

Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA

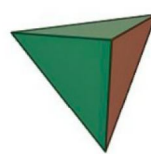
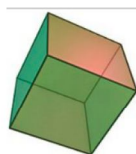
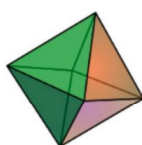
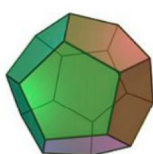
☎: 098 373 4349



Trường THPT.....

Họ và tên học sinh:

Lớp:..... STT:



Tài liệu tự học

TOÁN

LỚP 12 - NH 17-18

Chủ đề 5

KHỐI ĐA DIỆN

- *Tóm tắt lý thuyết*
- *Các dạng toán thường gặp*
- *Phương pháp giải toán*
- *Toán mẫu*
- *Bài tập cơ bản*
- *Bài tập nâng cao*
- *Bài tập tổng ôn*
- *Bài tập trắc nghiệm - Đáp án*

Năm học 2017 - 2018

Lưu hành nội bộ

Vấn đề 1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

A – PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH

1. Chứng minh đường thẳng d song song $mp(\alpha)$ ($d \subset (\alpha)$)

Cách 1. Chứng minh $d // d'$ và $d' \subset (\alpha)$

Cách 2. Chứng minh $d \subset (\beta)$ và $(\beta) // (\alpha)$

Cách 3. Chứng minh d và (α) cùng vuông góc với 1 đường thẳng hoặc cùng vuông góc với 1 mặt phẳng

2. Chứng minh $mp(\alpha)$ song song với $mp(\beta)$

Cách 1. Chứng minh $mp(\alpha)$ chứa hai đường thẳng cắt nhau cùng song song với (β) (Nghĩa là 2 đường thẳng cắt nhau trong mặt này song song với 2 đường thẳng trong mặt phẳng kia)

Cách 2. Chứng minh (α) và (β) cùng song song với 1 mặt phẳng hoặc cùng vuông góc với 1 đường thẳng.

3. Chứng minh hai đường thẳng song song:

Cách 1. Hai mặt phẳng (α) , (β) có điểm chung S lần lượt chứa hai đường thẳng song song a và b thì $(\alpha) \cap (\beta) = Sx // a // b$.

Cách 2. $(\alpha) // a$, $a \subset (\beta) \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = b // a$.

Cách 3. Hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng song song với đường thẳng đó.

Cách 4. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho 2 giao tuyến song song

Cách 5. Một mặt phẳng song song với giao tuyến của 2 mặt phẳng cắt nhau, ta được 3 giao tuyến song song.

Cách 6. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ 3 hoặc cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Cách 7. Sử dụng phương pháp hình học phẳng: đường trung bình, định lí Thales đảo, cạnh đối tứ giác đặc biệt, ...

4. Chứng minh đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α)

Cách 1. Chứng minh đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) .

Cách 2. Chứng minh d nằm trong một trong hai mặt phẳng vuông góc và d vuông góc với giao tuyến $\Rightarrow d$ vuông góc với mp còn lại.

Cách 3. Chứng minh d là giao tuyến của hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt thứ 3.

Cách 4. Chứng minh đường thẳng d song song với a mà $a \perp (\alpha)$.

Cách 5. Đường thẳng nào vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì cũng vuông góc với mặt phẳng còn lại.

Cách 6. Chứng minh d là trục của tam giác ABC nằm trong (α)

5. Chứng minh hai đường thẳng d và d' vuông góc:

Cách 1. Chứng minh $d \perp (\alpha)$ và $(\alpha) \supset d'$.

Cách 2. Sử dụng định lí 3 đường vuông góc.

Cách 3. Chứng tỏ góc giữa d , d' bằng 90° .

6. Chứng minh hai mặt phẳng (α) và (β) vuông góc:

Cách 1. Chứng minh $(\alpha) \supset d$ và $d \perp (\beta)$.

Cách 2. Chứng tỏ góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) bằng 90° .

Cách 3. Chứng minh $a // (\alpha)$ mà $(\beta) \perp a$

Cách 4. Chứng minh $(\alpha) // (P)$ mà $(\beta) \perp (P)$.

B – CÁC CÔNG THỨC

I. TAM GIÁC

1. Tam giác thường:

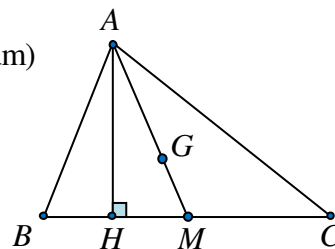
$$\textcircled{1} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$\textcircled{2} S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} \quad \textcircled{3} AG = \frac{2}{3} AM \quad (G \text{ là trọng tâm})$$

$$\textcircled{4} \text{Độ dài trung tuyến: } AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$

$$\textcircled{5} \text{Định lí hàm số cosin: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\textcircled{6} \text{Định lí hàm số sin: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

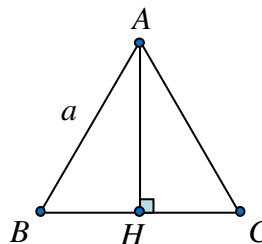


2. Tam giác đều ABC cạnh a:

$$\textcircled{1} S_{\triangle ABC} = \frac{(\text{cạnh})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\textcircled{2} AH = \frac{\text{cạnh} \times \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{3} AG = \frac{2}{3} AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



3. Tam giác ABC vuông tại A:

$$\textcircled{1} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} AH \cdot BC$$

$$\textcircled{2} BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\textcircled{3} BA^2 = BH \cdot BC$$

$$\textcircled{4} CA^2 = CH \cdot CB$$

$$\textcircled{5} HA^2 = HB \cdot HC$$

$$\textcircled{6} HA^2 = HB \cdot HC$$

$$\textcircled{7} AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$\textcircled{8} \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\textcircled{9} \frac{HB}{HC} = \frac{AB^2}{AC^2}$$

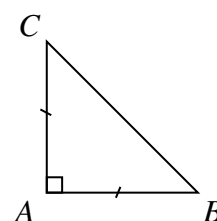
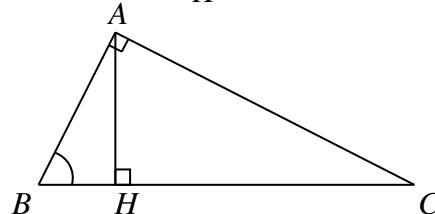
$$\textcircled{10} AM = \frac{1}{2} BC$$

$$\textcircled{11} \sin B = \frac{AC}{BC}$$

$$\textcircled{12} \cos B = \frac{AB}{BC}$$

$$\textcircled{13} \tan B = \frac{AC}{AB}$$

$$\textcircled{14} \cot B = \frac{AB}{AC}$$



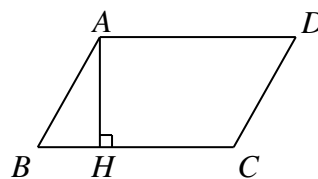
4. Tam giác ABC vuông cân tại A

$$\textcircled{1} BC = AB\sqrt{2} = AC\sqrt{2} \quad \textcircled{2} AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}}$$

II. TỨ GIÁC

1. Hình bình hành:

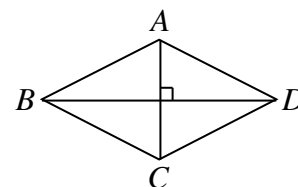
$$\text{Diện tích: } S_{ABCD} = BC \cdot AH = AB \cdot AD \cdot \sin A$$



2. Hình thoi:

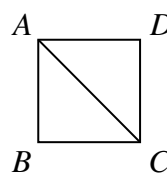
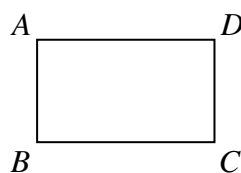
$$\bullet \text{ Diện tích: } S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = AB \cdot AD \cdot \sin A$$

$$\bullet \text{ Đặc biệt: khi } \widehat{ABC} = 60^\circ \text{ hoặc } \widehat{BAC} = 120^\circ \text{ thì các tam giác } ABC, ACD \text{ đều.}$$



3. Hình chữ nhật:

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD$$

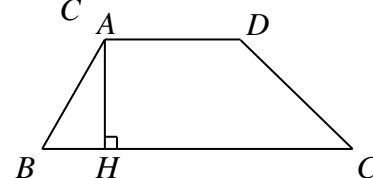


4. Hình vuông:

$$\bullet \text{ Diện tích: } S_{ABCD} = AB^2$$

$$\bullet \text{ Đường chéo: } AC = AB\sqrt{2}$$

$$\text{5. Hình thang: } S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot AH}{2}$$

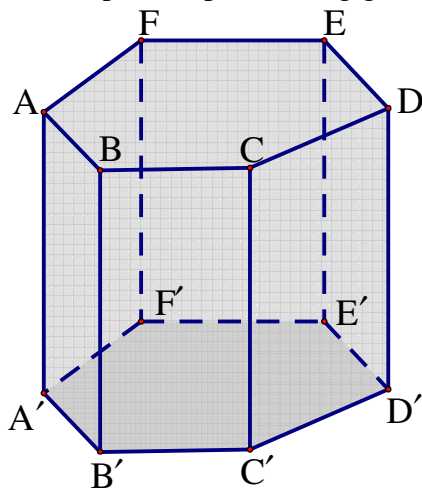


Vấn đề 2. KHỐI ĐA DIỆN

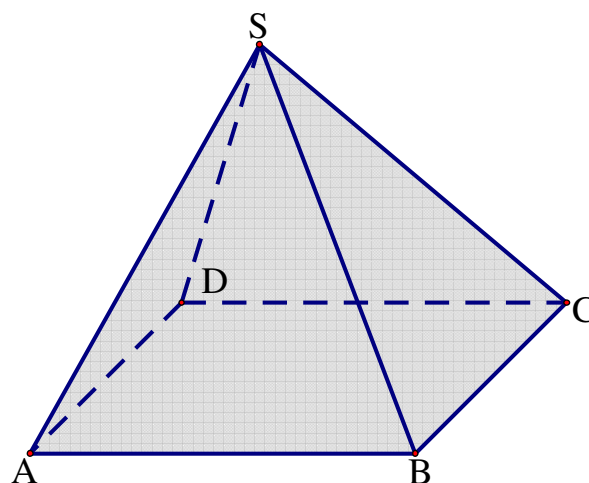
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khối lăng trụ và khối chóp

- Khối lăng trụ là phần không gian được giới hạn bởi một hình lăng trụ kể cả hình lăng trụ ấy.
- ☞ Tên gọi: khối lăng trụ + tên mặt đáy.
- Khối chóp là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp kể cả hình chóp ấy.
- ☞ Tên gọi: khối chóp + tên mặt đáy.
- Khối chóp cắt là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp cắt kể cả hình chóp cắt ấy.



KHỐI LĂNG TRỤ LỤC GIÁC



KHỐI CHÓP TỨ GIÁC

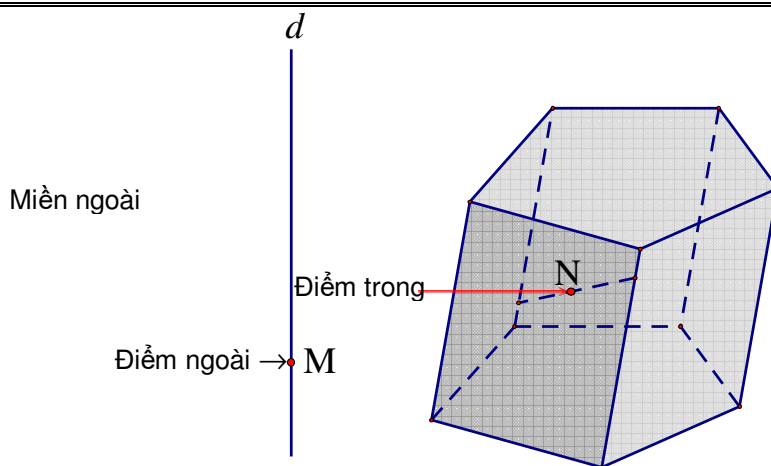
2. Khái niệm về hình đa diện và khối đa diện

Khái niệm về hình đa diện

- Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất
 - i. Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
 - ii. Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.
- Mỗi đa giác như trên được gọi là một mặt của hình đa diện.
- Các đỉnh, các cạnh của đa giác ấy theo thứ tự gọi là các đỉnh, các cạnh của hình đa diện.

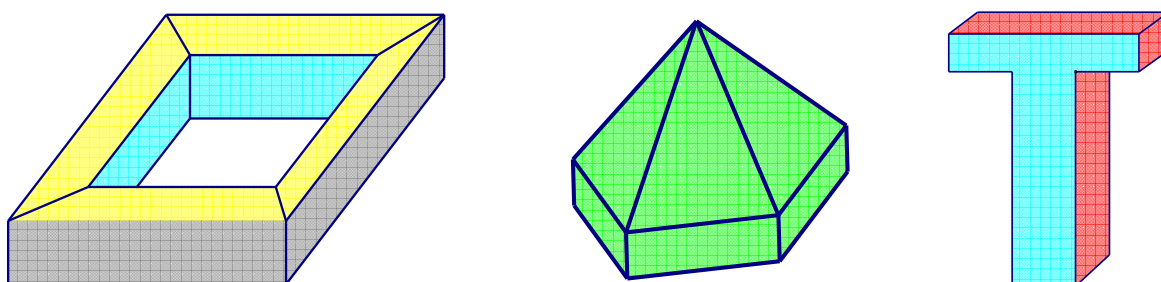
Khái niệm về khối đa diện

- Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.
- Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện.
 - ☞ Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện.
- Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện ứng với đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện.
 - ☞ Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.
- Mỗi khối đa diện được xác định bởi một hình đa diện ứng với nó. Ta cũng gọi đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài... của một khối đa diện theo thứ tự là đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài... của hình đa diện tương ứng.
- Khối đa diện được gọi là khối lăng trụ nếu nó được giới hạn bởi một hình lăng trụ.
- Khối đa diện được gọi là khối chóp nếu nó được giới hạn bởi một hình chóp.
- Khối đa diện được gọi là khối chóp cắt nếu nó được giới hạn bởi một hình chóp cắt.
- Tương tự ta có định nghĩa về khối n -giác; khối chóp cắt n -giác, khối chóp đều, khối hộp,...
- Tên của khối lăng trụ hay khối chóp được đặt theo tên của hình lăng trụ hay hình chóp giới hạn nó.

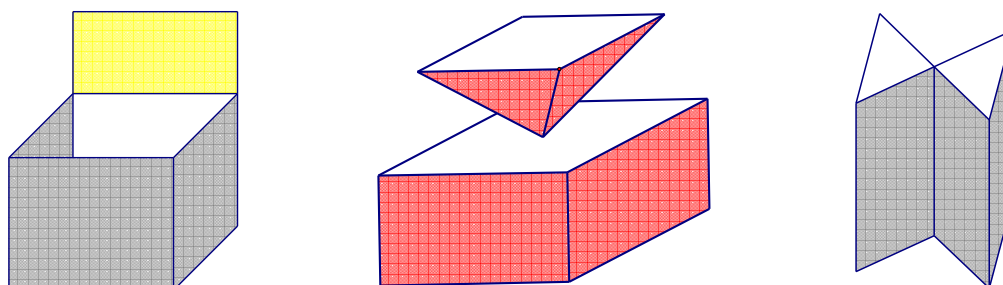


Ví dụ:

❖ Các hình dưới đây là những khối đa diện:



❖ Các hình dưới đây không phải là những khối đa diện:



3. Hai đa diện bằng nhau

✚ Phép dời hình trong không gian

- Trong không gian, quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M với điểm M' xác định duy nhất được gọi là một phép biến hình trong không gian.
- Phép biến hình trong không gian được gọi là phép dời hình nếu nó bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm tùy ý.
- **Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$** là phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$. Kí hiệu là $T_{\vec{v}}$.
- **Phép đối xứng qua mặt phẳng (P)** là phép biến hình biến mỗi điểm thuộc (P) thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc (P) thành điểm M' sao cho (P) là mặt phẳng trung trực của MM' .
- Nếu phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến hình $(\mathcal{H})$ thành chính nó thì (P) được gọi là mặt phẳng đối xứng của $(\mathcal{H})$.
- **Phép đối xứng tâm O** là phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho O là trung điểm của MM' .

- Nếu phép đối xứng tâm O biến hình $(\mathcal{H})$ thành chính nó thì O được gọi là tâm đối xứng của $(\mathcal{H})$.
- Phép đối xứng qua đường thẳng Δ là phép biến hình biến mọi điểm thuộc đường thẳng Δ thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc Δ thành điểm M' sao cho Δ là đường trung trực của MM' .
- Nếu phép đối xứng qua đường thẳng Δ biến hình $(\mathcal{H})$ thành chính nó thì Δ được gọi là trục đối xứng của $(\mathcal{H})$.

✎ Nhận xét:

- Thực hiện liên tiếp các phép dời hình sẽ được một phép dời hình.
- Phép dời hình biến đa diện $(\mathcal{H})$ thành đa diện $(\mathcal{H}')$, biến đỉnh, cạnh, mặt của $(\mathcal{H})$ thành đỉnh, cạnh, mặt tương ứng của $(\mathcal{H}')$.

📊 Hai hình bằng nhau

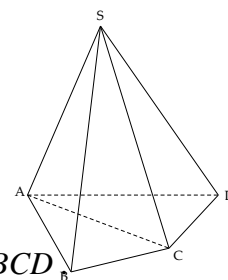
- Hai hình được gọi là nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.
- Đặc biệt, hai đa diện được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến đa diện này thành đa diện kia.

4. Lắp ghép và phân chia khối đa diện

Nếu khối đa diện $(\mathcal{H})$ là hợp của hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ sao cho $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ không có chung điểm trong nào thì ta nói có thể phân chia được khối đa diện $(\mathcal{H})$ thành hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$. Khi đó ta cũng nói có thể ghép hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ để được khối đa diện $(\mathcal{H})$.

Ví dụ 1. Với khối chóp tứ giác $S.ABCD$, ta hãy xét hai khối chóp tam giác $S.ABC$ và $S.ACD$. Ta thấy rằng:

- Hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ không có điểm trong chung (tức là không tồn tại điểm trong của khối chóp này là điểm trong của khối chóp kia và ngược lại).
- Hợp của hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ chính là khối chóp $S.ABCD$.
- Vậy khối chóp $S.ABCD$ được phân chia thành hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ hay hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ được lắp ghép thành khối chóp $S.ABCD$.



Ví dụ 2. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

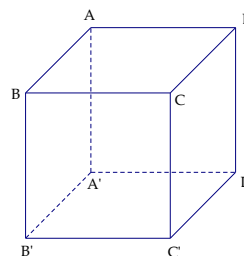
- Cắt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi mặt phẳng $(A'BC)$. Khi đó, khối lăng trụ được phân chia thành hai khối đa diện $A'.ABC$ và $A'BCC'B'$.
- Nếu ta cắt khối chóp $A'BCC'B'$ bởi mặt phẳng $(A'B'C)$ thì ta chia khối chóp $A'BCC'B'$ thành hai khối chóp $A'BCB'$ và $A'CC'B'$.

Như vậy khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ được chia thành ba khối tứ diện là $A'ABC$, $A'BCB'$, $A'CC'B'$.

✎ **Nhận xét:** Mỗi khối đa diện bất kì luôn có thể được phân chia thành những khối tứ diện.

Ví dụ 3. Với hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ ta có thể chia thành 5 khối tứ diện sau

- $DA'D'C'$
- $A'ABD$
- $C'BCD$
- $BA'B'C'$
- $BDC'A'$



5. Một số kết quả quan trọng

✚ **Kết quả 1:** Một khối đa diện bất kì có ít nhất 4 mặt.

✚ **Kết quả 2:** Mỗi hình đa diện có ít nhất 4 đỉnh

✚ **Kết quả 3:** Cho (H) là đa diện mà các mặt của nó là những đa giác có p cạnh. Nếu số mặt của (H) là lẻ thì p phải là số chẵn.

Chứng minh: Gọi m là số mặt của khối đa diện (H) . Vì mỗi mặt của (H) có p cạnh nên m mặt sẽ có pm cạnh. Nhưng do mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai đa giác nên số cạnh của (H) bằng $c = \frac{pm}{2}$. Vì m lẻ nên p phải là số chẵn.

✚ **Kết quả 4:** (suy ra từ chứng minh kết quả 3): Cho (H) là đa diện có m mặt, mà các mặt của nó là những đa giác p cạnh. Khi đó số cạnh của (H) là $c = \frac{pm}{2}$.

✚ **Kết quả 5:** Mỗi khối đa diện có các mặt là các tam giác thì tổng số mặt của nó phải là một số chẵn.

Chứng minh: Gọi số cạnh và số mặt của khối đa diện lần lượt là c và m .

Vì mỗi mặt có ba cạnh và mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên ta có số cạnh của đa diện là $c = \frac{3m}{2}$ (có thể áp dụng luôn kết quả 4 để suy ra $c = \frac{3m}{2}$).

Suy ra $3m = 2c \Rightarrow 3m$ là số chẵn $\Rightarrow m$ là số chẵn.

Một số khối đa diện có kết như trên mà số mặt bằng 4, 6, 8, 10 :

+ Khối tứ diện $ABCD$ có 4 mặt mà mỗi mặt là một tam giác.

+ Xét tam giác BCD và hai điểm A, E ở về hai phía của mặt phẳng (BCD) . Khi đó ta có lục diện $ABCDE$ có 6 mặt là những tam giác.

+ Khối bát diện $ABCDEFGH$ có 8 mặt là các tam giác.

+ Xét ngũ giác $ABCDE$ và hai điểm M, N ở về hai phía của mặt phẳng chứa ngũ giác. Khi đó khối thập diện $MABCDEN$ có 10 mặt là các tam giác.

✚ **Kết quả 6:** Mỗi khối đa diện bất kì luôn có thể được phân chia thành những khối tứ diện.

✚ **Kết quả 7:** Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.

✚ **Kết quả 8:** Nếu khối đa diện có mỗi đỉnh là đỉnh chung của 3 cạnh thì số đỉnh phải là số chẵn.

Tổng quát : Một đa diện mà mỗi đỉnh của nó đều là đỉnh chung của một số lẻ mặt thì tổng số đỉnh là một số chẵn.

✚ **Kết quả 9:** Mỗi hình đa diện có ít nhất 6 cạnh.

✚ **Kết quả 10:** Không tồn tại hình đa diện có 7 cạnh

✚ **Kết quả 11:** Với mỗi số nguyên $k \geq 3$ luôn tồn tại một hình đa diện có $2k$ cạnh.

✚ **Kết quả 12:** Với mỗi số nguyên $k \geq 4$ luôn tồn tại một hình đa diện có $2k + 1$ cạnh.

✚ **Kết quả 13:** Không tồn tại một hình đa diện có

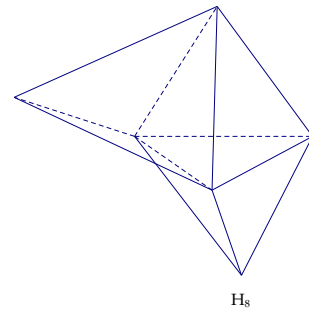
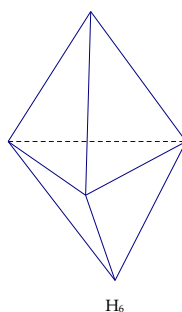
+ Số mặt lớn hơn hoặc bằng số cạnh ;

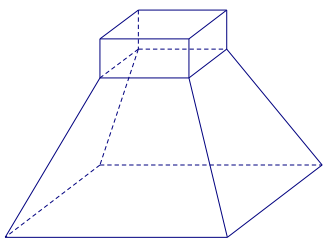
+ Số đỉnh lớn hơn hoặc bằng số cạnh ;

✚ **Kết quả 14:** Tồn tại khối đa diện có $2n$ mặt là những tam giác đều.

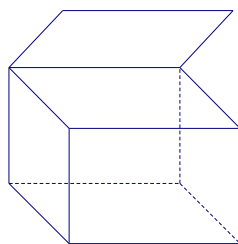
Khối tứ diện đều có 4 mặt là tam giác đều.

Ghép hai khối tứ diện đều bằng nhau (một mặt của tứ diện này ghép vào một mặt của tứ diện kia) ta được khối đa diện H_6 có 6 mặt là các tam giác đều. Ghép thêm vào H_6 một khối tứ diện đều nữa ta được khối đa diện H_8 có 8 mặt là các tam giác đều. Bằng cách như vậy ta được khối đa diện $2n$ mặt là những tam giác đều.

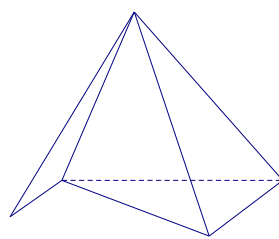


B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**DẠNG 1: NHẬN DẠNG KHỐI ĐA DIỆN****Câu 1.** Cho các hình khối sau:

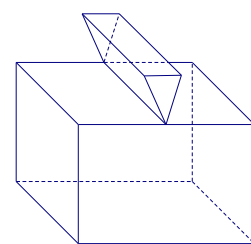
Hình (a)



Hình (b)

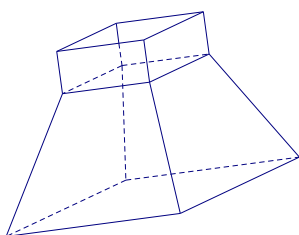


Hình (c)

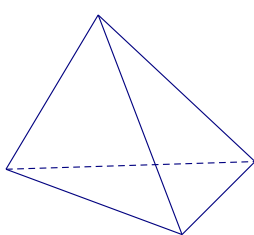


Hình (d)

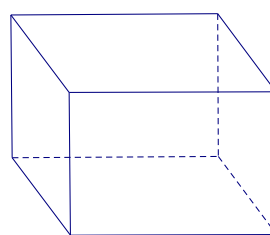
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình đa diện là

A. hình (a).**B.** hình (b).**C.** hình (c).**D.** hình (d).**Câu 2.** Cho các hình khối sau:

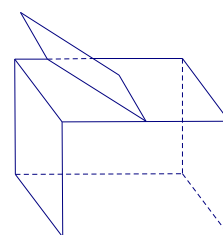
Hình (a).



Hình (b).

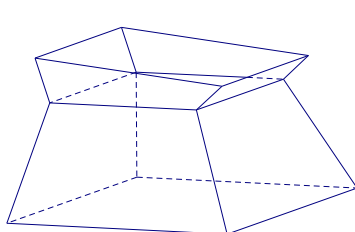


Hình (c).

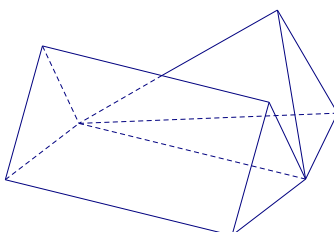


Hình (d).

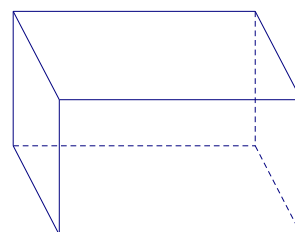
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện là

A. hình (a).**B.** hình (b).**C.** hình (c).**D.** hình (d).**Câu 3.** Cho các hình khối sau :

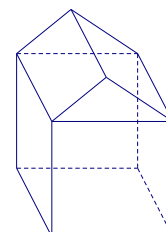
Hình (a).



Hình (b).

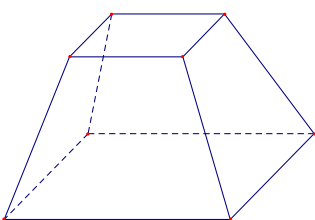


Hình (c).

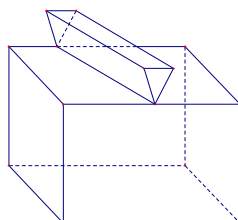


Hình (d).

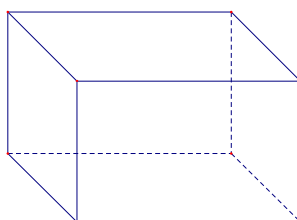
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số hình đa diện là

A. 1.**B.** 2.**C.** 3.**D.** 4.**Câu 4.** Cho các hình khối sau:

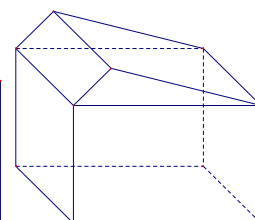
(a)



(b)



(c)

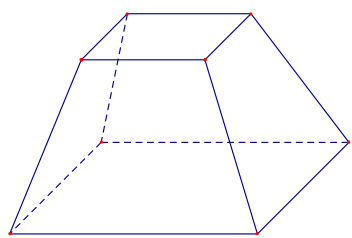


(d)

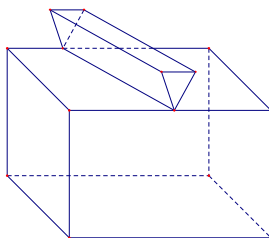
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện lồi là

A. hình (a).**B.** hình (b).**C.** hình (c).**D.** hình (d).

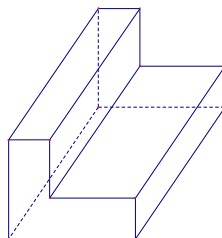
Câu 5. Cho các hình khối sau:



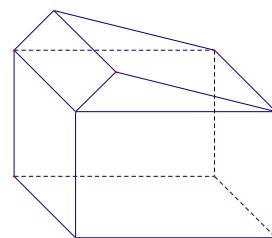
(a)



(b)



(c)



(d)

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số đa diện lồi là

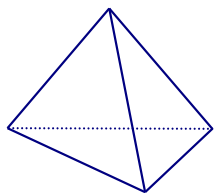
A. 1.

B. 2.

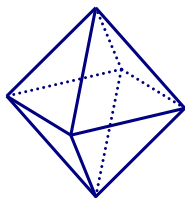
C. 3.

D. 4.

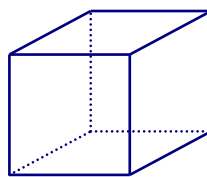
Câu 6. (ĐỀ MINH HỌA LẦN 2) Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



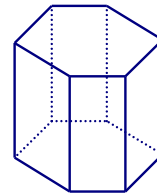
A. Tứ diện đều.



B. Bát diện đều.

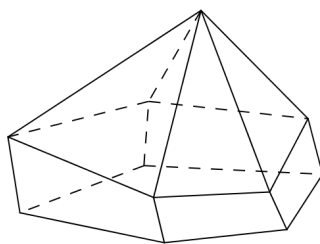


C. Hình lập phương.



D. Lăng trụ lục giác đều.

Câu 7. (ĐỀ MINH HỌA LẦN 3) Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



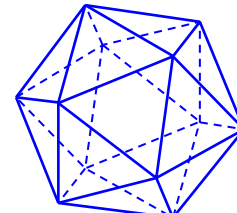
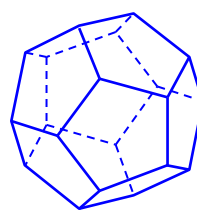
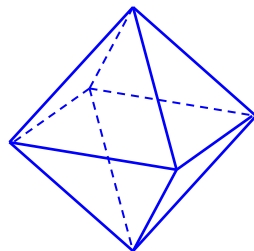
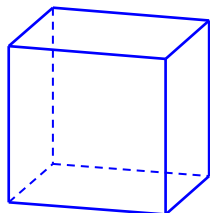
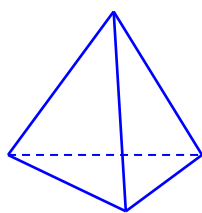
A. 6.

B. 10.

C. 12.

D. 11.

Câu 8. (ĐH VINH LẦN 4 năm 2017) Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ



Khối tứ diện đều Khối lập phương Bát diện đều Hình 12 mặt đều Hình 20 mặt đều
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.

C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.

D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

DẠNG 2: TÍNH CHẤT CỦA HÌNH ĐA DIỆN

Câu 9. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Khối đa diện $S.A_1A_2...A_n$ có đúng $n+1$ mặt.

B. Khối đa diện $S.A_1A_2...A_n$ có đúng $n+1$ cạnh.

C. Khối đa diện $S.A_1A_2...A_n$ có đúng n đỉnh.

D. Khối đa diện $S.A_1A_2...A_n$ có đúng n cạnh.

- Câu 10.** Phát biểu nào sau đây là đúng?
 A. Hình tứ diện đều có 6 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt. B. Hình tứ diện đều có 4 đỉnh, 4 cạnh, 4 mặt.
 C. Hình tứ diện đều có 6 đỉnh, 4 cạnh, 4 mặt. D. Hình tứ diện đều có 4 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt.
- Câu 11.** Phát biểu nào sau đây là đúng?
 A. Hình lập phương có 8 đỉnh, 12 cạnh, 6 mặt. B. Hình lập phương có 6 đỉnh, 12 cạnh, 8 mặt.
 C. Hình lập phương có 12 đỉnh, 8 cạnh, 6 mặt. D. Hình lập phương có 8 đỉnh, 6 cạnh, 12 mặt.
- Câu 12.** Phát biểu nào sau đây là đúng?
 A. Hình bát diện đều có 8 đỉnh, 12 cạnh, 6 mặt.
 B. Hình bát diện đều có 6 đỉnh, 12 cạnh, 8 mặt.
 C. Hình bát diện đều có 12 đỉnh, 8 cạnh, 6 mặt.
 D. Hình bát diện đều có 8 đỉnh, 6 cạnh, 12 mặt.
- Câu 13.** Phát biểu nào sau đây là đúng?
 A. Hình mười hai mặt đều có 20 đỉnh, 30 cạnh, 12 mặt.
 B. Hình mười hai mặt đều có 30 đỉnh, 12 cạnh, 12 mặt.
 C. Hình mười hai mặt đều có 30 đỉnh, 20 cạnh, 12 mặt.
 D. Hình mười hai mặt đều có 30 đỉnh, 12 cạnh, 30 mặt.
- Câu 14.** Phát biểu nào sau đây là đúng?
 A. Hình hai mươi mặt đều có 30 đỉnh, 12 cạnh, 20 mặt.
 B. Hình hai mươi mặt đều có 20 đỉnh, 30 cạnh, 12 mặt.
 C. Hình hai mươi mặt đều có 12 đỉnh, 30 cạnh, 20 mặt.
 D. Hình hai mươi mặt đều có 30 đỉnh, 20 cạnh, 12 mặt.
- Câu 15.** Phát biểu nào sau đây là đúng?
 A. Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều thì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.
 B. Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều thì $AA' = AB$.
 C. Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương thì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều
 D. $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều khi và chỉ khi $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.
- Câu 16.** Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?
 A. $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp khi và chỉ khi $ABCD$ là hình chữ nhật.
 B. Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì $ABCD$ là hình chữ nhật.
 C. Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì $AA' \perp (ABCD)$.
 D. $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp khi và chỉ khi $ABCD$ là hình bình hành.
- Câu 17.** Trong các mặt của khối đa diện, số cạnh cùng thuộc một mặt tối thiểu là
 A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.
- Câu 18.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
 A. Số đỉnh và số mặt của mọi hình đa diện luôn luôn bằng nhau.
 B. Số đỉnh của mọi hình đa diện luôn lớn hơn 4.
 C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh gấp hai lần số đỉnh.
 D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh nhỏ hơn 6.
- Câu 19.** Một hình đa diện có các mặt là những tam giác thì số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn
 A. $3C = 2M$. B. $C = M + 2$. C. $M \geq C$. D. $3M = 2C$.
- Câu 20.** Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất
 A. năm mặt. B. bốn mặt. C. hai mặt. D. ba mặt.

- Câu 21.** Hãy chọn cụm từ (hoặc từ) cho dưới đây để sau khi điền nó vào chỗ trống, mệnh đề sau trở thành mệnh đề đúng.
“Số cạnh của một hình đa diện luôn.....số mặt của hình đa diện ấy”
 A. lớn hơn. B. bằng. C. nhỏ hơn hoặc bằng. D. nhỏ hơn.
- Câu 22.** Cho một hình đa diện. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
 A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh. B. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh chung.
 C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt. D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.
- Câu 23.** Số các đỉnh và số các mặt bất kì hình đa diện nào cũng
 A. lớn hơn 4. B. lớn hơn hoặc bằng 5.
 C. lớn hơn 5. D. lớn hơn hoặc bằng 4.
- Câu 24.** Số các cạnh của một hình đa diện luôn luôn
 A. lớn hơn 6. B. lớn hơn 7.
 C. lớn hơn hoặc bằng 6. D. lớn hơn hoặc bằng 8.
- Câu 25.** Trung điểm của tất cả các cạnh của hình tứ diện đều là các đỉnh của
 A. hình lập phương. B. hình tám mặt đều.
 C. hình hộp chữ nhật. D. hình tứ diện đều.
- Câu 26.** Tâm của các mặt hình tám mặt đều là các đỉnh của
 A. hình lập phương. B. hình tám mặt đều.
 C. hình hộp chữ nhật. D. hình tứ diện đều.
- Câu 27.** Biết rằng khối đa diện mà mỗi mặt đều là hình tam giác. Gọi n là số mặt của khối đa diện đó, lúc đó ta có
 A. n là số chia hết cho 3. B. n là số chẵn.
 C. n là số lẻ D. n là số chia hết cho 5.
- Câu 28.** Biết rằng khối đa diện mà mỗi mặt đều là hình ngũ giác. Gọi C là số cạnh của khối đa diện đó, lúc đó ta có
 A. C là số chia hết cho 3. B. C là số chẵn.
 C. C là số lẻ D. C là số chia hết cho 5.

DẠNG 3: PHÉP BIẾN HÌNH

- Câu 29.** Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Ảnh của đoạn thẳng AB qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AA'}$ là
 A. Đoạn thẳng $C'D'$. B. Đoạn thẳng CD . C. Đoạn thẳng $A'B'$. D. Đoạn thẳng BB' .
- Câu 30.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. O là trung điểm của đoạn thẳng AC' . Ảnh của đoạn thẳng BD qua phép đối xứng tâm O là
 A. Đoạn thẳng $A'C'$. B. Đoạn thẳng $B'D'$. C. Đoạn thẳng $A'B'$. D. Đoạn thẳng BB' .
- Câu 31.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua trung điểm của AC' và vuông góc với BB' . Ảnh của tứ giác $ADC'B'$ qua phép đối xứng mặt phẳng (P) là
 A. Tứ giác $ADC'B'$. B. Tứ giác $A'B'C'D'$. C. Tứ giác $ABC'D'$. D. Tứ giác $A'D'CB$.
- Câu 32.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Phát biểu nào sau đây là đúng
 A. Không tồn tại phép dời hình biến hình chóp $S.ABCD$ thành chính nó.
 B. Ảnh của hình chóp $S.ABCD$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AO}$ là chính nó.
 C. Ảnh của hình chóp $S.ABCD$ qua phép đối xứng mặt phẳng $(ABCD)$ là chính nó.
 D. Ảnh của hình chóp $S.ABCD$ qua phép đối xứng trục SO là chính nó.

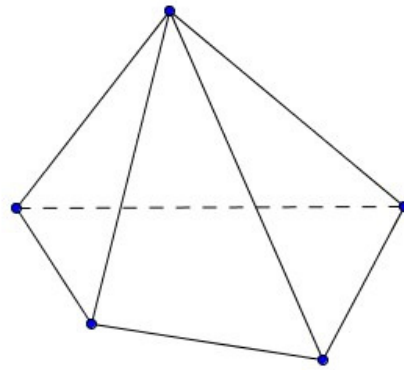
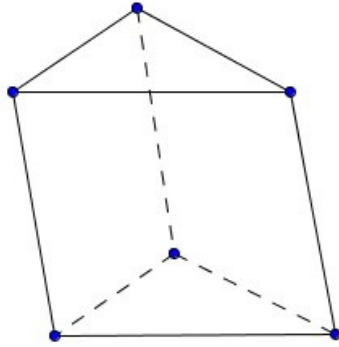
- Câu 33.** Số mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là
A. 10. B. 8. C. 6. D. 4.
- Câu 34.** Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là
A. 4. B. 6. C. 12. D. 9
- Câu 35.** Số mặt phẳng đối xứng của đa diện đều loại $\{4;3\}$ là
A. 9. B. 8. C. 7. D. 6.
- Câu 36.** Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến đường thẳng Δ thành đường thẳng Δ' cắt Δ khi và chỉ khi
A. $\Delta \subset (P)$. B. Δ cắt (P) .
C. Δ không vuông góc với (P) . D. Δ cắt (P) nhưng không vuông góc với (P) .
- Câu 37.** Hình chóp tứ giác đều có mấy mặt phẳng đối xứng?
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 38.** Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến đường thẳng d thành chính nó khi và chỉ khi
A. d song song với (P) . B. d nằm trên (P) .
C. d vuông góc với (P) . D. d nằm trên (P) hoặc d vuông góc với (P) .
- Câu 39.** Cho hai đường thẳng d và d' cắt nhau. Có bao nhiêu phép đối xứng qua mặt phẳng biến d thành d' ?
A. có một. B. có hai. C. không có. D. có vô số.
- Câu 40.** Cho hai đường thẳng d và d' phân biệt đồng phẳng. Có bao nhiêu phép đối xứng qua mặt phẳng biến d thành d' ?
A. không có. B. có một C. có hai. D. có một hoặc có hai.
- Câu 41.** Một hình hộp đứng có hai đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- Câu 42.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
B. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.
C. Tồn tại hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
D. Tồn tại hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
- Câu 43.** Cho khối chóp có đáy là n -giác. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Số cạnh của khối chóp bằng $n+1$. B. Số mặt của khối chóp bằng $2n$.
C. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n+1$. D. Số mặt của khối chóp bằng số đỉnh của nó.

Vấn đề 3: ĐA DIỆN LỖI, ĐA DIỆN ĐỀU

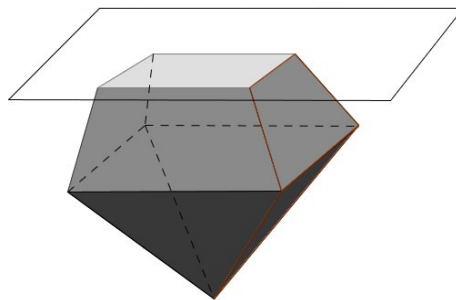
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. Khối đa diện lồi

- Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của (H) luôn thuộc (H) . Khi đó đa diện giới hạn (H) được gọi là đa diện lồi.

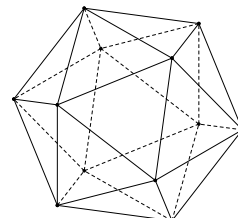
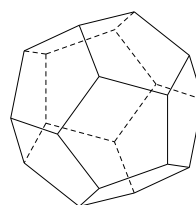
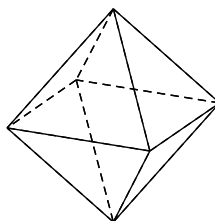
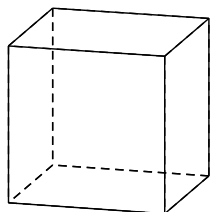
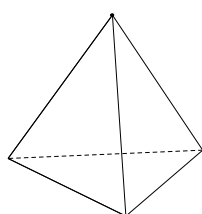


- Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó.



II. Khối đa diện đều

- Khối đa diện đều là khối đa diện lồi có tính chất sau đây:
 - ✓ Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.
 - ✓ Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.
- Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại $\{p; q\}$.
- **Định lí:** Chỉ có năm khối đa diện đều. Đó là:
 - ✓ Loại $\{3; 3\}$: khối tứ diện đều.
 - ✓ Loại $\{4; 3\}$: khối lập phương.
 - ✓ Loại $\{3; 4\}$: khối bát diện đều.
 - ✓ Loại $\{5; 3\}$: khối 12 mặt đều.
 - ✓ Loại $\{3; 5\}$: khối 12 mặt đều.



Khối tứ diện đều

Khối lập phương

Bát diện đều

Hình 12 mặt đều

Hình 20 mặt đều

• **Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều**

Loại	Hình	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
$\{3;3\}$		Tứ diện đều	4	6	4
$\{4;3\}$		Lập phương	8	12	6
$\{3;4\}$		Bát diện đều	6	12	8
$\{5;3\}$		Mười hai mặt đều	20	30	12
$\{3;5\}$		Hai mươi mặt đều	12	30	20

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1: Nhận biết về các khối đa diện lồi, đều

- Câu 1.** Số cạnh của tứ diện đều là
 A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.
- Câu 2.** Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có bao nhiêu mặt
 A. 6. B. 12. C. 5. D. 8.
- Câu 3.** Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây
 A. $\{3;3\}$. B. $\{3;4\}$. C. $\{4;3\}$. D. $\{5;3\}$
- Câu 4.** Khối lập phương là khối đa diện đều loại:
 A. $\{5;3\}$. B. $\{3;4\}$. C. $\{4;3\}$. D. $\{3;5\}$.
- Câu 5.** Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là:
 A. 14. B. 12. C. 10. D. 8.
- Câu 6.** Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?
 A. 3. B. 5. C. 20. D. Vô số.
- Câu 7.** Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều?
 A. Thập nhị diện đều. B. Nhị thập diện đều. C. Bát diện đều. D. Tứ diện đều.
- Câu 8.** Số cạnh của một bát diện đều là:
 A. 12. B. 8. C. 10. D. 16.
- Câu 9.** Mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của bao nhiêu cạnh?
 A. 3. B. 5. C. 8. D. 4.
- Câu 10.** Mỗi đỉnh của nhị thập diện đều là đỉnh chung của bao nhiêu cạnh?
 A. 20. B. 12. C. 8. D. 5.
- Câu 11.** Khối mười hai mặt đều thuộc loại
 A. $\{5;3\}$. B. $\{3;5\}$. C. $\{4;3\}$. D. $\{3;4\}$.

- Câu 12.** Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có số cạnh là:
 A. 14. B. 12. C. 10. D. 8.
- Câu 13.** Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có số đỉnh là:
 A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.
- Câu 14.** Số cạnh của một hình bát diện đều là:
 A. Tám. B. Mười. C. Mười hai. D. Mười sáu.
- Câu 15.** Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh
 A. 8. B. 6. C. 9. D. 7.
- Câu 16.** Hình mười hai mặt đều thuộc loại khối đa diện nào sau đây ?
 A. $\{3;3\}$. B. $\{4;3\}$. C. $\{3;5\}$. D. $\{5;3\}$.
- Câu 17.** Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là:
 A. Mười hai. B. Mười sáu. C. Hai mươi. D. Ba mươi.
- Câu 18.** Hình mười hai mặt đều có bao nhiêu mặt
 A. 20. B. 28. C. 12. D. 30.
- Câu 19.** Số cạnh của hình mười hai mặt đều là:
 A. Mười hai. B. Mười sáu. C. Hai mươi. D. Ba mươi.
- Câu 20.** Số đỉnh của hình 20 mặt đều là:
 A. Mười hai. B. Mười sáu. C. Hai mươi. D. Ba mươi.
- Câu 21.** Số đỉnh và số cạnh của hình hai mươi mặt là tam giác đều:
 A. 24 đỉnh và 24 cạnh. B. 24 đỉnh và 30 cạnh.
 C. $\{p;q\}$ đỉnh và 30 cạnh. D. 12 đỉnh và 24 cạnh.
- Câu 22.** Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều là
 A. Các đỉnh của một hình tứ diện đều. B. Các đỉnh của một hình bát diện đều.
 C. Các đỉnh của một hình mười hai mặt đều. D. Các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.
- Câu 23.** Khối đa diện đều có tính chất nào sau đây:
 A. Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.
 B. Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.
 C. Cả 2 đáp án trên.
 D. Chỉ cần thỏa mãn một trong hai phát biểu câu A hoặc câu D.
- Câu 24.** Tâm các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của hình
 A. Bát diện đều. B. Tứ diện đều. C. Lục bát đều. D. Ngũ giác đều.
- Câu 25.** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
 A. Tâm tất cả các mặt của 1 hình lập phương thì tạo thành một hình lập phương.
 B. Tâm tất cả các mặt của 1 hình tứ diện đều thì tạo thành một hình tứ diện đều.
 C. Tâm tất cả các mặt của 1 hình tứ diện đều thì tạo thành một hình lập phương.
 D. Tâm tất cả các mặt của 1 hình lập phương thì tạo thành một hình tứ diện đều.
- Câu 26.** Cho khối lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng.
 A. Là khối đa diện đều loại $\{3;4\}$. B. Số đỉnh của khối lập phương bằng 6.
 C. Số mặt của khối lập phương bằng 6. D. Số cạnh của khối lập phương bằng 8.
- Câu 27.** Một hình lập phương có cạnh 4cm. Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh 1cm. Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?
 A. 8. B. 16. C. 24. D. 48.

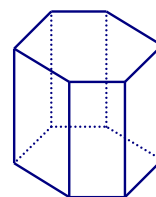
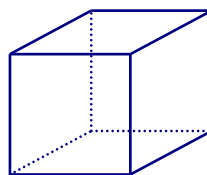
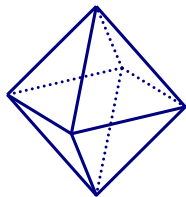
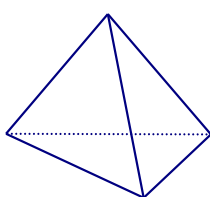
Câu 28. Một hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 8. B. 9. C. 6. D. 3.

Câu 29. Một tứ diện đều có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. 3. B. 6. C. 8. D. 9.

Câu 30. [ĐỀ MINH HỌA LẦN 2] Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



- A. Tứ diện đều. B. Bát diện đều. C. Hình lập phương. D. Lăng trụ lục giác đều.

Dạng 2. Tính toán một số thông tin liên quan đến các khối đa diện lồi, đều

Câu 31. Tổng độ dài của tất các cạnh của một tứ diện đều cạnh a .

- A. $4a$. B. $6a$. C. 6. D. 4.

Câu 32. Tính tổng diện tích các mặt của một khối bát diện đều cạnh a .

- A. $8a^2$. B. $8a^2\sqrt{3}$. C. $2a^2\sqrt{3}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{16}$.

Câu 33. Tính tổng độ dài các cạnh của một khối mười hai mặt đều cạnh 2.

- A. 8. B. 16. C. 24. D. 60.

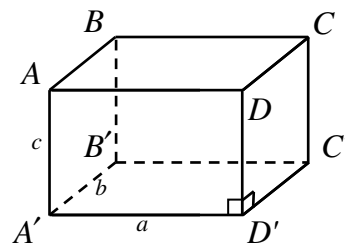
Câu 34. Tính tổng diện tích các mặt của một khối hai mươi mặt đều cạnh 2.

- A. $10\sqrt{3}$. B. $20\sqrt{3}$. C. 20. D. 10.

Vấn đề 3: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

I. Thể tích của khối đa diện.

- Hai khối đa diện bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
- Nếu một khối đa diện được phân chia thành nhiều khối đa diện nhỏ thì thể tích của nó bằng tổng thể tích của các khối đa diện đó.
- Khối lập phương có cạnh bằng 1 thì thể tích cũng bằng 1.

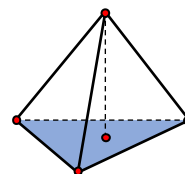


II. Thể tích của khối hộp chữ nhật

Khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a , b , c thì thể tích của nó là:

$$V = abc$$

Khối lập phương có cạnh bằng a có thể tích là: $V = a^3$



III. Thể tích của khối chóp

Khối chóp có diện tích đáy là $S_{\text{đáy}}$ và chiều cao là h thì thể tích V của nó là:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$$

Đặc biệt: nếu tứ diện $ABCD$ có AB , AC , AD đôi một vuông góc thì:

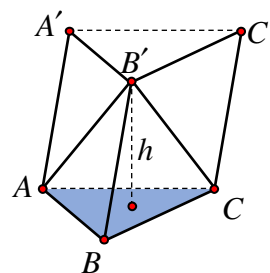
$$V = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD$$

IV. Thể tích của khối lăng trụ

Thể tích V của khối lăng trụ diện tích đáy là $S_{\text{đáy}}$ và chiều cao là h là:

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h$$

Lưu ý: Lăng trụ đứng có chiều cao cũng là cạnh bên.

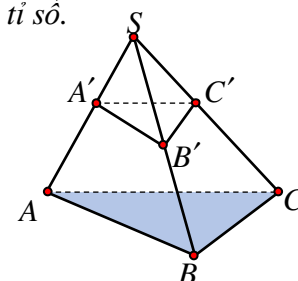


V. Tỷ số thể tích

- Tính thể tích của từ khối đa diện. Chú ý sự lắp ghép các khối đa diện $\Rightarrow$ tỷ số.

• Dùng công thức:
$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C'}} = \frac{SA \cdot SB \cdot SC}{SA' \cdot SB' \cdot SC'}$$

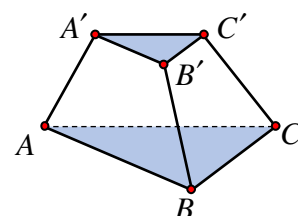
Chú ý: Ta chỉ dùng công thức này cho những khối chóp tam giác có chung đỉnh và chung cạnh bên.



VI. Hình chóp cụt $ABC.A'B'C'$

$$V = \frac{h}{3} (B + B' + \sqrt{BB'})$$

Với B, B', h là diện tích hai đáy và chiều cao.



C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Mặt bên (SAB) là tam giác cân, cạnh bên $SB = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Mặt bên (SAC) là tam giác cân và cạnh bên $SC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Hai cạnh bên $SB = a\sqrt{5}$ và $SC = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tam giác SBD là tam giác đều cạnh $a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

H1.2: Góc giữa cạnh bên và mặt đáy

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :

Ta có: $SA \perp (ABCD)$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SB lên $(ABCD)$ là AB

$$\Rightarrow (\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA} = \alpha$$

2. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :

Ta có: $SA \perp (ABCD)$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SD lên $(ABCD)$ là AD

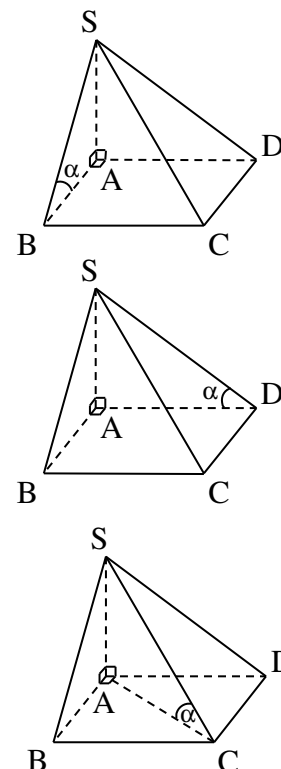
$$\Rightarrow (\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA} = \alpha$$

3. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :

Ta có: $SA \perp (ABCD)$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là AC

$$\Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} = \alpha$$



B. TOÁN MẪU

- Ví dụ 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và góc giữa cạnh bên SB và đáy bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a biết $SA = a$ và góc giữa cạnh bên SD và đáy bằng 60° .

Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a biết $SA = a$ và góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 45° .

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 30° . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của cạnh AB và AD . Tính thể tích của khối chóp $S.MBCN$ theo a .

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và đường cao $SA = \sqrt{3}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a và góc giữa các cạnh bên của hình chóp với đáy.

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$ và SA vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a biết $SC = 4a$.

[illegible]

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SB và mặt bên (SAD) bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a , biết $SA = a$.
- Bài 9.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh bên SD và mặt bên (SAB) bằng 30° . Gọi M là trung điểm của AB . Tính thể tích khối chóp $S.MBCD$ theo a .
- Bài 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh bên SC và mặt bên (SAB) bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

H1.4: Góc giữa mặt bên và mặt bên

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

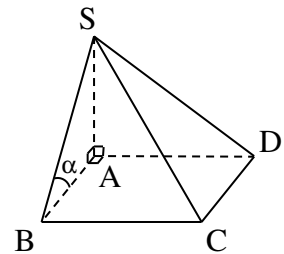
1. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :

Ta có: $BC \perp AB$ tại B (?)

$BC \perp SB$ tại B (?)

$$(SBC) \cap (ABCD) = BC$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABCD)}) = (\widehat{AB, SB}) = \widehat{SBA} = \alpha$$

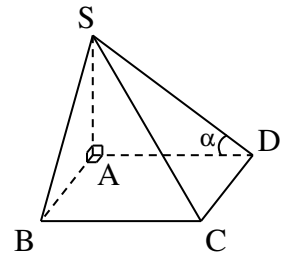
2. Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :

Ta có: $CD \perp AD$ tại D (?),

$CD \perp SD$ tại D (?)

$$(SCD) \cap (ABCD) = CD$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SCD), (ABCD)}) = (\widehat{AD, SD}) = \widehat{SDA} = \alpha$$

3. Góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :

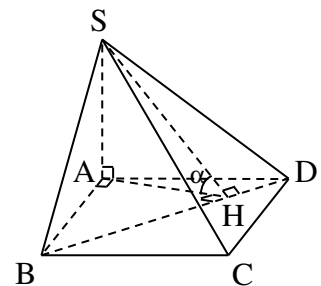
❖ Đáy $ABCD$ là hình chữ nhật:

Trong $(ABCD)$, vẽ $AH \perp BD$ tại $H \Rightarrow BD \perp SH$ (?)

$$\Rightarrow (\widehat{(SBD), (ABCD)}) = (\widehat{AH, SH}) = \widehat{SHA} = \alpha$$

⚠ Chú ý: Nếu $AB < AD$ thì điểm H ở gần B hơn

Nếu $AB > AD$ thì điểm H ở gần D hơn



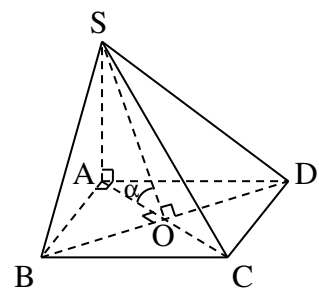
❖ Đáy $ABCD$ là hình vuông:

Gọi $O = AC \cap BD$

$$\Rightarrow AO \perp BD$$
 (?)

$$\Rightarrow BD \perp SO$$
 (?)

$$\Rightarrow (\widehat{(SBD), (ABCD)}) = (\widehat{SO, AO}) = \widehat{SOA} = \alpha$$



B. TOÁN MẪU

Ví dụ 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và góc giữa mặt bên (SCD) và đáy bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Ví dụ 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và góc giữa mặt phẳng (SBD) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Bài 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy, các mặt bên còn lại tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Bài 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Góc giữa mặt phẳng (SBD) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a , biết $BD = 2a\sqrt{2}$.

H1.5: Khoảng cách**A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI****1. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)**

Trong $mp(SAD)$, vẽ $AH \perp SD$ tại H

$$\Rightarrow AH \perp (SCD) (?) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$$

2. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD)

Vì $AB \parallel (SCD) (?)$ nên $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$ (xem dạng 1)

3. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

Trong $mp(SAB)$, vẽ $AH \perp SB$ tại H

$$\Rightarrow AH \perp (SBC) (?) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$$

4. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC)

Vì $AD \parallel (SBC) (?)$ nên $d(D, (SBC)) = d(A, (SBC))$ (xem dạng 3)

5. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD)

❖ Đáy $ABCD$ là hình chữ nhật:

- Trong $(ABCD)$, vẽ $AI \perp BD$ tại I

$$\Rightarrow BD \perp (SAI) (?)$$

- Trong (SAI) , vẽ $AH \perp SI$ tại H

$$\Rightarrow AH \perp (SBD) (?) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH$$

⚠ Chú ý: Nếu $AB < AD$ thì điểm I ở gần B hơn
Nếu $AB > AD$ thì điểm I ở gần D hơn

❖ Đáy $ABCD$ là hình vuông:

- Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow AO \perp BD$ (?)

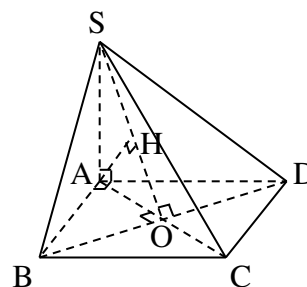
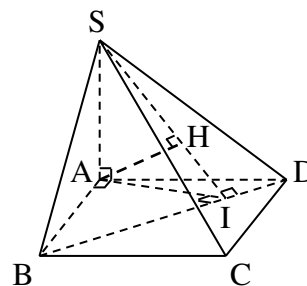
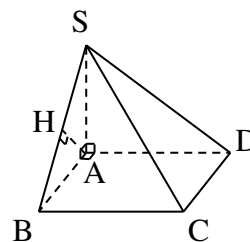
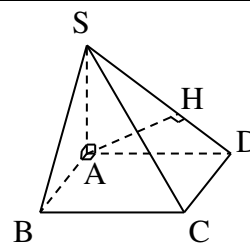
$$\Rightarrow BD \perp (SAO) (?)$$

- Trong (SAO) , vẽ $AH \perp SO$ tại H

$$\Rightarrow AH \perp (SBD) (?) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH$$

6. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD)

Vì O là trung điểm của AC nên $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$

**B. TOÁN MẪU**

Ví dụ 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. $AC = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy và góc giữa mặt bên (SBD) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) theo a .

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) theo a .

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a}{\sqrt{5}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Bài 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt bên (SAB) bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ B đến (SCD) theo a .

H2.2: Góc giữa cạnh bên và mặt đáy**A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI****1. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy $(ABCD)$:**

Ta có : $SA \perp ABCD$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SB lên $(ABCD)$ là AB

$$\Rightarrow (\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}$$

2. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$:

Ta có: $SA \perp ABCD$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SD lên $(ABCD)$ là AD

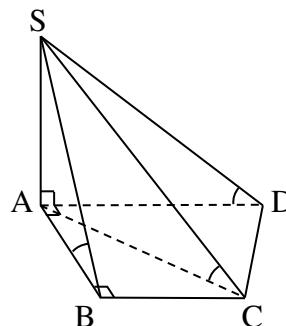
$$\Rightarrow (\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA}$$

3. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy $(ABCD)$:

Ta có: $SA \perp ABCD$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là AC

$$\Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$$

**B. TOÁN MẪU**

Ví dụ 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = a$, $AB = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và cạnh bên SC tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và cạnh bên SD tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Bài 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = DC = a$, $AB = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và cạnh bên SD tạo với đáy một góc 30° . Gọi M là trung điểm AB . Tính thể tích khối chóp $S.ADCM$ theo a .

H2.3: Góc giữa mặt bên và mặt bên

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABCD):

Ta có: $BC \perp AB$ tại B (?)

 $BC \perp SB$ tại B (?)

$$(SBC) \cap (ABCD) = BC$$

$$\Rightarrow \left(\widehat{(SBC), (ABCD)} \right) = \left(\widehat{AB, SB} \right) = \widehat{SBA}$$

2. Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy (ABCD):

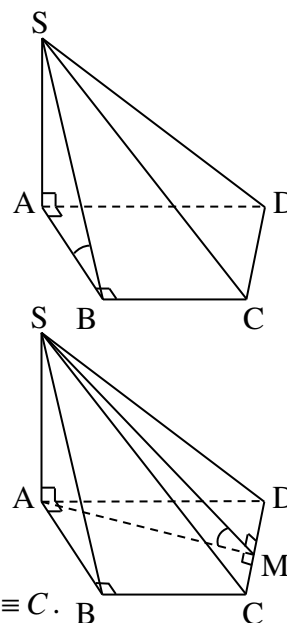
Trong $(ABCD)$, vẽ $AM \perp CD$ tại M

$$\Rightarrow SM \perp CD \text{ tai } M \text{ (?)}$$

Mà $(SCD) \cap (ABCD) = CD$

$$\Rightarrow \left(\widehat{(SCD), (ABCD)} \right) = \left(\widehat{AM, SM} \right) = \widehat{SMA} = \alpha$$

Chú ý: Nếu $AB = BC$ và $AD = 2BC$ thì $AC \perp CD$. Do đó $M \equiv C$.



B. TOÁN MẪU

Ví dụ 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với cạnh đáy và mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AD = 3a$, Cạnh bên SA vuông góc với đáy và mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Bài 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

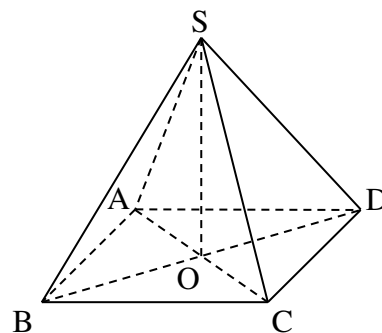
Bài 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = DC = a$, $AD = 4a$. Cạnh bên vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SDC) bằng $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) theo a .

HÌNH 3: Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$

H3.1: Đáy, đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Đáy: $ABCD$ là hình vuông
2. Đường cao: SO
3. Cạnh bên: $SA = SB = SC = SD$
4. Cạnh đáy: $AB = BC = CD = DA$
5. Mặt bên: $\triangle SAB, \triangle SBC, \triangle SCD, \triangle SAD$
là các tam giác cân tại S và bằng nhau.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 15. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên bằng a . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 22.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và tam giác SAC đều. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Bài 23.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tam giác SBD đều cạnh a . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 24.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $\widehat{ASC} = 60^\circ$ và cạnh bên bằng $2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Bài 25.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $\widehat{CSD} = 60^\circ$ và cạnh bên bằng a . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 26.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $\widehat{SAB} = 30^\circ$ và cạnh đáy bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

H3.2: Góc giữa cạnh bên và mặt đáy**A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI****1. Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy $(ABCD)$:**

Ta có: $SO \perp (ABCD)$ (?)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SA lên $(ABCD)$ là AO

$$\Rightarrow (\widehat{SA, (ABCD)}) = (\widehat{SA, AO}) = \widehat{SAO}$$

2. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy $(ABCD)$:

Tương tự $(\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, BO}) = \widehat{SBO}$

3. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy $(ABCD)$:

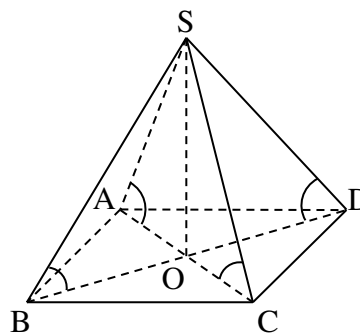
Tương tự $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, CO}) = \widehat{SCO}$

4. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$:

Tương tự $(\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, DO}) = \widehat{SDO}$

Chú ý: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = \widehat{SDO}$

$\rightarrow$ “Góc giữa các cạnh bên với mặt đáy bằng nhau”

**B. TOÁN MẪU**

Ví dụ 16. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên SA tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 27. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng a và cạnh bên SB tạo với đáy một góc 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Bài 28. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AC = a$ và cạnh bên SC tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Bài 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AC = a\sqrt{2}$ và cạnh bên bằng $\frac{a}{\sqrt{2}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a và góc giữa cạnh bên với đáy.

Bài 30. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích tam giác SAC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

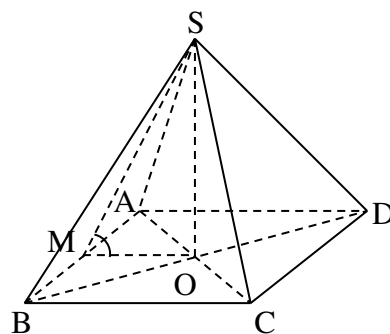
H3.3: Góc giữa mặt bên và mặt đáy**A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI****1. Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $OM \perp AB$ tại M (?)

$\Rightarrow AB \perp SM$ tại M (?)

Mà $(SAB) \cap (ABCD) = AB$

$\Rightarrow (\widehat{(SAB), (ABCD)}) = (\widehat{OM, SM}) = \widehat{SMO}$

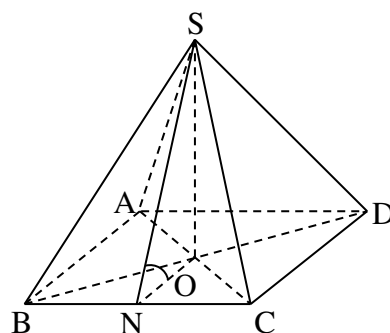
**2. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $ON \perp BC$ tại N (?)

$\Rightarrow BC \perp SN$ tại N (?)

Mà $(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABCD)}) = (\widehat{ON, SN}) = \widehat{SNO}$

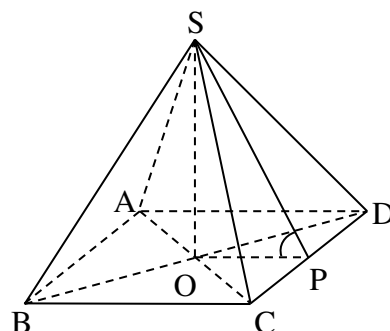
**3. Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $OP \perp CD$ tại P (?)

$\Rightarrow CD \perp SP$ tại P (?)

Mà $(SCD) \cap (ABCD) = CD$

$\Rightarrow (\widehat{(SCD), (ABCD)}) = (\widehat{OP, SP}) = \widehat{SPO}$

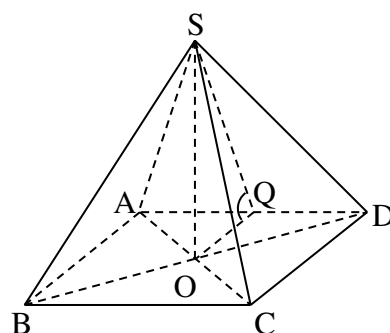
**4. Góc giữa mặt bên (SAD) và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $OQ \perp AD$ tại Q (?)

$\Rightarrow AD \perp SQ$ tại Q (?)

Mà $(SAD) \cap (ABCD) = AD$

$\Rightarrow (\widehat{(SAD), (ABCD)}) = (\widehat{OQ, SQ}) = \widehat{SQO}$



Chú ý: $\widehat{SMO} = \widehat{SNO} = \widehat{SPO} = \widehat{SQO}$

$\rightarrow$ “Góc giữa các mặt bên với mặt đáy bằng nhau”

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 17. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 31.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 32.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 33.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a và góc giữa mặt bên và đáy.

H3.4: Khoảng cách

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD)

Trong $(ABCD)$, vẽ $OM \perp CD$ tại $M \Rightarrow CD \perp (SOM)$ (?)

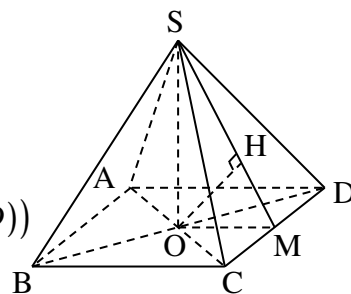
Trong (SOM) , vẽ $OH \perp SM$ tại $H \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH$

2. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)

Vì O là trung điểm của AC nên $d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$

3. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD)

Vì O là trung điểm của BD nên $d(B, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$



B. TOÁN MẪU

- Ví dụ 18.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{4a}{\sqrt{17}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

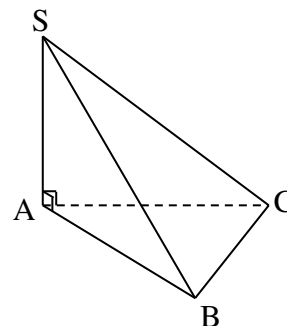
- Bài 34.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $2a$, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{4a}{\sqrt{17}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 35.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $2a$ và góc giữa mặt bên và đáy bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) .

HÌNH 4: Hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy (ABC)

H4.1: Đáy, đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. **Đáy:** tam giác ABC
 2. **Đường cao:** SA
 3. **Cạnh bên:** SA, SB, SC
 4. **Cạnh đáy:** AB, BC, CA
 5. **Mặt bên:** $\triangle SAB$ là tam giác vuông tại A .
 $\triangle SAC$ là tam giác vuông tại A .
- Chú ý:** Nếu $\triangle ABC$ vuông tại B thì $\triangle SBC$ vuông tại B
 Nếu $\triangle ABC$ vuông tại C thì $\triangle SBC$ vuông tại C



B. TOÁN MẪU

Ví dụ 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có AB, AC, SA vuông góc với nhau từng đôi một, $BC = 5a$, $SB = a\sqrt{13}$, $SC = 2a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 36.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , SA vuông góc đáy, $SB = 2a$, $AB = a$, $BC = 3a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Bài 37.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, $SA = a$, $SB = a\sqrt{10}$, $SC = a\sqrt{26}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .
- Bài 38.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, $BC = a$, $AC = 2a$, $SC = 3a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Bài 39.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , SA vuông góc với đáy, $SA = 3a$, $BC = 2a$, góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .
- Bài 40.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

H4.2: Góc giữa cạnh bên và mặt đáy**A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI****1. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABC) :**

Ta có: $SA \perp (ABC)$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SB lên (ABC) là AB

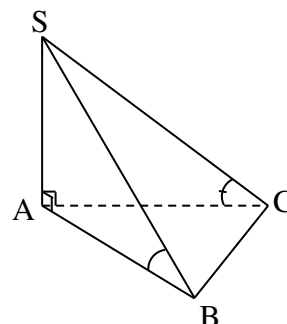
$\Rightarrow (\widehat{SB, (ABC)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}$

2. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABC) :

Ta có: $SA \perp (ABC)$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên (ABC) là AC

$\Rightarrow (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$

**B. TOÁN MẪU**

Ví dụ 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, $SA = 2a$, SB và SC lần lượt tạo với đáy một góc 30° và 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có AB, AC, SA vuông góc với nhau từng đôi một, $AB = a$, $BC = 4a$ góc giữa cạnh bên SB và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Bài 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$, $AC = 5a$, SB tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Bài 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác vuông tại B , hai mặt bên (SAB) và (SAC) vuông góc với đáy, $AB = a$, $AC = 3a$, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Bài 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc đáy, $SB = SC$, $SA = 4a$, $BC = 2a$ và góc giữa cạnh bên SB và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Bài 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với đáy, cạnh bên SC tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

H4.3: Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC)**A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI****1. Tam giác ABC vuông tại B**Ta có: $BC \perp AB$ tại B (?) $BC \perp SB$ tại B (?)

$$(SBC) \cap (ABC) = BC$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AB, SB}) = \widehat{SBA}$$

2. Tam giác ABC vuông tại CTa có: $BC \perp AC$ tại C (?) $BC \perp SC$ tại C (?)

$$(SBC) \cap (ABC) = BC$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AC, SC}) = \widehat{SCA}$$

3. Tam giác ABC vuông tại ATrong (ABC) , vẽ $AM \perp BC$ tại M (?) $\Rightarrow BC \perp SM$ tại M (?)

$$(SBC) \cap (ABC) = BC$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AM, SM}) = \widehat{SMA}$$

Chú ý: ♦ M không là trung điểm BC ♦ Nếu $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$ thì M ở trên đoạn BC và gần B hơn♦ Nếu $\widehat{ABC} < \widehat{ACB}$ thì M ở trên đoạn BC và gần C hơn♦ Nếu $AB > AC$ thì M ở trên đoạn BC và gần C hơn♦ Nếu $AB < AC$ thì M ở trên đoạn BC và gần B hơn**4. Tam giác ABC cân tại A (hoặc đều)**Gọi M là trung điểm BC $\Rightarrow BC \perp AM$ tại M (?) $\Rightarrow BC \perp SM$ tại M (?)

$$\text{Mà } (SBC) \cap (ABC) = SM$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AM, SM}) = \widehat{SMA}$$

5. Tam giác ABC có $\widehat{ABC} > 90^\circ$ Trong (ABC) , vẽ $AM \perp BC$ tại M (?) $\Rightarrow BC \perp SM$ tại M (?)

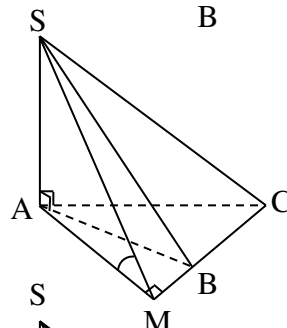
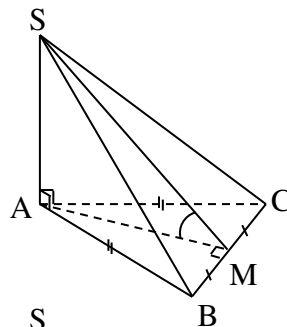
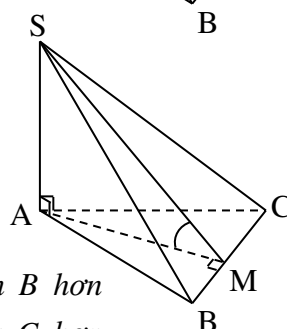
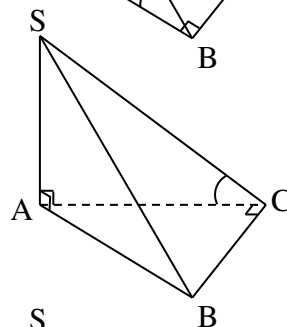
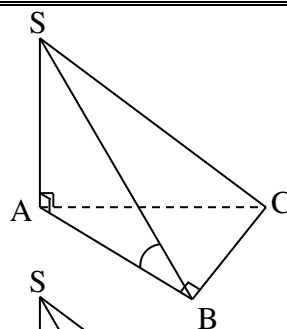
$$(SBC) \cap (ABC) = BC$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AM, SM}) = \widehat{SMA}$$

Chú ý: M nằm ngoài đoạn BC và ở về phía B **6. Tam giác ABC có $\widehat{ACB} > 90^\circ$** Trong (ABC) , vẽ $AM \perp BC$ tại M (?) $\Rightarrow BC \perp SM$ tại M (?)

$$(SBC) \cap (ABC) = BC$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AM, SM}) = \widehat{SMA}$$

Chú ý: M nằm ngoài đoạn BC và ở về phía C 

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$, $BC = 3a$, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, $SA = 3a$, $BC = 2a$, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 46.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên SBC và đáy bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Bài 47.** Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác cân tại B , SA vuông góc với đáy, $SA = a$, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp, biết $\widehat{ABC} = 120^\circ$.
- Bài 48.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, $AB = a$, $AC = 2a$, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Ví dụ 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy, $SA = a$, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a , biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$.

This image shows a full page of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a template for handwriting practice or general writing. There are no margins, text, or other markings on the page.

Bài 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , hai mặt bên (SAB) và (SAC) vuông góc với đáy, $SA = 3a$, $BC = 2a$, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) theo a .

Bài 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy, $SA = 3a$, $AC = 4a$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

Bài 51. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc đáy, 2 cạnh bên SB và SC tạo với (SBC) bằng $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

Bài 52. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{3}$, 2 mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3a}{\sqrt{10}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

HÌNH 5: Hình chóp tam giác đều $S.ABC$

H5.1: Đáy, đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. **Đáy:** Tam giác ABC đều

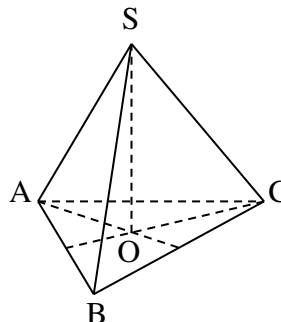
2. **Đường cao:** SO

3. **Cạnh bên:** $SA = SB = SC$

4. **Cạnh đáy:** $AB = BC = CA$

5. **Mặt bên:** $\triangle SAB, \triangle SBC, \triangle SCA$

là các tam giác cân tại S và bằng nhau.



Gọi O là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$

🔗 **Chú ý:** *Tứ diện đều $S.ABC$ là hình chóp có mặt đáy và các mặt bên là những tam giác đều bằng nhau.*

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 25. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Ví dụ 26. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có Cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 53. Tính thể tích khối tứ diện đều $S.ABC$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$.

Bài 54. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng $2a$ và chiều cao bằng a . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

H5.3: Góc giữa mặt bên và mặt đáy**A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI****1. Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy (ABC):**Ta có: $OM \perp AB$ tại M (?) $\Rightarrow AB \perp SM$ tại M (?)Mà $(SAB) \cap (ABC) = AB$

$$\Rightarrow (\widehat{(SAB), (ABC)}) = (\widehat{OM, SM}) = \widehat{SMO}$$

2. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC):Ta có: $ON \perp BC$ tại N (?) $\Rightarrow BC \perp SN$ tại N (?)Mà $(SBC) \cap (ABC) = BC$

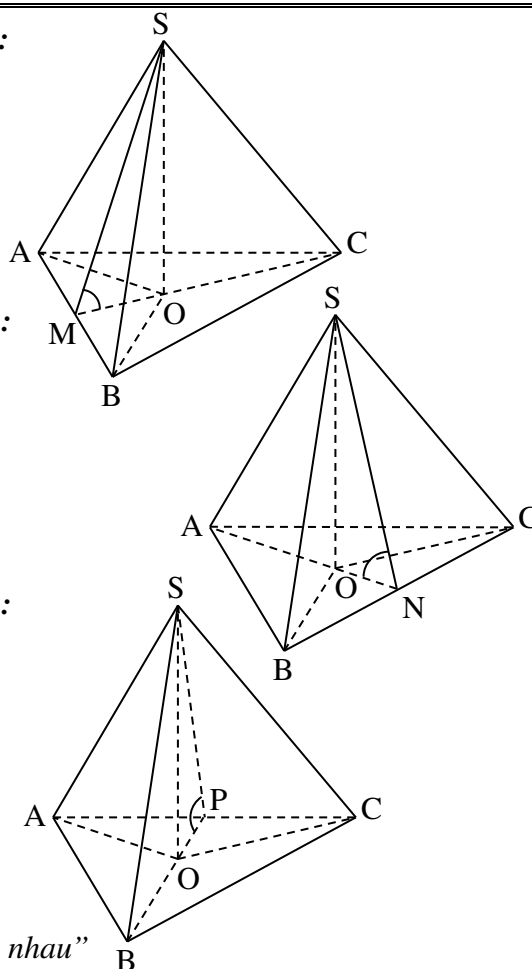
$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{ON, SN}) = \widehat{SNO}$$

3. Góc giữa mặt bên (SAC) và mặt đáy (ABC):Ta có: $OP \perp AC$ tại P (?) $\Rightarrow AC \perp SP$ tại P (?)Mà $(SAC) \cap (ABC) = AC$

$$\Rightarrow (\widehat{(SAC), (ABC)}) = (\widehat{OP, SP}) = \widehat{SPO}$$

☞ **Chú ý:** $\boxed{\widehat{SMO} = \widehat{SNO} = \widehat{SPO}}$

$\rightarrow$ “Góc giữa các mặt bên với mặt đáy bằng nhau”

**B. TOÁN MẪU**

Ví dụ 28. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 58. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có chiều cao bằng a và mặt bên tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Bài 59. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết đường cao của đáy bằng $a\sqrt{3}$, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

H5.4: Khoảng cách

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB)

- Trong (ABC) , vẽ $OM \perp AB$ tại M

$$\Rightarrow AB \perp (SOM) \text{ (?)}$$

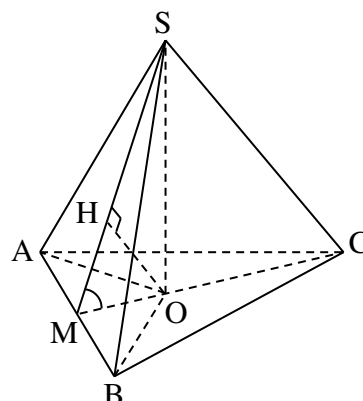
- Trong (SOM) , vẽ $OH \perp SM$ tại H

$$\Rightarrow d(O, (SAB)) = OH$$

2. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB)

Vì O là trọng tâm của ΔABC nên $\frac{MC}{MO} = 3$

$$\Rightarrow d(C, (SAB)) = \frac{MC}{MO} \cdot d(O, (SAB)) = 3 d(O, (SAB))$$



B. TOÁN MẪU

Ví dụ 29. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có chiều cao bằng $2a$, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° .

Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) theo a .

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 60. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết đường cao đáy bằng $a\sqrt{3}$, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

Bài 61. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 2a$, $AB = a$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ M tới mặt phẳng (SAB) .

Bài 62. Cho hình chóp đều $A.BCD$ có $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Tính thể tích khối chóp $A.BCD$ theo a và khoảng cách giữa hai đường thẳng BM , AD .

HÌNH 6a: Hình chóp S.ABC có một mặt bên (SAB) vuông góc với đáy (ABCD)

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

“Luôn luôn vẽ SH vuông góc với giao tuyến”

H6a.1 - Góc giữa cạnh bên và mặt đáy

- Vẽ $SH \perp AB$ tại H

Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

➤ **Chú ý:** Tùy đặc điểm của tam giác SAB để xác định đúng vị trí của điểm H trên đường thẳng AB.

1. Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy (ABC):

Ta có: $SH \perp (ABC)$ (?)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SA lên (ABC) là AH

$$\Rightarrow (\widehat{SA, (ABC)}) = (\widehat{SA, AH}) = \widehat{SAH}$$

2. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABC):

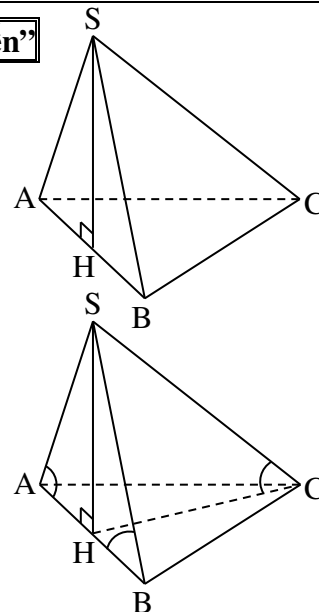
Ta có: $SH \perp (ABC)$ (?)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SB lên (ABC) là BH $\Rightarrow (\widehat{SB, (ABC)}) = (\widehat{SB, BH}) = \widehat{SBH}$

3. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABC):

Ta có: $SH \perp (ABC)$ (?)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên (ABC) là CH $\Rightarrow (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, CH}) = \widehat{SCH}$



H6a.2 - Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

- Vẽ $SH \perp AB$ tại H

- Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

➤ **Chú ý:** Tùy đặc điểm của tam giác SAB để xác định đúng vị trí của điểm H trên đường thẳng AB.

1. Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy (ABC):

Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $(\widehat{(SAB), (ABC)}) = 90^\circ$

2. Góc giữa mặt bên (SAC) và mặt đáy (ABC):

Vẽ $HM \perp AC$ tại M

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HM \perp AC \\ SH \perp AC \end{array} \right\}$

$\Rightarrow AC \perp (SHM)$, mà $SM \subset (SHM) \Rightarrow SM \perp AC$

$$\Rightarrow (\widehat{(SAC), (ABC)}) = (\widehat{HM, SM}) = \widehat{SMH}$$

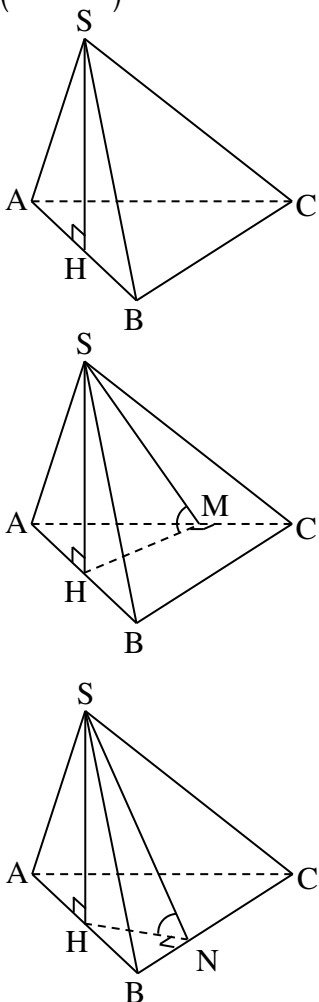
3. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC):

Vẽ $HN \perp BC$ tại N

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HN \perp BC \\ SH \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SHN),$

mà $SN \subset (SHN) \Rightarrow SN \perp BC$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{HN, SN}) = \widehat{SNH}$$



- Bài 63.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = 2$, $AC = 4$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của đoạn thẳng AC . Cạnh bên SA tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .
- Bài 64.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh BC sao cho $HC = 2HB$, góc giữa SA với (ABC) bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB .
- Bài 65.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $3a$, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $AB = 3AH$. Góc tạo bởi SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .
- Bài 66.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB , biết rằng $SH = a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (MAC) , trong đó M là trung điểm của cạnh SB .

HÌNH 6b: Hình chóp S.ABCD có một mặt bên (SAB) vuông góc với đáy (ABCD) và ABCD là hình chữ nhật hoặc hình vuông

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

“Luôn luôn vẽ SH vuông góc với giao tuyến”

H6b.1 - Góc giữa cạnh bên và mặt đáy

- Vẽ $SH \perp AB$ tại H
 - Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$
- **Chú ý:** Tùy đặc điểm của tam giác SAB để xác định đúng vị trí của điểm H trên đường thẳng AB.

1. Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy (ABCD):

Ta có: $SH \perp (ABCD)$ (?)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SA lên (ABCD) là AH $\Rightarrow (\widehat{SA, (ABCD)}) = (\widehat{SA, AH}) = \widehat{SAH}$

2. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABCD):

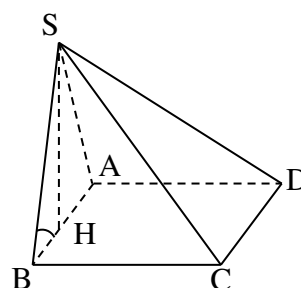
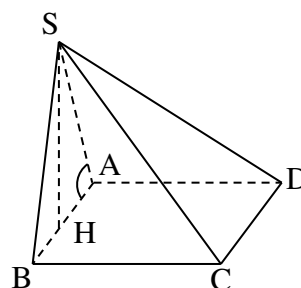
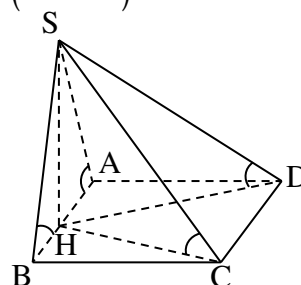
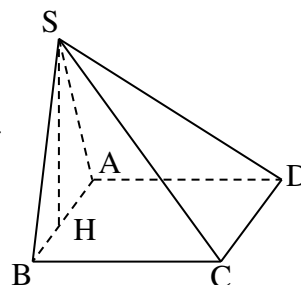
Tương tự $(\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, BH}) = \widehat{SBH}$

3. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABCD):

Tương tự $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, CH}) = \widehat{SCH}$

4. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy (ABCD):

Tương tự $(\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, DH}) = \widehat{SDH}$



H6b.2 - Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

1. Góc giữa mặt bên (SAD) và mặt đáy (ABCD):

Ta có: $HA \perp AD$ (?)

$SH \perp AD$ (?)

$\Rightarrow AD \perp (SHA) \Rightarrow AD \perp SA$

Mà $(SAD) \cap (ABCD) = AD \Rightarrow (\widehat{(SAD), (ABCD)}) = (\widehat{SA, AH}) = \widehat{SAH}$

2. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABCD):

Ta có: $BA \perp BC$ (?)

$SH \perp BC$ (?)

$\Rightarrow BC \perp (SHB) \Rightarrow BC \perp SB$

Mà $(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABCD)}) = (\widehat{SB, AH}) = \widehat{SBH}$

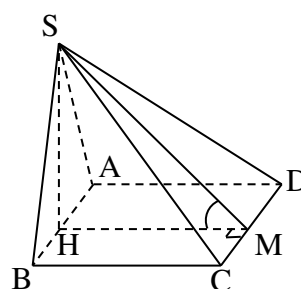
3. Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy (ABCD):

Trong (ABCD), vẽ $HM \perp CD$ tại M

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HM \perp CD \\ SH \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SHM) \Rightarrow CD \perp SM$

Mà $(SCD) \cap (ABCD) = CD$

$\Rightarrow (\widehat{(SCD), (ABCD)}) = (\widehat{HM, SM}) = \widehat{SMH}$



Bài 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với cạnh $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB , SC tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SCD) .

- Bài 71.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H thuộc đoạn AB sao cho $BH = 2AH$. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) .
- Bài 72.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD .
- Bài 73.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Các cạnh $AB = BC = 2a$, $AD = a$, tam giác SBC đều, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và DC .
- Bài 74.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .
- Bài 75.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD , SB theo a .
- Bài 76.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA .

HÌNH 7: Hình lăng trụ

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

① Lăng trụ có:

- Hai đáy song song và là 2 đa giác bằng nhau
- Các cạnh bên song song và bằng nhau
- Các mặt bên là các hình bình hành

② Lăng trụ đứng là lăng trụ có các **cạnh bên vuông góc** với đáy

③ Lăng trụ tam giác đều là lăng trụ **đứng**, có đáy là **tam giác đều**

④ Lăng trụ có đáy là tam giác đều là lăng trụ **xiên**, có đáy là tam giác đều

⑤ Lăng trụ tứ giác đều là lăng trụ **đứng**, có đáy là **hình vuông**

⑥ Lăng trụ có đáy là tứ giác đều là lăng trụ **xiên**, có đáy là hình vuông

⑦ Hình hộp là hình lăng trụ **xiên**, có đáy là **hình bình hành**

⑧ Hình hộp đứng là lăng trụ **đứng**, có đáy là **hình bình hành**

⑨ Hình hộp chữ nhật là lăng trụ **đứng**, có đáy là **hình chữ nhật**

⑩ Hình lập phương là lăng trụ **đứng**, có đáy và các mặt bên là **hình vuông**.

⑪ Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

- Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) :

Vẽ $AM \perp BC$ tại M

$$\Rightarrow A'M \perp BC \quad (?)$$

$$\Rightarrow (\widehat{(A'BC), (ABC)}) = \widehat{AMA'}$$

- **Chú ý:** Tùy đặc điểm của tam giác ABC để xác định đúng vị trí của điểm M trên đường thẳng BC .

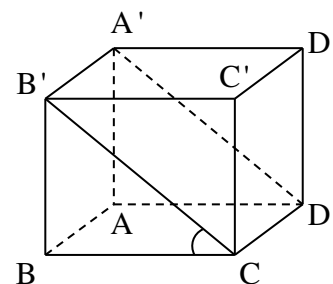
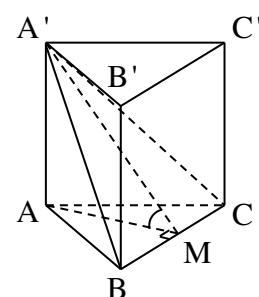
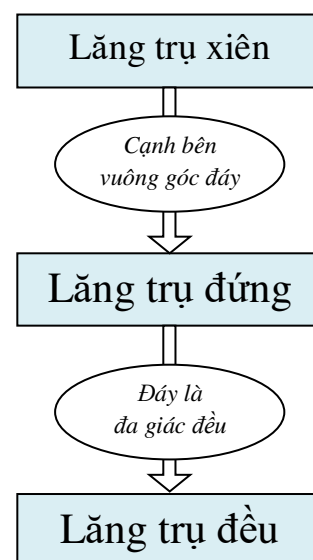
⑫ Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- Góc giữa $(A'B'CD)$ và $(ABCD)$:

Ta có: $BC \perp CD$

$$\Rightarrow CD \perp B'C \quad (?)$$

$$\Rightarrow (\widehat{(A'B'CD), (ABCD)}) = \widehat{BCB'}$$



B. TOÁN MẪU

Ví dụ 32. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, BC' hợp với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

Ví dụ 34. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết AB hợp với đáy $ABCD$ một góc 30° . Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo a .

Ví dụ 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ và tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 77.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết đường cao của đáy bằng $a\sqrt{3}$, góc giữa cạnh bên và đáy bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) theo a .
- Bài 78.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A . Biết chiều cao của lăng trụ là $3a$ và mặt bên $AA'B'B$ có đường chéo là $5a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .
- Bài 79.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$. Biết $A'B$ hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .
- Bài 80.** Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và đường chéo BD' hợp với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ theo a .
- Bài 81.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .
- Bài 82.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30° và diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- Bài 83.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là tâm O của tam giác ABC , góc giữa cạnh bên AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Chứng minh tứ giác $BB'C'C$ là hình chữ nhật và tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- Bài 84.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . A' cách đều ba điểm A, B, C và $AA' = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- Bài 85.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = a\sqrt{7}$, $AA' = a$, $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với $(ABCD)$ một góc 45° và 60° . Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.
- Bài 86.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên bằng $8a$ và hợp với đáy một góc 30° . Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.
- Bài 87.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

BÀI TẬP TỔNG HỢP VẤN ĐỀ 3

- Bài 88.** [TNPT 2006] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SB bằng $a\sqrt{3}$.
- 1) Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
 - 2) Chứng minh trung điểm của cạnh SC là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- Bài 89.** [TNPT 2007] Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại đỉnh B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết $SA = AB = BC = a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.
- Bài 90.** [TNPT 2008] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC .
- 1) Chứng minh SA vuông góc với BC .
 - 2) Tính thể tích của khối chóp $S.ABI$ theo a .
- Bài 91.** [TNPT 2009] Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$, tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .
- Bài 92.** [TNPT 2010] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 93.** [TNPT 2011] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = a$, $AB = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 94.** [TNPT 2012] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .
- Bài 95.** [TNPT 2013] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 96.** [ĐBĐH 2002 Khối A] Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$, biết $AB = a$, $AC = b$, $AD = c$ và $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 60^\circ$.
- Bài 97.** [CDSP NHA TRANG - 02] Trên các tia Ox , Oy , Oz đôi một vuông góc với nhau lần lượt lấy các điểm khác O là M , N và S với $OM = m$, $ON = n$ và $OS = a$. Cho a không đổi, m và n thay đổi sao cho $m + n = a$.
- a) Tính thể tích khối chóp $S.OMN$. Xác định vị trí của các điểm M và N sao cho thể tích trên đạt giá trị lớn nhất.
 - b) Chứng minh: $\widehat{OSM} + \widehat{MSN} + \widehat{NSO} = 90^\circ$.
- Bài 98.** [ĐBĐH 2003 Khối B] Cho hình chóp đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a , mặt bên tạo với đáy một góc φ ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) .
- Bài 99.** [ĐH 2004 Khối B] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng φ ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$). Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ theo φ . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a và φ .

- Bài 100.** [DBĐH 2006 Khối A] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh SA vuông góc với đáy, cạnh SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Mặt phẳng (BCM) cắt cạnh SD tại N . Tính thể tích khối chóp $S.BCNM$.
- Bài 101.** [DBĐH 2006 Khối D] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi SH là đường cao của hình chóp. Khoảng cách từ trung điểm I của SH đến mặt phẳng bên (SBC) bằng b . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Bài 102.** [DBĐH 2006 Khối B] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, SA vuông góc với mp($ABCD$), $SA = a$. Gọi C' là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) đi qua AC' và song song với BD , cắt các cạnh SB , SD của hình chóp lần lượt tại B' , D' . Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$.
- Bài 103.** [ĐH 2006 Khối A] Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Trên đường tròn tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $OO'AB$.
- Bài 104.** [ĐH 2006 Khối B] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và SC . I là giao điểm của BM và AC . Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB) . Tính thể tích của khối tứ diện $ANIB$.
- Bài 105.** [ĐH 2006 Khối D] Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M , N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng SB và SC . Tính thể tích của khối chóp $A.BCNM$.
- Bài 106.** [ĐH 2007 Khối A] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , BC , CD . Chứng minh AM vuông góc với BP và tính thể tích của khối tứ diện $CMNP$.
- Bài 107.** [ĐH 2007 Khối B] Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm SA , M là trung điểm của AE , N là trung điểm của BC . Chứng minh MN vuông góc với BD và tính (theo a) khoảng cách giữa hai đường thẳng MN , AC .
- Bài 108.** [ĐH 2007 Khối D] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 90^\circ$, $BA = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB , Chứng minh tam giác SCD vuông và tính (theo a) khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) .
- Bài 109.** [DBĐH 2007 Khối A] Cho hình chóp $S.ABC$ có góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° , ABC và SBC là các tam giác đều cạnh a . Tính theo a khoảng cách từ đỉnh B đến mp(SAC).

- Bài 110.** [DBĐH 2007 Khối B] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , SA vuông góc với hình chóp. Cho $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A lên SB , SD . Chứng minh $SC \perp (AHK)$ và tính thể tích hình chóp $OAHK$.
- Bài 111.** [DBĐH 2007 Khối B] Trong mặt phẳng (P) cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ và điểm C thuộc nửa đường tròn đó sao cho $AC = R$. Trên đường thẳng vuông góc với (P) tại A lấy điểm S sao cho góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Gọi H , K lần lượt là hình chiếu của A trên SB , SC . Chứng minh ΔAHK vuông và tính V_{SABC} ?
- Bài 112.** [CĐKT-CN HCM 07] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$; $AC = BD = b$; $AD = BC = c$. Tính thể tích của tứ diện đó.
- Bài 113.** [ĐHSG HỆ CĐ 07] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC và khoảng cách từ G đến mặt bên SCD bằng $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. Tính khoảng cách từ tâm O của đáy đến mặt bên SCD và thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Bài 114.** [CĐ KTĐN 07] Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Biết thể tích là $V = \frac{9a^3\sqrt{2}}{2}$. Tính độ dài cạnh của hình chóp.
- Bài 115.** [CĐ KT CAO THẮNG 07] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SB .
- Chứng minh mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SBC) .
 - Tính thể tích khối tứ diện $MABC$.
- Bài 116.** [ĐH 2008 Khối A] Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $A'C = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính theo a thể tích khối chóp $A'.ABC$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$.
- Bài 117.** [ĐH 2008 Khối B] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , BC . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.BMDN$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM , DN .
- Bài 118.** [ĐH 2008 Khối D] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM , $B'C'$.
- Bài 119.** [CĐ 2008] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90^\circ$, $AB = BC = a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA , SD . Chứng minh rằng $BCNM$ là hình chữ nhật và tính thể tích của khối chóp $S.BCNM$ theo a .
- Bài 120.** [DBĐH 2008 Khối A] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại đỉnh B , $BA = BC = 2a$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy (ABC) là trung điểm E của AB và $SE = 2a$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm của EC , SC ; M là điểm di động trên tia đối của tia BA sao cho $\widehat{ECM} = \alpha$ ($\alpha < 90^\circ$) và H là hình chiếu vuông góc của S trên MC . Tính thể tích của khối tứ diện $EHIJ$ theo a , α và tìm α để thể tích đó lớn nhất.

- Bài 121. [DBĐH 2008 Khối A]** Cho hình chóp $S.ABC$ mà mỗi mặt bên là một tam giác vuông, $SA = SB = SC = a$. Gọi N, M, E lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC ; D là điểm đối xứng của S qua E ; I là giao điểm của đường thẳng AD với mặt phẳng (SMN) . Chứng minh rằng AD vuông góc với SI và tính theo a thể tích của khối tứ diện $MBSI$.
- Bài 122. [DBĐH 2008 Khối A]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích khối tứ diện $SACD$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SB, AC .
- Bài 123. [DBĐH 2008 Khối B]** Cho tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC và ABD là các tam giác đều cạnh a , các mặt ACD và BCD vuông góc với nhau. Hãy tính theo a thể tích khối tứ diện $ABCD$ và tính số đo của góc giữa hai đường thẳng AD, BC .
- Bài 124. [DBĐH 2008 Khối B]** Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC = 4BM, AC = 3AP, BD = 2BN$. Mặt phẳng (MNP) cắt AD tại Q . Tính tỉ số $\frac{AQ}{AD}$ và tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi mặt phẳng (MNP) .
- Bài 125. [DBĐH 2008 Khối B]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B , $AB = a, SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng qua A vuông góc với SC cắt SB, SC lần lượt tại H, K . Tính theo a thể tích khối tứ diện $SAHK$.
- Bài 126. [ĐH 2009 Khối A]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 2a, CD = a$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của cạnh AD . Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Bài 127. [ĐH 2009 Khối B]** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, góc giữa đường thẳng BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° , tam giác ABC vuông tại C và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính thể tích khối tứ diện $A'ABC$ theo a .
- Bài 128. [ĐH 2009 Khối D]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a, AA' = 2a, A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A'C'$, I là giao điểm của AM và $A'C$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $IABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (IBC) .
- Bài 129. [CĐ 2009]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh $AB = a, SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và CD . Chứng minh rằng đường thẳng MN vuông góc với đường thẳng SP . Tính theo a thể tích của khối tứ diện $AMNP$.
- Bài 130. [ĐH 2010 Khối A]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD , H là giao điểm của CN và DM . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.CDNM$ và khoảng cách giữa đường thẳng DM và SC theo a .

- Bài 131.** [ĐH 2010 Khối B] Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ theo a .
- Bài 132.** [ĐH 2010 Khối D] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a$, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AC , $AH = \frac{AC}{4}$. Gọi CM là đường cao của tam giác SAC . Chứng minh M là trung điểm của SA và tính thể tích khối tứ diện $SMBC$ theo a .
- Bài 133.** [CĐ 2010] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = SB$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
- Bài 134.** [ĐH 2011 Khối A] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 2a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M là trung điểm của AB , mặt phẳng qua SM và song song với BC , cắt AC tại N . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.BCMN$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN theo a .
- Bài 135.** [ĐH 2011 Khối B] Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm AC và BD . Góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối trụ đã cho và khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) theo a .
- Bài 136.** [ĐH 2011 Khối D] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) theo a .
- Bài 137.** [CĐ 2011] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Tính thể tích của khối chóp $S.ABM$ theo a .
- Bài 138.** [ĐH 2012 Khối A] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a .
- Bài 139.** [ĐH 2012 Khối B] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với $SA = 2a$, $AB = a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SC . Chứng minh S vuông góc với mặt phẳng (ABH) . Tính thể tích của khối chóp $S.ABH$ theo a .
- Bài 140.** [ĐH 2012 Khối D] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân, $A'C = a$. Tính thể tích khối tứ diện $ABB'C'$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD') theo a .

- Bài 141.** [CĐ 2012] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $\angle A < AB = a\sqrt{2}$, $SA = SB = SC$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .
- Bài 142.** [CĐ 2013] Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và đường thẳng $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và $B'C'$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và độ dài đoạn thẳng MN .
- Bài 143.** [ĐH 2013 Khối A] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .
- Bài 144.** [CĐ 2013 Khối B] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .
- Bài 145.** [ĐH 2013 Khối D] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, M là trung điểm cạnh BC và $\widehat{SMA} = 45^\circ$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) .
- Bài 146.** [ĐH 2014 Khối A-A1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) .
- Bài 147.** [ĐH 2014 Khối D] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt đáy. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA , BC .
- Bài 148.** [CĐ 2014] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .
- Bài 149.** [THPTQG 2015] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ACBD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB , AC .
- Bài 150.** [THPTQG 2015 - DB] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $AB = a$, SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) bằng 45° . Gọi M là trung điểm của AC , N là trung điểm của SM . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABN) .
- Bài 151.** [THPTQG 2015 - MH] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC và $SH = a\sqrt{2}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

- Câu 12.** Hình chóp $S.ABCD$ đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết ΔSAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$.
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3}{4}$.
- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Mặt bên (SAB) là tam giác vuông cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $BD = a$, $AC = a\sqrt{3}$.
- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3}{3}$.
- Câu 15.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$.
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 16.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a . Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $SB = \frac{3a}{2}$.
- A. $\frac{a^3}{3}$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.
- Câu 17.** Hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB . Thể tích khối chóp là
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3 2}{3}$. C. $a^3\sqrt{12}$. D. $\frac{a^3}{3}$.
- Câu 18.** Hình chóp $S.ABCD$ đáy hình thoi, $AB = 2a$, góc $\widehat{BAD}$ bằng 120° . Hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ là I giao điểm của 2 đường chéo, biết $SI = \frac{a}{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.
- A. 4. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 20. Cho khối chóp $O.ABC$. Trên ba cạnh OA, OB, OC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho

$$2OA' = OA, 4OB' = OB, 3OC' = OC. \text{ Tính tỉ số } \frac{V_{O.A'B'C'}}{V_{O.ABC}}$$

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{24}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{32}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi (α) là mặt phẳng qua A và song song với BC . (α) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Tính tỉ số $\frac{SM}{SB}$ biết (α) chia khối chóp thành 2 phần có thể tích bằng nhau.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 22. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 23. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $A'A = A'B = A'D$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = a, AD = a\sqrt{3}, AA' = 2a$.

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $a^3\sqrt{3}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 24. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $AB = a, AC = a\sqrt{3}, AA' = 2a$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 25. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi. Hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ biết $AB = a, \widehat{ABC} = 120^\circ, AA' = a$.

- A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 26. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_{ABB'C'}}{V_{ABCA'B'C'}}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 27. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích khối tứ diện $A'BB'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Câu 28. Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu A' lên (ABC) là trung điểm I của BC . Thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 29. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, BC = 2a, AB = a$. Mặt bên $(BB'C'C)$ là hình vuông. Khi đó thể tích lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $2a^3\sqrt{3}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

- Câu 30.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của CC' và BB' . Tính tỉ số $\frac{V_{ABCMN}}{V_{ABC.A'B'C'}}$.
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 31.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tỉ số thể tích giữa khối chóp $A'.ABC$ và khối lăng trụ đó là
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.
- Câu 32.** Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích giữa khối $A'.ABD$ và khối lập phương là:
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 33.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h , góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α .
- A. $\frac{3h^3}{4\tan^2\alpha}$. B. $\frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$. C. $\frac{8h^3}{3\tan^2\alpha}$. D. $\frac{3h^3}{8\tan^2\alpha}$.
- Câu 34.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 35.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 36.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(AA'C'C)$ tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. $V = \frac{3a^3}{16}$. B. $V = \frac{3a^3}{8}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{2}$.
- Câu 37.** Cho hình chóp đều $S.ABC$, góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60° , khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{2\sqrt{7}}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.
- Câu 38.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AC = 2\sqrt{3}a$, $BD = 2a$, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

- Câu 39.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD . Biết mặt bên của hình chóp là tam giác đều và khoảng từ O đến mặt bên là a . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $4a^3\sqrt{3}$. C. $6a^3\sqrt{3}$. D. $8a^3\sqrt{3}$.
- Câu 40.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B biết $AB = 2a$, $AD = 3BC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a biết góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° .
- A. $2\sqrt{6}a^3$. B. $6\sqrt{6}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $6\sqrt{3}a^3$.
- Câu 41.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B biết $AB = 2a$, $AD = 3BC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a , biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{6}}{4}a$.
- A. $6\sqrt{6}a^3$. B. $2\sqrt{6}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $6\sqrt{3}a^3$.
- Câu 42.** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, góc giữa đường thẳng BB' và (ABC) bằng 60° , tam giác ABC vuông tại C và góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên (ABC) trùng với trọng tâm của $\triangle ABC$. Thể tích của khối tứ diện $A'.ABC$ theo a bằng
- A. $\frac{13a^3}{108}$. B. $\frac{7a^3}{106}$. C. $\frac{15a^3}{108}$. D. $\frac{9a^3}{208}$.
- Câu 43.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.
- Câu 44.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm của SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $NS = 2NC$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối chóp $A.BMNC$ và $S.AMN$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$ B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$ C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 3$
- Câu 45.** Cho $NS = 2NC$, P là điểm trên cạnh SA sao cho $PA = 2PS$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $BMNP$ và $SABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.
- Câu 46.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 45° , M, N và P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB và AB . Tính thể tích V của khối tứ diện $DMNP$.
- A. $V = \frac{a^3}{6}$ B. $V = \frac{a^3}{4}$ C. $V = \frac{a^3}{12}$ D. $V = \frac{a^3}{2}$

Câu 47. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$; cạnh bên $AA' = \sqrt{2}a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh AC . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{1}{2}a^3$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau. Gọi G_1, G_2, G_3 và G_4 lần lượt là trọng tâm các mặt ABC, ABD, ACD và BCD . Biết $AB = 6a$, $AC = 9a$, $AD = 12a$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$.

A. $4a^3$ B. a^3 C. $108a^3$ D. $36a^3$

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 11m$, $BC = AD = 20m$, $BD = AC = 21m$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $360m^3$ B. $720m^3$ C. $770m^3$ D. $340m^3$

Câu 50. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là vuông; mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{2}{3}a^3$. D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 51. Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA = 2SM$, $SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó, (H_1) chứa điểm S , (H_2) chứa điểm A ; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABC$ có chân đường cao nằm trong tam giác ABC ; các mặt phẳng (SAB) , (SAC) và (SBC) cùng tạo với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau. Biết $AB = 25$, $BC = 17$, $AC = 26$; đường thẳng SB tạo với mặt đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 408$. B. $V = 680$. C. $V = 578$. D. $V = 600$.

ĐÁP ÁN VÀ GIẢI TRẮC NGHIỆM

KHỐI ĐA DIỆN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	D	C	B	B	A	D	B	A	D	A	B	A	C	C	D	B	C	D	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	C	D	C	B	B	B	D	C	B	D	D	C	D	A	D	D	D	B	D
41	42	43																	
C	B	D																	

ĐA DIỆN LỖI, ĐA DIỆN ĐỀU

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	B	C	B	B	A	A	D	D	A	B	C	C	B	D	C	C	D	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34						
C	B	C	A	B	C	C	B	A	A	B	C	D	B						

GIẢI CHI TIẾT

Câu 12. **Chọn B.**

Khối đa diện $\{4;3\}$ là khối lập phương nên có 12 cạnh.

Câu 13. **Chọn C.**

Khối $\{4;3\}$ là khối lập phương nên có 8 đỉnh.

Câu 16. **Chọn D.**

Khối mười hai mặt đều có các mặt là ngũ giác và mỗi đỉnh là đỉnh chung của ba mặt nên thuộc loại khối đa diện $\{5;3\}$.

Câu 17. **Chọn C.**

Khối mười hai mặt đều có các mặt là ngũ giác và mỗi đỉnh là đỉnh chung của ba mặt nên tổng số cạnh bằng $\frac{12 \cdot 5}{3} = 20$.

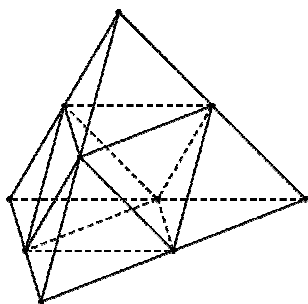
Câu 19. **Chọn D.**

Khối mười hai mặt đều có các mặt là tam giác và mỗi đỉnh là đỉnh chung của năm mặt nên có tổng số cạnh bằng $\frac{12 \cdot 5}{2} = 30$.

Câu 20. **Chọn A.**

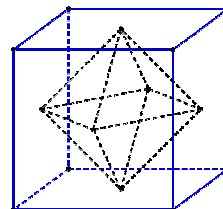
Khối hai mươi mặt đều có các mặt là tam giác và mỗi đỉnh là đỉnh chung của năm mặt nên tổng số đỉnh bằng $\frac{3 \cdot 20}{5} = 12$.

Câu 22. **Chọn B.**

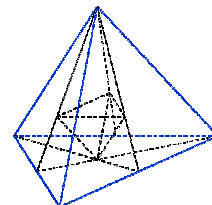


Câu 23. **Chọn C.**

Câu 24. **Chọn A.**



Câu 25. **Chọn B.**



Câu 26. **Chọn C.**

Câu 27. **Chọn C.**

Mỗi mặt có 16 hình vuông nhỏ có đỉnh sơn, nhưng chỉ có 4 hình vuông nhỏ bên trong là đỉnh sơn không trùng với khối lập phương nhỏ nào nên ta có tất cả $4 \cdot 6 = 24$ khối lập phương nhỏ có đúng một mặt đỉnh sơn.

Câu 31. **Chọn B.**

Tứ diện đều có tất cả 6 cạnh nên có tổng độ dài các cạnh là $6a$.

Câu 32. **Chọn C.**

Khối bát diện đều có 8 mặt tam giác đều cạnh a nên có tổng diện tích là $8 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 2a^2 \sqrt{3}$.

Câu 33. **Chọn B.**

Khối mười hai mặt đều có $\frac{5 \cdot 12}{2} = 30$ cạnh 2 nên có tổng độ dài là $30 \cdot 2 = 60$.

Câu 34. **Chọn B.**

Khối hai mươi mặt đều có 20 mặt tam giác đều cạnh 2 nên có tổng diện tích là $20 \sqrt{3}$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẤN ĐỀ 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	A	D	A	C	A	C	A	A	B	D	A	C	C	A	A	D	A	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	B	D	C	A	D	D	A	C	C	B	C	D	A	D	C	A	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52								
B	D	D	C	A	A	C	A	A	D	A	B								

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn A.

Khi độ dài cạnh đáy tăng lên 2 lần thì diện tích đáy tăng lên 4 lần.

⇒ Thể tích khối chóp tăng lên 4 lần.

Câu 2. Chọn B.

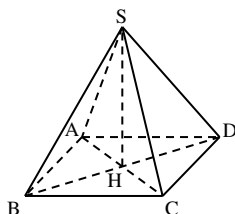
Có 5 khối đa diện đều là: tứ diện đều, hình lập phương, khối 8 mặt đều, khối 12 mặt đều, khối 20 mặt đều.

Câu 3. Chọn A.

Câu 4. Chọn D.

Câu 5. Chọn A.

Câu 6. Chọn C.



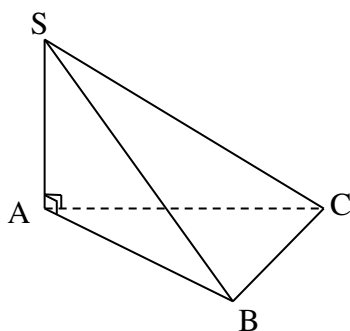
Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$

$$\text{Ta có: } AH = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

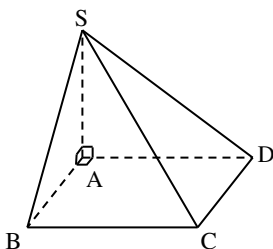
Câu 7. Chọn A.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

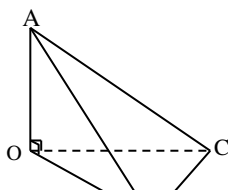


Câu 8. Chọn C.

$$S_{\triangle ABCD} = 2a \cdot a = 2a^2 \Rightarrow V_{S.ABC} = 2a^3$$



Câu 9. Chọn A.



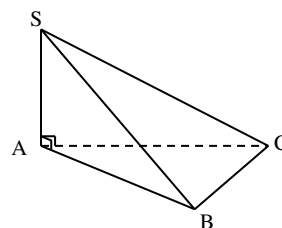
$$\begin{cases} S_{OBC} = \frac{1}{2}OB \cdot OC = 2a^2 \\ h = OA = a \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{O.ABC} = \frac{1}{3}OA \cdot S_{OBC} = \frac{2a^3}{3}$$

Câu 10. Chọn A.

$$\begin{cases} S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = 6 \text{ cm}^2 \\ h = SA = 2 \text{ cm} \end{cases}$$

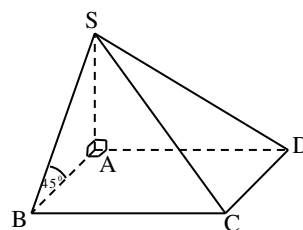
$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{12}{3} \text{ cm}^3$$



Câu 11. Chọn B.

$$\begin{cases} SA = AB \cdot \tan(45^\circ) = a \\ S_{ABCD} = a \cdot 2a = 2a^2 \end{cases}$$

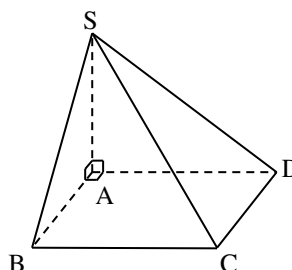
$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{2a^3}{3}$$



Câu 12. Chọn D.

$$\begin{cases} SA = a\sqrt{3} \\ AB = AC \cdot \cos(45^\circ) = a \Rightarrow S_{ABCD} = a^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$



Câu 13. Chọn A. ΔABC vuông tại B

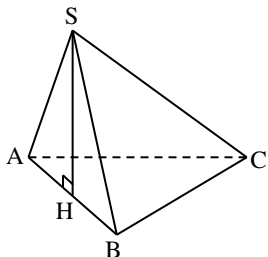
$$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$$

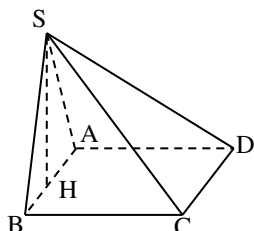
$$\text{Gọi } H \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Ta có: ΔSAB đều $\Rightarrow SH \perp AB$ $\Rightarrow SH \perp (ABC)$ (vì $(SAB) \perp (ABC)$).

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$$

**Câu 14. Chọn C.**Gọi O là giao điểm của AC và BD . $ABCD$ là hình thoi $\Rightarrow AC \perp BD$, O là trung điểm của AC , BD . ΔABO vuông tại $O \Rightarrow AB = \sqrt{AO^2 + OB^2} = a$.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Gọi H là trung điểm AB . ΔSAB vuông cân tại

$$S \text{ cạnh } AB = a \Rightarrow SH = \frac{a}{2}.$$

Ta có: ΔSAB cân $\Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ (vì $(SAB) \perp (ABC)$).

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

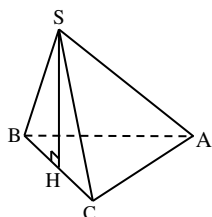
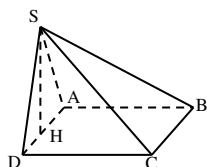
Câu 15. Chọn C. ΔABC vuông tại A

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = 2a.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = a.$$

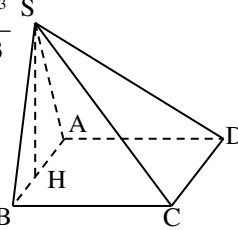
$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

**Câu 16. Chọn A.** ΔABH vuông tại A 

$$\Rightarrow BH = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = a. S_{ABCD} = a^2.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$$

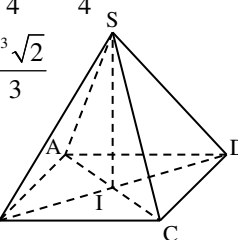
**Câu 17. Chọn A.**

$$S_{ABCD} = a^2$$

$$HD^2 = AH^2 + AD^2 = \frac{5a^2}{4}$$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{\frac{13a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

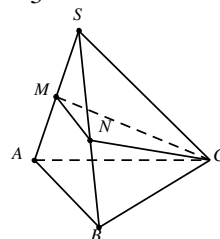
**Câu 18. Chọn D.**

$$\begin{cases} SI = \frac{a}{2} \\ S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = 2\sqrt{3}a^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

Câu 19. Chọn A.

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}} = \frac{SA}{SM} \cdot \frac{SB}{SN} = 4$$

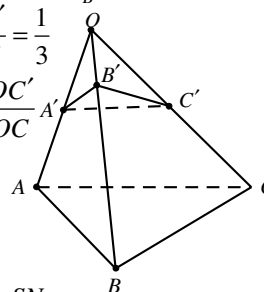
**Câu 20. Chọn B.**

Ta có:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{1}{2}; \frac{OB'}{OB} = \frac{1}{4}; \frac{OC'}{OC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{O.A'B'C'}}{V_{O.ABC}} = \frac{OA'}{OA} \cdot \frac{OB'}{OB} \cdot \frac{OC'}{OC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$$

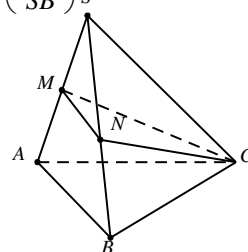
**Câu 21. Chọn B.**

$$\text{Ta có: } MN \parallel BC \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC}$$

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \left(\frac{SM}{SB}\right)^2$$

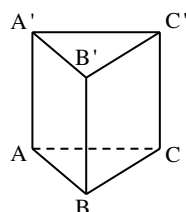
$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

**Câu 22. Chọn A.**

$$\begin{cases} h = a \\ S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = h \cdot S = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$

**Câu 23. Chọn A.**Gọi O là giao điểm của AC và BD . $ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow OA = OB = OD$

Mà $A'A = A'B = A'D$ nên $A'O \perp (ABD)$ (vì

$A'O$ là trục tâm giác ABD)

$$\Delta ABD \text{ vuông tại } A \Rightarrow BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$$

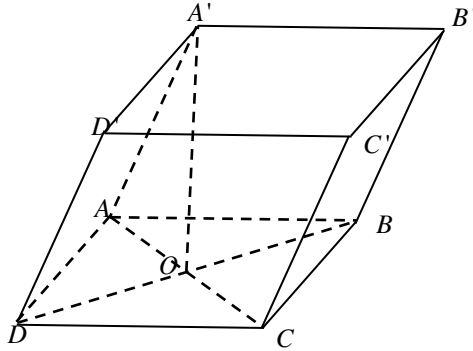
$$\Rightarrow OA = OB = OD = a$$

$\Delta AA'O$ vuông tại O

$$\Rightarrow A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = a\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{3}$$

$$V_{ABCD A'B'C'D'} = A'O \cdot S_{ABCD} = 3a^3.$$



Câu 24. Chọn B.

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

ABC là tam giác vuông tại A

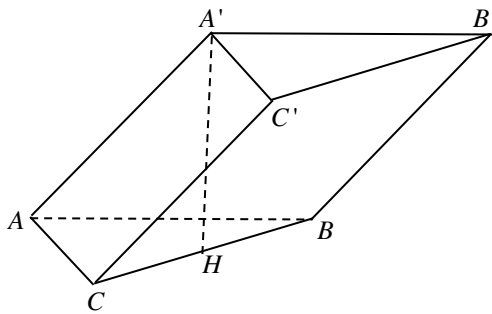
$$\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow AH = \frac{1}{2}BC = a$$

$\Delta A'AH$ vuông tại H

$$\Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{ABCA'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{3a^3}{2}.$$



Câu 25. Chọn D.

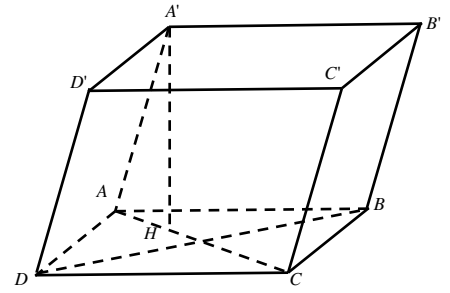
Gọi H là trọng tâm của tam giác ABD

$$\Rightarrow A'H \perp (ABCD).$$

$$\text{Ta có: } \widehat{BAD} = 180^\circ - \widehat{ABC} = 60^\circ.$$

Tam giác ABD cân có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên tam giác ABD đều.

$$ABD \text{ là tam giác đều cạnh } a \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



$\Delta A'AH$ vuông tại H

$$\Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2};$$

$$V_{ABCD A'B'C'D'} = A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$$

Câu 26. Chọn C.

Ta có: $BB'C'C$ là hình bình hành

$$\Rightarrow S_{BB'C'C} = \frac{1}{2}S_{BB'C'C}$$

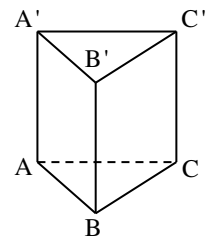
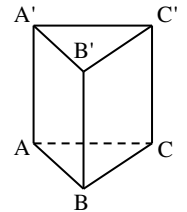
$$\Rightarrow V_{A.BB'C'C} = \frac{1}{2}V_{A.BB'C'C}$$

$$\text{Ta có: } V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{A.BB'C'C} = V_{ABCA'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{ABB'C'} = \frac{1}{3}V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{ABB'C'}}{V_{ABCA'B'C'}} = \frac{1}{3}$$



Câu 27. Chọn A.

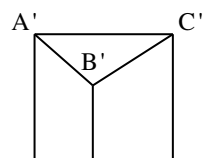
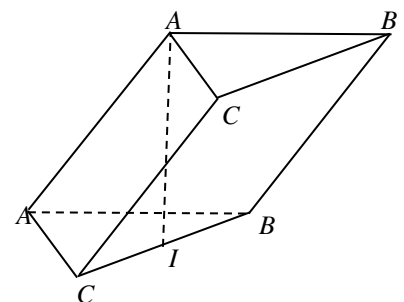
$$\begin{cases} h = BB' = a \\ S_{A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{A'B'B'C'} = \frac{1}{3}BB' \cdot S_{A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Câu 28. Chọn D.

$$\begin{cases} A'I = AI \cdot \tan(30^\circ) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{2} \\ S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'I \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$



Câu 29. Chọn D.

$$\begin{cases} h = BB' = 2a \\ AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = a^3 \sqrt{3}$$

Câu 30. Chọn A.

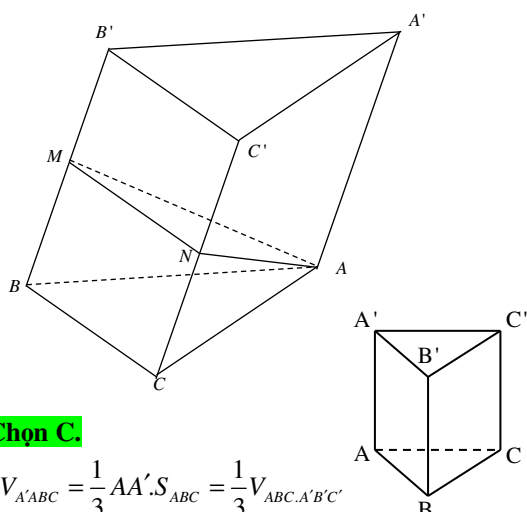
Ta có: $BB'C'C$ là hình bình hành

$$\Rightarrow S_{BCMN} = \frac{1}{2} S_{BB'C'C} \Rightarrow V_{A.BCMN} = \frac{1}{2} V_{A.BB'C'C}$$

$$\text{Ta có: } V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{A.BB'C'C} = V_{ABCA'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3} V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{A.BCMN} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'} \Rightarrow \frac{V_{A.BCMN}}{V_{ABCA'B'C'}} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 31. Chọn C.**

$$V_{A'ABC} = \frac{1}{3} AA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$$

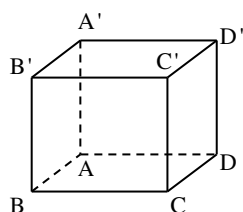
$$\Rightarrow \frac{V_{A'ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}$$

Câu 32. Chọn C.

$$V_{A'.ABD} = \frac{1}{3} AA' \cdot S_{ABD}$$

$$= \frac{1}{3} AA' \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{6} AA' \cdot S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} \Rightarrow \frac{V_{A'.ABD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{6}.$$

**Câu 33. Chọn B.**

Gọi O là tâm của mặt đáy thì $SO \perp mp(ABCD)$.

Từ đó, SO là đường cao của hình chóp. Gọi M là trung điểm đoạn CD .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} CD \perp SM \subset (SCD) \\ CD \perp OM \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \widehat{SMO} = \alpha$$

$$CD = (SCD) \cap (ABCD)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO; B = S_{ABCD} = AB^2;$$

Tìm AB : $AB = 2OM$

Tam giác SOM vuông tại O , ta có:

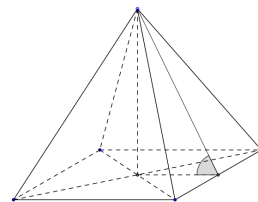
$$\tan \alpha = \frac{SO}{OM} = \frac{h}{OM} \Rightarrow OM = \frac{h}{\tan \alpha}.$$

$$\Rightarrow AB = \frac{2h}{\tan \alpha}.$$

$$\text{Suy ra: } B = S_{ABCD}$$

$$= \frac{4h^2}{\tan^2 \alpha} \cdot SO = h.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4h^2}{\tan^2 \alpha} \cdot h = \frac{4h^3}{3 \tan^2 \alpha}.$$

**Câu 34. Chọn C.**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp SA.$$

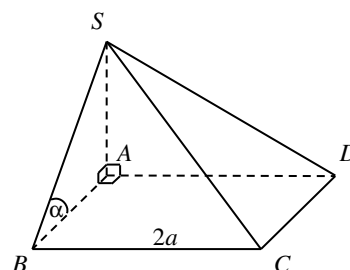
$$\Rightarrow \widehat{SAB} = 60^\circ.$$

$$S_{ABCD} = 4a^2.$$

Xét tam giác SAB tại vuông tại B , ta có:

$$SB = AB \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{8a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 35. Chọn D.**

$$V = Bh = S_{ABC.A'B'C'} \cdot AA'.$$

$$\text{Do } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'B.$$

$$\text{Và } \begin{cases} BC \perp AB \subset (ABC) \\ BC \perp A'B \subset (A'BC) \\ BC = (ABC) \cap (A'BC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\widehat{ABC}, \widehat{A'BC}) = (\widehat{AB, A'B}) = \widehat{ABA'}$$

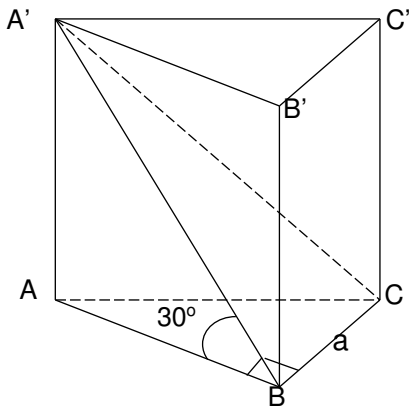
$$\text{Ta có: } S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2} A'B \cdot BC$$

$$\Rightarrow A'B = \frac{2 \cdot S_{\Delta A'BC}}{BC} = \frac{2 \cdot a^2 \sqrt{3}}{a} = 2a\sqrt{3}$$

$$AB = A'B \cdot \cos \widehat{ABA'} = 2a\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 3a; AA' = A'B \cdot \sin \widehat{ABA'} = 2a\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = a\sqrt{3}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = B \cdot h = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot AA'$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{2}.$$

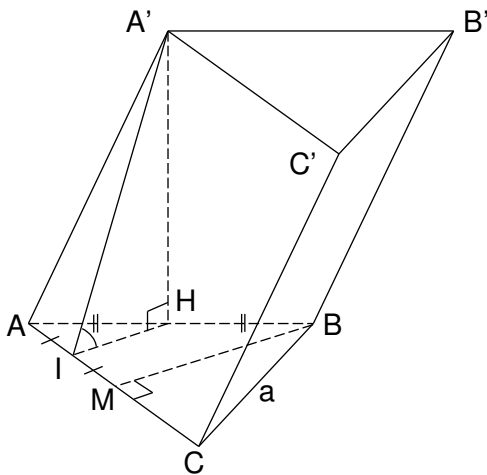
**Câu 36. Chọn A.**

Gọi H, M, I lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC, AM .

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Ta có IH là đường trung bình của tam giác AMB , MB là trung tuyến của tam giác đều ABC .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} IH \parallel MB \\ MB \perp AC \end{cases} \Rightarrow IH \perp AC$$



$$\begin{cases} AC \perp A'H \\ AC \perp IH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'HI) \Rightarrow AC \perp A'I$$

$$\text{Mà: } \begin{cases} AC \perp IH \subset (ABC) \\ AC \perp A'I \subset (ACC'A') \end{cases} \Rightarrow \widehat{A'IH} \text{ là góc} \\ (ABC) \cap (ACC'A') = AC$$

gữa hai mặt phẳng $(AA'C'C)$ và $(ABCD) \Rightarrow \widehat{A'IH} = 45^\circ$

Trong tam giác $A'HI$ vuông tại H , ta có:

$$\tan 45^\circ = \frac{A'H}{HI} \Rightarrow A'H = IH \cdot \tan 45^\circ.$$

$$= IH = \frac{1}{2}MB = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \text{ Vậy } V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16}$$

Câu 37. Chọn D.

Gọi M là trung điểm của BC .

Trong mp(SAM), Kẻ $MH \perp SA, (H \in SA)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp MH.$$

Do đó MH là đường vuông góc chung của SA và BC .

$$\text{Suy ra } MH = \frac{3a}{2\sqrt{7}}. \text{ Ta có:}$$

$$SM \perp BC \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = \widehat{SMA} = 60^\circ.$$

$$\text{Đặt } OM = x \Rightarrow AM = 3x, OA = 2x.$$

$$\Rightarrow SO = OM \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3} \quad \text{và}$$

$$SA = \sqrt{(x\sqrt{3})^2 + (2x)^2} = x\sqrt{7}.$$

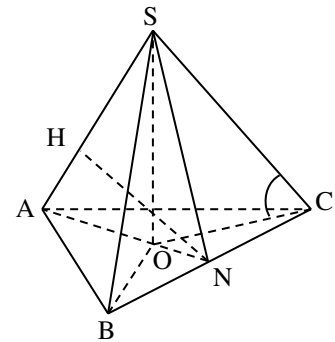
Trong ΔSAM ta có:

$$SA \cdot MH = SO \cdot AM$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{7} \cdot \frac{3a}{2\sqrt{7}} = x\sqrt{3} \cdot 3x \Leftrightarrow x = \frac{a}{2\sqrt{3}}.$$

$$\text{Khi đó: } AM = 3x = 3 \cdot \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = a.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{24}$$

**Câu 38. Chọn C.**

Ta có tam giác ABO vuông tại O và $AO = a\sqrt{3}$, $BO = a$. Do đó

$$\frac{AO}{BO} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \Rightarrow \widehat{ABO} = 60^\circ.$$

Suy ra ΔABD đều.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD). \\ (SAC) \cap (SBD) = SO$$

Trong tam giác đều ABD , gọi H là trung điểm AB ,

K là trung điểm BH ,

suy ra $DH \perp AB$ và $DH = a\sqrt{3}$; $OK \parallel DH$ và

$$OK = \frac{1}{2}DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $OK \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOK)$.

Gọi I là hình chiếu của O lên SK , ta có: $OI \perp SK$; $AB \perp OI \Rightarrow OI \perp (SAB)$.

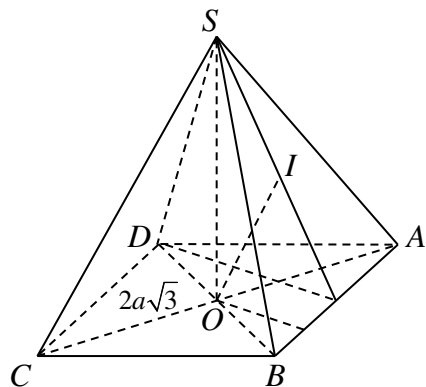
$$\Rightarrow OI = d[O; (SAB)].$$

Tam giác SOK vuông tại O, OI là đường cao:

$$\frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow SO = \frac{a}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot S_{\triangle ABO} \cdot SO$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot SO = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$$



Câu 39. Chọn A.

Gọi M là trung điểm của CD, trong $\triangle SOM$ kẻ đường cao OH.

$$\Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow OH = a.$$

Đặt $CM = x$. Khi đó $OM = x$, $SM = x\sqrt{3}$,

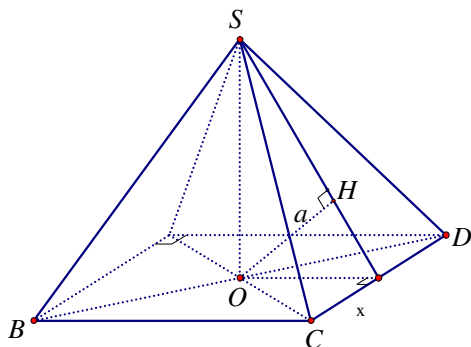
$$SO = \sqrt{SM^2 - x^2} = x\sqrt{2}.$$

Ta có: $SM \cdot OH = SO \cdot OM$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{3} \cdot a = x\sqrt{2} \cdot x \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow CD = a\sqrt{6}, SO = a\sqrt{3}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot CD^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 6a^2 \cdot a\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$$



Câu 40. Chọn A.

Dựng $AM \perp CD$ tại M.

Ta có: $\widehat{SMA} = 60^\circ$.

$$S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2} \cdot AB = 4a^2$$

$$CD = \sqrt{(AD-BC)^2 + AB^2} = 2a\sqrt{2}$$

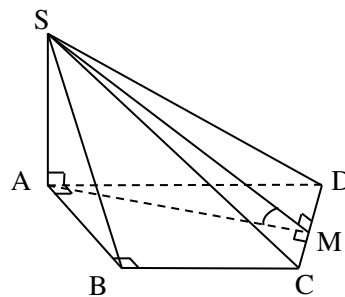
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2$$

$$S_{ACD} = S_{ABCD} - S_{ABC} = 3a^2$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} AM \cdot CD \Rightarrow AM = \frac{2S_{ACD}}{CD} = \frac{3\sqrt{2}}{2} a$$

$$\text{Ta có: } SA = AM \cdot \tan \widehat{SMA} = \frac{3\sqrt{6}}{2} a.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = 2\sqrt{6} a^3.$$



Câu 41. Chọn B.

Dựng $AM \perp CD$ tại M.

Dựng $AH \perp SM$ tại H.

$$\text{Ta có: } AH = \frac{3\sqrt{6}}{4} a.$$

$$S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2} \cdot AB = 4a^2$$

$$CD = \sqrt{(AD-BC)^2 + AB^2} = 2a\sqrt{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2$$

$$S_{ACD} = S_{ABCD} - S_{ABC} = 3a^2$$

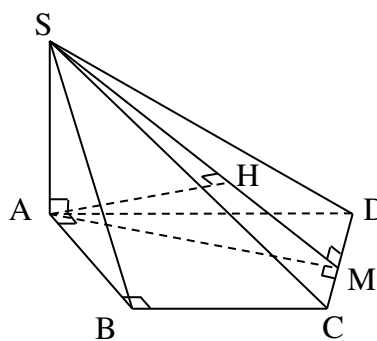
$$S_{ACD} = \frac{1}{2} AM \cdot CD \Rightarrow AM = \frac{2S_{ACD}}{CD} = \frac{3\sqrt{2}}{2} a$$

Ta

có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AS^2} \Rightarrow AS = \frac{AH \cdot AM}{\sqrt{AM^2 - AH^2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} a$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = 2\sqrt{6} a^3$$



Câu 42. Chọn D.

Gọi M, N là trung điểm của AB, AC

và G là trọng tâm của $\triangle ABC$.

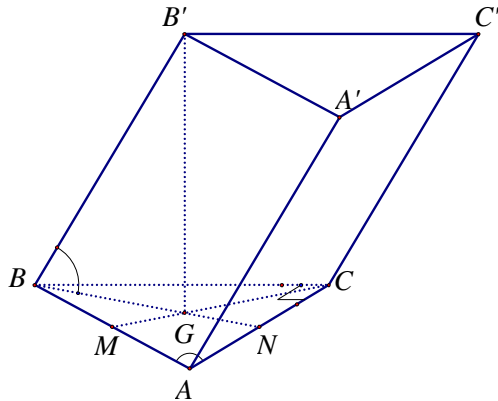
$$B'G \perp (ABC) \Rightarrow (\widehat{BB', (ABC)}) = \widehat{B'BG} = 60^\circ.$$

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot B'G = \frac{1}{6} \cdot AC \cdot BC \cdot B'G$$

Xét $\triangle B'BG$ vuông tại G, có $\widehat{B'BG} = 60^\circ$

$$\Rightarrow B'G = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ (nửa tam giác đều)}$$

Đặt $AB = 2x$. Trong $\triangle ABC$ vuông tại C có $\widehat{BAC} = 60^\circ$
 $\Rightarrow$ tam giác ABC là nửa tam giác đều
 $\Rightarrow AC = \frac{AB}{2} = x, BC = x\sqrt{3}$



Do G là trọng tâm $\triangle ABC \Rightarrow BN = \frac{3}{2}BG = \frac{3a}{4}$.

Trong $\triangle BNC$ vuông tại C : $BN^2 = NC^2 + BC^2$

$$\Leftrightarrow \frac{9a^2}{16} = \frac{x^2}{4} + 3x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9a^2}{52} \Rightarrow x = \frac{3a}{2\sqrt{13}}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{3a}{2\sqrt{13}}; BC = \frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$$

$$\text{Vậy, } V_{A'ABC} = \frac{1}{6} \cdot \frac{3a}{2\sqrt{13}} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{13}} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3}{208}.$$

Câu 43. Chọn D.

Gọi M là trung điểm của BC ,
 ta có $(A'AM) \perp (A'BC)$ theo giao tuyến $A'M$.

Trong $(A'AM)$ kẻ $OH \perp A'M$ ($H \in A'M$).

$\Rightarrow OH \perp (A'BC)$

$$\text{Suy ra: } d(O, (A'BC)) = OH = \frac{a}{6} \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

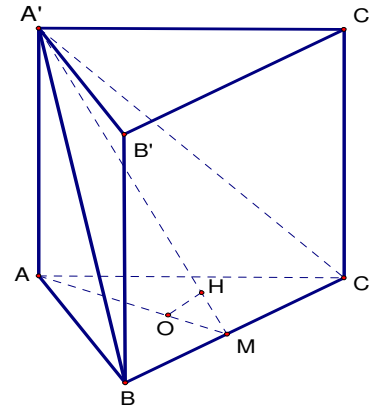
Xét hai tam giác vuông $A'AM$ và OHM có góc $\widehat{M}$ chung nên chúng đồng dạng.

$$\text{Suy ra: } \frac{OH}{A'A} = \frac{OM}{A'M} \Rightarrow \frac{\frac{a}{6}}{A'A} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{A'A^2 + AM^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{A'A} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{A'A^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} \Rightarrow A'A = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Thế tích:

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'A = \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$



Câu 44. Chọn C.

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

$$V_{S.AMN} + V_{A.BMNC} = V_{S.ABC}.$$

$$\text{Suy ra, } \frac{V_{A.BMNC}}{V_{S.AMN}} = 2.$$

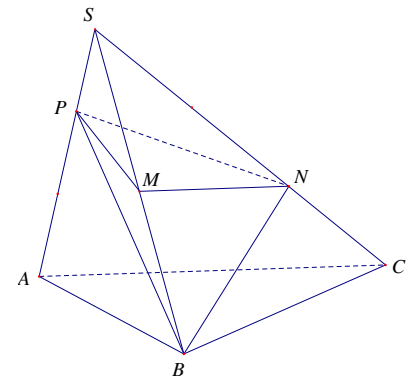
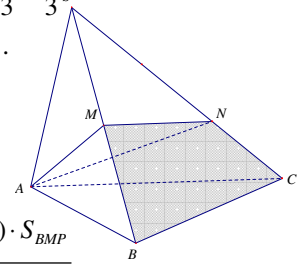
Câu 45. Chọn A.

$$\frac{V_{N.BMP}}{V_{C.SAB}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot d(N, (SAB)) \cdot S_{BMP}}{\frac{1}{3} \cdot d(C, (SAB)) \cdot S_{SAB}};$$

$$\frac{d(N, (SAB))}{d(C, (SAB))} = \frac{NS}{CS} = \frac{2}{3},$$

$$S_{BPM} = \frac{1}{2} S_{BPS} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} S_{SAB}$$

$$\text{Suy ra, } \frac{V_{N.BMP}}{V_{C.SAB}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{9}$$



Câu 46. Chọn A.

$$\text{Ta có: } \frac{S_{SMN}}{S_{SAB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Tương tự, } \frac{S_{BNP}}{S_{SAB}} = \frac{1}{4}, \frac{S_{AMP}}{S_{SAB}} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{S_{MNP}}{S_{SAB}} = \frac{1}{4} \text{ (có thể khẳng định } \frac{S_{MNP}}{S_{SAB}} = \frac{1}{4}$$

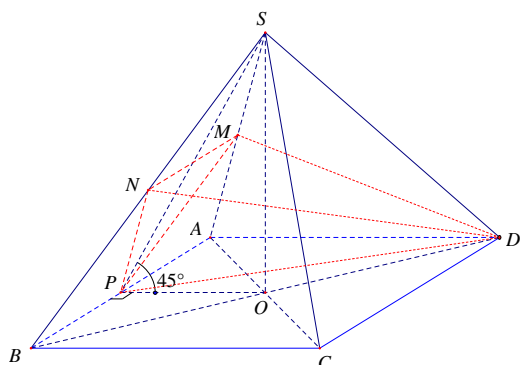
nhờ hai tam giác MNP và BAS là hai tam giác đồng dạng với tỉ số $k = \frac{1}{2}$).

$$\text{Do đó } \frac{V_{D.MNP}}{V_{D.SAB}} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$V_{D.SAB} = V_{S.DAB} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} \cdot (2)$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} OP \cdot \tan 45^\circ \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3}{3}$$

$$(3). \text{ Từ (1), (2) và (3): } V_{DMNP} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4a^3}{3} = \frac{a^3}{6}.$$

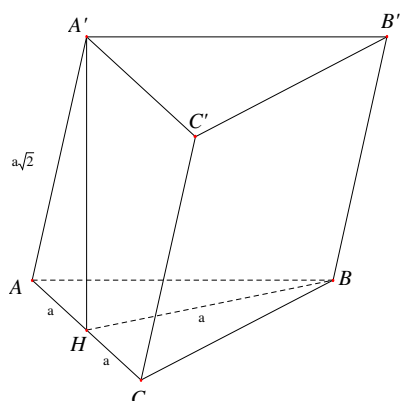
**Câu 47. Chọn C.**

Vì $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại B nên trung tuyến BH cũng là đường cao của nó, và

$$HB = HA = HC = \frac{1}{2} AC = a.$$

$$A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = A'H \cdot \frac{1}{2} BH \cdot AC = a^3$$

**Câu 48. Chọn A.**

Trong trường hợp tổng quát, ta chứng

$$\text{minh được } V_{G_1G_2G_3G_4} = \frac{1}{27} V_{ABCD}.$$

Thật vậy,

ta có $(G_2G_3G_4) \parallel (CBA)$ và $\triangle G_2G_3G_4 \sim \triangle CBA$ (tỉ

số đồng dạng $k = \frac{1}{3}$). Từ đó: $\frac{S_{G_2G_3G_4}}{S_{CBA}} = k^2 = \frac{1}{9}$ và

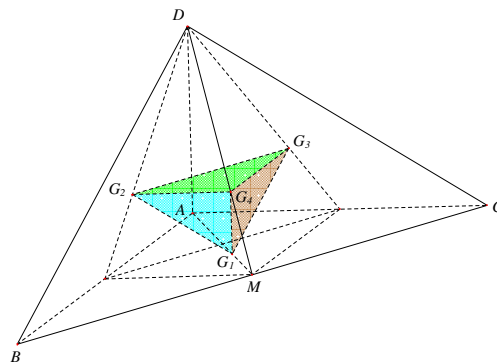
$$\begin{aligned} d(G_1, (G_2G_3G_4)) &= d(G_1, (ABC)) \\ &= \frac{1}{3} d(D, (ABC)) \text{ (do } G_4M = \frac{1}{3} DM) \end{aligned}$$

Suy

ra

$$\frac{V_{G_1G_2G_3G_4}}{V_{ABCD}} = \frac{d(G_1, (G_2G_3G_4))}{d(D, (ABC))} \cdot \frac{S_{G_2G_3G_4}}{S_{CBA}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{27}$$

$$\Rightarrow V_{G_1G_2G_3G_4} = \frac{1}{27} V_{ABCD} = \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot AD = \frac{4a^3}{27}$$

**Câu 49. Chọn A.**

Dựng tam giác MNP sao cho C, B, D lần lượt là trung điểm các cạnh MN, MP, NP .

Do BD là đường trung bình tam giác MNP nên

$$BD = \frac{1}{2} MN \text{ hay } AC = \frac{1}{2} MN.$$

Tam giác AMN vuông tại A (do có trung tuyến bằng một nửa cạnh tương ứng), hay $AM \perp AN$.

Tương tự, $AP \perp AN$ và

$$AM \perp AP.$$

$$\text{Ta có } S_{MBC} = \frac{1}{4} S_{MNP}, S_{NCD} = \frac{1}{4} S_{MNP},$$

$$S_{BPD} = \frac{1}{4} S_{MNP} \text{ Suy ra } S_{BCD} = \frac{1}{4} S_{MNP}.$$

$$\text{Từ đó, } V_{ABCD} = \frac{1}{4} V_{AMNP}.$$

$$\text{Đặt } x = \frac{AM}{m}, y = \frac{AN}{m}, z = \frac{AP}{m}.$$

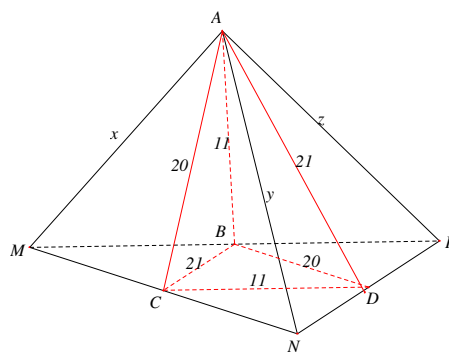
$$\text{Ta có } \begin{cases} x^2 + y^2 = 4.20^2 \\ y^2 + z^2 = 4.21^2 \\ x^2 + z^2 = 4.11^2 \end{cases} \text{ suy ra}$$

$$\begin{cases} x^2 = 160 \\ y^2 = 1440 \\ z^2 = 324 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{6} xyz = 1440 \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{4} V_{AMNP} = 360m^3$$

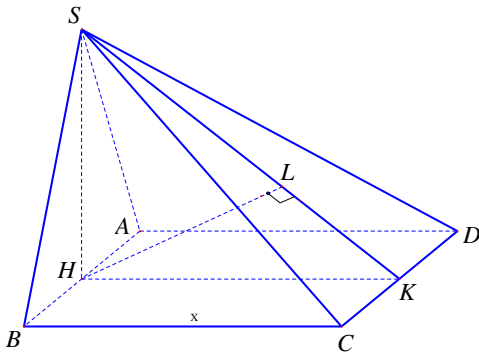
(AM, AN, AP đôi một vuông góc nên

$$V_{AMNP} = \frac{1}{6} AM \cdot AN \cdot AP)$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \sqrt{(a^2 + b^2 - c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(-a^2 + b^2 + c^2)}$$

**Câu 50. Chọn D.**

Gọi H là trung điểm AB , suy ra SH là chiều cao khối chóp đã cho.



Kí hiệu x là độ dài cạnh đáy.

$$\text{Ta có } SH = \frac{\sqrt{3}}{2}x \text{ và } V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{6}x^3.$$

Kẻ $HK \perp CD (K \in CD)$;

Kẻ $HL \perp SK (L \in SK)$.

Suy ra $HL \perp (SCD)$ và

$$\begin{aligned} d(A, (SCD)) &= d(H, (SCD)) \\ &= HL = \frac{HS \cdot HK}{\sqrt{HS^2 + HK^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}x \end{aligned}$$

$$\text{Theo gt, } \frac{\sqrt{21}}{7}x = \frac{3\sqrt{7}a}{7} \Rightarrow x = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{6}x^3 = \frac{\sqrt{3}}{6}(a\sqrt{3})^3 = \frac{3}{2}a^3$$

Câu 51. Chọn A.

Kí hiệu V là thể tích khối tứ diện $SABC$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với các đường thẳng BC, AC .

Ta có $NP \parallel MQ \parallel SC$. Khi chia khối (H_1) bởi mặt phẳng (QNC) , ta được hai khối chóp $N.SMQC$ và $N.QPC$.

$$\text{Ta có: } \frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}} = \frac{d(N, (SAC))}{d(B, (SAC))} \cdot \frac{S_{SMQC}}{S_{SAC}};$$

$$\frac{d(N, (SAC))}{d(B, (SAC))} = \frac{NS}{BS} = \frac{2}{3};$$

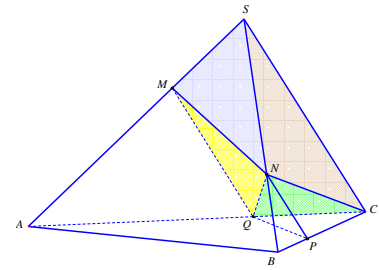
$$\frac{S_{AMQ}}{S_{ASC}} = \left(\frac{AM}{AS}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{SMQC}}{S_{ASC}} = \frac{5}{9}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{10}{27}$$

$$\begin{aligned} \frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}} &= \frac{d(N, (QPC))}{d(S, (ABC))} \cdot \frac{S_{QPC}}{S_{ABC}} \\ &= \frac{NB}{SB} \cdot \frac{CQ}{CA} \cdot \frac{CP}{CB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{27} \end{aligned}$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}} + \frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}} = \frac{10}{27} + \frac{2}{27} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{4}{9} \Rightarrow 5V_1 = 4V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$$



Câu 52. Chọn B.

Gọi J là chân đường cao của hình chóp $S.ABC$; H, K và L lần lượt là hình chiếu của J trên các cạnh AB, BC và CA . Suy ra, $\widehat{SHJ}$, $\widehat{SLJ}$ và $\widehat{SKJ}$ lần lượt là góc tạo bởi mặt phẳng (ABC) với các mặt phẳng (SAB) , (SBC) và (SAC) . Theo giả thiết, ta có $\widehat{SHJ} = \widehat{SLJ} = \widehat{SKJ}$, suy ra các tam giác vuông SJH, SJL và SJK bằng nhau. Từ đó, $JH = JL = JK$. Mà J nằm trong tam giác ABC nên J là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Áp dụng công thức Hê-rông, ta tính được diện tích S của tam giác ABC là $S = 204$.

Kí hiệu p là nửa chu vi tam giác ABC , r là bán kính đường tròn nội tiếp của ABC . Ta có $r = \frac{S}{p} = \frac{204}{34} = 6$.

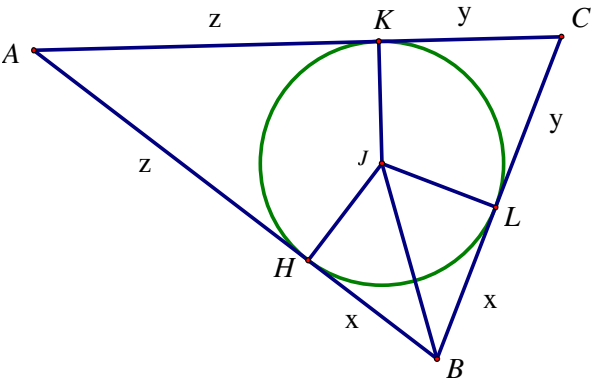
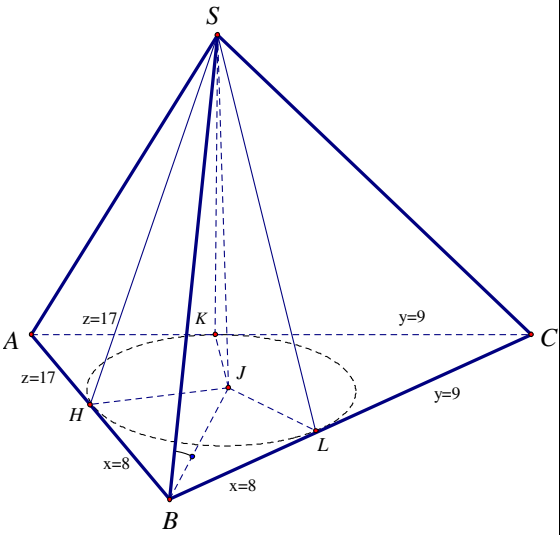
Đặt $x = BH = BL$, $y = CL = CK$, $z = AH = AK$.

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 17 \\ x + z = 25 \\ y + z = 26 \end{cases}$$

Giải ra được $(x; y; z) = (8; 9; 17)$

$JB = \sqrt{JH^2 + BH^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$. Ta có $\widehat{SBJ} = (\widehat{SB, (ABC)}) = 45^\circ$, suy ra SJB là tam giác vuông cân tại J . $SJ = JB = 10$.

Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}SJ \cdot S_{ABC} = 680$



MỤC LỤC

KHỐI ĐA DIỆN.....	1
Vấn đề 1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	1
A – PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH	1
B –CÁC CÔNG THỨC	2
Vấn đề 2. KHỐI ĐA DIỆN	3
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT	3
B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	7
Vấn đề 3: ĐA DIỆN LỒI, ĐA DIỆN ĐỀU	12
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT	12
B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	13
Vấn đề 3: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN	16
HÌNH 1: Hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình chữ nhật (hoặc hình vuông) và SA vuông góc với đáy	17
HÌNH 2: Hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B và SA vuông góc với đáy	25
HÌNH 3: Hình chóp tứ giác đều S.ABCD	29
HÌNH 4: Hình chóp S.ABC, có SA vuông góc với đáy (ABC)	34
HÌNH 5: Hình chóp tam giác đều S.ABC.....	40
HÌNH 6a: Hình chóp S.ABC có một mặt bên (SAB) vuông góc với đáy (ABCD)	44
H6a.1 - Góc giữa cạnh bên và mặt đáy	44
H6a.2 - Góc giữa mặt bên và mặt đáy:	44
HÌNH 6b: Hình chóp S.ABCD có một mặt bên (SAB) vuông góc với đáy (ABCD) và ABCD là hình chữ nhật hoặc hình vuông	46
H6b.1 - Góc giữa cạnh bên và mặt đáy	46
H6b.2 - Góc giữa mặt bên và mặt đáy:	46
HÌNH 7: Hình lăng trụ	49
Bài Tập Tổng Hợp Vấn Đề 3	52
ĐÁP ÁN VÀ GIẢI TRẮC NGHIỆM.....	64

Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA - 098 373 4349

Chuyên: TOÁN

- LỚP 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
- LUYỆN THI LỚP 10
- LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

TRỌN BỘ TÀI LIỆU HỌC TẬP

Môn: TOÁN - Lớp: 12 và THPTQG

Năm học 2017-2018

- 1. Tài liệu TOÁN 12 theo chủ đề (7 chủ đề)**
- 2. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 quyển 1**
- 3. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 quyển 2**
- 4. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 quyển 3**
- 5. Bộ đề thi thử THPT năm 2017**
- 6. Bộ đề thi thử THPT năm 2018**
- 7. Bộ đề thi ĐH- CĐ - THPTQG từ 2002 → 2017**

Năm học 2017 - 2018

Lưu hành nội bộ