

Email: chuviettan@gmail.com

- Câu 1.** Cho 5 điểm đồng phẳng sao cho các đường thẳng đi qua các cặp điểm trong 5 điểm đó không có 2 đường thẳng nào song song, vuông góc hay trùng nhau. Qua mỗi điểm ta vẽ các đường vuông góc với tất cả các đường thẳng nối 2 điểm trong 4 điểm còn lại. Không kể 5 điểm đã cho số giao điểm của các đường thẳng vuông góc đó nhiều nhất là bao nhiêu?
- A.** 310. **B.** 330. **C.** 360. **D.** 325.

Lời giải

Tác giả : Chu Viết Tấn, Tên FB: Chu Viết Tấn

Chọn A

Gọi 5 điểm đó là A, B, C, D, E

Có $C_4^2 = 6$ đường thẳng không đi qua A nên từ A kẻ được 6 đường thẳng vuông góc với 6 đường thẳng đó. Tương tự từ B kẻ được 6 đường thẳng vuông góc với 6 đường thẳng không đi qua B . Đáng lẽ ra 2 nhóm đường thẳng này cắt nhau tại $6 \times 6 = 36$ điểm (Không kể A, B). Nhưng vì có $C_3^2 = 3$ đường thẳng không đi qua 2 điểm A, B nên 3 đường thẳng vuông góc vẽ từ A và 3 đường thẳng vuông góc vẽ từ B đôi một song song với nhau nên số giao điểm của 2 nhóm đường thẳng vuông góc này chỉ còn $36 - 3 = 33$ điểm. Có $C_5^2 = 10$ cách chọn các cặp điểm như vậy nên có 330 giao điểm của các đường thẳng vuông góc. Thế nhưng cứ mỗi 3 điểm như A, B, C thì 3 đường cao của tam giác này trong số các đường vuông góc đó lại đồng quy tại 1 điểm (thay vì cắt nhau tại 3 điểm) nên số giao điểm giảm đi 2. Vì có $C_5^3 = 10$ tam giác như tam giác ABC nên số giao điểm giảm đi 20. Vậy số giao điểm nhiều nhất của các đường thẳng vuông góc là $330 - 20 = 310$.

Mở rộng: Bài này có thể tổng quát cho n điểm ($n > 2$)

trungthuong2009@gmail.com

- Câu 2.** Từ các chữ số thuộc tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau sao cho mỗi số tự nhiên đó đều chia hết cho 9.
- A.** 96. **B.** 144. **C.** 72. **D.** 120.

Lời giải

Tác giả : Phạm Thành Trung, Tên FB: Phạm Thành Trung

Chọn A

Ta có nhận xét $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ là số khi chia cho 9 có dư là 1.

Vậy khi đó để chọn ra số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 9 ta cần loại đi trong tập X hai chữ số có tổng khi chia cho 9 dư là 1.

Do đó có hai trường hợp loại đi hai số có tổng chia cho 9 dư 1 là $\{3; 7\}; \{4; 6\}$

Khi loại đi cặp $\{3; 7\}$ ta có:

+ Chọn số cho vị trí hàng đơn vị có 3 cách.

+ Chọn số cho các vị trí còn lại có $4!$ cách.

Trường hợp này có $3 \cdot 4! = 72$ số.

Khi loại đi cặp $\{4; 6\}$ ta có:

+ Chọn số cho vị trí hàng đơn vị có 1 cách.

+ Chọn số cho các vị trí còn lại có $4!$ cách.

Trường hợp này có $4! = 24$ số.

Vậy có tất cả $72 + 24 = 96$ số thỏa mãn yêu cầu.

Câu 3. (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh 1cm.

A. 2876.

B. 2898.

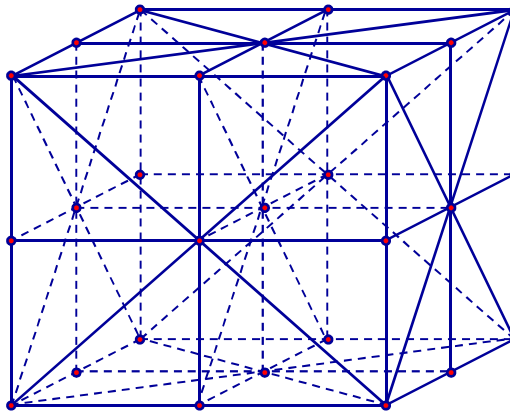
C. 2915.

D. 2012.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Thúy Hằng, FB: Hằng-Ruby-Nguyễn

Chọn D



Có tất cả 27 điểm.

Chọn 3 điểm trong 27 có $C_{27}^3 = 2925$.

Có tất cả $(8 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 4 + 3 + 2 + 2 + 2) = 49$ bộ ba điểm thẳng hàng.

Vậy có $2925 - 49 = 2876$ tam giác.

tranquocan1980@gmail.com

Câu 4. Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Từ các phần tử của tập A có thể lập được bao nhiêu số có 6 chữ số đôi một khác nhau mà trong đó hai số chẵn không thể đứng cạnh nhau?

A. 26880.

B. 27360.

C. 34200.

D. 37800.

Lời giải

Tác giả : Trần Quốc An, FB: TranQuocAn

Chọn D

Giả sử số có 6 chữ số thỏa đề bài có dạng $M = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$.

Nhận xét : Trong các vị trí $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ có tối đa 3 chữ số là số chẵn được lấy từ tập A .

TH1 : Số M chỉ chứa 1 chữ số chẵn

+ a_1 chẵn : a_1 có 4 cách chọn

Các vị trí $a_2, a_3, \dots, a_5$ là số lẻ nên có $5!$ cách xếp

TH này có : $4 \cdot 5! = 480$ cách chọn.

+ a_1 lẻ : a_1 có 5 cách chọn

Chọn một chữ số chẵn và 4 chữ số lẻ và xếp chúng ở 5 vị trí $a_2, a_3, \dots, a_5$ như sau

$C_5^1 \cdot C_4^4 \cdot 5!$ cách

TH này có : $5 \cdot C_5^1 \cdot C_4^4 \cdot 5! = 3000$ cách chọn.

TH2: Số M có chứa 2 chữ số chẵn .

+ a_1 chẵn : a_1 có 4 cách chọn

Vị trí a_2 là số lẻ nên a_2 có 5 cách chọn .

Chọn một chữ số chẵn và 3 số lẻ và xếp chúng vào 4 vị trí còn lại có

$$C_4^1 \cdot C_4^3 \cdot 4! \text{ cách}$$

TH này có : $4 \cdot 5 \cdot C_4^1 \cdot C_4^3 \cdot 4! = 7680$ cách chọn.

+ a_1 lẻ : a_1 có 5 cách chọn

Ở các vị trí $a_2, a_3, \dots, a_5$ có 3 chữ số lẻ , ta tạo được 4 vách ngăn , chọn hai chữ số chẵn và đặt vào 2 trong 4 vách ngăn đó, chọn 3 chữ số lẻ trong 4 số lẻ đặt ở 3 vị trí còn lại có $C_5^2 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot C_4^3 \cdot 3!$ cách.

TH này có $5 \cdot C_5^2 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot C_4^3 \cdot 3! = 14400$ cách chọn.

TH3: Số M có chứa 3 chữ số chẵn .

+ a_1 chẵn : a_1 có 4 cách chọn

Vị trí a_2 lẻ nên a_2 có 5 cách chọn

Ở các vị trí a_3, a_4, a_5, a_6 có 2 chữ số lẻ , ta tạo được 3 vách ngăn , chọn hai chữ số chẵn và đặt vào 2 trong 3 vách ngăn đó, chọn 2 chữ số lẻ trong 4 số lẻ đặt ở 2 vị trí còn lại có $C_4^2 \cdot C_3^2 \cdot 2! \cdot C_4^2 \cdot 2!$ cách.

TH này có $4 \cdot 5 \cdot C_4^2 \cdot C_3^2 \cdot 2! \cdot C_4^2 \cdot 2! = 8640$ cách chọn.

+ a_1 lẻ : a_1 có 5 cách chọn

Ở các vị trí $a_2, a_3, \dots, a_5$ có 2 chữ số lẻ , ta tạo được 3 vách ngăn , chọn ba chữ số chẵn và đặt vào 3 vách ngăn đó, chọn 2 chữ số lẻ trong 4 số lẻ đặt ở 2 vị trí còn lại có $C_5^3 \cdot 3! \cdot C_4^2 \cdot 2!$ cách.

TH này có $5 \cdot C_5^3 \cdot 3! \cdot C_4^2 \cdot 2! = 3600$ cách chọn

Vậy có : $480 + 3000 + 7680 + 14400 + 8640 + 3600 = 37800$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Email: ngvanmen@gmail.com

Câu 5. Cho đa giác đều 20 cạnh nội tiếp đường tròn (O). Xác định số hình thang có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đều.

A. 765

B. 720

C. 810

D. 315

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Mến – face: Nguyễn Văn Mến

Hình thang luôn có trục đối xứng đi qua tâm nên ta chỉ xét trục đối xứng vuông góc với hai đáy của hình thang trong hai trường hợp

Th1: Trục đối xứng của hình thang đi qua hai đỉnh của đa giác đều

Chọn một trục đối xứng có 10 cách

Mỗi trục đối xứng như vậy ta có C_9^2 cách chọn các đỉnh của hình thang nhận trục đối xứng đó

Suy ra $10 \cdot C_9^2 = 360$ hình thang có trục đối xứng đi qua các đỉnh đa diện

Th2: Trục đối xứng không đi qua đỉnh của đa giác đều

Chọn một trục đối xứng như vậy ta có 10 cách

Mỗi trục đối xứng như vậy ta có C_{10}^2 cách chọn các đỉnh của hình thang nhận trục đối xứng đó

Suy ra $10 \cdot C_{10}^2 = 450$ hình thang có trục đối xứng không qua các đỉnh của đa giác đều

Lại có $C_{10}^2 = 45$ hình chữ nhật là hình thang có hai trục đối xứng nên số hình thang thỏa mãn yêu cầu bài toán là $360 + 450 - 45 = 765$

phamkhacthanhkt@gmail.com.

Câu 6. Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $10^{2010} - 16151.9^{2008}$. B. $10^{2010} - 16153.9^{2008}$. C. $10^{2010} - 16148.9^{2008}$. D. $10^{2010} - 16161.9^{2008}$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Khắc Thành

Chọn D

Đặt $A_1 = \{0; 9\}; A_2 = \{1\}; A_3 = \{2\}; A_4 = \{3\}; A_5 = \{4\}; A_6 = \{5\}; A_7 = \{6\}; A_8 = \{7\}; A_9 = \{8\}$

Gọi số cần tìm là $n = \overline{a_1 a_2 \dots a_{2010} a_{2011}}$ ($a_1 \neq 0$)

+ Xét các số tự nhiên chia hết cho 9, gồm 2011 chữ số:

Mỗi vị trí từ a_2 đến a_{2011} đều có 10 cách chọn

a_1 phụ thuộc vào tổng $(a_2 + a_3 + \dots + a_{2011})$ nên có 1 cách chọn

Vậy có 10^{2010} số

+ Xét các số tự nhiên chia hết cho 9, gồm 2011 chữ số nhưng không có mặt chữ số 9:

a_1 có 8 cách chọn

Từ a_2 đến a_{2010} , mỗi vị trí đều có 9 cách chọn

a_{2011} có 1 cách chọn

Vậy có 8.9^{2009} số.

+ Xét các số tự nhiên chia hết cho 9, gồm 2011 chữ số trong đó có đúng 1 chữ số 9:

+ Trường hợp $a_1 = 9$ ta có:

Từ a_2 đến a_{2010} , mỗi vị trí đều có 9 cách chọn

a_{2011} có 1 cách chọn

Do đó có 9^{2009} số

+ Trường hợp $a_1 \neq 9$ ta có:

a_1 có 8 cách chọn

Có 2010 cách xếp chữ số 9

Ở 2008 vị trí còn lại, mỗi vị trí có 9 cách chọn

Vị trí cuối cùng có 1 cách chọn

Do đó có $8.2010.9^{2008}$ số.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là:

$10^{2010} - (8.9^{2009} + 9^{2009} + 8.2010.9^{2008}) = 10^{2010} - 16161.9^{2008}$ số

honganhh161079@gmail.com

Câu 7. Nhân ngày phụ nữ Việt Nam 20/10, các bạn nam lớp 10A đến cửa hàng hoa để mua hoa tặng các cô giáo dạy lớp mình. Cửa hàng hoa có bán ba loại hoa: hoa hồng, hoa cẩm chướng và hoa đồng tiền (số hoa mỗi loại đều lớn hơn hoặc bằng 8). Nhóm 8 bạn nam vào cửa hàng và chọn 8 bông hoa. Hỏi các bạn nam có bao nhiêu cách chọn số lượng từng loại hoa?

A. 40320.

B. 6720.

C. 336.

D. 45.

Lời giải

Tác giả : Đỗ Thị Hồng Anh, FB: Hong Anh

Chọn D

Nhóm 8 bạn nam chọn ra 8 bông hoa gồm x hoa hồng, y hoa cẩm chướng và z hoa đồng tiền.

Ta coi mỗi sự lựa chọn là một bộ ba số (x; y; z) sao cho x, y, z là các số nguyên không âm và

thỏa mãn $x + y + z = 8$. Mỗi bộ (x; y; z) như vậy ta đặt tương ứng với một dãy nhị phân độ dài

10 gồm 8 kí tự 1 và 2 kí tự 0 như sau:

$$\underbrace{11\dots1}_x 0 \underbrace{11\dots1}_y 0 \underbrace{11\dots1}_z$$

Chẳng hạn bộ (3; 1; 4) ứng với sự lựa chọn 3 hoa hồng, 1 hoa cẩm chướng và 4 hoa đồng tiền được đặt tương ứng với dãy nhị phân 1110101111.

Vì với mỗi dãy nhị phân độ dài 10 gồm 8 kí tự 1 và 2 kí tự 0 như trên tương ứng với cách chọn 2 vị trí trong 10 vị trí để ghi số 0, 8 vị trí còn lại ghi số 1 nên số dãy nhị phân như trên là $C_{10}^2 = 45$.

Vậy có 45 cách lựa chọn hoa thỏa yêu cầu bài toán.

mihawkdaculamihawkdacula@gmail.com

- Câu 8.** Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: Số hạng thứ n là số các số tự nhiên có n chữ số trong đó chỉ gồm các chữ số 1, 2, 3 và mỗi số có mặt ít nhất 1 lần. Tìm tổng của 9 số hạng đầu tiên.
A. 26844. **B.** 28464. **C.** 24684. **D.** 26484.

Lời giải

Tác giả : Trần Tín Nhiệm, FB: Trần Tín Nhiệm

Chọn D

Ta sẽ tìm số hạng tổng quát của (u_n)

Xét $n = 1, n = 2$ thì rõ ràng $u_1 = u_2 = 0$.

Bài toán phụ: Ta sẽ xác định xem có bao nhiêu số có n chữ số, trong đó các chữ số chỉ là 1, 2, 3 sao cho các chữ số xuất hiện trong đó là một hay hai trong ba chữ số đã cho

+ Số các số có n chữ số trong đó có mặt một trong ba chữ số $\{1, 2, 3\}$ là 3 (11....1, 22....2, 33....3)

+ Trong ba số 1, 2, 3 có C_3^2 tập gồm 2 chữ số.

Xét các số chỉ gồm hai số là 1, 2

Mỗi chữ số có 2 cách chọn nên có 2^n số có n chữ số tạo thành từ $\{1, 2\}$. Nên có $2^n - 2$ số có n chữ số được tạo thành từ $\{1, 2\}$ và mỗi chữ số có mặt ít nhất 1 lần (trừ 11...1, 22...2)

Từ đó, số các số gồm n chữ số chỉ có mặt hai trong ba chữ số $\{1, 2, 3\}$ là $C_3^2 (2^n - 2)$.

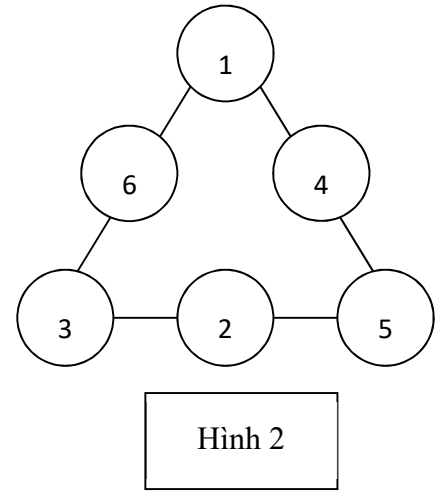
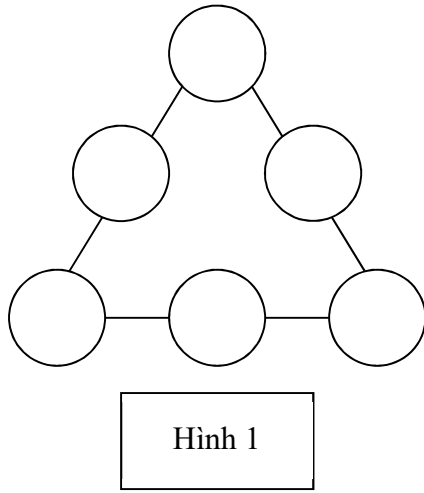
Mặt khác có tất cả 3^n số các số tự nhiên có n chữ số được tạo thành từ các chữ số $\{1, 2, 3\}$. Do đó có tất cả $3^n - C_3^2 (2^n - 2) - 3 = 3^n - 3 \cdot 2^n + 3$ số các số tự nhiên có n chữ số được tạo thành từ các chữ số $\{1, 2, 3\}$ và mỗi số có mặt ít nhất 1 lần.

Suy ra dãy số $(u_n) \begin{cases} u_1 = u_2 = 0 \\ u_n = 3^n - 3 \cdot 2^n + 3 \quad (n \geq 3) \end{cases}$ hay $(u_n) = 3^n - 3 \cdot 2^n + 3$

Vậy $\sum_{i=1}^9 u_i = \sum_{i=1}^9 (3^i - 3 \cdot 2^i + 3) = \sum_{i=1}^9 3^i - 3 \sum_{i=1}^9 2^i + 27 = \frac{3^{10} - 3}{3 - 1} - 3 \cdot \frac{2^{10} - 2}{2 - 1} + 27 = 26484$.

Minhduc486@gmail.com

- Câu 9.** Có bao nhiêu cách điền các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 (mỗi số một lần) vào các ô tròn ở trên Hình 1 sao cho tổng các số ở mỗi cạnh của tam giác là bằng nhau? (ví dụ ở hình 2, tổng các số ở mỗi cạnh đều bằng 10).



Lời giải

Tác giả : Trần Minh Đức, FB: Trần Minh Đức

Gọi các số điền vào là $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$ như hình vẽ

Ta có: $A_1 + B_2 + A_3 = A_1 + B_3 + A_2 = A_2 + B_1 + A_3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + B_2 + A_3 = A_1 + B_3 + A_2 \\ A_1 + B_2 + A_3 = A_2 + B_1 + A_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_3 - B_3 = A_2 - B_2 \\ A_1 - B_1 = A_2 - B_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow A_1 - B_1 = A_2 - B_2 = A_3 - B_3$$

Do $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$ là một hoán vị của 1, 2, 3, 4, 5, 6

Nên ta chỉ có các bộ sau thỏa mãn:

$$6 - 5 = 4 - 3 = 2 - 1; 5 - 6 = 3 - 4 = 1 - 2$$

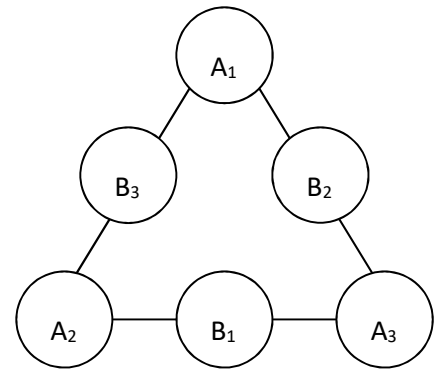
$$6 - 3 = 5 - 2 = 4 - 1; 3 - 6 = 2 - 5 = 1 - 4$$

Ứng với mỗi bộ ở trên ta có $3!$ hoán vị các đỉnh A_1, A_2, A_3 .

Và với mỗi cách chọn A_1, A_2, A_3 thì sẽ có duy nhất một cách chọn B_1, B_2, B_3 .

Vậy có: $3! \cdot 4 = 24$ cách điền thỏa mãn yêu cầu bài toán.

hungbnp@gmail.com



Câu 10. Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, sao cho mỗi số tự nhiên đó chia hết cho 3?

A. 625.

B. 120.

C. 216.

D. 96.

Lời giải

Tác giả : Bùi Nguyễn Phi Hùng. FB: Bùi Nguyễn Phi Hùng.

Chọn C

Một số tự nhiên $\overline{abcde}$ có 5 chữ số chia hết cho 3 khi tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.

Nhận thấy một số tự nhiên thỏa ycbt sẽ không đồng thời có mặt các chữ số 0 và 3. Do đó ta chia làm 2 trường hợp:

Trường hợp 1: $\overline{abcde}$ không có chữ số 0.

Khi đó 5 chữ số còn lại có tổng của chúng chia hết cho 3, nên số số tự nhiên thỏa mãn là $5!$ số.

Trường hợp 2: $\overline{abcde}$ không có chữ số 3 (khi đó ta còn 5 chữ số là 0,1,2,4,5 có tổng của chúng chia hết cho 3).

Bước 1: chọn chữ số a có 4 cách.

Bước 2: chọn $\overline{bcde}$ có $4!$ cách.

Suy ra trường hợp này ta có $4.4!$ số.

Vậy theo quy tắc cộng ta có tất cả $5!+4.4! = 216$ số.

Cohangxom1991@gmail.com

Câu 11. Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ A trong đó có 3 số lẻ và chúng không ở ba vị trí liên kề

A. 160 .

B. 164 .

C. 170 .

D. 468 .

Lời giải

Tác giả : Phạm Văn Huy, FB: Đồi Dò

Chọn D

Cách 1

Giả sử $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ là số cần tìm. Ta tính tất cả các số gồm 5 chữ số sao cho luôn có mặt 3 chữ số lẻ, sau đó trừ đi trường hợp mà 3 số lẻ đứng liền nhau

+ Tất cả 3 số lẻ, xếp 3 số lẻ vào 3 trong 5 vị trí ta có $A_5^3 = 60$ cách

Khi đó còn lại hai vị trí có thể tùy chọn trong 4 số chẵn ta có $A_4^2 = 12$ cách

Vậy có $60.12 = 720$ số

Nếu $a_1 = 0$ thì xếp 3 số lẻ vào 3 trong 4 vị trí còn lại 1 vị trí chọn trong 3 số chẵn $\{2; 4; 6\}$ ta có $A_4^2 \cdot A_3^1 = 72$ số

Vậy tất cả có $720 - 72 = 648$ số gồm 5 chữ số sao cho luôn có mặt 3 chữ số lẻ

+ Tính các số có 5 chữ số sao cho có 3 số lẻ đứng liền nhau

Nếu $a_1a_2a_3$ là 3 số lẻ ta có . Khi đó hai vị trí còn lại a_4a_5 có thể chọn tùy ý trong 4 số chẵn ta có $A_4^2 = 12$

Vậy có $6.12 = 72$ số

Nếu chọn $a_2a_3a_4$ là 3 số lẻ ta có $A_3^3 = 6$ (cách xếp). Khi đó a_1 có 3 cách chọn a_5 có 3 cách chọn

Vậy có $6.3.3 = 54$ số

Tương tự nếu $a_3a_4a_5$ là 3 số lẻ có 54 số

Vậy có tất cả $72 + 2.54 = 180$ số có 3 số lẻ đứng liền nhau

Vậy tổng cộng có $648 - 180 = 468$ số

Cách 2: Tham khảo cách giải của cô [Luu Thêm](#) (QTV)

Có 7 vị trí không liên kề $\{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}$

Trường hợp 1: a_1 là số lẻ

Chọn vị trí cho a_2, a_3 có 5 cách

Xếp 3 số lẻ vào 3 vị trí vừa chọn có $3!$ cách

Chọn 2 số chẵn và xếp vào 2 vị trí còn lại có A_4^2 các

Vậy có $5.3!.A_4^2 = 360$ số

Trường hợp 2 : a_1 không là số lẻ

Chọn vị trí cho 3 chữ số lẻ có 2 cách

Xếp 3 số lẻ vào 3 vị trí có $3!$ cách

Chọn 2 số chẵn xếp vào 2 vị trí còn lại có 3.3 cách

Vậy có $2.3!.3.3 = 108$ số

Vậy tổng cộng có $360 + 108 = 468$ số

thantaithanh@gmail.com

Câu 12. Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 15 chữ số, trong đó các chữ số 1 và 2 mỗi chữ số xuất hiện 5 lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá 1 lần và các chữ số lớn hơn 2 không có bất kì hai chữ số nào đứng cạnh nhau.

A. 293388478.

B. 293388479.

C. 293388480.

D. 293388481.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Trung Thành

Chọn C

Trước hết ta sắp xếp 5 chữ số 1 và 5 chữ số 2 vào 10 vị trí sắp xếp thành 1 hàng ngang. Chọn 5 trong 10 vị trí để sắp xếp chữ số 1 có C_{10}^5 cách chọn. Các vị trí còn lại ta sắp xếp chữ số 2.

Giữa các chữ số 1 và chữ số hai sắp xếp như trên có 9 vị trí xen giữa và hai vị trí hai đầu mút. Để các chữ số khác lớn hơn 2 mà không có bất kì hai chữ số nào đứng cạnh nhau thì ta cần chọn ra 5 trong 7 chữ số còn lại rồi sắp xếp chúng vào 11 vị trí nói trên:

- Có C_7^5 cách chọn ra 5 trong 7 chữ số lớn hơn 2.

- Với 5 chữ số vừa chọn sắp xếp vào 11 vị trí có: A_{11}^5 cách sắp xếp.

Vậy có: $C_{10}^5.C_7^5.A_{11}^5 = 293388480$.

quangnam68@gmail.com

Câu 13. Cho hai tập hợp L và C biết $L = \{\text{các số tự nhiên có 2018 chữ số được lập từ các số } 0,1,2 \text{ mà số } 0 \text{ xuất hiện lẻ lần}\}$, $C = \{\text{các số tự nhiên có 2018 chữ số được lập từ các số } 0,1,2 \text{ mà số } 0 \text{ xuất hiện chẵn lần (kể cả số } 0 \text{ không xuất hiện)}\}$. Gọi $|L|$, $|C|$ lần lượt là số lượng các phần tử của tập hợp L và C . Giá trị của biểu thức $M = 2|L| + |C|$ là

A. $3^{2018} - 1$

B. $3^{2018} + 1$

C. $3^{2019} + 1$

D. $3^{2019} - 1$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Quang Nam ; Fb: quang nam

Chọn A

Giả sử số cần lập có dạng : $\overline{a_1 a_2 \dots a_{2018}}$

+) Tính $|L|$ như sau: giả sử số cần lập có k số 0 (k lẻ) ta tiến hành lập số đó như sau:

- Chọn số cho a_1 có 2 cách (vì $a_1 \neq 0$).

- Chọn vị trí cho k số 0 từ 2017 vị trí $\Rightarrow$ có C_{2017}^k cách.

- Chọn số cho các vị trí còn trống có 2^{2017-k} cách.

$\Rightarrow$ có $2.C_{2017}^k.2^{2017-k}$ số thỏa mãn tính chất trên.

$\Rightarrow |L| = 2.(C_{2017}^1.2^{2016} + C_{2017}^3.2^{2014} + \dots + C_{2017}^{2017}).$

+) Tính $|C|$: lí luận tương tự như trên.

$|C| = 2.(C_{2017}^0.2^{2017} + C_{2017}^2.2^{2015} + \dots + C_{2017}^{2016}.2)$

Áp dụng tính chất $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$ ta có

$$\begin{aligned} 2|L| + |C| &= 2 \cdot [(C_{2017}^0 + C_{2017}^1) \cdot 2^{2017} + (C_{2017}^2 + C_{2017}^3) \cdot 2^{2014} + \dots + (C_{2017}^{2016} + C_{2017}^{2017}) \cdot 2] = \\ &= 2 \cdot (C_{2018}^1 \cdot 2^{2017} + C_{2018}^3 \cdot 2^{2014} + \dots + C_{2018}^{2017} \cdot 2) = (2+1)^{2018} - (2-1)^{2018} = 3^{2018} - 1 \\ \Rightarrow 2|L| + |C| &= 3^{2018} - 1 \end{aligned}$$

trichinhsp@gmail.com

Câu 14. Cho tập $A = \{1; 2; 3; \dots; 2020\}$ và các số $a, b, c \in A$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có dạng abc sao cho $a < b < c$ và $a + b + c = 2019$.

A. 2032129.

B. 2032128.

C. 677376.

D. 338688.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Trí Chính, FB: Nguyễn trí Chính

Chọn D

Gọi x là số các số tự nhiên có dạng $\overline{abc}$ sao cho $a, b, c \in A, a < b < c$ và $a + b + c = 2019$.

Thì $3!x$ là số nghiệm $(a; b; c)$ của phương trình: $a + b + c = 2019(1)$ với $a; b; c$ đôi một khác nhau.

Xét phương trình $a + b + c = 2019(1)$, số nghiệm nguyên dương của (1) là C_{2018}^2

TH1: Xét $a = b = c = 673$, (1) có 1 nghiệm $a = b = c = 673$

TH2: Xét $a = b, a \neq c$. (1): $2a + c = 2019$.

Có $1 \leq a \leq 1009$, phương trình $2a + c = 2019(2)$, (2) có 1009 nghiệm $(a; c)$

$\Rightarrow$ (1) có 1009 nghiệm $(a; b; c)$, trừ nghiệm $(673; 673; 673)$ nên còn 1008 nghiệm

TH3: Tương tự $a = c, a \neq b$ hoặc $b = c, b \neq a$ có $1008 \cdot 2 = 2016$ nghiệm

Số nghiệm khác nhau của (1): $3!x = 1009 \cdot 2017 - (1 + 3 \cdot 1008) = 2032128$

Suy ra $x = 338688$.

CM: “phương trình $a + b + c = 2019$ có số nghiệm dương là C_{2018}^2 ”

CM: Xét phương trình $a + b + c = 2019(1)$

Nếu $a = 2017, b + c = 2$: (1) có 1 nghiệm nguyên dương

Nếu $a = 2016, b + c = 3$: (1) có 2 nghiệm nguyên dương

.....

Nếu $a = 1, b + c = 2018$: (1) có 2017 nghiệm nguyên dương

Tất cả các nghiệm của (1): $1 + 2 + \dots + 2017 = 1009 \cdot 2017 = C_{2018}^2$

lehongphivts@gmail.com

Câu 15. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó phải có các chữ số 1, 2 đứng cạnh nhau?

A. 5880.

B. 960.

C. 4800.

D. 840.

Lời giải

Tác giả: Lê Hồng Phi, FB: Lê Hồng Phi

Chọn D

Cách 1.

Số tự nhiên có 5 chữ số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$.

Để thuận tiện ta xét luôn cả trường hợp $a_1 = 0$.

+) Sắp hai chữ số 1, 2 đứng cạnh nhau có $2!$ cách.

+) Bô trí nhóm $\{1,2\}$ vào 2 vị trí liên tiếp trong 5 vị trí có 4 cách.

+) Chọn chữ số cho 3 vị trí còn lại có A_6^3 cách.

Do đó có tất cả $2! \times 4 \times A_6^3 = 960$ số.

Khi $a_1 = 0$ thì bằng cách làm như trên ta tính được có $2! \times 3 \times A_5^2 = 120$ số.

Vậy có tất cả $960 - 120 = 840$ số tự nhiên thỏa mãn bài toán.

Cách 2.

Số tự nhiên có 5 chữ số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$.

Trường hợp hai chữ số 1,2 đứng ở hai vị trí đầu tiên ($\overline{a_1 a_2}$)

+) Sắp hai chữ số 1,2 đứng cạnh nhau có $2!$ cách.

+) Chọn chữ số cho 3 vị trí còn lại có $A_6^3 = 120$ cách.

Do đó, có $2 \times 120 = 240$ số.

Trường hợp hai chữ số 1,2 không đứng ở vị trí đầu tiên ($\overline{a_1}$)

+) Chọn chữ số cho vị trí a_1 có 5 cách.

+) Sắp hai chữ số 1,2 đứng cạnh nhau có $2!$ cách.

+) Bô trí nhóm $\{1,2\}$ vào 2 vị trí liên tiếp trong 4 vị trí có 3 cách.

+) Chọn chữ số cho 2 vị trí còn lại có $A_5^2 = 20$ cách.

Do đó, có $5 \times 2 \times 3 \times 20 = 600$ số.

Vậy có tất cả $240 + 600 = 840$ số.

Email: Sunflower.hnue@gmail.com

Câu 16. Cho tập hợp $A = \{1,2,3,\dots,100\}$. Hỏi có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử của A mà tổng của 3 phần tử đó bằng 90

A. 638 .

B. 624.

C. 631 .

D. 609 .

Tác giả: Nguyễn Thị Thúy. Facebook: Thuy Nguyen

Lời giải

Chọn C

G/s tập hợp cần tìm có dạng $E = \{a,b,c\}$

Không mất tính tổng quát g/s $a > b > c$, vì $a+b+c=90 \Rightarrow \begin{cases} a > b \geq 30 > c \\ a > 30 > b > c \end{cases}$

TH1 : $a > b \geq 30 > c \Rightarrow 30 \leq b \leq 44 \ (2b < a+b < 90) \Rightarrow b \in \{30,31,\dots,44\}$

Nếu $b = 44 \Rightarrow a = 45 \Rightarrow a$ có 1 cách chọn

Nếu $b = 43 \Rightarrow a \in \{44,45,46\} \Rightarrow a$ có 3 cách chọn

.....

Nếu $b = 30 \Rightarrow a \in \{31,32,33,\dots,59\} \Rightarrow a$ có 29 cách chọn

$\Rightarrow$ Số cách chọn cặp (a,b) là $1+3+5+\dots+29 = 225$ số

Với mỗi cách chọn cặp (a,b) cho ta 1 cách chọn $c = 90 - (a+b)$

Có 225 cách chọn tập E trong trường hợp này

TH2: $a > 30 > b > c \Rightarrow b, c \in \{1, 2, \dots, 29\}$

Số cách chọn cặp (b, c) là $C_{29}^2 = 406$, với mỗi cách chọn cặp (b, c) cho ta 1 cách chọn $a = 90 - (b + c) \Rightarrow$ Có 406 cách chọn tập E trong trường hợp này

Vậy số cách chọn tập E là: $225 + 406 = 631$

Email: ngbdai@gmail.com

Câu 17. Cho tam giác ABC , trên cạnh AB lấy 4 điểm khác A, B , trên cạnh BC lấy 5 điểm khác B, C , trên cạnh CA lấy 6 điểm khác C, A . Gọi S tổng số tứ giác tạo thành khi lấy 4 điểm trong 15 điểm nói trên. Khi đó S bằng?

A. $S = 1365$.

B. $S = 1020$.

C. $S = 991$.

D. $S = 1041$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Bá Đại

Chọn B

Lấy 4 điểm trong 15 điểm có $C_{15}^4 = 1365$.

Số cách lấy 4 điểm trong đó, ba điểm nằm trên một cạnh, điểm thứ tư trên cạnh khác là:

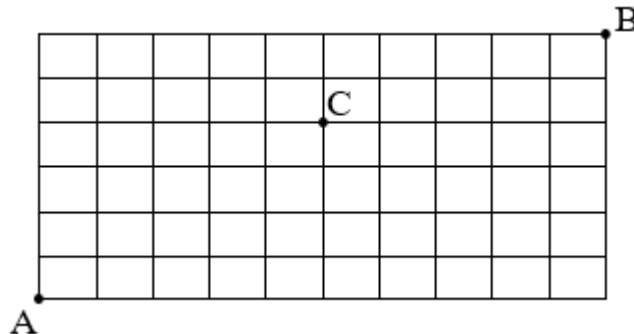
$$11.C_4^3 + 10.C_5^3 + 9.C_6^3 = 324.$$

Số cách lấy 4 điểm trong đó, cả 4 điểm đều nằm trên một cạnh là: $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3 = 21$.

Vậy $S = 1365 - 324 - 21 = 1020$.

Email: thachtv.tc3@nghean.edu.vn

Câu 18. Cho một lưới gồm các ô vuông kích thước 10×6 như hình vẽ sau đây. Một người đi từ A đến B theo quy tắc: chỉ đi trên cạnh của các ô vuông theo chiều từ trái qua phải hoặc từ dưới lên trên. Hỏi có bao nhiêu đường đi khác nhau để người đó đi từ A đến B đi qua điểm C ?



A. $C_5^4 \cdot C_6^2$.

B. C_{16}^6 .

C. $C_9^4 \cdot C_7^2$.

D. $C_6^4 \cdot C_{10}^5$

Lời giải

Tác giả: Trịnh Văn Thạch

Chọn C

Mỗi đường đi từ A đến C gồm $(5 + 4)$ đoạn (mỗi đoạn là một cạnh ô vuông). Tại mỗi đoạn, người đó chỉ được chọn đi lên (ta mã hóa là 1) hay đi sang phải (ta mã hóa là 0). Số đoạn đi lên là 4 và số đoạn đi sang phải là 5.

$\Rightarrow$ Mỗi đường đi từ A đến C là một chuỗi nhị phân 9 kí tự trong đó có 4 chữ số 1 và 5 chữ số 0. Từ đó số đường đi từ A đến C là C_9^4 .

Tương tự, số đường đi từ C đến B là C_7^2 .

Vậy đường đi khác nhau để người đó đi từ A đến B đi qua điểm C là $C_9^4 \cdot C_7^2$.

ngonguyenanhvu@gmail.com

Câu 19. Cho hình đa giác đều có $2n$ đỉnh ($n \geq 2; n \in \mathbb{Z}^+$). Biết số đường chéo của hình đa giác bằng $\frac{23}{6}$ số lần hình chữ nhật tạo từ 4 đỉnh trong $2n$ của hình đa giác đó. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu đỉnh.

A. 24.

B. 20.

C. 26.

D. 30

Lời giải

Tác giả : Ngô Nguyễn Anh Vũ, FB: Euro Vu

Chọn C

Số đường chéo tạo thành từ $2n$ đỉnh của đa giác đều là: $C_{2n}^2 - 2n$

Đa giác đều có $2n$ đỉnh nên có n đường chéo qua tâm. Mỗi hình chữ nhật được tạo từ hai đường chéo qua tâm. Vậy số hình chữ nhật tạo thành là C_n^2

$$\text{Theo đề: } C_{2n}^2 - 2n = \frac{23}{6} C_n^2 \Rightarrow \frac{(2n)!}{(2n-2)!2!} - 2n = \frac{23}{6} \cdot \frac{n!}{(n-2)!2!}$$

$$\Leftrightarrow (2n-1)n - 2n = \frac{23}{12}(n-1)n \Leftrightarrow 24n^2 - 36n = 23n^2 - 23n \Leftrightarrow n^2 - 13n = 0 \Leftrightarrow n = 13$$

Vậy đa giác có 26 đỉnh.

phamthanhmy@gmail.com

Câu 20. Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau thỏa mãn tổng các chữ số hàng đơn vị, hàng chục và hàng trăm bằng 10.

A. 1368

B. 1728

C. 2016

D. 1872

Lời giải

Tác giả: Phạm Thanh My. Facebook: Phạm Thanh My

Chọn D

Gọi số cần lập là $\overline{abcde}$ thỏa mãn $a \neq 0, c + d + e = 10$

$\Rightarrow c, d, e$ được lập từ các bộ số sau:

$(0; 1; 9), (0; 2; 8), (0; 3; 7), (0; 4; 6), (1; 2; 7), (1; 3; 6), (1; 4; 5), (2; 3; 5)$

+ Trường hợp 1: c, d, e được lập từ các bộ số có chứa chữ số 0.

Chọn bộ để tạo c, d, e có 4 cách chọn, mỗi bộ có 3! cách xếp.

Chọn và sắp xếp hai chữ số còn lại có A_7^2 cách.

Trường hợp 1 có $4 \cdot 3! \cdot A_7^2$ số.

+ Trường hợp 2: c, d, e được lập từ các bộ số không chứa chữ số 0.

Chọn bộ để tạo c, d, e có 4 cách chọn, mỗi bộ có 3! cách xếp.

Chọn chữ số a có 6 cách ($a \neq 0$).

Chọn chữ số b có 6 cách.

Trường hợp 2 có $4 \cdot 3! \cdot 6 \cdot 6$ số.

Vậy có 1872 số thỏa mãn đề bài.

kenbincuame@gmail.com

- Câu 21.** Từ các chữ số thuộc tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số sao cho trong đó có một chữ số lặp lại 3 lần, một chữ số khác lặp lại 2 lần, và một chữ số khác với hai chữ số trên?
- A. 43200. B. 480. C. 3888. **D. 38880.**

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Việt Thảo , FB: Việt Thảo

Chọn D

- Có 10 cách chọn chữ số xuất hiện 3 lần và có C_6^3 cách chọn vị trí cho chữ số này.
- Có 9 cách chọn chữ số xuất hiện 2 lần và có C_3^2 cách chọn vị trí cho chữ số này.
- Có 8 cách chọn 1 chữ số từ 8 chữ số còn lại.

Khi đó có $10.C_6^3.9.C_3^2.8 = 43200$ dãy số gồm 6 chữ số, trong đó chữ số đứng đầu có thể bằng 0 hoặc khác 0.

- Xét trường hợp chữ số đứng đầu bằng 0. Khi đó ta có các trường hợp:

- + Chữ số 0 xuất hiện 3 lần, có $C_5^2.9.C_3^2.8$ số.
- + Chữ số 0 xuất hiện 2 lần, có $C_5^1.9.C_4^3.8$ số.
- + Chữ số 0 xuất hiện 1 lần, có $9.C_5^3.8$ số.

Vậy các số cần tìm theo yêu cầu bài toán là:

$$10.C_6^3.9.C_3^2.8 - C_5^2.9.C_3^2.8 - C_5^1.9.C_4^3.8 - 9.C_5^3.8 = 38880 \text{ (số)}.$$

* **Nhận xét:** Ta có thể lập luận theo cách khác như sau: Vì vai trò của 10 chữ số thuộc tập X như nhau nên số các số cần tìm theo yêu cầu bài toán là: $\frac{10.C_6^3.9.C_3^2.8.9}{10} = 38880$ số.

Conghangiang2009@gmail.com

- Câu 22.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số sao cho số tạo thành nhất định phải có mặt chữ số 1, các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần và không có số nào có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau?
- A. 984. B. 23. C. 50 **D. 58464.**

Lời giải

Tác giả : Hoàng Thị Thanh Nhân, FB: Hoàng Nhân

Chọn D

Gọi $X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Chỉ xảy ra các trường hợp sau:

Trường hợp 1: 1 chữ số 1 và 5 chữ số khác nhau từ tập X :

+) Chọn 5 chữ số từ tập X và xếp theo thứ tự thành hàng ngang: có A_8^5 cách xếp.

Khi đó, ta có 6 vị trí có thể xếp số 1, đó là 4 khoảng trống giữa 5 chữ số trên và hai đầu.

+) Xếp số 1 vào một trong 6 vị trí nói trên: có C_6^1 cách xếp.

Suy ra trường hợp 1 có $A_8^5.C_6^1$ cách xếp.

Trường hợp 2: 2 chữ số 1 và 4 chữ số khác nhau từ tập X :

+) Chọn 4 chữ số từ tập X và xếp theo thứ tự thành hàng ngang: có A_8^4 cách xếp.

Khi đó, ta có 5 vị trí có thể xếp số 1, đó là 3 khoảng trống giữa 4 chữ số trên và hai đầu.

+) Xếp số 1 vào hai trong 5 vị trí nói trên: có C_5^2 cách xếp.

Suy ra trường hợp 2 có $A_8^4.C_5^2$ cách xếp.

Trường hợp 3: 3 chữ số 1 và 3 chữ số khác nhau từ tập X :

+) Chọn 3 chữ số từ tập X và xếp theo thứ tự thành hàng ngang: có A_8^3 cách xếp.

Khi đó, ta có 4 vị trí có thể xếp số 1, đó là 2 khoảng trống giữa 3 chữ số trên và hai đầu.

+) Xếp số 1 vào ba trong 4 vị trí nói trên: có C_4^3 cách xếp.

Suy ra trường hợp 2 có $A_8^3.C_4^3$ cách xếp.

Vậy có $A_8^5.C_6^1 + A_8^4.C_5^2 + A_8^3.C_4^3 = 58464$ số.

langtham313vt@gmail.com

Câu 23. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số mà trong mỗi số đó không có chữ số nào lặp lại đúng 4 lần?

A. 99595.

B. 89560.

C. 89640.

D. 89595.

Lời giải

Sưu tầm : Nguyễn Minh Cường, FB: yen nguyen

Chọn D

* Gọi $n = \overline{abcde}$ là số tự nhiên gồm 5 chữ số.

a có 9 cách chọn; b, c, d, e mỗi chữ số đều có 10 cách chọn $\Rightarrow$ có 9.10^4 số n .

* Tìm các số tự nhiên có 5 chữ số trong đó có 1 chữ số lặp lại đúng 4 lần.

+ TH chữ số 0 lặp lại 4 lần: $a0000$; TH này có 9 số.

+ TH chữ số 1 lặp lại 4 lần:

Dạng $a1111 (a \neq 1)$: a có 8 cách chọn $\Rightarrow$ có 8 số.

Dạng $1x111 (x \neq 1)$: x có 9 cách chọn và có 4 vị trí $\Rightarrow$ có $9.4 = 36$ số.

Suy ra TH này có $8 + 36 = 44$ số.

Các TH chữ số từ 2 đến 9 lặp lại 4 lần tương tự TH chữ số 1 lặp 4 lần, mỗi TH đều có 44 số.

Suy ra có tất cả $9 + 9.44 = 405$ số có 5 chữ số trong đó có đúng 1 chữ số lặp lại 4 lần.

Vậy có $9.10^4 - 405 = 89595$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Email: tuancaohoc17@gmail.com

Câu 24. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau, chia hết cho 4, nhỏ hơn 4567 và có chữ số hàng chục là chữ số lẻ.

A. 171.

B. 172.

C. 173.

D. 170.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Tuấn, Tên FB: Nguyễn Tuấn

Chọn B

Gọi $\overline{abcd}$ là số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau, chia hết cho 4, nhỏ hơn 4567 và có chữ số hàng chục là chữ số lẻ.

Ta có: $\overline{abcd} : 4 \Leftrightarrow 1000a + 100b + 10c + d : 4 \Leftrightarrow 2c + d : 4$ (1)

Mặt khác do c lẻ nên $2c$ chia cho 4 dư 2, nên để thỏa mãn (1), thì d phải chia cho 4 dư 2.

TH1: $a \in \{1; 3\}$. Khi đó do c lẻ suy ra $c \in \{1; 3; 5; 7; 9\} \setminus \{a\}$ suy ra c có 4 cách chọn.

Ta có d chia cho 4 dư 2, hay $d \in \{2; 6\}$.

Sau khi chọn a, c, d thì b có 7 cách chọn.

Vì vậy trong trường hợp này có $2.4.2.7 = 112$ số thỏa mãn.

TH2: $a = 2$. Khi đó do c lẻ suy ra $c \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$ suy ra c có 5 cách chọn.

Ta có d chia cho 4 dư 2, hay $d = 6$.

Sau khi chọn a, c, d thì b có 7 cách chọn.

Vì vậy trong trường hợp này có $1.5.1.7 = 35$ số thỏa mãn.

TH3: $a = 4, b \in \{1; 3\}$. Khi đó do c lẻ suy ra $c \in \{1; 3; 5; 7; 9\} \setminus \{b\}$ suy ra c có 4 cách chọn.

Ta có d chia cho 4 dư 2, hay $d \in \{2; 6\}$.

Vì vậy trong trường hợp này có $1.2.4.2 = 16$ số thỏa mãn.

TH4: $a = 4, b = 2$. Khi đó do c lẻ suy ra $c \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$ suy ra c có 5 cách chọn.

Ta có d chia cho 4 dư 2, hay $d = 6$.

Vì vậy trong trường hợp này có $1.1.5.1 = 5$ số thỏa mãn.

TH5: $a = 4, b = 5$. Khi đó $c \in \{1; 3\}$. Ta có d chia cho 4 dư 2, hay $d \in \{2; 6\}$.

Vậy trong trường hợp này có $2.2 = 4$ số thỏa mãn.

Do đó có 172 số thỏa mãn đề bài.

danhduoc@gmail.com

Câu 25. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số sao cho trong đó có một chữ số xuất hiện bốn lần, một chữ số khác xuất hiện hai lần và một chữ số khác với hai chữ số trên?

A. 75600.

B. 68040.

C. 68400.

D. 60480.

Lời giải

Tác giả: Vũ Danh Được

Chọn B

Ta xét các số có chữ số 0 đứng đầu, khi đó:

Có 10 cách chọn chữ số xuất hiện 4 lần và có C_7^4 cách chọn 4 vị trí trong 7 vị trí cho chữ số này.

Có 9 cách chọn chữ số (khác với chữ số trên) xuất hiện 2 lần và có C_3^2 cách chọn 2 vị trí trong 3 vị trí còn lại cho chữ số này.

Chữ số còn lại (khác với hai chữ số trên) có 8 cách chọn.

Vậy số các số là $10.C_7^4.9.C_3^2.8 = 75600$ (số)

Vì vai trò của các chữ số 0, 1, 2, ..., 9 là như nhau nên số các số có chữ số 0 đứng đầu là

$$75600 : 10 = 7560 \text{ (số)}$$

Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $75600 - 7560 = 68040$ (số)

Email: phuongnamthptqx1@gmail.com.

Câu 26. Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 3, biết số đó gồm 2018 chữ số lấy từ tập hợp $X = \{3; 5; 7; 9\}$

A. $\frac{4^{2018} + 4}{3}$.

B. $\frac{4^{2018} + 3}{3}$.

C. $\frac{4^{2018} + 2}{3}$.

D. $\frac{4^{2018} + 1}{3}$.

Lời giải

Tác giả : Trần Văn Nam, Tên FB: Trần Văn Nam

Chọn C

Gọi S_n là số các số tự nhiên chia hết cho 3, mỗi số gồm n chữ số lấy từ tập hợp X . Dễ thấy $S_1 = 2$

Gọi P_n là số các số tự nhiên không chia hết cho 3, mỗi số gồm n chữ số lấy từ tập hợp X .

Ta có $S_n + P_n = 4^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

Ta tính S_{n+1} như sau:

Giả sử A là số tự nhiên bất kì gồm n chữ số lấy từ tập hợp X , có các trường hợp sau:

Nếu A chia hết cho 3 thì ta viết thêm chữ số 3 hoặc chữ số 9 vào bên phải của A để được một số chia hết cho 3, gồm $n+1$ chữ số lấy từ tập hợp X .

Nếu A chia hết cho 3 dư 1 thì ta viết thêm chữ số 5 vào bên phải của A để được một số chia hết cho 3, gồm $n+1$ chữ số lấy từ tập hợp X .

Nếu A chia hết cho 3 dư 2 thì ta viết thêm chữ số 7 vào bên phải của A để được một số chia hết cho 3, gồm $n+1$ chữ số lấy từ tập hợp X .

Do đó $S_{n+1} = 2S_n + P_n$ thay $S_n + P_n = 4^n$, ta được $S_{n+1} - S_n = 4^n$ ($1, 2, 3, \dots$).

Ta có $S_n = (S_n - S_{n-1}) + (S_{n-1} - S_{n-2}) + \dots + (S_2 - S_1) + 2$

$$= 4^{n-1} + 4^{n-2} + \dots + 4 + 2 = \frac{4^n + 2}{3}$$

$$\text{Vậy số phải tính là } S_{2018} = \frac{4^{2018} + 2}{3}$$

Email: tuangenk@gmail.com

Câu 27. Một số tự nhiên được gọi là số thú vị nếu số này có 8 chữ số đôi một khác nhau được lập thành tự tập $\{1; 2; \dots; 8\}$ và số đó chia hết cho 1111. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên thú vị như thế?

A. 383.

B. 384.

C. 386.

D. 388.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Minh Tuấn Facebook: Minh Tuấn

Chọn B

Số cần tìm có dạng $i = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 b_1 b_2 b_3 b_4}$. Ta có tổng các chữ số của số cần tìm là tổng các chữ số từ 1 đến 8 bằng 36 chia hết cho 9 nên số cần tìm chia hết cho 9. Do 9 và 1111 có ước chung lớn nhất là 1 nên theo giả thiết thì i chia hết cho 9999.

Đặt $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$, $y = \overline{b_1 b_2 b_3 b_4}$. Ta có $i = x \cdot 10^4 + y = 9999x + x + y$ chia hết cho 9999 từ đó suy ra $(x + y)$ chia hết cho 9999.

Mặt khác $0 < x + y < 2 \cdot 9999 \Rightarrow x + y = 9999$. Do đó $a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = a_3 + b_3 = a_4 + b_4 = 9$

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có 4 cặp $(1; 8), (2; 7), (3; 6), (4; 5)$ nên có 8 cách chọn a_1 ; 6 cách chọn a_2 ; 4 cách chọn a_3 và 2 cách chọn a_4 tức chọn a_k có luôn b_k .

Vậy số các số thú vị là $8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 = 384$ số

Email: lecamhoa474@gmail.com

Câu 28. Cho tập $A = \{1; 2; 3; \dots; 2018\}$ và các số $a, b, c \in A$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có dạng abc sao cho $a < b < c$ và $a + b + c = 2016$.

A. 2027070.

B. 2026086.

C. 337681.

D. 20270100.

Lời giải

Tác giả: Lê Cẩm Hoa

Chọn C

Xét phương trình $a + b + c = 2016$.

Ta biết phương trình trên có C_{2015}^2 nghiệm nguyên dương.

TH1: Xét các cặp nghiệm 3 số trùng nhau: $a = b = c = 672$.

TH2: Xét các cặp nghiệm có $a = b$, $c \neq a \Rightarrow 2a + c = 2016$. Suy ra c là số chẵn thỏa $0 < c < 2016$ nên có 1007 giá trị c . Do đó có 1007 cặp, mà có cặp trừ cặp $(672, 672, 672)$ (loại).

Do đó có 1006 cặp.

Tương tự ta suy ra có 1006.3 cặp nghiệm có 2 trong 3 số trùng nhau.

Do số tập hợp gồm ba phần tử có tổng bằng 2016 là $\frac{C_{2015}^2 - 3 \cdot 1006 - 1}{3!} = 337681$.

(Chia cho $3!$ là do $a < b < c$ nên không tính hoán vị của bộ ba (a, b, c))

Lenguyet150682@gmail.com

Câu 29. Từ hai chữ số 0 và 1 tạo ra được bao nhiêu số có 2018 chữ số thỏa mãn hai điều kiện:

i) Chia hết cho 5

ii) Có tổng các chữ số là một số chẵn.

A. 2^{2018} .

B. 2^{2017} .

C. 2^{2015}

D. 2^{2016} .

Lời giải

Tác giả : Lê Thị Nguyệt, FB: Nguyệt Lê

Chọn C

Giả sử số thỏa đề bài có dạng $\overline{a_1 a_2 \dots a_{2018}}$.

Vì $a_1 \neq 0$ nên $a_1 = 1$.

Vì $\overline{a_1 a_2 \dots a_{2018}} : 5$ nên $a_{2018} = 0$.

Vì tổng các chữ số là một số chẵn nên trong các số $a_2, a_3, \dots, a_{2017}$ có một số lẻ số $a_i = 1$.

Do đó có tất cả $C_{2016}^1 + C_{2016}^3 + \dots + C_{2016}^{2015} = 2^{2015}$ số thỏa đề bài.

Câu 1. Từ 1 hộp đựng 100 thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 100 lấy ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất của biến cố: A="Số ghi trên 3 thẻ là số đo 3 cạnh của một tam giác" là:

A. $\frac{95}{132}$.

B. $\frac{65}{132}$.

C. $\frac{35}{236}$.

D. $\frac{55}{236}$.

Lời giải

Tác giả : Hoàng Mạnh Hùng, FB: Vô Thường

Chọn B

$$n(\Omega) = C_{100}^3 = 161700.$$

Gọi x, y, z là số ghi trên 3 thẻ được lấy ra thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\text{Đặt: } A_k = \{(x; y; z) / x, y, z \in \{1, 2, \dots, 100\}, 1 \leq x < y < z = k, (x+y) > z\}.$$

$$\Rightarrow n(A) = |A_1| + |A_2| + |A_3| + \dots + |A_{100}|$$

$$\text{Tính } A_k \text{ với } (4 \leq k \leq 100). \text{ Dễ thấy rằng: } |A_1| = |A_2| = |A_3| = 0$$

TH1 : k chẵn, $k = 2m$ ($m \geq 2$).

$$\text{Xét } 1 \leq x \leq m, \Rightarrow k = 2m \geq 2x \Rightarrow (k-x) \geq x; (x+y) > z \Rightarrow y > (k-x) \geq x \Rightarrow (k-x+1) \leq y \leq (z-1)$$

$$\text{Ta có số cách chọn } y \text{ là: } (k-1) - (k-x+1) + 1 = (x-1)$$

$$\text{Xét } x > m, \Rightarrow (x+y) > 2x > 2m = z \text{ (thỏa mãn đk)} \Rightarrow (x+1) \leq y \leq (z-1) = (2m-1)$$

$$\text{Ta có số cách chọn } y \text{ là: } (2m-1) - (x+1) + 1 = (2m-x+1)$$

$$\text{Vậy, với } k = 2m \text{ ta có: } |A_k| = \sum_{x=1}^m (x-1) + \sum_{x=m+1}^{2m-1} (2m-x+1) = (m-1)^2$$

TH2 : k lẻ, $k = (2m+1)$ ($m \geq 2$).

$$\text{Xét } 1 \leq x \leq m, \Rightarrow k = (2m+1) > 2x \Rightarrow (k-x) > x$$

$$(x+y) > z \Rightarrow y > (k-x) > x \Rightarrow (k-x+1) \leq y \leq (z-1)$$

$$\text{Ta có số cách chọn } y \text{ là: } (k-1) - (k-x+1) + 1 = (x-1)$$

Xét $x > m$, ta thấy rằng: $\forall y$ sao cho $(x+1) \leq y \leq (z-1)$ ta có:

$$(x+y) \geq x + (x+1) = (2x+1) > (2m+1) = z \text{ (thỏa mãn đk)}$$

$$\text{Ta có số cách chọn } y \text{ là: } (2m+1-1) - (x+1) + 1 = (2m-x)$$

$$\text{Vậy, với } k = (2m+1) \text{ ta có: } |A_k| = \sum_{x=1}^m (x-1) + \sum_{x=m+1}^{2m} (2m-x) = m(m-1)$$

$$\Rightarrow n(A) = |A_1| + |A_2| + |A_3| + \dots + |A_{100}| = (|A_1| + |A_3| + \dots + |A_{99}|) + (|A_2| + |A_4| + \dots + |A_{100}|)$$

$$\Rightarrow n(A) = \sum_{m=0}^{49} m(m-1) + \sum_{m=1}^{50} (m-1)^2 = 39200 + 40425 = 79625$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{79625}{161700} = \frac{65}{132}$$

Vqdetthi@gmail.com

Câu 2. Cho tập hợp số $A = \{1; 2; 3; \dots; 2019\}$. Lấy ngẫu nhiên ra hai số, tính xác suất để lấy được hai số mà bình phương số này cộng ba lần số kia đều là các số chính phương.

A. 0.

B. $\frac{1}{C_{2019}^2}$.

C. $\frac{2}{C_{2019}^2}$.

D. $\frac{5}{C_{2019}^2}$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Văn Quý, Tên FB: Quybacninh

Chọn B

Gọi hai số được lấy ra đồng thời từ tập A thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$$x, y \left(x, y \in \mathbb{Z}_+^*, x \neq y \right).$$

Không làm mất tính tổng quát giả sử $x > y$.

$x^2 + 3y = k^2 \left(k \in \mathbb{Z}_+^*, k > x \right)$. Ta thấy rằng $4x > 3x > 3y$. Đặt $k = x + t \left(t \geq 1 \right)$

Nếu $t \geq 2$ thì $x^2 + 2xt + t^2 = k^2 \Rightarrow 2xt + t^2 = 3y \Rightarrow 3y \geq 2xt \geq 4x$ (Vô lý)

Nên $t < 2 \Rightarrow t = 1$. Khi đó, $2x + 1 = 2y \Rightarrow x = \frac{3y-1}{2}, 3x = \frac{9y-3}{2} < 6y$ (*)

Tương tự: $y^2 + 3x = m^2 \left(m \in \mathbb{Z}_+^*, m > y \right)$. Đặt $m = y + z$

Nếu $z \geq 3$ thì $m^2 = y^2 + 2yz + z^2 \Rightarrow 3x = 2yz + z^2 \Rightarrow 3x \geq 2yz \geq 6y$ (Vô lý với (*)).

Nên $z < 3 \Rightarrow z = \{1, 2\}$

Với $z = 1 \Rightarrow \frac{9y-3}{2} = 2y + 1 \Rightarrow y = 1, x = 1$ (loại).

Với $z = 2 \Rightarrow \frac{9y-3}{2} = 4y + 4 \Rightarrow y = 11, x = 16$

Suy ra: $(x; y) = (16; 11)$

Số phần tử của biến cố bằng 1.

Vậy xác suất của biến cố là $\frac{1}{C_{2019}^2}$. **Đáp án B.**

Email: cvtung.lg2@bacgiang.edu.vn

Câu 3. Thầy chủ nhiệm có 16 cuốn sách đôi một khác nhau gồm 8 cuốn sách toán, 5 cuốn sách lý và 3 cuốn sách anh. Thầy lấy 8 cuốn tặng đều cho 8 bạn học sinh. Tính xác suất để sau khi tặng mỗi loại sách còn ít nhất một cuốn.

A. $\frac{173}{195}$

B. $\frac{163}{185}$

C. $\frac{127}{175}$

D. $\frac{134}{165}$

Lời giải

Tác giả :Cao Văn Tùng,Tên FB: Cao Tung

Chọn A

- Số cách tặng 8 quyển bất kỳ là $A_{16}^8 = 518918400$.

- Để mỗi loại sách còn ít nhất một cuốn ta xét trường hợp đối là có sách được tặng hết.

+) Tặng hết sách toán có $8! = 40320$ cách.

+) Tặng hết cả sách lý và anh $A_8^5 \cdot A_3^3 = 8! = 40320$ cách.

+) Chỉ tặng hết sách lý có $A_8^5 \cdot (A_{11}^3 - A_3^3) = 6612480$ cách.

+) Chỉ tặng hết sách anh có $A_8^3 \cdot (A_{13}^5 - A_5^5) = 51851520$ cách.

- Số cách tặng mỗi loại sách để còn ít nhất một cuốn là

$$518918400 - 2 \cdot 40320 - 6612480 - 51851520 = 460373760$$

- Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{460373760}{518918400} = \frac{173}{195}$.

Binhle66@gmail.com

Câu 4. Từ tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ ta thành lập được các số tự nhiên có 6 chữ số, lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số tự nhiên được lấy ra chỉ có mặt bốn chữ số khác nhau (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

A. 0,18.

B. 0,54.

C. 0,37.

D. 0,42.

tác giả: Lê Thanh Bình

Lời giải

Chọn C

Xét phép thử T : "Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có sáu chữ số mà các chữ số đều khác 0".
Số phần tử không gian mẫu $|\Omega| = 9^6 = 531441$.

Gọi A là biến cố cần tìm xác suất.

Số cách chọn 4 chữ số phân biệt $a; b; c; d$ từ 9 chữ số khác 0 là C_9^4 . Chọn 2 chữ số còn lại từ 4 chữ số đó, có ba trường hợp:

• **Trường hợp 1:** Một trong các chữ số $a; b; c; d$ xuất hiện 3 lần, 3 chữ số còn lại xuất hiện một lần. Khi ấy, ta có $4 \cdot \frac{6!}{3! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = 480$ số tự nhiên.

• **Trường hợp 2:** Hai trong bốn chữ số $a; b; c; d$ xuất hiện hai lần, hai chữ số còn lại mỗi số xuất hiện một lần. Khi ấy, ta có $C_4^2 \cdot \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 1080$ số tự nhiên.

Suy ra $|\Omega_A| = (480 + 1080) \cdot C_9^4 = 196560$.

Vậy $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{196560}{531441} \approx 0,3698623177$.

Email: dmathtxqt@gmail.com

Câu 5. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S . Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 45.

A. $\frac{53}{2268}$.

B. $\frac{53}{2520}$.

C. $\frac{53}{252}$.

D. $\frac{5}{324}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Cảnh Dương, Tên FB: Cảnh Dương Lê

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = A_{10}^8 - A_9^7$.

Gọi A là biến cố chọn được số chia hết cho 45. Gọi $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Số chia hết cho 45 khi và chỉ khi số đó chia hết cho 9 và chia hết cho 5. Do $0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45:9$ nên ta có các bộ số mà tổng chia hết cho 9 là: $B \setminus \{0, 9\}; B \setminus \{1, 8\}; B \setminus \{2, 7\}; B \setminus \{3, 6\}; B \setminus \{4, 5\}$

TH1: Số có 8 chữ số lấy từ tập $B \setminus \{0, 9\}$ có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$ và chia hết cho 5 nên $a_8 = 5$, suy ra có 7! số

TH2: Số có 8 chữ số lấy từ tập $B \setminus \{4, 5\}$ có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$ và chia hết cho 5 nên $a_8 = 0$, suy ra có 7! số

TH3 : Số có 8 chữ số lấy từ tập $B \setminus \{1, 8\}$ có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$ và chia hết cho 5 nên có 2 trường hợp :

* $a_8 = 0$ có $7!$ số.

* $a_8 = 5$ có $6.6!$ số.

Suy ra trong trường hợp này có $7! + 6.6!$ số. Tương tự các trường hợp $B \setminus \{2, 7\}, B \setminus \{3, 6\}$ mỗi trường hợp có $7! + 6.6!$ số.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $|\Omega_A| = 2.7! + 3.(7! + 6.6!) = 38160$. Vậy xác suất biến cố

$$A \text{ là } p(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{38160}{A_{10}^8 - A_9^7} = \frac{53}{2268}.$$

Email: trandongphong.c3lehongphong@lamdong.edu.vn.

Câu 6. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi X là tập các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ A . Chọn một số từ X , tính xác suất sao cho số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn

A. $\frac{4}{7}$.

B. $\frac{17}{35}$.

C. $\frac{281}{540}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Trần Đông Phong FB: Phong Do

Chọn C

Có $6.A_6^4 = 2160$ số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau lập từ A , $\Rightarrow n(X) = 2160$

Chọn một số từ X , số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2160$

Gọi B là biến cố “chọn được số có đúng 3 chữ số chẵn”

Xét: $\overline{abcde}$ là số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó có đúng 3 chữ số chẵn

TH1: Xét bộ có 5 số trong đó có 3 chữ số chẵn có mặt số 0 và 2 số lẻ. Có tất cả $C_3^2.C_3^2$ bộ.

Ứng với mỗi bộ có $4.4!$ số

Suy ra có: $C_3^2.C_3^2.4.4! = 864$ số

TH2: Xét bộ có 5 số trong đó có 3 chữ số chẵn không có số 0 và 2 chữ số lẻ. Có tất cả C_3^2 bộ.

Ứng với mỗi bộ trên có $5!$ số

Suy ra có: $C_3^2.5! = 360$ số

- Vậy số phần tử của biến cố B là $n(B) = 1224$

$$\text{Xác suất } P(A) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{281}{540}$$

Email: huunguyen1979@gmail.com

Câu 7. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 10 chữ số lập từ tập $X = \{6; 8\}$. Chọn 1 số từ S , tính xác suất để số được chọn là số không có hai chữ số 6 nào đứng cạnh nhau?.

A. $\frac{9}{2^6}$.

B. $\frac{143}{2^{10}}$.

C. $\frac{143}{2^6}$.

D. $\frac{145}{2^{10}}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 2^{10}$

Gọi A là biến cố số tự nhiên gồm 10 chữ số sao cho không có hai chữ số 6 nào đứng cạnh nhau

TH1. Số có 10 cs 8: Có 1 số

TH2. Số có 9 cs 8 và 1 cs 6. Xếp 9 cs 8 thành hàng: Có 1 cách. Khi đó tạo nên 10 vị trí để xếp chữ số 6. Xếp chữ số 6: Có C_{10}^1 cách

Suy ra trong trường hợp này có C_{10}^1 số

TH3. Số có 8 cs 8 và 2 cs 6. Xếp 8 cs 8 thành hàng: Có 1 cách. Khi đó tạo nên 9 vị trí để xếp chữ số 6. Xếp chữ số 6: Có C_9^2 cách

Suy ra trong trường hợp này có C_9^2 số

TH4. Số có 7 cs 8 và 3 cs 6. Xếp 7 cs 8 thành hàng: Có 1 cách. Khi đó tạo nên 8 vị trí để xếp chữ số 6. Xếp chữ số 6: Có C_8^3 cách

Suy ra trong trường hợp này có C_8^3 số

TH5. Số có 6 cs 8 và 4 cs 6. Xếp 6 cs 8 thành hàng: Có 1 cách. Khi đó tạo nên 7 vị trí để xếp chữ số 6. Xếp chữ số 6: Có C_7^4 cách

Suy ra trong trường hợp này có C_7^4 số

TH6. Số có 5 cs 8 và 5 cs 6. Xếp 5 cs 8 thành hàng: Có 1 cách. Khi đó tạo nên 6 vị trí để xếp chữ số 6. Xếp chữ số 6: Có C_6^5 cách

Suy ra trong trường hợp này có C_6^5 số

Vậy $n(A) = 1 + C_{10}^1 + C_9^2 + C_8^3 + C_7^4 + C_6^5 = 144$

Suy ra $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{144}{2^{10}} = \frac{9}{2^6}$

Tổng quát : Thầy Vô Thường

Gia sử số được lập từ k số 6 và 10-k số 8.

+ Xếp 10-k số 8: Có 1 cách ($0 \leq k \leq 5$)

+ Xếp k số 6 vào trong 11-k khoảng trống tạo bởi 10-k số 8: Có C_{11-k}^k cách.

Suy ra số các số được lập $\sum_{k=0}^5 C_{11-k}^k = 144$. Vậy $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{144}{2^{10}} = \frac{9}{2^6}$

Tuandel2009@gmail.com

Câu 8. Một chuồng có 3 con mèo trắng và 4 con mèo đen. Người ta bắt ngẫu nhiên lần lượt từng con ra khỏi chuồng cho đến khi nào bắt được 3 con mèo trắng mới thôi. Tính xác suất để cần phải bắt ít nhất 5 con mèo là.

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{4}{35}$.

C. $\frac{29}{35}$.

D. $\frac{31}{35}$.

Lời giải

Tác giả : Trần Minh Tuấn _Bắc Ninh

Chọn D

Xét biến cố đối của biến cố cần tính là $\bar{A}$: ‘bắt được 3 con mèo trắng trong 3 hoặc 4 lần’

TH1: $\bar{A}_1$: "Bắt được 3 con mèo trắng trong 3 lần đầu"

$$n_{\Omega_{A_1}} = 7.6.5, n_{A_1} = 3! = 6 \Rightarrow p(A_1) = \frac{6}{7.6.5} = \frac{1}{35}$$

TH2: $\bar{A}_2$: "Bắt được 3 con mèo trắng trong 4 lần đầu"

$$n_{\Omega_{A_2}} = 7.6.5.4$$

Để không trùng trường hợp 1 thì chắc chắn lần 4 phải bắt được một con trắng 3 lần đầu sẽ bắt được 2 con trắng và một con đen, số cách chọn 1 con đen là C_4^1 , con đen chỉ có thể bắt được 1 trong 3 lần đầu nên nó có 3 cách để bắt, còn lại 3 con trắng có số cách bắt là A_3^3

$$\text{nghư vậy số cách thuận lợi cho biến cố } A_2 \text{ là } n_{A_2} = C_4^1 \cdot 3 \cdot A_3^3 \Rightarrow p(A_2) = \frac{C_4^1 \cdot 3 \cdot A_3^3}{7.6.5.4} = \frac{3}{35}$$

$$\text{Vậy } p(\bar{A}) = \frac{1}{35} + \frac{3}{35} = \frac{4}{35}$$

$$\text{Suy ra xác suất cần tính là } p(A) = 1 - \frac{4}{35} = \frac{31}{35}$$

Chidunghtsv@gmail.com

Câu 9. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

A. $\frac{46}{256}$

B. $\frac{45}{256}$

C. $\frac{48}{256}$

D. $\frac{47}{256}$

Lời giải

Tác giả: Phan Chí Dũng ; Fb: Phan Chí Dũng

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$

Gọi A là biến cố không có hai người liền kề cùng đứng.

Ta có các trường hợp xảy ra:

Trường hợp 1: Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1 + 8 = 9$

Trường hợp 2: Có 2 đồng xu ngửa.

Hai đồng xu ngửa kề nhau suy ra có 8 khả năng. Vậy trường hợp này có $C_8^2 - 8 = 20$

Trường hợp 3: Có 3 đồng xu ngửa.

Có 3 đồng xu ngửa kề nhau: có 8 kết quả

Trong 3 đồng xu ngửa, có đúng một cặp kề nhau: có $8 \cdot 4 = 32$

Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^3 - 8 - 32 = 16$

Trường hợp 4: Có 4 đồng xu ngửa.

Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.

Vậy số kết quả thỏa mãn biến cố A là $n(A) = 9 + 20 + 16 + 2 = 47$

Suy ra xác suất để không có hai người liền kề cùng đứng là: $P(A) = \frac{47}{256}$

Email: manhluonghl4@gmail.com

Câu 10. Gọi S là tập hợp các ước số nguyên dương của số 79413075. Lấy ngẫu nhiên hai phần tử thuộc S . Tính xác suất lấy được hai phần tử là hai số không chia hết cho 5.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $P = \frac{9}{83}$.

C. $P = \frac{2}{83}$.

D. $P = \frac{2}{9}$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Văn Mạnh, Tên FB: Nguyễn Văn Mạnh

Chọn B

Ta có $79413075 = 7^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

Mỗi ước nguyên dương của số 79413075 là một số có dạng $7^i \cdot 3^j \cdot 5^k$, trong đó $i \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $j \in \{0; 1; 2; 3\}$, $k \in \{0; 1; 2\}$.

Số ước nguyên dương bằng số bộ $(i; j; k)$ được chọn từ 3 tập trên. Suy ra số cách chọn bộ $(i; j; k)$ từ 3 tập trên là $7 \cdot 4 \cdot 3 = 84$ (cách) nên số phần tử của S là 84.

Có C_{84}^2 cách chọn ngẫu nhiên hai phần tử thuộc S .

Mỗi ước nguyên dương không chia hết cho 5 của số 79413075 là một số có dạng $7^i \cdot 3^j \cdot 5^0$

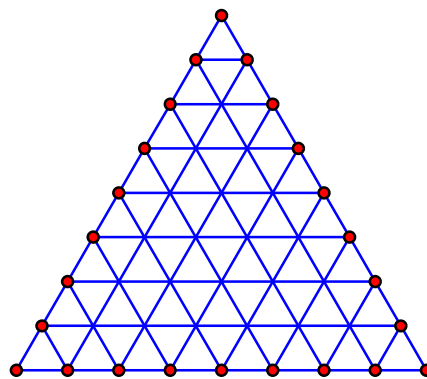
Suy ra số các ước của 79413075 không chia hết cho 5 trong tập S là $7 \cdot 4 = 28$.

Do đó có C_{28}^2 cách lấy hai phần tử thuộc S mà không chia hết cho 5.

Suy ra xác suất lấy được hai số không chia hết cho 5 trong S là $P = \frac{C_{28}^2}{C_{84}^2} = \frac{9}{83}$

Email: nghianguyennhan78@gmail.com

Câu 11. Cho tam giác đều H có cạnh bằng 8. Chia tam giác đều này thành 64 tam giác đều có cạnh bằng 1 bởi các đường thẳng song song với các cạnh của tam giác đều đã cho. Gọi S là tập hợp các đỉnh của 64 tam giác đều có cạnh bằng 1. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của tập S . Tính xác suất để 4 đỉnh chọn được là bốn đỉnh của một hình bình hành nằm trong miền trong tam giác đều H và có cạnh chứa các cạnh của tam giác đều cạnh bằng 1 ở trên.



A. $\frac{45}{473}$.

B. $\frac{64}{473}$

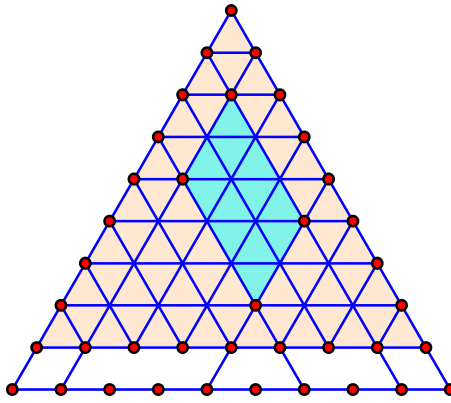
C. $\frac{2}{210}$.

D. $\frac{2}{473}$

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Thị Thanh Thảo, Tên FB: Nguyễn Thanh Thảo

Chọn D



+) Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của tập S. Ta thấy có $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$ giao điểm giữa các đường thẳng nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{45}^4$.

+) Gọi biến cố A: "4 đỉnh chọn được là bốn đỉnh của một hình bình hành nằm trong miền trong tam giác đều H và có cạnh chứa các cạnh của tam giác đều cạnh bằng 1 ở trên".

+) Ta thấy có 3 loại hình bình hành dựa vào cách chọn phương của hai cạnh của hình bình hành. Số hình bình hành của mỗi loại là bằng nhau nên chỉ cần tính một loại rồi nhân với 3.

+) Dựng thêm một đường thẳng song song với cạnh đáy và cách cạnh đáy một khoảng bằng khoảng cách giữa hai đường thẳng song song kề nhau, tạo thành một tam giác đều mở rộng như hình vẽ. Ta chia cạnh mới thành 9 phần bằng nhau bởi 8, cộng thêm 2 đầu mút nữa thành 10 điểm. Các điểm được đánh số từ trái sang phải từ 1 đến 10.

Khi đó, với 1 hình bình hành có hai cạnh song song với hai cạnh bên tương ứng với bốn số $1 \leq a < b < c < d \leq 10$ theo quy tắc sau: Nối dài các cạnh của hình bình hành, cắt các cạnh mới tại 4 điểm có số thứ tự là a, b, c, d. Ví dụ với hình bình hành màu đỏ trên ta có bộ (2, 5, 7, 9). Ngược lại nếu có một bộ số $1 \leq a < b < c < d \leq 10$ ta sẽ kẻ các đường thẳng từ điểm a, b song song với cạnh bên trái và từ c, d song song với cạnh bên phải giao nhau ra một hình bình hành.

+) Vậy số hình bình hành loại này là số cách lấy ra bốn số phân biệt (a; b; c; d) từ 10 số tự nhiên $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ và ta được $C_{10}^4 = 210$.

Vậy kết quả là $3 \cdot C_{10}^4 = 630$ hình bình hành.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{3C_{10}^4}{C_{45}^4} = \frac{2}{473}$.

Email- hoanghungsp@gmail.com

Câu 12. Từ 1 hộp đựng 100 thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 100 lấy ngẫu nhiên 2 thẻ. Xác suất của biến cố: A="Tổng số ghi trên 2 thẻ nhỏ hơn 70" là:

A. $\frac{49}{198}$.

B. $\frac{119}{495}$.

C. $\frac{161}{330}$.

D. $\frac{578}{2475}$.

Lời giải

Tác giả : Hoàng Mạnh Hùng, FB: Vô Thường

Chọn D

1) $n(\Omega) = C_{100}^2 = 4950$

2) Tính $n(A)$.

+Gọi x, y ($x < y$) là số thứ tự ghi trên 2 thẻ được lấy ra có tính chất $(x + y) < 70$

+Với $x < y \Rightarrow 2x < 70 \Rightarrow 1 \leq x \leq 34$

+Từ $x < y$ và $x + y < 70 \Rightarrow x < y < (70 - x) \Rightarrow (x + 1) \leq y \leq (69 - x)$. Như vậy số cách chọn y ứng với mỗi cách chọn x là: $(69 - x) - (x + 1) + 1 = (69 - 2x)$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = \sum_{x=1}^{34} (69 - 2x) = 1156 \text{ cách.}$$

$$\text{Vậy: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1156}{4950} = \frac{578}{2475}.$$

quocdai1987@gmail.com

Câu 13. [ĐỀ THI HSG 12 TPHCM 2017_2018] Một lớp có 36 ghế đơn được xếp thành hình vuông 6×6 . Giáo viên muốn xếp 36 học sinh, trong đó có hai chị em là Hạnh và Phúc. Tính xác suất để hai chị em Hạnh và Phúc luôn được ngồi gần nhau theo chiều dọc hoặc ngang?

A. $\frac{4}{21}$.

B. $\frac{3}{21}$.

C. $\frac{1}{21}$.

D. $\frac{2}{21}$.

Lời giải

Tác giả: Trần Quốc Đại, FB: Trần Quốc Đại

Chọn D

Gọi Ω là không gian mẫu ta có $n_{\Omega} = 36!$.

Gọi A là biến cố hai chị em Hạnh và Phúc ngồi ở vị trí thỏa yêu cầu.

Ta tính được $n_A = 60 \cdot 2! \cdot 34!$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n_A}{n_{\Omega}} = \frac{2}{21}.$$

cuongthptln@gmail.com

Câu 14. Thầy giáo có 7 quyển sách Toán, 8 quyển sách Vật lý và 9 quyển sách Hóa Học (các quyển sách cùng loại là giống nhau) dùng để làm phần thưởng cho 12 học sinh, sao cho mỗi học sinh được 2 quyển sách khác loại. Trong số 12 học sinh đó có bạn An và bạn Bình. Tính xác suất để bạn An và bạn Bình có phần thưởng giống nhau.

A. $\frac{23}{66}$

B. $\frac{6}{11}$

C. $\frac{7}{11}$

D. $\frac{19}{66}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Mạnh Cường; Fb: Cuong Nguyen

Chọn D

Gọi số x, y, z là số cặp sách Toán – Lý, Toán – Hóa và Lý – Hóa

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 8 \\ y + z = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \\ z = 5 \end{cases}$$

Số cách phát ngẫu nhiên 12 bộ sách cho 12 học sinh: $n(\Omega) = \frac{12!}{3!4!5!} = 27720$

TH 1: An và Bình nhận bộ sách Toán – Lý, số cách phát 10 bộ sách còn lại cho 10 học sinh: $\frac{10!}{4!5!} = 1260$

TH 2: An và Bình nhận bộ sách Toán – Hóa, số cách phát 10 bộ sách còn lại cho 10 học sinh: $\frac{10!}{3!2!5!} = 2520$

TH 3: An và Bình nhận bộ sách Lý – Hóa, số cách phát 10 bộ sách còn lại cho 10 học sinh:

$$\frac{10!}{3!4!3!} = 4200$$

Tổng số cách phát 12 bộ sách cho 12 học sinh mà An và Bình nhận phần thưởng giống nhau:
 $n(\Omega_A) = 7980$

Đáp số: $P(A) = \frac{19}{66}$

Nguyendac1080@gmail.com

Câu 15. Ba bạn An, Bình, Nam chơi phi tiêu, ai phi trúng mục tiêu trước thì người đó thắng cuộc chơi và được hai bạn còn lại mua tặng vé xem trận bán kết AFF Susuki Cup 2018 của tuyển Việt Nam. Thứ tự chơi lần lượt là: An, Bình, Nam; An, Bình, Nam; ... Xác suất phi trúng mục tiêu trong một lần phi tiêu của An, Bình, Nam tương ứng là 0,2; 0,4 và 0,6. Gọi P_1, P_2, P_3 lần lượt là xác suất giành chiến thắng của ba bạn An, Bình, Nam. Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P_1 < P_2 < P_3$.

B. $P_1 > P_2 > P_3$.

C. $P_2 > P_3 > P_1$.

D. chưa đủ dữ kiện tính.

Lời giải

Tác giả :Nguyễn Văn Đắc, FB: Đắc Nguyễn

Chọn C

Gọi các biến cố:

A, B, C lần lượt là biến cố An thắng, Bình thắng, Nam thắng.

A_n : “ An thắng nhờ bắn trúng mục tiêu ở lượt bắn thứ n của mình”

B_n : “ Bình thắng nhờ bắn trúng mục tiêu ở lượt bắn thứ n của mình”

C_n : “ Nam thắng nhờ bắn trúng mục tiêu ở lượt bắn thứ n của mình”

Khi đó: $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots$ và $A_1, A_2, A_3, \dots$ đôi một xung khắc.

Để A_n xảy ra thì ở n-1 lượt phi tiêu đầu cả An, Bình, Nam đều phi trượt và An phi trúng ở lượt phi tiêu thứ n của mình. Ta có: $P(A_n) = (0,8.0,6.0,4)^{n-1}.0,2 = 0,192^{n-1}.0,2$

Vậy dãy số $P(A_n)$ là cấp số nhân lùi vô hạn với công bội 0,192 và số hạng đầu bằng 0,2

Do đó xác suất để An giành chiến thắng là $P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots = \frac{0,2}{1-0,192} = \frac{25}{101}$

Tương tự ta có: $P(B_n) = (0,8.0,6.0,4)^{n-1}.0,8.0,4 = 0,192^{n-1}.0,32$ và $P(B) = \frac{40}{101}$

$P(C_n) = (0,8.0,6.0,4)^{n-1}.0,8.0,6.0,6 = 0,192^{n-1}.0,288$ và $P(C) = \frac{36}{101}$

Từ đó $P_2 > P_3 > P_1$.

Nguyendac1080@gmail.com

Xác suất bắn trúng mục tiêu trong một lần bắn của ba xạ thủ A, B, C lần lượt là 0,9; 0,8 và 0,7. Tính xác suất sau 3 lượt bắn của mỗi xạ thủ, xạ thủ A bắn trúng mục tiêu nhiều hơn hai xạ thủ còn lại, kết quả làm tròn đến hàng phần triệu.

A. 0,333333.

B. 0,233729.

C. 0,504.

D. 0,234323.

Lời giải

Tác giả :Nguyễn Văn Đắc, FB: Đắc Nguyễn

Chọn D

Gọi các biến cố:

X : “xạ thủ A bắn trúng mục tiêu nhiều hơn hai xạ thủ B, C sau 3 lượt bắn”

X_1 : “ xạ thủ A bắn trúng 3 lần, cả 2 xạ thủ B, C bắn trúng tối đa 2 lần”

X_2 : “ xạ thủ A bắn trúng 2 lần, cả 2 xạ thủ B, C bắn trúng tối đa 1 lần”

X_3 : “ xạ thủ A bắn trúng 1 lần, cả 2 xạ thủ B, C không bắn trúng lần nào”

Khi đó: $X = X_1 \cup X_2 \cup X_3$ và X_1, X_2, X_3 đôi một xung khắc.

Ta có:

$$P(X_1) = 0,9^3.[1 - (0,8^3 + 0,7^3 - 0,8^3 \cdot 0,7^3)]$$

$$P(X_2) = C_3^2 0,9^2 \cdot 0,1 [(C_3^1)^2 \cdot 0,8 \cdot 0,2^2 \cdot 0,7 \cdot 0,3^2 + 0,2^3 \cdot C_3^1 \cdot 0,7 \cdot 0,3^2 + 0,3^3 \cdot C_3^1 \cdot 0,8 \cdot 0,2^2 + 0,2^3 \cdot 0,3^3]$$

$$P(X_3) = C_3^1 \cdot 0,9 \cdot 0,1^2 \cdot 0,2^3 \cdot 0,3^3$$

$$\text{Do đó } P(X) = P(X_1) + P(X_2) + P(X_3) = 0,234323$$

Email: quangtp1981@gmail.com

Câu 16. Một nhóm gồm 5 bạn nam, 4 bạn nữ và cầu thủ Công Phượng đứng thành 2 hàng, mỗi hàng 5 người để chụp ảnh kỉ niệm. Xác suất để khi đứng, Công Phượng xen giữa hai bạn nam đồng thời các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng bằng

A. $\frac{1}{35}$.

B. $\frac{1}{105}$.

C. $\frac{1}{70}$.

D. $\frac{2}{105}$.

Lời giải

Tác giả: Phí Văn Quang Tên FB: QuangPhi

*) Ta có: $|\Omega| = 10!$.

*) Chọn hàng cho cầu thủ Công Phượng, có 2 cách chọn.

*) Đối với hàng có cầu thủ Công Phượng, có 2 cách xếp như sau:

+) TH1: Trong hàng cầu thủ Công Phượng có 2 nam, 2 nữ.

Vì Công Phượng xen giữa hai bạn nam nên ta chọn 2 bạn nam từ 5 bạn nam rồi xếp 2 bạn nam đứng ở hai bên Công Phượng, có: A_5^2 cách.

Vì các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng nên ta chọn 2 nữ từ 4 nữ và xếp xếp hai bạn nữ đứng ở hai vị trí đầu hàng và cuối hàng, có A_4^2 cách xếp.

Hàng còn lại gồm 3 bạn nam và 2 bạn nữ còn lại.

Ta xếp 3 bạn nam, có $3!$ cách, tạo ra 4 vị trí giữa các bạn.

Xếp 2 bạn nữ vào 2 trong 4 vị trí đó, có: A_4^2 cách xếp.

Do đó, trường hợp này có: $A_5^2 \cdot A_4^2 \cdot 3! \cdot A_4^2$ cách xếp.

+) TH2: Trong hàng cầu thủ Công Phượng có 3 nam, 1 nữ.

Chọn 1 bạn nam, 1 bạn nữ và xếp hai bạn đó cùng Công Phượng thành một hàng, có $C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot 3!$ cách.

Xếp hai bạn nam trong 4 bạn nam còn lại đứng hai bên của Công Phượng, có A_4^2 cách.

Hàng còn lại gồm 3 bạn nữ và 2 bạn nam còn lại.

Ta xếp 3 bạn nữ, có $3!$ cách, tạo ra 2 vị trí xen giữa các bạn.

Xếp 2 bạn nam vào 2 vị trí đó, có: $2!$ cách xếp.

Do đó, trường hợp này có: $C_5^1.C_4^1.3!.A_4^2.3!.2!$ cách xếp.

Vậy xác suất cần tính là: $\frac{2.(A_5^2.A_4^2.3!.A_4^2 + C_5^1.C_4^1.3!.A_4^2.3!.2!)}{10!} = \frac{2}{105}$

Email: quangtp@gmail.com

Câu 17. Hai bạn **Nam** và **Minh** hẹn gặp nhau tại thư viện từ 8 giờ đến 9 giờ. Người đến trước đợi quá 10 phút mà không gặp thì rời đi. Tìm xác suất để hai người đi ngẫu nhiên để đến nơi hẹn theo quy định mà gặp nhau.

A. $\frac{7}{36}$

B. $\frac{11}{36}$

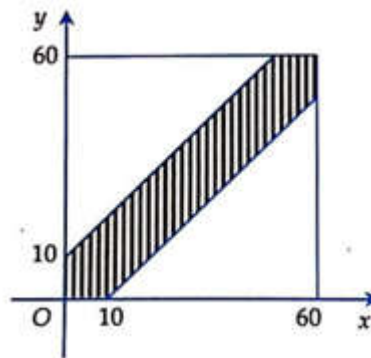
C. $\frac{10}{36}$

D. $\frac{13}{36}$

Lời giải

Tác giả: *Phí Văn Quang* **Tên FB:** *QuangPhi*

Chọn B



Gọi x (phút) là thời gian mà bạn **Nam** đến chờ ở thư viện.

Gọi y (phút) là thời gian mà bạn **Minh** đến chờ ở thư viện.

Điều kiện: $0 \leq x \leq 60, 0 \leq y \leq 60$

$n(\Omega) = 60^2 = 3600$ (là diện tích hình vuông cạnh 60)

Điều kiện gặp nhau là $|x - y| \leq 10 \Leftrightarrow -x + 10 \leq y \leq x + 10$ (*)

Do điểm $M(x; y)$ thỏa điều kiện (*) thuộc lục giác gạch sọc giới hạn bởi 2 đường thẳng $y = x + 10, y = x - 10$ là hình vuông của không gian mẫu.

Lục giác có diện tích $S' = S - 50^2 = 60^2 - 50^2 = 1100$

Vậy xác suất để 2 người gặp nhau là: $P = \frac{S'}{S} = \frac{1100}{3600} = \frac{11}{36}$.

hoainam2732003@gmail.com

Câu 18. Hai người bắn độc lập vào một mục tiêu, mỗi người bắn 1 lần. Xác suất trúng của người thứ nhất là 0,9; của người thứ hai là 0,7. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 13p - 10p^2$, trong đó p là xác suất của một biến cố.

A. $\frac{169}{40}$

B. $\frac{528}{125}$

C. $\frac{4221}{1000}$

D. 3.

Lời giải

Tác giả : *Trình Hoài Nam, FB: Trình Hoài Nam*

Chọn B

Gọi A_1 là biến cố người thứ nhất bắn trúng, A_2 là biến cố người thứ hai bắn trúng.

Khi đó $p(A_1) = 0,9$; $p(A_2) = 0,7$.

Ta có $M = 13p - 10p^2 = \frac{169}{40} - 10\left(p - \frac{13}{20}\right)^2$. Do đó M lớn nhất khi và chỉ khi $\left|p - \frac{13}{20}\right|$ nhỏ nhất

Giả sử p là xác suất của biến cố A . Ta quy ước $\begin{cases} 0.A = \emptyset \\ 1.A = A \end{cases}$

Khi đó $A = xA_1A_2 + y\overline{A_1}A_2 + zA_1\overline{A_2} + t\overline{A_1}\overline{A_2}$, trong đó $x, y, z, t \in \{0;1\}$.

$$\Rightarrow p = p(A) = x.p(A_1A_2) + y.p(\overline{A_1}A_2) + z.p(A_1\overline{A_2}) + t.p(\overline{A_1}\overline{A_2}) = 0,63x + 0,07y + 0,27z + 0,03t$$

$$\Rightarrow \left|p - \frac{13}{20}\right| = |0,63x + 0,07y + 0,27z + 0,03t - 0,65| = |0,63x + 0,07y + 0,27z + 0,03t - 0,65|$$

$$+ \text{ Nếu } x = 1: \left|p - \frac{13}{20}\right| = |0,07y + 0,27z + 0,03t - 0,02|$$

Nhằm với $y, z, t \in \{0;1\}$ thì $|0,07y + 0,27z + 0,03t - 0,02|$ nhỏ nhất khi $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \\ t = 1 \end{cases}$

$$\text{Khi đó } \left|p - \frac{13}{20}\right| = 0,01$$

$$+ \text{ Nếu } x = 0: \left|p - \frac{13}{20}\right| = |0,07y + 0,27z + 0,03t - 0,65|$$

$$\text{Ta có } y, z, t \in \{0;1\} \Rightarrow 0 \leq y, z, t \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 0,07y + 0,27z + 0,03t \leq 0,37$$

$$\Rightarrow -0,65 \leq 0,07y + 0,27z + 0,03t - 0,65 \leq -0,28 \Rightarrow 0,65 \geq |0,07y + 0,27z + 0,03t - 0,65| \geq 0,28$$

$$\Rightarrow \left|p - \frac{13}{20}\right| \geq 0,28 > 0,01$$

$$\text{Từ 2 trường hợp trên ta thấy } \left|p - \frac{13}{20}\right|_{\min} = 0,01 \Leftrightarrow \begin{cases} x = t = 1 \\ y = z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } M_{\max} = \frac{169}{40} - 10.0,01^2 = \frac{528}{125}$$

Sai lầm 1: Học sinh tính xác suất của 4 biến cố $A_1A_2; \overline{A_1}A_2; A_1\overline{A_2}; \overline{A_1}\overline{A_2}$ lần lượt là 0,63; 0,07; 0,27; 0,03.

Sau đó thử 4 giá trị vào biểu thức $M = 13p - 10p^2$ tìm được đáp án **C**.

Sai lầm của học sinh này là trong phép thử này có nhiều biến cố khác nữa, không phải chỉ có 4 biến cố đó.

Sai lầm 2: Học sinh vận dụng điều kiện $0 \leq p \leq 1$ rồi chuyển về bài toán tìm GTLN của $M = 13p - 10p^2$ trên đoạn $[0;1]$.

Lập bảng biến thiên hoặc Sử dụng máy tính tìm được đáp án **A**.

Sai lầm 3: Học sinh ngộ nhận $M = 13p - 10p^2$ lớn nhất khi p lớn nhất. Mà p lớn nhất bằng 1 nên thu được đáp án **D**.

hoatoank15@gmail.com

- Câu 19.** Kế hoạch làm thi môn Toán của bạn X trong kì thi THPTQG sắp tới: Bài thi môn Toán với hình thức Trắc nghiệm 50 câu (thang điểm 10), mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Do học yếu môn Toán bạn X dự kiến làm bài thi bằng cách “Mỗi câu chọn ngẫu nhiên một phương án và trả lời tất cả các câu”. Em hãy khuyên bạn bằng cách “Tính gần đúng xác suất để bạn được trên 3 điểm”.
- A. 0,000048. B. 0,06. C. 0,00000085. **D. 0,1631.**

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Viết Hòa

Chọn D

Gọi A_i ($i = 1, 2, \dots, 50$) là biến cố bạn X trả lời đúng ở câu thứ $i \Rightarrow P(A_i) = \frac{1}{4}; P(\overline{A_i}) = \frac{3}{4}$.

Gọi B là biến cố bạn X được tối đa 3 điểm, B_j là biến cố bạn X trả lời đúng j câu.

Mỗi câu trả lời đúng bạn X được 0,2 điểm, nên bạn X phải trả lời đúng tối đa 15 câu.

Ta có $B = B_0 \cup B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_{15}$.

Số cách chọn j câu đúng trong 50 câu đúng là C_{50}^j suy ra B_j ($j = 0, 1, 2, \dots, 50$) là hợp của C_{50}^j biến cố, mỗi biến cố đó là giao của 50 biến cố dạng $A_i, \overline{A_i}$, trong đó có j biến cố A_i và $50 - j$ biến cố $\overline{A_i}$

$$B_j = \underbrace{\left(\frac{A_1 A_2 \dots A_j}{j \text{ biến cố}} \frac{\overline{A_{j+1}} \overline{A_{j+2}} \dots \overline{A_{50}}}{50-j \text{ biến cố}} \right) \cup \dots \cup \left(\frac{\overline{A_1} \overline{A_2} \dots \overline{A_{50-j}}}{j \text{ biến cố}} \frac{A_{50-(j+1)} \dots A_{50}}{j \text{ biến cố}} \right)}_{C_{50}^j \text{ biến cố}}$$

$$\Rightarrow P(B_j) = C_{50}^j \left(\frac{1}{4} \right)^j \left(\frac{3}{4} \right)^{50-j} \Rightarrow P(B) = \sum_0^{15} C_{50}^j \left(\frac{1}{4} \right)^j \left(\frac{3}{4} \right)^{50-j}.$$

Vậy xác suất để bạn X đạt trên 3 điểm là $1 - P(B) \approx 0,1631$.

hoangthihonghanh3ln@gmail.com

- Câu 20.** Gọi A là tập hợp các số tự nhiên gồm 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 7 và có chữ số hàng đơn vị bằng 2.
- A. $\frac{257}{90000}$. **B. $\frac{257}{18000}$.** C. $\frac{127}{90000}$. D. $\frac{127}{30000}$.

Lời giải

Tác giả, FB :Hoàng Thị Hồng Hạnh

Chọn B

Gọi số tự nhiên gồm 5 chữ số là $\overline{abcde}$

Chọn $a \neq 0$ có 9 cách.

Chọn b, c, d, e mỗi số có 10 cách.

Nên $|A| = 9 \cdot 10^4$.

Gọi B là biến cố "chọn được tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 7 và có chữ số hàng đơn vị bằng 2".

Gọi số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 7 và có chữ số hàng đơn vị bằng 2 là $\overline{abcd2}$

Ta có $\overline{abcd2} = 10 \cdot \overline{abcd} + 2 = 7 \overline{abcd} + 3 \overline{abcd} + 2$

$\overline{abcd}2$ chia hết cho 7 nên $3\overline{abcd} + 2$ chia hết cho 7 hay $3\overline{abcd} + 2 = 7t, (t \in \mathbb{Z})$

$$3\overline{abcd} + 2 = 7t \Leftrightarrow \overline{abcd} = \frac{7t-2}{3} \Leftrightarrow \overline{abcd} = 2t + \frac{t-2}{3}$$

Suy ra $(t-2):3$ hay $t-2 = 3n \Leftrightarrow t = 3n+2$

Khi đó $\overline{abcd} = 7n+4$ mà $1000 \leq \overline{abcd} \leq 9999$ nên $1000 \leq 7n+4 \leq 9999 \Leftrightarrow \frac{996}{7} \leq n \leq \frac{9995}{7}$

Mặt khác n là số nguyên $\Rightarrow n \in \{143; 144; 145; \dots; 1427\}$

Nên $|B| = 1285$.

$$\text{Khi đó, } P(B) = \frac{1285}{9 \cdot 10^4} = \frac{257}{18000}.$$

Email: Tinh.danlaptops@gmail.com

Câu 21. Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$. Biết xác suất để ba số tìm được thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 bằng $\frac{m}{n}$, với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Biểu thức $S = m + n$ bằng

A. 85.

B. 239.

C. 58.

D. 127.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Tĩnh

Đặt $A = \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$.

Chọn 3 số trong tập S ta có C_{20}^3 cách. suy ra số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{20}^3$.

Mọi số tự nhiên bình phương và chia cho 3 dư 0 hoặc dư 1.

TH 1: Cả 3 số thuộc tập A có C_6^3 cách chọn.

TH 2: Cả 3 số thuộc tập $S \setminus A$ có C_{14}^3 cách.

Suy ra xác suất cần tìm là $P = \frac{C_6^3 + C_{14}^3}{C_{20}^3} = \frac{35}{92}$. Vậy $m + n = 127$.

luongvanhuydhsphn@gmail.com

Câu 22. Có 25 quả cầu gồm hai loại Đen và Đỏ đặt trong hai hộp. Hộp nào có số quả cầu nhiều hơn thì số quả Đỏ sẽ nhiều hơn. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một quả. Biết xác suất để hai quả cùng Đỏ là 0,48. Tính xác suất để lấy được một quả Đen và một quả Đỏ.

A. $\frac{11}{25}$.

B. $\frac{8}{25}$.

C. $\frac{12}{25}$.

D. $\frac{13}{25}$.

Lời giải

Tác giả : Lương Văn Huy, FB: Lương Văn Huy

Chọn A

Gọi a_1, a_2 là số quả cầu có trong hai hộp và b_1, b_2 lần lượt là số quả cầu Đỏ theo thứ tự trong mỗi hộp đó.

Ta giả sử $a_1 > a_2 > 0$ suy ra $b_1 > b_2, a_1 + a_2 = 25$.

Theo bài ta có $\frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{b_2}{a_2} = \frac{12}{25} \Rightarrow \frac{b_1 b_2}{12} = \frac{a_1 a_2}{25} \Rightarrow a_1$ hoặc a_2 phải là bội của 5.

$$\text{Từ đó suy ra } \begin{cases} a_1 = 20 \\ a_2 = 5 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a_1 = 15 \\ a_2 = 10 \end{cases}$$

$$\text{Xét } \begin{cases} a_1 = 20 \\ a_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow b_1 b_2 = 48 \text{ có hai cặp thỏa mãn là } \begin{cases} b_1 = 16 \\ b_2 = 3 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} b_1 = 12 \\ b_2 = 4 \end{cases} \text{ vậy ta có hai trường hợp}$$

Trường hợp 1:

- Hộp 1 có 20 quả gồm 16 Đỏ và 4 đen.
- Hộp 2 có 5 quả gồm 3 Đỏ và 2 đen.

$$P = \frac{16}{20} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{5} = \frac{11}{25}$$

Trường hợp 2:

- Hộp 1 có 20 quả gồm 12 Đỏ và 8 đen.
- Hộp 2 có 5 quả gồm 4 Đỏ và 1 đen.

$$P = \frac{12}{20} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{20} \cdot \frac{4}{5} = \frac{11}{25}$$

$$\text{Xét } \begin{cases} a_1 = 15 \\ a_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow b_1 b_2 = 72 \text{ chỉ có hai cặp thỏa mãn là } \begin{cases} b_1 = 12 \\ b_2 = 6 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} b_1 = 9 \\ b_2 = 8 \end{cases} \text{ ta cũng có hai}$$

trường hợp

Trường hợp 1:

- Hộp 1 có 15 quả gồm 12 Đỏ và 3 đen.
- Hộp 2 có 10 quả gồm 6 Đỏ và 4 đen.

Trường hợp 2:

- Hộp 1 có 20 quả gồm 12 Đỏ và 8 đen.
- Hộp 2 có 10 quả gồm 6 Đỏ và 4 đen.

$$\text{Hai trường hợp này cũng có } P = \frac{11}{25}$$

trungnghiav@gmail.com

Câu 23. Cho tập $A = \{1; 2; 3; \dots, 100\}$ gọi S là tập hợp tất cả các tập con của A , mỗi tập này gồm 3 phần tử có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất để chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân?

A. $\frac{3}{645}$

B. $\frac{2}{645}$

C. $\frac{4}{645}$

D. $\frac{1}{645}$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trung Nghĩa FB: [nguyễn Trung Nghĩa](#)

Chọn C

Gọi 3 số trong một phần tử của tập S là $\{a, b, c\}$ khi đó

$$\begin{cases} a, b, c \in \{1; 2; 3; \dots, 100\} \\ a + b + c = 91 \end{cases}$$

Do đó số các bộ số $\{a, b, c\}$ có phân biệt thứ tự là: C_{90}^2

Do $a + b + c = 91$ nên không xảy ra trường hợp $a = b = c$.

Nếu trong 3 số a, b, c có hai số bằng nhau, không mất tính tổng quát giả sử $a = b \neq c$. Khi đó

$$a + b + c = 91 \Leftrightarrow 2a + c = 91 \Leftrightarrow a = \frac{91 - c}{2}$$

Do $a, c \in \{1; 2; 3; \dots, 100\}$ suy ra c là số lẻ trong các số $\{1; 2; 3; \dots, 90\}$ (có 45 số lẻ)

Do vậy có 45 bộ số $\{a, b, c\}$ không phân biệt thứ tự trong đó có 2 số bằng nhau và khác số còn lại.

Suy ra: có tất cả $\frac{C_{90}^2 - 45 \cdot 3}{6} = 645$ bộ số $\{a, b, c\}$ không phân biệt thứ tự thỏa mãn.

Vậy số phần tử của tập S là 645.

Gọi một bộ số $\{a; b; c\}$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

Do $a + b + c = 91$ suy ra $a < b < c$ do đó $a \leq 30$.

Gọi công bội của cấp số nhân là $\frac{m}{n}$ ($m > n$) trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản.

$$\text{Khi đó } a + b + c = 91 \Leftrightarrow a + \frac{m}{n}a + \frac{m^2}{n^2}a = 91 \Leftrightarrow \frac{a}{n^2}(n^2 + mn + m^2) = 91$$

Do $(m, n) = 1$ do đó $a : n^2$ suy ra $n = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

+ Với $n = 1$ khi đó $a(1 + m + m^2) = 91 = 7 \cdot 13 = 1 \cdot 91$

$$\text{Nếu } \begin{cases} a = 1 \\ m^2 + m + 1 = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ m^2 + m - 90 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ m = 9 \\ m = -10 \end{cases} \text{ suy ra bộ 3 số là } \{1; 9; 81\}$$

$$\text{Nếu } \begin{cases} a = 7 \\ m^2 + m + 1 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ m^2 + m - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ m = -4 \\ m = 3 \end{cases} \text{ suy ra bộ 3 số là } \{7; 21; 63\}$$

$$\text{Nếu } \begin{cases} a = 13 \\ m^2 + m + 1 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 13 \\ m^2 + m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 13 \\ m = -3 \\ m = 2 \end{cases} \text{ suy ra bộ 3 số là } \{13; 26; 52\}$$

+ Với $n = 2$ khi đó $a = \{4; 8; 12; 16; 20; 24; 28\}$

Nếu $a = 4; n = 2$ suy ra: $m^2 + 2m + 4 = 91$ loại

Nếu $a = 8; n = 2$ suy ra: $m^2 + 2m + 4 = \frac{91}{2}$ loại

Nếu $a = 12; n = 2$ suy ra: $m^2 + 2m + 4 = \frac{91}{3}$ loại

Nếu $a = 16; n = 2$ suy ra: $m^2 + 2m + 4 = \frac{91}{4}$ loại

Nếu $a = 20; n = 2$ suy ra: $m^2 + 2m + 4 = \frac{91}{5}$ loại

Nếu $a = 24; n = 2$ suy ra: $m^2 + 2m + 4 = \frac{91}{6}$ loại

$$\text{Nếu } a = 28; n = 2 \text{ suy ra: } m^2 + 2m + 4 = 7 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases} \text{ loại}$$

+ Với $n = 3$ suy ra $a = \{9, 18, 27\}$

Nếu $a = 9; n = 3$ suy ra: $m^2 + 3m + 9 = 91 \Leftrightarrow m^2 + 3m - 82 = 0$ loại

Nếu $a = 18; n = 3$ suy ra: $m^2 + 3m + 9 = \frac{91}{2}$ loại

Nếu $a = 27; n = 3$ suy ra: $m^2 + 3m + 9 = \frac{91}{3}$ loại

+ Với $n = 4$ suy ra $a = 16$

Nếu $a = 16; n = 4$ suy ra: $m^2 + 4m + 16 = 91 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 75 = 0$ loại

+ Với $n = 5$ suy ra $a = 25$

Nếu $a = 25; n = 5$ suy ra: $m^2 + 5m + 25 = 91 \Leftrightarrow m^2 + 5m - 66 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -11 \end{cases}$

Suy ra bộ 3 số thỏa mãn là $\{25; 30; 36\}$

Vậy có tất cả 4 bộ số thỏa mãn: $\{1; 9; 81\}; \{7; 21; 63\}; \{13; 26; 52\}; \{25; 30; 36\}$

Vậy: Xác suất là $\frac{4}{645}$.

Email: IKhueninhbinh2004@gmail.com

Câu 24. Trong một cuộc thi có 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu, nếu chọn phương án trả lời đúng thì thí sinh được cộng 5 điểm, nếu chọn phương án trả lời sai sẽ bị trừ 1 điểm. Tính xác suất để một thí sinh làm bài bằng cách lựa chọn ngẫu nhiên phương án được 32 điểm, biết thí sinh phải làm hết các câu hỏi và mỗi câu hỏi chỉ chọn duy nhất một phương án trả lời.

A. $\frac{45}{131072}$

B. $\frac{15}{131072}$

C. $\frac{21}{1048576}$

D. $\frac{405}{131072}$

Lời giải

Tác giả : Phạm Trung Khuê,,Tên FB: Phạm Trung Khuê

Chọn D

Gọi a là số câu trả lời đúng

$$\Rightarrow 5a - (10 - a) = 32 \Rightarrow a = 7$$

$\Rightarrow$ Hs trả lời đúng 7 câu (1 đáp án) và sai 3 câu (3 đáp án)

$$n(\Omega) = 4.4.4 \dots 4 = 4^{10}$$

Chọn 7 câu trong 10 câu đúng đáp án (mỗi câu 1 đáp án đúng) có : C_{10}^7

Ba câu còn lại chọn sai đáp án (mỗi câu có ba đáp án sai) có $3.3.3 = 3^3$

$$P(A) = \frac{C_{10}^7 \cdot 3^3}{4^{10}} = \frac{405}{131072}$$

Email: nhatks@gmail.com

Câu 25. Gọi S là tập các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để lấy được số chia hết cho 6 là

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{7}{30}$

C. $\frac{13}{60}$

D. $\frac{11}{45}$

Lời giải

Tác giả: Đỗ Thế Nhất Face: Đỗ Thế nhất

Chọn C

$$n(\Omega) = A_7^3 - A_6^2 = 180$$

Gọi A là biến cố lấy được số chia hết cho 6 từ tập S

Gọi $x = \overline{abc} \in S$ và $x:6$ ta có $c \in \{0,2,4,6\}$

$\{a,b,c\} \in \{\{0,1,2\}, \{0,1,5\}, \{0,2,4\}, \{1,2,3\}, \{0,3,6\}, \{0,4,5\}, \{1,2,6\}, \{2,3,4\}, \{1,5,6\}, \{2,4,6\}, \{3,4,5\}, \{4,5,6\}\}$

TH1: $\{a,b,c\} \in \{\{0,1,5\}, \{1,2,3\}, \{1,5,6\}, \{3,4,5\}\}$

Có 4 cách chọn $\{a,b,c\}$

Có 1 cách chọn c

Có 2 cách chọn a

Có 1 cách chọn b

Theo quy tắc nhân có $4.1.2.1=8$ số

TH2: $\{a,b,c\} \in \{\{0,1,2\}, \{0,3,6\}, \{0,4,5\}\}$ có $3.3=9$ số

TH3: $\{a,b,c\} \in \{\{1,2,6\}, \{2,3,4\}, \{4,5,6\}\}$ có $3.2.2=12$ số

TH4: $\{a,b,c\} = \{0,2,4\}$ có $2.2.1=4$ số

TH5: $\{a,b,c\} = \{2,4,6\}$ có $3.2.1=6$ số

Vậy $n(A) = 8 + 9 + 12 + 4 + 6 = 39$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{13}{60}$$

Email: yutoanpvd@gmail.com

Câu 26. Chọn ngẫu nhiên 6 quân bài từ một cỗ bài tứ lơ khơ ta được một xấp bài. Tính xác suất để trong xấp bài này chứa một bộ ba, một bộ đôi (tức là có ba quân cùng thuộc một bộ, hai quân thuộc một bộ khác và quân còn lại khác bộ với 5 quân trước)

A. $\frac{2028}{195755}$.

B. $\frac{396}{195755}$.

C. $\frac{1584}{195755}$.

D. $\frac{169}{978755}$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Huỳnh Đức Tên facebook: Huỳnh Đức.

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{52}^6$

Gọi A là biến cố cần tính xác suất.

*Tìm $|\Omega_A|$

-Công đoạn 1: Chọn 1 bộ từ 13 bộ và từ bộ này chọn ra 3 quân. Có $C_{13}^1 \cdot C_4^3$ cách.

-Công đoạn 2: Chọn 1 bộ từ 12 bộ còn lại và từ bộ này chọn ra 2 quân. Có $C_{12}^1 \cdot C_4^2$ cách.

-Công đoạn 3: Chọn 1 bộ từ 11 bộ còn lại và từ bộ này chọn ra 1 quân. Có $C_{11}^1 \cdot C_4^1$ cách.

Theo quy tắc nhân ta có $|\Omega_A| = C_{13}^1 \cdot C_4^3 \cdot C_{12}^1 \cdot C_4^2 \cdot C_{11}^1 \cdot C_4^1 = 164736$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{164736}{C_{52}^6} = \frac{1584}{195755}$.

Email: vutoanpvd@gmail.com

Câu 27. Chọn ngẫu nhiên 6 quân bài từ một cỗ bài tứ lơ khơ ta được một xấp bài. Tính xác suất để trong xấp bài này chứa hai bộ ba (tức là có ba quân cùng thuộc một bộ và ba quân còn lại cùng thuộc một bộ khác)

A. $\frac{24}{195755}$. B. $\frac{26}{195755}$. C. $\frac{18}{195755}$. **D. $\frac{12}{195755}$.**

Lời giải

Tác giả: Vũ Huỳnh Đức Tên facebook: Huỳnh Đức.

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{52}^6$

Gọi B là biến cố cần tính xác suất.

*Tìm $|\Omega_B|$

- Công đoạn 1: Chọn 2 bộ từ 13 bộ. Có C_{13}^2 cách.

- Công đoạn 2: Từ mỗi bộ đã chọn, chọn ra 2 quân. Có $C_4^3 \cdot C_4^3$ cách.

Theo quy tắc nhân ta có $|\Omega_B| = C_{13}^2 \cdot C_4^3 \cdot C_4^3 = 1248$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(B) = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{1248}{C_{52}^6} = \frac{12}{195755}$.

Email: vutoanpvd@gmail.com

Câu 28. Chọn ngẫu nhiên 5 quân bài từ một cỗ bài tứ lơ khơ ta được một xấp bài. Tính xác suất để trong xấp bài này chứa hai đôi (tức là có hai quân cùng thuộc bộ bô, hai quân thuộc một bộ khác và quân còn lại khác bộ với 4 quân trước)

A. $\frac{396}{4165}$. **B. $\frac{198}{4165}$.** C. $\frac{33}{83300}$. D. $\frac{234}{4165}$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Huỳnh Đức Tên facebook: Huỳnh Đức.

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{52}^5$

Gọi C là biến cố cần tính xác suất.

*Tìm $|\Omega_C|$

- Công đoạn 1: Chọn 2 bộ từ 13 bộ. Có C_{13}^2 cách.

- Công đoạn 2: Từ mỗi bộ đã chọn, chọn ra 2 quân. Có $C_4^2 \cdot C_4^2$ cách.

- Công đoạn 3: Chọn 1 bộ từ 11 bộ còn lại và từ bộ này chọn ra 1 quân. Có $C_{11}^1 \cdot C_4^1$ cách.

Theo quy tắc nhân ta có $|\Omega_C| = C_{13}^2 \cdot C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_{11}^1 \cdot C_4^1 = 123552$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(C) = \frac{|\Omega_C|}{|\Omega|} = \frac{123552}{C_{52}^5} = \frac{198}{4165}$.

Câu 29. Cho tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4\}$. Gọi E là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập M . Lấy ngẫu nhiên một số từ tập E . Tính xác suất để số được chọn thỏa mãn chữ số 1 xuất hiện không quá 2 lần, chữ số 2 xuất hiện không quá 3 lần, các chữ số 3, 4 xuất hiện không quá 1 lần.

- A. $\frac{105}{1024}$. B. $\frac{345}{512}$. C. $\frac{45}{64}$. D. $\frac{135}{2048}$.

Tác giả: Trần Tố Nga, FB: Tố Nga Trần

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 4^6$.

Gọi A là biến cố: “số được chọn thỏa mãn chữ số 1 xuất hiện không quá 2 lần, chữ số 2 xuất hiện không quá 3 lần, các chữ số 3, 4 xuất hiện không quá 1 lần.”

Vì số có 6 chữ số mà các chữ số 2 xuất hiện không quá 3 lần, các chữ số 3, 4 xuất hiện không quá 1 lần nên chữ số 1 xuất hiện ít nhất 1 lần.

Ta xếp các chữ số vào vị trí 6 ô:

TH1: Chữ số 1 xuất hiện 1 lần, chữ số 2 xuất hiện 3 lần và các chữ số 3, 4 xuất hiện đúng 1 lần

Vậy TH này có $6.C_5^3.2 = 120$ cách chọn.

TH2: Chữ số 1 xuất hiện 2 lần, chữ số 2 xuất hiện 3 lần và một trong hai chữ số 3, 4 xuất hiện đúng 1 lần.

Vậy TH này có $C_6^2.C_4^3.2 = 120$ cách chọn.

TH3: Chữ số 1 xuất hiện 2 lần, chữ số 2 xuất hiện 2 lần và các chữ số 3, 4 xuất hiện đúng 1 lần.

Vậy TH này có $C_6^2.C_4^2.2 = 180$ cách chọn.

Số phần tử của tập A là: $|A| = 120 + 120 + 180 = 420$

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{105}{1024} \Rightarrow$ **Chọn A**

Tác giả: Trần Tố Nga, FB: Tố Nga Trần

vungatoannvx@gmail.com

Câu 30. Nhân dịp chào năm mới 2019 và cũng là sinh nhật lần thứ 27 của ông chủ shop thời trang nổi tiếng tại Bắc Giang. Shop mở chương trình tri ân khách hàng bốc thăm trúng thưởng. Mỗi khách hàng sẽ được bốc ngẫu nhiên 3 phiếu trong 2019 phiếu được đánh số là các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2019. Biết giải nhất dành cho khách hàng bốc được ba phiếu mà tích số ghi trên ba phiếu đó chia hết cho 27. Cô Huệ là khách hàng thân thiết được mời bốc thăm đầu tiên. Xác suất (được làm tròn đến hàng phần trăm) để cô Huệ trúng giải nhất là

- A. 0,21. B. 0,31. C. 0,19. D. 0,39.

Lời giải

Tác giả: Vũ Nga

Chọn A

Bài toán viết gọn lại như sau:

Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 2019\}$. Lấy ngẫu nhiên ba số từ tập A . Tính xác suất để lấy được ba số có tích chia hết cho 27 (xác suất được làm tròn đến hàng phần trăm).

Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega| = C_{2019}^3$.

Ta chia tập A thành các tập sau:

- Tập X gồm các số chia hết cho 27: $|X| = \left\lfloor \frac{2019}{27} \right\rfloor = 74$.

- Tập Y gồm các số chia hết cho 9 nhưng không chia hết cho 27: $|Y| = \left\lfloor \frac{2019}{9} \right\rfloor - 74 = 150$.

- Tập K gồm các số chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9:

$$|K| = \left\lfloor \frac{2019}{3} \right\rfloor - 74 - 150 = 449.$$

- Tập T gồm các số không chia hết cho 3: $|T| = 2019 - \left\lfloor \frac{2019}{3} \right\rfloor = 1346$.

Tính số khả năng xảy ra để tích ba số lấy được **không** chia hết cho 27:

TH 1: Lấy 3 số thuộc tập T có: C_{1346}^3 cách.

TH 2: Lấy 2 số thuộc tập T và 1 số thuộc tập K có: $C_{1346}^2 \cdot C_{449}^1$ cách.

TH 3: Lấy 2 số thuộc tập T và 1 số thuộc tập Y có: $C_{1346}^2 \cdot C_{150}^1$ cách.

TH 4: Lấy 1 số thuộc tập T và 2 số thuộc tập K có: $C_{1346}^1 \cdot C_{449}^2$ cách.

- Vậy xác suất để cô Huệ trúng giải nhất là: $1 - \frac{C_{1346}^3 + C_{1346}^2 \cdot C_{449}^1 + C_{1346}^2 \cdot C_{150}^1 + C_{1346}^1 \cdot C_{449}^2}{C_{2019}^3} \approx 0,21$.

thanhhuynymb@gmail.com

Câu 31. Cho một đa giác đều gồm $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là $\frac{1}{5}$. Tổng tất cả các ước nguyên dương của n là

A. 14.

B. 15.

C. 17.

D. 18.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Huyền

Chọn B

$$+ n(\Omega) = C_{2n}^3.$$

+ Để ba đỉnh được chọn tạo thành tam giác vuông khi và chỉ khi có hai đỉnh trong ba đỉnh là hai đầu mút của một đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác và đỉnh còn lại là một trong số $(2n-2)$ đỉnh còn lại của đa giác. Đa giác có $2n$ đỉnh nên có $\frac{2n}{2} = n$ đường kính.

Số cách chọn 1 đường kính là $C_n^1 = n$.

Số cách chọn 1 đỉnh còn lại trong $(2n-2)$ đỉnh là $C_{2n-2}^1 = 2n-2$.

Suy ra $n(A) = n(2n - 2)$.

+ Theo đề bài ta có phương trình $\frac{n(2n-2)}{C_{2n}^3} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow n = 8$.

+ Tổng các ước nguyên dương của n là : $1 + 2 + 4 + 8 = 15$.

Email: doanphunhu@gmail.com

Câu 32. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ các số thuộc tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Tính xác suất để số lấy được chia hết cho 15.

A. $\frac{2}{27}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{4}{27}$.

D. $\frac{5}{27}$.

Lời giải

Tác giả : Đoàn Phú Như, Tên FB: Như Đoàn

Chọn A

Giải : Ta phân hoạch tập X thành ba tập $X_0 = \{0; 3; 6\}$, $X_1 = \{1; 4; 7\}$, $X_2 = \{2; 5; 8\}$ và gọi $\overline{abcde}$ là số thỏa mãn bài toán. Ta có 2 cách chọn e, 8 cách chọn a, 9 cách chọn b, 9 cách chọn c. Với mỗi cách chọn a, b, c, e ta đều có 3 cách chọn d (d chỉ thuộc một trong ba tập X_0, X_1, X_2) nên có tất cả $2.8.9.9.3$ số. Vậy $p = \frac{2.8.9.9.3}{8.9.9.9.9} = \frac{2}{27}$

Email: dangvietdong.ninhbinh.vn@gmail.com

Câu 33. Từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Tính xác suất để viết được các số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$

A. $\frac{5}{158}$.

B. $\frac{4}{135}$.

C. $\frac{4}{85}$.

D. $\frac{3}{20}$.

Lời giải

Sưu tầm: Đặng Việt Đông Tên FB: Đặng Việt Đông

Chọn B

Để viết một số có 6 chữ số khác nhau bất kì ta có $n(\Omega) = 6.6.5.4.3.2 = 4320$ số.

Gọi A là biến cố số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$

TH1: $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 5$, ta có $0 + 5 = 1 + 4 = 2 + 3 = 5$

- Nếu $(a_1; a_2) = (0; 5) \Rightarrow$ có 1 cách chọn $(a_1; a_2)$

Có 2 cách chọn $(a_3; a_4)$, hai số này có thể đổi vị trí cho nhau nên có 4 cách chọn.

Tương tự $(a_5; a_6)$ có 2 cách chọn.

Suy ra có $1.4.2 = 8$ số thỏa mãn.

- Nếu $(a_1; a_2) \neq (0; 5) \Rightarrow$ có 2 cách chọn $(a_1; a_2)$, 2 số này có thể đổi vị trí cho nhau nên có 4 cách chọn.

Có 2 cách chọn $(a_3; a_4)$, hai số này có thể đổi vị trí cho nhau nên có 4 cách chọn.

Tương tự $(a_5; a_6)$ có 2 cách chọn.

Suy ra có $4.4.2 = 32$ số thỏa mãn.

Vậy TH1 có: $8+32=40$ số thỏa mãn.

TH2: $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=6$ ta có $0+6=1+5=2+4=6$

Tương tự như TH1 có 40 số thỏa mãn.

TH3: $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=7$, ta có $1+6-2+5=3+4=7$

Có 3 cách chọn $(a_1; a_2)$, hai số này có thể đổi chỗ cho nhau nên có 6 cách chọn.

Tương tự có 4 cách chọn $(a_3; a_4)$ và 2 cách chọn $(a_5; a_6)$.

Vậy TH3 có $6.4.2=48$ số thỏa mãn.

$n(A) = 40+40+48=128$ số có 6 chữ số khác nhau thỏa mãn $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}.$$

buinguyenphuong1991@gmail.com

Câu 34. Một nhóm bạn 6 người có cùng năm sinh 2004 (năm nhuận). Tính xác suất P để có ít nhất hai người có cùng ngày tháng năm sinh.

A. $P = \frac{366^6 - A_{366}^6}{366^6}$. **B.** $P = \frac{366^6 - C_{366}^6}{366^6}$. **C.** $P = \frac{C_{366}^6}{366^6}$. **D.** $P = \frac{A_{366}^6}{366^6}$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Nguyên Phương, FB: Bùi Nguyên Phương

Chọn A

Năm 2004 là năm nhuận nên có 366 ngày. Giả sử các ngày được đánh số từ 1 đến 366.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 366^6$.

Mỗi phần tử của không gian mẫu là một bộ số $(a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6)$.

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất hai người có cùng ngày tháng năm sinh”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố: “Không có hai người nào cùng ngày tháng năm sinh”.

Mỗi phần tử của $\bar{A}$ là một bộ số $(a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6)$ trong đó $a_i \neq a_j$ với $i \neq j$ và $i, j = \overline{1, 6}$.

Số kết quả thuận lợi của $\bar{A}$ là: $n(\bar{A}) = A_{366}^6$.

Suy ra số kết quả thuận lợi của A là: $n(A) = 366^6 - A_{366}^6$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{366^6 - A_{366}^6}{366^6}$.

Câu 35. Một vận động viên bắn ba viên đạn vào bia với ba lần bắn độc lập. Xác suất để vận động viên bắn trúng vòng 10 điểm là 0,15. Xác suất để vận động viên bắn trúng vòng 8 điểm là 0,2. Xác suất để vận động viên bắn trúng vòng dưới 8 điểm là 0,3. Tính xác suất để vận động viên đó được ít nhất 28 điểm, (tính chính xác đến hàng phần nghìn).

A. 0,095.

B. 0,027.

C. 0,041.

D. 0,096.

Lời giải

Tác giả: Lưu Thị Thêm ; Fb: Lưu Thêm

Chọn D

Xét phép thử: “Vận động viên bắn ba viên đạn vào bia với ba lần bắn độc lập”.

Gọi B là biến cố: “Vận động viên bắn trúng vòng 10 điểm”.

Gọi C là biến cố: “Vận động viên bắn trúng vòng 9 điểm”.

Gọi D là biến cố: “Vận động viên bắn trúng vòng 8 điểm”.

Gọi E là biến cố: “Vận động viên bắn trúng vòng dưới 8 điểm”.

Ta có $P(B) + P(C) + P(D) + P(E) = 1 \Leftrightarrow 0,15 + P(C) + 0,2 + 0,3 = 1 \Leftrightarrow P(C) = 0,35$.

Gọi A là biến cố: “Vận động viên đó được ít nhất 28 điểm”.

A_1 là biến cố: “Vận động viên đó được 28 điểm”.

A_2 là biến cố: “Vận động viên đó được 29 điểm”.

A_3 là biến cố: “Vận động viên đó được 30 điểm”.

Ta có $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ và A_1, A_2, A_3 đôi một xung khắc $\Rightarrow P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$.

+) Biến cố A_1 xảy ra nếu vận động viên đó có 1 lần bắn trúng vòng 10 điểm và 2 lần bắn trúng vòng 9 điểm hoặc có 2 lần bắn trúng vòng 10 điểm và 1 lần bắn trúng vòng 8 điểm.

Do đó $P(A_1) = C_3^1 \cdot 0,15 \cdot (0,35)^2 + C_3^2 \cdot (0,15)^2 \cdot 0,2$.

+) Biến cố A_2 xảy ra nếu vận động viên đó có 2 lần bắn trúng vòng 10 điểm và 1 lần bắn trúng vòng 9 điểm. Do đó $P(A_2) = C_3^2 \cdot (0,15)^2 \cdot 0,35$.

+) Biến cố A_3 xảy ra nếu vận động viên đó có 3 lần bắn trúng vòng 10 điểm.

Do đó $P(A_3) = (0,15)^3$.

Suy ra xác suất để xảy ra biến cố A là:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 0,095625.$$

Email: doantv.toan@gmail.com

Câu 36. Có hai chuồng thỏ, chuồng thứ nhất có 5 con thỏ đen, 10 con thỏ trắng, chuồng thứ hai có 3 con thỏ trắng, 7 con thỏ đen. Từ chuồng thứ hai bắt ngẫu nhiên một con cho vào chuồng thứ nhất rồi bắt ngẫu nhiên một con trong chuồng thứ nhất ra thì thấy màu trắng. Tính xác suất để con thỏ bắt được là của chuồng thứ nhất ở thời điểm ban đầu.

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{10}{13}$.

C. $\frac{100}{103}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Tác giả : Trần Văn Đoàn, Tên FB: Trần Văn Đoàn

Chọn C

TH1: Con bắt từ chuồng 2 vào chuồng 1 là đen: Có 7 cách Sau đó chuồng 1 có 6 đen + 10 trắng. Số cách làm bất kì để được thỏ trắng là 10, số cách thỏa mãn là 10

Vậy TH1 số cách làm bất kì: 70; số cách làm thỏa mãn: 70

TH2: Con bắt từ chuồng 2 vào chuồng 1 là trắng: Có 3 cách Sau đó chuồng 1 có 5 đen + 11 trắng. Số cách làm bất kì để được thỏ trắng là 11, số cách thỏa mãn là 10

Vậy TH1 số cách làm bất kì: 33; số cách làm thỏa mãn: 30

Vậy không gian mẫu là 103 phần tử, số cách làm thỏa mãn là 100.

Câu 37. Một chuồng gà có 9 con gà mái và 1 con trống. Chuồng gà kia có 1 con mái và 5 con trống. Bắt ngẫu nhiên từ mỗi chuồng 1 con để làm thịt, số gà còn lại ở cả hai chuồng được dồn chung vào chuồng thứ 3, bắt ngẫu nhiên một con nữa ra để làm thịt. Tính xác suất để con thứ ba bắt ra là con trống.

A. $\frac{34}{84}$.

B. $\frac{6}{16}$.

C. $\frac{38}{105}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Tác giả : Trần Văn Đoàn, Tên FB: Trần Văn Đoàn

Chọn C

TH1: Chuồng 1 bắt ra con mái, chuồng 2 bắt ra con mái: Số cách làm ngẫu nhiên là $9.1.14 = 126$

Số cách làm thỏa mãn: $9.1.6 = 54$

TH2: Chuồng 1 bắt ra con trống, chuồng 2 bắt ra con mái:

Số cách làm ngẫu nhiên là $1.1.14 = 14$

Số cách làm thỏa mãn: $1.1.5 = 5$

TH3: Chuồng 1 bắt ra con mái, chuồng 2 bắt ra con trống:

Số cách làm ngẫu nhiên là $9.5.14 = 630$

Số cách làm thỏa mãn: $9.5.5 = 225$

TH4: Chuồng 1 bắt ra con trống, chuồng 2 bắt ra con trống:

Số cách làm ngẫu nhiên là $1.5.14 = 70$

Số cách làm thỏa mãn: $1.5.4 = 20$

Tổng số cách ngẫu nhiên: 840 Số cách thỏa mãn: 304 Nên xác suất là $\frac{304}{840} = \frac{38}{105}$

tiendv@gmail.com

Câu 38. Mỗi lượt, ta gieo một con súc sắc (loại 6 mặt, cân đối, đồng chất) và một đồng xu (cân đối, đồng chất). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng tiền xu xuất hiện mặt sấp.

A. $\frac{397}{1728}$.

B. $\frac{1}{1728}$

C. $\frac{398}{1728}$

D. $\frac{125}{1728}$

Lời giải

Tác giả: Đào Văn Tiên.

Chọn A

Xét phép thử gieo ba lần một con súc sắc và một đồng tiền xu với không gian mẫu Ω . Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = (6.2)^3 = 1728$.

Xét biến cố E “trong ba lượt gieo như vậy có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng tiền xu xuất hiện mặt sấp”

TH1: trong cả ba lần gieo đều được kết quả: con súc sắc xuất hiện mặt một chấm và đồng xu xuất hiện mặt sấp. Có 1 khả năng xảy ra

TH2: trong ba lần gieo có đúng 2 lần gieo con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm và đồng tiền xu xuất hiện mặt sấp. Có $C_3^2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (12-1) = 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 11 = 33$

TH3: trong ba lần gieo có đúng 1 lần gieo con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm và đồng tiền xu xuất hiện mặt sấp. Có $C_3^1 \cdot 1 \cdot (12-1) \cdot (12-1) = 3 \cdot 1 \cdot 11 \cdot 11 = 363$

$$\Rightarrow n(E) = 1 + 33 + 363 = 397$$

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } E \text{ là } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{397}{1728}$$

Cách khác (Cô Lưu Thêm):

Xét biến cố $\bar{E}$ “trong ba lượt gieo như vậy có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng tiền xu xuất hiện mặt sấp”

Ta có $\bar{E}$ là biến cố “trong ba lượt gieo như vậy không có lượt gieo nào được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm và đồng tiền xu xuất hiện mặt sấp”

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = (6 \cdot 2)^3 = 1728$.

Ta có số phần tử của $\bar{E}$ là $n\bar{E} = 11 \cdot 11 \cdot 11 = 1331$

$$\text{Suy ra } P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \frac{1331}{1728} = \frac{397}{1728}$$

anhquanxl1979@gmail.com

Câu 39. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; \dots; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 1400.

A. $\frac{7}{15000}$.

B. $\frac{7}{5000}$.

C. $\frac{1}{37500}$.

D. $\frac{1}{1500}$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Anh Quân, FB: Nguyễn Quân

Chọn D

Số các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; \dots; 9\}$ là: $9 \cdot 10^5$ số.

$$\text{Nhận thấy } 1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 5^2 = 1 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5^2.$$

Suy ra số được chọn: Tạo thành từ 3 chữ số 2, 2 chữ số 5 và 1 chữ số 7;

hoặc là 1 chữ số 1, 1 chữ số 2, 1 chữ số 4, 1 chữ số 7 và 2 chữ số 5;

hoặc là 2 chữ số 1, 1 chữ số 8, 1 chữ số 7 và 2 chữ số 5.

Nên số các số có tích các chữ số bằng 1400 là: $C_6^3 \cdot C_3^2 + A_6^4 + A_6^2 \cdot C_4^2 = 600$ số.

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P = \frac{600}{9 \cdot 10^5} = \frac{1}{1500}.$$

lyvancong@gmail.com

Câu 40. Xét tập hợp gồm $A = \{ax^2 + bx + c, ax^2 + bx, ax^2 + c, ax^2\}$ (trong đó a, b, c là các số nguyên dương nhỏ hơn). Lấy ngẫu nhiên ra một tam thức bậc hai thuộc A . Tính xác suất để lấy được tam thức bậc hai mà khi ghép các hệ số của x theo thứ tự từ bậc cao tới bậc thấp được một số chia hết cho 7 hoặc 11.

A. $\frac{220}{900}$.

B. $\frac{220}{999}$.

C. $\frac{218}{999}$.

D. $\frac{218}{900}$.

Lời giải

Tác giả : Lý Văn Công, FB: Hà Minh

Chọn D

+ Vì tam thức bậc hai có bốn dạng xảy ra:

- Dạng đầy đủ: $ax^2 + bx + c$ khi đó ta thu được số nguyên abc
- Dạng khuyết c: $ax^2 + bx$ khi đó ta thu được số nguyên ab
- Dạng khuyết b: $ax^2 + c$ khi đó ta thu được số nguyên ac
- Dạng khuyết b, c: ax^2 khi đó ta thu được số nguyên a .

(trong đó, $a, b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$)

+ Do có 729 số có các chữ số khác 0; 81 số có hai chữ số có các chữ số khác 0 và 9 số có 1 chữ số khác không. Suy ra có $729 \times 81 \times 2 + 9 = 900$ tam thức bậc hai. Vì vậy, số phần tử của không gian mẫu là: 900.

Nhận xét: Các số nguyên chia hết cho d đều có dạng dk với k là số nguyên dương. Do đó, số các số nguyên dương chia hết cho d và không vượt quá n sẽ bằng số các số nguyên k với

$0 < kd \leq n$ hay $0 < k \leq \frac{n}{d}$. Vì vậy có $\left[\frac{n}{d} \right]$ số nguyên không vượt quá n chia hết cho d . ($\left[\frac{n}{d} \right]$ là số nguyên không vượt quá n).

+ Theo nhận xét trên thì:

- Số các số có 1 chữ số (các chữ số khác 0) chia hết cho 7 là 1;
- Số các số có 2 chữ số (các chữ số khác 0) chia hết cho 7 là 12;
- Số các số có 3 chữ số (các chữ số khác 0) chia hết cho 7 là 115;
- Số các số có 1 chữ số (các chữ số khác 0) chia hết cho 11 là 0;
- Số các số có 2 chữ số (các chữ số khác 0) chia hết cho 11 là 9;
- Số các số có 3 chữ số (các chữ số khác 0) chia hết cho 11 là 72;
- Số các số có 1 chữ số (các chữ số khác 0) chia hết cho 77 là 0;
- Số các số có 2 chữ số (các chữ số khác 0) chia hết cho 77 là 1;
- Số các số có 3 chữ số (các chữ số khác 0) chia hết cho 77 là 10;

Suy ra có $(1 + 12 + 115) + (0 + 9 + 72) + (12 + 9 - 1) - 0 - 1 - 10 = 218$ tam thức bậc hai có hệ số ghép (theo thứ tự từ bậc cao tới bậc thấp) tạo thành số chia hết cho 7 hoặc 11.

Vậy xác suất để lấy ra 1 tam thức bậc hai thỏa mãn bài toán là

$$P = \frac{218}{900}$$

vuanhungdc3@gmail.com

Câu 41. Một hộp đựng 50 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên từ hộp hai thẻ. Tính xác suất để hiệu bình phương số ghi trên hai thẻ là số chia hết cho 3.

A. $\frac{801}{1225}$.

B. $\frac{8}{25}$.

C. $\frac{409}{1225}$.

D. $\frac{681}{1225}$.

Lời giải

Tác giả : Vũ An Hưng, FB: An Hưng Vũ

Chọn D

+) $n(\Omega) = C_{50}^2$

+) Gọi A là biến cố hiệu bình phương số ghi trên hai thẻ là số chia hết cho 3

Giả sử 2 số được chọn là a, b . Theo giả thiết $(a^2 - b^2) : 3 \Leftrightarrow (a - b)(a + b) : 3 \Leftrightarrow \begin{cases} (a - b) : 3 \\ (a + b) : 3 \end{cases}$

Nếu $(a - b) : 3$ thì a, b phải đồng dư khi chia 3 $\Rightarrow$ số cách chọn là: $C_{16}^2 + C_{17}^2 + C_{17}^2$

Nếu $(a + b) : 3$ thì hoặc a và b cùng chia hết cho 3 hoặc một số chia 3 dư 1, một số chia 3 dư 2 $\Rightarrow$ số cách chọn là: $C_{16}^2 + C_{17}^1 \cdot C_{17}^1$

Lại có: $\begin{cases} (a - b) : 3 \\ (a + b) : 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a : 3 \\ b : 3 \end{cases} \Rightarrow$ số cách chọn là: C_{16}^2

Do đó: $n(A) = (C_{16}^2 + C_{17}^2 + C_{17}^2) + (C_{16}^2 + C_{17}^1 C_{17}^1) - C_{16}^2 = C_{16}^2 + C_{17}^2 + C_{17}^2 + C_{17}^1 C_{17}^1$

Vậy $P(A) = \frac{C_{16}^2 + C_{17}^2 + C_{17}^2 + C_{17}^1 C_{17}^1}{C_{50}^2} = \frac{681}{1225}$

ptpthuyedu@gmail.com

Câu 42. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$.

A. $\frac{143}{10000}$

B. $\frac{138}{1420}$

C. $\frac{11}{200}$

D. $\frac{3}{7}$

Lời giải

Tác giả : Phạm Thị Phương Thúy, FB: thuypham

Chọn A

Cách 1

Lập số tự nhiên có 5 chữ số có $9 \cdot 10^4$ (số) $\Rightarrow n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$.

Biến cố A : "Số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$."

Ta có

$$1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9 \Rightarrow 1 \leq a < b+1 < c+2 < d+3 < e+4 \leq 13.$$

Như vậy chọn $\{a; b+1; c+2; d+3; e+4\}$ có C_{13}^5 (cách).

$\Rightarrow$ Chọn $\{a; b; c; d; e\}$ có C_{13}^5 (cách) $\Rightarrow n(A) = C_{13}^5$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{13}^5}{9 \cdot 10^4} = \frac{143}{10000}.$$

Cách 2

Lập số tự nhiên có 5 chữ số có $9 \cdot 10^4$ (số) $\Rightarrow n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$.

Biến cố A : "Số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$."

TH1: Số có 5 chữ số giống nhau (Số được lập từ 1 chữ số, ví dụ 11111) $\Rightarrow$ có C_9^1 số.

TH2: Số được lập từ bộ 2 chữ số (Ví dụ bộ $\{1; 2\}$ có 11112, 11122, 11222, 12222) $\Rightarrow$ có $4 \cdot C_9^2$ số.

TH3: Số được lập từ bộ 3 chữ số (Ví dụ bộ $\{1; 2; 3\}$ có 11123; 11223; 11233; 12223; 12233; 12333) $\Rightarrow$ có $6 \cdot C_9^3$ số.

TH4: Số được lập từ bộ 4 chữ số (Ví dụ bộ $\{1; 2; 3; 4\}$ có 11234; 12234; 12334; 12344) $\Rightarrow$ có $4 \cdot C_9^4$ số.

TH5: Số có 5 chữ số khác nhau (VD: 12568) $\Rightarrow$ Bộ 5 số chỉ được 1 số thỏa mãn $\Rightarrow$ có C_9^5 số.

$$\Rightarrow n(A) = C_9^1 + 4.C_9^2 + 6.C_9^3 + 4.C_9^4 + C_9^5 = 1287$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1287}{9.10^4} = \frac{143}{10000}.$$

thinhvanlamha@gmail.com

Câu 43. Có 99 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 99. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ ghi số chẵn, 5 tấm thẻ ghi số lẻ trong đó có đúng 1 tấm thẻ ghi số chia hết cho 5. Làm tròn kết quả đến 5 chữ số thập phân là

- A. 0,22372. B. 0,50279. **C. 0,07334.** D. 0,08235.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Văn Thịnh, FB: Thịnh Nguyễn Văn

Chọn C

Chọn 10 tấm thẻ trong số 99 tấm thẻ, có C_{99}^{10} cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega) = C_{99}^{10}$.

Từ 1 đến 99 có 50 số lẻ và 49 số chẵn, trong đó có 9 số có tận cùng bằng 0 là

$\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ và 10 số có tận cùng bằng 5 là

$\{5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95\}$. Ta có hai trường hợp:

TH1: Chọn một số chia hết cho 5 có tận cùng bằng 0, số đó là số chẵn nên ta chọn thêm 4 số chẵn nữa trừ các số thuộc $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ và 5 số lẻ trừ các số thuộc

$\{5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95\}$. Có $C_9^1.C_{40}^4.C_{40}^5$ cách.

TH2: Chọn một số chia hết cho 5 có tận cùng bằng 5, số đó là số lẻ nên ta chọn thêm 4 số lẻ nữa trừ các số thuộc $\{5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95\}$ và 5 số chẵn trừ các số thuộc

$\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$. Có $C_{10}^1.C_{40}^4.C_{40}^5$ cách.

$$\text{Khi đó xác suất cần tính là } P = \frac{C_9^1.C_{40}^4.C_{40}^5 + C_{10}^1.C_{40}^4.C_{40}^5}{C_{99}^{10}} \approx 0,07334.$$

Email: anhtu82t@gmail.com

Câu 44. Cho tập $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Viết ngẫu nhiên lên bảng hai số tự nhiên, mỗi số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập E . Tính xác suất để trong hai số đó có đúng một số có chữ số 5.

- A. $P = \frac{3}{4}$. **B. $P = \frac{24}{49}$.** C. $P = \frac{25}{49}$. D. $P = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Tác giả : Đồng Anh Tú, Tên FB: Anhtu

Chọn B

Số các các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập E là $A_7^3 = 210$. Trong đó số các số không có mặt chữ số 5 là $A_6^3 = 120$, và các số có mặt chữ số 5 là 90.

Gọi A là biến cố hai số được viết lên bảng đều có mặt chữ số 5 thì

$$P(A) = \frac{C_{90}^1.C_{120}^1}{C_{210}^1.C_{210}^1} \Rightarrow P(A) = \frac{9}{49}$$

Gọi B là biến cố hai số được viết lên bảng đều không có mặt chữ số 5 thì

$$P(B) = \frac{C_{120}^1 \cdot C_{120}^1}{C_{210}^1 \cdot C_{210}^1} \Rightarrow P(B) = \frac{16}{49}$$

Ta có A, B xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{25}{49}$

Suy ra xác suất cần tính là $P = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow P = \frac{24}{49}$.

Số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập E là $5 \times 4 \times 3 = 60$.

Trong đó số các số không có mặt chữ số 5 là $4 \times 3 \times 2 = 24$, và số các số có mặt chữ số 5 là $60 - 24 = 36$.

Gọi A là biến cố hai số được viết lên bảng đều có mặt chữ số 5; B là biến cố hai số được viết lên bảng đều không có mặt chữ số 5.

Rõ ràng A và B xung khắc. Do đó áp dụng qui tắc cộng xác suất ta có

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_{36}^1 \cdot C_{36}^1}{C_{60}^1 \cdot C_{60}^1} + \frac{C_{24}^1 \cdot C_{24}^1}{C_{60}^1 \cdot C_{60}^1} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{13}{25}.$$

Suy ra xác suất cần tính là $P = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{13}{25} = \frac{12}{25}$.

email: Samnk.thptnhuthanh@gmail.com

Câu 45. Một lớp học có 42 học sinh xếp thành một vòng tròn. Chọn ngẫu nhiên ra 3 học sinh để tham gia vào một trò chơi. Tính xác suất để trong 3 học sinh được chọn không có học sinh đứng kề nhau.

A. $\frac{703}{820}$

B. $\frac{701}{820}$

C. $\frac{351}{410}$

D. $\frac{341}{420}$

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Khắc Sâm, Tên FB: Nguyễn Khắc Sâm

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh trong 42 học sinh nên $|\Omega| = C_{42}^3$

Gọi A là biến cố "trong 3 học sinh được chọn không có học sinh đứng kề nhau".

Giả sử ta đặt tên 42 HS đã xếp thành một vòng tròn đó lần lượt là 1, 2, ..., 42. Để tính $|\Omega_A|$ ta xét 2 trường hợp sau:

TH1: HS15 được chọn: Khi đó HS14 và HS16 không được chọn. Ta chọn 2 HS trong 39 HS còn lại sao cho không có HS nào đứng kề nhau: có C_{38}^2 cách.

TH2: HS15 không được chọn: Khi đó ta chọn 3 HS trong 41 HS còn lại sao cho không có HS được chọn đứng kề nhau: có C_{39}^3 cách.

Từ đó ta có $|\Omega_A| = C_{38}^2 + C_{39}^3$. Vậy $P(A) = \frac{C_{38}^2 + C_{39}^3}{C_{42}^3} = \frac{703}{820}$

ngoletao@gmail.com

Câu 46. Chọn ngẫu nhiên ba số trong tập hợp $A = \{n \in \mathbb{N} | 1 \leq n \leq 2019\}$. Tính xác suất (chính xác đến hàng phần nghìn) để tích ba số được chọn chia hết cho 9.

A. 0,507.

B. 0,593.

C. 0,493.

D. 0,407.

Lời giải

Tác giả : Ngô Lê Tạo, FB: Ngô Lê Tạo

Chọn D

Số cách chọn ba số là C_{2019}^3 .

Ta sẽ đếm các bộ ba số được chọn có tích không chia hết cho 9.

Gọi B là tập hợp các số chia hết cho 3 trong tập hợp A . B có $\frac{2019-3}{3}+1=673$ phần tử.

Gọi C là tập hợp các số chia hết cho 9 trong tập hợp A . C có $\frac{2016-9}{9}+1=224$ phần tử.

Suy ra tập hợp $B \setminus C$ có $673-224=449$ phần tử và tập hợp $A \setminus B$ có $2019-673=1346$ phần tử.

Nhận xét rằng nếu ba số được chọn có tích không chia hết cho 9 thì ba số này hoặc cùng thuộc tập hợp $A \setminus B$ hoặc một số thuộc $B \setminus C$ và hai số còn lại thuộc $A \setminus B$. Ta có $C_{1346}^3 + 449.C_{1346}^2$ bộ ba số như vậy.

Vậy xác suất cần tìm là $P = 1 - \frac{C_{1346}^3 + 449.C_{1346}^2}{C_{2019}^3} \approx 0,407$.

Mail: hunglxyl@gmail.com

Câu 47. Cho E là tập các số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập E . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\frac{37}{112}$.

B. $\frac{75}{224}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{83}{224}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Xuân Hưng, Tên FB: Hưng Xuân Lê

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 8.A_8^3 = 2688$.

Gọi M là biến cố “Số được chọn chia hết cho 3”.

Đặt $A = \{0, 3, 6\}$, $B = \{1, 4, 7\}$, $C = \{2, 5, 8\}$. Gọi x là một thuộc tập E và x chia hết cho 3.

TH 1: x có hai chữ số thuộc tập B , hai chữ số thuộc tập C . Số các số là $C_3^2.C_3^2.4! = 216$.

TH 2: x có một chữ số thuộc tập A , ba chữ số còn lại cùng thuộc tập B hoặc cùng thuộc tập C . Số các số là $2(3.4! - 3!) = 132$.

TH 3: x có hai chữ số thuộc tập A , một chữ số thuộc tập B và một chữ số thuộc tập C . Số các số x là $3.3.C_3^2.4! - 3.3.2.3! = 540$.

Số các kết quả thuận lợi của biến cố M là $|\Omega_M| = 216 + 132 + 540 = 888$.

Xác suất xảy ra biến cố M là $P(M) = \frac{888}{2688} = \frac{37}{112}$.

Mail: hunglxyl@gmail.com

Câu 48. Cho E là tập các số tự nhiên gồm sáu chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập E . Tính xác suất để số được chọn có dạng $x = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, trong đó $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

A. $\frac{5}{138}$.

B. $\frac{3}{20}$.

C. $\frac{4}{135}$.

D. $\frac{8}{225}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phép thử T : “Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ tập E ”.

Biến cố A :” Số chọn được có dạng $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$, trong đó $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ ”.

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6.A_6^5 = 4320$.

Ta có $15 \leq a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 \leq 21$ do đó $a_1 + a_2 \in \{5, 6, 7\}$.

TH 1: Ba tập $\{a_1, a_2\}$, $\{a_3, a_4\}$, $\{a_5, a_6\}$ là $\{1, 6\}$, $\{2, 5\}$ và $\{3, 4\}$.

Số các số x là $3!.2!.2!.2! = 48$ số.

TH 2: Ba tập $\{a_1, a_2\}$, $\{a_3, a_4\}$, $\{a_5, a_6\}$ là $\{0, 6\}$, $\{2, 4\}$ và $\{1, 5\}$.

Số các số x là $3!.2!.2!.2! - 2!.2!.2! = 40$ số.

TH 2: Ba tập $\{a_1, a_2\}$, $\{a_3, a_4\}$, $\{a_5, a_6\}$ là $\{0, 5\}$, $\{1, 4\}$ và $\{2, 3\}$.

Số các số x là $3!.2!.2!.2! - 2!.2!.2! = 40$ số.

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $|\Omega_A| = 48 + 40 + 40 = 128$.

Xác suất xảy ra biến cố A là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

hoainam2732003@gmail.com

Câu 49. Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 9 chữ số khác nhau. Tính xác suất để số đó chia hết cho 3.

A. $\frac{17}{81}$.

B. $\frac{11}{27}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải

Tác giả : Trình Hoài Nam, FB: Trình Hoài Nam

Chọn D

* $n(\Omega) = 9.A_9^8$.

* Gọi A là biến cố lấy được số chia hết cho 3. Giả sử $B = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$ ta thấy tổng các phần tử của B bằng $45:3$ nên số có chín chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 3 sẽ được tạo thành từ 9 chữ số của các tập $B \setminus \{0\}; B \setminus \{3\}; B \setminus \{6\}; B \setminus \{9\}$ nên số các số loại này là $9! + 3.8!$.

$\Rightarrow n(A) = 9! + 3.8!$

Vậy xác suất cần tìm là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9! + 3.8!}{9.A_9^8} = \frac{11}{27}$

tdphuong.hss@hue.edu.vn

Câu 50. Cho đa giác đều $2n$ đỉnh, lấy ngẫu nhiên một đường chéo của đa giác này thì xác suất để đường chéo được chọn có độ dài lớn nhất là $\frac{1}{9}$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển

$(x^2 - 3x + 2)^n$.

A. -1364.

B. -5418.

C. -3812.

D. -4028.

Lời giải

Tác giả : Trần Đức Phương, FB: Phương Tran Duc

Chọn B

Số đường chéo trong đa giác đều $2n$ đỉnh là $C_{2n}^2 - 2n$.

Đường chéo có độ dài lớn nhất là đường chéo đi qua tâm của đa giác đều, có n đường chéo như vậy.

Theo giả thiết: $\frac{n}{C_{2n}^2 - 2n} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow n = 6$

Xét khai triển $(x^2 - 3x + 2)^6$ có số hạng tổng quát là:

$$C_6^k \cdot C_k^l \cdot 2^{6-k} \cdot (x^2)^{k-l} \cdot (-3x)^l = C_6^k \cdot C_k^l \cdot 2^{6-k} \cdot (-3)^l \cdot x^{2k-l}$$

Số hạng chứa x^7 trong khai triển ứng với k, l thỏa mãn:
$$\begin{cases} 2k - l = 7 \\ 0 \leq l \leq k \leq 6 \\ k, l \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \\ l = 1 \\ k = 5 \\ l = 3 \\ k = 6 \\ l = 5 \end{cases}$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 là: $-C_6^4 \cdot C_4^1 \cdot 2^2 \cdot 3 - C_6^5 \cdot C_5^3 \cdot 2 \cdot 3^3 - C_6^6 \cdot C_6^5 \cdot 3^5 = -5418$

thaygiaothaogiao@gmail.com

Câu 51. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Giả sử m là tích số chấm mà con súc sắc xuất hiện sau hai lần gieo. Tính xác suất sao cho hàm số $y = (m-3)x^2 + (41-2m)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{17}{36}$.

Lời giải

Tác giả : Đình Phước Tân, FB: Tân Độc

Chọn C

$$\Omega = \{(a; b) \mid a, b \in \mathbb{N}; 1 \leq a, b \leq 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 36.$$

Gọi biến cố A: “ hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ ”.

Ta xét các trường hợp sau:

+ TH1: $m-3=0 \Leftrightarrow m=3$, ta được: $y = 35x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên y cũng đồng biến trên $(0; +\infty)$.

+ TH2: $m \neq 3$:

$$\text{Hàm số đồng biến trên } (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 > 0 \\ 41-2m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq \frac{41}{2}.$$

Từ hai trường hợp ta suy ra $3 \leq m \leq 20$.

$$\Rightarrow \bar{A} = \{(1;1), (1;2), (2;1), (4;6), (6;4), (5;5), (5;6), (6;5), (6;6)\} \Rightarrow n(\bar{A}) = 9.$$

$$\Rightarrow p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{3}{4}.$$

(Cám ơn thầy Phùng Đức Cường, cô Lưu Thêm, thầy Trịnh Văn Thạch đã góp ý và chỉnh sửa bài giải!)

Câu 52. Hộp A chứa 3 quả bóng màu trắng và 4 quả bóng màu đen, hộp B chứa 4 quả bóng màu trắng và 6 quả bóng màu đen. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp B và bỏ vào hộp A. Sau đó lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp A. Tính xác suất để quả bóng lấy được là màu đen.

A. $\frac{9}{20}$.

B. $\frac{23}{10}$.

C. $\frac{8}{17}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Duy Chiến

Chọn B

TH1: Quả bóng lấy từ hộp B là màu trắng: $P_{B-Tr} = \frac{4}{10}$, sau đó lấy từ hộp A (sau khi bỏ bóng trắng vào) $P_{A-D} = \frac{4}{8}$. Theo quy tắc nhân xác suất $P_1 = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{8}$.

TH2: Quả bóng lấy từ hộp B là màu đen: $P_{B-D} = \frac{6}{10}$, sau đó lấy từ hộp A (sau khi bỏ bóng trắng vào) $P_{A-D} = \frac{5}{8}$. Theo quy tắc nhân xác suất $P_2 = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{8}$.

Xác suất cần tìm $P = P_1 + P_2 = \frac{23}{40}$.

hoxuandung1010@gmail.com

Câu 53. Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số có 5 năm chữ số phân biệt được lập từ A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Khi đó xác suất để chọn được số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ sao cho $a_1 < a_2 < a_3$ và $a_3 > a_4 > a_5$ là:

A. $\frac{5}{7}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{1}{24}$.

Lời giải

Tác giả: Hồ Xuân Dũng ; Fb: Dũng Hồ Xuân

Chọn D

Số phần tử của tập hợp S là $|S| = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27216$.

Gọi B là tập hợp các số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ sao cho $a_1 < a_2 < a_3$ và $a_3 > a_4 > a_5$.

Ta xác định số phần tử của tập B như sau:

Trường hợp 1

Chọn 5 chữ số bất kỳ không có chữ số 0 có C_9^5 cách, sau đó xếp 5 chữ số vào 5 vị trí $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$.

- Vị trí a_3 có 1 cách chọn, vì a_3 lớn nhất.
- Có C_4^2 cách chọn hai số để xếp vào hai vị trí $\overline{a_1 a_2}$.
- Có 1 cách chọn hai số để xếp vào hai vị trí $\overline{a_4 a_5}$.

Suy ra có $C_9^5 C_4^2 = 756$ (số).

Trường hợp 2

Chọn 5 chữ số bất kỳ phải có chữ số 0 có C_9^4 cách, sau đó xếp 5 chữ số vào 5 vị trí $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$.

- Vị trí a_3 có 1 cách chọn, vì a_3 lớn nhất.
- Có C_3^2 cách chọn hai số để xếp vào hai vị trí $\overline{a_1 a_2}$.
- Có 1 cách chọn hai số để xếp vào hai vị trí $\overline{a_4 a_5}$.

Suy ra có $C_9^4 C_3^2 = 378$ (số).

Do đó số phần tử của tập B là $|B| = 756 + 378 = 1134$ (số).

Vì vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_{1134}^1}{C_{27216}^1} = \frac{1}{24}$.

Suy ra chọn D.

nguyentuanblog1010@gmail.com

Câu 54. Cho tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có sáu chữ khác nhau được tạo từ X . Chọn ngẫu nhiên từ S ra hai số. Khi đó xác suất để trong hai số được chọn có đúng một số không chia hết cho 2 đồng thời có đúng hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau gần với kết quả nào dưới đây nhất?

A. 0,2.

B. 0,4.

C. 0,5.

D. 0,7.

Lời giải

Tác giả: Phạm Chí Tuân, FB: Tuân Chí Phạm

Chọn B

Gọi số cần tìm trong tập S là $n = \overline{abcdef}$ với $a \neq b; b \neq c; c \neq d; d \neq e; e \neq f; f \neq a$ và $a \neq 0$.

Số phần tử của tập S là: $A_9^6 = 60480$ phần tử.

Ta đếm trong tập S các số có sáu chữ số khác nhau không chia hết cho 2 đồng thời có đúng hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

Do $n \not\equiv 2 \Rightarrow f \notin \{2; 4; 6; 8\} \Rightarrow f \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$.

Mặt khác do số đang đếm chỉ có đúng hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau nên ta có hai trường hợp.

Trường hợp 1: có 2 số chẵn.

- Chọn f có 5 cách chọn.
- Chọn 2 số chẵn trong 4 số chẵn có C_4^2 cách.
- Xếp 2 số chẵn vừa chọn vào hai vị trí cạnh nhau trong 5 vị trí còn lại có $4.2!$ cách.
- Chọn 3 số lẻ trong 4 số lẻ và xếp 3 số lẻ vừa chọn vào 3 vị trí còn lại có $C_4^3.3!$ cách.

Do đó trường hợp 1 có tất cả là $5.C_4^2.4.2!.C_4^3.3! = 5760$ số.

Trường hợp 2: có 3 số chẵn.

- Chọn f có 5 cách chọn.
- Chọn 3 số chẵn trong 4 số chẵn có C_4^3 cách.
- Xếp 3 số chẵn vừa chọn vào 3 vị trí sao cho chỉ có 2 số chẵn cạnh nhau trong 5 vị trí còn lại có $6.3!$ cách.

- Chọn 2 số lẻ trong 4 số lẻ và xếp 2 số lẻ vừa chọn vào 2 vị trí còn lại có $C_4^2 \cdot 2!$ cách.

Do đó trường hợp 2 có tất cả là $5 \cdot C_4^3 \cdot 6 \cdot 3! \cdot C_4^2 \cdot 2! = 8640$ số.

Vậy có tất cả là $5760 + 8640 = 14400$ số n không chia hết cho 2 đồng thời có hai chữ số chẵn cạnh nhau.

Trong tập S ta có 14400 số n thỏa tính chất không chia hết cho 2 và có đúng hai chữ số chẵn cạnh nhau nên số các số n còn lại trong tập S là: $60480 - 14400 = 46080$ số.

Chọn ngẫu nhiên từ S ra hai số nên số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{60480}^2$.

Gọi T là biến cố “trong hai số rút ra có đúng một số có tính chất là số đó không chia hết cho 2 và có đúng hai chữ số đứng cạnh nhau”.

Ta có số phần tử của biến cố T là $|T| = C_{46080}^1 \cdot C_{14400}^1$. Do đó $P(T) = \frac{C_{46080}^1 \cdot C_{14400}^1}{C_{60480}^2} \approx 0,4$.

Email: nguyenspk54@gmail.com

Câu 55. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau. Tính xác suất để số được chọn là số lẻ và có tổng các chữ số bằng 18.

A. $\frac{5}{378}$.

B. $\frac{16}{2835}$.

C. $\frac{15}{2385}$.

D. $\frac{6}{837}$.

Lời giải

Tác giả : Lê Thị Nguyên, Tên FB: Ngọc Giang Nguyên

Chọn B

$$n(\Omega) = 9 \cdot A_9^5 = 136080.$$

Gọi số cần lập là $\overline{abcdef}$.

Theo giả thiết : $\overline{abcdef}$ là số lẻ và $a + b + c + d + e + f = 18$.

Ta có:

$$18 = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 8$$

$$= 0 + 1 + 2 + 3 + 5 + 7$$

$$= 0 + 1 + 2 + 4 + 5 + 6$$

Trường hợp 1: $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 3; 4; 8\}$.

f có 2 cách chọn.

a có 4 cách chọn.

$\overline{bcde}$: 4! cách.

Vậy có $4 \cdot 2 \cdot 4! = 192$ (số).

Trường hợp 2: $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 3; 5; 7\}$.

f có 4 cách chọn.

a có 4 cách chọn.

$\overline{bcde}$: 4! cách chọn.

Vậy có $4 \cdot 4 \cdot 4! = 384$ (số).

Trường hợp 3: $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 4; 5; 6\}$. Giống trường hợp 1 có 192 số.

Vậy số các số thỏa mãn là : $192 + 384 + 192 = 768$ (số).

Gọi A là biến cố “số được chọn là số lẻ và có tổng các chữ số bằng 18”.

$$\Rightarrow n(A) = 768.$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{768}{136080} = \frac{16}{2835}$$

nguyenminhduc.hl@gmail.com

Câu 56. Hội phụ huynh của một lớp dùng 18 cuốn sách bao gồm 7 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 5 cuốn sách Hóa (các cuốn sách cùng loại thì giống nhau) để làm phần thưởng cho 9 học sinh giỏi (có tên khác nhau) trong đó có An và Bình, mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách khác thể loại. Tính xác suất để hai học sinh An và Bình nhận được phần thưởng giống nhau.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{13}{18}$.

D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Minh Đức, FB: Duc Minh

Chọn D

Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh nhận phần thưởng là hai cuốn sách (Toán, Lý); (Toán, Hóa); (Lý, Hóa).

Ta có :

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ y + z = 6 \\ y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

Số cách trao thưởng cho 9 học sinh giỏi là $C_9^4 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = 1260$ (cách)

$$\Rightarrow n(\Omega) = 1260$$

Gọi A là biến cố: “An và Bình có phần thưởng giống nhau”.

TH1: An và Bình cùng nhận sách Toán, Lý: có $C_7^2 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = 210$ (cách)

TH2: An và Bình cùng nhận sách Toán, Hóa: có $C_7^1 \cdot C_6^4 \cdot C_2^2 = 105$ (cách)

TH3: An và Bình cùng nhận sách Hóa, Lý: có $C_7^4 \cdot C_3^3 = 35$ (cách).

$$\Rightarrow n(A) = 210 + 105 + 35 = 350$$

Xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{350}{1260} = \frac{5}{18}.$$

Email : nguyenngocduyakgl@gmail.com

Câu 57. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia có môn thi bắt buộc là môn Toán. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Toán nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Xác suất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Toán trong kỳ thi là

A. $\frac{C_{50}^{10} \cdot (3)^{40}}{4^{50}}$.

B. $\frac{C_{50}^{20} \cdot (3)^{30}}{4^{50}}$.

C. $\frac{C_{50}^{20} \cdot (3)^{30}}{4^{50}}$.

D. $\frac{C_{50}^{40} \cdot (3)^{10}}{4^{50}}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi x là số câu trả lời đúng suy ra $50 - x$ là số câu trả lời sai.

Ta có số điểm của Hoa là $0,2.x - 0,1.(50 - x) = 4 \Leftrightarrow x = 30$.

Do đó bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu.

Không gian mẫu là số phương án trả lời 50 câu hỏi mà bạn Hoa chọn ngẫu nhiên. Mỗi câu có 4 phương án trả lời nên có 4^{50} khả năng. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 4^{50}$.

Gọi X là biến cố "Bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu". Vì mỗi câu đúng có 1 phương án trả lời, mỗi câu sai có 3 phương án trả lời. Vì vậy có $C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}$ khả năng thuận lợi cho biến cố X . Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P = \frac{C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{4^{50}} = \frac{C_{50}^{20} \cdot (3)^{20}}{4^{50}}.$$

Email: phamcongduong2010@gmail.com

Câu 58. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số mà trong đó hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ.

A. $\frac{311}{9072}$.

B. $\frac{143}{378}$.

C. $\frac{379}{1134}$.

D. $\frac{53}{378}$.

Lời giải

Tác giả : Phạm Công Dũng, Tên FB: Phạm Công Dũng

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = A_{10}^5 - A_9^4 = 27216$.

Gọi A là biến cố "chọn được số có 5 chữ số khác nhau mà trong đó hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ".

Để chọn được số có 5 chữ số khác nhau mà trong đó hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ xảy ra các trường hợp sau :

Trường hợp 1. Số được chọn có 5 chữ số chẵn.

Trong trường hợp này có $5! - 4! = 96$ số.

Trường hợp 2. Số được chọn có 1 chữ số lẻ và 4 chữ số chẵn.

- Chọn 4 chữ số chẵn và sắp xếp vị trí 4 số ta có $C_5^4 \cdot 4!$. Khi đó tạo thành 5 khe.

- Chọn 1 chữ số lẻ và sắp xếp vào 1 trong 5 khe, ta có $C_5^1 \cdot 5$ cách

Do đó có $C_5^4 \cdot 4! \cdot C_5^1 \cdot 5$ số (kể cả số 0 đứng đầu)

Số 5 chữ số khác nhau gồm 1 chữ số lẻ và 4 chữ số chẵn, trong đó hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ mà số 0 đứng đầu là: $C_4^3 \cdot 3! \cdot C_5^1 \cdot 4$

Vậy có $C_5^4 \cdot 4! \cdot C_5^1 \cdot 5 - C_4^3 \cdot 3! \cdot C_5^1 \cdot 4 = 2520$ (số).

Trường hợp 3. Số được chọn có 2 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn.

- Chọn 3 chữ số chẵn và sắp xếp vị trí 3 số ta có $C_5^3 \cdot 3!$. Khi đó tạo thành 4 khe.

- Chọn 2 chữ số lẻ và sắp xếp vào 2 trong 4 khe, ta có $C_5^2 \cdot A_4^2$ cách.

Do đó có $C_5^3 \cdot 3! \cdot C_5^2 \cdot A_4^2$ số (kể cả số 0 đứng đầu)

Số 5 chữ số khác nhau gồm 2 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn, trong đó hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ mà số 0 đứng đầu là: $C_4^2 \cdot 2! \cdot C_5^2 \cdot A_3^2$

Vậy có $C_5^3 \cdot 3! \cdot C_5^2 \cdot A_4^2 - C_4^2 \cdot 2! \cdot C_5^2 \cdot A_3^2 = 6480$ (số).

Trường hợp 4. Số được chọn có 3 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn.

Chọn 2 chữ số chẵn và sắp xếp vị trí 2 số ta có $C_5^2 \cdot 2!$ cách.

Chọn 3 chữ số lẻ và sắp xếp vào 3 vị trí có $C_5^3 \cdot 3!$ cách.

Vậy có $C_5^2 \cdot 2! \cdot C_5^3 \cdot 3! = 1200$ (số).

Vậy ta có $n(A) = 96 + 2520 + 6480 + 1200 = 10296$ (số).

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10296}{27216} = \frac{143}{378}$.

Tuonganh0209@gmail.com

Câu 59. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A , tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1.

A. $\frac{643}{45000}$.

B. $\frac{107}{7500}$.

C. $\frac{16}{1125}$.

D. $\frac{643}{13608}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Ngọc Thảo, FB: Nguyễn Ngọc Thảo

Cách 1.

Chọn A

+ Gọi X là một số tự nhiên có năm chữ số chia hết cho 7 và chữ số tận cùng là 1.

+ Vì X chia hết cho 7 và chữ số tận cùng là 1 nên $X = 7 \cdot \overline{Y3}$ với $\overline{Y3}$ là số tự nhiên có chữ số tận cùng là 3.

+ Ta có: $10000 \leq X \leq 99999 \Leftrightarrow 1429 \leq \overline{Y3} \leq 14285 \Leftrightarrow 1429 \leq 10Y + 3 \leq 14285$
 $\Leftrightarrow 1426 \leq 10Y \leq 14282 \Leftrightarrow 142.6 \leq Y \leq 1428.2 \Leftrightarrow 143 \leq Y \leq 1428$.

Suy ra $n(A) = 1428 - 143 + 1 = 1286$.

+ Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1286}{90000} = \frac{643}{45000}$.

Cách 2.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số là $9 \cdot 10^4 = 90000$

Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là: $\overline{abcd1}$

Ta có $\overline{abcd1} = 10 \cdot \overline{abcd} + 1 = 3 \cdot \overline{abcd} + 7 \cdot \overline{abcd} + 1$ chia hết cho 7 khi và chỉ khi $3 \cdot \overline{abcd} + 1$ chia hết cho 7.

Đặt $3 \cdot \overline{abcd} + 1 = 7h \Leftrightarrow \overline{abcd} = 2h + \frac{h-1}{3}$ là số nguyên khi và chỉ khi $h = 3t + 1$

Khi đó ta được: $\overline{abcd} = 7t + 2 \Rightarrow 1000 \leq 7t + 2 \leq 9999$

$\Leftrightarrow \frac{998}{7} \leq t \leq \frac{9997}{7} \Leftrightarrow t \in \{143, 144, \dots, 1428\}$ suy ra số cách chọn ra t sao cho số $\overline{abcd1}$ chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là 1286.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{1286}{90000} = \frac{643}{45000}$.

Câu 60. Cho đa giác lồi n cạnh ($n \in \mathbb{N}^*, n \geq 6$) nội tiếp đường tròn (O) sao cho không có ba đường chéo nào đồng quy. Các cạnh và các đường chéo của đa giác giao nhau tạo thành các tam giác. Gọi X là tập hợp các tam giác như thế. Lấy ngẫu nhiên một tam giác trong tập X . Tìm n để xác suất lấy được tam giác không có đỉnh nào là đỉnh của đa giác bằng $\frac{4}{15}$.

A. $n = 23$.

B. $n = 19$.

C. $n = 15$.

D. $n = 11$.

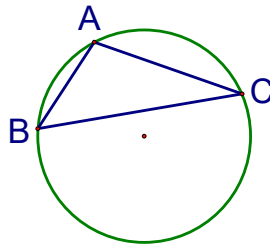
Lời giải

Tác giả : Lê Thanh Bình

Chọn B

Đếm số phần tử của tập X .

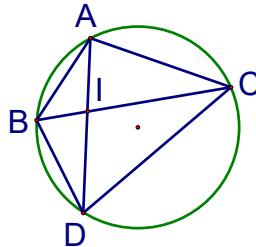
TH1: Tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác: Số tam giác loại này là C_n^3 .



TH2: Tam giác có đúng 2 đỉnh là đỉnh của đa giác:

Chọn hai đỉnh của đa giác và một đỉnh nằm trong đa giác là giao điểm của hai đường chéo. Để có một giao điểm như vậy ta cần phải có hai đường chéo, hay cần 4 đỉnh của đa giác. Mỗi cách chọn 4 đỉnh của đa giác cho ta 4 tam giác có đúng hai đỉnh là đỉnh của đa giác.

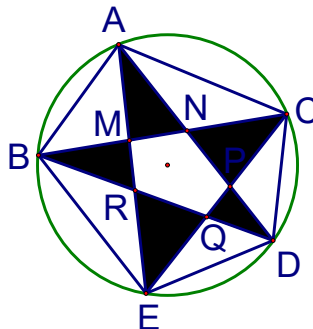
Vậy số tam giác loại này là $4C_n^4$.



TH3: Tam giác có đúng một đỉnh là đỉnh của đa giác:

Mỗi cách chọn 5 đỉnh của đa giác sinh ra 5 tam giác loại này.

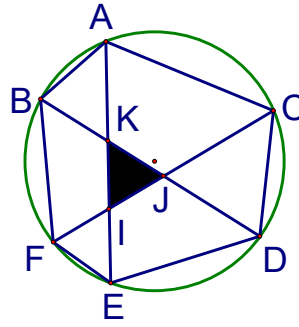
Vậy có $5C_n^5$ tam giác trong TH này.



TH4: Tam giác không có đỉnh nào là đỉnh của đa giác:

Mỗi cách chọn 6 đỉnh của đa giác sinh ra một tam giác loại này.

Vậy số tam giác trong TH này là C_n^6 .



Vậy có tất cả: $C_n^3 + 4C_n^4 + 5C_n^5 + C_n^6$ tam giác sinh ra do các cạnh và đường chéo của đa giác tạo ra.

Lấy ngẫu nhiên một tam giác từ tập X , suy ra $n(\Omega) = C_n^3 + 4C_n^4 + 5C_n^5 + C_n^6$

Gọi A là biến cố lấy được tam giác không có đỉnh nào là đỉnh của đa giác.

Ta có $n(A) = C_n^6$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_n^6}{C_n^3 + 4C_n^4 + 5C_n^5 + C_n^6} = \frac{n^3 - 12n^2 + 47n - 60}{n^3 + 18n^2 - 43n + 60}$

$$P(A) = \frac{4}{15} \Leftrightarrow \frac{n^3 - 12n^2 + 47n - 60}{n^3 + 18n^2 - 43n + 60} = \frac{4}{15} \Leftrightarrow 11n^3 - 252n^2 + 877n - 1140 = 0$$

$$\Leftrightarrow (n-19)(11n^2 - 43n + 60) = 0 \Leftrightarrow n = 19$$

Email: haviethoa@gmail.com

Câu 61. Một bài kiểm tra theo hình thức trắc nghiệm có 10 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời, trong đó có đúng 1 phương án trả lời đúng. Với mỗi câu hỏi, người làm bài thi chỉ được chọn đúng một phương án trả lời. Trả lời đúng 1 câu hỏi, người làm bài được 1,0 điểm; trả lời sai 1 câu hỏi, người làm bài bị trừ 0,25 điểm. Một học sinh làm bài kiểm tra trên theo cách: Với mỗi câu hỏi, học sinh đó chọn ngẫu nhiên 1 phương án trả lời. Xác suất để học sinh đó được 5,0 điểm là

A. $\frac{17010}{4^{20}}$.

B. $\frac{210}{4^{20}}$.

C. $\frac{153090}{4^{20}}$.

D. $\frac{81}{4^{20}}$.

Lời giải

Tác giả : Hà Việt Hòa, Tên FB: Ha Viet Hoa

Chọn A

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử $\Rightarrow n(\Omega) = 4^{10}$.

Xác suất học sinh trả lời đúng một câu là $\frac{1}{4}$, Xác suất học sinh trả lời sai một câu là $\frac{3}{4}$.

Biến cố A : “ Học sinh trả lời được 5 điểm”.

Gọi số câu trả lời đúng là a . Số câu trả lời sai là $10 - a$.

Điểm của học sinh là $1.a - 0,25(10 - a) = 5 \Leftrightarrow 1,25a = 7,5 \Leftrightarrow a = 6$

$$\Rightarrow n(A) = C_{10}^6 \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot C_4^4 \left(\frac{3}{4}\right)^4 \Rightarrow P(A) = \frac{C_{10}^6 \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot C_4^4 \left(\frac{3}{4}\right)^4}{4^{10}} = \frac{17010}{4^{20}}$$

Email: Ngocchigvt@gmail.com

Câu 62. Có 30 viên bi gồm hai loại là bi màu trắng và bi màu đen được đựng trong hai hộp. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp đúng một viên bi và xác suất để lấy được hai viên cùng màu đen là $\frac{51}{209}$.

Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu trắng là?

- A.** $\frac{16}{209}$. **B.** $\frac{158}{209}$. **C.** $\frac{45}{209}$. **D.** $\frac{12}{209}$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Ngọc Chi, Tên FB: Nguyễn Ngọc Chi

Chọn A

+ Giả sử hộp thứ nhất có n bi và gồm x bi màu đen, hộp thứ hai có $(30-n)$ bi và gồm y bi màu đen. Với n, x, y là các số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq n \leq 30, 1 \leq x \leq n, 1 \leq y \leq 30-n$.

+ Số cách lấy bi ở mỗi hộp độc lập với nhau.

+ Xác suất lấy được bi đen ở hộp thứ nhất là $\frac{x}{n}$, vậy xác suất lấy được bi trắng ở hộp thứ nhất

là: $1 - \frac{x}{n}$

+ Xác suất lấy được bi đen ở hộp thứ hai là $\frac{y}{30-n}$, vậy xác suất lấy được bi trắng ở hộp thứ

hai là: $1 - \frac{y}{30-n}$

+ Xác suất lấy được hai bi đen là: $\frac{x}{n} \cdot \frac{y}{30-n} = \frac{51}{209}$

Suy ra: $n(30-n) = \frac{209xy}{51}$. Do đó xy phải là số tự nhiên chia hết cho 51 và khi đó

$$n(30-n) \geq 209 \Leftrightarrow 11 \leq n \leq 19$$

Thay các giá trị ta thấy chỉ có $n=11$ hoặc $n=19$ thỏa mãn điều kiện.

Khi đó $xy=51$, mà $\frac{x}{n} \cdot \frac{y}{30-n} = \frac{3 \cdot 17}{11 \cdot 19}$

Vậy $\frac{x}{n} = \frac{3}{11}; \frac{y}{30-n} = \frac{17}{19}$ hoặc $\frac{x}{n} = \frac{17}{19}; \frac{y}{30-n} = \frac{3}{11}$

Suy ra xác suất để chọn được hai bi màu trắng là: $\left(1 - \frac{x}{n}\right) \left(1 - \frac{y}{30-n}\right) = \frac{16}{209}$

Chọn A

duamuoikimchi@gmail.com

Câu 63. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau được chọn từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7. Từ S chọn ngẫu nhiên 1 số, tính xác suất để số được chọn là số lẻ và số lẻ đó có mặt chữ số 5.

- A.** $\frac{25}{168}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{7}$. **D.** $\frac{5}{14}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Kim Chi ; Fb: Chi Chít

Chọn D

Số phần tử của S là $A_7^4 = 840$

Gọi A là biến cố cần tìm, ta có $n(A) = A_6^3 + 3.3.A_5^2 = 300$

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{300}{840} = \frac{5}{14}$

Email: ngvnho93@gmail.com

Câu 64. Trong một lớp học có $2n + 3$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến $2n + 3$, mỗi học sinh ngồi 1 ghế thì xác suất để số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và số ghế của Chi là $\frac{12}{575}$. Tính số học sinh của lớp.

A. 10.

B. 25.

C. 20.

D. 15.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Văn Nho

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là số cách xếp $2n + 3$ học sinh và $2n + 3$ chỗ ngồi đã được đánh số,

suy ra $n(\Omega) = (2n + 3)!$

Gọi A là biến cố “số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và số ghế của Chi”, ta có:

- Xếp Bình ở ghế số 2 hoặc ghế thứ $2n + 2$ thì mỗi cách có $1.2!$ cách xếp An và Bình.
- Xếp Bình ở ghế số 3 hoặc ghế thứ $2n + 1$ thì mỗi cách có $2.2!$ cách xếp An và Bình.
- Xếp Bình ở ghế số 4 hoặc ghế thứ $2n$ thì mỗi cách có $3.2!$ cách xếp An và Bình.

.....

- Xếp Bình ở ghế thứ $n + 1$ hoặc ghế thứ $n + 3$ thì mỗi cách có $n.2!$ cách xếp An và Bình.
- Xếp Bình ở ghế thứ $n + 2$ thì mỗi cách có $(n + 1).2!$ cách xếp An và Bình.

Suy ra $2(1 + 2 + 3 + \dots + n).2! + (n + 1).2! = (n + 1)^2.2!$ cách xếp để số ghế của Bình bằng trung bình

cộng số ghế của An và Chi.

Với mỗi cách xếp trên có $(2n)!$ cách xếp học sinh còn lại

Do đó, ta có $n(A) = 2(n + 1)^2.(2n)!$

Theo giả thiết ta có phương trình:

$$\frac{2(n + 1)^2.(2n)!}{(2n + 3)!} = \frac{12}{575} \Leftrightarrow 48n^2 - 479n - 539 = 0 \Leftrightarrow n = 11 \text{ hoặc } n = -\frac{49}{48} \text{ (loại)}$$

Vậy số học sinh là $2.11 + 3 = 25$.

Phungthan.ddn@gmail.com

Câu 65. Thầy Quý viết lên bảng 2 số tự nhiên A và B, mỗi số đều có các chữ số đôi một khác nhau. Số A có 3 chữ số và số B có 4 chữ số. Xác suất để chữ số của A chỉ có thể trùng với chữ số của B nhiều nhất là 1 chữ số là

A. $\frac{485}{972}$

B. $\frac{195}{324}$

C. $\frac{40}{243}$

D. $\frac{215}{324}$

Lời giải

Tác giả : Phùng Văn Thân, Tên FB: Thân Phùng

Chọn D

Gọi số A có dạng là $\overline{abc}$, số B có dạng là $\overline{defg}$

Ta tìm không gian mẫu xem học sinh viết tất cả bao nhiêu trường hợp

Với số A: a có 9 cách chọn ($a \neq 0$), Có A_9^2 cách chọn 2 cho 2 chữ số b và c đều khác a

Với số B: d có 9 cách chọn ($d \neq 0$), Có A_9^3 cách chọn cho 3 chữ số e, f, g đều khác d

$\Rightarrow$ Số cách chọn tất cả là: $9 \cdot A_9^2 \cdot 9 \cdot A_9^3 = 2939328$

Ta xét các trường hợp theo yêu cầu đề bài có thể xảy ra

TH1: các chữ số của số A đều khác với các chữ số của số B

*Nếu 1 trong 2 số của A hoặc B có chữ số 0 $\Rightarrow$ số còn lại không có chữ số 0. Nếu A có chữ số 0 thì:

Có 2 cách chọn cho chữ số 0 vào các vị trí b hoặc c,

Có A_9^2 cách chọn cho 2 chữ số còn lại của số A

Có A_7^4 cách chọn cho 4 chữ số của số B đều khác các chữ số của số A

$\Rightarrow$ Số cách chọn cho trường hợp này là: $2 \cdot A_9^2 \cdot A_7^4 = 120960$

*Nếu B có chữ số 0 thì:

Có 3 cách chọn cho chữ số 0 vào các vị trí e, f, g, có A_9^3 cách chọn cho 3 chữ số còn lại của số B

Có A_6^3 cách chọn cho 3 chữ số của số A đều khác các chữ số của số B

$\Rightarrow$ Số cách chọn cho trường hợp này là: $3 \cdot A_9^3 \cdot A_6^3 = 181440$

*Nếu cả A và B đều không có chữ số 0

Có A_9^3 cách chọn cho 3 chữ số của A

Có A_6^4 cách chọn cho 4 chữ số của số B đều khác các chữ số của số A

$\Rightarrow$ Số cách chọn cho trường hợp này là: $A_9^3 \cdot A_6^4 = 181440$

$\Rightarrow$ Số cách chọn cho trường hợp 1 là: $120960 + 181440 + 181440 = 483840$

TH2: Có 1 chữ số của A trùng với 1 chữ số của B

*Nếu chữ số a của A trùng với chữ số d của B

a, d khác 0 nên có 9 cách chọn cho cặp số giống nhau a, d

Có A_9^2 cách chọn cho 2 chữ số b và c của A

Có A_7^3 cách chọn cho 3 chữ số e, f, g của số B đều khác các chữ số của A

$\Rightarrow$ Số cách chọn cho trường hợp này là: $9 \cdot A_9^2 \cdot A_7^3 = 136080$

* Nếu chữ số a của A trùng với 1 chữ số của B khác với chữ số d

Có 3 cách chọn từ e, f, g cho chữ số trùng của số B

Vì a khác 0 nên cặp số của a với chữ số trùng của B có 9 cách chọn

Có 8 cách chọn cho chữ số d của B vì d khác 0, d khác a

Có A_8^2 cách chọn cho 2 chữ số còn lại của số B

Có A_6^2 cách chọn cho 2 chữ số b, c của số A

=> Số cách chọn cho trường hợp này là: $3.9.8. A_8^2 . A_6^2 = 362880$

* Nếu chữ số d của B trùng với 1 chữ số của A khác với chữ số a

Có 2 cách chọn từ b, c cho chữ số trùng của số A

Vì d khác 0 nên cặp số của d với chữ số trùng của A có 9 cách chọn

Có 8 cách chọn cho chữ số a của B vì a khác 0, d khác a

Có 8 cách chọn cho chữ số còn lại của số A

Có A_7^3 cách chọn cho 3 chữ số e, f, g của số B

=> Số cách chọn cho trường hợp này là: $2.9.8.8. A_7^3 = 241920$

* Nếu cặp chữ số trùng của cả 2 số đều khác với chữ số a và d

- Nếu cặp chữ số trùng là chữ số 0

Có 2 cách chọn cho chữ số 0 vào vị trí b, c của số A

Có 3 cách chọn cho chữ số 0 vào các vị trí e, f, g của số B

Có A_9^2 cách chọn cho 2 chữ số còn lại của số A

Có A_7^3 cách chọn cho 3 chữ số còn lại của số B

=> Số cách chọn cho trường hợp này là: $2.3. A_9^2 . A_7^3 = 90720$

- Nếu cặp chữ số trùng khác 0

Có 2 cách vị trí b, c cho chữ số trùng của số A

Có 3 cách vị trí e, f, g cho chữ số trùng của số B

Có 9 cách chọn cho cặp số trùng đều khác 0

Có 8 cách chọn cho a của số A (a khác 0, a khác cặp chữ số trùng)

Có 7 cách chọn d của số B (d khác 0, d khác a, d khác cặp số trùng)

Có 7 cách chọn cho chữ số còn lại của A

Có A_6^2 cách chọn cho 2 chữ số còn lại của số B

=> Số cách chọn cho trường hợp này là: $2.3.9.8.7.7. A_6^2 = 635040$

=> Số trường hợp xảy ra tất cả ở trường hợp 2 là:

$$136080 + 362880 + 241920 + 90720 + 635040 = 1466640$$

=> Số trường hợp xảy ra tất cả ở cả 2 trường hợp là:

$$483840 + 1466640 = 1950480$$

Vậy xác suất có thể xảy ra theo yêu cầu bài toán là: $\frac{1950480}{2939328} = \frac{215}{324}$

Quachthuy.tranphu@gmail.com

Câu 66. Cho đa giác (H) gồm 20 cạnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh từ các đỉnh của đa giác (H). Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác mà không có cạnh nào là cạnh của đa giác?....

A. $\frac{365}{969}$.

B. $\frac{395}{969}$.

C. $P = \frac{443}{969}$.

D. $P = \frac{473}{969}$.

Lời giải

Tác giả: Quách Phương Thúy ; Fb: Phương Thúy

Chọn D

Giả sử đa giác (H) là $A_1A_2\dots A_{20}$.

Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh từ các đỉnh của (H) , số tứ giác được tạo thành là C_{20}^4 .

Xét các trường hợp:

+ **TH1:** Số tứ giác có 3 cạnh là cạnh của đa giác (H) : Có 20 tứ giác

+ **TH2:** Số tứ giác có 2 cạnh là cạnh của đa giác (H) .

□ Tứ giác có 2 cạnh là 2 cạnh kề nhau của đa giác (H) :

Có 20 cách chọn 2 cạnh kề nhau của (H) . Với mỗi cách chọn 2 cạnh kề nhau đó, có 15 cách chọn đỉnh thứ tư để tạo thành tứ giác có 2 cạnh là cạnh của (H) .

$\Rightarrow$ có $20 \cdot 15 = 300$ tứ giác thỏa mãn.

□ Tứ giác có 2 cạnh là 2 cạnh không kề nhau của đa giác (H) .

Chọn 1 cạnh bất kỳ, có 20 cách chọn 1 cạnh bất kỳ, giả sử là A_1A_2 , chọn một cạnh khác (trừ các cạnh $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_{20}A_1, A_{19}A_{20}$) có 15 cách chọn. Mỗi tứ giác được chọn sẽ lặp lại 2 lần nên số tứ giác thỏa mãn là $\frac{20 \cdot 15}{2} = 150$.

Vậy có $300 + 150 = 450$ tứ giác có 2 cạnh là cạnh của (H) .

+ **TH3:** Tứ giác có đúng 1 cạnh là cạnh của (H) .

Có 20 cách chọn 1 cạnh bất kỳ của đa giác (H) là cạnh của tứ giác, giả sử là cạnh A_1A_2 . Chọn 2 trong số 16 đỉnh còn lại (trừ A_1, A_2, A_3, A_{20}), có C_{16}^2 cách chọn.

Trong C_{16}^2 cách chọn 2 đỉnh đó, có 15 cách chọn 2 đỉnh kề nhau tạo thành cạnh của đa giác.

Vậy có $20 \cdot (C_{16}^2 - 15) = 2010$ tứ giác có đúng 1 cạnh là cạnh của (H) .

Vậy có $C_{20}^4 - 20 - 450 - 2010 = 2365$ tứ giác mà không có cạnh nào là cạnh của đa giác.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{2365}{C_{20}^4} = \frac{473}{969}$.

xuanmda@gmail.com

Câu 67. Trong bữa tiệc kỉ niệm ngày sinh nhật An, vợ chồng An có mời bốn cặp vợ chồng bạn bè khác. Tất cả mọi người được ngồi chung vào một bàn tròn. Một cách ngẫu nhiên, vì là ngôi sao trong bữa tiệc nên An được xếp ngồi giữa hai cô gái. Tính xác suất để An được xếp ngồi cạnh vợ mình.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{1}{36}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phép thử: “Xếp ngẫu nhiên vợ chồng An và bốn cặp vợ chồng bạn bè khác vào một bàn tròn sao cho An được xếp ngồi giữa hai cô gái”.

Cố định vị trí An ngồi.

+ Chọn hai cô gái ngồi cạnh An có C_5^2 cách chọn.

+ Sau đó xếp 2 cô gái sang hai bên có $2!$ cách chọn

+ Sau đó xếp 7 người còn lại có $7!$ cách chọn.

Áp dụng quy tắc nhân ta có $2!.7!.C_5^2$

Vậy số phần tử của không gian mẫu $n(\omega) = 2!.7!.C_5^2$.

Gọi A là biến cố: “An được xếp ngồi giữa hai cô gái trong đó có vợ mình”.

Để An được xếp ngồi cạnh vợ mình.

+ Xếp vợ An ngồi hai bên có $2!$ cách chọn

+ Sau đó chọn một cô gái ngồi cạnh An có C_4^1 cách chọn.

+ Sau đó xếp 7 người còn lại có $7!$ cách chọn.

Áp dụng quy tắc nhân ta có $2!.7!.C_4^1$

Vậy số phần tử của biến cố A : $n(A) = 2!.7!.C_4^1$

Xác suất để An được xếp ngồi cạnh vợ mình là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\omega)} = \frac{2!.7!.C_4^1}{2!.7!.C_5^2} = \frac{2}{5}$

Thanhluan0607@gmail.com

Câu 68. Nhà trường cần xếp phòng thi chọn đội tuyển học sinh giỏi cho 8 môn thi: Toán, Lý, Hóa, Sinh, Sử, Địa, Văn, Anh vào một dãy có 6 phòng được đánh số từ 1 đến 6, trong đó mỗi phòng thi có 1 hoặc 2 môn thi và mỗi môn thi chỉ xếp vào 1 phòng thi. Tính xác suất để sắp xếp 2 môn Toán và Lý không cùng phòng thi.

A. $\frac{20}{21}$.

B. $\frac{27}{28}$.

C. $\frac{6}{7}$.

D. $\frac{13}{14}$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thanh Luận

Chọn D

1 môn/phòng có 4 phòng và 2 môn/phòng có 2 phòng.

+) Chọn 6 môn trong 8 môn rồi xếp vào 6 phòng thi có: A_8^6 cách.

+) Xếp 2 môn còn lại vào 2 trong 6 phòng thi có: A_6^2 cách.

+) Mỗi phòng chứa 2 môn thi có $2!$ cách xếp trùng.

$$\text{Nên } n(\Omega) = \frac{A_8^6 \cdot A_6^2}{(2!)^2} = 151200.$$

Gọi A là biến cố “sắp xếp 2 môn Toán và Lý không cùng phòng thi”.

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “sắp xếp 2 môn Toán và Lý cùng phòng thi”.

+) Chọn 1 phòng trong 6 phòng để xếp 2 môn Toán và Lý vào có 6 cách.

+) Chọn 5 môn trong 6 môn còn lại rồi xếp vào 5 phòng thi trống có: A_6^5 cách.

+) Xếp 1 môn còn lại vào 1 trong 5 phòng thi đang chứa 1 môn có: 5 cách.

+) Có 1 phòng thi chứa 2 môn thi (không phải Toán và Lý) có 2! cách xếp trùng.

$$\text{Nên } n(\overline{A}) = \frac{6 \cdot A_6^5 \cdot 5}{2!} = 10800.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là: } P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{10800}{151200} = \frac{13}{14}.$$

Email: tranducphuong.rb@gmail.com

Câu 69. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc vào tập A. Tính xác suất để chọn được một số thuộc A và số đó chia hết cho 3.

A. $\frac{10}{27}.$

B. $\frac{4}{9}.$

C. $\frac{11}{27}.$

D. $\frac{1}{3}.$

Lời giải

Tác giả: Trần Đức Phương

Chọn C

Gọi phần tử của A có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9}$

$a_1 \neq 0$ nên có 9 cách chọn.

Chọn 8 chữ số còn lại và xếp vào vị trí từ $a_2 \rightarrow a_9$ có A_9^8 cách chọn.

$$\text{Vậy } n(A) = 9A_9^8.$$

Giả sử gọi $B = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$ có tổng 10 phần tử là $45:3$. Nên nếu muốn tạo thành một số có 9 chữ số và chia hết cho 3, ta cần loại đi phần tử là bội của 3.

Như vậy, ta sẽ có các tập: $B \setminus \{0\}, B \setminus \{3\}, B \setminus \{6\}, B \setminus \{9\}$

TH1: Chọn tập $B \setminus \{0\}$ để tạo số:

Ta còn 9 chữ số để xếp vào 9 vị trí $a_1 \rightarrow a_9$ có 9! cách.

TH2: Chọn 1 trong ba tập: $B \setminus \{3\}, B \setminus \{6\}, B \setminus \{9\}$ có 3 cách.

$a_1 \neq 0$: nên có 8 cách (vì đã loại đi phần tử là bội của 3).

Còn 8 chữ số xếp vào 8 vị trí còn lại có 8! cách.

→ Số cách chọn phần tử thuộc A và chia hết cho 3 là $9! + 3 \cdot 8 \cdot 8!$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } \frac{9! + 3 \cdot 8 \cdot 8!}{9A_9^8} = \frac{11}{27}.$$

vanphu.mc@gmail.com

Câu 70. Trên đường tròn (C) có 2018 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu cách xóa đi 18 điểm sao cho không có hai điểm bị xóa nào cạnh nhau?

A. $C_{2000}^{18}.$

B. $C_{2018}^{18}.$

C. $C_{2000}^{18} + C_{2000}^{17}.$

D. $C_{2000}^{18} + C_{1999}^{17}.$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Phú, FB: Hộp Thư Tri Ân

Chọn D

Giả sử trong 2018 điểm đó có điểm A, khi đó có 2 trường hợp

TH1: Điểm A không bị xóa

Sau khi xóa đi 18 điểm còn lại 2000 điểm. Xen giữa 2000 điểm đó có 2000 khoảng trống, 18 điểm bị xóa tương ứng với 18 trong số 2000 khoảng trống nên có C_{2000}^{18}

TH2: Điểm A bị xóa

Xóa tiếp 17 điểm, còn lại 2000 điểm. Xen giữa 2000 điểm này có 1999 khoảng trống không kê với vị trí điểm A. 17 điểm bị xóa (không kể điểm A) tương ứng với 17 trong số 1999 khoảng trống nên có C_{1999}^{17}

Vậy số cách xóa thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_{2000}^{18} + C_{1999}^{17} = 2018 \cdot \frac{C_{1999}^{17}}{18}$

Cách 2 (Lời giải của thầy Trịnh Văn Thạch)

Chọn một điểm đầu tiên để xóa có 2018 cách. Với cách chọn này.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{18}$ là số phần tử giữa các khoảng này. Ta có $x_1 + x_2 + \dots + x_{18} = 2018 - 18$ (*)

Số cách chọn 17 điểm để xóa là số nghiệm nguyên dương của pt (*) nên có C_{1999}^{17} cách

(Số nghiệm nguyên dương của PT $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ là C_{n-1}^{k-1})

(Bài toán chia kẹo Euler :

Có bao nhiêu cách chia k chiếc kẹo giống nhau cho t đứa trẻ ($k \geq t$) sao cho ai cũng có kẹo ?

Giải :

Số cách cần tìm chính là số nghiệm nguyên dương của phương trình : $x_1 + x_2 + \dots + x_t = k$

Xếp k chiếc kẹo thành 1 hàng ngang, giữa chúng có k-1 chỗ trống.

Số cách chia kẹo thỏa mãn điều kiện đề bài chính là số cách đặt t-1 "vách ngăn" vào t-1 chỗ trống trong số k-1 chỗ trống nói trên (mỗi chỗ trống được chọn đặt 1 "vách ngăn"), tức là bằng C_{k-1}^{t-1}

Vậy đáp án là C_{k-1}^{t-1} cách.)

Do đó số cách chọn 18 điểm để xóa là $2018 \cdot \frac{C_{1999}^{17}}{18}$ (Chia cho 18 do lặp 18 lần khi thay đổi vị trí đầu tiên)

Cách 3 (Lời giải của thầy Nguyễn Văn Quý)

Chọn điểm thứ nhất có 2018 cách, đánh số từ 1 đến 2017 theo chiều kim đồng hồ từ điểm tiếp theo; gọi thứ tự 17 điểm còn lại bị xóa là $a_1, \dots, a_{17} : 1 < a_1 < \dots < a_{17} < 2017$

Để các điểm không cạnh nhau: $1 < a_1 < a_2 - 1 < a_3 - 2 < \dots < a_{17} - 16 < 2001$. Số cách chọn 17

điểm này là C_{1999}^{17} . Do đó số cách chọn 18 điểm để xóa là $2018 \cdot \frac{C_{1999}^{17}}{18}$ (Chia cho 18 do lặp 18 lần khi thay đổi vị trí đầu tiên)