 = 72176$  cách chọn

**Câu 39:** Cho khai triển nhị thức  $(1+2x)^{12} = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$ . Hãy tìm số hạng  $a_k$  lớn nhất.

**Lời giải**

Ta có:  $(1+2x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \cdot 1^{12-k} \cdot (2x)^k = \sum_{k=0}^{12} 2^k C_{12}^k x^k \Rightarrow a_k = 2^k C_{12}^k$

$a_k$  là hệ số lớn nhất của khai triển  $\Rightarrow \begin{cases} a_k \geq a_{k-1} \\ a_k \geq a_{k+1} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^k C_{12}^k \geq 2^{k-1} C_{12}^{k-1} \\ 2^k C_{12}^k \geq 2^{k+1} C_{12}^{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2^k \cdot 12!}{k!(12-k)!} \geq \frac{2^{k-1} \cdot 12!}{(k-1)!(13-k)!} \\ \frac{2^k \cdot 12!}{k!(12-k)!} \geq \frac{2^{k+1} \cdot 12!}{(k+1)!(11-k)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{k} \geq \frac{1}{13-k} \\ \frac{1}{12-k} \geq \frac{2}{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{23}{3} \leq k \leq \frac{26}{3}$$

Vì  $k \in \mathbb{N}, k \in [0;12]$  nên  $k = 8$ .

Vậy  $\max a_k = a_8 = 2^8 \cdot C_{12}^8 = 126720$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 07

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là

- A.  $\mathbb{R}$ . B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . C.  $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . D.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 2:** Xét hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $[-\pi; 0]$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$  và  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .  
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ ; nghịch biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .  
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ ; đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .  
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$  và  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

**Câu 3:** Đồ thị của hàm số nào sau đây nhận trục tung làm trục đối xứng?

- A.  $y = \cos x$ . B.  $y = \sin x$ . C.  $y = \tan x$ . D.  $y = \cot x$ .

**Câu 4:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{1 + \cos 2x}$  bằng

- A.  $\sqrt{2}$ . B. 1. C. 0. D. 2.

**Câu 5:** Phương trình  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  có tập nghiệm là

- A.  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . B.  $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 C.  $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . D.  $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 6:** Số nghiệm của phương trình  $\cos 2x = -\frac{1}{2}$  thuộc đoạn  $[-\pi; \pi]$  là

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

**Câu 7:** Phương trình  $\sin 2x - \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$  có tập nghiệm là

- A.  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . B.  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 C.  $S = \left\{ \frac{\pi}{9} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . D.  $S = \left\{ \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 8:** Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình  $4\sin^4 x + 12\cos^2 x = 7$  trên đường tròn lượng giác là?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

**Câu 9:** Biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình  $\sin 3x - \sin x = 0$  trên đường tròn lượng giác ta được bao nhiêu điểm?

- A. 2. B. 6. C. 4. D. 3.

**Câu 10:** Nếu đặt  $t = \cos x$  thì phương trình  $\cos 2x - 3\cos x - 4 = 0$  trở thành phương trình nào sau đây?

**A.**  $2t^2 + 3t + 3 = 0$ .      **B.**  $2t^2 + 3t - 3 = 0$ .      **C.**  $2t^2 - 3t - 5 = 0$ .      **D.**  $2t^2 - 3t - 3 = 0$ .

**Câu 11:** Phương trình  $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1$  tương đương với phương trình nào sau đây?

**A.**  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ .      **B.**  $\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{1}{2}$ .      **C.**  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$ .      **D.**  $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .

**Câu 12:** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ .

**A.**  $M = -2$ .      **B.**  $M = -3$ .      **C.**  $M = 3$ .      **D.**  $M = 1$ .

**Câu 13:** Nghiệm của phương trình  $\cos^2 x - \sin x \cos x = 0$  là

**A.**  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .      **B.**  $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .  
**C.**  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .      **D.**  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 14:** Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình  $2 \cos^2 x + 5 \cos x + 3 = 0$  trên đường tròn lượng giác là

**A.** 4.      **B.** 3.      **C.** 2.      **D.** 1.

Suy ra có duy nhất 1 vị trí biểu diễn nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

**Câu 15:** Một tổ học sinh có 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh của tổ để tham ra một buổi lao động?

**A.**  $C_5^4 + C_7^4$ .      **B.**  $4!$ .      **C.**  $A_{12}^4$ .      **D.**  $C_{12}^4$ .

**Câu 16:** Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là?

**A.** 545.      **B.** 462.      **C.** 455.      **D.** 456.

**Câu 17:** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7. Lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau từ những chữ số đó?

**A.** 840.      **B.** 360.      **C.** 320.      **D.** 2401.

**Câu 18:** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số sao cho chữ số sau luôn lớn hơn chữ số trước?

**A.** 56.      **B.** 1680.      **C.** 490.      **D.** 126.

**Câu 19:** Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có các chữ số khác nhau?

**A.** 64.      **B.** 40.      **C.** 36.      **D.** 24.

**Câu 20:** Đa thức  $P(x) = 243x^5 - 405x^4 + 270x^3 - 90x^2 + 15x - 1$  là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

**A.**  $(1 - 3x)^5$ .      **B.**  $(1 + 3x)^5$ .      **C.**  $(x - 1)^5$ .      **D.**  $(3x - 1)^5$ .

**Câu 21:** Một nhóm học sinh có 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Từ nhóm học sinh này ta chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất để trong ba học sinh được chọn có cả nam và nữ.

**A.**  $1 - \frac{C_7^3}{C_{13}^3}$ .      **B.**  $1 - \frac{C_6^3}{C_{13}^3}$ .      **C.**  $\frac{C_6^2 C_7^1 + C_6^1 C_7^2}{C_{13}^3}$ .      **D.**  $\frac{C_6^3 + C_7^3}{C_{13}^3}$ .

**Câu 22:** Cho dãy số  $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n + 1}$ . Tính  $u_{11}$ .

**A.**  $u_{11} = \frac{182}{12}$ .      **B.**  $u_{11} = \frac{1142}{12}$ .      **C.**  $u_{11} = \frac{1422}{12}$ .      **D.**  $u_{11} = \frac{71}{6}$ .

**Câu 23:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = -1$  và  $S_{23} = 483$ . Công sai của cấp số cộng là:

**A.**  $d = 3$ .      **B.**  $d = 4$ .      **C.**  $d = -2$ .      **D.**  $d = 2$ .

- Câu 24:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 2\sqrt{5}$  và công sai  $d = \sqrt{5}$ . Số hạng  $u_{12}$  bằng:  
**A.**  $11\sqrt{5}$ . **B.**  $14\sqrt{5}$ . **C.**  $12\sqrt{5}$ . **D.**  $13\sqrt{5}$ .
- Câu 25:** Một cấp số nhân có  $u_3 = 3, u_6 = 81$ . Hỏi 729 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân?  
**A.** 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 10.
- Câu 26:** Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau  
**A.** Phép tịnh tiến không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kì.  
**B.** Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.  
**C.** Phép tịnh tiến biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.  
**D.** Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
- Câu 27:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(1;3)$ . Phép tịnh tiến theo vector  $\vec{v} = (-2;1)$  biến điểm  $B$  thành điểm  $A$ . Tọa độ của điểm  $B$  là  
**A.**  $B(-3;-2)$ . **B.**  $B(4;-1)$ . **C.**  $B(-1;4)$ . **D.**  $B(3;2)$ .
- Câu 28:** Cho tam giác  $ABC$  có diện tích bằng 2020. Khi đó diện tích của tam giác  $A'B'C'$  là ảnh của tam giác  $ABC$  qua phép quay tâm  $O$  góc lượng giác  $\alpha$  bằng  
**A.**  $2018 + \alpha$ . **B.**  $\frac{2019}{\alpha}$ . **C.**  $2020\alpha$ . **D.** 2020.
- Câu 29:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $A(-1;0)$ . Điểm nào sau đây có ảnh là  $A$  qua phép quay  $Q_{\left(O, \frac{-\pi}{2}\right)}$ ?  
**A.**  $B(0;-1)$ . **B.**  $B(1;0)$ . **C.**  $B(0;1)$ . **D.**  $B(-1;0)$ .
- Câu 30:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho phép vị tự tâm  $I(2;3)$  tỉ số  $k = -2$  biến điểm  $M(-7;2)$  thành  $M'$  có tọa độ là?  
**A.**  $M'(-10;2)$ . **B.**  $M'(20;5)$ . **C.**  $M'(18;2)$ . **D.**  $M'(-10;5)$ .
- Câu 31:** Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?  
**A.** Ba điểm phân biệt. **B.** Một điểm và một đường thẳng.  
**C.** Hai đường thẳng cắt nhau. **D.** Bốn điểm phân biệt.
- Câu 32:** Cho các mệnh đề:  
 1.  $a // b, b \subset (P) \Rightarrow a // (P)$ .  
 2.  $a // (P), a \subset (Q)$  với  $\forall (Q)$  và  $(Q) \cap (P) = b \Rightarrow b // a$ .  
 3. Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.  
 4. Nếu  $a, b$  là hai đường thẳng chéo nhau thì có vô số mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$ .  
 Số mệnh đề đúng là:  
**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 33:** Phát biểu nào sau đây đúng?  
**A.** Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng đồng phẳng.  
**B.** Hai đường thẳng chéo nhau nếu chúng đồng phẳng.  
**C.** Hai đường thẳng cắt nhau nếu chúng không đồng phẳng.  
**D.** Hai đường song song nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- Câu 34:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = a, CD = b$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc  $BC$  sao cho  $BM = 2CM$ . mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  song song với  $AB$  và  $CD$  cắt tứ diện theo thiết diện có chu vi bằng

- A.  $\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b$ .      B.  $\frac{4}{3}a + \frac{2}{3}b$ .      C.  $\frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b$ .      D.  $\frac{2}{3}a + \frac{4}{3}b$

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình bình hành.  $M$  là điểm di động trên cạnh  $SC$  ( $M$  không trùng  $S$  và  $C$ ). Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $AM$ , song song với  $BD$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là giao điểm của mặt phẳng  $(\alpha)$  với  $SB, SD$ . Tính giá trị của  $T = \frac{SB}{SE} + \frac{SD}{SF} - \frac{SC}{SM}$ .

- A.  $T = \frac{4}{3}$ .      B.  $T = \frac{3}{2}$ .      C.  $T = 1$ .      D.  $T = 2$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Giải phương trình:  $3\cos x + 4\sin x + \frac{6}{3\cos x + 4\sin x + 1} = 6$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ ,  $M$  là trung điểm của  $AD$  và  $K$  là trung điểm  $BC$ . Tìm giao điểm  $I$  của  $MG$  và mặt phẳng  $(BCD)$ . Tính tỉ số  $\frac{ID}{IK}$ .

**Câu 38:** Từ các số  $0, 1, 2, \dots, 8$  có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà có 3 chữ số chẵn, 2 số lẻ và hai số 2, 3 không đồng thời có mặt.

**Câu 39:** Cho khai triển  $(1 + 2x + 3x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$ . Tìm hệ số của  $x^5$  trong khai triển trên biết rằng  $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2n} = 30233600$ .

----- HẾT -----



**BẢNG ĐÁP ÁN TN**

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| D  | C  | A  | A  | C  | B  | D  | A  | B  | C  | A  | D  | D  | D  | D  | C  | C  | A  |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |    |
| A  | D  | C  | D  | D  | D  | A  | B  | D  | D  | A  | B  | C  | C  | D  | B  | C  |    |

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**TRẮC NGHIỆM:**

**Câu 1:** [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là

A.  $\mathbb{R}$ . B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . D.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Lời giải**

Điều kiện xác định  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 2:** [Mức độ 1] Xét hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $[-\pi; 0]$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$  và  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ ; nghịch biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ ; đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$  và  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

**Lời giải**

Từ lý thuyết về các hàm số lượng giác cơ bản ta có hàm số  $y = \sin x$  nghịch biến trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$

và đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

**Câu 3:** [Mức độ 1] Đồ thị của hàm số nào sau đây nhận trục làm trục đối xứng?

A.  $y = \cos x$ .

B.  $y = \sin x$ .

C.  $y = \tan x$ .

D.  $y = \cot x$ .

**Lời giải**

Ta có hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn nên đồ thị của nó nhận trục làm trục đối xứng.

**Câu 4:** [Mức độ 1] Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{1 + \cos 2x}$  bằng

A.  $\sqrt{2}$ .

B. 1.

C. 0.

D. 2.

**Lời giải**

Ta có:  $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \cos 2x + 1 \leq 2 \Rightarrow \sqrt{\cos 2x + 1} \leq \sqrt{2}$ .

**Câu 5:** [Mức độ 1] Phương trình  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  có tập nghiệm là

A.  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D.  $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Ta có  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

**Câu 6:** [Mức độ 2] Số nghiệm của phương trình  $\cos 2x = -\frac{1}{2}$  thuộc đoạn  $[-\pi; \pi]$  là

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Ta có  $\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

+ Với  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  ta có  $-\pi \leq \frac{\pi}{3} + k\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{4\pi}{3} \leq k\pi \leq \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} \leq k \leq \frac{2}{3}, k \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow k \in \{-1; 0\}$ . Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn  $[-\pi; \pi]$ .

+ Với  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  ta có  $-\pi \leq -\frac{\pi}{3} + k\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq k\pi \leq \frac{4\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{4}{3}, k \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow k \in \{0; 1\}$ . Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn  $[-\pi; \pi]$ .

Do đó phương trình có 4 nghiệm thuộc đoạn  $[-\pi; \pi]$ .

**Câu 7:** [Mức độ 1] Phương trình  $\sin 2x - \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$  có tập nghiệm là

A.  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B.  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C.  $S = \left\{ \frac{\pi}{9} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D.  $S = \left\{ \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

$\sin 2x - \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} - x + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{3} + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 8:** [Mức độ 2] Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình  $4\sin^4 x + 12\cos^2 x = 7$  trên đường tròn lượng giác là?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Ta có:

$4\sin^4 x + 12\cos^2 x = 7 \Leftrightarrow 4\sin^4 x + 12 - 12\sin^2 x - 7 = 0$

$$\Leftrightarrow 4\sin^4 x - 12\sin^2 x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 x = \frac{1}{2} \\ \sin^2 x = \frac{5}{2} \text{ (VN)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy có 4 vị trí biểu diễn nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

**Câu 9:** [Mức độ 2] Biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình  $\sin 3x - \sin x = 0$  trên đường tròn lượng giác ta được bao nhiêu điểm?

- A. 2.                      B. 6.                      C. 4.                      D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin 3x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$\Rightarrow$  Biểu diễn tất cả các nghiệm trên đường tròn lượng giác ta được 6 điểm.

**Câu 10:** [Mức độ 2] Nếu đặt  $t = \cos x$  thì phương trình  $\cos 2x - 3\cos x - 4 = 0$  trở thành phương trình nào sau đây?

- A.  $2t^2 + 3t + 3 = 0$ .                      B.  $2t^2 + 3t - 3 = 0$ .                      C.  $2t^2 - 3t - 5 = 0$ .                      D.  $2t^2 - 3t - 3 = 0$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos 2x - 3\cos x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 - 3\cos x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x - 5 = 0.$$

Nên khi đặt  $t = \cos x$  thì phương trình trở thành  $2t^2 - 3t - 5 = 0$ .

**Câu 11:** [Mức độ 1] Phương trình  $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$  tương đương với phương trình nào sau đây?

- A.  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ .                      B.  $\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{1}{2}$ .                      C.  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$ .                      D.  $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{3}\sin x - \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$

**Câu 12:** [Mức độ 3] Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ .

- A.  $M = -2$ .                      B.  $M = -3$ .                      C.  $M = 3$ .                      D.  $M = 1$ .

Lời giải

Ta có  $\sin x + \cos x + 2 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Biến đổi hàm số về dạng phương trình ta được:

$$y(\sin x + \cos x + 2) = \sin x + 2\cos x + 1 \Leftrightarrow (y-1)\sin x + (y-2)\cos x = 1 - 2y. \quad (1)$$

$$\text{Phương trình (1) có nghiệm khi: } (y-1)^2 + (y-2)^2 \geq (1-2y)^2 \Leftrightarrow 2y^2 + 2y - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 1.$$

Vậy giá trị lớn nhất  $M = 1$ .

**Câu 13:** [Mức độ 2] Nghiệm của phương trình  $\cos^2 x - \sin x \cos x = 0$  là

- A.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .                      B.  $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .  
C.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .                      D.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

Lời giải

Ta có  $\cos^2 x - \sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x (\cos x - \sin x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \cos x \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}.$$

**Câu 14:** [Mức độ 2] Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình  $2\cos^2 x + 5\cos x + 3 = 0$  trên đường tròn lượng giác là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2\cos^2 x + 5\cos x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Suy ra có duy nhất 1 vị trí biểu diễn nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

**Câu 15:** [Mức độ 1] Một tổ học sinh có 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh của tổ để tham ra một buổi lao động?

- A.  $C_5^4 + C_7^4$ . B.  $4!$ . C.  $A_{12}^4$ . D.  $C_{12}^4$ .

Lời giải

Tổng số học sinh của tổ là:  $5 + 7 = 12$ .

Số cách cách chọn 4 học sinh của tổ để tham ra một buổi lao động là tổ hợp chập 4 của 12 phần tử:  $C_{12}^4$ .

**Câu 16:** [Mức độ 2] Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là?

- A. 545. B. 462. C. 455. D. 456.

Lời giải

Chọn 5 học sinh bất kỳ từ tổ 11 học sinh có số cách chọn là  $C_{11}^5$ .

Số cách chọn 5 học sinh mà chỉ toàn nữ hoặc toàn nam là  $C_5^5 + C_6^5$ .

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là  $C_{11}^5 - (C_5^5 + C_6^5) = 455$ .

**Câu 17:** [Mức độ 1] Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7. Lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau từ những chữ số đó?

- A. 840. B. 360. C. 320. D. 2401.

Lời giải

Giả sử các số lập được có dạng  $\overline{abcd}$ .

Trường hợp 1:  $d = 0$

$abc$  có  $A_6^3 = 120$  cách chọn.

Trường hợp 2:  $d \neq 0$

$d$  có 2 cách chọn.

$abc$  có  $5.A_5^2$  cách chọn.

Áp dụng quy tắc nhân, trường hợp 2 có:  $2.5.A_5^2 = 200$

Vậy có:  $200 + 120 = 320$  số.

**Câu 18:** [Mức độ 2] Cho các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7,8. Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số sao cho chữ số sau luôn lớn hơn chữ số trước?

**A. 56.**

**B. 1680.**

**C. 490.**

**D. 126.**

**Lời giải**

Giả sử các số lập được có dạng  $\overline{abcde}$ .

Để thấy các chữ số đều khác chữ số 0.

Số cách chọn 5 chữ số khác nhau từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8 là:  $C_8^5$  cách.

Với mỗi bộ 5 chữ số đó, có duy nhất một số thỏa mãn chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước.

Vậy có:  $C_8^5 = 56$  số thỏa mãn điều kiện bài toán.

**Câu 19:** [Mức độ 1] Từ các chữ số 1;2;3;4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có các chữ số khác nhau?

**A. 64.**

**B. 40.**

**C. 36.**

**D. 24.**

**Lời giải**

TH 1: Lập các số có một chữ số: có  $C_4^1 = 4$  số.

TH2: Lập các số có hai chữ số khác nhau: có  $A_4^2 = 12$  số.

TH3: Lập các số có ba chữ số khác nhau: có  $A_4^3 = 24$  số.

TH4: Lập các số có bốn chữ số khác nhau: có  $P_4 = 24$  số.

Vậy lập được tất cả:  $4 + 24 + 24 + 12 = 64$  số.

**Câu 20:** [Mức độ 1] Đa thức  $P(x) = 243x^5 - 405x^4 + 270x^3 - 90x^2 + 15x - 1$  là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

**A.  $(1-3x)^5$ .**

**B.  $(1+3x)^5$ .**

**C.  $(x-1)^5$ .**

**D.  $(3x-1)^5$ .**

**Lời giải**

Nhận thấy  $P(x)$  có dấu đan xen nên loại đáp án

**B.** Hệ số của  $x^5$  bằng

243 nên loại đáp án **C.**

Khai triển số hạng đầu tiên là  $243x^5$  nên loại đáp án **A.**

**Câu 21:** [Mức độ 2] Một nhóm học sinh có 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Từ nhóm học sinh này ta chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất để trong ba học sinh được chọn có cả nam và nữ.

**A.  $1 - \frac{C_7^3}{C_{13}^3}$ .**

**B.  $1 - \frac{C_6^3}{C_{13}^3}$ .**

**C.  $\frac{C_6^2 C_7^1 + C_6^1 C_7^2}{C_{13}^3}$ .**

**D.  $\frac{C_6^3 + C_7^3}{C_{13}^3}$ .**

**Lời giải**

Số phần tử không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_{13}^3$ .

Gọi  $A$  là biến cố trong ba học sinh được chọn có cả nam và nữ.

+Trường hợp 1: 2 nam và 1 nữ, ta có số cách chọn là  $C_6^2 C_7^1$ .

+ Trường hợp 2: 1 nam và 2 nữ, ta có số cách chọn là  $C_6^1 C_7^2$ .

Số phần tử của  $A$  là:  $n(A) = C_6^2 C_7^1 + C_6^1 C_7^2$

Vậy xác suất cần tìm là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^2 C_7^1 + C_6^1 C_7^2}{C_{13}^3}$

**Câu 22:** [Mức độ 1] Cho dãy số  $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n + 1}$ . Tính  $u_{11}$ .

- A.  $u_{11} = \frac{182}{12}$ .      B.  $u_{11} = \frac{1142}{12}$ .      C.  $u_{11} = \frac{1422}{12}$ .      D.  $u_{11} = \frac{71}{6}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } u_{11} = \frac{11^2 + 2 \cdot 11 - 1}{11 + 1} = \frac{71}{6}.$$

**Câu 23:** [Mức độ 2] Cho cấp số cộng có  $u_1 = -1$  và  $S_{23} = 483$ . Công sai của cấp số cộng là:

- A.  $d = 3$ .      B.  $d = 4$ .      C.  $d = -2$ .      D.  $d = 2$ .

**Lời giải**

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có: } S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[u_1 + u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$$

$$\text{Vậy: } S_{23} = \frac{23(2u_1 + 22d)}{2} \Leftrightarrow 483 = \frac{23(-2 + 22d)}{2} \Leftrightarrow d = 2.$$

**Câu 24:** [Mức độ 1] Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 2\sqrt{5}$  và công sai  $d = \sqrt{5}$ . Số hạng  $u_{12}$  bằng:

- A.  $11\sqrt{5}$ .      B.  $14\sqrt{5}$ .      C.  $12\sqrt{5}$ .      D.  $13\sqrt{5}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_{12} = 2\sqrt{5} + 11\sqrt{5} = 13\sqrt{5}.$$

**Câu 25:** [Mức độ 2] Một cấp số nhân có  $u_3 = 3, u_6 = 81$ . Hỏi 729 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân?

- A. 8.      B. 7.      C. 9.      D. 10.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_3 = 3 \\ u_6 = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^2 = 3 \\ u_1 q^5 = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ q = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{1}{3} \cdot 3^{n-1} = 3^{n-2}.$$

$$\text{Vậy } u_n = 729 \Leftrightarrow 3^{n-2} = 729 \Leftrightarrow n-2 = 6 \Leftrightarrow n = 8.$$

**Câu 26:** [Mức độ 1] Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

- A. Phép tịnh tiến không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kì.  
B. Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.  
C. Phép tịnh tiến biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.  
D. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

**Lời giải**

Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

**Câu 27:** [Mức độ 2] Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(1;3)$ . Phép tịnh tiến theo vector  $\vec{v} = (-2;1)$  biến điểm  $B$  thành điểm  $A$ . Tọa độ của điểm  $B$  là

- A.  $B(-3;-2)$ .      B.  $B(4;-1)$ .      C.  $B(-1;4)$ .      D.  $B(3;2)$ .

**Lời giải**

Gọi  $B(x;y)$

$$\text{Ta có } T_{\vec{v}}(B) = A \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = -2 \\ 3-y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow B(3;2). \text{ Chọn D}$$

**Câu 28:** [Mức độ 1] Cho tam giác  $ABC$  có diện tích bằng 2020. Khi đó diện tích của tam giác  $A'B'C'$  là ảnh của tam giác  $ABC$  qua phép quay tâm  $O$  góc lượng giác  $\alpha$  bằng

- A.  $2018 + \alpha$ . B.  $\frac{2019}{\alpha}$ . C.  $2020\alpha$ . D. 2020.

**Lời giải**

Phép quay tâm  $O$  góc lượng giác  $\alpha$  biến tam giác thành tam giác bằng nó. Do đó diện tích của tam giác  $A'B'C'$  bằng diện tích của tam giác  $ABC$ . **Chọn D**

**Câu 29:** [Mức độ 2] Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm  $A(-1;0)$ . Điểm nào sau đây có ảnh là  $A$  qua phép quay  $Q_{\left(0, \frac{-\pi}{2}\right)}$ ?

- A.  $B(0;-1)$ . B.  $B(1;0)$ . C.  $B(0;1)$ . D.  $B(-1;0)$ .

**Lời giải**

Gọi  $B$  là điểm có ảnh là  $A$ .

$Q_{\left(0, \frac{-\pi}{2}\right)}(B) = (A)$ . Khi đó ta có

$$\begin{cases} x_A = x_B \cos\left(\frac{-\pi}{2}\right) - y_B \sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) \\ y_A = x_B \sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) + y_B \cos\left(\frac{-\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -y_B \cdot (-1) \\ 0 = x_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_B = -1 \\ x_B = 0 \end{cases}$$

Vậy  $B(0;-1)$ .

**Câu 30:** [Mức độ 2] Trong mặt phẳng Oxy, cho phép vị tự tâm  $I(2;3)$  tỉ số  $k = -2$  biến điểm  $M(-7;2)$  thành  $M'$  có tọa độ là?

- A.  $M'(-10;2)$ . B.  $M'(20;5)$ . C.  $M'(18;2)$ . D.  $M'(-10;5)$ .

**Lời giải**

$$V_{(I; k=-2)}(M) = M'$$

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} x_{M'} = -2(-7-2) + 2 = 20 \\ y_{M'} = -2(2-3) + 3 = 5 \end{cases}$$

Vậy  $M'(20;5)$ .

**Câu 31:** [Mức độ 1] Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm phân biệt. B. Một điểm và một đường thẳng.  
C. Hai đường thẳng cắt nhau. D. Bốn điểm phân biệt.

**Lời giải**

**Chọn C**

Khẳng định A là sai. Ba điểm phân biệt không thẳng hàng mới xác định một mặt phẳng duy nhất.  
Khẳng định B sai. Điểm không nằm trên đường thẳng mới xác định một mặt phẳng duy nhất.  
Khẳng định C đúng.

Khẳng định D sai.

**Câu 32:** [Mức độ 2] Cho các mệnh đề:

- $a // b, b \subset (P) \Rightarrow a // (P)$ .
- $a // (P), a \subset (Q)$  với  $\forall (Q)$  và  $(Q) \cap (P) = b \Rightarrow b // a$ .
- Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

4. Nếu  $a, b$  là hai đường thẳng chéo nhau thì có vô số mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$ .

Số mệnh đề đúng là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

1.  $a // b, b \subset (P) \Rightarrow a // (P)$  **sai**, vì có thể  $a \subset (P)$  thì  $a$  không song song với  $(P)$ .

2.  $a // (P), a \subset (Q)$  với  $\forall (Q)$  và  $(Q) \cap (P) = b \Rightarrow b // a$  **đúng**

3. Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó, **đúng**

4. Nếu  $a, b$  là hai đường thẳng chéo nhau thì có vô số mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$ , **sai** vì chỉ có một mặt phẳng.

Câu 33: [Mức độ 1] Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng đồng phẳng.

B. Hai đường thẳng chéo nhau nếu chúng đồng phẳng.

C. Hai đường thẳng cắt nhau nếu chúng không đồng phẳng.

D. Hai đường song song nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.

Lời giải

Sử dụng định nghĩa vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Câu 34: [Mức độ 4] Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = a, CD = b$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc  $BC$  sao cho  $BM = 2CM$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  song song với  $AB$  và  $CD$  cắt tứ diện theo thiết diện có chu vi bằng

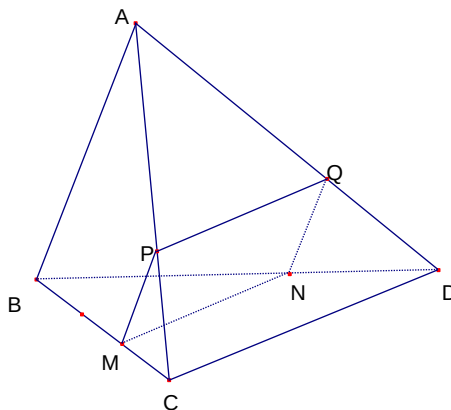
A.  $\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b$ .

B.  $\frac{4}{3}a + \frac{2}{3}b$ .

C.  $\frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b$ .

D.  $\frac{2}{3}a + \frac{4}{3}b$ .

Lời giải.



Ta có

$$\left. \begin{array}{l} M \in (BCD) \cap (P) \\ CD // (P) \\ CD \subset (BCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (P) \cap (BCD) = M_x // CD.$$

Trong mặt phẳng  $(BCD)$ . Gọi  $N = M_x \cap AD \Rightarrow MN // CD$ .

$$\left. \begin{array}{l} N \in (ABD) \cap (P) \\ AB // (P) \\ AB \subset (ABD) \end{array} \right\} \Rightarrow (P) \cap (ABD) = N_y // AB.$$



Trong mặt phẳng  $(ABD)$ . Gọi  $Q = N_y \cap AD \Rightarrow NQ // AB$ .

$$\left. \begin{array}{l} M \in (ABC) \cap (P) \\ AB // (P) \\ CD \subset (BCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (P) \cap (ABC) = M_y // AB.$$

Trong mặt phẳng  $(ABC)$ . Gọi  $P = M_x \cap AD \Rightarrow MP // CD$ .

Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng  $(P)$  là  $MNQP$ .

Vì  $MP // AB // NQ, MN // CD // PQ \Rightarrow MNQP$  là hình bình hành.

$$\text{Vì } MM // CD \Rightarrow \frac{BN}{BD} = \frac{BM}{BC} = \frac{MN}{CD} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN = \frac{2}{3}b.$$

$$\text{Vì } MP // AB \Rightarrow \frac{CM}{CB} = \frac{CP}{CA} = \frac{MP}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MP = \frac{1}{3}a.$$

$$\text{Chu vi của hình bình hành } MNQP: C = 2\frac{2}{3}b + 2\frac{1}{3}a = \frac{4}{3}a + \frac{2}{3}b.$$

**Câu 35:** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình bình hành.  $M$  là điểm di động trên cạnh  $SC$  ( $M$  không trùng  $S$  và  $C$ ). Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $AM$ , song song với  $BD$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là giao điểm của mặt phẳng  $(\alpha)$  với  $SB, SD$ . Tính giá trị của  $T = \frac{SB}{SE} + \frac{SD}{SF} - \frac{SC}{SM}$ .

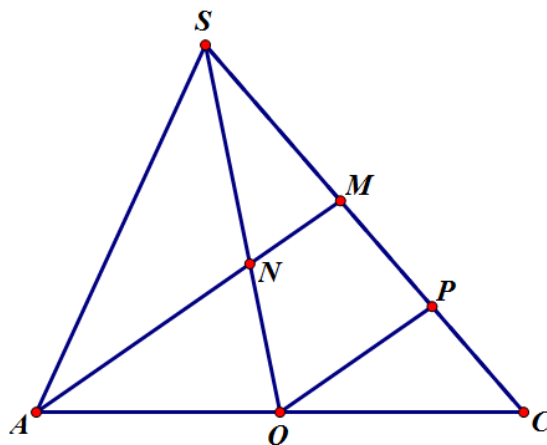
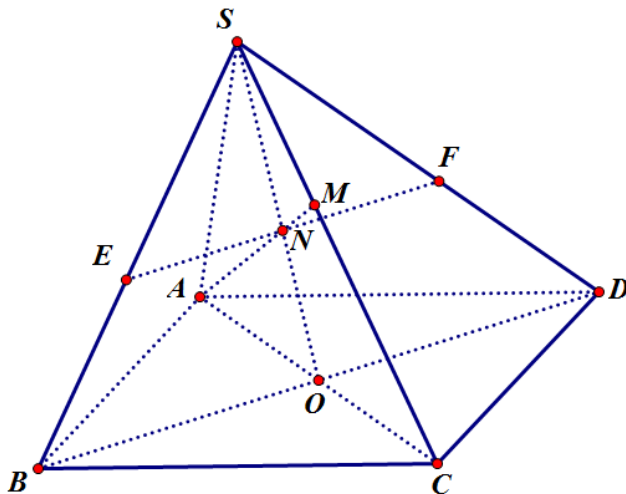
**A.**  $T = \frac{4}{3}$ .

**B.**  $T = \frac{3}{2}$ .

**C.**  $T = 1$ .

**D.**  $T = 2$ .

**Lời giải**



Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Trong mặt phẳng  $(SAC)$ , gọi  $N$  là giao điểm của  $SO$  và  $AM$ . Dễ thấy, giao tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là đường thẳng đi qua  $N$  và song song với  $BD$ . Kẻ đường thẳng đi qua  $N$  và song song với  $BD$  cắt  $SB, SD$  tại  $E, F$ .

$$\text{Ta có: } \frac{SB}{SE} = \frac{SD}{SF} = \frac{SO}{SN} \Rightarrow T = \frac{SB}{SE} + \frac{SD}{SF} - \frac{SC}{SM} = \frac{2SO}{SN} - \frac{SC}{SM}.$$

Gọi  $P$  là trung điểm của đoạn  $CM$  thì  $OP // AM$ .

$$\text{Ta có: } \frac{SO}{SN} = \frac{SP}{SM} = \frac{SM + \frac{MC}{2}}{SM} = 1 + \frac{MC}{2SM} \Rightarrow \frac{MC}{SM} = 2\left(\frac{SO}{SN} - 1\right).$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{SC}{SM} = \frac{SM + MC}{SM} = 1 + \frac{MC}{SM} = 1 + 2\left(\frac{SO}{SN} - 1\right) \Rightarrow \frac{2SO}{SN} - \frac{SC}{SM} = 1.$$

Vậy  $T = 1$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Giải phương trình:  $3\cos x + 4\sin x + \frac{6}{3\cos x + 4\sin x + 1} = 6$

**Lời giải**

$$3\cos x + 4\sin x + \frac{6}{3\cos x + 4\sin x + 1} = 6$$

$$\Leftrightarrow 3\cos x + 4\sin x + 1 + \frac{6}{3\cos x + 4\sin x + 1} = 7.$$

Đặt  $t = 3\cos x + 4\sin x + 1$ ,  $t \neq 0$ .

Phương trình đã cho trở thành  $t + \frac{6}{t} = 7$ .

$$\Leftrightarrow t^2 - 7t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 6 \end{cases}.$$

$$\textcircled{*} \text{ Với } t = 1 \Rightarrow 3\cos x + 4\sin x + 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{5}\cos x + \frac{4}{5}\sin x = 0.$$

Đặt  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ;  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ , ta có:  $\sin(x + \alpha) = 0 \Leftrightarrow x + \alpha = k\pi \Leftrightarrow x = -\alpha + k\pi$ .

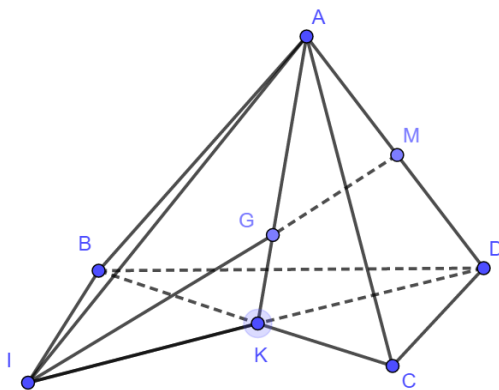
$$\textcircled{*} \text{ Với } t = 6 \Rightarrow 3\cos x + 4\sin x + 1 = 6 \Leftrightarrow \frac{3}{5}\cos x + \frac{4}{5}\sin x = 1.$$

Đặt  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ;  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ , ta có:  $\sin(x + \alpha) = 1 \Leftrightarrow x + \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - \alpha + k2\pi$ .

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{ -\alpha + k\pi; \frac{\pi}{2} - \alpha + k2\pi \right\}$ .

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ ,  $M$  là trung điểm của  $AD$  và  $K$  là trung điểm  $BC$ . Tìm giao điểm  $I$  của  $MG$  và mặt phẳng  $(BCD)$ . Tính tỉ số  $\frac{ID}{IK}$ .

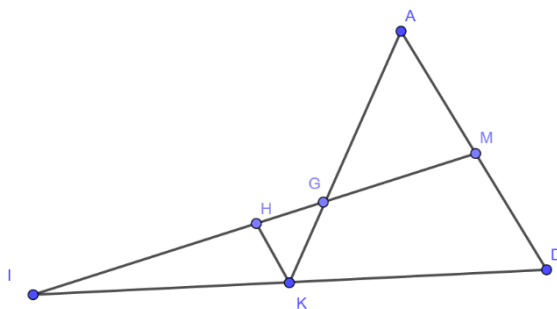
**Lời giải**



♦ Dễ thấy  $D, K$  là hai điểm chung của hai mặt phẳng  $(AGD)$  và  $(BCD)$ .

Do đó, giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AGD)$  và  $(BCD)$  chính là  $DK$ .

♦ Trong mặt phẳng  $(AKD)$  có  $\frac{AG}{AK} \neq \frac{AM}{AD}$  nên  $MG$  cắt  $DK$  tại  $I$ , do đó  $I$  là giao điểm của  $MG$  và mặt phẳng  $(BCD)$ .



♦ Kẻ  $KH \parallel AD$ . Ta có  $\frac{HK}{MD} = \frac{HK}{AM} = \frac{GK}{AG} = \frac{1}{2}$  suy ra  $HK$  là đường trung bình tam giác  $IMD$

nên  $K$  là trung điểm  $ID$ . Hay  $\frac{ID}{IK} = 2$ .

**Câu 38:** Từ các số  $0, 1, 2, \dots, 8$  có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà có 3 chữ số chẵn, 2 số lẻ và hai số 2, 3 không đồng thời có mặt.

### Lời giải

**Th1:**  $\overline{abcde}$  kể cả số 0 đứng đầu và có 3 số chẵn, 2 số lẻ

Chọn 3 số chẵn trong 5 số chẵn  $0; 2; 4; 6; 8$  có  $C_5^3$  cách

Chọn 2 số lẻ trong 4 số lẻ  $1; 3; 5; 7$  có  $C_4^2$  cách

Xếp 5 số trên vào 5 vị trí có:  $5!$  cách

**Th2:**  $\overline{0bcde}$  mà có 3 số chẵn, 2 số lẻ

Chọn 2 số chẵn trong 4 số chẵn  $0; 2; 4; 6; 8$  có  $C_4^2$  cách

Chọn 2 số lẻ trong 4 số lẻ  $1; 3; 5; 7$  có  $C_4^2$  cách

Xếp 4 số trên vào 4 vị trí có:  $4!$  cách

Vậy th1 và th2 có:  $C_5^3.C_4^2.5! - C_4^2.C_4^2.4! = 6336$  ( số )

**Th3:**  $\overline{abcde}$  kể cả số 0 đứng đầu mà có 3 số chẵn, 2 số lẻ và hai số 2,3 đồng thời có mặt

Chọn 2 số chẵn trong 4 số chẵn 0;4;6;8 có  $C_4^2$  cách

Chọn 1 số lẻ trong 3 số lẻ 1;5;7 có  $C_3^1$  cách

Xếp 5 số trên vào 5 vị trí có:  $5!$  cách

**Th4:**  $\overline{0bcde}$  mà có 3 số chẵn, 2 số lẻ và hai số 2,3 đồng thời có mặt

Chọn 1 số chẵn trong 3 số chẵn 4;6;8 có  $C_3^1$  cách

Chọn 1 số lẻ trong 3 số lẻ 1;5;7 có  $C_3^1$  cách

Xếp 4 số trên vào 4 vị trí có:  $4!$  cách

Vậy th3 và th4 ta có:  $C_4^2.C_3^1.5! - C_3^1.C_3^1.4! = 1944$  ( số )

Vậy kết quả bài toán:  $6336 - 1944 = 4392$ .

**Câu 39:** Cho khai triển  $(1+2x+3x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$ . Tìm hệ số của  $x^5$  trong khai triển trên biết rằng  $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2n} = 30233600$ .

**Lời giải**

Ta có:  $(1+2x+3x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$

Cho  $x=1 \Rightarrow a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2n} = 6^n$  (1)

$x=-1 \Rightarrow a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{2n} = 2^n$  (2)

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được:  $2(a_0 + a_2 + \dots + a_{2n}) = 6^n + 2^n$

$\Rightarrow 2.30233600 = 6^n + 2^n \Rightarrow n=10$

Ta có:  $(1+2x+3x^2)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x+3x^2)^k = \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^k C_{10}^k C_k^i 2^{k-i} 3^i x^{k+i}$

Ta cần tìm hệ số của số hạng trong khai triển chứa  $x^5$  nên suy ra  $\begin{cases} k+i=5 \\ 0 \leq k \leq 10 \\ 0 \leq i \leq k \\ i, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Ta có bảng giá trị:

|     |   |   |   |
|-----|---|---|---|
| $i$ | 0 | 1 | 2 |
| $k$ | 5 | 4 | 3 |

Nên có các cặp nghiệm  $(i; k)$  thoả mãn hệ là  $(0; 5), (1; 4), (2; 3)$

Vậy hệ số của số hạng chứa  $x^5$  là:  $C_{10}^5.C_5^0.2^5 + C_{10}^4.C_4^1.2^3.3 + C_{10}^3.C_3^2.2.3^2 = 34704$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 08

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Hàm số nào sau đây xác định với mọi  $x$  ?

- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \tan x$ .      C.  $y = \cot x$ .      D.  $y = \frac{1+2\cos x}{\sin x}$ .

**Câu 2:** Số nghiệm thực của phương trình  $2\cos x - 1 = 0$  trên đoạn  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$  là

- A. 11.      B. 12.      C. 20.      D. 21.

**Câu 3:**  $6! - P_5$  bằng

- A. 720.      B. 600.      C. 120.      D. 300.

**Câu 4:** Ông A vào một cửa hàng tạp hóa để mua một chiếc bút bi. Cô chủ cửa hàng cho ông A biết cửa hàng chỉ còn 6 chiếc bút bi mực đỏ, 7 chiếc bút bi mực xanh và 3 chiếc bút bi mực đen. Hỏi ông A có bao nhiêu cách chọn một chiếc bút để mua?

- A. 7.      B. 16.      C. 126.      D. 13.

**Câu 5:** Cho tập hợp  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ . Từ các phần tử của tập  $A$  có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 134.      B. 1433.      C. 1344.      D. 143.

**Câu 6:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi?

- A.  $6!4!$ .      B.  $10!$ .      C.  $6! - 4!$ .      D.  $6! + 4!$ .

**Câu 7:** Có bao nhiêu cách chia 10 người thành 3 nhóm  $I, II, III$  lần lượt có 5 người, 3 người và 2 người?

- A.  $C_{10}^5 + C_5^3 + C_2^2$ .      B.  $C_{10}^5 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2$ .      C.  $A_{10}^5 \cdot A_5^3 \cdot A_2^2$ .      D.  $A_{10}^5 + A_5^3 + A_2^2$ .

**Câu 8:** Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con thì  $n(\Omega)$  bằng bao nhiêu?

- A. 140608.      B. 156.      C. 132600.      D. 22100.

**Câu 9:** Cho  $A$  là biến cố chắc chắn. Xác suất của  $A$  bằng

- A. 1.      B. 0.      C.  $\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = 2n - 3$  với  $n \geq 1$ . Số hạng thứ 2 trong dãy số là

- A. 4.      B. 3.      C. 2.      D. 1.

**Câu 11:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -1$ ,  $u_{n+1} = u_n + 3$ ,  $\forall n \geq 1$ . Số hạng  $u_2$  bằng?

- A. 5.      B. 4.      C. 2.      D. 1.

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$ ,  $u_6 = 27$ . Công sai  $d$  là

- A.  $d = 7$ .      B.  $d = 5$ .      C.  $d = 8$ .      D.  $d = 6$ .

**Câu 13:** Cho  $x < 0$  thỏa mãn  $x+1$ ,  $2$ ,  $x^2 - 3$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $x \in [-1; 0)$ .      B.  $x \in [-2; -1)$ .      C.  $x \in [-4; -3)$ .      D.  $x \in [-3; -2)$ .

**Câu 14:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -\frac{1}{2}$ ;  $u_7 = -32$ . Tìm  $q$ ?

- A.  $q = \pm \frac{1}{2}$ .      B.  $q = \pm 2$ .      C.  $q = \pm 4$ .      D.  $q = \pm 1$ .

- Câu 15:** Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 3; 9; 27; 81; ... Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số nhân đã cho.
- A.  $u_n = 3^{n-1}$ .      B.  $u_n = 3^n$ .      C.  $u_n = 3^{n+1}$ .      D.  $u_n = 3 + 3^n$ .
- Câu 16:** Trong mặt phẳng, với các điểm  $A, B$  và vector  $\vec{u}$  bất kì, gọi các điểm  $A', B'$  lần lượt là ảnh của  $A, B$  qua phép tịnh tiến vector  $\vec{u}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$ .      B.  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ .      C.  $\overrightarrow{A'B'} = \vec{u}$ .      D.  $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{BA}$ .
- Câu 17:** Cho mp  $(P)$  và đường thẳng  $d \subset (P)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Nếu  $A \notin d$  thì  $A \notin (P)$ .  
 B. Nếu  $A \in (P)$  thì  $A \in d$ .  
 C.  $\forall A, A \in d \Rightarrow A \in (P)$ .  
 D. Nếu 3 điểm  $A, B, C \in (P)$  và  $A, B, C$  thẳng hàng thì  $A, B, C \in d$ .
- Câu 18:** Số mặt của hình lăng trụ tam giác là
- A. 3.      B. 4.      C. 5.      D. 6.
- Câu 19:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.  
 B. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.  
 C. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không điểm chung.  
 D. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
- Câu 20:** Cho đường thẳng  $d$  song song với mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Đường thẳng  $d$  song song với một đường thẳng nào đó trong  $(P)$ .  
 B. Đường thẳng  $d$  song song với mọi đường thẳng trong  $(P)$ .  
 C. Đường thẳng  $d$  song song với hai đường thẳng cắt nhau trong  $(P)$ .  
 D. Đường thẳng  $d$  song song với nhiều nhất một đường thẳng trong  $(P)$ .
- Câu 21:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 3\cos x - 5$  là
- A. -2.      B. 3.      C. -5.      D. -8.
- Câu 22:** Có bao nhiêu số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $A_n^3 + 5A_n^2 = 2(n+15)$ ?
- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.
- Câu 23:** Trong khai triển  $(2x-5y)^8$ , hệ số của số hạng chứa  $x^5.y^3$  là
- A. -224000.      B. -40000.      C. -8960.      D. -4000.
- Câu 24:** Số hạng chứa  $x^{31}$  trong khai triển  $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$  là
- A.  $-C_{40}^{37}x^{31}$ .      B.  $C_{40}^3x^{31}$ .      C.  $C_{40}^2x^{31}$ .      D.  $C_{40}^4x^{31}$ .
- Câu 25:** Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất của biến cố  $A$ : “Mặt sấp xuất hiện hai lần”.
- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{2}{3}$ .      C.  $\frac{3}{4}$ .      D.  $\frac{1}{4}$ .

- Câu 26:** Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Tính xác suất của biến cố  $A$ : “thẻ được lấy ghi số chẵn”.
- A.  $\frac{2}{5}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 27:** Có hai hộp bút chì màu. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh là
- A.  $\frac{17}{36}$ .                      B.  $\frac{5}{12}$ .                      C.  $\frac{7}{12}$ .                      D.  $\frac{19}{36}$ .
- Câu 28:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n+1}{2n+3}$ . Tìm số hạng thứ  $n+1$  của dãy số trên.
- A.  $u_{n+1} = \frac{n+2}{2n+5}$ .                      B.  $u_{n+1} = \frac{n+2}{2n+3}$ .                      C.  $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n+5}$ .                      D.  $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n+3}$ .
- Câu 29:** Xác định số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_9 = 5u_2$  và  $u_{13} = 2u_6 + 5$ .
- A.  $u_1 = 3$  và  $d = 4$ .                      B.  $u_1 = 3$  và  $d = 5$ .                      C.  $u_1 = 4$  và  $d = 5$ .                      D.  $u_1 = 4$  và  $d = 3$ .
- Câu 30:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$ . Tìm  $u_1$ , biết rằng  $u_1 \leq 100$ .
- A.  $u_1 = 16$ .                      B.  $u_1 = 2$ .                      C.  $u_1 = -16$ .                      D.  $u_1 = -2$ .
- Câu 31:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C)$  có phương trình  $x^2 + (y-1)^2 = 4$  và điểm  $A(4; -2)$ . Tìm phương trình đường tròn  $(C')$  đối xứng với  $(C)$  qua  $A$ .
- A.  $(x+8)^2 + (y-5)^2 = 4$ .                      B.  $(x-8)^2 + (y+5)^2 = 4$ .  
C.  $(x-8)^2 + (y+5)^2 = 16$ .                      D.  $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$ .
- Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC, CD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $ABN$  là
- A. đường thẳng  $MN$ .  
B. đường thẳng  $AM$ .  
C. đường thẳng  $BG$  ( $G$  là trọng tâm tam giác  $ACD$ ).  
D. đường thẳng  $AH$  ( $H$  là trực tâm tam giác  $ACD$ ).
- Câu 33:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G, E$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $ABD, ABC$ . Gọi  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AEG)$  và  $(BCD)$ . Đường thẳng  $\Delta$  song song với đường thẳng nào dưới đây?
- A. Đường thẳng  $AD$ .                      B. Đường thẳng  $BC$ .                      C. Đường thẳng  $BD$ .                      D. Đường thẳng  $CD$ .



- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Trên các cạnh  $AC, SC$  lấy lần lượt các điểm  $I, K$  sao cho  $\frac{SC}{SK} = \frac{AC}{AI}$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $IK$ , cắt các đường thẳng  $AB, AD, SD, SB$  tại các điểm theo thứ tự là  $M, N, P, Q$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.**  $MQ$  và  $NP$  cắt nhau.  
**B.** Tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.  
**C.** Tứ giác  $MNPQ$  không có cặp cạnh nào song song.  
**D.**  $MQ \parallel NP$ .
- Câu 35:** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G_1, G_2$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $SAB, SCD$ . Xét các khẳng định sau:  
 (I)  $G_1G_2 \parallel (SBC)$ . (II)  $G_1G_2 \parallel (SAD)$ .  
 (III)  $G_1G_2 \parallel (SAC)$ . (IV)  $G_1G_2 \parallel (ABD)$ .  
 Các khẳng định đúng là
- A.** I, II, IV.                      **B.** I, II, III.                      **C.** I, IV.                      **D.** III, IV.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (4 câu – 3,0 điểm)

- Câu 36:** Giải phương trình:  $4\sin^2 2x - 3\sin 4x + 2\cos^2 2x = 4$
- Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành có tâm  $O$ . Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAN$ . Chứng minh:  $OG \parallel (SBC)$ .
- Câu 38:** Có hai dãy ghế đối diện nhau mỗi dãy có 5 ghế. Có bao nhiêu cách xếp 5 nam và 5 nữ vào hai dãy ghế trên sao cho nam và nữ ngồi đối diện nhau.
- Câu 39:** Tìm hệ số của  $x^4$  trong khai triển  $(1+x^2)^4(1+x)^7$ .

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 1.A | 2.A | 3.B | 4.B | 5.C | 6.B | 7.B | 8.D | 9.A | 10.D |
| 1.C | 2.D | 3.D | 4.B | 5.B | 6.A | 7.C | 8.C | 9.B | 10.A |
| 1.A | 2.B | 3.A | 4.B | 5.D | 6.D | 7.D | 8.A | 9.A | 10.A |
| 1.B | 2.C | 3.D | 4.D | 5.A |     |     |     |     |      |

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** [Mức độ 1] Hàm số nào sau đây xác định với mọi  $x$ ?

**A.**  $y = \sin x$ .

**B.**  $y = \tan x$ .

**C.**  $y = \cot x$ .

**D.**  $y = \frac{1+2\cos x}{\sin x}$ .

Lời giải

Hàm số  $y = \sin x$  xác định  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \tan x$  xác định khi và chỉ khi  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Hàm số  $y = \cot x$  xác định khi và chỉ khi  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Hàm số  $y = \frac{1+2\cos x}{\sin x}$  xác định khi và chỉ khi  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 2:** [Mức độ 2] Số nghiệm thực của phương trình  $2\cos x - 1 = 0$  trên đoạn  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$  là

**A.** 11.

**B.** 12.

**C.** 20.

**D.** 21.

Lời giải

$$2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$+ \text{ Với } x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \text{ ta có } -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 10\pi \Leftrightarrow -\frac{11}{12} \leq k \leq \frac{29}{6}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow 0 \leq k \leq 4, k \in \mathbb{Z}. \text{ Do đó phương trình có 5 nghiệm thực trên } \left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right].$$

$$+ \text{ Với } x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \text{ ta có } -\frac{3\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 10\pi \Leftrightarrow -\frac{7}{12} \leq k \leq \frac{31}{6}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow 0 \leq k \leq 5, k \in \mathbb{Z}. \text{ Do đó phương trình có 6 nghiệm thực trên } \left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right].$$

+ Rõ ràng các nghiệm này khác nhau từng đôi một, vì

$$\frac{\pi}{3} + k2\pi = -\frac{\pi}{3} + k'2\pi \Leftrightarrow k' - k = \frac{1}{3} \text{ (vô lí do } k, k' \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vậy phương trình đã cho có 11 nghiệm thực trên đoạn } \left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right].$$

**Câu 3:** [Mức độ 1]  $6! - P_5$  bằng

**A.** 720.

**B.** 600.

**C.** 120.

**D.** 300.

Lời giải

Ta có  $6! - P_5 = 6! - 5! = 5.5! = 5.120 = 600$ .

**Câu 4:** [Mức độ 1] Ông A vào một cửa hàng tạp hóa để mua một chiếc bút bi. Cô chủ cửa hàng cho ông A biết cửa hàng chỉ còn 6 chiếc bút bi mực đỏ, 7 chiếc bút bi mực xanh và 3 chiếc bút bi mực đen. Hỏi ông A có bao nhiêu cách chọn một chiếc bút để mua?

- A. 7.                      B. 16.                      C. 126.                      D. 13.

Lời giải

- + Có 6 cách chọn một chiếc bút bi mực đỏ.
- + Có 7 cách chọn một chiếc bút bi mực xanh.
- + Có 3 cách chọn một chiếc bút bi mực đen.

Vậy theo qui tắc cộng có  $6 + 7 + 3 = 16$  cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 5:** [Mức độ 2] Cho tập hợp  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ . Từ các phần tử của tập  $A$  có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 134.                      B. 1433.                      C. 1344.                      D. 143.

Lời giải

Gọi số cần tìm là  $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ .

Vì  $x$  là số tự nhiên chẵn nên  $a_4 \in \{2; 4; 6; 8\}$ . Khi đó  $a_4$  có 4 cách chọn.

Chọn  $a_1$  có 8 cách.

Chọn  $a_2$  có 7 cách.

Chọn  $a_3$  có 6 cách.

Vậy theo quy tắc nhân có tất cả  $4.8.7.6 = 1344$  số thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 6:** [Mức độ 1] Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi?

- A.  $6!4!$ .                      B.  $10!$ .                      C.  $6! - 4!$ .                      D.  $6! + 4!$ .

Lời giải

Mỗi cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ là một hoán vị của 10 phần tử.

Vậy có  $10!$  cách xếp thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 7:** [Mức độ 2] Có bao nhiêu cách chia 10 người thành 3 nhóm  $I, II, III$  lần lượt có 5 người, 3 người và 2 người?

- A.  $C_{10}^5 + C_5^3 + C_2^2$ .                      B.  $C_{10}^5 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2$ .  
C.  $A_{10}^5 \cdot A_5^3 \cdot A_2^2$ .                      D.  $A_{10}^5 + A_5^3 + A_2^2$ .

Lời giải

Chọn 5 người vào nhóm  $I$ : có  $C_{10}^5$  cách.

Chọn 3 người vào nhóm  $II$ : có  $C_5^3$  cách.

Chọn 2 người còn lại vào nhóm  $III$ : có  $C_2^2$  cách.

Vậy theo qui tắc nhân có  $C_{10}^5 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2$  cách chia thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 8:** [Mức độ 1] Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tứ lơ khơ 52 con thì  $n(\Omega)$  bằng bao nhiêu?

- A. 140608.                      B. 156.                      C. 132600.                      D. 22100.

Lời giải

Ta có, mỗi cách rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tứ lơ khơ 52 con là một tổ hợp chập 3 của 52 phần tử.

Do đó,  $n(\Omega) = C_{52}^3 = 22100$ .

**Câu 9:** [Mức độ 1] Cho  $A$  là biến cố chắc chắn. Xác suất của  $A$  bằng

- A.** 1. **B.** 0. **C.**  $\frac{1}{2}$ . **D.**  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

Biến cố chắc chắn là biến cố nhất định sẽ xảy ra nên xác suất của nó bằng 1.

**Câu 10:** [Mức độ 1] Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = 2n - 3$  với  $n \geq 1$ . Số hạng thứ 2 trong dãy số là

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

Với  $u_n = 2n - 3$ ,  $n \geq 1$ . Ta có  $u_2 = 2 \cdot 2 - 3 = 1$ .

Khi đó số hạng thứ 2 trong dãy số là 1.

**Câu 11:** [Mức độ 1] Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -1$ ,  $u_{n+1} = u_n + 3$ ,  $\forall n \geq 1$ . Số hạng  $u_2$  bằng?

- A.** 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

Ta có:  $u_1 = -1$ ,  $u_2 = u_1 + 3 = -1 + 3 = 2$

**Câu 12:** [Mức độ 1] Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$ ,  $u_6 = 27$ . Công sai  $d$  là

- A.**  $d = 7$ . **B.**  $d = 5$ . **C.**  $d = 8$ . **D.**  $d = 6$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow d = \frac{u_6 - u_1}{5} = \frac{27 + 3}{5} = 6$ .

**Câu 13:** [Mức độ 2] Cho  $x < 0$  thỏa mãn  $x + 1$ ,  $2$ ,  $x^2 - 3$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.**  $x \in [-1; 0)$ . **B.**  $x \in [-2; -1)$ .  
**C.**  $x \in [-4; -3)$ . **D.**  $x \in [-3; -2)$ .

**Lời giải**

Ta có  $x + 1$ ,  $2$ ,  $x^2 - 3$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng nên

$$\frac{x+1+x^2-3}{2} = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Do  $x < 0$  nên  $x = -3 \in [-3; -2)$ .

**Câu 14:** [Mức độ 2] Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -\frac{1}{2}$ ;  $u_7 = -32$ . Tìm  $q$ ?

- A.**  $q = \pm \frac{1}{2}$ . **B.**  $q = \pm 2$ . **C.**  $q = \pm 4$ . **D.**  $q = \pm 1$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân  $u_n = u_1 q^{n-1}$  ( $n \in \mathbb{Z}, n \geq 2$ ) ta được:

$$u_7 = u_1 \cdot q^6 \text{ hay } -32 = -\frac{1}{2} \cdot q^6 \Leftrightarrow q^6 = 64 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = -2 \end{cases}.$$

**Câu 15:** [Mức độ 1] Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 3; 9; 27; 81; ... Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số nhân đã cho.

A.  $u_n = 3^{n-1}$ .

**B.  $u_n = 3^n$ .**

C.  $u_n = 3^{n+1}$ .

D.  $u_n = 3 + 3^n$ .

**Lời giải**

Cấp số nhân là: 3; 9; 27; 81; ...

Suy ra số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân lần lượt là: 
$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = \frac{9}{3} = 3 \end{cases}$$

Số hạng tổng quát của cấp số nhân đã cho là:  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$ .

**Câu 16:** [Mức độ 1] Trong mặt phẳng, với các điểm  $A, B$  và vectơ  $\vec{u}$  bất kì, gọi các điểm  $A', B'$  lần lượt là ảnh của  $A, B$  qua phép tịnh tiến vectơ  $\vec{u}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.  $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$ .**

B.  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ .

C.  $\overrightarrow{A'B'} = \vec{u}$ .

D.  $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{BA}$ .

**Lời giải**

Theo tính chất của phép tịnh tiến ta có  $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$ .

**Câu 17:** [Mức độ 1] Cho mp  $(P)$  và đường thẳng  $d \subset (P)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu  $A \notin d$  thì  $A \notin (P)$ .

B. Nếu  $A \in (P)$  thì  $A \in d$ .

**C.  $\forall A, A \in d \Rightarrow A \in (P)$ .**

D. Nếu 3 điểm  $A, B, C \in (P)$  và  $A, B, C$  thẳng hàng thì  $A, B, C \in d$ .

**Lời giải**

Ta có  $A \in d$  mà  $d \subset (P)$  nên  $A \in (P)$ .

**Câu 18:** [Mức độ 1] Số mặt của hình lăng trụ tam giác là

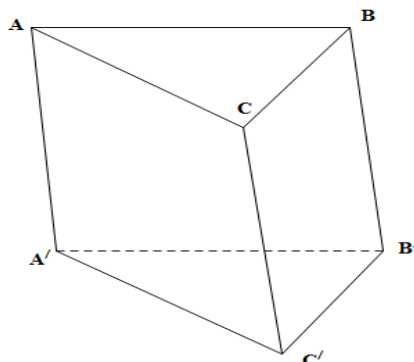
A. 3.

B. 4.

**C. 5.**

D. 6.

**Lời giải**



Hình lăng trụ tam giác gồm có 5 mặt:  $(ABC); (A'B'C'); (ACC'A'); (ABB'A'); (BCC'B')$ .

**Câu 19:** [Mức độ 1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.

**B. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.**

C. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không điểm chung.

D. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

**Lời giải**

A sai vì 2 đường thẳng cắt nhau thì chúng chỉ có 1 điểm chung.

C và D sai vì 2 đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng đồng phẳng và không có điểm chung.

Vậy **Chọn B**

**Câu 20:** [Mức độ 1] Cho đường thẳng  $d$  song song với mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Đường thẳng  $d$  song song với một đường thẳng nào đó trong  $(P)$ .  
**B.** Đường thẳng  $d$  song song với mọi đường thẳng trong  $(P)$ .  
**C.** Đường thẳng  $d$  song song với hai đường thẳng cắt nhau trong  $(P)$ .  
**D.** Đường thẳng  $d$  song song với nhiều nhất một đường thẳng trong  $(P)$ .

**Lời giải**

Theo định lí, nếu đường thẳng  $d$  song song với mặt phẳng  $(P)$  thì  $d$  không nằm trên mặt phẳng  $(P)$  và song song với một đường thẳng nào đó nằm trên  $(P)$ .

**Câu 21:** [Mức độ 1] Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 3\cos x - 5$  là

- A.** -2. **B.** 3. **C.** -5. **D.** -8.

**Lời giải**

$\forall x \in \mathbb{R}$ , ta có  $-1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos x \leq 3 \Leftrightarrow -3-5 \leq 3\cos x - 5 \leq 3-5 \Leftrightarrow -8 \leq y \leq -2$ . Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng -2, khi  $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 22:** [Mức độ 2] Có bao nhiêu số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $A_n^3 + 5A_n^2 = 2(n+15)$ ?

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

Điều kiện xác định  $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$ .

$$A_n^3 + 5A_n^2 = 2(n+15) \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 5 \frac{n!}{(n-2)!} = 2n+30.$$

$$\Leftrightarrow (n-2)(n-1)n + 5(n-1)n - 2n - 30 = 0.$$

$$\Leftrightarrow n^3 - 3n^2 + 2n + 5n^2 - 7n - 30 = 0 \Leftrightarrow n^3 + 2n^2 - 5n - 30 = 0 \Leftrightarrow n = 3.$$

Vậy có 1 giá trị của  $n$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 23:** [Mức độ 1] Trong khai triển  $(2x-5y)^8$ , hệ số của số hạng chứa  $x^5.y^3$  là

- A.** -224000. **B.** -40000. **C.** -8960. **D.** -4000.

**Lời giải**

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là

$$T_{k+1} = (-1)^k C_8^k \cdot (2x)^{8-k} (5y)^k = (-1)^k C_8^k \cdot 2^{8-k} 5^k \cdot x^{8-k} \cdot y^k.$$

Yêu cầu bài toán xảy ra khi  $k = 3$ . Khi đó hệ số của số hạng chứa  $x^5.y^3$  là -224000.

**Câu 24:** [Mức độ 2] Số hạng chứa  $x^{31}$  trong khai triển  $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$  là

- A.**  $-C_{40}^{37} x^{31}$ . **B.**  $C_{40}^3 x^{31}$ . **C.**  $C_{40}^2 x^{31}$ . **D.**  $C_{40}^4 x^{31}$ .

**Lời giải**

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển là } T_{k+1} = C_{40}^k \cdot x^{40-k} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{40}^k \cdot x^{40-3k}.$$

$$\text{Ta cần tìm } k \text{ sao cho: } 40-3k = 31 \Leftrightarrow 3k = 9 \Leftrightarrow k = 3.$$

$$\text{Vậy số hạng chứa } x^{31} \text{ trong khai triển là } C_{40}^3 \cdot x^{40-3 \cdot 3} = C_{40}^3 \cdot x^{31}.$$

**Câu 25:** [Mức độ 1] Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất của biến cố  $A$ : “Mặt sấp xuất hiện hai lần”.

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C.  $\frac{3}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có không gian mẫu  $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\} \Rightarrow n(\Omega) = 4$ .

Biến cố  $A = \{SS\} \Rightarrow n(A) = 1$ .

Vậy xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$ .

**Câu 26:** [Mức độ 1] Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Tính xác suất của biến cố  $A$ : “thẻ được lấy ghi số chẵn”.

- A.  $\frac{2}{5}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Không gian mẫu  $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 20\} \Rightarrow n(\Omega) = 20$ .

Biến cố  $A = \{2, 4, 6, \dots, 20\} \Rightarrow n(A) = 10$ .

Vậy xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 27:** [Mức độ 2] Có hai hộp bút chì màu. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh là

- A.  $\frac{17}{36}$ .                      B.  $\frac{5}{12}$ .                      C.  $\frac{7}{12}$ .                      D.  $\frac{19}{36}$ .

**Lời giải**

Số phần tử của không gian mẫu là:  $n(\Omega) = C_{12}^1 \cdot C_{12}^1 = 144$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “Lấy được 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh”.

Số các kết quả thuận lợi cho  $A$  là:  $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^1 + C_7^1 \cdot C_8^1 = 76$ .

Xác suất biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{19}{36}$ .

**Câu 28:** [Mức độ 1] Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n+1}{2n+3}$ . Tìm số hạng thứ  $n+1$  của dãy số trên.

- A.  $u_{n+1} = \frac{n+2}{2n+5}$ .                      B.  $u_{n+1} = \frac{n+2}{2n+3}$ .  
C.  $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n+5}$ .                      D.  $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n+3}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_{n+1} = \frac{(n+1)+1}{2(n+1)+3} = \frac{n+2}{2n+5}$ .

**Câu 29:** [Mức độ 2] Xác định số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_9 = 5u_2$  và  $u_{13} = 2u_6 + 5$ .

- A.**  $u_1 = 3$  và  $d = 4$ .      **B.**  $u_1 = 3$  và  $d = 5$ .      **C.**  $u_1 = 4$  và  $d = 5$ .      **D.**  $u_1 = 4$  và  $d = 3$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_n = u_1 + (n-1)d$ . Theo đầu bài ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}.$$

**Câu 30:** [Mức độ 2] Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$ . Tìm  $u_1$ , biết rằng  $u_1 \leq 100$ .

- A.**  $u_1 = 16$ .      **B.**  $u_1 = 2$ .      **C.**  $u_1 = -16$ .      **D.**  $u_1 = -2$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^{19} = 8u_1 q^{16} \\ u_1 + u_1 \cdot q^4 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^{16}(q^3 - 8) = 0 \quad (1) \\ u_1(1 + q^4) = 272 \quad (2) \end{cases}.$$

Từ (2) suy ra  $u_1 \neq 0$  do đó:  $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} q = 0 \\ q = 2 \end{cases}.$

Nếu  $q = 0$  thì  $(2) \Leftrightarrow u_1 = 272$  không thỏa điều kiện  $u_1 \leq 100$ .

Nếu  $q = 2$  thì  $(2) \Leftrightarrow u_1 = 16$  thỏa điều kiện  $u_1 \leq 100$ .

**Câu 31:** [Mức độ 2] Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn  $(C)$  có phương trình  $x^2 + (y-1)^2 = 4$  và điểm  $A(4; -2)$ . Tìm phương trình đường tròn  $(C')$  đối xứng với  $(C)$  qua  $A$ .

- A.**  $(x+8)^2 + (y-5)^2 = 4$ .      **B.**  $(x-8)^2 + (y+5)^2 = 4$ .  
**C.**  $(x-8)^2 + (y+5)^2 = 16$ .      **D.**  $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$ .

**Lời giải**

Đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(0;1)$  và bán kính  $R=2$ .

Gọi  $I'$  là điểm đối xứng của  $I$  qua  $A$ .

Khi đó  $A$  là trung điểm của  $II'$ .

Hay  $\overrightarrow{AI'} + \overrightarrow{AI} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OI} = (8; -5)$ . Suy ra  $I'(8; -5)$ .

Bán kính đường tròn  $(C')$  là  $R' = R = 2$ .

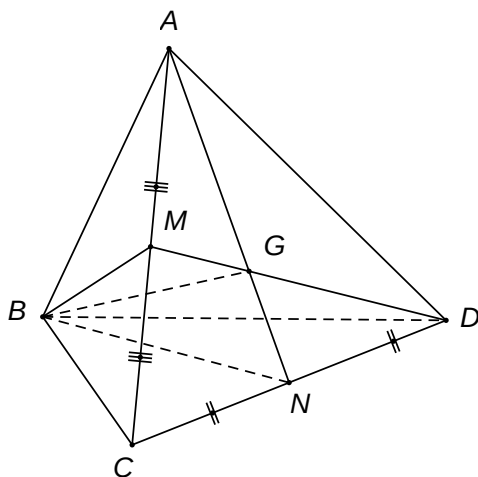
Vậy phương trình đường tròn  $(C')$  là  $(x-8)^2 + (y+5)^2 = 4$ .

**Câu 32:** [Mức độ 2] Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC, CD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $ABN$  là

- A.** đường thẳng  $MN$ .  
**B.** đường thẳng  $AM$ .  
**C.** đường thẳng  $BG$  ( $G$  là trọng tâm tam giác  $ACD$ ).  
**D.** đường thẳng  $AH$  ( $H$  là trực tâm tam giác  $ACD$ ).

**Lời giải**





- $B$  là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng  $MBD$  và  $(ABN)$ .
- Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC, CD$  nên suy ra  $AN, DM$  là hai trung tuyến của tam giác  $ACD$ . Gọi  $G = AN \cap DM$

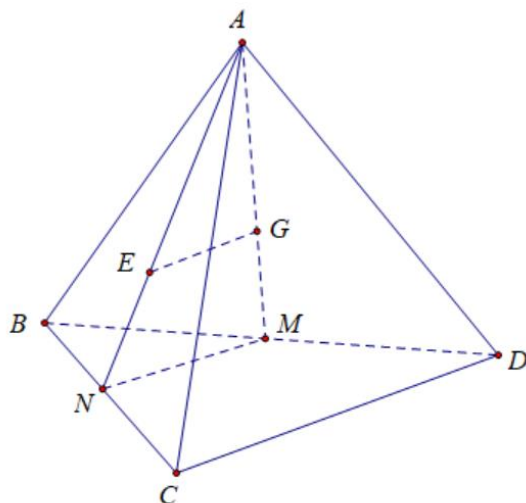
$$\Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases} \Rightarrow G \text{ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng } (MBD) \text{ và } (ABN).$$

Vậy  $(ABN) \cap (MBD) = BG$ .

**Câu 33:** [Mức độ 2] Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G, E$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $ABD, ABC$ . Gọi  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AEG)$  và  $(BCD)$ . Đường thẳng  $\Delta$  song song với đường thẳng nào dưới đây?

- A. Đường thẳng  $AD$ .    B. Đường thẳng  $BC$ .  
C. Đường thẳng  $BD$ .    **D. Đường thẳng  $CD$ .**

**Lời giải**



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BD$  và  $BC$ .

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} M \in AG \Rightarrow M \in (AEG) \\ M \in (BCD) \end{array} \right\} \Rightarrow M \in (AEG) \cap (BCD) \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} N \in AE \Rightarrow N \in (AEG) \\ N \in (BCD) \end{array} \right\} \Rightarrow N \in (AEG) \cap (BCD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có  $(AEG) \cap (BCD) = MN$ .

Ta có  $MN \parallel CD$  (tính chất đường trung bình).

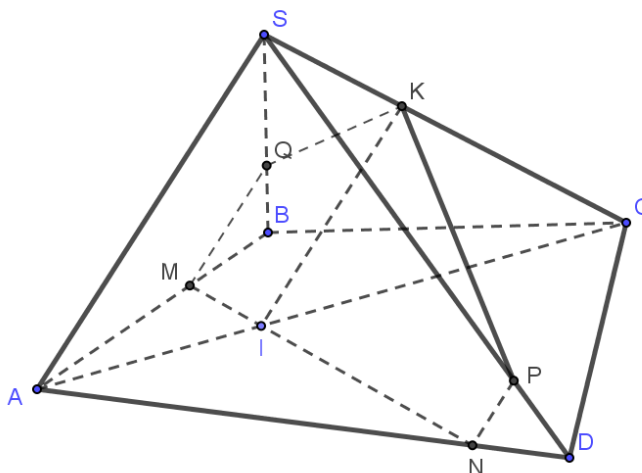
**Câu 34:** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Trên các cạnh  $AC, SC$  lấy lần lượt các điểm  $I, K$  sao cho

$$\frac{SC}{SK} = \frac{AC}{AI}. \text{ Mặt phẳng } (\alpha) \text{ đi qua } IK, \text{ cắt các đường thẳng } AB, AD, SD, SB \text{ tại các điểm theo}$$

thứ tự là  $M, N, P, Q$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $MQ$  và  $NP$  cắt nhau.
- B. Tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.
- C. Tứ giác  $MNPQ$  không có cặp cạnh nào song song.
- D.  $MQ \parallel NP$ .

**Lời giải**



Xét  $\triangle SAC$  có  $\frac{SC}{SK} = \frac{AC}{AI}$  nên:  $IK \parallel SA$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} IK \parallel SA \\ SA \subset (SAB), IK \subset (\alpha) \\ (SAB) \cap (\alpha) = MQ \end{array} \right\} \Rightarrow MQ \parallel IK \parallel SA \quad (1)$$

Lại có:

$$\left. \begin{array}{l} IK \parallel SA \\ SA \subset (SAD), IK \subset (\alpha) \\ (SAD) \cap (\alpha) = NP \end{array} \right\} \Rightarrow NP \parallel IK \parallel SA \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $MQ \parallel NP$ .

**Câu 35:** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G_1, G_2$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $SAB, SCD$ . Xét các khẳng định sau:

(I)  $G_1G_2 \parallel (SBC)$ . (II)  $G_1G_2 \parallel (SAD)$ .

(III)  $G_1G_2 \parallel (SAC)$ . (IV)  $G_1G_2 \parallel (ABD)$ .

Các khẳng định đúng là

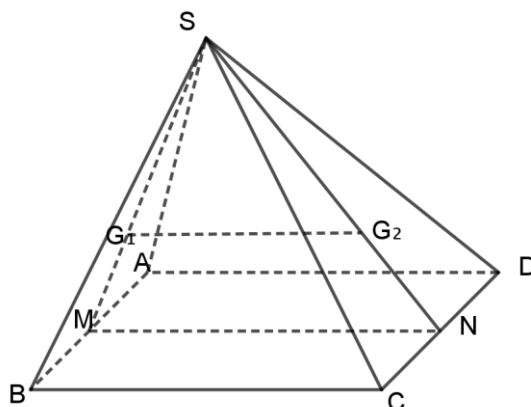
**A. I, II, IV.**

**B. I, II, III.**

**C. I, IV.**

**D. III, IV.**

**Lời giải**



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .

Do  $G_1, G_2$  lần lượt là trọng tâm  $\triangle SAB$  và  $\triangle SCD$  nên  $\frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_2}{SN} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel MN$ .

Mà  $MN \subset (ABCD)$  suy ra  $G_1G_2 \parallel (ABCD)$  hay  $G_1G_2 \parallel (ABD)$ .

Ta có  $MN \parallel AD \parallel BC \Rightarrow G_1G_2 \parallel AD \parallel BC$

Mà  $BC \subset (SBC)$  và  $AD \subset (SAD)$ , suy ra  $G_1G_2 \parallel (SBC)$  và  $G_1G_2 \parallel (SAD)$ .

## PHẦN II: TỰ LUẬN

**Câu 36:** Giải phương trình:  $4\sin^2 2x - 3\sin 4x + 2\cos^2 2x = 4$

**Lời giải**

$$4\sin^2 2x - 3\sin 4x + 2\cos^2 2x = 4$$

$$\Leftrightarrow 4\sin^2 2x - 6\sin 2x \cdot \cos 2x + 2\cos^2 2x = 4(\sin^2 2x + \cos^2 2x)$$

$$\Leftrightarrow 6\sin 2x \cdot \cos 2x + 2\cos^2 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 2x(3\sin 2x + \cos 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ 3\sin 2x = -\cos 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \tan 2x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

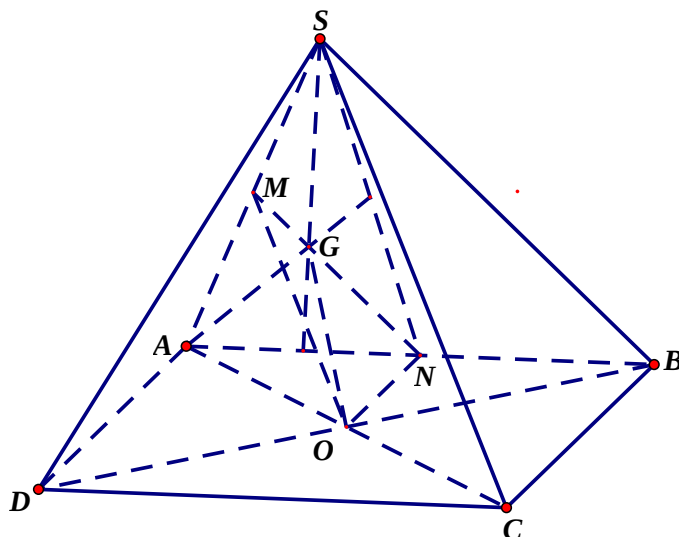
$$+ \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$+ \tan 2x = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow 2x = \arctan\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}\arctan\left(-\frac{1}{3}\right) + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Kết Luận: Vậy phương trình có nghiệm là:  $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$  và  $x = \frac{1}{2}\arctan\left(-\frac{1}{3}\right) + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành có tâm  $O$ . Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAN$ . Chứng minh:  $OG \parallel (SBC)$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ .

Xét  $\triangle ABC$  có  $ON$  là đường trung bình ứng với  $BC$

$$\Rightarrow ON \parallel BC \Rightarrow ON \parallel (SBC) \quad (\text{Vì } ON \not\subset (SBC) \text{ và } BC \subset (SBC)) \quad (1)$$

Xét  $\triangle ASC$  có  $MO$  là đường trung bình ứng với  $SC$

$$\Rightarrow OM \parallel SC \Rightarrow OM \parallel (SBC) \quad (\text{Vì } OM \not\subset (SBC) \text{ và } SC \subset (SBC)) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $(OMN) \parallel (SBC)$ .

Vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAN$  nên  $G \in MN \Rightarrow G \in (OMN)$  mà  $(OMN) \parallel (SBC)$ .

$$\Rightarrow OG \parallel (SBC).$$

**Câu 38:** Có hai dãy ghế đối diện nhau mỗi dãy có 5 ghế. Có bao nhiêu cách xếp 5 nam và 5 nữ vào hai dãy ghế trên sao cho nam và nữ ngồi đối diện nhau.

**Lời giải**

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Xếp 5 nam vào trước có:  $2^5 \cdot 5! = 3840$  (cách xếp).

Xếp 5 nữ vào 5 vị trí còn lại có:  $5! = 120$  (cách xếp).

Theo quy tắc nhân có:  $3840 \cdot 120 = 460800$  (cách xếp).

**Câu 39:** Tìm hệ số của  $x^4$  trong khai triển  $(1+x^2)^4 (1+x)^7$ .

**Lời giải**

$$(1+x^2)^4 (1+x)^7 = \sum_{k=0}^4 C_4^k \cdot x^{2k} \sum_{m=0}^7 C_7^m \cdot x^m = \sum_{k=0}^4 \sum_{m=0}^7 C_4^k \cdot C_7^m x^{2k+m} \quad (0 \leq k \leq 4; 0 \leq m \leq 7; k, m \in \mathbb{N})$$

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow 2k+m=4.$$

|     |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|----|
| $k$ | 0 | 1 | 2 | 3  |
| $m$ | 4 | 2 | 0 | -2 |

Vì  $0 \leq k \leq 4; 0 \leq m \leq 7; k, m \in \mathbb{N}$  nên hệ số của  $x^4$  trong khai triển là:

$$C_4^0 \cdot C_7^4 + C_4^1 \cdot C_7^2 + C_4^2 \cdot C_7^0 = 125.$$

♣ HẾT ♣

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 09

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A.  $u_n = \frac{n+3}{n+1}$ .      B.  $u_n = 3 - n$ .      C.  $u_n = 2n - 3$ .      D.  $u_n = (-1)^n \sin n$ .

**Câu 2:** Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số khác nhau?

- A. 1280.      B. 1250.      C. 1270.      D. 1260.

**Câu 3:** Một ban chấp hành đoàn gồm 7 người, cần chọn 3 người vào ban thường vụ với các chức vụ: Bí thư, Phó bí thư, Ủy viên thì có bao nhiêu cách chọn?

- A. 120.      B. 210.      C. 35.      D. 220.

**Câu 4:** Một hộp bóng đèn có 12 bóng, trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 bóng tốt.

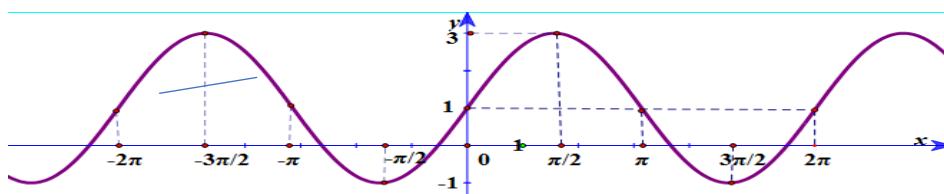
- A.  $P = \frac{7}{11}$ .      B.  $P = \frac{21}{44}$ .      C.  $P = \frac{1}{22}$ .      D.  $P = \frac{14}{55}$ .

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $OC$ , gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $I$  và song song với  $SC$ ,  $BD$ . Thiết diện của  $(\alpha)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là hình gì?

- A. Tứ giác.      B. Tam giác.      C. Lục giác.      D. Ngũ giác.

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = 2 \sin x + 1$  có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm  $x \in [-2\pi; 2\pi]$  của phương trình  $|2 \sin x + 1| = m$  với  $m \in (0; 1)$ .

- A. 4.      B. 8.      C. 6.      D. 5.



**Câu 7:** Cho 2 điểm  $A(1; 3)$  và  $B(4; -1)$ . Gọi  $A', B'$  là ảnh của  $A$  và  $B$  qua phép quay tâm  $O$ , góc quay  $-90^\circ$ . Khi đó, độ dài đoạn  $A'B'$  bằng

- A. 9.      B. 5.      C.  $5\sqrt{2}$ .      D. 7.

**Câu 8:** Dãy số  $(u_n)$  xác định bởi: 
$$\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \end{cases} \quad n > 2.$$
 Số hạng  $u_6$  của dãy số là:

- A. 8.      B. 11.      C. 19.      D. 27.

**Câu 9:** Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lý, 2 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển lấy ra thuộc 3 môn khác nhau.

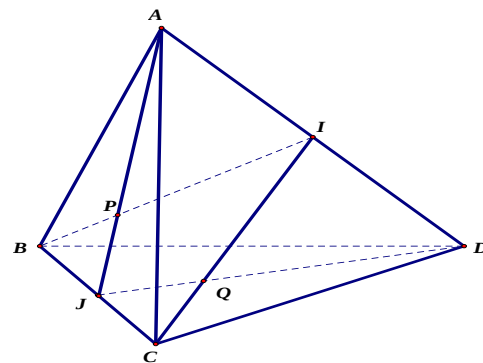
- A.  $\frac{5}{42}$ .      B.  $\frac{1}{21}$ .      C.  $\frac{37}{42}$ .      D.  $\frac{2}{7}$ .

**Câu 10:** Hệ số của  $x^5$  trong khai triển  $(2x+3)^8$  là:

- A.  $C_8^3 \cdot 2^3 \cdot 3^5$ .      B.  $C_8^3 \cdot 2^5 \cdot 3^3$ .      C.  $C_8^5 \cdot 2^3 \cdot 3^5$ .      D.  $-C_8^5 \cdot 2^5 \cdot 3^3$ .

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$  như hình vẽ. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ADJ)$  và  $(BCI)$  là

- A.  $IP$ . B.  $PQ$ .  
C.  $PJ$ . D.  $IJ$ .



**Câu 12:** Bạn Xuân có một cái lọ. Ngày thứ nhất bạn bỏ vào lọ 1 viên kẹo, ngày thứ hai bạn bỏ vào 2 viên kẹo, ngày thứ ba bạn bỏ vào 4 viên kẹo... Biết sau khi bỏ hết số kẹo ở ngày thứ 12 thì lọ đầy. Hỏi ở ngày thứ mấy, số kẹo trong lọ chiếm  $\frac{1}{4}$  lọ?

- A. Ngày thứ 3. B. Ngày thứ 4. C. Ngày thứ 11. D. Ngày thứ 10.

**Câu 13:** Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số  $y = \tan 2x - 2x$  là hàm số lẻ. B. Hàm số  $y = \cos x - x^2$  là hàm số chẵn.  
C. Hàm số  $y = \sin x + 1$  là hàm số lẻ. D. Hàm số  $y = \tan 2x \cdot \cot 3x$  là hàm số chẵn.

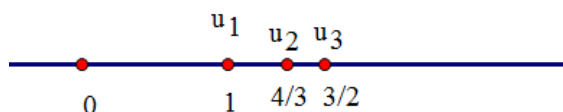
**Câu 14:** Cho hình chóp tứ giác  $SABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ ?

- A.  $SO$ . B.  $SA$ . C.  $AC$ . D.  $BD$ .

**Câu 15:** Giải phương trình  $A_n^3 + 5A_n^2 = 2(n+15)$ .

- A.  $n = 4$ . B.  $n = 2$ . C.  $n = 3$ . D.  $n = 5$ .

**Câu 16:** Cho dãy số  $(u_n)$  có biểu diễn hình học như sau:



Công thức số hạng tổng quát của dãy số trên có thể là

- A.  $u_n = \frac{2n}{n+1}$ . B.  $u_n = \frac{1}{n}$ . C.  $u_n = \frac{2n-1}{n}$ . D.  $u_n = n^2$ .

**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;2), B(1;3), C(4;-2)$ . Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là ảnh của  $A, B, C$  qua phép đối xứng qua trục hoành. Tìm tọa độ trọng tâm của tam giác  $A'B'C'$ .

- A.  $(-2;1)$ . B.  $(2;-1)$ . C.  $(2;1)$ . D.  $(1;2)$

**Câu 18:** Trong các mệnh đề dưới đây có bao nhiêu mệnh đề đúng?

a)  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$  b)  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$

c)  $n^3 - n$  chia hết cho 3 với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  d)  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

**Câu 19:** Tính tổng  $T = 1 + 2C_{2017}^1 + 2^2 C_{2017}^2 + \dots + 2^{2017} C_{2017}^{2017}$

- A.  $T = 2017^{2017}$ . B.  $T = 3^{2017}$ . C.  $T = 2^{2017}$ . D.  $T = 3^{2016}$ .

**Câu 20:** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- A.** Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.  
**B.** Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.  
**C.** Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.  
**D.** Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.

**Câu 21:** Từ các chữ số của tập hợp  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A.** 418. **B.** 720. **C.** 300. **D.** 731.

**Câu 22:** Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

- A.** 72. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 180.

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = \sqrt{(2m-1)\sin x - (m+2)\cos x + 4m-3}$ . Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số xác định với mọi giá trị của  $x$ .

- A.**  $m \geq 2$ . **B.**  $m \leq 2$ . **C.**  $m \geq \frac{2}{11}$ . **D.**  $m \leq \frac{2}{11}$ .

**Câu 24:** Trong các hình sau đây: Hình tròn, hình thang cân, tam giác đều, hình vuông và elip. Có bao nhiêu hình vừa có tâm đối xứng, vừa có trục đối xứng?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Câu 25:** Trong mặt Oxy cho đường thẳng  $d: y = x - 1$  và parabol  $(P): y = x^2 - x + 1$ . Tìm hai điểm  $M$  và  $N$  lần lượt nằm trên  $d$  và  $(P)$  sao cho  $M, N$  đối xứng qua gốc tọa độ  $O$ .

- A.**  $M(-2; -3), N(2; 3)$ . **B.**  $M(0; -1), N(0; 1)$ .  
**C.**  $M(0; -1), N(0; 1)$  và  $M(-2; -3), N(2; 3)$ . **D.**  $M(-4; 2), N(4; -2)$  và  $M(3; -2), N(-3; 2)$ .

**Câu 26:** Cho dãy số  $(x_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{n+1} = x_n + 2n - 3 \end{cases}, \forall n \geq 1$ . Biết số hạng tổng quát được biểu diễn dưới dạng  $x_n = an^2 + bn + c$ . Tính  $a + b + c$

- A.** 2 **B.** 1 **C.** -2 **D.** 0

**Câu 27:** Ảnh của đường thẳng  $d: 2x - y + 1 = 0$  qua phép đối xứng trục  $Ox$  và phép vị tự tâm  $O$ , tỉ số  $k = -2$  là

- A.**  $2x + y - 1 = 0$ . **B.**  $2x - y + 2 = 0$ . **C.**  $2x + y = 0$ . **D.**  $2x + y - 2 = 0$ .

**Câu 28:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\cos x}}$  là

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .  
**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 29:** Nghiệm của phương trình  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$  là:

- A.**  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$  **B.**  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$   
**C.**  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$  **D.**  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

**Câu 30:** Một lớp 11 có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ học giỏi Toán. Giáo viên chọn 4 học sinh để dự thi học sinh giỏi Toán cấp trường. Xác suất để chọn được số học sinh nam và nữ bằng nhau là bao nhiêu?

- A.  $\frac{9}{35}$                       B.  $\frac{3}{7}$                       C.  $\frac{18}{35}$                       D.  $\frac{4}{7}$

**Câu 31:** Cho biết  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$  là họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A.  $2\cos x - 1 = 0$ .                      B.  $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ .                      C.  $2\cos x + 1 = 0$ .                      D.  $2\sin x + 1 = 0$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang ( $AB \parallel CD$ ), biết  $AB = x$  và  $CD = a$ . Gọi  $M, N, G$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$  và trọng tâm tam giác  $SAB$ . Tìm  $x$  để thiết diện tạo bởi  $(GMN)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là hình bình hành.

- A.  $x = \frac{3a}{2}$ .                      B.  $x = \frac{2a}{3}$ .                      C.  $x = 3a$ .                      D.  $x = 2a$ .

**Câu 33:** Nghiệm của phương trình  $\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0$ , là:

- A.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                      B.  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                      C.  $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                      D.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 34:** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{\sin x + 1}{\cos 2x - \cos x - m}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$

- A.  $\frac{-9}{8} \leq m \leq 2$ .                      B.  $m < \frac{-9}{8}$ .                      C.  $m < \frac{-9}{8}$  hoặc  $m > 2$ .                      D.  $m > 2$

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $DC$  và  $BC$ . Lấy điểm  $P$  trên cạnh  $SA$ ,  $H$  là giao điểm của  $AC$  và  $MN$ . Khi đó,  $K$  là giao điểm của  $SO$  và mặt phẳng  $(PMN)$  được xác định như sau:

- A.  $K$  là giao điểm của  $SO$  và  $PH$ .                      B.  $K$  là giao điểm của  $SO$  và  $NP$ .  
C.  $K$  là giao điểm của  $SO$  và  $MN$ .                      D.  $K$  là giao điểm của  $SO$  và  $PM$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Giải phương trình:  $6\sin x - 2\cos^3 x = \frac{5\sin 4x \cdot \cos x}{2\cos 2x}$

**Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ ,  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là trên cạnh  $BC$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(AMN)$ .

**Câu 38:** Có 5 cuốn sách Toán, 2 cuốn sách Lý và 1 cuốn sách Hóa đôi một khác nhau. Xếp ngẫu nhiên tám cuốn sách nằm ngang trên một cái kệ. Hỏi số cách sắp xếp sao cho cuốn sách Hóa không nằm giữa liền kề hai cuốn sách Lý?

**Câu 39:** Cho đa giác đều có 12 đỉnh được đặt tên bằng 12 chữ cái khác nhau, chọn ngẫu nhiên 4 chữ cái trong 12 chữ cái đó. Tính xác suất của biến cố “bốn chữ cái được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật”.

----- HẾT -----



ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1C  | 2D  | 3B  | 4A  | 5D  | 6B  | 7A  | 8A  | 9D  | 10B |
| 11D | 12D | 13C | 14A | 15C | 16A | 17B | 18A | 19B | 20D |
| 21B | 22A | 23A | 24B | 25C | 26B | 27D | 28C | 29D | 30B |
| 31C | 32C | 33D | 34C | 35A |     |     |     |     |     |

**Câu 1:** [Mức độ 1] Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A.  $u_n = \frac{n+3}{n+1}$ .

B.  $u_n = 3 - n$ .

C.  $u_n = 2n - 3$ .

D.  $u_n = (-1)^n \sin n$ .

**Lời giải**

Xét dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = 2n - 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 3 - (2n - 3) = 2 > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n - 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$  là dãy số tăng.

**Câu 2:** [Mức độ 2] Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số khác nhau?

A. 1280.

B. 1250.

C. 1270.

D. 1260.

**Lời giải**

Số lập được có dạng  $\overline{abcde}$ , trong đó  $\begin{cases} a, b, c, d \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\} \\ a \neq 0 \\ e \in \{0; 2; 4; 6\} \end{cases}$  và  $a, b, c, d, e$  đôi một khác

nhau.

**TH1:**  $e = 0$

Chọn 4 chữ số từ 6 chữ số  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  rồi xếp vào 4 vị trí  $a, b, c, d \Rightarrow$  lập được  $A_6^4 = 360$  số

**TH2:**  $e \in \{2; 4; 6\}$

+ Bước 1:  $e$  có 3 cách chọn

+ Bước 2:  $a$  có 5 cách chọn ( $a \neq 0$  và  $a \neq e$ )

+ Bước 3: Chọn 3 chữ số từ 5 chữ số còn lại rồi xếp vào 3 vị trí  $b, c, d \Rightarrow$  có  $A_5^3$  cách

Áp dụng quy tắc nhân, lập được  $3.5.A_5^3 = 900$  số

Vậy lập được tất cả  $360 + 900 = 1260$  số.

**Câu 3:** [Mức độ 1] Một ban chấp hành đoàn gồm 7 người, cần chọn 3 người vào ban thường vụ với các chức vụ: Bí thư, Phó bí thư, Ủy viên thì có bao nhiêu cách chọn?

A. 120.

B. 210.

C. 35.

D. 220.

**Lời giải**

**Chọn B**

Chọn 3 người trong 7 người và giữ 3 chức vụ khác nhau nên số cách là:  $A_7^3 = 210$

**Câu 4:** [Mức độ 2] Một hộp bóng đèn có 12 bóng, trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 bóng tốt.

A.  $P = \frac{7}{11}$ .

B.  $P = \frac{21}{44}$ .

C.  $P = \frac{1}{22}$ .

D.  $P = \frac{14}{55}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

TH1: 2 bóng tốt-1 bóng không tốt.

- Lấy 2 bóng tốt trong 7 bóng tốt và 1 bóng trong 5 bóng không tốt không phân biệt thứ tự. Số cách là:  $C_7^2 \cdot C_5^1$ .

TH2: 3 bóng tốt

- Lấy 3 bóng tốt trong 7 bóng tốt không phân biệt thứ tự. Số cách là:  $C_7^3$ .

Suy ra, số cách lấy ra được ít nhất 2 bóng tốt trong 12 bóng là:  $C_7^3 + C_7^2 \cdot C_5^1$ .

Không gian mẫu: Lấy 3 bóng trong 12 bóng không phân biệt thứ tự các bóng lấy ra nên số cách lấy là:  $n(\Omega) = C_{12}^3$ .

Gọi biến cố A: “Lấy 3 bóng trong 12 bóng sao cho có ít nhất 2 bóng tốt”. Khi đó,  
 $n(A) = C_7^3 + C_7^2 \cdot C_5^1$ .

Xác suất để lấy ít nhất 2 bóng tốt là:  $P(A) = \frac{C_7^3 + C_7^2 \cdot C_5^1}{C_{12}^3} = \frac{7}{11}$ .

**Câu 5:** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $OC$ , gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $I$  và song song với  $SC$ ,  $BD$ . Thiết diện của  $(\alpha)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là hình gì?

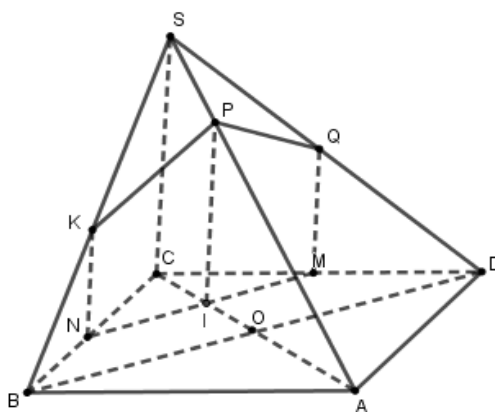
**A.** Tứ giác.

**B.** Tam giác.

**C.** Lục giác.

**D.** Ngũ giác.

**Lời giải**



Ta có:

$$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha) \parallel BD \subset (ABCD) \end{cases}$$

Do đó qua  $I$  kẻ  $MN \parallel BD$  khi đó  $(\alpha) \cap (ABCD) = MN$  ( $M \in CD$ ,  $N \in BC$ )

Mà  $(\alpha) \parallel SC$  do đó qua  $M, N, I$  ta lần lượt kẻ  $MQ, IP, NK$  cùng  $\parallel SC$

$$(\alpha) \cap (SCD) = MQ \quad (Q \in SD); (\alpha) \cap (SBC) = NK \quad (K \in SB)$$

$$\text{Và } (\alpha) \cap (SAB) = KP \quad (P \in SA); (\alpha) \cap (SAD) = PQ$$

Vậy thiết diện của  $(\alpha)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là ngũ giác  $MNKPQ$ .

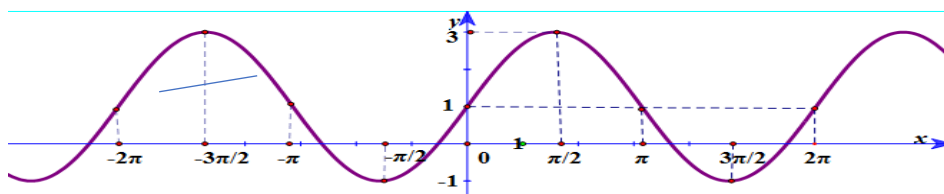
**Câu 6:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = 2 \sin x + 1$  có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm  $x \in [-2\pi; 2\pi]$  của phương trình  $|2 \sin x + 1| = m$  với  $m \in (0; 1)$ .

A. 4.

**B. 8.**

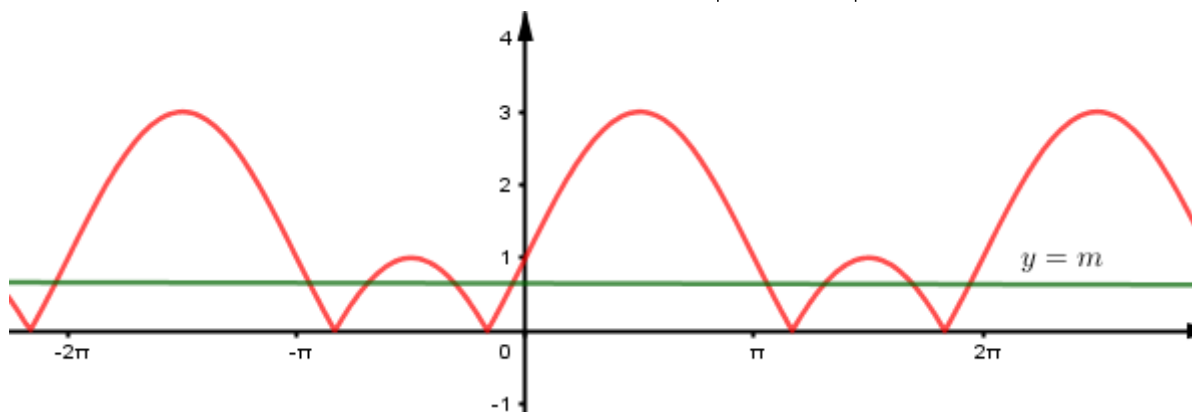
C. 6.

D. 5.



**Lời giải**

Từ đồ thị hàm số  $y = 2 \sin x + 1$  ta suy ra đồ thị hàm số  $y = |2 \sin x + 1|$



Số nghiệm của phương trình  $|2 \sin x + 1| = m$  bằng số giao điểm hai đồ thị  $y = |2 \sin x + 1|$  và đường thẳng  $y = m$ .

Dựa vào đồ thị hàm số  $y = |2 \sin x + 1|$  trên  $x \in [-2\pi; 2\pi]$  ta thấy khi  $m \in (0; 1)$  thì hai đồ thị cắt nhau tại 8 giao điểm do đó phương trình (1) có 8 nghiệm phân biệt.

**Câu 7:** [Mức độ 1] Cho 2 điểm  $A(1; 3)$  và  $B(4; -1)$ . Gọi  $A', B'$  là ảnh của  $A$  và  $B$  qua phép quay tâm  $O$ , góc quay  $-90^\circ$ . Khi đó, độ dài đoạn  $A'B'$  bằng

A. 9.

**B. 5.**

C.  $5\sqrt{2}$ .

D. 7.

**Lời giải**

Ta có :  $AB = \sqrt{(4-1)^2 + (-1-3)^2} = 5$ .

Theo **Tính chất 1** (trang 18-sách Hình học 11). Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Suy ra  $A'B' = AB = 5$ .

**Câu 8:** [Mức độ 2] Dãy số  $(u_n)$  xác định bởi: 
$$\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \end{cases} \quad n > 2. \text{ Số hạng } u_6 \text{ của dãy số là:}$$

**A. 8.**

B. 11.

C. 19.

D. 27.

**Lời giải**

Dãy số  $\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \end{cases} \quad n > 2$  là dãy số Phi-bô-na-xi, nên kể từ số hạng thứ ba trở đi, mỗi số hạng đều bằng tổng của hai số hạng đứng ngay trước nó.

Ta có  $u_1 = 1, u_2 = 1, u_3 = 2, u_4 = 3, u_5 = 5, u_6 = 8$ .

Vậy  $u_6 = 8$ .

**Câu 9:** [Mức độ 2] Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lý, 2 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển lấy ra thuộc 3 môn khác nhau.

- A.  $\frac{5}{42}$ .      B.  $\frac{1}{21}$ .      C.  $\frac{37}{42}$ .      D.  $\frac{2}{7}$ .

**Lời giải**

Không gian mẫu  $n(\Omega) = C_9^3 = 84$ .

Gọi  $A$ : “3 quyển lấy ra thuộc 3 môn khác nhau”.

Chọn 3 quyển sách thuộc ba môn khác nhau nên chọn 1 quyển sách Toán, 1 quyển sách Lý, 1 quyển sách hóa có  $n(A) = C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 = 24$  cách chọn.

Vậy xác suất cần tìm là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$ .

**Câu 10:** [Mức độ 2] Hệ số của  $x^5$  trong khai triển  $(2x+3)^8$  là:

- A.  $C_8^3 \cdot 2^3 \cdot 3^5$ .      B.  $C_8^3 \cdot 2^5 \cdot 3^3$ .      C.  $C_8^5 \cdot 2^3 \cdot 3^5$ .      D.  $-C_8^5 \cdot 2^5 \cdot 3^3$ .

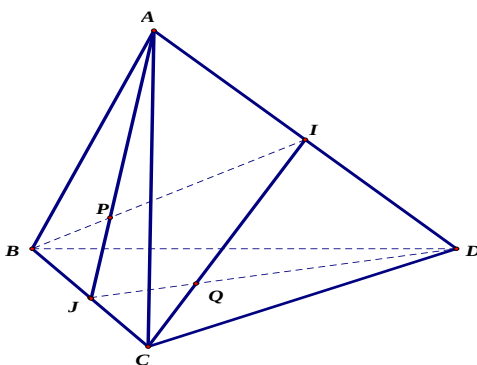
**Lời giải**

Ta có:  $(2x+3)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (2x)^{8-k} \cdot 3^k = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 2^{8-k} \cdot 3^k \cdot x^{8-k}$ .

Hệ số của  $x^5$  ứng với  $8-k=5 \Leftrightarrow k=3$ .

Vậy hệ số cần tìm là:  $C_8^3 \cdot 2^5 \cdot 3^3$ .

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$  như hình vẽ. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ADJ)$  và  $(BCI)$  là



- A.  $IP$ .      B.  $PQ$ .      C.  $PJ$ .      D.  $IJ$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\begin{cases} I \in AD, AD \subset (ADJ) \Rightarrow I \in (ADJ) \\ I \in (BCI) \end{cases} \Rightarrow I \in (BCI) \cap (ADJ)$

Và  $\begin{cases} J \in BC, BC \subset (BCI) \Rightarrow J \in (BCI) \\ J \in (ADJ) \end{cases} \Rightarrow J \in (BCI) \cap (ADJ)$

Vậy  $(BCI) \cap (ADJ) = IJ$ .

**Câu 12:** Bạn Xuân có một cái lọ. Ngày thứ nhất bạn bỏ vào lọ 1 viên kẹo, ngày thứ hai bạn bỏ vào 2 viên kẹo, ngày thứ ba bạn bỏ vào 4 viên kẹo... Biết sau khi bỏ hết số kẹo ở ngày thứ 12 thì lọ đầy.

Hỏi ở ngày thứ mấy, số kẹo trong lọ chiếm  $\frac{1}{4}$  lọ?

- A. Ngày thứ 3.                      B. Ngày thứ 4.                      C. Ngày thứ 11.                      **D. Ngày thứ 10.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Nhận xét: Quá trình bỏ viên kẹo ngày qua ngày của bạn Xuân theo quy tắc là một cấp số nhân với  $u_1 = 1, q = 2$

Gọi tổng số kẹo mà bạn ấy bỏ vào lọ là  $S$ , do đến ngày thứ 12 lọ đầy nên ta có công thức sau:

$$S_{12} = v_1 + v_2 + \dots + v_{12} = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{11} = \frac{2^{12} - 1}{2 - 1} = 4095.$$

Để số kẹo chiếm  $\frac{1}{4}$  lọ thì cần  $\frac{4095}{4}$  viên kẹo

Gọi  $n$  là số ngày, ta có  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n = 1 + 2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1 = \frac{4095}{4} \Leftrightarrow n \approx 10$ .

Vậy đến ngày thứ 10 số kẹo trong lọ chiếm  $\frac{1}{4}$  lọ.

**Câu 13:** Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số  $y = \tan 2x - 2x$  là hàm số lẻ.                      B. Hàm số  $y = \cos x - x^2$  là hàm số chẵn.  
**C. Hàm số  $y = \sin x + 1$  là hàm số lẻ.**                      D. Hàm số  $y = \tan 2x \cdot \cot 3x$  là hàm số chẵn.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm  $f(x) = \sin x + 1$ , ta có:

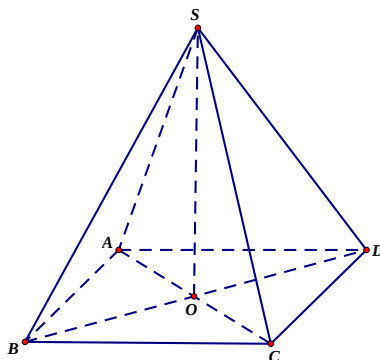
$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2, f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Suy ra  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) \neq f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$  nên  $f(x)$  không phải là hàm số lẻ.

**Câu 14:** Cho hình chóp tứ giác  $SABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ ?

- A.  $SO$ .**                      B.  $SA$ .                      C.  $AC$ .                      D.  $BD$ .

**Lời giải**



**Chọn A**

S là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD).$$

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng (SO).

**Câu 15:** [Mức độ 2] Giải phương trình  $A_n^3 + 5A_n^2 = 2(n+15)$ .

A.  $n = 4$ .

B.  $n = 2$ .

**C.  $n = 3$ .**

D.  $n = 5$ .

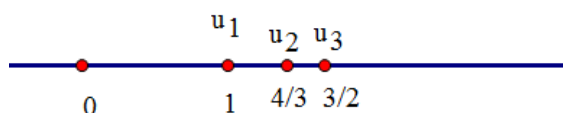
**Lời giải**

Điều kiện:  $n \in \mathbb{Z}, n \geq 3$ .

$$\text{Ta có: } A_n^3 + 5A_n^2 = 2(n+15) \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 5 \frac{n!}{(n-2)!} = 2(n+15)$$

$$\Leftrightarrow (n-2)(n-1)n + 5(n-1)n = 2(n+15) \Leftrightarrow n^3 + 2n^2 - 5n - 30 = 0 \Leftrightarrow n = 3.$$

**Câu 16:** [Mức độ 2] Cho dãy số  $(u_n)$  có biểu diễn hình học như sau:



Công thức số hạng tổng quát của dãy số trên có thể là

**A.  $u_n = \frac{2n}{n+1}$ .**

B.  $u_n = \frac{1}{n}$ .

C.  $u_n = \frac{2n-1}{n}$ .

D.  $u_n = n^2$ .

**Lời giải**

Theo biểu diễn hình học:

$$u_1 = 1 = \frac{2 \cdot 1}{1+1}$$

$$u_2 = \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 2}{2+1}$$

$$u_3 = \frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 3}{3+1}$$

....

$$u_n = \frac{2n}{n+1}, n \geq 1$$

Để dàng chứng minh biểu thức bằng phương pháp quy nạp.

**Câu 17:** [Mức độ 2] Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;2), B(1;3), C(4;-2)$ . Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là ảnh của  $A, B, C$  qua phép đối xứng qua trục hoành. Tìm tọa độ trọng tâm của tam giác  $A'B'C'$ .

- A.  $(-2;1)$ .                      B.  $(2;-1)$ .                      C.  $(2;1)$ .                      D.  $(1;2)$

**Lời giải**

Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ . Khi đó

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{1+1+4}{3} = 2 \\ y_G = \frac{2+3+(-2)}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow G(2;1).$$

Gọi  $G'$  là trọng tâm của  $\Delta A'B'C'$ , khi đó  $G'$  là ảnh của  $G$  qua phép đối xứng qua trục hoành  $\Rightarrow G'(2;-1)$ .

**Câu 18:** [Mức độ 2] Trong các mệnh đề dưới đây có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- a)  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$   
 b)  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$   
 c)  $n^3 - n$  chia hết cho 3 với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$   
 d)  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Lời giải**

Xét mệnh đề a) Ta có

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{n}{n+1}$$

$\Rightarrow$  mệnh đề ý a) đúng.

Xét mệnh đề b)  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$  (1)

Chứng minh (1) đúng bằng phương pháp qui nạp

Với  $n=1$  thì  $VT_{(1)} = 1$  và  $VP_{(1)} = 1^2 = 1 \Rightarrow (1)$  đúng khi  $n=1$

Giả sử (1) đúng khi  $n=k \geq 1$ , tức là  $1+3+\dots+(2k-1) = k^2$  (\*)

Cộng hai vế của (\*) với  $2k+1$  ta được

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + 2k + 1 = k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2 \Rightarrow (1) \text{ cũng đúng khi } n = k + 1$$

Theo phương pháp qui nạp suy ra (1) đúng

Xét mệnh đề c)  $n^3 - n$  chia hết cho 3 với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ . Ta có

$S = n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n - 1).n.(n + 1)$ , ta thấy  $S$  là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp, mà trong 3 số tự nhiên liên tiếp luôn có 1 số chia hết cho 3, do đó  $S : 3 \Rightarrow$  mệnh đề đúng.

$$\text{Xét mệnh đề d) } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2} \quad (2).$$

Chứng minh (2) đúng bằng phương pháp qui nạp

$$\text{Với } n = 1 \text{ thì } VT_{(2)} = 1 \text{ và } VP_{(2)} = \frac{1(1+1)}{2} = 1 \Rightarrow (2) \text{ đúng khi } n = 1$$

$$\text{Giả sử (2) đúng khi } n = k \geq 1, \text{ tức là } 1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} (*)$$

Cộng hai vế của (\*) với  $k + 1$  ta được

$$1 + 2 + \dots + k + k + 1 = \frac{k(k+1)}{2} + k + 1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \Rightarrow (2) \text{ cũng đúng khi } n = k + 1.$$

Theo phương pháp qui nạp suy ra (2) đúng.

Vậy có 4 mệnh đề đúng.

**Câu 19:** [ Mức độ 2] Tính tổng  $T = 1 + 2C_{2017}^1 + 2^2 C_{2017}^2 + \dots + 2^{2017} C_{2017}^{2017}$

- A.  $T = 2017^{2017}$ .      B.  $T = 3^{2017}$ .  
C.  $T = 2^{2017}$ .      D.  $T = 3^{2016}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } (1 + x)^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1 x + C_{2017}^2 x^2 + \dots + C_{2017}^{2017} x^{2017} \quad (1).$$

Thay  $x = 2$  vào (1), ta được:

$$(1 + 2)^{2017} = C_{2017}^0 + 2C_{2017}^1 + 2^2 C_{2017}^2 + \dots + 2^{2017} C_{2017}^{2017}$$

$$\Leftrightarrow 3^{2017} = 1 + 2C_{2017}^1 + 2^2 C_{2017}^2 + \dots + 2^{2017} C_{2017}^{2017}$$

$$\Leftrightarrow T = 3^{2017}.$$

**Câu 20:** [ Mức độ 1] Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.  
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.  
C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.  
D. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.

**Lời giải**



Dựa vào vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian ta được đáp án đúng là

**D.**

**Câu 21:** [Mức độ 2] Từ các chữ số của tập hợp  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 418.

**B. 720.**

C. 300.

D. 731.

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là  $\overline{abcd}$  ( $a \neq 0$ ).

Chọn chữ số  $a$  có 6 cách.

Các chữ số còn lại có  $A_6^3$  cách chọn.

Vậy số các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau là:  $6 \cdot A_6^3 = 720$  số.

**Câu 22:** [Mức độ 2] Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

**A. 72.**

B. 36.

C. 18.

D. 180.

**Lời giải**

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên chẵn là  $A_3^2$ .

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên lẻ là  $A_3^2$ .

Còn lại 2 vé cho hai bạn còn lại có  $2!$  cách.

Vậy số cách chọn là:  $A_3^2 \cdot A_3^2 \cdot 2! = 72$  cách

**Câu 23:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $y = \sqrt{(2m-1)\sin x - (m+2)\cos x + 4m-3}$ . Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số xác định với mọi giá trị của  $x$ .

**A.  $m \geq 2$ .**

B.  $m \leq 2$ .

C.  $m \geq \frac{2}{11}$ .

D.  $m \leq \frac{2}{11}$ .

**Lời giải**

Để hàm số xác định với mọi giá trị của  $x$  khi và chỉ khi

$$(2m-1)\sin x - (m+2)\cos x + 4m-3 \geq 0; \forall x$$

$$\Leftrightarrow \frac{2m-1}{\sqrt{5m^2+5}}\sin x - \frac{m+2}{\sqrt{5m^2+5}}\cos x + \frac{4m-3}{\sqrt{5m^2+5}} \geq 0; \forall x$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha \sin x - \sin \alpha \cos x + \frac{4m-3}{\sqrt{5m^2+5}} \geq 0; \forall x \text{ ( với } \cos \alpha = \frac{2m-1}{\sqrt{5m^2+5}}; \sin \alpha = \frac{m+2}{\sqrt{5m^2+5}} \text{ )}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \sin(x - \alpha) &\geq \frac{-4m + 3}{\sqrt{5m^2 + 5}}; \forall x \\ \Leftrightarrow -1 &\geq \frac{-4m + 3}{\sqrt{5m^2 + 5}} \\ \Leftrightarrow \sqrt{5m^2 + 5} &\leq 4m - 3 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4m - 3 \geq 0 \\ 5m^2 + 5 \leq (4m - 3)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{3}{4} \\ 11m^2 - 24m + 4 \geq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{3}{4} \\ m \geq 2 \end{cases} &\Leftrightarrow m \geq 2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq \frac{2}{11} \end{cases} \end{aligned}$$

**Câu 24:** [Mức độ 1] Trong các hình sau đây: Hình tròn, hình thang cân, tam giác đều, hình vuông và elip. Có bao nhiêu hình vừa có tâm đối xứng, vừa có trục đối xứng

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 5.

**Lời giải**

Hình tròn, hình vuông và elip là những hình vừa có tâm đối xứng, vừa có trục đối xứng.

**Câu 25:** Trong mặt Oxy cho đường thẳng  $d: y = x - 1$  và parabol  $(P): y = x^2 - x + 1$ . Tìm hai điểm  $M$  và  $N$  lần lượt nằm trên  $d$  và  $(P)$  sao cho  $M, N$  đối xứng qua gốc tọa độ  $O$ .

- A.  $M(-2; -3), N(2; 3)$ .  
B.  $M(0; -1), N(0; 1)$ .  
C.  $M(0; -1), N(0; 1)$  và  $M(-2; -3), N(2; 3)$ .  
D.  $M(-4; 2), N(4; -2)$  và  $M(3; -2), N(-3; 2)$ .

**Lời giải**

Gọi  $M(m; m-1) \in d$ , vì  $M$  đối xứng  $N$  qua gốc tọa độ  $O$  suy ra  $N(-m; -m+1)$

Theo giả thiết  $N(-m; -m+1) \in (P)$  ta có:

$$-m + 1 = m^2 + m + 1 \Leftrightarrow m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$$

Với  $m = 0 \Rightarrow M(0; -1), N(0; 1)$ .

Với  $m = -2 \Rightarrow M(-2; -3), N(2; 3)$ .

Vậy có hai cặp điểm thỏa mãn yêu cầu bài ra:  $M(0; -1), N(0; 1)$  và  $M(-2; -3), N(2; 3)$ .

- Câu 26:** Cho dãy số  $(x_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{n+1} = x_n + 2n - 3 \end{cases}, \forall n \geq 1$ . Biết số hạng tổng quát được biểu diễn dưới dạng  $x_n = an^2 + bn + c$ . Tính  $a + b + c$
- A. 2                      **B. 1**                      C. -2                      D. 0

**Lời giải**

Ta có  $x_2 - x_1 = -1$

$$x_3 - x_2 = 1$$

$$x_4 - x_3 = 3$$

$$x_5 - x_4 = 5$$

.....

$$x_{n+1} = x_n + 2n - 3$$

Cộng theo vế ta có  $x_{n+1} - x_1 = -1 + 1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 3$

$$\Rightarrow x_n = -1 + 1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 5$$

$$\text{Mà } 1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = n^2$$

$$\text{Suy ra } x_n = n^2 - 4n + 4$$

$$\text{Vậy } a + b + c = 1$$

- Câu 27:** [Mức độ 3] Ảnh của đường thẳng  $d: 2x - y + 1 = 0$  qua phép đối xứng trục  $Ox$  và phép vị tự tâm  $O$ , tỉ số  $k = -2$  là
- A.  $2x + y - 1 = 0$ .                      B.  $2x - y + 2 = 0$ .                      C.  $2x + y = 0$ .                      **D.  $2x + y - 2 = 0$ .**

**Lời giải**

\* Biểu thức tọa độ của phép đối xứng trục  $Ox$  là  $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$ .

Lấy điểm  $M(x; y)$  bất kì thuộc  $d$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x' - (-y') + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x' + y' + 1 = 0 \Leftrightarrow M'(x'; y') \in d': 2x + y + 1 = 0.$$

$$* V_{(O; -2)}(d') = d'' \Rightarrow d'': 2x + y + m = 0.$$

$$A(0; -1) \in d'; V_{(O; -2)}(A) = B \Rightarrow B(0; 2).$$

$$\text{Vì } B(0; 2) \in d'' \text{ nên } 2 \cdot 0 + 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -2.$$

$$\text{Vậy } d'': 2x + y - 2 = 0.$$

- Câu 28:** [Mức độ 3] Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Lời giải

Điều kiện:  $\frac{1+\sin x}{1-\cos x} \geq 0 (*)$ .

Ta có  $-1 \leq \sin x \leq 1$  nên  $1+\sin x \geq 0$ .

Và  $-1 \leq \cos x \leq 1$  nên  $1-\cos x \geq 0$ .

Do đó  $(*) \Leftrightarrow 1-\cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

Vậy tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 29:** [Mức độ 2] Cho biết  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$  là họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

A.  $2\cos x - 1 = 0$ . B.  $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ . C.  $2\cos x + 1 = 0$ . D.  $2\sin x + 1 = 0$ .

Lời giải

Chọn C

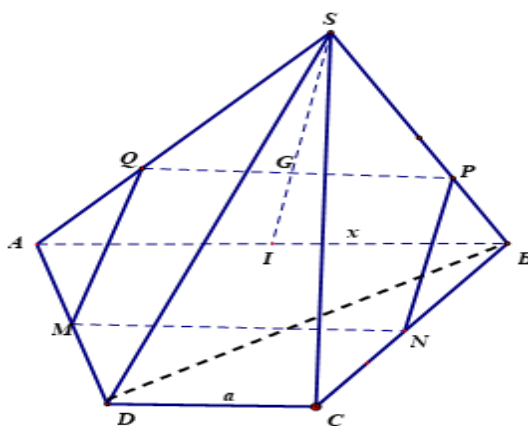
$$2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

**Câu 30:** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang ( $AB \parallel CD$ ), biết  $AB = x$  và  $CD = a$ . Gọi  $M, N, G$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$  và trọng tâm tam giác  $SAB$ . Tìm  $x$  để thiết diện tạo bởi  $(GMN)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là hình bình hành.

A.  $x = \frac{3a}{2}$ . B.  $x = \frac{2a}{3}$ . C.  $x = 3a$ . D.  $x = 2a$ .

Lời giải

Chọn C



Ta có  $MN \parallel AB$  từ  $G$  kẻ đường thẳng song song với  $AB$  cắt  $SA$  và  $SB$  lần lượt tại  $Q$  và  $P$ . Thiết diện cắt bởi mặt phẳng  $(GMN)$  là tứ giác  $MNPQ$ .

Ta có  $MN \parallel AB$  và  $PQ \parallel AB$  nên  $MN \parallel PQ$ .

Vậy  $MNPQ$  là hình thang.

$G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$  nên  $PQ = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3}x$ .

Gọi  $K = MN \cap DB$

Trong tam giác  $ABD$  ta có  $MK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}x$ .

Trong tam giác  $BCD$  ta có  $NK = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}a$ .

Mà  $MK + NK = MN = \frac{x+a}{2}$  (có thể sử dụng luôn tính chất đường trung bình của hình thang).

Để thiết diện là hình bình hành thì  $MN = PQ \Leftrightarrow \frac{x+a}{2} = \frac{2}{3}x \Leftrightarrow x = 3a$ .

**Câu 31:** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $DC$  và  $BC$ . Lấy điểm  $P$  trên cạnh  $SA$ ,  $H$  là giao điểm của  $AC$  và  $MN$ . Khi đó,  $K$  là giao điểm của  $SO$  và mặt phẳng  $(PMN)$  được xác định như sau:

**A.**  $K$  là giao điểm của  $SO$  và  $PH$ .

**B.**  $K$  là giao điểm của  $SO$  và  $NP$ .

**C.**  $K$  là giao điểm của  $SO$  và  $MN$ .

**D.**  $K$  là giao điểm của  $SO$  và  $PM$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Trong mp  $(SAC)$ : Gọi

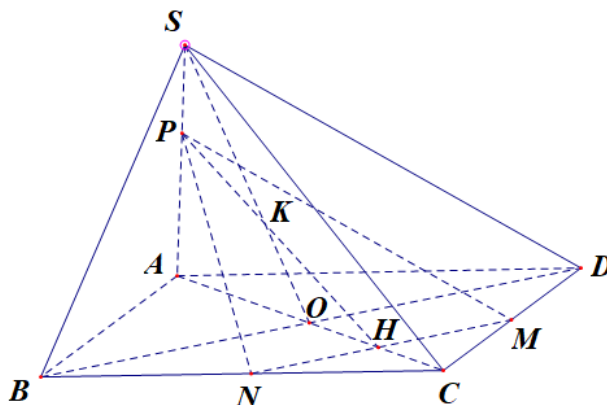
$K = SO \cap PH$ .

$K \in SO$  (1)

$\begin{cases} K \in PH \\ PH \subset (PMN) \end{cases} \Rightarrow$

$K \in (PMN)$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow K$  là giao  
 $SO$  và  $(PMN)$ .



điểm của

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 32:** Giải phương trình:  $6\sin x - 2\cos^3 x = \frac{5\sin 4x \cdot \cos x}{2\cos 2x}$

**Lời giải**

Điều kiện:  $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

Phương trình  $\Leftrightarrow 6\sin x - 2\cos^3 x = \frac{10\sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos x}{2\cos 2x}$

$\Leftrightarrow 6\sin x - 2\cos^3 x = 5\sin 2x \cdot \cos x$

$\Leftrightarrow 6\sin x - 2\cos^3 x - 10\sin x \cdot \cos^2 x = 0$

$\Leftrightarrow 3\sin x - \cos^3 x - 5\sin x \cdot \cos^2 x = 0$

$\Leftrightarrow 3\sin x(1 - 2\cos^2 x) + \cos^2 x(\sin x - \cos x) = 0$

$\Leftrightarrow 3\sin x(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) + \cos^2 x(\sin x - \cos x) = 0$

$\Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(3\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x + \cos^2 x) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 0(1) \\ 3\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0(2) \end{cases}$$

$$\bullet(1) \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \text{ (loại)}$$

• Giải (2): Nếu  $\cos x = 0$  thì  $(2) \Leftrightarrow \sin x = 0$ . điều này vô lý.

Suy ra  $\cos x \neq 0$ . Lúc đó  $(2) \Leftrightarrow 3\tan^2 x + 3\tan x + 1 = 0$ . Phương trình này vô nghiệm

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

**Câu 33:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ ,  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là trên cạnh  $BC$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(AMN)$ .

**Lời giải.**

mặt phẳng  $(ABCD)$  gọi

$$O = AC \cap BD, J = AN \cap BD.$$

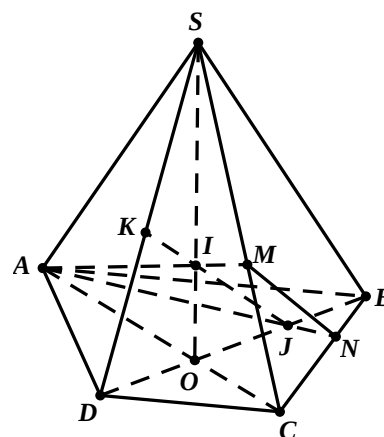
$(SAC)$  gọi  $I = SO \cap AM$  và  $K = IJ \cap SD$ .

$$I \in AM \subset (AMN), J \in AN \subset (AMN)$$

$$\Rightarrow IJ \subset (AMN).$$

$$K \in IJ \subset (AMN) \Rightarrow K \in (AMN).$$

$$K = SD \cap (AMN)$$



**Câu 34:** Có 5 cuốn sách Toán, 2 cuốn sách Lý và 1 cuốn sách Hóa đôi một khác nhau. Xếp ngẫu nhiên tám cuốn sách nằm ngang trên một cái kệ. Hỏi số cách sắp xếp sao cho cuốn sách Hóa không nằm giữa liền kề hai cuốn sách Lý?

**Lời giải**

+ Xếp ngẫu nhiên 8 cuốn sách khác nhau nằm ngang vào 8 vị trí ta có  $8!$  cách.

+ Ta xem 2 cuốn sách Lý và 1 cuốn sách Hóa là một đối tượng, 5 cuốn sách Toán là năm đối tượng.

Vì vậy số hoán vị 6 đối tượng là  $6!$ .

+ Số cách xếp 2 cuốn sách Lý và 1 cuốn sách Hóa sao cho cuốn sách Hóa nằm giữa liền kề hai cuốn sách Lý là  $2!$

+ Số cách sắp xếp 8 cuốn sách sao cho cuốn sách Hóa nằm giữa liền kề hai cuốn sách Lý là  $6! \cdot 2!$

+ Số cách sắp xếp 8 cuốn sách thỏa yêu cầu bài toán là  $8! - 6! \cdot 2! = 38880$ .

**Câu 35:** Cho đa giác đều có 12 đỉnh được đặt tên bằng 12 chữ cái khác nhau, chọn ngẫu nhiên 4 chữ cái trong 12 chữ cái đó. Tính xác suất của biến cố “bốn chữ cái được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật”.

**Lời giải**

Gọi  $(C)$  là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều đã cho. Khi đó có 6 đường kính của đường tròn có hai đầu mút là các chữ cái đã cho. Chọn 2 trong 6 đường kính ta lập được 1 hình chữ nhật.

Vậy số hình chữ nhật là  $C_6^2 = 15$ .

Số cách chọn 4 điểm từ 12 điểm là  $C_{12}^4 = 495$ .

Xác suất của biến cố “bốn chữ cái được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật” bằng  $\frac{15}{495} = \frac{1}{33}$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 10

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình  $\tan x = m$ , ( $m \in \mathbb{R}$ ).

**A.**  $x = \arctan m + k\pi$  hoặc  $x = \pi - \arctan m + k\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**B.**  $x = \pm \arctan m + k\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**C.**  $x = \arctan m + k2\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**D.**  $x = \arctan m + k\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Câu 2:** Tập xác định của hàm số  $y = -\tan x$  là:

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 3:** Cho  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$  là nghiệm của phương trình nào sau đây.

**A.**  $\sin 2x = 1$ .

**B.**  $\sin x = 1$ .

**C.**  $\sin x = 0$ .

**D.**  $\sin 2x = 0$ .

**Câu 4:** Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $P(A) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)}$ .

**B.**  $P(A) = \frac{1 - n(\bar{A})}{n(\Omega)}$ .

**C.**  $P(A) = \frac{n(\Omega)}{n(A)}$ .

**D.**  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ .

**Câu 5:** Khẳng định nào sau đây sai?

**A.**  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

**B.**  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

**C.**  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

**D.**  $P_n = n!$ .

**Câu 6:** Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $P(A) = 1 + \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)}$ .

**B.**  $P(A) > 1$ .

**C.**  $0 < P(A) < 1$ .

**D.**  $0 \leq P(A) \leq 1$ .

**Câu 7:** Một hộp đồ chơi có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 1 viên?

**A.** 11.

**B.** 5.

**C.** 6.

**D.** 30.

**Câu 8:** Trong mặt phẳng Oxy cho  $\vec{v} = (-2; 3)$  và điểm  $M(4; 2)$ . Tìm tọa độ  $M'$  là ảnh của điểm  $M$  qua phép tịnh tiến  $T_{\vec{v}}$ .

**A.**  $M'(-6; 1)$ .

**B.**  $M'(6; -1)$ .

**C.**  $M'(-8; 6)$ .

**D.**  $M'(2; 5)$ .

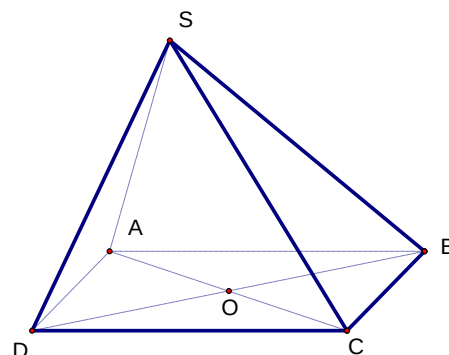
**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$  (có thể tham khảo hình vẽ). Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ ?

**A.**  $SA$ .

**B.**  $AC$ .

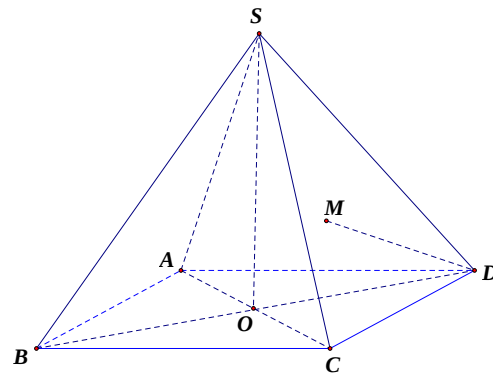
**C.**  $SB$ .

**D.**  $SO$ .





**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là một điểm thuộc miền trong của tam giác  $SAD$  (như hình vẽ dưới). Giao điểm của đường thẳng  $MD$  và mặt phẳng  $(SAB)$  là



- A. Điểm  $N$ , với  $N$  là giao điểm của  $MD$  và  $SB$ .
- B. Điểm  $H$ , với  $H$  là giao điểm của  $MD$  và  $AB$ .
- C. Điểm  $K$ , với  $K$  là giao điểm của  $MD$  và  $SA$ .
- D. Điểm  $M$ .

**Câu 11:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.  $y = \sin x$ .
- B.  $y = \tan x$ .
- C.  $y = \cos x$ .
- D.  $y = \cot x$ .

**Câu 12:** Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Qua 3 điểm phân biệt xác định được duy nhất một mặt phẳng.
- B. Qua 1 điểm và 1 đường thẳng xác định được duy nhất một mặt phẳng.
- C. Qua 2 đường thẳng cắt nhau xác định được duy nhất một mặt phẳng.
- D. Qua 4 điểm phân biệt xác định được duy nhất một mặt phẳng.

**Câu 13:** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Biến cố  $A$  là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm

- A.  $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6)\}$ .
- B.  $A = \{(1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6)\}$ .
- C.  $A = \{(1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)\}$ .
- D.  $A = \{(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)\}$ .

**Câu 14:** Cho hai đường thẳng song song  $a$  và  $b$ . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$ ?

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. Vô số.

**Câu 15:** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- B. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
- C. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- D. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

**Câu 16:** Phương trình  $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$  có nghiệm là

- A.  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .
- B.  $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .
- C.  $x = \frac{-\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .
- D.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 17:** Phương trình  $2\cos\frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$  có nghiệm là

- A.  $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .
- B.  $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .
- C.  $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .
- D.  $x = \pm\frac{5\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 18:** Một trường trung học phổ thông có 26 học sinh giỏi khối 12, có 43 học sinh giỏi khối 11, có 59 học sinh giỏi khối 10. Hỏi nhà trường đó có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh giỏi đủ cả 3 khối để đi dự trại hè?

- A. 65962.
- B. 128.
- C. 341376.
- D. 1118.

- Câu 19:** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = \frac{\sin x}{\cos x + \sqrt{2}}$  ?
- A.  $M = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ .      B.  $M = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .      C.  $M = -1$ .      D.  $M = 1$ .
- Câu 20:** Gieo 3 con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc đó bằng nhau?
- A.  $\frac{5}{36}$ .      B.  $\frac{1}{9}$ .      C.  $\frac{1}{18}$ .      D.  $\frac{1}{36}$ .
- Câu 21:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tìm phương trình đường thẳng  $\Delta'$  là ảnh của đường thẳng  $\Delta: x+2y-1=0$  qua phép tịnh tiến theo vectơ  $\vec{v}=(1;-1)$  ?
- A.  $\Delta': x+2y+2=0$ .      B.  $\Delta': x+2y+3=0$ .      C.  $\Delta': x+2y+1=0$ .      D.  $\Delta': x+2y=0$ .
- Câu 22:** Số nghiệm của phương trình  $\cos 2x + \cos^2 x - \sin^2 x = 2$ ,  $x \in (0; 12\pi)$  là:
- A. 10.      B. 1.      C. 12.      D. 11.
- Câu 23:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d: 5x-3y+15=0$ . Viết phương trình của đường thẳng  $d'$  là ảnh của đường thẳng  $d$  qua phép quay  $Q_{(0,90^\circ)}$ .
- A.  $3x+5y+15=0$       B.  $5x+3y+15=0$       C.  $3x+5y-15=0$       D.  $5x+3y-15=0$
- Câu 24:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9$ . Viết phương trình của đường tròn  $(C')$  là ảnh của  $(C)$  qua phép vị tự tâm  $I(1;2)$  tỉ số  $k=2$ .
- A.  $(x-4)^2 + (y+6)^2 = 9$ .      B.  $(x+4)^2 + (y-6)^2 = 36$ .  
C.  $(x-5)^2 + (y+4)^2 = 36$ .      D.  $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 9$ .
- Câu 25:** Gọi  $S$  là tập các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo từ tập  $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập  $S$ . Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn?
- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{1}{2}$
- Câu 26:** Cho hàm số  $y = 2\sin^2\left(x + \frac{2020\pi}{3}\right) - m\sin x \cdot \cos x$  với  $m$  là tham số. Gọi  $m_0$  là giá trị của tham số  $m$  để hàm số đã cho là hàm chẵn trên tập xác định. Chọn khẳng định **đúng**.
- A.  $m_0 \in (-1; 0)$ .      B.  $m_0 \in (0; 1)$ .      C.  $m_0 \in (1; 2)$ .      D.  $m_0 \in (2; 3)$ .
- Câu 27:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\frac{2\sin x(\sqrt{3}\cos x - 1) - \cos 2x}{1 - 2\sin x} = 1$  thuộc đoạn  $[0; 2\pi]$ .
- A.  $\frac{10\pi}{3}$ .      B.  $\frac{19\pi}{6}$ .      C.  $\frac{2\pi}{3}$ .      D.  $\frac{13\pi}{6}$ .
- Câu 28:** Trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức  $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{11}$ , với  $(x \neq 0)$ . Hệ số của số hạng chứa  $x^7$  là
- A.  $C_{11}^7$ .      B.  $3^7 C_{11}^7$ .      C.  $C_{11}^5$ .      D.  $3^5 C_{11}^5$ .
- Câu 29:** Giá trị của  $n$  thỏa mãn  $3A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0$  là
- A. 9.      B. 8.      C. 6.      D. 10.

- Câu 30:** Trong tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số ta chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1.
- A.  $\frac{43}{3000}$ .      B.  $\frac{431}{2020}$ .      C.  $\frac{3}{65}$ .      D.  $\frac{16}{81}$ .
- Câu 31:** Cho Tổng  $C_{100}^1 + 2^2 C_{100}^2 + 3^2 C_{100}^3 + 4^2 C_{100}^4 + \dots + 100^2 C_{100}^{100}$  bằng
- A.  $10100.2^{98}$ .      B.  $10000.2^{98}$ .      C.  $10000..2^{100}$ .      D.  $10100.2^{99}$ .
- Câu 32:** Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 20 câu. Mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng thì được 0,5 điểm, trả lời sai thì bị trừ 0,2 điểm. Một thí sinh do không học bài nên làm bài bằng cách với mỗi câu đều chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xác suất để thí sinh đó làm bài được điểm số không nhỏ hơn 9 là
- A.  $C_{20}^{18} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{18} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{20}^{19} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$ .      B.  $C_{20}^{18} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{18} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{20}^{19} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1$ .
- C.  $C_{20}^{18} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{18} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$ .      D.  $C_{20}^{19} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$ .
- Câu 33:** Cho phương trình  $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$ . Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình có nghiệm  $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ .
- A.  $m \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ .      B.  $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .      C.  $m \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ .      D.  $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$ .
- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang cân với cạnh bên  $BC = \sqrt{5}$ , hai đáy  $AB = 6$ ,  $CD = 4$ . Mặt phẳng  $(P)$  song song với  $(ABCD)$  và cắt cạnh  $SA$  tại  $M$  sao cho  $SA = 3SM$ . Diện tích thiết diện của  $(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$  bằng bao nhiêu?
- A.  $\frac{5}{9}$ .      B.  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ .      C.  $\frac{2}{9}$ .      D.  $\frac{7\sqrt{5}}{9}$ .
- Câu 35:** Tại chương trình “Tủ sách học đường”, Một mạnh thường quân đã trao tặng các cuốn sách tham khảo gồm 7 cuốn sách Toán, 8 cuốn sách Vật Lí, 9 cuốn sách Hóa Học (các cuốn sách cùng loại giống nhau) để làm phần thưởng cho 12 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 12 học sinh trên có hai bạn Quang và Thiện. Tính xác suất để hai bạn Quang và Thiện có phần thưởng giống nhau.
- A.  $\frac{19}{66}$ .      B.  $\frac{1}{11}$ .      C.  $\frac{3}{22}$ .      D.  $\frac{5}{17}$ .

## PHẦN II. TỰ LUẬN (3,0 điểm)

- Câu 36:** Giải phương trình  $5\left(\sin x + \frac{\sin 3x + \cos 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$
- Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành,  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAD$ ,  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $GM$  và song song với  $AC$ ,  $(\alpha)$  cắt  $SD$  tại  $E$ . Tính tỉ số  $\frac{SE}{SD}$ .
- Câu 38:** Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.
- Câu 39:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc  $S$ . Tính xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN TN

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| D  | A  | B  | D  | C  | D  | A  | D  | D  | C  | C  | C  | C  | D  | D  | C  | D  | A  |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |    |
| D  | D  | D  | D  | A  | C  | B  | C  | B  | D  | C  | A  | A  | D  | A  | A  | A  |    |

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

**Câu 1:** [Mức độ 1] Tìm tất cả các nghiệm của phương trình  $\tan x = m$ , ( $m \in \mathbb{R}$ ).

A.  $x = \arctan m + k\pi$  hoặc  $x = \pi - \arctan m + k\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

B.  $x = \pm \arctan m + k\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

C.  $x = \arctan m + k2\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**D.  $x = \arctan m + k\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).**

**Lời giải**

Ta có:  $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Câu 2:** [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số  $y = -\tan x$  là:

**A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .**

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = -\tan x$  xác định khi:  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 3:** [Mức độ 1] Cho  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$  là nghiệm của phương trình nào sau đây.

A.  $\sin 2x = 1$ .

**B.  $\sin x = 1$ .**

C.  $\sin x = 0$ .

D.  $\sin 2x = 0$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 4:** [Mức độ 1] Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $P(A) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)}$ .

B.  $P(A) = \frac{1 - n(\bar{A})}{n(\Omega)}$ .

C.  $P(A) = \frac{n(\Omega)}{n(A)}$ .

**D.  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ .**

**Lời giải**

**Câu 5:** [Mức độ 1] Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

B.  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

**C.  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .**

D.  $P_n = n!$ .

**Lời giải**

**Câu 6:** [Mức độ 1] Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $P(A) = 1 + \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)}$ .

B.  $P(A) > 1$ .

C.  $0 < P(A) < 1$ .

**D.  $0 \leq P(A) \leq 1$ .**

**Lời giải**

Tính chất của xác suất:  $0 \leq P(A) \leq 1$ .

**Câu 7:** [Mức độ 1] Một hộp đồ chơi có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 1 viên?

**A. 11.**

**B. 5.**

**C. 6.**

**D. 30.**

**Lời giải**

Số cách lấy 1 viên bi xanh: 6 cách.

Số cách lấy 1 viên bi đỏ: 5 cách.

Suy ra số cách lấy 1 viên bi xanh hoặc đỏ là  $6+5=11$  cách.

**Câu 8:** [Mức độ 1] Trong mặt phẳng Oxy cho  $\vec{v}=(-2;3)$  và điểm  $M(4;2)$ . Tìm tọa độ  $M'$  là ảnh của điểm  $M$  qua phép tịnh tiến  $T_{\vec{v}}$ .

**A.  $M'(-6;1)$ .**

**B.  $M'(6;-1)$ .**

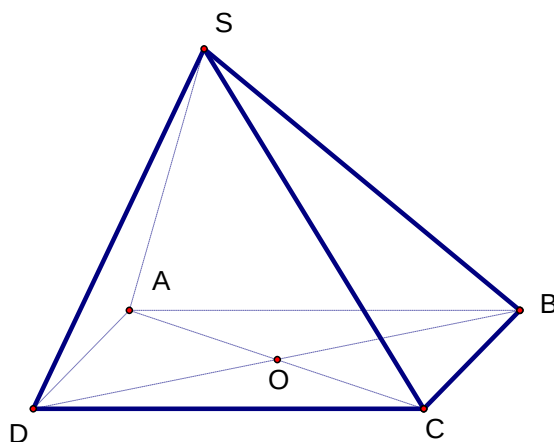
**C.  $M'(-8;6)$ .**

**D.  $M'(2;5)$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = x_M + x_{\vec{v}} \\ y_{M'} = y_M + y_{\vec{v}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = 4 + (-2) = 2 \\ y_{M'} = 2 + 3 = 5 \end{cases} \Rightarrow M'(2;5).$$

**Câu 9:** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$  (có thể tham khảo hình vẽ). Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ ?



**A. SA.**

**B. AC.**

**C. SB.**

**D. SO.**

**Lời giải**

Ta có  $S$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

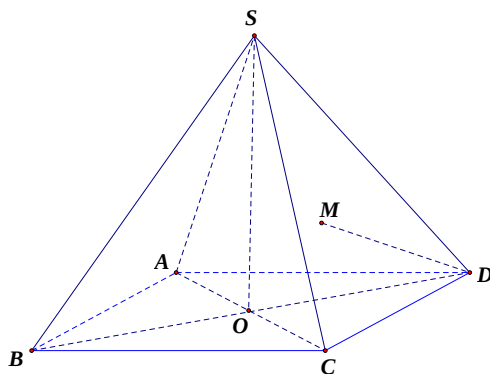
Mặt khác  $O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC)$ .

$O \in BD \subset (SBD) \Rightarrow O \in (SBD)$ .

Suy ra  $O$  là điểm chung thứ 2 của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

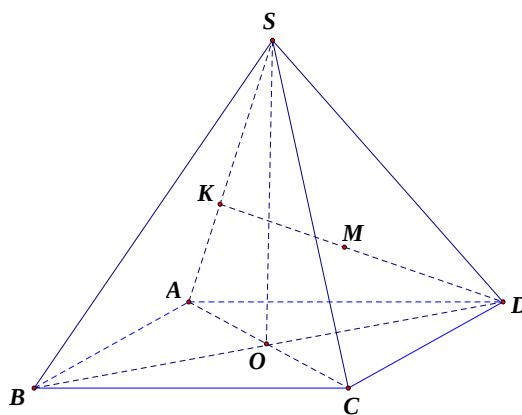
Vậy  $(SAC) \cap (SBD) = SO$ .

**Câu 10:** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là một điểm thuộc miền trong của tam giác  $SAD$  (như hình vẽ dưới). Giao điểm của đường thẳng  $MD$  và mặt phẳng  $(SAB)$  là



- A. Điểm  $N$ , với  $N$  là giao điểm của  $MD$  và  $SB$ .  
 B. Điểm  $H$ , với  $H$  là giao điểm của  $MD$  và  $AB$ .  
 C. Điểm  $K$ , với  $K$  là giao điểm của  $MD$  và  $SA$ .  
 D. Điểm  $M$ .

**Lời giải**



+ Giao điểm của đường thẳng  $MD$  và mặt phẳng  $(SAB)$  là điểm  $K$ , với  $K$  là giao điểm của  $MD$  và  $SA$ .

**Câu 11:** [Mức độ 1] Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \tan x$ .      C.  $y = \cos x$ .      D.  $y = \cot x$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn. Các hàm số  $y = \sin x$ ,  $y = \tan x$ ,  $y = \cot x$  là các hàm số lẻ.

**Câu 12:** [Mức độ 1] Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Qua 3 điểm phân biệt xác định được duy nhất một mặt phẳng.  
 B. Qua 1 điểm và 1 đường thẳng xác định được duy nhất một mặt phẳng.  
 C. Qua 2 đường thẳng cắt nhau xác định được duy nhất một mặt phẳng.  
 D. Qua 4 điểm phân biệt xác định được duy nhất một mặt phẳng.

**Lời giải**

Theo các cách xác định mặt phẳng, qua 2 đường thẳng cắt nhau xác định được duy nhất một mặt phẳng.

**Câu 13:** [Mức độ 1] Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Biến cố  $A$  là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm

- A.  $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6)\}$ .  
 B.  $A = \{(1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6)\}$ .  
 C.  $A = \{(1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)\}$ .  
 D.  $A = \{(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)\}$ .

**Lời giải**

Biến cố  $A$  là  $A = \{(1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)\}$ .

**Câu 14:** [Mức độ 1] Cho hai đường thẳng song song  $a$  và  $b$ . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$ ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

**Lời giải**

Có vô số mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$ .

**Câu 15:** [Mức độ 1] Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.  
B. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.  
C. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.  
D. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

**Lời giải**

Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho.

**Câu 16:** [Mức độ 2] Phương trình  $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$  có nghiệm là

- A.  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ . B.  $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .  
C.  $x = \frac{-\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ . D.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0$ .

Ta có  $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 17:** [Mức độ 2] Phương trình  $2\cos\frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$  có nghiệm là

- A.  $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ . B.  $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .  
C.  $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$ . D.  $x = \pm\frac{5\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Lời giải**

$$2\cos\frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\frac{x}{2} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\frac{x}{2} = \cos\frac{5\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{x}{2} = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} + k4\pi \\ x = -\frac{5\pi}{3} + k4\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 18:** [Mức độ 2] Một trường trung học phổ thông có 26 học sinh giỏi khối 12, có 43 học sinh giỏi khối 11, có 59 học sinh giỏi khối 10. Hỏi nhà trường đó có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh giỏi đủ cả 3 khối để đi dự trại hè?

- A. 65962. B. 128. C. 341376. D. 1118.

**Lời giải**

Nhà trường chọn 3 học sinh giỏi đủ cả 3 khối để đi dự trại hè có:  $26.43.59 = 65962$  cách.

**Câu 19:** [Mức độ 2] Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = \frac{\sin x}{\cos x + \sqrt{2}}$  ?

- A.  $M = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ .      B.  $M = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .      C.  $M = -1$ .      **D.  $M = 1$ .**

**Lời giải**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y = \frac{\sin x}{\cos x + \sqrt{2}} \Leftrightarrow y\sqrt{2} = \sin x - y \cos x$ . Để phương trình có nghiệm  $x$  thì

$$1 + y^2 \geq 2y^2 \Leftrightarrow y^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 1.$$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số là  $M = 1$ , xảy ra khi

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 20:** [Mức độ 2] Gieo 3 con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc đó bằng nhau?

- A.  $\frac{5}{36}$ .      B.  $\frac{1}{9}$ .      C.  $\frac{1}{18}$ .      **D.  $\frac{1}{36}$ .**

**Lời giải**

Phép thử “gieo ba con súc sắc cân đối đồng chất”. Ta có  $n(\Omega) = 6^3 = 216$ .

Gọi biến cố  $A$ : “Số chấm trên ba con súc sắc bằng nhau”. Ta có  $n(A) = 6$ .

Xác suất xảy ra biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{36}$ .

**Câu 21:** [Mức độ 2] Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tìm phương trình đường thẳng  $\Delta'$  là ảnh của đường thẳng  $\Delta: x + 2y - 1 = 0$  qua phép tịnh tiến theo vectơ  $\vec{v} = (1; -1)$ ?

- A.  $\Delta': x + 2y + 2 = 0$ .      B.  $\Delta': x + 2y + 3 = 0$ .      C.  $\Delta': x + 2y + 1 = 0$ .      **D.  $\Delta': x + 2y = 0$ .**

**Lời giải**

Lấy điểm  $M(x_M; y_M) \in \Delta \Leftrightarrow x_M + 2y_M - 1 = 0$  (1).

Ta có  $T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y') \in \Delta' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x_M + 1 \\ y' = y_M - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = x' - 1 \\ y_M = y' + 1 \end{cases}$ .

Thay vào (1) ta được  $(x' - 1) + 2(y' + 1) - 1 = 0 \Leftrightarrow x' + 2y' = 0$ . Vậy  $\Delta': x + 2y = 0$ .

**Câu 22:** [Mức độ 2] Số nghiệm của phương trình  $\cos 2x + \cos^2 x - \sin^2 x = 2$ ,  $x \in (0; 12\pi)$  là:

- A. 10.      B. 1.      C. 12.      **D. 11.**

**Lời giải**

Ta có:  $\cos 2x + \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \Leftrightarrow 2\cos 2x = 2 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vì  $x \in (0; 12\pi)$  nên  $0 < k\pi < 12\pi \Leftrightarrow 0 < k < 12$ .

Do đó có 11 giá trị  $k$ , tương ứng với 11 nghiệm.

**Câu 23:** [Mức độ 2] Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d: 5x - 3y + 15 = 0$ . Viết phương trình của đường thẳng  $d'$  là ảnh của đường thẳng  $d$  qua phép quay  $Q_{(0; 90^\circ)}$ .

- A.  $3x + 5y + 15 = 0$**       B.  $5x + 3y + 15 = 0$       C.  $3x + 5y - 15 = 0$       D.  $5x + 3y - 15 = 0$

**Lời giải**

Ta có:  $Q_{(0; 90^\circ)}: d \mapsto d'$  khi đó  $d \perp d'$



Suy ra phương trình đường thẳng  $d': 3x + 5y + m = 0$ .

Gọi  $M(0;5) \in d$ , khi đó:  $Q_{(O;90^\circ)}: M(0;5) \in d \mapsto M'(-5;0) \in d'$ .

Thay  $M'(-5;0)$  vào  $d'$  ta được:  $m = 15$ .

Vậy phương trình  $d': 3x + 5y + 15 = 0$ .

**Câu 24:** [Mức độ 2] Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9$ . Viết phương trình của đường tròn  $(C')$  là ảnh của  $(C)$  qua phép vị tự tâm  $I(1;2)$  tỉ số  $k = 2$ .

A.  $(x-4)^2 + (y+6)^2 = 9$ .

B.  $(x+4)^2 + (y-6)^2 = 36$ .

C.  $(x-5)^2 + (y+4)^2 = 36$ .

D.  $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 9$ .

**Lời giải**

Đường tròn  $(C)$  có tâm  $A(3;-1)$  và bán kính  $R = 3$ .

Đường tròn  $(C')$  là ảnh của  $(C)$  qua phép vị tự tâm  $I(1;2)$  tỉ số  $k = 2$ . Gọi  $A'; R'$  lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn  $(C')$ .

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} \overline{IA'} = 2\overline{IA} \\ R' = 2R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - 1 = 2(3 - 1) \\ y' - 2 = 2(-1 - 2) \\ R' = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'(5; -4) \\ R' = 6 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn  $(C'): (x-5)^2 + (y+4)^2 = 36$ .

**Câu 25:** [Mức độ 2] Gọi  $S$  là tập các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo từ tập  $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập  $S$ . Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn?

A.  $\frac{3}{4}$

B.  $\frac{2}{5}$

C.  $\frac{3}{5}$

D.  $\frac{1}{2}$

**Lời giải**

Số phần tử của không gian mẫu  $n(\Omega) = A_5^4$

Gọi  $A$  là biến cố “Số được chọn là một số chẵn”.

Gọi số có 4 chữ số khác nhau là  $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$

Vì là số chẵn nên  $a_4 \in \{2; 4\}$  có 2 cách chọn.

Các chữ số còn lại có  $A_4^3$  cách chọn. Theo quy tắc nhân ta có:  $2A_4^3$  cách chọn.

Suy ra  $n(A) = 2A_4^3$ .

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2A_4^3}{A_5^4} = \frac{2}{5}.$$

**Câu 26:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $y = 2\sin^2\left(x + \frac{2020\pi}{3}\right) - m\sin x \cos x$  với  $m$  là tham số. Gọi  $m_0$  là giá trị của tham số  $m$  để hàm số đã cho là hàm chẵn trên tập xác định. Chọn khẳng định đúng.

A.  $m_0 \in (-1; 0)$ .

B.  $m_0 \in (0; 1)$ .

C.  $m_0 \in (1; 2)$ .

D.  $m_0 \in (2; 3)$ .

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$y = 2 \sin^2 \left( x + \frac{2020\pi}{3} \right) - m \sin x \cdot \cos x = 2 \sin^2 \left( x + \frac{\pi}{3} \right) - \frac{m}{2} \sin 2x = \frac{1}{2} + \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}-m}{2} \sin 2x$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}.$$

$$y(-x) = y(x), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (\sqrt{3}-m) \sin 2x = 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m = \sqrt{3}.$$

**Câu 27:** [ Mức độ 3 ] Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\frac{2 \sin x (\sqrt{3} \cos x - 1) - \cos 2x}{1 - 2 \sin x} = 1$  thuộc đoạn  $[0; 2\pi]$ .

A.  $\frac{10\pi}{3}$ .

B.  $\frac{19\pi}{6}$ .

C.  $\frac{2\pi}{3}$ .

D.  $\frac{13\pi}{6}$ .

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện: } \sin x \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{5\pi}{6} + l2\pi \end{cases}; k, l \in \mathbb{Z}.$$

$$\frac{2 \sin x (\sqrt{3} \cos x - 1) - \cos 2x}{1 - 2 \sin x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 2 \sin x = 1 - 2 \sin x \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + m\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + m\pi \end{cases}, m \in \mathbb{Z}.$$

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của phương trình đã cho là:

$$x = \frac{\pi}{2} + m\pi; x = \frac{7\pi}{6} + m2\pi; m \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Có các nghiệm thuộc đoạn } [0; 2\pi] \text{ là: } \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + \frac{7\pi}{6} = \frac{19\pi}{6}.$$

**Câu 28:** [Mức độ 2] Trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức  $\left( x^2 + \frac{3}{x} \right)^{11}$ , với  $(x \neq 0)$ . Hệ số của số hạng chứa  $x^7$  là

A.  $C_{11}^7$ .

B.  $3^7 C_{11}^7$ .

C.  $C_{11}^5$ .

D.  $3^5 C_{11}^5$ .

**Lời giải**

Ta có số hạng tổng quát của khai triển  $\left( x^2 + \frac{3}{x} \right)^{11}$  là:

$$T_{k+1} = C_{11}^k (x^2)^{11-k} \left( \frac{3}{x} \right)^k = 3^k C_{11}^k x^{22-3k}.$$

Theo đề bài ta có:  $22 - 3k = 7 \Leftrightarrow k = 5$ .

Vậy hệ số của số hạng chứa  $x^7$  trong khai triển là:  $3^5 C_{11}^5$ .

**Câu 29:** [Mức độ 2] Giá trị của  $n$  thỏa mãn  $3A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0$  là

A. 9.

B. 8.

C. 6.

D. 10.

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} n \geq 2 \\ 2n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Với điều kiện trên, ta có:

$$3A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{(2n)!}{(2n-2)!} + 42 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3n(n-1) - 2n \cdot (2n-1) + 42 = 0 \Leftrightarrow -n^2 - n + 42 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -7 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được  $n = 6$ .

**Câu 30:** [ **Mức độ 3** ] Trong tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số ta chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1.

**A.**  $\frac{43}{3000}$

**B.**  $\frac{431}{2020}$

**C.**  $\frac{3}{65}$

**D.**  $\frac{16}{81}$

**Lời giải**

Số các số tự nhiên có 4 chữ số là:  $9999 - 1000 + 1 = 9000$  nên  $n(\Omega) = 9000$

Đặt biến cố  $A$ : Số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1.

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là  $\overline{abc1}$ .

$\overline{abc1} = 10 \cdot \overline{abc} + 1 = 3 \cdot \overline{abc} + 7 \cdot \overline{abc} + 1$  chia hết cho 7 khi và chỉ khi  $3 \cdot \overline{abc} + 1$  chia hết cho 7

Đặt  $3 \cdot \overline{abc} + 1 = 7m \Leftrightarrow \overline{abc} = 2m + \frac{m-1}{3}$  là số nguyên khi và chỉ khi  $m = 3t + 1$

Khi đó ta được  $\overline{abc} = 7t + 2 \Rightarrow 100 \leq 7t + 2 \leq 999 \Rightarrow 14 \leq t \leq \frac{997}{7} \Rightarrow t \in \{14, 15, 16, \dots, 142\}$

Có 129 số tự nhiên có 4 chữ số mà số đó chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1.

Suy ra  $n(A) = 129$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{129}{9000} = \frac{43}{3000}.$$

**Câu 31:** [ **Mức độ 4** ] Cho Tổng  $C_{100}^1 + 2^2 C_{100}^2 + 3^2 C_{100}^3 + 4^2 C_{100}^4 + \dots + 100^2 C_{100}^{100}$  bằng

**A.**  $10100 \cdot 2^{98}$

**B.**  $10000 \cdot 2^{98}$

**C.**  $10000 \cdot 2^{100}$

**D.**  $10100 \cdot 2^{99}$

**Lời giải**

$$k^2 \cdot C_n^k = (k-1) \cdot k \cdot C_n^k + k \cdot C_n^k$$

Ta có:  $1^2 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot C_n^2 + 3^2 \cdot C_n^3 + 4^2 \cdot C_n^4 + \dots + n^2 \cdot C_n^n$

$$= [(1-1) \cdot 1 \cdot C_n^1 + 1 \cdot C_n^1] + [(2-1) \cdot 2 \cdot C_n^2 + 2 \cdot C_n^2] + [(3-1) \cdot 3 \cdot C_n^3 + 3 \cdot C_n^3] + \dots + [(n-1) \cdot n \cdot C_n^n + n \cdot C_n^n]$$

$$= [1 \cdot 2 \cdot C_n^2 + 2 \cdot 3 \cdot C_n^3 + \dots + (n-1) \cdot n \cdot C_n^n] + [1 \cdot C_n^1 + 2 \cdot C_n^2 + 3 \cdot C_n^3 + \dots + n \cdot C_n^n]$$

$$\text{Với } (k-1) \cdot k \cdot C_n^k = (k-1) \cdot k \cdot \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}{(n-k)! \cdot (k-2)!} = n \cdot (n-1) \cdot C_{n-2}^{k-2}$$

$$\text{và } k \cdot C_n^k = k \cdot \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{n \cdot (n-1)!}{(n-k)! \cdot (k-1)!} = n \cdot C_{n-1}^{k-1}$$

Suy ra:  $1^2 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot C_n^2 + 3^2 \cdot C_n^3 + 4^2 \cdot C_n^4 + \dots + n^2 \cdot C_n^n$

$$= n \cdot (n-1) \cdot (C_{n-2}^0 + C_{n-2}^1 + \dots + C_{n-2}^{n-2}) + n \cdot (C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + \dots + C_{n-1}^{n-1})$$

$$= n.(n-1).2^{n-2} + n.2^{n-1} = n.(n+1).2^{n-2}$$

$$\text{Vậy } C_{100}^1 + 2^2 C_{100}^2 + 3^2 C_{100}^3 + 4^2 C_{100}^4 + \dots + 100^2 C_{100}^{100} = 100.(100+1).2^{100-2} = 10100.2^{98}$$

**Câu 32:** [Mức độ 4] Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 20 câu. Mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng thì được 0,5 điểm, trả lời sai thì bị trừ 0,2 điểm. Một thí sinh do không học bài nên làm bài bằng cách với mỗi câu đều chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xác suất để thí sinh đó làm bài được điểm số không nhỏ hơn 9 là

**A.**  $C_{20}^{18} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{18} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{20}^{19} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$     **B.**  $C_{20}^{18} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{18} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{20}^{19} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1$

**C.**  $C_{20}^{18} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{18} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$     **D.**  $C_{20}^{19} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$

**Lời giải**

Gọi số câu trả lời đúng là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}, x \leq 20$ ). Suy ra số câu sai là  $20 - x$ .

Khi đó số điểm đạt được là:  $0,5x - 0,2(20 - x) = 0,7x - 4 \geq 9 \Leftrightarrow x \geq \frac{130}{7}$ .

Xác suất 1 câu đúng là  $\frac{1}{4}$ ; xác suất một câu sai là  $\frac{3}{4}$ .

Ta có các trường hợp sau

| Các trường hợp | Số câu đúng | Số câu sai | Xác suất                                                                           |
|----------------|-------------|------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| TH1            | 19          | 1          | $C_{20}^{19} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1$ |
| TH2            | 20          | 0          | $\left(\frac{1}{4}\right)^{20}$                                                    |

Vậy xác suất cần tìm là  $C_{20}^{19} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$ .

**Câu 33:** [Mức độ 4] Cho phương trình  $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$ . Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình có nghiệm  $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ .

**A.**  $m \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$     **B.**  $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$     **C.**  $m \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$     **D.**  $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$

**Lời giải**

Ta có

$$\begin{aligned} & (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x \\ \Leftrightarrow & (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos^2 x) \\ \Leftrightarrow & (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos x)(1 + \cos x) \\ \Leftrightarrow & (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x - m + m \cos x) = 0 \\ \Leftrightarrow & (\cos x + 1)(\cos 2x - m) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos 2x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \notin \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \\ \cos 2x = m \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có  $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x \in \left(0; \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \cos 2x \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ .

Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi  $m \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ .

**Câu 34:** [Mức độ 4] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang cân với cạnh bên  $BC = \sqrt{5}$ , hai đáy  $AB = 6$ ,  $CD = 4$ . Mặt phẳng  $(P)$  song song với  $(ABCD)$  và cắt cạnh  $SA$  tại  $M$  sao cho  $SA = 3SM$ . Diện tích thiết diện của  $(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$  bằng bao nhiêu?

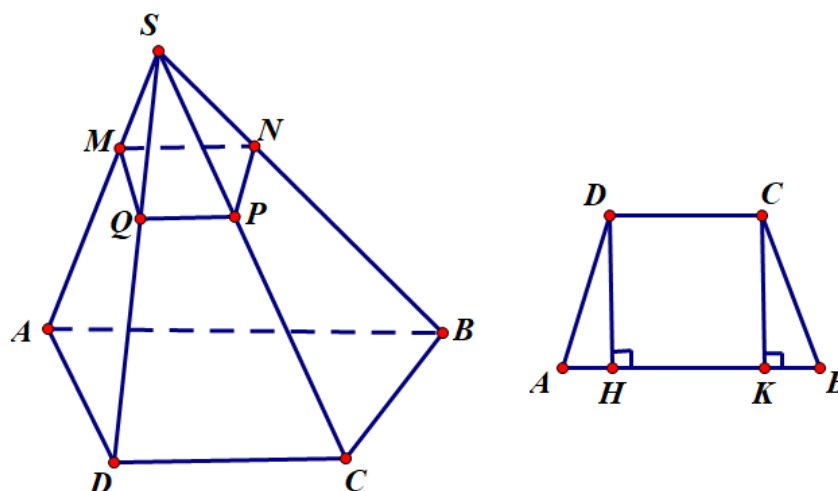
A.  $\frac{5}{9}$ .

B.  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ .

C.  $\frac{2}{9}$ .

D.  $\frac{7\sqrt{5}}{9}$ .

Lời giải



Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $D, C$  trên  $AB$

$$ABCD \text{ là hình thang cân} \Rightarrow \begin{cases} AH = BK; CD = HK \\ AH + HK + BK = AB \end{cases} \Rightarrow BK = 1.$$

Tam giác  $BCK$  vuông tại  $K$ , có  $CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{5^2 - 1^2} = 2$ .

Suy ra diện tích hình thang  $ABCD$  là  $S_{ABCD} = CK \cdot \frac{AB + CD}{2} = 2 \cdot \frac{4 + 6}{2} = 5$ .

Gọi  $N, P, Q$  lần lượt là giao điểm của  $(P)$  và các cạnh  $SB, SC, SD$ .

Vì  $(P) \parallel (ABCD)$  nên theo định lí Talet, ta có  $\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{AD} = \frac{1}{3} = k$ .

Khi đó  $(P)$  cắt hình chóp theo thiết diện  $MNPQ$  có diện tích  $S_{MNPQ} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \frac{5}{9}$ .

**Câu 35:** [Mức độ 4] Tại chương trình “Tủ sách học đường”, Một mạnh thường quân đã trao tặng các cuốn sách tham khảo gồm 7 cuốn sách Toán, 8 cuốn sách Vật Lí, 9 cuốn sách Hóa Học (các cuốn sách cùng loại giống nhau) để làm phần thưởng cho 12 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 12 học sinh trên có hai bạn Quang và Thiện. Tính xác suất để hai bạn Quang và Thiện có phần thưởng giống nhau.

A.  $\frac{19}{66}$ .

B.  $\frac{1}{11}$ .

C.  $\frac{3}{22}$ .

D.  $\frac{5}{17}$ .

Lời giải

Gọi  $x, y, z$  là số bộ Toán – Lý, Lý – Hóa, Hóa – Toán

Từ giả thiết ta có: 
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ y + z = 9 \\ x + z = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ z = 4 \end{cases}.$$

Chia 12 phần thưởng bất kỳ có:  $C_{12}^3 \cdot C_9^5 \cdot C_4^4$  cách.

Số cách chia cho hai bạn Quang và Thiện có cùng phần thưởng:

- Cùng nhận bộ sách Toán – Lý có:  $C_{10}^1 \cdot C_5^9 \cdot C_4^4$  cách.

- Cùng nhận bộ sách Lý – Hóa có:  $C_{10}^3 \cdot C_7^3 \cdot C_5^5$  cách.

- Cùng nhận bộ sách Hóa – Toán có:  $C_{10}^2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^5$  cách.

Khi đó xác suất cần tìm là: 
$$P = \frac{C_{10}^1 \cdot C_5^9 \cdot C_4^4 + C_{10}^3 \cdot C_7^3 \cdot C_5^5 + C_{10}^2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^5}{C_{12}^3 \cdot C_9^5 \cdot C_4^4} = \frac{19}{66}.$$

## PHẦN II. TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Giải phương trình  $5\left(\sin x + \frac{\sin 3x + \cos 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$

**Lời giải**

ĐKXD:  $1 + 2\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{\pi}{12} + l\pi \\ x \neq \frac{7\pi}{12} + m\pi \end{cases} (l, m \in \mathbb{Z}).$

$$5 \frac{\sin x + 2\sin 2x \cdot \sin x + \cos 3x + \sin x}{1 + 2\sin 2x} = \cos 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow 5 \frac{\sin x + \cos x - \cos 3x + \cos 3x + \sin x}{1 + 2\sin 2x} = \cos 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow 5 \frac{(\sin 3x + \sin x) + \cos x}{1 + 2\sin 2x} = \cos 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow 5 \frac{2\sin 2x \cos x + \cos x}{1 + 2\sin 2x} = \cos 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow 5 \frac{(2\sin x + 1) \cdot \cos x}{1 + 2\sin 2x} = \cos 2x + 3$$

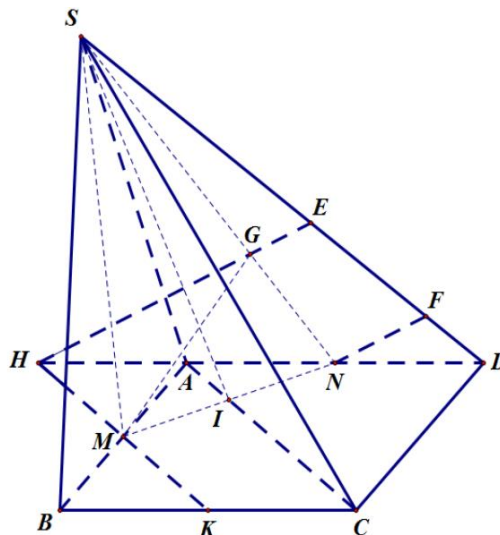
$$\Leftrightarrow 5\cos x = \cos 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành,  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAD$ ,  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $GM$  và song song với  $AC$ ,  $(\alpha)$  cắt  $SD$  tại  $E$ . Tính tỉ số  $\frac{SE}{SD}$ .

**Lời giải**



- \* Tím  $E$

Trong  $(ABCD)$ , kẻ đường thẳng qua  $M$ , song song với  $AC$  lần lượt cắt  $BC, AD$  tại  $K, H$ .

Trong  $(SAD)$ , kẻ đường thẳng qua  $HG$  cắt  $SD$  tại  $E$  thì  $E$  là giao điểm của  $SD$  và  $(\alpha)$

\* Tính tỉ số  $\frac{SE}{SD}$ .

Tứ giác  $HACK$  là hình bình hành nên  $HA = CK = \frac{1}{2} AB$ .

Kẻ  $NF$  song song  $HE$  ( $F \in SD$ ), ta có:  $\frac{SE}{SF} = \frac{SG}{SN} = \frac{2}{3}$ ;  $\frac{DF}{DE} = \frac{DN}{DH} = \frac{1}{3}$

Giả sử  $EF = x$

$$\Rightarrow SE = 2x, DF = \frac{x}{2} \Rightarrow SD = 2x + x + \frac{x}{2} = \frac{7x}{2} \Rightarrow \frac{SE}{SD} = \frac{4}{7}$$

**Câu 38:** Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

## Lời giải

Không gian mẫu:  $|\Omega| = C_{30}^{10}$

Các số từ 1 đến 30 được chia thành ba loại tập hợp:

Loại I: tập hợp các số lẻ, có 15 phần tử.

Loại II: tập hợp các số chia hết cho 10, có 3 phần tử.

Loại III: tập hợp các số chẵn và không chia hết cho 10, có 12 phần tử.

Chọn 5 tấm thẻ mang số lẻ, có  $C_{15}^5$  cách chọn.

Chọn 1 thẻ chia hết cho 10, có 3 cách chọn.

Chọn 4 thẻ chẵn và không chia hết cho 10, có  $C_{12}^4$  cách chọn.

Theo quy tắc nhân, ta có  $C_{15}^5 \cdot 3 \cdot C_{12}^4$  cách chọn.

Xác suất cần tính:  $P = \frac{C_{15}^5 \cdot 3 \cdot C_{12}^4}{C_{20}^{10}} = \frac{99}{667}$ .

**Câu 39:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc  $S$ . Tính xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ.

### Lời giải

Gọi số có 6 chữ số là  $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$  ( $a_1 \neq 0$ ).

Số phần tử không gian mẫu:  $n(\Omega) = 9.A_9^5$ .

Gọi  $A$  là biến cố chọn được số có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ.

**Trường hợp 1:**  $a_5$  chẵn và  $a_6$  lẻ

$a_6$  có 5 cách chọn.

Nếu  $a_5 = 0$  thì bộ  $a_1; a_2; a_3; a_4$  có  $A_8^4$  cách chọn.

Nếu  $a_5 \neq 0$  thì  $a_5$  có 4 cách chọn,  $a_1$  có 7 cách chọn và bộ  $a_2; a_3; a_4$  có  $A_7^3$  cách chọn.

Vậy ta có  $5.(A_8^4 + 4.7.A_7^3)$  số.

**Trường hợp 2:**  $a_5$  lẻ và  $a_6$  chẵn

Tương tự trường hợp 1, ta có  $5.(A_8^4 + 4.7.A_7^3)$  số.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2.5.(A_8^4 + 4.7.A_7^3)}{9.A_9^5} = \frac{5}{9}.$$

-----Hết-----



ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 11

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . B.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . C.  $[-1;1]$ . D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 2:** Phương trình  $\sin x = 1$  có một nghiệm là:

- A.  $x = \pi$ . B.  $x = -\frac{\pi}{2}$ . C.  $x = \frac{\pi}{2}$ . D.  $x = \frac{\pi}{3}$ .

**Câu 3:** Chu kỳ của hàm số  $y = \cos x$  là

- A.  $\pi$ . B.  $\frac{2\pi}{3}$ . C.  $2\pi$ . D.  $3\pi$ .

**Câu 4:** Từ một nhóm có 15 học sinh nam và 12 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

- A.  $C_{15}^3 + C_{12}^2$ . B.  $A_{15}^3 + A_{12}^2$ . C.  $A_{15}^3 \cdot A_{12}^2$ . D.  $C_{15}^3 \cdot C_{12}^2$ .

**Câu 5:** Giả sử có khai triển  $(1-2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_7x^7$ . Tìm  $a_5$ .

- A. 672. B.  $-672x^5$ . C.  $-672$ . D.  $672x^5$ .

**Câu 6:** Một lớp học có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để đi hoạt động đoàn. Xác suất để 3 học sinh chọn ra là nam:

- A.  $\frac{13}{187}$ . B.  $\frac{174}{187}$ . C.  $\frac{3}{7}$ . D.  $\frac{4}{7}$ .

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 3^n$ . Tính  $u_3$ .

- A.  $u_3 = 9$ . B.  $u_3 = 27$ . C.  $u_3 = 3$ . D.  $u_3 = 81$ .

**Câu 8:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ . B.  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ . C.  $u_n = n^2$ . D.  $u_n = \sqrt{n+2}$ .

**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và công sai  $d = 3$ . Tìm số hạng  $u_{10}$ .

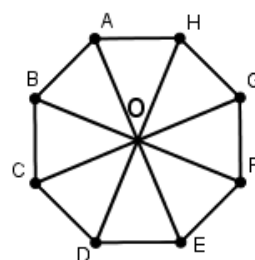
- A.  $u_{10} = -2 \cdot 3^9$ . B.  $u_{10} = 28$ . C.  $u_{10} = 25$ . D.  $u_{10} = -29$ .

**Câu 10:** Phép biến hình nào sau đây **không** có tính chất “Biến hai điểm phân biệt  $M, N$  lần lượt thành hai điểm  $M', N'$  mà  $M'N' = MN$ ”.

- A. Phép tịnh tiến. B. Phép quay.  
C. Phép đối xứng trục. D. Phép vị tự với tỉ số  $k > 1$ .

**Câu 11:** Cho hình bát giác đều  $ABCDEFGH$  có tâm là điểm  $O$  (xem hình vẽ). Ảnh của điểm  $A$  qua phép quay tâm  $O$  và góc quay  $135^\circ$  là điểm nào sau đây

- A.  $B$ . B.  $F$ .  
C.  $D$ . D.  $G$ .



**Câu 12:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(-3;2)$ . Tọa độ của điểm  $N$  là ảnh của  $M$  qua phép tịnh tiến vecto  $\vec{v} = (-2;1)$  là.

- A.  $(1;-1)$ . B.  $(-1;1)$ . C.  $(-5;1)$ . D.  $(-5;3)$ .

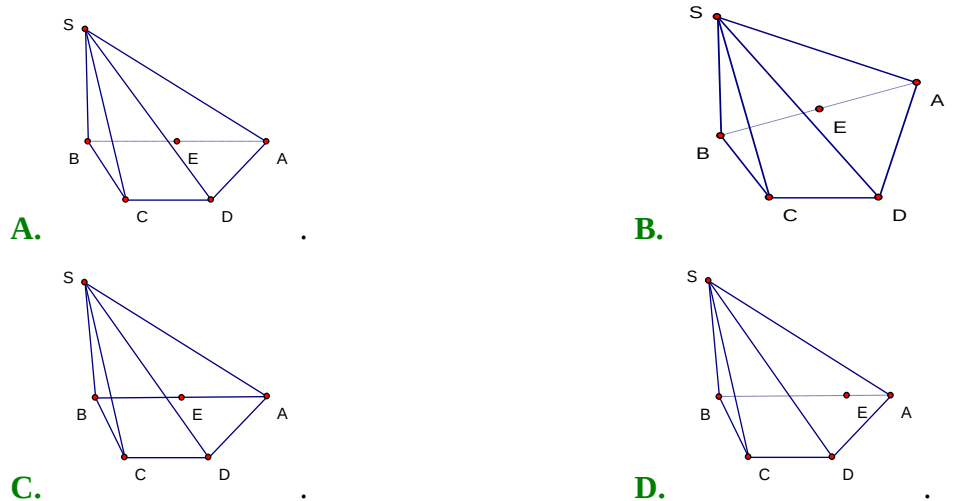
**Câu 13:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $A(2;-6)$ . Tọa độ của điểm  $A'$  là ảnh của  $A$  qua phép vị tự tâm  $O$  gốc tọa độ, tỉ số  $k = 2$  là.

- A.  $(4;-4)$ . B.  $(4;-12)$ . C.  $(1;-3)$ . D.  $(0;-8)$ .

**Câu 14:** Hai đường thẳng trong không gian có bao nhiêu vị trí tương đối?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang, đáy lớn  $AB$  gấp đôi đáy nhỏ  $CD$ ,  $E$  là trung điểm của đoạn  $AB$ . Hình vẽ nào sau đây đúng quy tắc?



**Câu 16:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 17:** Giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = 4 - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  là

- A.  $M = 6; m = -1$ . B.  $M = 5; m = 3$ . C.  $M = 6; m = 2$ . D.  $M = 4; m = 3$ .

**Câu 18:** Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$  là

- A.  $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . B.  $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .  
C.  $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . D.  $S = \left\{k2\pi, \pm \arccos\left(-\frac{3}{2}\right) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 19:** Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

- A.  $\frac{2}{3}$ . B.  $\frac{5}{18}$ . C.  $\frac{13}{18}$ . D.  $\frac{1}{3}$ .

- Câu 20:** Một lớp học có 20 nam và 26 nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn một ban cán sự gồm 3 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu trong ban cán sự có ít nhất một nam.  
**A.** 12462.                      **B.** 12580.                      **C.** 12561.                      **D.** 12364.
- Câu 21:** Cho đa giác đều có  $n$  cạnh ( $n \geq 4$ ). Tìm  $n$  để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh ?  
**A.**  $n = 8$ .                      **B.**  $n = 16$ .                      **C.**  $n = 5$ .                      **D.**  $n = 6$ .
- Câu 22:** Một cấp số cộng có  $u_7 = 27$  và  $u_{20} = 79$ . Tổng của 30 số hạng đầu của cấp số cộng này là  
**A.** 1083.                      **B.** 1380.                      **C.** 1830.                      **D.** 1038.
- Câu 23:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm  $A', B'$  lần lượt là ảnh của các điểm  $A(2;3)$ ,  $B(1;1)$  qua phép tịnh tiến theo vector  $\vec{v} = (3;1)$ . Tính độ dài vector  $\overline{A'B'}$ .  
**A.** 2.                      **B.**  $\sqrt{3}$ .                      **C.**  $\sqrt{5}$ .                      **D.**  $\sqrt{2}$ .
- Câu 24:** Trong mặt phẳng Oxy, phép quay tâm O góc quay  $-90^\circ$  biến đường tròn  $(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$  thành đường tròn  $(C')$  có phương trình là  
**A.**  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 16$ .                      **B.**  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ .  
**C.**  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$ .                      **D.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$ .
- Câu 25:** Cho tứ diện ABCD có tất cả các cạnh bằng 4cm. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (GAD) có diện tích bằng  
**A.**  $8\sqrt{3}(cm^2)$                       **B.**  $4\sqrt{3}(cm^2)$ .                      **C.**  $\frac{8\sqrt{2}}{3}(cm^2)$ .                      **D.**  $4\sqrt{2}(cm^2)$ .
- Câu 26:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\cos 2x - (2m-1)\cos x - m + 1 = 0$  có đúng 2 nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .  
**A.**  $-1 \leq m \leq 1$ .                      **B.**  $-1 \leq m \leq 0$ .                      **C.**  $0 \leq m \leq 1$ .                      **D.**  $0 \leq m < 1$ .
- Câu 27:** Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$   
**A.** 40096.                      **B.** 43008.                      **C.** 512.                      **D.** 84.
- Câu 28:** Tính tổng  $S = C_{10}^0 + 2C_{10}^1 + 2^2 C_{10}^2 + \dots + 2^{10} C_{10}^{10}$ .  
**A.** 59055.                      **B.** 1024.                      **C.** 59049.                      **D.** 1025.
- Câu 29:** Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là  
**A.** 77.                      **B.** 79.                      **C.** 76.                      **D.** 78.
- Câu 30:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_1 = 2$ ;  $u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số đã cho là biểu thức có dạng  $a.2^n + bn + c$ , với  $a, b, c$  là các số nguyên,  $n \geq 2$ ;  $n \in \mathbb{N}$ . Khi đó tổng  $a - b + c$  có giá trị bằng  
**A.** -4.                      **B.** 4.                      **C.** -3.                      **D.** 3.

**Câu 31:** Cho đường tròn  $C$  có phương trình  $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 4$ . Ảnh của đường tròn  $C$  qua phép đồng dạng bằng cách thực liên tiếp phép vị tự tâm  $O$  tỉ số  $k = 2$  và phép quay tâm  $O$  góc quay  $90^\circ$  là

A.  $(x-4)^2 + (y-10)^2 = 4$ .

B.  $(x+10)^2 + (y+4)^2 = 16$ .

C.  $(x+4)^2 + (y+10)^2 = 4$ .

D.  $(x-10)^2 + (y-4)^2 = 16$ .

**Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AD = 9\text{ cm}$ ,  $CB = 6\text{ cm}$ .  $M$  là điểm bất kì trên cạnh  $CD$ .  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $M$  và song song với  $AD$ ,  $BC$ . Nếu thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là hình thoi thì cạnh của hình thoi đó bằng

A.  $3(\text{cm})$ .

B.  $\frac{7}{2}(\text{cm})$ .

C.  $\frac{31}{8}(\text{cm})$ .

D.  $\frac{18}{5}(\text{cm})$ .

**Câu 33:** Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng  $(0; 2\pi)$  của phương trình sau:

$$\frac{4\sin^3 x + \cos 2x + 3\cos x + 2}{\sin x + \tan x} = \cot x(1 + 4\sin x).$$

A.  $\frac{\pi}{6}$ .

B.  $\frac{2\pi}{3}$ .

C.  $\pi$ .

D.  $3\pi$ .

**Câu 34:** Có 2020 tấm thẻ được đánh số từ 1 tới 2020. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 tấm thẻ mà tổng 2 số ghi trên 2 tấm thẻ đó nhỏ hơn 2002.

A.  $10^6$ .

B.  $10^6 - 1$ .

C.  $10^5 - 1$ .

D.  $10^5$ .

**Câu 35:** Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác  $ABC$  được gọi là tam giác trung bình của tam giác  $ABC$ . Ta xây dựng dãy các tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$  sao cho  $A_1B_1C_1$  là một tam giác đều cạnh bằng 3. Với mỗi số nguyên dương  $n \geq 2$ , tam giác  $A_nB_nC_n$  là tam giác trung bình của tam giác  $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$ . Với mỗi số nguyên dương  $n$ , kí hiệu  $S_n$  tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác  $A_nB_nC_n$ . Tổng  $S = S_1 + S_2 + \dots + S_{2021}$  là:

A.  $\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2021} \right]$ .

B.  $2\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2021} \right]$ .

C.  $3\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2021} \right]$ .

D.  $4\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2021} \right]$ .

## II. PHẦN PHẢN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Giải phương trình  $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = 2\sin x$ .

**Câu 37:** Cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Trong các số tự nhiên gồm 6 chữ số được lập từ các chữ số thuộc tập  $A$ , chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số đó luôn xuất hiện 3 chữ số 2, các chữ số còn lại đôi một khác nhau.

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$  và  $M$  là trung điểm của  $SD$   
a) Chứng minh rằng  $MO$  song song với mặt phẳng  $(SAB)$ .

b) Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $(BCD)$ . Mặt phẳng  $(P)$  qua  $M, G$  và  $(P)$  song song với đường thẳng  $SC$ . Dựng thiết diện tạo bởi  $(P)$  và hình chóp.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** [1D1-1.1-1] Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . B.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . C.  $[-1; 1]$ . D.  $\mathbb{R}$ .

Lời giải

Điều kiện:  $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 2:** [1D1-2.1-1] Phương trình  $\sin x = 1$  có một nghiệm là:

- A.  $x = \pi$ . B.  $x = -\frac{\pi}{2}$ . C.  $x = \frac{\pi}{2}$ . D.  $x = \frac{\pi}{3}$ .

Lời giải

Ta có  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

Do đó  $x = \frac{\pi}{2}$  là một nghiệm của phương trình  $\sin x = 1$ .

**Câu 3:** [1D1-1.4-1] Chu kỳ của hàm số  $y = \cos x$  là

- A.  $\pi$ . B.  $\frac{2\pi}{3}$ . C.  $2\pi$ . D.  $3\pi$ .

Lời giải

Chu kỳ tuần hoàn của hàm số  $y = \sin x, y = \cos x$  là  $2\pi$ .

**Câu 4:** [1D2-2.1-1] Từ một nhóm có 15 học sinh nam và 12 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

- A.  $C_{15}^3 + C_{12}^2$ . B.  $A_{15}^3 + A_{12}^2$ . C.  $A_{15}^3 \cdot A_{12}^2$ . D.  $C_{15}^3 \cdot C_{12}^2$ .

Lời giải

Ta có:

Số cách chọn ra 3 học sinh nam từ 15 học sinh nam là:  $C_{15}^3$ .

Số cách chọn ra 2 học sinh nữ từ 12 học sinh nữ là:  $C_{12}^2$ .

Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu là:  $C_{15}^3 \cdot C_{12}^2$ .

**Câu 5:** [1D2-3.2-1] Giả sử có khai triển  $(1-2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_7x^7$ . Tìm  $a_5$ .

- A. 672. B.  $-672x^5$ . C.  $-672$ . D.  $672x^5$ .

Lời giải

Theo khai triển nhị thức Newton ta có:  $(1-2x)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k (-2x)^k = \sum_{k=0}^7 C_7^k (-2)^k x^k$ .

Hệ số của số hạng chứa  $x^5$  là:  $a_5 = C_7^5 (-2)^5 = -672$ .

**Câu 6:** [1D2-5.2-1] Một lớp học có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để đi hoạt động đoàn. Xác suất để 3 học sinh chọn ra là nam:

- A.  $\frac{13}{187}$ . B.  $\frac{174}{187}$ . C.  $\frac{3}{7}$ . D.  $\frac{4}{7}$ .

Lời giải

Ta có:  $n(\Omega) = C_{35}^3$

Gọi A là biến cố: “3 học sinh chọn ra là nam”. Khi đó,  $n(A) = C_{15}^3 = 455$ .

Vậy xác suất để 3 người lấy ra là nam là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{15}^3}{C_{35}^3} = \frac{13}{187}$ .

**Câu 7:** [1D3-2.2-1] Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 3^n$ . Tính  $u_3$ .

A.  $u_3 = 9$ .

**B.  $u_3 = 27$ .**

C.  $u_3 = 3$ .

D.  $u_3 = 81$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_3 = 3^3 = 27$ .

**Câu 8:** [1D3-2.3-1] Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số giảm?

**A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .**

B.  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ .

C.  $u_n = n^2$ .

D.  $u_n = \sqrt{n+2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\frac{1}{2^n} > \frac{1}{2^{n+1}} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên  $u_n > u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{2^n}$  là dãy số giảm.

**Câu 9:** [1D3-3.3-1] Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và công sai  $d = 3$ . Tìm số hạng  $u_{10}$ .

A.  $u_{10} = -2 \cdot 3^9$ .

B.  $u_{10} = 28$ .

**C.  $u_{10} = 25$ .**

D.  $u_{10} = -29$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9 \cdot 3 = 25$ .

**Câu 10:** [1H1-1.0-1] Phép biến hình nào sau đây **không** có tính chất “Biến hai điểm phân biệt  $M, N$  lần lượt thành hai điểm  $M', N'$  mà  $M'N' = MN$ ”.

A. Phép tịnh tiến.

B. Phép quay.

C. Phép đối xứng trục.

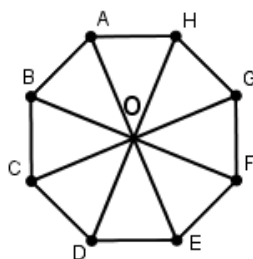
**D. Phép vị tự với tỉ số  $k > 1$ .**

**Lời giải**

+ Các phép biến hình: Phép tịnh tiến; Phép quay; Phép đối xứng trục cùng có tính chất: Biến hai điểm phân biệt  $M, N$  lần lượt thành hai điểm  $M', N'$  mà  $M'N' = MN$ .

+ Phép vị tự với tỉ số  $k > 1$  biến hai điểm phân biệt  $M, N$  lần lượt thành hai điểm  $M', N'$   $\Rightarrow M'N' = k \cdot MN > MN$ .

**Câu 11:** [1H1-5.2-1] Cho hình bát giác đều  $ABCDEFGH$  có tâm là điểm  $O$  (xem hình vẽ). Ảnh của điểm  $A$  qua phép quay tâm  $O$  và góc quay  $135^\circ$  là điểm nào sau đây



A. B.

B. F.

**C. D.**

D. G.

**Lời giải**

$$\text{Có } \begin{cases} OD = OA \\ (OA, OD) = 135^\circ \end{cases} \Leftrightarrow Q_{(O, 135^\circ)}(A) = D.$$

Vậy ảnh của điểm  $A$  qua phép quay tâm  $O$  và góc quay  $135^\circ$  là điểm  $D$ .

**Câu 12:** [1H1-2.2-1] Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(-3; 2)$ . Tọa độ của điểm  $N$  là ảnh của  $M$  qua phép tịnh tiến vecto  $\vec{v} = (-2; 1)$  là.

- A.  $(1; -1)$ . B.  $(-1; 1)$ . C.  $(-5; 1)$ . D.  $(-5; 3)$ .

Lời giải

$$\text{Gọi } N(x; y), \text{ ta có: } \overrightarrow{MN} = \vec{v} \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = -2 \\ y - 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } N(-5; 3)$$

**Câu 13:** [1H1-7.2-1] Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $A(2; -6)$ . Tọa độ của điểm  $A'$  là ảnh của  $A$  qua phép vị tự tâm  $O$  gốc toạ độ, tỉ số  $k = 2$  là.

- A.  $(4; -4)$ . B.  $(4; -12)$ . C.  $(1; -3)$ . D.  $(0; -8)$ .

Lời giải

$$\text{Gọi } A'(x; y), \text{ ta có: } \overrightarrow{OA'} = 2\overrightarrow{OA} \Rightarrow \begin{cases} x = 2.2 = 4 \\ y = (-6).2 = -12 \end{cases}. \text{ Vậy } A'(4; -12)$$

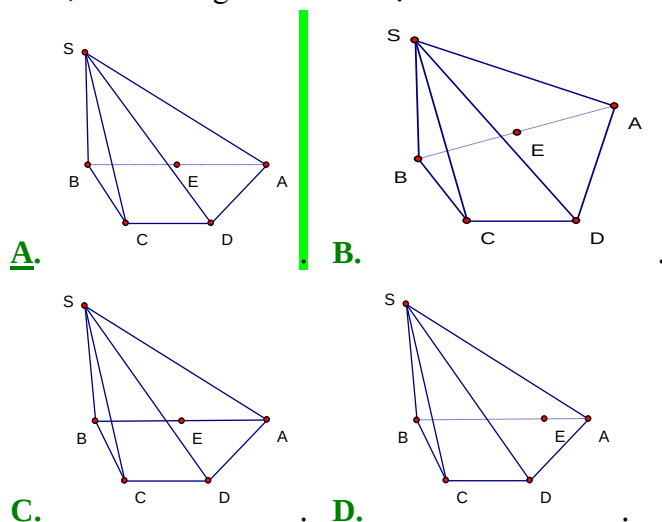
**Câu 14:** [1H2-2.1-1] Hai đường thẳng trong không gian có bao nhiêu vị trí tương đối?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Hai đường thẳng trong không gian có 4 vị trí tương đối là: song song, cắt nhau, trùng và chéo nhau.

**Câu 15:** [1H2-5.2-1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang, đáy lớn  $AB$  gấp đôi đáy nhỏ  $CD$ ,  $E$  là trung điểm của đoạn  $AB$ . Hình vẽ nào sau đây đúng quy tắc?



Lời giải

Theo định nghĩa của phép chiếu song song:

Hình biểu diễn của hình thang là hình thang và bảo toàn tỉ số độ dài của hai cạnh.

**Câu 16:** [1D1-1.1-2] Tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

**Lời giải**

Ta có

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow 3x \neq \frac{3\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

**Câu 17:** [1D1-1.5-2] Giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = 4 - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  là

A.  $M = 6; m = -1.$       B.  $M = 5; m = 3.$

C.  $M = 6; m = 2.$       D.  $M = 4; m = 3.$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1, \forall x$$

$$\Leftrightarrow 2 \geq -2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \geq -2, \forall x$$

$$\Leftrightarrow 6 \geq 4 - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \geq 2, \forall x.$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là } M = 6 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Giá trị nhỏ nhất của hàm số là } m = 2 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 18:** [1D1-3.1-2] Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$  là

A.  $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$       B.  $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

C.  $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$       D.  $S = \left\{ k2\pi, \pm \arccos\left(-\frac{3}{2}\right) + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

**Lời giải**

Đặt  $t = \cos x$ , điều kiện:  $-1 \leq t \leq 1$ . Khi đó phương trình đã cho trở thành



$$2t^2 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 & (N) \\ t = -\frac{3}{2} & (L) \end{cases}$$

Với  $t = 1 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

- Câu 19:** [1D2-5.3-2] Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng
- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B.  $\frac{5}{18}$ .                      C.  $\frac{13}{18}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Cách 1.** Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có  $n(\Omega) = C_9^2 = 36$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn”

Suy ra  $n(A) = C_9^2 - C_5^2 = 26$ .

Xác suất của  $A$  là  $P(A) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$ .

**Cách 2.** Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có  $n(\Omega) = C_9^2 = 36$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn”

**TH1:** 1 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ đánh số chẵn có  $C_4^1 \cdot C_5^1 = 20$ .

**TH2:** 2 thẻ đánh số chẵn có  $C_4^2 = 6$ .

Suy ra  $n(A) = 26$ .

Xác suất của  $A$  là  $P(A) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$ .

- Câu 20:** [1D2-2.5-2] Một lớp học có 20 nam và 26 nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn một ban cán sự gồm 3 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu trong ban cán sự có ít nhất một nam.
- A. 12462.                      B. 12580.                      C. 12561.                      D. 12364.

**Lời giải**

Có  $C_{46}^3$  cách chọn ba học sinh trong lớp.

Có  $C_{26}^3$  cách chọn ban cán sự không có nam (ta chọn nữ cả).

Do đó, có  $C_{46}^3 - C_{26}^3 = 12580$  cách chọn ban cán sự trong đó có ít nhất một nam được chọn.

- Câu 21:** [1D2-2.7-3] Cho đa giác đều có  $n$  cạnh ( $n \geq 4$ ). Tìm  $n$  để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh?
- A.  $n = 8$ .                      B.  $n = 16$ .                      C.  $n = 5$ .                      D.  $n = 6$ .

**Lời giải**

Tổng số đường chéo và cạnh của đa giác là:  $C_n^2 \Rightarrow$  Số đường chéo của đa giác là  $C_n^2 - n$ .

Số đường chéo bằng số cạnh:  $C_n^2 - n = n \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 2n \Leftrightarrow n(n-1) = 4n \Leftrightarrow n-1 = 4$

$\Leftrightarrow n = 5$ .

**Câu 22:** [1D3-3.5-2] Một cấp số cộng có  $u_7 = 27$  và  $u_{20} = 79$ . Tổng của 30 số hạng đầu của cấp số cộng này là

A. 1083.

B. 1380.

C. 1830.

D. 1038.

**Lời giải**

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Khi đó ta có: } \begin{cases} u_7 = 27 \\ u_{20} = 79 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 6d = 27 \\ u_1 + 19d = 79 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } S_{30} = 30u_1 + \frac{30 \cdot 29 \cdot d}{2} = 30 \cdot 3 + \frac{30 \cdot 29 \cdot 4}{2} = 1830.$$

**Câu 23:** [1H1-2.2-2] Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A', B'$  lần lượt là ảnh của các điểm  $A(2;3)$ ,  $B(1;1)$  qua phép tịnh tiến theo vector  $\vec{v} = (3;1)$ . Tính độ dài vector  $\overline{A'B'}$ .

A. 2.

B.  $\sqrt{3}$ .

C.  $\sqrt{5}$ .

D.  $\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} T_{\vec{v}}(A) = A' \\ T_{\vec{v}}(B) = B' \end{cases} \Rightarrow A'B' = AB = \sqrt{5}.$$

**Câu 24:** [1H1-5.3-2] Trong mặt phẳng  $Oxy$ , phép quay tâm  $O$  góc quay  $-90^\circ$  biến đường tròn  $(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$  thành đường tròn  $(C')$  có phương trình là

A.  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 16$ .

B.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ .

C.  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$ .

D.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$ .

**Lời giải**

$(C)$  có tâm  $I(2;1)$ , bán kính  $R=4$

$Q_{(O; -90^\circ)}((C)) = (C')$  có tâm  $I'(x'; y')$ , bán kính  $R' = R = 4$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x' = y = 1 \\ y' = -x = -2 \end{cases} \Rightarrow I'(1; -2)$$

Vậy phương trình  $(C'): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ .

**Câu 25:** [1H2-1.4-2] Cho tứ diện  $ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $4cm$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng  $(GAD)$  có diện tích bằng

A.  $8\sqrt{3}(cm^2)$

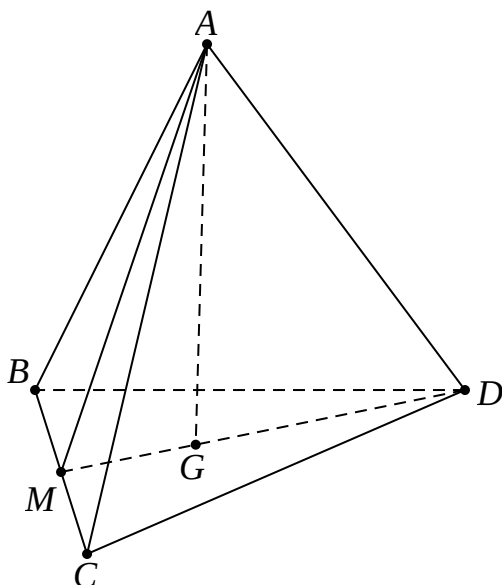
B.  $4\sqrt{3}(cm^2)$ .

C.  $\frac{8\sqrt{2}}{3}(cm^2)$ .

D.  $4\sqrt{2}(cm^2)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Thiết diện của tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng  $(GAD)$  là tam giác  $AMD$ .

Tam giác  $AMD$  có  $MA = MD = 2\sqrt{3}$ ,  $AD = 4$  nên có diện tích bằng  $4\sqrt{2} (cm^2)$ .

**Câu 26:** [1D1-3.2-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\cos 2x - (2m-1)\cos x - m + 1 = 0$  có đúng 2 nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

A.  $-1 \leq m \leq 1$ .

B.  $-1 \leq m \leq 0$ .

C.  $0 \leq m \leq 1$ .

D.  $0 \leq m < 1$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\cos 2x - (2m-1)\cos x - m + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - (2m-1)\cos x - m = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(\cos x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = m \end{cases}$$

Trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  thì phương trình  $\cos x = -\frac{1}{2}$  vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  khi và chỉ khi phương trình

$$\cos x = m \text{ có đúng 2 nghiệm thuộc đoạn } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow 0 \leq m < 1.$$

**Câu 27:** [1D2-3.2-3] Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$

A. 40096.

B. 43008.

C. 512.

D. 84.

**Lời giải**

Số hạng tổng quát  $T_{k+1} = C_9^k \cdot \left(\frac{8}{x^2}\right)^k \cdot x^{9-k} = C_9^k \cdot 8^k \cdot x^{9-3k}$ , với  $0 \leq k \leq 9$ .

Số hạng không chứa  $x$  ứng với  $9-3k=0 \Leftrightarrow k=3$ .

Vậy số hạng không chứa  $x$  trong khai triển là  $T_4 = C_9^3 \cdot 8^3 = 43008$ .

**Câu 28:** [1D2-3.3-3] Tính tổng  $S = C_{10}^0 + 2C_{10}^1 + 2^2C_{10}^2 + \dots + 2^{10}C_{10}^{10}$ .

- A. 59055. B. 1024. C. 59049. D. 1025.

Lời giải

Xét khai triển  $(1+x)^{10} = C_{10}^0 + xC_{10}^1 + x^2C_{10}^2 + \dots + x^{10}C_{10}^{10}$ .

Cho  $x = 2$  ta được  $(1+2)^{10} = C_{10}^0 + 2C_{10}^1 + 2^2C_{10}^2 + \dots + 2^{10}C_{10}^{10} = S$ . Vậy  $S = 3^{10}$ .

**Câu 29:** [1D3-3.6-3] Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

- A. 77. B. 79. C. 76. D. 78.

Lời giải

Gọi số cây ở hàng thứ  $n$  là  $u_n$ .

Ta có:  $u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 3, \dots$  và  $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 3003$ .

Nhận xét dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 1$ , công sai  $d = 1$ .

Khi đó  $S = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 3003$ .

Suy ra  $\frac{n[2 \cdot 1 + (n-1)1]}{2} = 3003 \Leftrightarrow n(n+1) = 6006 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78 \end{cases} \Leftrightarrow n = 77$

(vì  $n \in \mathbb{N}$ ).

Vậy số hàng cây được trồng là 77.

**Câu 30:** [1D3-4.2-3] Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_1 = 2; u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số đã cho là biểu thức có dạng  $a \cdot 2^n + bn + c$ , với  $a, b, c$  là các số nguyên,  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ . Khi đó tổng  $a - b + c$  có giá trị bằng

- A. -4. B. 4. C. -3. D. 3.

Lời giải

Ta có  $u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1$ , với  $n \geq 2; n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow u_n + 3n + 5 = 2[u_{n-1} + 3(n-1) + 5]$ , với  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ .

Đặt  $v_n = u_n + 3n + 5$ , ta có  $v_n = 2v_{n-1}$  với  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ .

Như vậy,  $(v_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 2$  và  $v_1 = 10$ , do đó  $v_n = 10 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^n$ .

Do đó  $u_n + 3n + 5 = 5 \cdot 2^n$ , hay  $u_n = 5 \cdot 2^n - 3n - 5$  với  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ .

Suy ra  $a = 5, b = -3, c = -5$ . Nên  $a - b + c = 5 - (-3) + (-5) = 3$ .

**Câu 31:** [1H1-8.2-2] Cho đường tròn  $C$  có phương trình  $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 4$ . Ảnh của đường tròn

$C$  qua phép đồng dạng bằng cách thực liên tiếp phép vị tự tâm  $O$  tỉ số  $k = 2$  và phép quay tâm  $O$  góc quay  $90^\circ$  là

- A.  $(x-4)^2 + (y-10)^2 = 4$ . B.  $(x+10)^2 + (y+4)^2 = 16$ .  
C.  $(x+4)^2 + (y+10)^2 = 4$ . D.  $(x-10)^2 + (y-4)^2 = 16$ .

**Lời giải**

Đường tròn  $C$  có tâm  $I(2; -5)$  và bán kính  $R = 2$ .

Giả sử  $V_{O,2} I = I'(x'; y') \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OI}$  (1).

Ta có  $\overrightarrow{OI'} = (x'; y')$ ;  $\overrightarrow{OI} = (2; -5)$

Từ (1) suy ra  $\begin{cases} x' = 2 \cdot 2 = 4 \\ y' = 2 \cdot (-5) = -10 \end{cases} \Rightarrow I'(4; -10)$ .

Giả sử  $Q_{O,90^\circ} I' = I''(x''; y'')$

Ta có biểu thức tọa độ  $\begin{cases} x'' = -y' = 10 \\ y'' = x' = 4 \end{cases} \Rightarrow I''(10; 4)$ .

Gọi  $C''$  là ảnh của đường tròn cần tìm.

Đường tròn  $C''$  có tâm  $I''(10; 4)$  và bán kính  $R'' = 2R = 4$

Phương trình đường tròn  $C''$  là  $(x - 10)^2 + (y - 4)^2 = 16$ .

**Câu 32:** [1H2-3.4-3] Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AD = 9\text{ cm}$ ,  $CB = 6\text{ cm}$ .  $M$  là điểm bất kì trên cạnh  $CD$ .

$(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $M$  và song song với  $AD$ ,  $BC$ . Nếu thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là hình thoi thì cạnh của hình thoi đó bằng

A.  $3(\text{cm})$ .

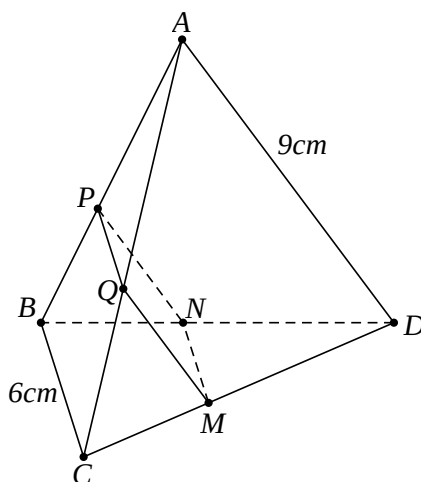
B.  $\frac{7}{2}(\text{cm})$ .

C.  $\frac{31}{8}(\text{cm})$ .

**D.  $\frac{18}{5}(\text{cm})$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Thiết diện là hình bình hành  $MNPQ$ .

Ta có  $\frac{MN}{BC} = \frac{DN}{BD} \Leftrightarrow \frac{MN}{6} = \frac{DN}{BD}$  (1) và  $\frac{PN}{AD} = \frac{BN}{BD} \Leftrightarrow \frac{PN}{9} = \frac{BN}{BD}$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{MN}{6} + \frac{PN}{9} = 1$ . Khi thiết diện là hình thoi thì  $MN = PN$  nên

$$\frac{MN}{9} + \frac{MN}{6} = 1 \Leftrightarrow MN = \frac{18}{5}.$$

**Câu 33:** [1D1-3.6-4] Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng  $(0; 2\pi)$  của phương trình sau:

$$\frac{4\sin^3 x + \cos 2x + 3\cos x + 2}{\sin x + \tan x} = \cot x(1 + 4\sin x).$$

A.  $\frac{\pi}{6}$ .

B.  $\frac{2\pi}{3}$ .

C.  $\pi$ .

D.  $3\pi$ .

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \sin x + \tan x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \cos x + 1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \frac{4\sin^3 x + \cos 2x + 3\cos x + 2}{\sin x + \tan x} = \cot x(1 + 4\sin x)$$

$$\Leftrightarrow 4\sin^3 x + 1 - 2\sin^2 x + 3\cos x + 2 = \cot x(1 + 4\sin x) \cdot \tan x(\cos x + 1)$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x(2\sin x - 1) + 3\cos x + 3 = (1 + 4\sin x)(\cos x + 1)$$

$$\Leftrightarrow 2(1 - \cos^2 x)(2\sin x - 1) + 3(\cos x + 1) = (1 + 4\sin x)(\cos x + 1)$$

$$\Leftrightarrow 2(1 - \cos x)(2\sin x - 1) + 3 = 1 + 4\sin x$$

$$\Leftrightarrow 4\sin x - 2 - 4\sin x \cos x + 2\cos x + 3 = 1 + 4\sin x$$

$$\Leftrightarrow -4\sin x \cos x + 2\cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \text{ (I)} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Trong khoảng  $(0; 2\pi)$  phương trình có các nghiệm là  $x = \frac{\pi}{6}$  và  $x = \frac{5\pi}{6}$ .

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng  $\pi$ .

**Câu 34:** [1D2-1.1-4] Có 2020 tấm thẻ được đánh số từ 1 tới 2020. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 tấm thẻ mà tổng 2 số ghi trên 2 tấm thẻ đó nhỏ hơn 2002.

A.  $10^6$ .

B.  $10^6 - 1$ .

C.  $10^5 - 1$ .

D.  $10^5$ .

**Lời giải**

Giả sử 2 tấm thẻ chọn ra được đánh 2 số  $a$  và  $b$ , với  $1 \leq a < b \leq 2020$  và  $a + b < 2002$ .

Ta xét tập hợp  $A = \{1; 2; 3; \dots; 1000\}$ .

Nếu  $b \in A$ , khi đó  $a \in A$  nên cả  $a$  và  $b$  đều thuộc  $A$ , khi đó số cách chọn là  $C_{1000}^2$ .

Nếu  $b = 1001$ , khi đó  $a$  có 1000 cách chọn là  $1; 2; 3; \dots; 1000$ .

Nếu  $b = 1002$ , khi đó  $a$  có 999 cách chọn là  $1; 2; 3; \dots; 999$ .

Nếu  $b = 1003$ , khi đó  $a$  có 998 cách chọn là  $1; 2; 3; \dots; 998$ .

...

Nếu  $b = 2000$ , khi đó  $a$  có đúng 1 cách chọn là 1.

Nếu  $b \geq 2001$ , ta không có cách chọn  $a$ .

Theo quy tắc cộng, tổng số cách chọn 2 số  $a, b$  thỏa mãn là:

$$C_{1000}^2 + 1000 + 999 + 998 + \dots + 1 = C_{1000}^2 + \frac{1000 \cdot 1001}{2} = 10^6.$$

**Câu 35:** [1D3-4.5-4] Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác  $ABC$  được gọi là tam giác trung bình của tam giác  $ABC$ . Ta xây dựng dãy các tam giác

$A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$  sao cho  $A_1B_1C_1$  là một tam giác đều cạnh bằng 3. Với mỗi số nguyên dương  $n \geq 2$ , tam giác  $A_nB_nC_n$  là tam giác trung bình của tam giác  $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$ . Với mỗi số nguyên dương  $n$ , kí hiệu  $S_n$  tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác  $A_nB_nC_n$ . Tổng  $S = S_1 + S_2 + \dots + S_{2021}$  là:

- A.  $\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2021} \right]$ .      B.  $2\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2021} \right]$ .  
C.  $3\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2021} \right]$ .      D.  $4\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2021} \right]$ .

**Lời giải**

Vì dãy các tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$  là các tam giác đều nên bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác bằng cạnh  $\times \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Với  $n=1$  thì tam giác đều  $A_1B_1C_1$  có cạnh bằng 3 nên đường tròn ngoại tiếp tam giác  $A_1B_1C_1$  có bán kính

$$R_1 = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_1 = \pi \left( 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 = 3\pi.$$

Với  $n=2$  thì tam giác đều  $A_2B_2C_2$  có cạnh bằng  $\frac{3}{2}$  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác  $A_2B_2C_2$  có bán

$$\text{kính } R_2 = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_2 = \pi \left( 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2.$$

Với  $n=3$  thì tam giác đều  $A_3B_3C_3$  có cạnh bằng  $\frac{3}{4}$  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác  $A_2B_2C_2$  có bán

$$\text{kính } R_3 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_3 = \pi \left( 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2.$$

Như vậy tam giác đều  $A_nB_nC_n$  có cạnh bằng  $3 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1}$  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác  $A_nB_nC_n$  có bán

$$\text{kính } R_n = 3 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_n = \pi \left( 3 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2.$$

Khi đó ta được dãy  $S_1, S_2, \dots, S_{2021}$  là một cấp số nhân với số hạng đầu  $u_1 = S_1 = 3\pi$  và công bội  $q = \frac{1}{4}$ .

$$\text{Do đó tổng } S = S_1 + S_2 + \dots + S_{2021} = \frac{3\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2021} \right]}{1 - \frac{1}{4}} = 4\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2021} \right].$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Giải phương trình  $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = 2 \sin x$ .

**Lời giải**

$$\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = 2 \sin x \Leftrightarrow \sin \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin x.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = x + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - x + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm

$$x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 37:** Cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Trong các số tự nhiên gồm 6 chữ số được lập từ các chữ số thuộc tập  $A$ , chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số đó luôn xuất hiện 3 chữ số 2, các chữ số còn lại đôi một khác nhau.

**Lời giải**

Ta có:  $n(\Omega) = 6^6$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “Chọn được số tự nhiên có 6 chữ số trong đó luôn có 3 chữ số 2 và các chữ số còn lại đôi một khác nhau”.

Chọn vị trí để xếp 3 chữ số 2 là:  $C_6^3$ , chọn 3 chữ số cho 3 vị trí còn lại là  $A_5^3$ .

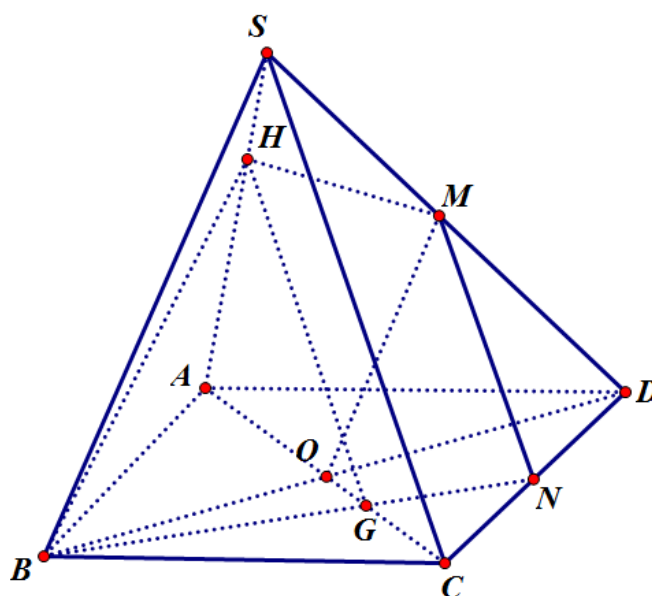
$$\text{Vậy } n(A) = C_6^3 \cdot A_5^3 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^3 \cdot A_5^3}{6^6} = \frac{25}{972}.$$

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$  và  $M$  là trung điểm của  $SD$

a) Chứng minh rằng  $MO$  song song với mặt phẳng  $(SAB)$ .

b) Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $(BCD)$ . Mặt phẳng  $(P)$  qua  $M, G$  và  $(P)$  song song với đường thẳng  $SC$ .  
Dựng thiết diện tạo bởi  $(P)$  và hình chóp.

**Lời giải**



a) Ta có  $MO$  là đường trung bình của tam giác  $SBD$  suy ra  $MO \parallel SB$  và  $SB \subset (SAB)$ . Từ đây suy ra  $MO \parallel (SAB)$ .

b)  $SC \parallel (P)$  và  $M$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(SCD)$  nên  $(SCD) \cap (P) = MN$ ,  $N$  là trung điểm của  $CD$ .

+  $GN$  đi qua điểm  $B$



+  $SC // (P)$  và  $G$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(P), (SAC)$  nên

$$(SAC) \cap (P) = GH, GH // SC, H \in SA$$

Suy ra các đoạn giao tuyến tạo bởi  $(P)$  và các mặt  $(SAB), (ABCD), (SCD), (SAD)$  lần lượt là  $HB, BN, NM, MH$

Vậy thiết diện tạo bởi  $(P)$  và hình chóp là tứ giác  $MNBH$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 12

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Hàm số  $y = \sin x$  nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây?

A.  $(-\pi + k2\pi; k2\pi), k \in \mathbb{Z}.$

B.  $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}.$

C.  $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$

D.  $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$

**Câu 2:** Tìm nghiệm của phương trình  $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0.$

A.  $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

B.  $x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C.  $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

D.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

**Câu 3:** Tìm nghiệm của phương trình  $\sin^2 x + 3\sin x - 4 = 0.$

A.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B.  $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C.  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

**Câu 4:** Trong một lớp học có 40 học sinh gồm 25 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Thầy giáo muốn chọn ra 2 học sinh gồm 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ để tham dự đội hình đại diện của khối. Số cách chọn khác nhau là

A. 15.

B. 25.

C. 40.

D. 375.

**Câu 5:** Trong một hộp bánh có 10 chiếc bánh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 3 chiếc bánh từ hộp đó để phát cho các bạn An, Bình và Cường, mỗi bạn một chiếc?

A.  $3^{10}.$

B.  $10^3.$

C.  $C_{10}^3.$

D.  $A_{10}^3.$

**Câu 6:** Khai triển nhị thức Newton  $A = (1 + x)^{20}$  thành đa thức, hệ số của  $x^6$  là

A.  $C_{20}^6.$

B. 6.

C.  $C_{20}^5.$

D.  $20^6.$

**Câu 7:** Gieo một con súc sắc hai lần. Số phần tử của không gian mẫu là?

A. 6.

B. 12.

C. 18.

D. 36.

**Câu 8:** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là

A.  $\frac{12}{36}.$

B.  $\frac{11}{36}.$

C.  $\frac{6}{36}.$

D.  $\frac{8}{36}.$

**Câu 9:** Cho dãy số  $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm số hạng thứ 5 của dãy số?

A. 16.

B. 12.

C. 15.

D. 14.

**Câu 10:** Cho một cấp số cộng có  $u_1 = -\frac{1}{2}; d = \frac{1}{2}$ . Hãy chọn kết quả **đúng**.

A. Dạng khai triển:  $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1; \dots$

B. Dạng khai triển:  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; \dots$

C. Dạng khai triển:  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; \dots$

D. Dạng khai triển:  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \dots$

**Câu 11:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_n = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân trên.

A.  $u_1 = 3; q = -3.$

B.  $u_1 = -3; q = 3.$

C.  $u_1 = 3; q = 3.$

D.  $u_1 = 3; q = 3.$

**Câu 12:** Trong mặt phẳng Oxy, phép tịnh tiến  $T_{\vec{v}}(M) = M'$  và  $T_{\vec{v}}(N) = N'$  (với  $\vec{v} \neq \vec{0}$ ). Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A.  $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'}$ .      B.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$ .      C.  $\overrightarrow{MN'} = \overrightarrow{NM'}$ .      D.  $MM' = NN'$ .

**Câu 13:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm  $A(3;0)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  là ảnh của điểm  $A$  qua phép quay tâm  $O(0;0)$  góc quay  $\frac{\pi}{2}$ .

- A.  $A'(0;-3)$ .      B.  $A'(-3;0)$ .      C.  $A'(0;3)$ .      D.  $A'(2\sqrt{3};2\sqrt{3})$ .

**Câu 14:** Cho  $ABCD$  là một tứ giác lồi. Hình nào sau đây không thể là thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$ ?

- A. Tam giác.      B. Tứ giác.      C. Lục giác.      D. Ngũ giác.

**Câu 15:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AD, CD, BC$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $MN \parallel BD$  và  $MN = \frac{1}{2}BD$ .      B.  $MN \parallel PQ$  và  $MN = PQ$ .  
C.  $MNPQ$  là hình bình hành.      D.  $MP$  và  $NQ$  chéo nhau.

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = 1 - \sin x$ . Trong các kết luận sau, kết luận nào **sai**?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .  
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .  
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 17:** Số điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình  $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$  trên đường tròn lượng giác là

- A. 2.      B. 6.      C. 5.      D. 4.

**Câu 18:** Họ nghiệm của phương trình  $\cot^2 x + \cot x - 2 = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot} 2 + l\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}$ .      B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}\left(-\frac{1}{2}\right) + l\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}$ .  
C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \cot(-2) + l2\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}$ .      D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}(-2) + l\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 19:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100?

- A. 25.      B. 30.      C. 20.      D. 21.

**Câu 20:** Một hộp đựng 2 bi trắng, 3 bi đen và 4 bi đỏ. Số cách chọn ra 3 viên bi từ hộp sao cho có ít nhất một viên bi đen bằng

- A. 74.      B. 64.      C. 48.      D. 96.

**Câu 21:** Hệ số của  $x^3$  trong khai triển biểu thức  $P(x) = x(1-x)^4 + x^2(2+x)^5$  thành đa thức bằng

- A. -86.      B. 76.      C. -76.      D. 86.

- Câu 22:** Một hộp có 10 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 5 quả từ hộp đó. Xác suất để được 5 quả có đủ hai màu là
- A.  $\frac{13}{143}$ . B.  $\frac{132}{143}$ . C.  $\frac{12}{143}$ . D.  $\frac{250}{273}$ .
- Câu 23:** Cho một cấp số cộng  $u_n$  có  $u_1 = 5$  và tổng của 40 số hạng đầu là 3320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.
- A.  $-4$ . B.  $8$ . C.  $-8$ . D.  $4$ .
- Câu 24:** Phép vị tự  $V_{(I,-2)}$  tâm  $I(2;1)$ , tỉ số  $k = -2$  biến điểm  $A(3;2)$  thành điểm  $A'$ . Hỏi  $A'$  có tọa độ nào sau đây?
- A.  $A'(3;2)$ . B.  $A'(1;2)$ . C.  $A'(3;-2)$ . D.  $A'(0;-1)$ .
- Câu 25:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Trên cạnh  $SB$  lấy điểm  $M$ , trên cạnh  $SD$  lấy điểm  $N$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $SO$  và  $MN$ ,  $J$  là giao điểm của  $SA$  và  $(CMN)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng.
- A.  $J$  là giao điểm của  $MO$  và  $SA$ . B.  $J$  là giao điểm của  $NI$  và  $SA$ .  
C.  $J$  là giao điểm của  $MC$  và  $SA$ . D.  $J$  là giao điểm của  $CI$  và  $SA$ .
- Câu 26:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang đáy lớn là  $CD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SA$ ,  $N$  là giao điểm của cạnh  $SB$  và mặt phẳng  $(MCD)$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?
- A.  $MN$  và  $SD$  cắt nhau. B.  $MN \parallel CD$ .  
C.  $MN$  và  $SC$  cắt nhau. D.  $MN$  và  $CD$  chéo nhau.
- Câu 27:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $O$  và  $G$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ACD$  và  $BCD$ . Đường thẳng  $OG$  song song với các mặt phẳng nào sau đây?
- A.  $(ABD)$  và  $(ABC)$ . B.  $(ABD)$  và  $(BCD)$ . C.  $(ABC)$  và  $(BCD)$ . D.  $(ABC)$  và  $(ACD)$ .
- Câu 28:** Trên đoạn  $2\pi; 4\pi$  phương trình  $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$  có bao nhiêu nghiệm?
- A. 5. B. 7. C. 6. D. 8.
- Câu 29:** Số nghiệm trong nửa khoảng  $[0; 2021)$  của phương trình  $\sin 7x = 7 \sin x$  là
- A. 643. B. 644. C. 1286. D. 1288.
- Câu 30:** Có bao nhiêu số có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?
- A. 234. B. 243. C. 132. D. 432.
- Câu 31:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc  $S$ , xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng.
- A.  $\frac{50}{81}$ . B.  $\frac{5}{9}$ . C.  $\frac{5}{18}$ . D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 32:** Giá trị của tổng  $S = 1 + 11 + 111 + \dots + 11\dots 1$  bằng
- $n$  chữ số
- A.  $\frac{10}{9} \cdot (10^n - 1) + n$ . B.  $\frac{1}{9} \cdot \left( \frac{10^{n+1} - 10}{9} - n \right)$ . C.  $\frac{1}{9} \cdot \left( \frac{10^{n+1} - 10}{9} + n \right)$ . D.  $\frac{10}{9} \cdot \left( \frac{10^{n+1} - 10}{9} + n \right)$ .
- Câu 33:** Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc  $[-10; 30]$  của phương trình:
- $$\sin^{2019} x - \cos^{2020} x = 2(\sin^{2021} x - \cos^{2022} x) + \cos 2x.$$

- A.  $\frac{565}{4}\pi$ .                      B.  $142\pi$ .                      C.  $141\pi$ .                      D.  $\frac{567}{4}\pi$ .

**Câu 34:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập  $S$ , xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là

- A.  $\frac{3}{200}$ .                      B.  $\frac{1287}{90000}$ .                      C.  $\frac{1286}{90000}$ .                      D.  $\frac{7}{500}$ .

**Câu 35:** Hai hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $M$  và trên cạnh  $BF$  lấy điểm sao cho  $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BF} = k$ . Tìm  $k$  để  $MN \parallel DE$

- A.  $k = \frac{1}{3}$ .                      B.  $k = 3$ .                      C.  $k = \frac{1}{2}$ .                      D.  $k = 2$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tìm  $m$  để phương trình  $(\cos x - 1)(2\sin x - \cos 2x + 2m + 1) = 0$  có đúng sáu nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2\pi]$ .

**Câu 37:** Lớp 11A có 39 học sinh, trước mỗi buổi học môn Lịch Sử cô giáo luôn kêu đồng thời ngẫu nhiên hai bạn có tên khác nhau để kiểm tra bài cũ. Hôm nay bạn Quân rất lo lắng vì chưa học bài. Tính xác suất bạn Quân phải trả bài cũ, biết trong lớp chỉ có 3 người cùng tên và cùng tên Quân, ngoài ra không có ai tên giống nhau.

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $M, N$  nằm trên cạnh  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $mp(P)$  qua hai điểm  $M, N$  và  $mp(P) \parallel SA$ .

a) Tìm giao tuyến của  $mp(P)$  và  $mp(SAB)$ .

b) Xác định thiết diện được tạo ra bởi  $mp(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$ . Tìm điều kiện của  $M, N$  để thiết diện là hình thang.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** [Mức độ 1] Hàm số  $y = \sin x$  nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây?

A.  $(-\pi + k2\pi; k2\pi), k \in \mathbb{Z}.$

B.  $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}.$

C.  $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$

D.  $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên mỗi khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$  và nghịch biến trên mỗi khoảng  $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$

**Câu 2:** [Mức độ 1] Tìm nghiệm của phương trình  $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0.$

A.  $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

B.  $x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C.  $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

D.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

$$\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow \frac{2x}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

**Câu 3:** [Mức độ 1] Tìm nghiệm của phương trình  $\sin^2 x + 3\sin x - 4 = 0.$

A.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B.  $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C.  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin^2 x + 3\sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 4:** [Mức độ 1] Trong một lớp học có 40 học sinh gồm 25 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Thầy giáo muốn chọn ra 2 học sinh gồm 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ để tham dự đội hình đại diện của khối. Số cách chọn khác nhau là

A. 15.

B. 25.

C. 40.

D. 375.

Lời giải

Bài toán thực hiện theo hai bước: chọn 1 học sinh nam rồi sau đó chọn 1 học sinh nữ, số cách làm từng bước thứ tự là 15 và 25 nên số cách làm khác nhau là  $15.25 = 375$  cách.

**Câu 5:** [Mức độ 1] Trong một hộp bánh có 10 chiếc bánh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 3 chiếc bánh từ hộp đó để phát cho các bạn An, Bình và Cường, mỗi bạn một chiếc?

A.  $3^{10}.$

B.  $10^3.$

C.  $C_{10}^3.$

D.  $A_{10}^3.$

Lời giải

Chọn 3 trong 10 chiếc bánh, chia phát cho các bạn An, Bình và Cường (vai trò mỗi chiếc bánh khác nhau) nên có  $A_{10}^3$  cách làm.

**Câu 6:** [Mức độ 1] Khai triển nhị thức Newton  $A = (1 + x)^{20}$  thành đa thức, hệ số của  $x^6$  là

A.  $C_{20}^6$ .

B. 6.

C.  $C_{20}^5$ .

D.  $20^6$ .

**Lời giải**

Vì  $A = (1+x)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k x^k$  nên hệ số của  $x^6$  là  $C_{20}^6$ .

**Câu 7:** [ **Mức độ 1** ] Gieo một con súc sắc hai lần. Số phần tử của không gian mẫu là?

A. 6.

B. 12.

C. 18.

D. 36.

**Lời giải**

Số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = 6.6 = 36$ .

**Câu 8:** [ **Mức độ 2** ] Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là

A.  $\frac{12}{36}$ .

B.  $\frac{11}{36}$ .

C.  $\frac{6}{36}$ .

D.  $\frac{8}{36}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $n(\Omega) = 6.6 = 36$ .

Gọi  $A$ : “ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm”.

Khi đó  $\bar{A}$ : “không có lần nào xuất hiện mặt sáu chấm”.

Ta có  $n(\bar{A}) = 5.5 = 25$ .

Vậy  $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$ .

**Câu 9:** [ **Mức độ 1** ] Cho dãy số  $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm số hạng thứ 5 của dãy số?

A. 16.

B. 12.

C. 15.

D. 14.

**Lời giải**

Ta có:  $u_2 = u_1 + 1 = 5$ ;  $u_3 = u_2 + 2 = 7$ ;  $u_4 = u_3 + 3 = 10$ ;  $u_5 = u_4 + 4 = 14$ .

**Câu 10:** [ **Mức độ 1** ] Cho một cấp số cộng có  $u_1 = -\frac{1}{2}$ ;  $d = \frac{1}{2}$ . Hãy chọn kết quả **đúng**.

A. Dạng khai triển:  $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1; \dots$

B. Dạng khai triển:  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; \dots$

C. Dạng khai triển:  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; \dots$

D. Dạng khai triển:  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \dots$

**Lời giải**

Ta có:  $u_2 = u_1 + d = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$

$u_3 = u_2 + d = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$u_4 = u_3 + d = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$u_5 = u_4 + d = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ .

**Câu 11:** [ **Mức độ 1** ] Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_n = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân trên.

A.  $u_1 = 3$ ;  $q = -3$ .

B.  $u_1 = -3$ ;  $q = 3$ .

C.  $u_1 = 3$ ;  $q = 3$ .

D.  $u_1 = 3$ ;  $q = 3$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_n = 3^n = 3 \cdot 3^{n-1} = u_1 \cdot q^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . nên  $u_1 = 3; q = 3$ .

**Câu 12:** [Mức độ 2] Trong mặt phẳng  $Oxy$ , phép tịnh tiến  $T_{\vec{v}}(M) = M'$  và  $T_{\vec{v}}(N) = N'$  (với  $\vec{v} \neq \vec{0}$ ). Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A.  $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'}$ . B.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$ . C.  $\overrightarrow{MN'} = \overrightarrow{NM'}$ . D.  $MM' = NN'$ .

**Lời giải**

Ta có  $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$  và  $T_{\vec{v}}(N) = N' \Leftrightarrow \overrightarrow{NN'} = \vec{v}$ .

Do đó  $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'} \Rightarrow MNN'M'$  là hình bình hành.

Khi đó  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$  và  $MM' = NN'$ .

**Câu 13:** [Mức độ 1] Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(3;0)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  là ảnh của điểm  $A$  qua phép quay tâm  $O(0;0)$  góc quay  $\frac{\pi}{2}$ .

- A.  $A'(0;-3)$ . B.  $A'(-3;0)$ . C.  $A'(0;3)$ . D.  $A'(2\sqrt{3};2\sqrt{3})$ .

**Lời giải**

Gọi  $A'(x;y)$ . Ta có  $Q_{\left(0, \frac{\pi}{2}\right)}(A) = A' \Leftrightarrow \begin{cases} OA = OA' \\ (OA, OA') = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Vì  $A(3;0) \in Ox \xrightarrow{Q_{\left(0, \frac{\pi}{2}\right)}} A' \in Oy \Rightarrow A'(0;y)$ . Mà  $OA = OA' \Rightarrow |y| = 3$ .

Do góc quay  $\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y > 0$ . Vậy  $A'(0;3)$ .

**Câu 14:** [Mức độ 1] Cho  $ABCD$  là một tứ giác lồi. Hình nào sau đây không thể là thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$ ?

- A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Lục giác. D. Ngũ giác.

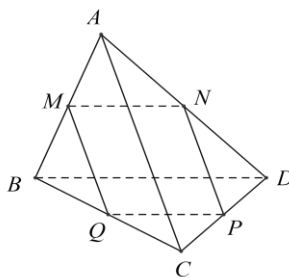
**Lời giải**

Hình chóp  $S.ABCD$  có 5 mặt nên thiết diện của hình chóp có tối đa 5 cạnh. Vậy thiết diện không thể là lục giác.

**Câu 15:** [Mức độ 1] Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AD, CD, BC$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $MN \parallel BD$  và  $MN = \frac{1}{2}BD$ . B.  $MN \parallel PQ$  và  $MN = PQ$ .  
C.  $MNPQ$  là hình bình hành. D.  $MP$  và  $NQ$  chéo nhau.

**Lời giải**





Có  $MN, PQ$  lần lượt là đường trung bình tam giác  $ABD, BCD$  nên 
$$\begin{cases} MN \parallel BD, MN = \frac{1}{2}BD \\ PQ \parallel BD, PQ = \frac{1}{2}BD \end{cases}.$$

Nên  $MN \parallel PQ, MN = PQ$ .

$\Rightarrow MNPQ$  là hình bình hành.

Do đó  $MP$  và  $NQ$  cùng thuộc mặt phẳng  $MNPQ$ .

**Câu 16:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = 1 - \sin x$ . Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

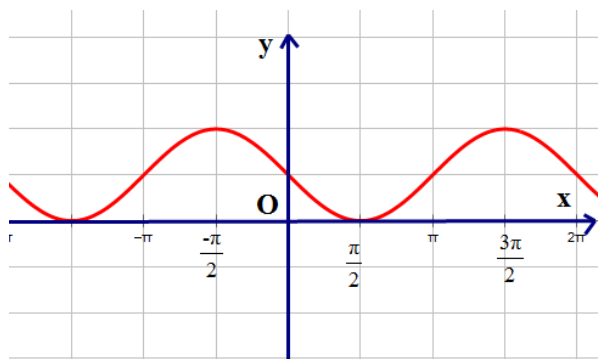
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Lời giải**

Vẽ đồ thị hàm số  $y = \sin x$ . Từ đó suy ra đồ thị hàm số  $y = 1 - \sin x$ .



Dựa vào đồ thị hàm số, dễ thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 17:** [Mức độ 2] Số điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình  $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$  trên đường tròn

lượng giác là

A. 2.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

**Lời giải**

Xét phương trình  $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có mỗi họ nghiệm trên biểu diễn bởi hai điểm trên đường tròn lượng giác và bốn điểm này phân biệt.

Vậy có 4 điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình  $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$  trên đường tròn lượng giác.

**Câu 18:** [Mức độ 2] Họ nghiệm của phương trình  $\cot^2 x + \cot x - 2 = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot} 2 + l\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$
- B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}\left(-\frac{1}{2}\right) + l\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$
- C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \cot(-2) + l2\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$
- D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}(-2) + l\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$

**Lời giải**

$$\cot^2 x + \cot x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cot x = 1 \\ \cot x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cot x = \cot \frac{\pi}{4} \\ \cot x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}(-2) + l\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 19:** [Mức độ 2] Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100?

- A. 25. B. 30. C. 20. D. 21.

**Lời giải**

Số tự nhiên nhỏ hơn 100 có hai loại số:

TH1: Số có một chữ số: có 5 số.

TH2: Số có hai chữ số. Gọi  $\overline{ab}$  là số có hai chữ số với  $a, b \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$  và  $a \neq 0$ .

Vì  $a \neq 0$  nên có 4 cách chọn,  $b$  có 5 cách chọn. Suy ra có  $4 \cdot 5 = 20$  số.

Vậy có  $5 + 20 = 25$  số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 20:** [Mức độ 2] Một hộp đựng 2 bi trắng, 3 bi đen và 4 bi đỏ. Số cách chọn ra 3 viên bi từ hộp sao cho có ít nhất một viên bi đen bằng

- A. 74. B. 64. C. 48. D. 96.

**Lời giải**

Số cách chọn 3 viên bi tùy ý là  $C_9^3$ .

Số cách chọn 3 viên bi sao cho không có bi đen là  $C_6^3$ .

Vậy số cách chọn 3 viên bi sao cho có ít nhất 1 bi đen là  $C_9^3 - C_6^3 = 64$ .

**Câu 21:** [Mức độ 2] Hệ số của  $x^3$  trong khai triển biểu thức  $P(x) = x(1-x)^4 + x^2(2+x)^5$  thành đa thức bằng

- A. -86. B. 76. C. -76. D. 86.

**Lời giải**

Hệ số  $x^3$  trong  $x(1-x)^4$  là  $a = -1^2 C_4^2 = 6$ .

Hệ số  $x^3$  trong  $x^2(2+x)^5$  là  $b = C_5^1 2^4 = 80$ .

Vậy hệ số của  $x^3$  khi khai triển biểu thức  $P(x)$  là  $a + b = 86$ .

**Câu 22:** [Mức độ 2] Một hộp có 10 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 5 quả từ hộp đó. Xác suất để được 5 quả có đủ hai màu là

- A.  $\frac{13}{143}$ . B.  $\frac{132}{143}$ . C.  $\frac{12}{143}$ . D.  $\frac{250}{273}$ .

**Lời giải**

Số phần tử của không gian mẫu:  $n(\Omega) = C_{15}^5 = 3003$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “5 quả lấy ra có đủ hai màu”  $\Rightarrow \bar{A}$  là biến cố: “5 quả lấy ra chỉ có 1 màu”.

TH1: Lấy ra từ hộp 5 quả cầu xanh, có  $C_{10}^5 = 252$  cách.

TH2: Lấy ra từ hộp 5 quả cầu đỏ, có  $C_5^5 = 1$  cách.

Suy ra:  $n(\bar{A}) = 252 + 1 = 253$ .

Vậy xác suất để được 5 quả có đủ hai màu là:  $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{253}{3003} = \frac{250}{273}$ .

**Câu 23:** [Mức độ 2] Cho một cấp số cộng  $u_n$  có  $u_1 = 5$  và tổng của 40 số hạng đầu là 3320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

A. -4.

B. 8.

C. -8.

**D. 4.**

**Lời giải**

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng.

Ta có tổng 40 số hạng đầu của cấp số cộng là:

$$S_{40} = \frac{40 u_1 + u_{40}}{2} = \frac{40 \cdot 2u_1 + 39d}{2} = 3320 \Leftrightarrow \frac{40 \cdot 2 \cdot 5 + 39d}{2} = 3320 \Leftrightarrow d = 4.$$

**Câu 24:** [Mức độ 2] Phép vị tự  $V_{(I,-2)}$  tâm  $I(2;1)$ , tỉ số  $k = -2$  biến điểm  $A(3;2)$  thành điểm  $A'$ . Hỏi  $A'$  có tọa độ nào sau đây?

A.  $A'(3;2)$ .

B.  $A'(1;2)$ .

C.  $A'(3;-2)$ .

**D.  $A'(0;-1)$ .**

**Lời giải**

Gọi  $A'(x;y)$ .

$$\text{Ta có } V_{(I,-2)}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{IA'} = -2\overrightarrow{IA} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -2 \\ y-1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}.$$

Vậy  $A'(0;-1)$ .

**Câu 25:** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABCD$ , gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Trên cạnh  $SB$  lấy điểm  $M$ , trên cạnh  $SD$  lấy điểm  $N$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $SO$  và  $MN$ ,  $J$  là giao điểm của  $SA$  và  $(CMN)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng.

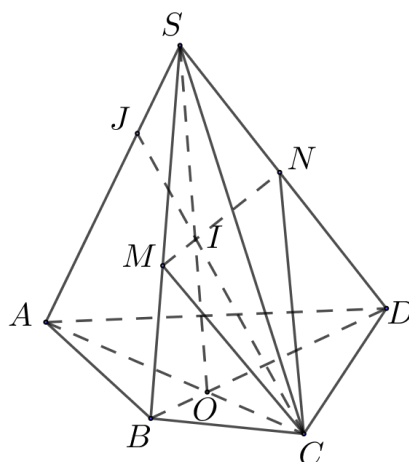
A.  $J$  là giao điểm của  $MO$  và  $SA$ .

B.  $J$  là giao điểm của  $NI$  và  $SA$ .

C.  $J$  là giao điểm của  $MC$  và  $SA$ .

**D.  $J$  là giao điểm của  $CI$  và  $SA$ .**

**Lời giải**

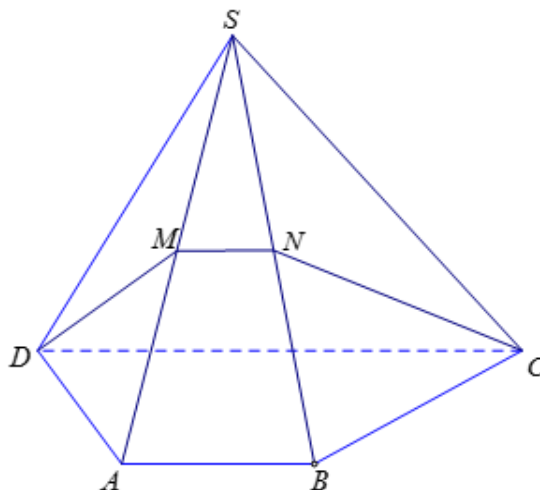


Trong mp( $SAC$ ) thì  $SA$  và  $CI$  cắt nhau tại  $J$  và  $CI \subset (CMN)$ , nên  $J = SA \cap (CMN)$ .

**Câu 26:** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang đáy lớn là  $CD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SA$ ,  $N$  là giao điểm của cạnh  $SB$  và mặt phẳng  $(MCD)$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.  $MN$  và  $SD$  cắt nhau. B.  $MN \parallel CD$ .  
C.  $MN$  và  $SC$  cắt nhau. D.  $MN$  và  $CD$  chéo nhau.

Lời giải

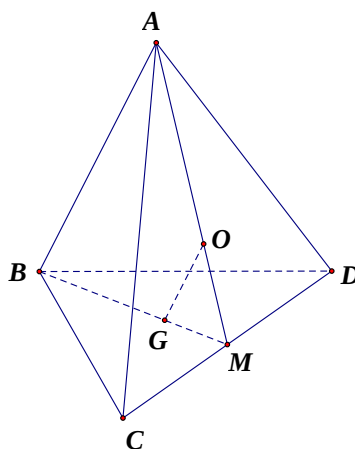


Vì  $(MCD)$  chứa  $CD \parallel AB$  nên mặt phẳng  $(MCD)$  cắt các mặt phẳng chứa  $AB$  theo các giao tuyến song song với  $AB$ . Mà  $M$  là trung điểm của cạnh  $SA$  nên  $M$  một điểm chung của hai mặt phẳng  $(MCD)$  và  $(SAB)$ , theo nhận xét trên giao tuyến  $MN$  phải song song với  $AB$ . Vậy  $MN \parallel CD$ .

**Câu 27:** [Mức độ 2] Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $O$  và  $G$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ACD$  và  $BCD$ . Đường thẳng  $OG$  song song với các mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(ABD)$  và  $(ABC)$ . B.  $(ABD)$  và  $(BCD)$ .  
C.  $(ABC)$  và  $(BCD)$ . D.  $(ABC)$  và  $(ACD)$ .

Lời giải



Gọi  $M$  là trung điểm  $CD$

$$\text{Ta có: } \frac{MO}{MA} = \frac{1}{3} \quad (O \text{ là trọng tâm tam giác } ACD)$$

$$\frac{MG}{MB} = \frac{1}{3} \quad (G \text{ là trọng tâm tam giác } BCD)$$

$$\text{Suy ra } \frac{MO}{MA} = \frac{MG}{MB} \Rightarrow OG \parallel AB$$

Mà  $AB \subset (ABC)$ ,  $OG \not\subset (ABC)$  nên  $OG \parallel (ABC)$

Lại có :  $AB \subset (ABD)$ ,  $OG \not\subset (ABD)$  nên  $OG \parallel (ABD)$ .

**Câu 28:** [Mức độ 3] Trên đoạn  $2\pi; 4\pi$  phương trình  $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$  có bao nhiêu nghiệm?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

**Lời giải**

Điều kiện:  $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$ .

Suy ra trên  $2\pi; 4\pi$  điều kiện là:  $x \neq 3\pi$ . \*

$$\text{Phương trình: } \frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } x \in 2\pi; 4\pi \text{ nên } x \in \left\{ 2\pi, \frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, 3\pi, \frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, 4\pi \right\}.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện } *, \text{ suy ra } x \in \left\{ 2\pi, \frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, 4\pi \right\}.$$

**Câu 29:** [Mức độ 3] Số nghiệm trong nửa khoảng  $[0; 2021)$  của phương trình  $\sin 7x = 7 \sin x$  là

A. 643.

B. 644.

C. 1286.

D. 1288.

**Lời giải**

$$\sin 7x = 7 \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin 7x - \sin x = 6 \sin x$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos 4x \sin 3x = 6 \sin x$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x (3 \sin x - 4 \sin^3 x) = 3 \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin x [\cos 4x (3 - 4 \sin^2 x) - 3] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 & (1) \\ \cos 4x (3 - 4 \sin^2 x) - 3 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$(2) \Leftrightarrow (2 \cos^2 2x - 1) \left( 3 - 4 \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \cos^2 2x - 1)(2 \cos 2x + 1) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 \cos^3 2x + 2 \cos^2 2x - 2 \cos 2x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos 2x - 1)(2 \cos^2 2x + 3 \cos 2x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow 2x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = k\pi.$$

Cho  $0 \leq k\pi < 2021 \Leftrightarrow 0 \leq k < \frac{2021}{\pi}$ . Mà  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0; 1; 2; \dots; 643\}$ .

Vậy phương trình đã cho có 644 nghiệm trong nửa khoảng  $[0; 2021)$ .

**Câu 30:** [Mức độ 3] Có bao nhiêu số có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

A. 234.

B. 243.

C. 132.

D. 432.

Lời giải

Đặt tập  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

Gọi số cần tìm có dạng  $x = \overline{abcd}$ . Vì  $x:15 \Rightarrow \begin{cases} x:3 \\ x:5 \end{cases} \Rightarrow d=5$  hay  $d$  có 1 cách chọn.

- Chọn  $a$  có 9 cách ( $a \in E$ ).
- Chọn  $b$  có 9 cách ( $b \in E$ ).
- Khi đó tổng  $a+b+d$  sẽ chia hết cho 3 hoặc chia 3 dư 1 hoặc chia 3 dư 2 nên tương ứng trong từng trường hợp  $c$  sẽ chia hết cho 3 hoặc chia 3 dư 2 hoặc chia 3 dư 1.

Nhận xét

- Các số chia hết cho 3: 3, 6, 9.
- Các số chia 3 dư 1: 1, 4, 7.
- Các số chia 3 dư 2: 2, 5, 8.

Với mỗi trường hợp của tổng  $a+b+d$  ta luôn có 3 cách chọn số  $c$ .

Vậy có  $1.9.9.3 = 243$  số thỏa yêu cầu.

**Câu 31:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc  $S$ , xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng.

A.  $\frac{50}{81}$ .

B.  $\frac{5}{9}$ .

C.  $\frac{5}{18}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

\* Số phần tử không gian mẫu là  $n_{\Omega} = 9.A_9^5$ .

+ Gọi  $A$  là biến cố chọn ngẫu nhiên một số có 6 chữ số đôi một khác nhau mà 2 chữ số cuối khác tính chẵn lẻ.

\* Gọi số có 6 chữ số là  $\overline{abcdef}$  sao cho  $e$  và  $f$  khác tính chẵn lẻ.

+ TH1. Nếu  $f = 0$ , chọn  $e$  là số lẻ có 5 cách, các số  $a, b, c, d$  có  $A_8^4$ , suy ra có  $5.A_8^4$  số.

+ TH2. Nếu  $e = 0$ , chọn  $f$  là số lẻ có 5 cách, các số  $a, b, c, d$  có  $A_8^4$ , suy ra có  $5.A_8^4$  số.

+ TH3. Nếu  $f \neq 0$  và là số chẵn có 4 cách chọn, chọn  $e$  là số lẻ có 5 cách, các số  $a, b, c, d$  có  $7.A_7^3$ , suy ra có  $4.5.7.A_7^3$  số.

+ TH4. Nếu  $e \neq 0$  và là số chẵn có 4 cách chọn, chọn  $f$  là số lẻ có 5 cách, các số  $a, b, c, d$  có  $7.A_7^3$ , suy ra có  $4.5.7.A_7^3$  số.

Số phần tử của biến cố  $A$  là  $n_A = 2.5.A_8^4 + 4.5.7.A_7^3$

Vậy xác suất cần tính là:  $P_A = \frac{n_A}{n_{\Omega}} = \frac{2.5.A_8^4 + 4.5.7.A_7^3}{9.A_9^5} = \frac{5}{9}$ .

**Câu 32:** [Mức độ 3] Giá trị của tổng  $S = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{11\dots1}_{n \text{ chữ số}}$  bằng

A.  $\frac{10}{9} \cdot (10^n - 1) + n$ . B.  $\frac{1}{9} \cdot \left( \frac{10^{n+1} - 10}{9} - n \right)$ .  
 C.  $\frac{1}{9} \cdot \left( \frac{10^{n+1} - 10}{9} + n \right)$ . D.  $\frac{10}{9} \cdot \left( \frac{10^{n+1} - 10}{9} + n \right)$ .

**Lời giải**

Xét dãy số  $(u_n)$  là CSN với  $u_1 = 1$  và  $q = 10$ .

$$\Rightarrow s_n = \frac{1}{9}(10^n - 1).$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } S = s_1 + s_2 + \dots + s_n &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{9}(10^k - 1) = \frac{1}{9} \left( \sum_{k=1}^n 10^k - n \right) = \frac{1}{9} \cdot \left( 10 \cdot \frac{10^n - 1}{9} - n \right) \\ &= \frac{1}{9} \cdot \left( \frac{10^{n+1} - 10}{9} - n \right). \end{aligned}$$

**Câu 33:** [Mức độ 4] Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc  $[-10; 30]$  của phương trình:

$$\sin^{2019} x - \cos^{2020} x = 2(\sin^{2021} x - \cos^{2022} x) + \cos 2x.$$

A.  $\frac{565}{4}\pi$ . B.  $142\pi$ . C.  $141\pi$ . D.  $\frac{567}{4}\pi$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \sin^{2019} x - \cos^{2020} x = 2(\sin^{2021} x - \cos^{2022} x) + \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin^{2019} x(1 - 2\sin^2 x) + \cos^{2020} x(2\cos^2 x - 1) = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin^{2019} x \cdot \cos 2x + \cos^{2020} x \cdot \cos 2x = \cos 2x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin^{2019} x + \cos^{2020} x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Với } \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vì } x \in [-10; 30] \Rightarrow -10 \leq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \leq 30 \Leftrightarrow -\frac{20}{\pi} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{60}{\pi} - \frac{1}{2} \Rightarrow -6 \leq k \leq 18$$

$$\text{Khi đó tổng các nghiệm trong trường hợp này: } S_1 = 25 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \sum_{k=-6}^{18} k = \frac{325}{4}\pi.$$

$$\text{Với } \sin^{2019} x + \cos^{2020} x = 1. \text{ Ta có } \sin^{2019} x \leq \sin^2 x; \cos^{2020} x \leq \cos^2 x.$$

$$\text{Do đó } 1 = \sin^{2019} x + \cos^{2020} x \leq \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ suy ra } \begin{cases} \sin x = 0, \cos x = \pm 1 \\ \sin x = 1, \cos x = 0 \end{cases}$$

$$\text{Nếu } \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } x \in [-10; 30] \Rightarrow -10 \leq k\pi \leq 30 \Leftrightarrow \frac{-10}{\pi} \leq k \leq \frac{30}{\pi} \Rightarrow -3 \leq k \leq 9$$

$$\text{Khi đó tổng các nghiệm trong trường hợp này: } S_2 = \pi \sum_{k=-3}^9 k = 39\pi.$$

$$\text{Nếu } \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } x \in [-10; 30] \Rightarrow -10 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 30 \Leftrightarrow -\frac{5}{\pi} - \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{15}{\pi} - \frac{1}{4} \Rightarrow -1 \leq k \leq 4$$

$$\text{Khi đó tổng các nghiệm trong trường hợp này: } S_3 = 6 \cdot \frac{\pi}{2} + 2\pi \sum_{k=-1}^4 k = 21\pi.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm thuộc  $[-10;30]$  của phương trình đã cho là:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{565}{4} \pi.$$

**Câu 34:** [Mức 3] Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập  $S$ , xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là

A.  $\frac{3}{200}$ .

B.  $\frac{1287}{90000}$ .

C.  $\frac{1286}{90000}$ .

D.  $\frac{7}{500}$ .

**Lời giải**

Số các số tự nhiên có 5 chữ số là:  $9 \cdot 10^4 \rightarrow n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$ .

Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là  $\overline{abcd1}$ .

Ta có  $\overline{abcd1} = 10\overline{abcd} + 1 = 3 \cdot \overline{abcd} + 7 \cdot \overline{abcd} + 1$  chia hết cho 7  $\Leftrightarrow 3 \cdot \overline{abcd} + 1$  chia hết cho 7.

Đặt  $3 \cdot \overline{abcd} + 1 = 7h \Leftrightarrow \overline{abcd} = 2h + \frac{h-1}{3}$  là số nguyên khi và chỉ khi  $h = 3t + 1$ .

Khi đó  $\overline{abcd} = 7t + 2 \rightarrow 1000 \leq 7t + 2 \leq 9999 \Leftrightarrow \frac{998}{7} \leq t \leq \frac{9997}{7} \Leftrightarrow t \in \{143, 144, \dots, 1428\}$ .

Suy ra số cách chọn  $t$  sao cho số  $\overline{abcd1}$  chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là 1286 hay nói cách khác  $n(A) = 1286$ .

Vậy xác suất cần tìm  $P = \frac{1286}{90000}$ .

**Câu 35:** [Mức 2] Hai hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên cạnh

$AC$  lấy điểm  $M$  và trên cạnh  $BF$  lấy điểm sao cho  $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BF} = k$ . Tìm  $k$  để  $MN \parallel DE$

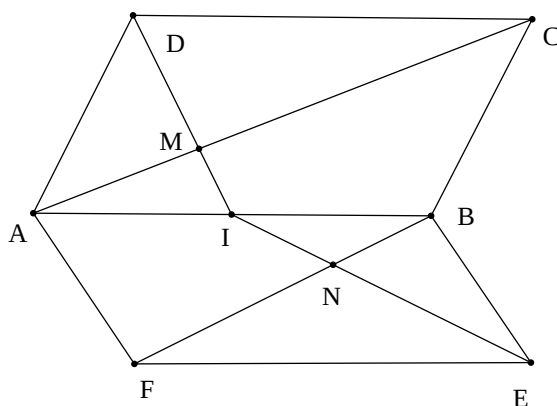
A.  $k = \frac{1}{3}$ .

B.  $k = 3$ .

C.  $k = \frac{1}{2}$ .

D.  $k = 2$ .

**Lời giải**



$MN \parallel DE \Rightarrow MN, DE$  đồng phẳng  $\Rightarrow DM, NE$  cắt nhau tại điểm I và  $\frac{IM}{DM} = \frac{IN}{NE}$ .

Lại có

$$\frac{IM}{DM} = \frac{AI}{DC} = \frac{AM}{MC} = \frac{k}{1-k}; \frac{IN}{NE} = \frac{BI}{EF} = \frac{BN}{NF} = \frac{k}{1-k}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{AI}{DC} + \frac{BI}{EF} = \frac{AI}{EF} + \frac{BI}{EF} = 1 \Rightarrow 2 \cdot \frac{k}{1-k} = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{3}.$$



## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tìm  $m$  để phương trình  $(\cos x - 1)(2\sin x - \cos 2x + 2m + 1) = 0$  có đúng sáu nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2\pi]$ .

### Lời giải

Ta có  $(\cos x - 1)(2\sin x - \cos 2x + 2m + 1) = 0 \Leftrightarrow (\cos x - 1)(\sin^2 x + \sin x + m) = 0$  (1)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - 1 = 0 \\ \sin^2 x + \sin x + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ m = -\sin^2 x - \sin x \end{cases} \quad \begin{matrix} (2) \\ (3) \end{matrix}$$

Trên đoạn  $[0; 2\pi]$  phương trình (2) có hai nghiệm là  $x = 0$  và  $x = 2\pi$  nên phương trình (1) có sáu nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2\pi]$  khi và chỉ khi phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(0; 2\pi)$ .

Đặt  $t = \sin x$ ,  $t \in [-1; 1]$ .

Phương trình (3) trở thành  $m = -t^2 - t$ . (4)

Phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(0; 2\pi)$  khi và chỉ khi phương trình (4) có 2 nghiệm phân biệt thuộc các khoảng  $(-1; 0) \cup (0; 1)$ .

Xét hàm số  $f(t) = -t^2 - t$  trên đoạn  $[-1; 1]$ , ta có bảng biến thiên

|        |    |                |   |    |
|--------|----|----------------|---|----|
| $t$    | -1 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | 1  |
| $f(t)$ | 0  | $\frac{1}{4}$  | 0 | -2 |

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (4) có 2 nghiệm phân biệt thuộc các khoảng  $(-1; 0) \cup (0; 1)$  khi và chỉ khi  $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right)$ .

Vậy phương trình (1) có đúng sáu nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2\pi]$  khi và chỉ khi  $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right)$ .

**Câu 37:** Lớp 11A có 39 học sinh, trước mỗi buổi học môn Lịch Sử cô giáo luôn kêu đồng thời ngẫu nhiên hai bạn có tên khác nhau để kiểm tra bài cũ. Hôm nay bạn Quân rất lo lắng vì chưa học bài. Tính xác suất bạn Quân phải trả bài cũ, biết trong lớp chỉ có 3 người cùng tên và cùng tên Quân, ngoài ra không có ai tên giống nhau.

### Lời giải

Xét phép thử ngẫu nhiên T: “Chọn đồng thời hai bạn bất kỳ có tên khác nhau trong 39 học sinh lớp 11A”.

Số phần tử của không gian mẫu  $n(\Omega) = C_{39}^2 - C_3^2$  (Số cách chọn 2 bạn trong 39 học sinh bất kỳ trừ đi số cách chọn 2 trong 3 bạn cùng tên Quân).

Gọi  $A$  là biến cố: “Trong hai bạn lên trả bài có bạn Quân”.

Số kết quả thuận lợi của  $A$  là  $n(A) = 1 \times C_{36}^1$  (1 khả năng chọn bạn Quân và chọn 1 trong 36 bạn còn lại không phải tên Quân).

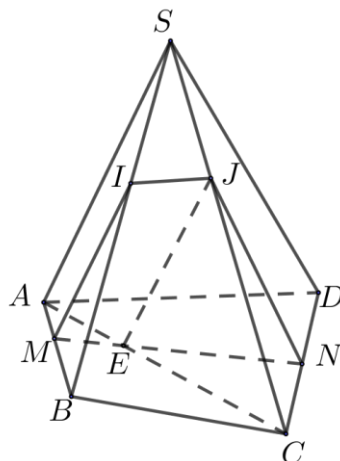
Xác suất để bạn Quân lên trả bài là:  $P(A) = \frac{1 \times C_{36}^1}{C_{39}^2 - C_3^2} = \frac{2}{41}$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $M, N$  nằm trên cạnh  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $mp(P)$  qua hai điểm  $M, N$  và  $mp(P) // SA$ .

- Tìm giao tuyến của  $mp(P)$  và  $mp(SAB)$ .
- Xác định thiết diện được tạo ra bởi  $mp(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$ . Tìm điều kiện của  $M, N$  để thiết diện là hình thang.

**Lời giải**

- Tìm giao tuyến của  $mp(P)$  và  $mp(SAB)$



Ta có  $SA \subset mp(SAB)$

$SA // mp(P)$

Ta có  $M \in mp(SAB) \cap mp(P)$ .

Trong  $mp(SAB)$  dựng  $MI // SA$  và  $MI \cap SB = \{I\}$ .

KL :  $mp(P) \cap mp(SAB) = MI$ .

- Xác định thiết diện được tạo ra bởi  $mp(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$ . Tìm điều kiện của  $M, N$  để thiết diện là hình thang.

Trong  $mp(ABCD)$  gọi  $AC \cap MN = \{E\}$ .

Ta có  $SA \subset mp(SAC)$

$SA // mp(P)$

Ta có  $E \in mp(P) \cap mp(SAC)$ .

Trong  $mp(SAC)$  dựng  $EJ // SA$  và  $EJ \cap SC = \{J\}$ .

KL :  $mp(P) \cap mp(SAC) = EJ$ .

Ta có  $MNJI$  là thiết diện của  $mp(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$ .

Để  $MNJI$  là hình thang thì  $IJ // MN$  hoặc  $MI // NJ$ .

**TH1 :**  $IJ // MN$

Ta có  $MN \subset mp(ABCD)$

$IJ \subset mp(SBC)$

$IJ // MN$

$mp(SBC) \cap mp(ABCD) = BC$

Suy ra  $MN // BC$

**TH2 :**  $MI // NJ$

Ta có  $MI // SA$

$MI // NJ$

Suy ra  $NJ // SA$

mặt khác  $JN \subset mp(SCD)$

Suy ra  $SA // mp(SCD)$  (Vô lý)

KL : Để thiết diện là hình thang thì  $MN // BC$ .