

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020
PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA LẦN 2
Môn: TOÁN

CÂU 1. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

- A. C_{10}^2 . B. A_{10}^2 . C. 10^2 . D. 2^{10} .

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh từ nhóm gồm 10 học sinh là tổ hợp chập 2 của 10: C_{10}^2 (cách)

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 1.1. Tổ 1 của lớp 11A gồm 6 bạn nam và 4 bạn nữ. Để chọn một đội lao động trong tổ, cần chọn một bạn nữ và ba bạn nam. Số cách chọn như vậy là

- A. 21. B. 60. C. 40. D. 120.

Lời giải.

Số cách chọn một đội lao động gồm 3 nam và 1 nữ là $C_6^3 \cdot C_4^1 = 40$ cách.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 1.2. Một chi đoàn có 16 đoàn viên. Cần bầu chọn một Ban Chấp hành ba người gồm Bí thư, Phó Bí thư và Ủy viên. Số cách chọn ra Ban Chấp hành nói trên là

- A. 560. B. 4096. C. 48. D. 3360.

Lời giải.

Mỗi cách bầu chọn một Ban Chấp hành ba người gồm Bí thư, Phó Bí thư và Ủy viên là một chỉnh hợp chập 3 của 16 phần tử. Do đó có $A_{16}^3 = \frac{16!}{13!} = 3360$ cách.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 1.3. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 42. B. 12. C. 24. D. 4^4 .

Lời giải.

Mỗi số như vậy là một hoán vị của 4 phần tử. Vậy có thể lập được $4! = 24$ số thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 1.4. Có bao nhiêu cách xếp một nhóm học sinh gồm 4 bạn nam và 6 bạn nữ thành một hàng ngang?

- A. $10!$. B. $4!$. C. $6! \cdot 4!$. D. $6!$.

Lời giải.

Nhóm học sinh đó có tất cả 10 học sinh.

Xếp 10 học sinh thành một hàng ngang có $P_{10} = 10!$ cách xếp.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 1.5. Có bao nhiêu cách xếp một nhóm 7 học sinh thành một hàng ngang?

- A. 49. B. 720. C. 5040. D. 42.

Lời giải.

Xếp 7 học sinh sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của 7 phần tử.

Vậy có $7! = 5040$ cách xếp.

Chọn đáp án **C**



Câu 1.6. Lớp 11A có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một học sinh làm lớp trưởng?

A. $25! + 20!$ cách.

B. $45!$ cách.

C. 45 cách.

D. 500 cách.

Lời giải.

Số cách chọn một học sinh làm lớp trưởng: $C_{45}^1 = 45$ cách

Chọn đáp án **C**



Câu 1.7. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ 20 học sinh lớp 11A?

A. 1860480 cách.

B. 120 cách.

C. 15504 cách.

D. 100 cách.

Lời giải.

Số cách chọn 5 học sinh từ 20 học sinh lớp 11A là $C_{20}^5 = 15504$ cách.

Chọn đáp án **C**



Câu 1.8. Cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Có bao nhiêu mặt phẳng qua S và hai trong số bốn điểm A, B, C, D ?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Số mặt phẳng qua S và hai trong số bốn điểm A, B, C, D bằng số tổ hợp chập 2 của 4 phần tử.

Vậy có $C_4^2 = 6$ mặt phẳng.

Chọn đáp án **D**



Câu 1.9. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Từ 5 chữ số này ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?

A. 120.

B. 60.

C. 30.

D. 40.

Lời giải.

Có tất cả $P_5 = 5! = 120$ (số).

Chọn đáp án **A**



Câu 1.10. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 bạn vào một cái bàn ngang có 10 ghế?

A. $8!$.

B. $10!$.

C. $7!$.

D. $9!$.

Lời giải.

Mỗi cách sắp xếp là một hoán vị của tập gồm 10 phần tử. Khi đó số cách sắp xếp là $10!$.

Chọn đáp án **B**



Câu 1.11. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau?

A. 3125.

B. 125.

C. 120.

D. 625.

Lời giải.

Mỗi số có 5 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là một hoán vị của 5 chữ số trên. Vậy có $5! = 120$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**



Câu 1.12. A_8^3 là ký hiệu của

- A. Số các tổ hợp chập 3 của 8 phần tử. B. Số các chỉnh hợp chập 3 của 8 phần tử.
C. Số các chỉnh hợp chập 8 của 3 phần tử. D. Số các hoán vị của 8 phần tử.

Lời giải.

A_n^k là ký hiệu của số các chỉnh hợp chập k của n phần tử.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1.13. Rút ngẫu nhiên 4 cái thẻ trong tập hợp gồm 10 cái thẻ. Số cách rút là

- A. 5040. B. 210. C. 14. D. 40.

Lời giải.

Số cách rút 4 thẻ trong tập hợp gồm 10 thẻ là số các tổ hợp chập 4 của 10 phần tử: $C_{10}^4 = 210$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1.14. C_7^2 là ký hiệu của

- A. Số các hoán vị của 7 phần tử. B. Số các tổ hợp chập 7 của 2 phần tử.
C. Số các chỉnh hợp chập 2 của 7 phần tử. D. Số các tổ hợp chập 2 của 7 phần tử.

Lời giải.

C_n^k là ký hiệu của số các tổ hợp chập k của n phần tử.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1.15. Số cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh vào một dãy có 5 ghế kê theo hàng ngang là

- A. 10. B. 24. C. 120. D. 25.

Lời giải.

Số cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh vào một dãy có 5 ghế kê theo hàng ngang là $5! = 120$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1.16. Ông T dẫn 6 cháu nội ngoại xếp thành hàng dọc vào rạp xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp khác nhau nếu ông T đứng ở cuối hàng?

- A. 720. B. 5040. C. 120. D. 702.

Lời giải.

Vì ông T luôn đứng cuối hàng nên chỉ có sự sắp xếp thành hàng dọc của 6 cháu ông T. Do đó số cách xếp là $6! = 720$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1.17. Số cách phân 3 học sinh trong 12 học sinh đi lao động là:

- A. P_{12} . B. 36. C. A_{12}^3 . D. C_{12}^3 .

Lời giải.

Mỗi cách phân 3 học sinh trong 12 học sinh đi lao động là tổ hợp chập 3 của 12.

Vậy số cách phân học sinh lao động là C_{12}^3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1.18. Có tất cả bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách?

- A. $5!$. B. 6^5 . C. $6!$. D. 6^6 .

Lời giải.

Mỗi cách sắp xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách là một hoán vị của 6 phần tử.

Vậy số cách sắp xếp là $6!$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1.19. Một tổ có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 bạn trực nhật sao cho có nam và nữ?

A. 35.

B. 49.

C. 12.

D. 25.

Lời giải.

Theo bài ra ta có chọn 2 bạn trực nhật sao cho có nam và nữ.

Suy ra chọn 1 nam và 1 nữ.

Vậy số cách chọn là: $C_7^1 \cdot C_5^1 = 35$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1.20. Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử

A. 3^{12} .

B. 12^3 .

C. A_{12}^3 .

D. C_{12}^3 .

Lời giải.

lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử là C_{12}^3 .

Chọn đáp án **D**

□

CÂU 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 6.

B. 3.

C. 12.

D. -6.

Lời giải.

Cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là: $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

(Với u_1 là số hạng đầu và d là công sai).

Suy ra ta có: $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow 9 = 3 + d \Leftrightarrow d = 6$.

Vậy công sai của cấp số cộng đã cho bằng 6.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2.1. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 + u_3 - u_6 = 7 \\ u_4 + u_8 = -14 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng này là

A. $u_n = 5 - 2n$.

B. $u_n = 2 + n$.

C. $u_n = 3n + 2$.

D. $u_n = -3n + 1$.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 + d$, $u_3 = u_1 + 2d$, $u_6 = u_1 + 5d$, $u_4 = u_1 + 3d$ và $u_8 = u_1 + 7d$. Do đó

$$\begin{cases} (u_1 + d) + (u_1 + 2d) - (u_1 + 5d) = 7 \\ (u_1 + 3d) + (u_1 + 7d) = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - 2d = 7 \\ 2u_1 + 10d = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = -2. \end{cases}$$

Vì vậy $u_n = 3 + (n - 1) \cdot (-2) = 5 - 2n$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2.2. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 114 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 342 \end{cases}$

A. $u_1 = 2$, $q = 3$.

B. $u_1 = 3$, $q = 2$.

C. $u_1 = 1$, $q = 3$.

D. $u_1 = 1$, $q = 2$.

Lời giải.

$$\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 114 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 342 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q(1 - q^2 + q^3) = 114(1) \\ u_1 q^2(1 - q^2 + q^3) = 342(2) \end{cases}$$

Lấy phương trình (2) chia cho phương trình (1) ta được $q = 3$.

Thay vào phương trình (1) ta được $u_1 = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2.3. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_3 = 6, u_8 = 16$. Tính công sai d và tổng của 10 số hạng đầu tiên.

A. $d = 2; S_{10} = 100$. B. $d = 1; S_{10} = 80$. C. $d = 2; S_{10} = 120$. D. $d = 2; S_{10} = 110$.

Lời giải.

$$d = \frac{u_8 - u_3}{5} = \frac{16 - 6}{5} = 2.$$

$$u_1 = u_3 - 2d = 6 - 2 \cdot 2 = 2.$$

$$S_{10} = \frac{10 \cdot (u_1 + u_{10})}{2} = \frac{10 \cdot (u_1 + u_1 + 9 \cdot d)}{2} = \frac{10 \cdot (2 + 2 + 9 \cdot 2)}{2} = 110.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2.4. Cho cấp số cộng có $u_1 = 0$ và công sai $d = 3$. Tổng của 26 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng bao nhiêu?

A. 975. B. 775. C. 875. D. 675.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d \Rightarrow S_{26} = 26 \cdot 0 + \frac{26 \cdot 25}{2} \cdot 3 = 975.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2.5. Cho (u_n) là cấp số cộng với công sai d . Biết $u_5 = 16, u_7 = 22$. Tính u_1 .

A. $u_1 = -5$. B. $u_1 = -2$. C. $u_1 = 19$. D. $u_1 = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_5 = 16 \\ u_7 = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 16 \\ u_1 + 6d = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy $u_1 = 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2.6. Cho dãy (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 2$ và $u_9 = 26$. Tìm u_5 .

A. 15. B. 13. C. 12. D. 14.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_1 + u_9 = u_1 + u_1 + 8d = 2u_1 + 8d = 2(u_1 + 4d) = 2u_5. \text{ Do đó } u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2} = \frac{2 + 26}{2} = 14.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2.7. Bốn số lập thành một cấp số cộng. Tổng của chúng bằng 22, tổng các bình phương của chúng bằng 166. Tính tổng các lập phương của bốn số đó.

A. 1480. B. 1408. C. 1804. D. 1840.

Lời giải.

Giả sử cấp số cộng là u_1, u_2, u_3, u_4 . Từ giả thiết và tính chất của cấp số cộng, ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 22 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 166 \\ u_1 + u_4 = u_2 + u_3 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được hai cấp số cộng là 1, 4, 7, 10 và 10, 7, 4, 1.

Ta có $1^3 + 4^3 + 7^3 + 10^3 = 1408$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2.8. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_4 = 40, u_6 = 160$. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) .

A. $u_1 = -5, q = -2$. B. $u_1 = -2, q = -5$. C. $u_1 = -5, q = 2$. D. $u_1 = -140, q = 60$.

Lời giải.

$$u_4 = 40 \Leftrightarrow u_1 q^3 = 40$$

$$u_6 = 160 \Leftrightarrow u_1 q^5 = 160$$

$$\text{Suy ra: } q^2 = 4 \Leftrightarrow q = 2 \text{ hoặc } q = -2$$

$$\text{Với } q = 2 \text{ thì } u_4 = 40 \Rightarrow u_1 = 5$$

$$\text{Với } q = -2 \text{ thì } u_4 = 40 \Rightarrow u_1 = -5$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2.9. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu là $u_1 = 15$ và công sai $d = -2$. Tìm số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho.

A. -1. B. 1. C. 103. D. 64.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_8 = u_1 + 7d = 15 + 7(-2) = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2.10. Cho (u_n) là cấp số cộng với công sai d . Biết $u_7 = 16, u_9 = 22$. Tính u_1 .

A. 4. B. 19. C. 1. D. -2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_7 = 16 \\ u_9 = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 6d = 16 \\ u_1 + 8d = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Do đó, $u_1 = -2$ và $d = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2.11. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 80 \end{cases}$. Tìm u_3 .

A. $u_3 = 8$. B. $u_3 = 2$. C. $u_3 = 6$. D. $u_3 = 4$.

Lời giải.

Gọi công bội của cấp số nhân là q .

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} u_1 + u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^2) = 10 \\ u_1 q^3(1 + q^2) = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{10}{1 + q^2} \\ \frac{10q^3(1 + q^2)}{1 + q^2} = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 2. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } u_3 = u_1 q^2 = 2 \cdot 2^2 = 8.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2.12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- A. $S = 24$. B. $S = -25$. C. $S = -24$. D. $S = 26$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3. \end{cases}$$

Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là $S_{16} = 16 \cdot (-21) + \frac{16 \cdot 15}{2} \cdot 3 = 24$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2.13. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

- A. $u_1 = 2; d = 4$. B. $u_1 = 2; d = 3$. C. $u_1 = 2; d = 2$. D. $u_1 = 3; d = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} u_5 = 18 \\ 4S_n = S_{2n} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 4\left(nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}\right) = \left(2nu_1 + \frac{2n(2n-1)d}{2}\right) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2u_1 = d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2.14. Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tìm tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số (u_n) .

- A. $S_{10} = 145$. B. $S_{10} = 154$. C. $S_{10} = 290$. D. $S_{10} = 45$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng u_n .

Khi đó:

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3. \end{cases}$$

Do đó, $S_{10} = (2u_1 + 9d) \frac{10}{2} = 145$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2.15. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tính tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .

- A. -285 . B. -244 . C. -253 . D. -274 .

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 9d = -21 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}.$$

Khi đó

$$S_{15} = \frac{15}{2} (2 \cdot 2 + 14 \cdot (-3)) = -285.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

CÂU 3. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-2} = 3^3 \Leftrightarrow x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3.1. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$.

A. $x = \frac{8}{3}$.

B. $x = \frac{10}{3}$.

C. $x = \frac{16}{3}$.

D. $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow 3x - 2 = 2^3 \Leftrightarrow 3x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3.2. Tìm nghiệm của phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3}$.

A. $x = \frac{1}{4}$.

B. $x = -\frac{3}{4}$.

C. $x = -1$.

D. $x = -\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow 2x + 1 = \log_{7+4\sqrt{3}}(2 - \sqrt{3}) \Leftrightarrow 2x + 1 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3.3. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $7^{x^2-5x+9} = 343$. Tính $x_1 + x_2$.

A. $x_1 + x_2 = 4$.

B. $x_1 + x_2 = 6$.

C. $x_1 + x_2 = 5$.

D. $x_1 + x_2 = 3$.

Lời giải.

Ta có $7^{x^2-5x+9} = 343 \Leftrightarrow 7^{x^2-5x+9} = 7^3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 9 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$.

Do đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 3.4. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x} = \frac{1}{4}$ là

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \{1; 2\}$.

C. $S = \{0\}$.

D. $S = \{1\}$.

Lời giải.

$2^{x^2-3x} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x} = 2^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x = -2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3.5. Phương trình $3^{x-4} = 1$ có nghiệm là

A. $x = -4$.

B. $x = 4$.

C. $x = 0$.

D. $x = 5$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$3^{x-4} = 3^0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3.6. Phương trình $3^{x-4} = 1$ có nghiệm là

- A. $x = -4$. B. $x = 5$. C. $x = 4$. D. $x = 0$.

Lời giải.

Phương trình tương đương: $3^{x-4} = 1 \Leftrightarrow x - 4 = \log_3 1 = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3.7. Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$ là:

- A. $\{4\}$. B. $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2}; \frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$.
C. $\{1; -4\}$. D. $\{-1; 4\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{0,25}(x^2 - 3x) &= -1 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x &= 4 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{nhận}) \\ x = 4 & (\text{nhận}). \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-1; 4\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3.8. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 2x + 4) = 2$ là

- A. $\{0; -2\}$. B. $\{2\}$. C. $\{0\}$. D. $\{0; 2\}$.

Lời giải.

Ta có $x^2 - 2x + 4 = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 2\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3.9. Phương trình $\log_2(x+1) = 2$ có nghiệm là

- A. $x = -3$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 8$.

Lời giải.

Phương pháp: $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$.

Cách giải: $\log_2(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 2^2 \Leftrightarrow x+1 = 4 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3.10. Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $5^{x^2} = 5^x$?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Ta có $5^{x^2} = 5^x \Leftrightarrow x^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3.11. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 2$.

- A. $x = 9$. B. $x = 8$. C. $x = 11$. D. $x = 10$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}\log_3(x-2) &= 2 \\ \Leftrightarrow x-2 &= 3^2 \\ \Leftrightarrow x-2 &= 9 \\ \Leftrightarrow x &= 11.\end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 11$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3.12. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x} = 9$ bằng

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\begin{aligned}3^{x^2+x} = 9 &\Leftrightarrow 3^{x^2+x} = 3^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + x &= 2 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2. \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy tích tất cả các nghiệm của phương trình đã cho bằng -2.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3.13. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_5(x+1) - \log_5(x-3) = 1$. Tìm S .

A. $S = \{-2; 4\}$.

B. $S = \left\{ \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \right\}$.

C. $S = \{4\}$.

D. $S = \left\{ \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 3$

PT $\Leftrightarrow \frac{x+1}{x-3} = 5 \Leftrightarrow x = 4$ (thỏa). Vậy $S = \{4\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3.14. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x+4) = 4$.

A. $S = \{-4; 12\}$.

B. $S = \{4\}$.

C. $S = \{4; 8\}$.

D. $S = \{12\}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x+4) = 4 \Leftrightarrow x+4 = 2^4 \Leftrightarrow x = 12$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{12\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3.15. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

A. $x = 9$.

B. $x = 6$.

C. $x = 8$.

D. $x = 5$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 \Leftrightarrow x = 8$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3.16. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x - 5) = 4$.

- A. $x = 21$. B. $x = 3$. C. $x = 11$. D. $x = 13$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x - 5) = 4 \Leftrightarrow x - 5 = 2^4 \Leftrightarrow x = 21$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3.17. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$.

- A. $x = \frac{29}{3}$. B. $x = \frac{11}{3}$. C. $x = \frac{25}{3}$. D. $x = 87$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $3x - 2 = 3^3$ hay $x = \frac{29}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3.18. Tìm nghiệm của phương trình $9^x - 3^x - 6 = 0$.

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Ta có $9^x - 3^x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = -2 \end{cases} \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3.19. Giải phương trình $\log_2(2x - 2) = 3$.

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 5$. D. $x = 4$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.

$\log_2(2x - 2) = 3 \Leftrightarrow 2x - 2 = 8 \Leftrightarrow x = 5$.

Vậy tập nghiệm phương trình đã cho là $S = \{5\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3.20. Cho phương trình $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1$. Khi đặt $t = \log_5(5^x - 1)$, ta được phương trình nào dưới đây?

- A. $t^2 - 1 = 0$. B. $t^2 + t - 2 = 0$. C. $t^2 - 2 = 0$. D. $2t^2 + 2t - 1 = 0$.

Lời giải.

$\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1 \Leftrightarrow \log_5(5^x - 1) \cdot \frac{1}{2} [1 + \log_5(5^x - 1)] = 1$.

Khi đặt $t = \log_5(5^x - 1)$, ta được phương trình $t^2 + t - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 4. Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh 2 là $V = 2^3 = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4.1. Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $8a^3$. B. $2a^3$. C. a^3 . D. $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ là $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 4.2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối chóp $D'.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$, chiều cao $D'D = a$.

Do đó $V_{D'.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot D'D = \frac{1}{3}a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 4.3. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

C. 8 cm^3 .

D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Độ dài các cạnh hình lập phương là $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Thể tích khối lập phương là $V = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 4.4. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

C. 8 cm^3 .

D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Độ dài các cạnh hình lập phương là $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Thể tích khối lập phương là $V = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 4.5. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

C. 8 cm^3 .

D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Độ dài các cạnh hình lập phương là $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Thể tích khối lập phương là $V = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 4.6. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

C. 8 cm^3 .

D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Độ dài các cạnh hình lập phương là $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Thể tích khối lập phương là $V = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 4.7. Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 27.

B. 9.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

$$V' = (3a)^3 = 3^3 \cdot a^3 = 27V.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 4.8. Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 27.

B. 9.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

$$V' = (3a)^3 = 3^3 \cdot a^3 = 27V.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 4.9. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a là: a^3 .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 4.10. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a là: a^3 .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 4.11. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = 2a\sqrt{3}$.

A. $V = 8a^3$.

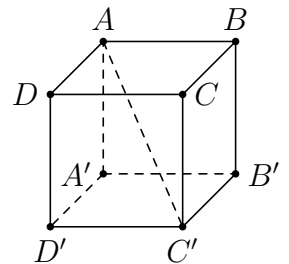
B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$.

D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi $x > 0$ là độ dài cạnh của hình lập phương. Ta có đường chéo hình lập phương $AC' = x\sqrt{3} = 2a\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2a$. Vậy thể tích hình lập phương là $V = x^3 = 8a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 4.12. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = 2a\sqrt{3}$.

A. $V = 8a^3$.

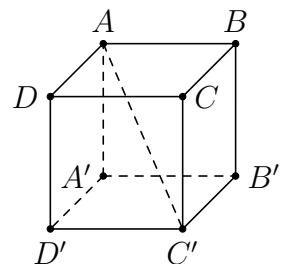
B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$.

D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi $x > 0$ là độ dài cạnh của hình lập phương. Ta có đường chéo hình lập phương $AC' = x\sqrt{3} = 2a\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2a$. Vậy thể tích hình lập phương là $V = x^3 = 8a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

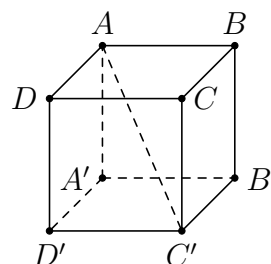
□

Câu 4.13. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = 2a\sqrt{3}$.

- A. $V = 8a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi $x > 0$ là độ dài cạnh của hình lập phương. Ta có đường chéo hình lập phương $AC' = x\sqrt{3} = 2a\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2a$. Vậy thể tích hình lập phương là $V = x^3 = 8a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 4.14. Một hộp đựng thực phẩm có dạng hình lập phương và có diện tích toàn phần bằng 150 dm^2 . Thể tích của khối hộp là

- A. 125 cm^3 . B. 125 dm^3 . C. $\frac{125}{3} \text{ dm}^3$. D. $\frac{125}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Ta có diện tích một mặt là $S = a^2$.

Mà diện tích toàn phần của khối lập phương là $150 \Rightarrow S_{tp} = 6 \cdot S = 150 \Rightarrow 6a^2 = 150 \Rightarrow a = 5 \text{ (dm)}$.

Suy ra $V = a^3 = 5^3 = 125 \text{ (dm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 4.15. Một khối lập phương có thể tích bằng $2\sqrt{2}a^3$. Cạnh của hình lập phương đó bằng

- A. $2\sqrt{2}a$. B. $\sqrt{2}a$. C. $2a$. D. $\sqrt{3}a$.

Lời giải.

Giả sử cạnh hình lập phương có độ dài là $x \Rightarrow$ thể tích của hình lập phương là

$$V = x^3 = 2\sqrt{2}a^3.$$

Suy ra $x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}a^3} = \sqrt{2}a$.

Vậy cạnh của hình lập phương bằng $\sqrt{2}a$.

Chọn đáp án **B**

□

CÂU 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của số $y = \log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm đã cho là: $D = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5.1. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{3-x}{2x}$ là

- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (0; 3]$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (0; 3)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi $\frac{3-x}{2x} > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 5.2. Tập xác định của hàm số $y = \log(x-2)^2$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $(2; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định nếu $f(x)$ xác định và $f(x) > 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \log(x-2)^2$ xác định nếu $(x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy TXĐ $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Chú ý: Khi giải nhiều học sinh biến đổi $(x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ rồi chọn $\mathcal{D} = (2; +\infty)$ là sai.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 5.3. Tập xác định của hàm số $y = \log(x-2)^2$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $(2; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định nếu $f(x)$ xác định và $f(x) > 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \log(x-2)^2$ xác định nếu $(x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy TXĐ $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Chú ý: Khi giải nhiều học sinh biến đổi $(x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ rồi chọn $\mathcal{D} = (2; +\infty)$ là sai.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 5.4. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2)$.

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 5.5. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có điều kiện: $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 5.6. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$. B. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = [-1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$. Suy ra tập xác định $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 5.7. Trong các hàm số sau, hàm số nào có cùng tập xác định với hàm số $y = x^{\frac{1}{5}}$?

- A. $y = x^\pi$. B. $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$. C. $y = \sqrt{x}$. D. $y = \sqrt[3]{x}$.

Lời giải.

Ta có tập xác định hàm số $y = x^{\frac{1}{5}}$ là $(0; +\infty)$.

- Hàm số $y = x^\pi$ cũng có tập xác định là $(0; +\infty)$.
- Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Hàm số $y = \sqrt{x}$ có tập xác định là $[0; +\infty)$.
- Hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 5.8. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = e^{x^2-2x}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = [0; 2]$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$. D. $\mathcal{D} = \emptyset$.

Lời giải.

Hàm số $y = e^{x^2-2x}$ xác định với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 5.9. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_{2018}(2x-1)$ là

- A. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5.10. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{e^x - e^5}}$.

- A. $\mathcal{D} = (\ln 5; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = [\ln 5; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{5\}$. D. $\mathcal{D} = (5; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $e^x - e^5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 5.11. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_3 x$ xác định trên $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 5.12. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{x-2}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -3] \cup (2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (-3; 2)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định : $\frac{x+3}{x-2} > 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 2 \end{cases}$.

Vậy $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 5.13. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_3(3 - x)$.

- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3$. Suy ra, $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5.14. Hàm số $y = \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 4x)$ có tập xác định là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$. B. $\mathcal{D} = [0; 4]$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (0; 4)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 - 4x > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5.15. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x + 2)^{\frac{\sqrt{2}}{3}}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$.

Vậy TXĐ của hàm số là $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 5.16. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $f(x) = \ln(4 - x)$ là

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 4)$. B. $\mathcal{D} = (4; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{4\}$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 4]$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 4 - x > 0 \Leftrightarrow x < 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 5.17. Hàm số $y = \log_3(3 - 2x)$ có tập xác định là

- A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$ nên hàm số có tập xác định là $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 5.18. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1) + \log_2(x - 3)$ là

- A. $\mathcal{D} = (1; 3)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.
C. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x - 1 > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3 \Rightarrow \mathcal{D} = (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5.19. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{-3}$ là

- A. $\mathcal{D} = [-1; 4]$. B. $\mathcal{D} = (-1; 4)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm lũy thừa với số mũ nguyên âm nên cơ số khác 0.

Do đó $x^2 - 3x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 4 \end{cases}$. Suy ra $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5.20. Hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$ có tập xác định là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 4)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(2; 6)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$. Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(0; 4)$.

Chọn đáp án **B**

□

CÂU 6. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$.

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Lời giải.

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 6.1. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x+4}$.

A. $F(x) = \frac{1}{\ln 5} \ln |5x+4| + C$.

B. $F(x) = \ln |5x+4| + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{5} \ln |5x+4| + C$.

D. $F(x) = \frac{1}{5} \ln(5x+4) + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \frac{1}{5x+4} dx = \frac{1}{5} \ln |5x+4| + C$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 6.2. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2019$.

A. $F(x) = e^x - 2019$.

B. $F(x) = x^2 + e^x - 2018$.

C. $F(x) = x^2 + e^x + 2017$.

D. $F(x) = x^2 + e^x + 2018$.

Lời giải.

$F(x) = \int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C$.

Do $F(0) = 2019$ nên $0^2 + e^0 + C = 2019 \Leftrightarrow C = 2018$.

Vậy $F(x) = x^2 + e^x + 2018$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 6.3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$ là

A. $x^3 + C$.

B. $\frac{x^3}{3} + x + C$.

C. $6x + C$.

D. $x^3 - x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int (3x^2 - 1) dx = x^3 - x + C$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 6.4. Hàm số $f(x) = \cos(4x + 7)$ có một nguyên hàm là

- A. $-\sin(4x + 7) + x$. B. $\frac{1}{4}\sin(4x + 7) - 3$. C. $\sin(4x + 7) - 1$. D. $-\frac{1}{4}\sin(4x + 7) + 3$.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = \cos(4x + 7)$ có một nguyên hàm là $\frac{1}{4}\sin(4x + 7) - 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6.5. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R}$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$. B. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$. D. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

Lời giải.

Khẳng định A, B, D đúng theo tính chất của nguyên hàm.

Khẳng định C chỉ đúng khi $k \neq 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6.6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \cos x$ là

- A. $2x - \sin x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + \sin x + C$. C. $\frac{1}{3}x^3 - \sin x + C$. D. $x^3 + \sin x + C$.

Lời giải.

Ta có: $\int (x^2 + \cos x) dx = \frac{1}{3}x^3 + \sin x + C$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6.7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

- A. $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + C$. B. $x^4 + x^3$. C. $3x^2 + 2x$. D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}x^3$.

Lời giải.

$\int (x^3 + x^2) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + C$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6.8. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^{2x}$?

- A. $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot 5^{2x} \ln 5 + C$. B. $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot \frac{5^{2x}}{\ln 5} + C$.
C. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^x}{2 \ln 5} + C$. D. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int 5^{2x} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{5^{2x}}{\ln 5} + C = \frac{25^x}{2 \ln 5} + C$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6.9. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + x - 1$ là:

- A. $x^4 + x^2 + x + C$. B. $12x^2 + 1 + C$. C. $x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$. D. $x^4 - \frac{1}{2}x^2 - x + C$.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng nguyên hàm cơ bản $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.

Cách giải: $\int f(x) dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - x + C = x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6.10. Họ các nguyên hàm của hàm số $y = \cos x + x$ là

- A. $\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$. B. $\sin x + x^2 + C$. C. $-\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $-\sin x + x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có $F(x) = \int (\cos x + x) dx = \sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6.11. Nếu $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C$ thì $f(x)$ bằng

- A. $f(x) = 3x^2 + e^x$. B. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. C. $f(x) = x^2 + e^x$. D. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C \Rightarrow f(x) = x^2 + e^x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6.12. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2019}$, ($x \in \mathbb{R}$) là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

- A. $F(x) = 2019x^{2018} + C$, ($C \in \mathbb{R}$). B. $F(x) = x^{2020} + C$, ($C \in \mathbb{R}$).
C. $F(x) = \frac{x^{2020}}{2020} + C$, ($C \in \mathbb{R}$). D. $F(x) = 2018x^{2019} + C$, ($C \in \mathbb{R}$).

Lời giải.

Áp dụng công thức $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ($n \neq -1$), ta có $\int f(x) dx = \int x^{2019} dx = \frac{x^{2020}}{2020} + C$. □

Câu 6.13. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f(x) = 2xe^{x^2}$. B. $f(x) = x^2e^{x^2}$. C. $f(x) = e^{x^2}$. D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = (F(x))' = (e^{x^2})' = 2xe^{x^2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6.14. Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$.

- A. $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$. B. $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$. C. $-3^{-x} + C$. D. $-3^{-x} \ln 3 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int 3^{-x} dx = -\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6.15. Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x$.

- A. $\frac{1}{5} \cos 5x + C$. B. $\cos 5x + C$. C. $-\cos 5x + C$. D. $-\frac{1}{5} \cos 5x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \sin 5x dx = \frac{1}{5} \int \sin 5x d(5x) = -\frac{1}{5} \cos 5x + C$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6.16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A. $F(x) = 2x^2 + x$. B. $F(x) = 2$. C. $F(x) = C$. D. $F(x) = x^2 + x + C$.

Lời giải.

Ta có

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (2x + 1) dx = x^2 + x + C.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 6.17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + x^2 + C$. B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $e^x + 1 + C$.

Lời giải.

Ta có

$$\int f(x) dx = \int (e^x + x) dx = \int e^x dx + \int x dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C, \text{ với } C \text{ là hằng số.}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 6.18. Tìm nguyên hàm $F(x) = \int \pi^2 dx$.

- A. $F(x) = \pi^2 x + C$. B. $2\pi x + C$. C. $F(x) = \frac{\pi^3}{3} + C$. D. $F(x) = \frac{\pi^2 x^2}{2} + C$.

Lời giải.

Ta có $F(x) = \int \pi^2 dx = \pi^2 x + C$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 6.19. Tìm tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{x}{2}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{4} + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 + \frac{x^2}{2} + C$.
C. $\int f(x) dx = x^3 + \frac{x^2}{4} + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 + \frac{x^2}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int \left(3x^2 + \frac{x}{2}\right) dx = 3 \int x^2 dx + \frac{1}{2} \int x dx = x^3 + \frac{x^2}{4} + C$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 6.20. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(3ax + 1)$ (với a là tham số khác 0).

- A. $\cos(3ax + 1) + C$. B. $\frac{1}{3a} \cos(3ax + 1) + C$.
C. $-\frac{1}{3a} \cos(3ax + 1) + C$. D. $-\cos(3ax + 1) + C$.

Lời giải.

$$\int \sin(3ax + 1) dx = \frac{1}{3a} \int \sin(3ax + 1) d(3ax + 1) = -\frac{1}{3a} \cos(3ax + 1) + C.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

CÂU 7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 12. C. 36. D. 4.

Lời giải.

Ta có công thức thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.3.4 = 4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

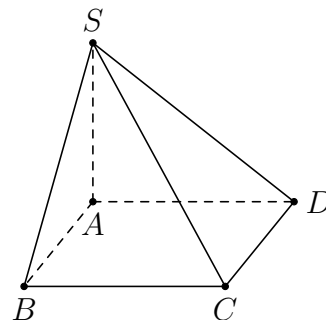
Câu 7.1. Cho khối chóp $S.ABCD$ cạnh bên SA vuông góc với đáy, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $6a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Lời giải.

Theo giả thiết $ABCD$ là hình chữ nhật nên thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a \cdot 2a = 2a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

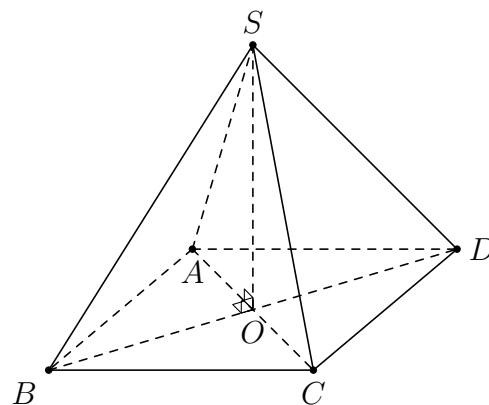
Câu 7.2. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , đường cao SO . Biết $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

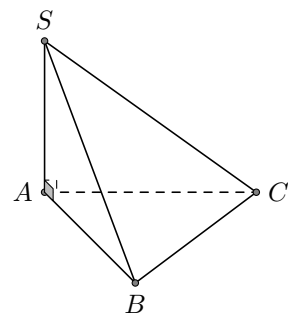
□

Câu 7.3. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2$, tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 7.4. Cho khối chóp tam giác có đường cao bằng 100 cm và cạnh đáy bằng 20 cm, 21 cm, 29 cm. Tính thể tích khối chóp này.

- A. $7000\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. 6000 cm^3 . C. 6213 cm^3 . D. 7000 cm^3 .

Lời giải.

Diện tích đáy

$$S = \sqrt{\frac{20+21+29}{2} \left(\frac{20+21+29}{2} - 20 \right) \left(\frac{20+21+29}{2} - 21 \right) \left(\frac{20+21+29}{2} - 29 \right)} = 210 \text{ cm}^2.$$

Thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 210 \cdot 100 = 7000 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

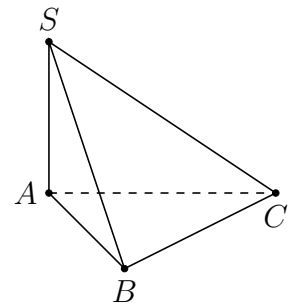
Câu 7.5. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

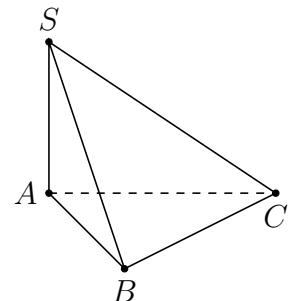
Câu 7.6. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 7.7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy và $SA = BC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

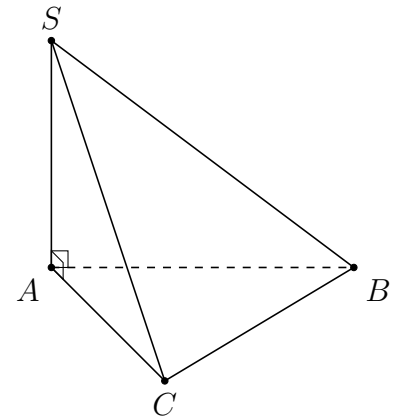
- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Lời giải.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$,

$$\text{suy ra: } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Đến tới: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{3a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7.8. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$ và chiều dài $3a$. Chiều cao của khối chóp là $4a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là

- A. $V = 24a^3$. B. $V = 9a^3$. C. $V = 40a^3$. D. $V = 8a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 2a \cdot 4a = 8a^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7.9. Cho khối chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại C , $CA = a$, (SAB) vuông góc với (ABC) và diện tích tam giác SAB bằng $\frac{a^2}{2}$. Tính độ dài đường cao SH của khối chóp $S.ABC$.

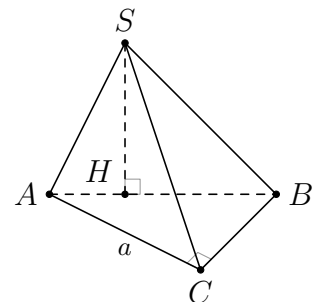
- A. a . B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Vì ABC là tam giác vuông cân tại C nên $AB = a\sqrt{2}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên AB , vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có } S_{SAB} = \frac{1}{2}SH \cdot AB = \frac{a^2}{2} \Rightarrow SH = \frac{a^2}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7.10. Cho khối chóp tam giác có chiều cao 10 dm , diện tích đáy 300 dm^2 . Tính thể tích khối chóp đó.

- A. 1 m^3 . B. 3000 dm^3 . C. 1000 dm^2 . D. 3000 dm^2 .

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối chóp, h là chiều cao và S là diện tích đáy.

$$\text{Khi đó } V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 300 \Leftrightarrow V = 1000 \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Do đó $V = 1 \text{ (m}^3\text{)}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7.11. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

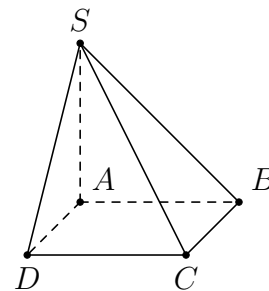
D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S = a^2$.

Thể tích khối chóp đã cho là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 7.12. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$, $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{a^3}{4}$.

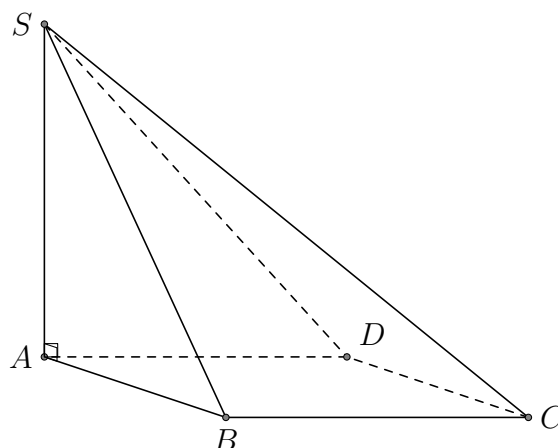
C. $V = \sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối chóp, do $SA \perp (ABCD)$ suy ra

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_d = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 7.13. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

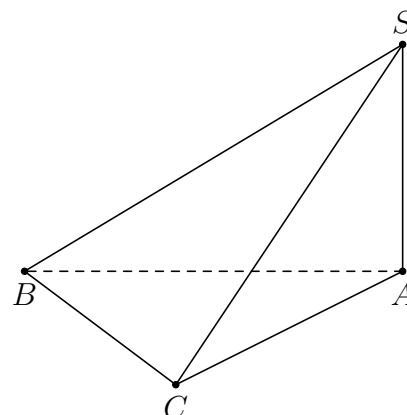
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $(SAB) \perp (ABC)$, $(SAC) \perp (ABC)$ nên $SA \perp (ABC)$.

Mà $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$ nên suy ra

$$V_{S.ABC} = \frac{S_{ABC} \cdot SA}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 7.14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với mặt phẳng

(ABC) và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

A. $2a\sqrt{3}$.

B. $3a\sqrt{3}$.

C. $2a$.

D. $2a\sqrt{2}$.

Lời giải.

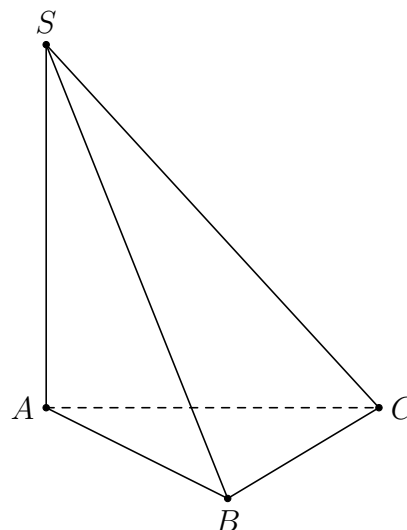
Ta có

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{3V_{S.ABC}}{SA} = 3\sqrt{3}a^2$$

$$\Rightarrow \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}a^2$$

$$\Rightarrow AB = 2a\sqrt{3} = BC = AC.$$



Chọn đáp án **A**

□

CÂU 8. Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 16π .

B. 48π .

C. 36π .

D. 4π .

Lời giải.

Ta có công thức thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 16 \cdot 3 = 16\pi$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 8.1. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 16\pi\sqrt{3}$.

B. $V = 12\pi$.

C. $V = 4$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích của khối nón ta tính được $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 8.2. Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r . Tính thể tích của khối nón.

A. $2\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$.

B. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

C. $\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$.

D. $\pi r^2 h$.

Lời giải.

Theo công thức thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 8.3. Cho khối nón (N) có bán kính $r = \sqrt{5}$, có chiều cao $h = 5$. Thể tích V của khối nón (N) đã cho là.

A. $V_{(N)} = \frac{27\pi}{5}$.

B. $V_{(N)} = \frac{16\pi}{5}$.

C. $V_{(N)} = \frac{26\pi}{5}$.

D. $V_{(N)} = \frac{25\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_{(N)} = \frac{1}{3} \cdot 5\pi (\sqrt{5})^2 = \frac{25\pi}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 8.4. Cho khối nón tròn xoay có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 16\pi\sqrt{3}$.

B. $V = 12\pi$.

C. $V = 4$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8.5. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng R . Diện tích toàn phần của khối nón là

A. $S_{tp} = \pi R(l + R)$.

B. $S_{tp} = \pi R(l + 2R)$.

C. $S_{tp} = 2\pi R(l + R)$.

D. $S_{tp} = \pi R(2l + R)$.

Lời giải.

$S_{tp} = S_{đ} + S_{xq} = \pi R^2 + \pi Rl = \pi R(l + R)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8.6. Cho khối nón có bán kính đáy bằng r , chiều cao h . Thể tích V của khối nón là

A. $V = \frac{1}{3}r^2h$.

B. $V = r^2h$.

C. $V = \pi r^2h$.

D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8.7. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $V = 12\pi$.

B. $V = 4\pi$.

C. $V = 4$.

D. $V = 12$.

Lời giải.

Thể tích khối nón $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 12\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8.8. Cho khối nón có bán kính đáy bằng r , chiều cao h . Thể tích V của khối nón là

A. $V = \frac{1}{3}r^2h$.

B. $V = r^2h$.

C. $V = \pi r^2h$.

D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8.9. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $l = 2a$ và chiều cao bằng $h = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối nón đã cho

A. $\frac{\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi r là bán kính của đáy hình nón. Ta có $r = \sqrt{l^2 - h^2} = a$.

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi a^3\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8.10. Cho khối nón và khối trụ có cùng chiều cao và cùng bán kính đường tròn đáy. Gọi V_1 ; V_2 lần lượt là thể tích của khối nón và khối trụ. Biểu thức $\frac{V_1}{V_2}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{\pi}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.Gọi bán kính đường tròn đáy của khối nón và khối trụ là R .Chiều cao của khối nón và khối trụ là h .Khi đó thể tích khối nón là $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h$ và thể tích khối trụ là $V_2 = \pi R^2 \cdot h$.

Do vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h}{\pi R^2 \cdot h} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 8.11.** Cho khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 8 cm và độ dài đường sinh bằng 10 cm. Thể tích của khối nón là

A. $124\pi \text{ cm}^3$.

B. $128\pi \text{ cm}^3$.

C. $140\pi \text{ cm}^3$.

D. $96\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.Áp dụng công thức tính thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}B \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot (10^2 - 8^2) \cdot 8 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 8.12.** Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $V = 6\pi$.

B. $V = 6$.

C. $V = 18$.

D. $V = 18\pi$.

Lời giải.Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{3})^2 6 = 6\pi$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 8.13.** Cho khối nón và khối trụ có cùng chiều cao và cùng bán kính đường tròn đáy. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối nón và khối trụ. Biểu thức $\frac{V_1}{V_2}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{\pi}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.Gọi chiều cao và bán kính đường tròn đáy của khối nón và khối trụ lần lượt là h và R .

- Thể tích của khối nón $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.
- Thể tích của khối trụ $V_2 = \pi R^2 h$.
- Vậy ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

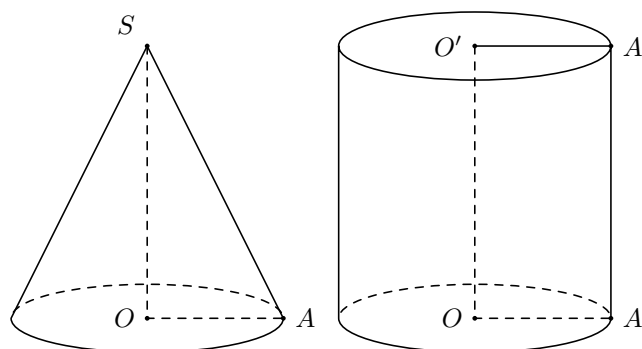
Chọn đáp án **(D)** □**Câu 8.14.** Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $R = 4$ bằng

A. $V = 32\pi$.

B. $V = 96\pi$.

C. $V = 16\pi$.

D. $V = 48\pi$.

Lời giải.Thể tích của khối nón $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 32\pi$ Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8.15. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và diện tích xung quanh bằng 20π . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 4π .

B. 16π .

C. $\frac{16}{3}\pi$.

D. $\frac{80}{3}\pi$.

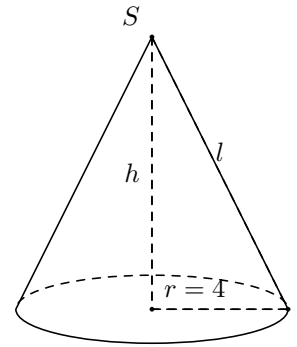
Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón ta có

$$S_{xq} = \pi r l \Rightarrow 20\pi = \pi \cdot 4 \cdot l \Rightarrow l = 5.$$

Vì $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ nên $h = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$.

Khối nón có thể tích là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$.



Chọn đáp án **(B)**

Câu 8.16. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V = 18\pi$.

B. $V = 54\pi$.

C. $V = 108\pi$.

D. $V = 36\pi$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 8.17. Cho hình nón có chiều cao h và góc ở đỉnh bằng 90° . Thể tích của khối nón xác định bởi hình nón trên:

A. $\frac{2\pi}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

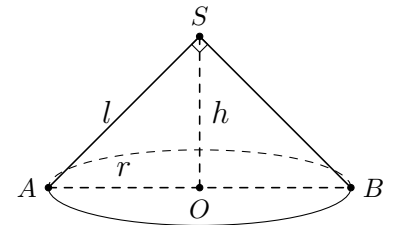
D. 2π .

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra bán kính nón $r = h$.

Vậy thể tích khối nón tương ứng là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi h^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

Câu 8.18. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$.

A. $V = 4\pi$.

B. $V = 12\pi$.

C. $V = 16\pi\sqrt{3}$.

D. $V = 4$.

Lời giải.

Thể tích V của khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$ là $V = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi$.

Chọn đáp án **(A)**

CÂU 9. Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$.

B. 8π .

C. 16π .

D. 4π .

Lời giải.

$S = 4\pi R^2 = 16\pi$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 9.1. Thể tích khối cầu có bán kính bằng $\frac{a}{2}$ là

A. $\frac{\pi a^3}{2}$.

B. $\frac{\pi a^2}{4}$.

C. $\frac{\pi a^3}{6}$.

D. πa^2 .

Lời giải.**Phương pháp:** Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính r là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.**Cách giải:** Thể tích khối cầu có bán kính bằng $\frac{a}{2}$ là: $V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$.Chọn đáp án **C****Câu 9.2.** Một mặt cầu có đường kính bằng a có diện tích S bằng bao nhiêu?

A. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

B. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

C. $S = \pi a^2$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.Vì đường kính mặt cầu bằng a nên bán kính mặt cầu là $r = \frac{a}{2}$.Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$.Chọn đáp án **C****Câu 9.3.** Thể tích của khối cầu có bán kính R là

A. πR^3 .

B. $\frac{4\pi R^3}{3}$.

C. $2\pi R^3$.

D. $\frac{\pi R^3}{3}$.

Lời giải.Thể tích của khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.Chọn đáp án **B****Câu 9.4.** Khối cầu có bán kính $R = 6$ có thể tích bằng bao nhiêu?

A. 144π .

B. 288π .

C. 48π .

D. 72π .

Lời giải.Ta có công thức tính thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.Từ đó suy ra thể tích khối cầu đã cho là $V = \frac{4}{3}\pi 6^3 = 288\pi$.Chọn đáp án **B****Câu 9.5.** Tính diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 2$.

A. $\frac{32}{3}\pi$.

B. 8π .

C. 32π .

D. 16π .

Lời giải.**Phương pháp**Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.**Cách giải**Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính $r = 2$ là $S = 4\pi r^2 = 16\pi$.Chọn đáp án **D****Câu 9.6.** Thể tích khối cầu bán kính a bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $4\pi a^3$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $2\pi a^3$.

Lời giải.Thể tích khối cầu bán kính a là $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.Chọn đáp án **A**

Câu 9.7. Một hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° . Hãy tính tỷ số của diện tích toàn phần chia cho diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 9.8. Tính diện tích xung quanh của khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 2\sqrt{5}$.

- A. $8\sqrt{5}\pi$. B. $2\sqrt{5}\pi$. C. 2π . D. $4\sqrt{5}\pi$.

Lời giải.

$$S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 2\pi \cdot 2 \cdot 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}\pi.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 9.9. Khối cầu bán kính $R = 6$ có thể tích bằng bao nhiêu?

- A. 72π . B. 48π . C. 288π . D. 144π .

Lời giải.

Ta có thể tích của khối cầu được tính theo công thức: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 6^3 = 288\pi$.

Chọn đáp án **(C)**

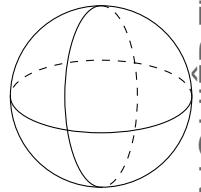
□

Câu 9.10. Thể tích V của một khối cầu có bán kính R là

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. C. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. D. $V = 4\pi R^3$.

Lời giải.

Thể tích V của khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 9.11. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R .

- A. $S = \frac{4\pi R^3}{3}$. B. $S = \pi R^2$. C. $S = \frac{3\pi R^2}{4}$. D. $S = 4\pi R^2$.

Lời giải.

Theo công thức tính diện tích của mặt cầu. bán kính R .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 9.12. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Tính bán kính r của mặt cầu.

- A. $r = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $r = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu đã cho là $4\pi r^2 = \frac{8\pi a^2}{3}$. Suy ra $r = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 9.13. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

- A. $2\pi R^2$. B. πR^2 . C. $4\pi R^2$. D. $2\pi R$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng $4\pi R^2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 9.14. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 12π .

B. 9π .

C. 30π .

D. 15π .

Lời giải.

Độ dài đường sinh của hình nón là $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 9.15. Biết rằng diện tích mặt cầu có bán kính r được tính theo công thức $S = 4\pi r^2$. Tính diện tích mặt cầu có bán kính bằng 3.

A. 9π .

B. 12π .

C. 4π .

D. 36π .

Lời giải.

Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 3 là $S = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 9.16. Tính diện tích S của mặt cầu có bán kính bằng a .

A. $S = \frac{4}{3}\pi a^2$.

B. $S = \pi a^2$.

C. $S = 4\pi a^2$.

D. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu có bán kính bằng a là $S = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 9.17. Khối cầu có bán kính $R = 6$ có thể tích bằng bao nhiêu?

A. 144π .

B. 288π .

C. 48π .

D. 72π .

Lời giải.

Thể tích của khối cầu có bán kính $R = 6$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 9.18. Tính diện tích S của mặt cầu có bán kính bằng $2a$.

A. $S = 16\pi a^2$.

B. $S = 4\pi a^2$.

C. $S = \frac{32}{3}\pi a^2$.

D. $S = \frac{16}{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu bán kính $R = 2a$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

CÂU 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 10.1. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có bảng biến thiên sau, tìm a và b .

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			0			$+\infty$
		a		b		

- A. $a = +\infty; b = 2$. B. $a = -\infty; b = -4$. C. $a = -\infty; b = 1$. D. $a = +\infty; b = 3$.

Lời giải.

Phương pháp:

Tính giới hạn của hàm số khi x tiến đến $-\infty$ để tìm a và tính giá trị của hàm số tại $x = 0$ để tìm b .

Cách giải:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, y(0) = -4 \Rightarrow a = -\infty; b = -4.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 10.2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ -1 $\searrow$ -2 $\nearrow$ -1 $\searrow$ $-\infty$						

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 10.3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				$\frac{5}{2}$			$+\infty$
			0			0		

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ nên chọn đáp án D.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 10.4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây **sai**?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	-2	$+\infty$

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$, $(0; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Do đó, khẳng định “Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$ ” sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 10.5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	0	1	-3	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$.
- B. $(-\infty; 1)$.
- C. $(0; +\infty)$.
- D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 10.6.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-1	0	$-\infty$

- A. $(-\infty; -1)$.
- B. $(-1; 1)$.
- C. $(1; +\infty)$.
- D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 10.7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		0	6		$-\infty$

- A. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 6)$.
C. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$. D. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$; hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 10.8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 10.9.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 2)$.
C. $(-2; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		3		-1		3		$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 10.10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		3		-1	$+\infty$

Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. Tổng giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số là 2.
- B. $\max_{\mathbb{R}} f(x) = 3$ đạt tại $x = 1$.
- C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(3; +\infty)$ và $(-\infty; 1)$.

Câu 10.11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$  -1	$-\infty$  2	$-\infty$  $-\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $(0; 1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 10.12.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- B. $f(x)$ đồng biến trên $(0; 6)$.
- C. $f(x)$ nghịch biến trên $(3; +\infty)$.
- D. $f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	0	6	$-\infty$	

Lời giải.

Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$ nên $f(x)$ đồng biến trên $(0; 6)$ là sai.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 10.13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	0	5	$-\infty$	

Số mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây?

- (1) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -2)$.
- (2) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 5)$.
- (3) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; +\infty)$.
- (4) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(-2; +\infty)$ và đồng biến trên $(-\infty; -2)$ $\Rightarrow$ (3), (4) đúng.

Hàm số đồng biến trên $(-3; -2)$ và nghịch biến trên $(-2; 5)$ nên (1) đúng và (2) sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 10.14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 10.15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			2	
		-6			$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(0; 2)$.
- B. $(0; 3)$.
- C. $(-\infty; 0)$.
- D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **A**

□

CÂU 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3)$ bằng

A. $\frac{3}{2}\log_2 a$.

B. $\frac{1}{3}\log_2 a$.

C. $3 + \log_2 a$.

D. $3\log_2 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(a^3) = 3\log_2 a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11.1. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\ln \frac{a^4 e}{b}$ bằng

A. $4\ln a - \ln b + 1$.

B. $4\ln b - \ln a + 1$.

C. $4\ln a + \ln b - 1$.

D. $4\ln a + \ln b + 1$.

Lời giải.

Ta có: $\ln \frac{a^4 e}{b} = \ln a^4 + \ln e - \ln b = 4\ln a + 1 - \ln b = 4\ln a - \ln b + 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11.2. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 27\log_a b$.

B. $P = 15\log_a b$.

C. $P = 9\log_a b$.

D. $P = 6\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3\log_a b + \frac{6}{2}\log_a b = 3\log_a b + 3\log_a b = 6\log_a b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11.3. Tính giá trị của $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ với $a > 0, a \neq 1$.

A. 8.

B. 4.

C. 16.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{2\log_a 4} = a^{\log_a 16} = 16$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11.4. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x, \log b = y$. Tính $P = \log(a^2 b^3)$

A. $P = 6xy$.

B. $p = x^2 y^3$.

C. $P = x^2 + y^3$.

D. $P = 2x + 3y$.

Lời giải.

Ta có $\log(a^2 b^3) = \log(a^2) + \log(b^3) = 2\log a + 3\log b = 2x + 3y$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11.5. Cho $a, b > 0, \log_3 a = p, \log_3 b = q$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r + pm - qd$.

B. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r + pm + qd$.

C. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r - pm - qd$.

D. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r - pm + qd$.

Lời giải.

Ta có $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = \log_3 3^r - \log_3(a^m b^d) = r - \log_3 a^m - \log_3 b^d = r - m\log_3 a - d\log_3 b$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11.6. Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2 b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2\log_2 a - 3\log_2 b = 8$.

B. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$.

C. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 4$.

D. $2\log_2 a - 3\log_2 b = 4$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\log_2(a^2 b^3) = \log_2 4^4 \Leftrightarrow \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 4\log_2 4 \Leftrightarrow 2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 11.7. Cho số thực $a > 0, a \neq 1$. Giá trị $\log_{\sqrt{a^3}} \sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Ta có: $\log_{\sqrt{a^3}} \sqrt[3]{a^2} = \log_{a^{\frac{3}{2}}} a^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \log_a a = \frac{4}{9}$.

Câu 11.8. Giá trị của biểu thức $\log_2 5 \cdot \log_5 64$ bằng

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

$\log_2 5 \cdot \log_5 64 = \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 11.9. Biết $\log 3 = m, \log 5 = n$, tìm $\log_9 45$ theo m, n .

A. $1 - \frac{n}{2m}$.

B. $1 + \frac{n}{m}$.

C. $2 + \frac{n}{2m}$.

D. $1 + \frac{n}{2m}$.

Lời giải.

Ta có $\log_9 45 = \frac{\log 3^2 \cdot 5}{\log 3^2} = 1 + \frac{\log 5}{2 \log 3} = 1 + \frac{n}{2m}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 11.10. Cho các số thực dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b + c)$.

B. $\log_a b + \log_a c = \log_a |b - c|$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$.

D. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b - c)$.

Lời giải.

Với a, b, c và $a \neq 1$ thì $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 11.11. Cho a và b là số hạng thứ nhất và thứ năm của một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$.

Giá trị của $\log_2 \frac{b-a}{d}$ bằng

A. $\log_2 5$.

B. 2.

C. 3.

D. $\log_2 9$.

Lời giải.

Ta có $b = a + 4d$ nên $b - a = 4d$. Do đó, $\log_2 \frac{b-a}{d} = \log_2 \frac{4d}{d} = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 11.12. Biết $\log_6 a = 2, (a > 0)$. Tính $I = \log_6 \left(\frac{1}{a} \right)$

A. $I = -2$.

B. $I = 2$.

C. $I = 1$.

D. $I = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Từ $\log_6 a = 2 (a > 0) \Leftrightarrow a = 6^2$. Khi đó $I = \log_6 \left(\frac{1}{a} \right) = \log_6 (6^2)^{-1} = -2$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 11.13. Với a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_5 x = 4 \log_5 a + 3 \log_5 b$, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $x = 3a + 4b$.

B. $x = 4a + 3b$.

C. $x = a^4 b^3$.

D. $x = a^4 + b^3$.

Lời giải.

$\log_5 x = 4 \log_5 a + 3 \log_5 b = \log_5 (a^4 \cdot b^3)$. Suy ra $x = a^4 b^3$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 11.14. Tính giá trị của biểu thức $I = a \cdot \log_2 \sqrt{8}$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = \frac{3a}{2}$.

C. $I = \frac{2a}{3}$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$I = a \cdot \log_2 \sqrt{8} = a \cdot \log_2 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \cdot a \cdot \log_2 2 = \frac{3a}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 11.15. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$

A. 1.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20 = \log_8 \frac{12 \cdot 20}{15} = \log_8 16 = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

CÂU 12. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$.

B. πrl .

C. $\frac{1}{3}\pi rl$.

D. $2\pi rl$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S = 2\pi rl$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 12.1. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 7. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{175\pi}{3}$.

B. 175π .

C. 70π .

D. 35π .

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 5 \cdot 7 = 70\pi.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 12.2. Khối trụ tròn xoay có đường kính bằng $2a$, chiều cao $h = 2a$ có thể tích là

A. $V = 2\pi a^2$.

B. $V = 2\pi a^3$.

C. $V = 2\pi a^2 h$.

D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

$$\text{Khối trụ tròn xoay có bán kính bằng } \frac{2a}{2} = a \text{ nên có thể tích là } V = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 12.3. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a . Khi đó thể tích của hình trụ bằng

A. Sa .

B. $\frac{1}{2}Sa$.

C. $\frac{1}{3}Sa$.

D. $\frac{1}{4}Sa$.

Lời giải.

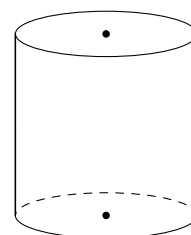
Gọi r là bán kính đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} S = 2\pi rh \\ \pi r^2 = 4\pi a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 2a \\ h = \frac{S}{4\pi a} \end{cases}.$$

$$\text{Thể tích khối trụ là } V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4a^2 \cdot \frac{S}{4\pi a} = Sa.$$

Chọn đáp án **(A)**

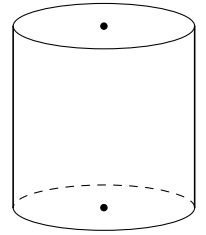
□



Câu 12.4. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a . Khi đó thể tích của hình trụ bằng

A. Sa .B. $\frac{1}{2}Sa$.C. $\frac{1}{3}Sa$.D. $\frac{1}{4}Sa$.**Lời giải.**Gọi r là bán kính đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} S = 2\pi rh \\ \pi r^2 = 4\pi a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 2a \\ h = \frac{S}{4\pi a} \end{cases}.$$

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4a^2 \cdot \frac{S}{4\pi a} = Sa$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 12.5. Một hình trụ có bán kính đáy, $r = a$ độ dài đường sinh $l = 2a$ Diện tích toàn phần của hình trụ này làA. $2\pi a^2$.B. $4\pi a^2$.C. $6\pi a^2$.D. $5\pi a^2$.**Lời giải.**

$$S_{tp} = 2S_d + S_{xq} = 2\pi a^2 + 2\pi a \cdot 2a = 6\pi a^2.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 12.6. Một hình trụ có bán kính đáy, $r = a$ độ dài đường sinh $l = 2a$ Diện tích toàn phần của hình trụ này làA. $2\pi a^2$.B. $4\pi a^2$.C. $6\pi a^2$.D. $5\pi a^2$.**Lời giải.**

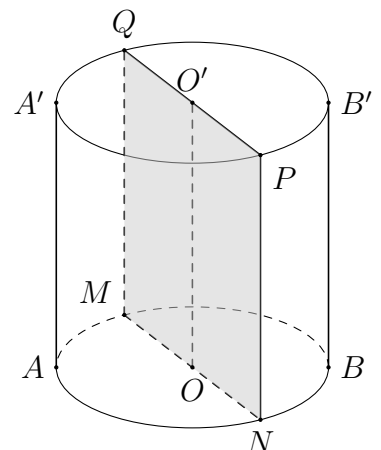
$$S_{tp} = 2S_d + S_{xq} = 2\pi a^2 + 2\pi a \cdot 2a = 6\pi a^2.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 12.7. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ làA. $8\pi \text{cm}^2$.B. $4\pi \text{cm}^2$.C. $32\pi \text{cm}^2$.D. $16\pi \text{cm}^2$.**Lời giải.**Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên ta có $h = 2r = 4\text{cm}$

$$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi \text{cm}^2.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 12.8. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao h của hình trụ đó.A. a .B. $2a$.C. $3a$.D. $4a$.**Lời giải.**

Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy a và chiều cao h là:

$$S_{xq} = 2\pi ah \Leftrightarrow h = \frac{S_{xq}}{2\pi a} = \frac{4\pi a^2}{2\pi a} = 2a.$$

Vậy độ dài đường cao của hình trụ đó là $h = 2a$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 12.9. Hình trụ tròn xoay có đường kính đáy là $2a$, chiều cao là $h = 2a$ có thể tích là

A. $V = 2\pi a^3$.

B. $V = \pi a^3$.

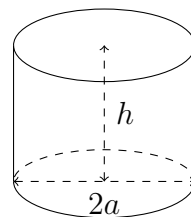
C. $V = 2\pi a^2$.

D. $V = 2\pi a^2 h$.

Lời giải.

Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $r = a$.

Thể tích $V = h \cdot \pi r^2 = 2a \cdot \pi a^2 = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 12.10. Viết công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h bán kính đáy là R .

A. $S_{xq} = 2\pi Rh$.

B. $S_{xq} = \pi^2 Rh$.

C. $S_{xq} = \pi Rh$.

D. $S_{xq} = 4\pi Rh$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi Rh$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 12.11. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4, diện tích xung quanh bằng 48π . Thể tích của khối trụ bằng

A. 24π .

B. 96π .

C. 32π .

D. 72π .

Lời giải.

Gọi hình trụ có bán kính và chiều cao lần lượt là R , h .

Theo giả thiết $R = 4$ và $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h = 48\pi$ nên $h = 6$.

Do đó thể tích khối trụ $V = \pi \cdot R^2 \cdot h = 96\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 12.12. Một hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính theo a diện tích xung quanh của hình trụ.

A. πa^2 .

B. $2\pi a^2$.

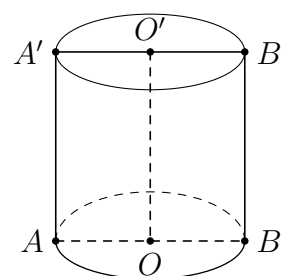
C. $3\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục là một hình vuông nên hình trụ có đường sinh bằng đường kính đáy: $l = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r l = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 12.13. Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. πa^2 . B. $2a^2$. C. $2\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 12.14. Tính diện tích xung quanh S của hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4.

- A. $S = 12\pi$. B. $S = 42\pi$. C. $S = 36\pi$. D. $S = 24\pi$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi R h = 2\pi \cdot 3 \cdot 4 = 24\pi$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 12.15. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a . Thể tích của khối trụ đó bằng bao nhiêu?

- A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải.

Khối trụ có chiều cao $h = a$, bán kính đáy bằng $r = \frac{a}{2}$.

$$\text{Vậy } V = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot a = \frac{\pi a^3}{4}.$$

Chọn đáp án **D** □

CÂU 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải.

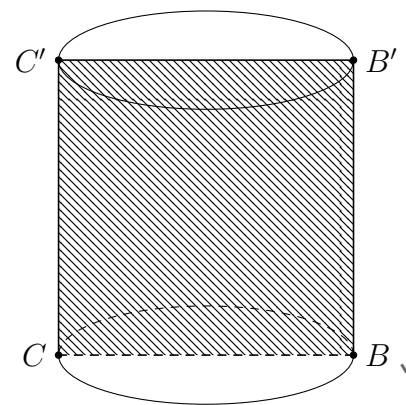
Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Từ bảng biến hàm số đạt cực tại $x = -1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 13.1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số.

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.



x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y							

Lời giải.

Dựa vào BBT suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 13.2. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.

C. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

D. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 13.3.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 5.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Lời giải.

Giá trị cực đại của hàm số bằng 5.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 13.4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho

A. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.

B. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

C. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$.

D. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 13.5.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						
	$-\infty$		3		-2	$+\infty$

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 4$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 13.6.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	-1	$+\infty$	

- A. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 0$.
- B. Hàm số có điểm cực đại $x = 5$.
- C. Hàm số có điểm cực tiểu $x = -1$.
- D. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực tiểu $x = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 13.7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	-1	3	2

- A. Có một điểm.
- B. Có ba điểm.
- C. Có hai điểm.
- D. Có bốn điểm.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 13.8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	-1	3	2

A. Có một điểm.

B. Có ba điểm.

C. Có hai điểm.

D. Có bốn điểm.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 13.9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-3	0	-3	$+\infty$

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 bằng 1 .

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

D. Hàm số có đúng hai điểm cực trị.

Lời giải.

Phương pháp: Đánh giá dấu của $f'(x)$ và chỉ ra cực đại, cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.

• Cực tiểu là điểm mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương.

• Cực đại là điểm mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm.

Cách giải: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 13.10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	0	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 2 .

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có, dấu của y' đổi từ dương sang âm nên hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và dấu của y' đổi từ dương sang âm nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 , giá trị cực đại của hàm số bằng 0 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 13.11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 3 $\searrow$	-2	$\nearrow$ $+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 13.12.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

Chọn khẳng định **sai**.

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
y'	-	0	+	-
y	$+\infty$	↘ 0 ↗	3	↘ $-\infty$

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. B. Hàm số có hai điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$. D. Hàm số có giá trị cực tiểu $y = -3$.

Câu 13.13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$				2			$+\infty$
	$-\infty$					-2	

- A. $y_{CD} = 0$. B. $\max_{\mathbb{R}} y = 2$. C. $\min_{\mathbb{R}} y = -2$. D. $y_{CT} = -2$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $y_{CD} = 2$, $y_{CT} = -2$.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất.

Do $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 13.14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$, có bảng biến thiên như hình vẽ

x	-2	-1	1	3
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	0	1	-2	5

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Giá trị cực tiểu của hàm số là 0.

B. Giá trị cực đại của hàm số là 5.

C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Lời giải.

Hàm số đã cho có đạo hàm không xác định tại $x = 1$ nhưng đổi dấu qua $x = 1$ nên $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 13.15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	5	-1	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 0$.

B. Hàm số có điểm cực đại $x = 5$.

C. Hàm số có điểm cực tiểu $x = -1$.

D. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực tiểu $x = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

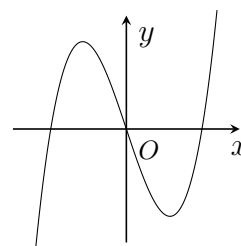
CÂU 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.



Lời giải.

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 14.1.

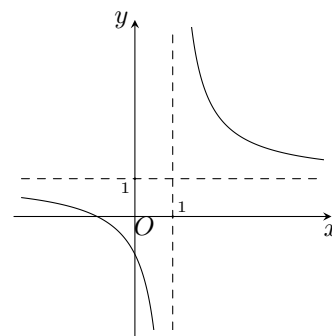
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = x^4 + x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Lời giải.

Đồ thị là của hàm số nhất biến có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên là hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 14.2.

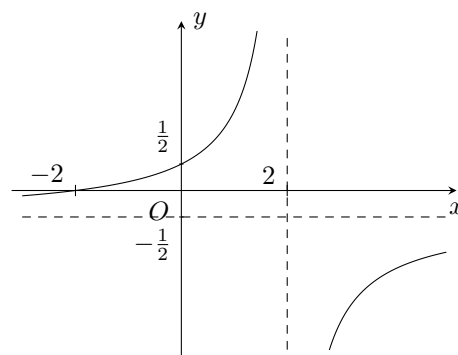
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x+2}{-2x+4}$.

B. $y = \frac{-x+1}{x-2}$.

C. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

D. $y = \frac{-x+3}{2x-4}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$ (loại phương án C), tiệm cận ngang $y = -\frac{1}{2}$ (loại phương án B) và đi qua điểm $(-2; 0)$ (loại phương án D).

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 14.3.

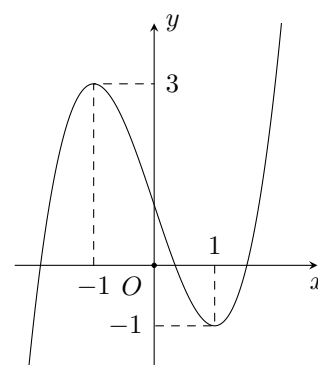
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.



Lời giải.

Đường cong trong hình vẽ có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$.

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. Suy ra $a > 0$.

Mặt khác, giao điểm của đồ thị với trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ thỏa mãn các đặc điểm trên.

Vậy đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 14.4.

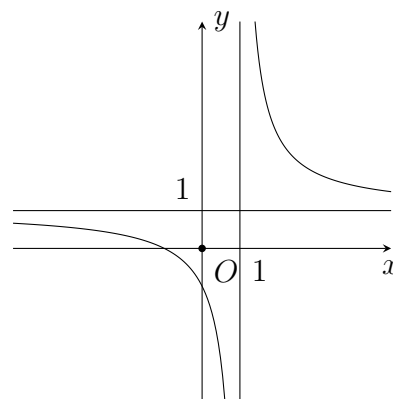
Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây

A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.



Lời giải.

Căn cứ vào đồ thị ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$ nên loại phương án $y = -x^3 + 3x + 1$, $y = \frac{x-1}{x+1}$, $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Vậy hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 14.5.

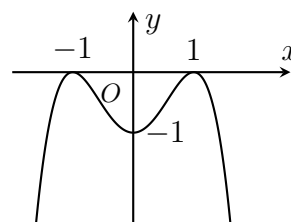
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + 3x^2 - 3$.



Lời giải.

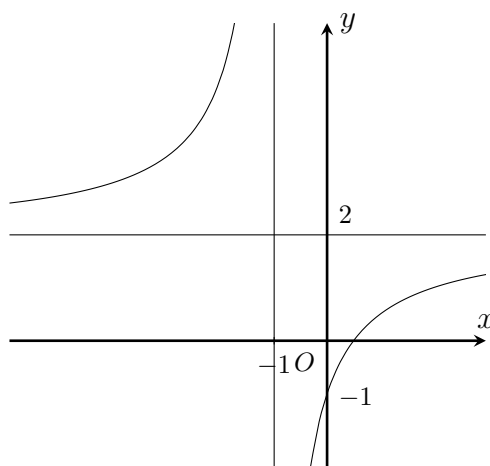
Dựa vào dạng đồ thị ta thấy:

- Hàm số đã cho có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên hàm số có hệ số tự do $c = -1$. Do vậy ta loại đáp án A và D.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$, giá trị cực đại bằng 0.
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, giá trị cực tiểu bằng -1 . Do vậy ta chọn đáp án B.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 14.6. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có đường tiệm đứng là $x = -1$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 14.7.

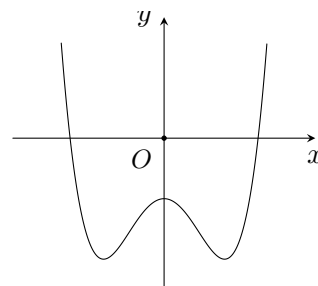
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 + x^2 - 1$.



Lời giải.

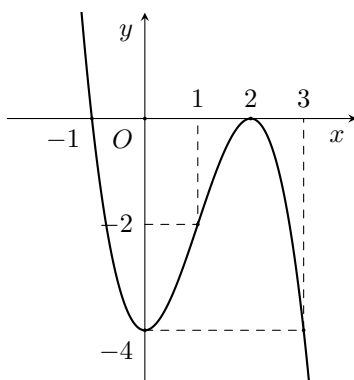
Dựa vào hình dáng đồ thị ta suy ra hàm số là hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có

- “Đuôi thẳng thiên” nên $a > 0$.
- Cắt trục tung tại điểm nằm phía dưới trục hoành nên $c < 0$.
- Có 3 cực trị nên $a \cdot b < 0 \Rightarrow b < 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 14.8. Đồ thị như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

C. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

Lời giải.

Hình vẽ là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a < 0$ và hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$. Ta thấy chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ thỏa mãn các điều kiện đó.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 14.9.

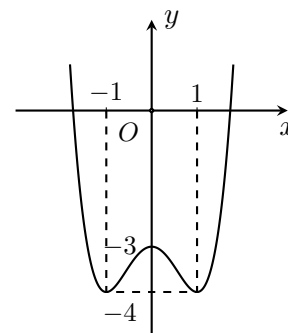
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 3$.



Lời giải.

Đồ thị đã cho có dạng đồ thị của hàm bậc 4 trùng phương với hệ số a dương, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 14.10.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây.

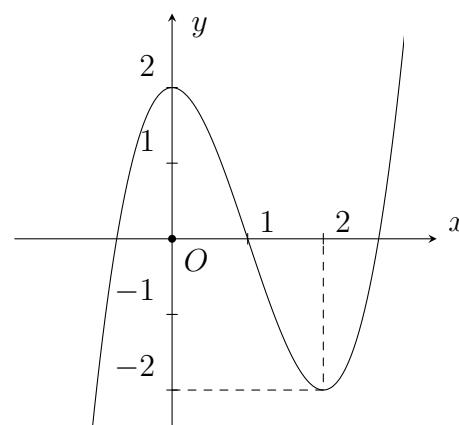
Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

B. $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số tăng suy ra hệ số $a > 0$.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại hai điểm là $(0; 2)$ và $(2; -2)$.

Ta có $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có $y' = 3x^2 - 6x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ (thỏa).

Ta có hàm số $y = x^3 + 3x + 2$ có $y' = 3x^2 + 6x$. Cho $y' = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ (loại). Ta có đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 suy ra hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ không thỏa.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 14.11.

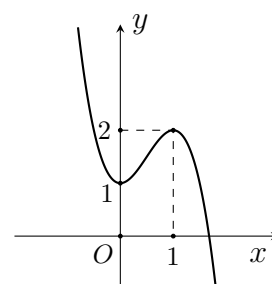
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = 3x^2 - 2x^3 + 1$.

B. $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.



Lời giải.

Đồ thị hình bên có $a < 0$, điểm cực tiểu $M(0; 1)$, cực đại $N(1; 2)$.

• Xét hàm số $y = 3x^2 - 2x^3 + 1$ có $y' = 6x - 6x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$ thỏa mãn đồ thị hình bên.

• Xét hàm số $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$ có $y' = -6x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$ không thỏa mãn đồ thị hình bên.

• Hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ có $y' = 3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$ không thỏa hình bên.

• Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ có $y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ không thỏa đồ thị hình bên.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 14.12.

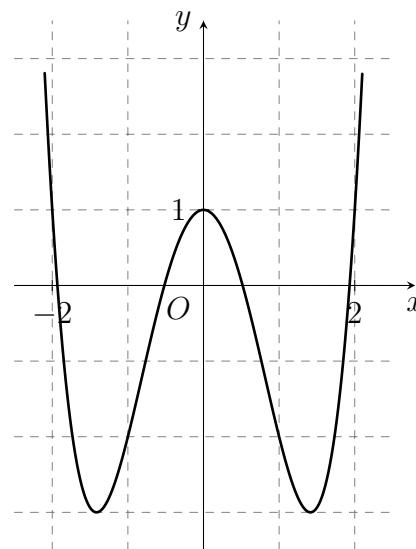
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - x^2 + 1$.

B. $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$.



Lời giải.

Từ dáng điệu của đồ thị hàm số suy ra nó là đồ thị hàm số trùng phương có hệ số $a > 0$. Do đó ta chỉ xét hai hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ và $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

Với hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$, ta có $y' = 4x^3 - 8x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$. Khi $x = \pm\sqrt{2}$ thì $y = -3$.

Do đó, đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 14.13.

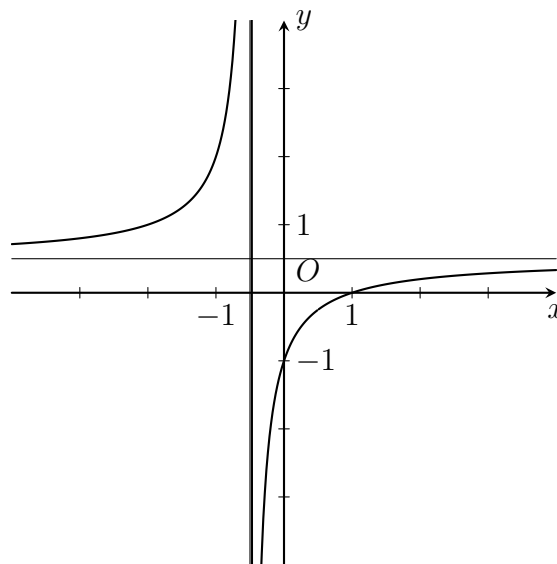
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.



Lời giải.

Từ đồ thị đã cho ta thấy đồ thị nhận đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ làm tiệm cận ngang. Do đó đồ thị trên là của hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 14.14.

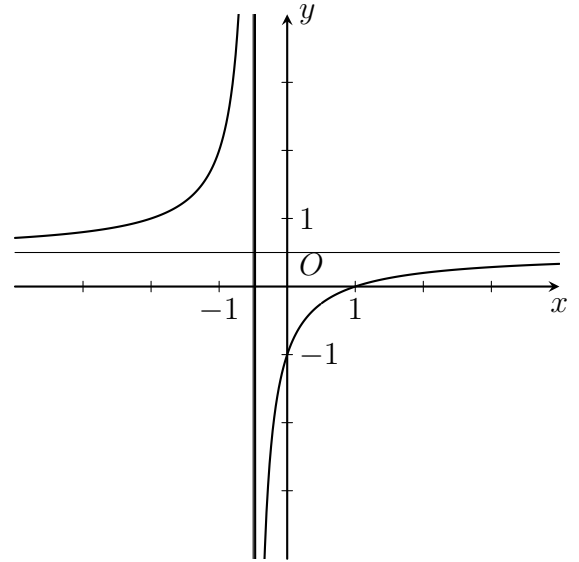
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.



Lời giải.

Từ đồ thị đã cho ta thấy đồ thị nhận đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ làm tiệm cận ngang. Do đó đồ thị trên là của hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 14.15.

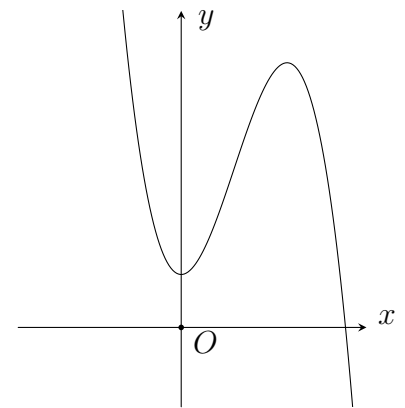
Đồ thị được cho ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^4 + 2x + 1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có đồ thị hàm số có hai điểm cực trị và hệ số $a < 0$

Chọn đáp án **A**

□

CÂU 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$.

B. $y = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$.

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 15.1. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên là:

- A. $x = -4$. B. $y = 2$. C. $x = 4$. D. $y = \frac{-3}{4}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{x+4} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{x+4} = 2.$$

Vậy $y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 15.2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình?

- A. $y = 5$. B. $y = 0$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

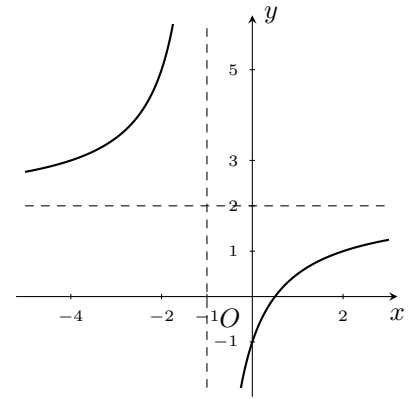
Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{x-1} = 1 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 15.3. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.
C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.
D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1 \Rightarrow$ loại đáp án C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1) \Rightarrow$ loại đáp án B và D.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 15.4. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

- A. $y = -2$. B. $x = -1$. C. $x = -2$. D. $y = 2$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2-2x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{2}{x} - 2}{1 + \frac{1}{x}} = -2 \Rightarrow y = -2$ là đường tiệm cận ngang của hàm số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 15.5. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x+4}{x^2+2x+1} = 0$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4x+4}{x^2+2x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4(x+1)}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x+1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có

tiệm cận đứng $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có tất cả hai đường tiệm cận. Chọn đáp án A.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 15.6. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

A. $x = -1$.

B. $x = -2$.

C. $y = 2$.

D. $y = -2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-2x}{x+1} = -2 \Rightarrow y = -2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 15.7. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ là

A. $x = -2$.

B. $x = -1$.

C. $y = -2$.

D. $y = 3$.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} \left(x \neq -\frac{d}{c} \right)$ nhận đường thẳng $y = \frac{a}{c}$ làm tiệm cận ngang và đường thẳng $x = -\frac{d}{c}$ làm tiệm cận đứng.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ nhận đường thẳng $y = -2$ làm tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 15.8. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $x = 1$.

B. $y = 5$.

C. $x = 0$.

D. $y = 0$.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x-1} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x-1} = 0 \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 15.9. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 1$ và $y = 2$.

B. $x = 2$ và $y = 1$.

C. $x = 1$ và $y = -3$.

D. $x = -1$ và $y = 2$.

Lời giải.

Hàm số đã cho là hàm nhất biến nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$, đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 15.10. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$?

A. $y = 2$.

B. $y = \frac{1}{2}$.

C. $y = 4$.

D. $y = -2$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$ nên đường thẳng $y = -2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 15.11. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-5}{x-2}$ là

A. $x = 2$.

B. $y = 2$.

C. $x = 3$.

D. $y = 3$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-5}{x-2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-5}{x-2} = -\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 15.12. Phương trình các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-3x}{x+2}$ lần lượt là

A. $x = -2$ và $y = -3$. B. $y = -2$ và $x = -3$. C. $x = -2$ và $y = 1$. D. $x = 2$ và $y = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1-3x}{x+2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1-3x}{x+2} = -\infty$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-3x}{x+2} = -3$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 15.13. Đồ thị hàm số $y = \frac{7-2x}{x-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng?

A. $x = -3$.

B. $x = 2$.

C. $x = -2$.

D. $x = 3$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{7-2x}{x-2} = +\infty$, nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số trên là $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 15.14. Hàm số nào có đồ thị nhận đường thẳng $x = 2$ làm đường tiệm cận?

A. $y = \frac{1}{x+1}$.

B. $y = \frac{5x}{2-x}$.

C. $y = x - 2 + \frac{1}{x+1}$.

D. $y = \frac{1}{x+2}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{5x}{2-x}$ nhận $x = 2$ làm tiệm cận đứng nên chọn B.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 15.15. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 1$ và $y = 2$.

B. $x = 2$ và $y = 1$.

C. $x = 1$ và $y = -3$.

D. $x = -1$ và $y = 2$.

Lời giải.

• $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{x-1} = 2$ nên $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị.

• $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

A. $(10; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $[10; +\infty)$.

D. $(-\infty; 10)$.

Lời giải.

$$\log x \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 10.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 16.1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

- A. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$. B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

ĐK: $x > -\frac{1}{3}$

$$\log_2(3x+1) < 2 \Leftrightarrow 3x+1 < 4 \Leftrightarrow x < 1.$$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $-\frac{1}{3} < x < 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 16.2. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-x+3}$.

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-x+3} \Leftrightarrow x-1 < -x+3 \Leftrightarrow x < 2.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 16.3. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8$ là.

- A. $S = (-\infty; -3)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. C. $S = (-3; +\infty)$. D. $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{1}{2}} 8 \Leftrightarrow x > -3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 16.4. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $(3; +\infty)$. C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

$$3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 16.5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > \log_2(8-x)$ là

- A. $(8; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(4; 8)$. D. $(0; 4)$.

Lời giải.

Điều kiện $0 < x < 8$.

Do $2 > 1$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$x > 8-x \Leftrightarrow 2x > 8 \Leftrightarrow x > 4.$$

Kết hợp với điều kiện $0 < x < 8$ ta được tập nghiệm của bất phương trình là $(4; 8)$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 16.6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 0$ là

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình đã cho tương đương với $x < 1$.

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm $0 < x < 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 16.7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}}(9-2x)$ là

- A. $S = (3; 4)$. B. $S = \left(3; \frac{9}{2}\right)$. C. $S = (3; 4]$. D. $S = \left[4; \frac{9}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}}(9-2x) \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \leq 9-2x \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq 4.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 16.8. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 9$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^x > 9 \Leftrightarrow 3^x > 3^2 \Leftrightarrow x > 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 16.9. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 16.10. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 0$ là

- A. $x \in \mathbb{R}$. B. $x > -1$. C. $x > 1$. D. $x > 0$.

Lời giải.

Ta có $2^{x+1} > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 16.11. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 16.12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x > 0$ là

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 0$.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}} x > 0 \Leftrightarrow x < 1$. Kết hợp với điều kiện xác định ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 16.13. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$. B. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$. C. $\left[\frac{2}{5}; +\infty\right)$. D. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow -4x \leq 2-x \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 16.14. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) \geq 2$.

- A. $(-\infty; 11)$. B. $(2; +\infty)$. C. $[11; +\infty)$. D. $(11; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vì $3 > 1$ nên $\log_3(x-2) \geq 2 \Leftrightarrow x-2 \geq 3^2 \Leftrightarrow x \geq 11$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[11; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 16.15. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6}$ là

- A. $(0; 6)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6} \Leftrightarrow 3x < 2x+6 \Leftrightarrow x < 6$.

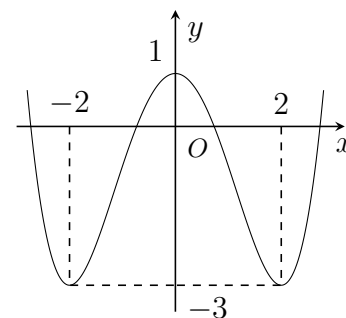
Chọn đáp án **B**

□

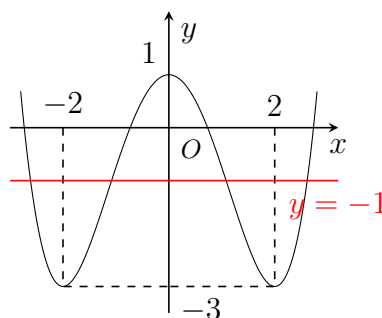
CÂU 17. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 3. B. 2.
C. 1. D. 4.



Lời giải.



Dựa vào đồ thị ta thấy có 4 giao điểm. Vậy phương trình có 4 nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 17.1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		1		-2		$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}.$$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$.

Mà $-2 < -\frac{3}{2} < 1$ nên số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là 4.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 17.2.

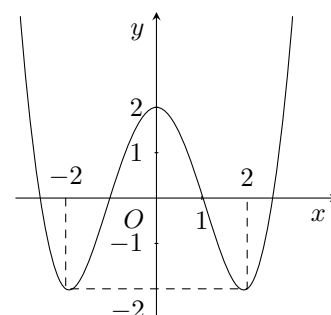
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 8 = 0$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

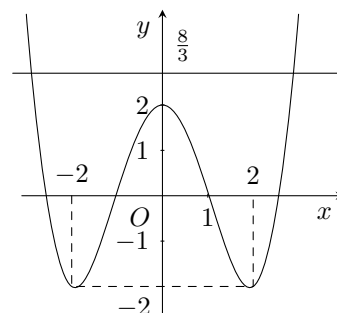
D. 4.



Lời giải.

$$\text{Ta có } 3f(x) - 8 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{8}{3}.$$

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y = \frac{8}{3}$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt. Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.



Chọn đáp án **(B)**

Câu 17.3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$ là PTHĐGD của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = -\frac{3}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (C) và d cắt nhau tại 1 điểm. Vậy Phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có 1 nghiệm.

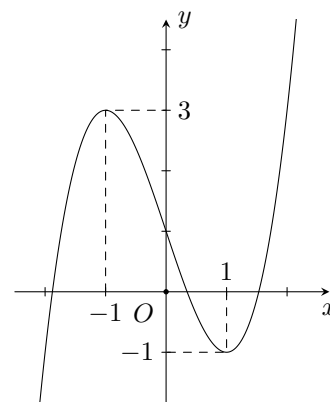
Chọn đáp án **A**

□

Câu 17.4.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.



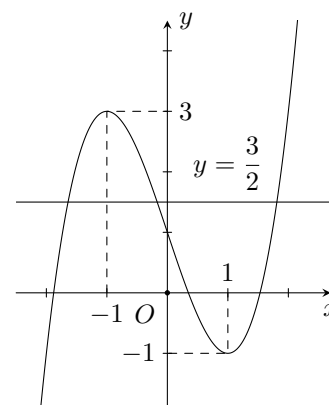
Lời giải.

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$ (*).

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Dựa vào hình vẽ, hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 17.5.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ tương ứng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = -1$. Dựa vào bảng biến thiên suy ra số giao điểm hai đồ thị là 2 điểm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 17.6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		$\frac{1}{2}$	5	$\frac{1}{2}$		$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là:

A. 4.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$.

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên ta có đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 4 điểm phân biệt. Do đó phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **A**

Câu 17.7.

Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 + 1 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $1 \leq m \leq 2$.

B. $m > 1$.

C. $m < 2$.

D. $1 < m < 2$.

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $-x^4 + 2x^2 + 1 = m$ là số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ và đường thẳng $y = m$ (song song hoặc trùng Ox).

Từ đồ thị, phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Chọn đáp án **D**

Câu 17.8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'	1	$-$	0	$+$
y	$1 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow -2 \nearrow +\infty$		

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $-2 < m < 1$.

B. $-2 < m$.

C. $-2 \leq m < 1$.

D. $-2 \leq m \leq 1$.

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 17.9.

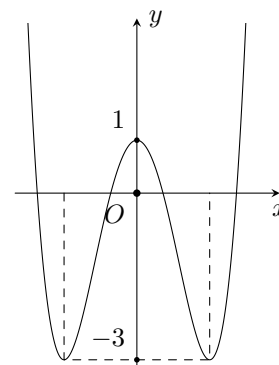
Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.



Lời giải.

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $\Delta: y = -\frac{3}{2}$. Dựa vào đồ thị thì hàm số có cực đại là $y_{CD} = 1$ và cực tiểu là $y_{CT} = -3$. Mà $-3 < -\frac{3}{2} < 1$ nên đường thẳng Δ cắt đồ thị đã cho tại 4 điểm. Vậy phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có 4 nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 17.10.

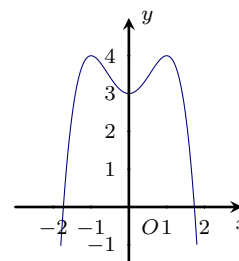
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Phương trình $f(x) = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.



Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = \pi$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = \pi$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \pi$ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt nên phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

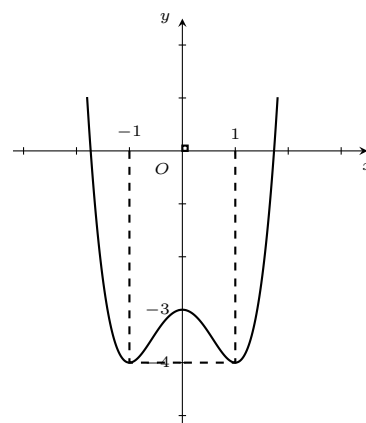
Chọn đáp án **D**

□

Câu 17.11.

Đồ thị ở hình bên là của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

- A. $m = -3$. B. $m = -4$. C. $m = 0$. D. $m = 4$.



Lời giải.

PT $\Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = -m - 3$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ và đường thẳng $y = -m - 3$. Dựa vào đồ thị hàm số ta có phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $-m - 3 = -3 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **C**

Câu 17.12.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Lời giải.

Ta thấy $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \in (-\infty; 1) \\ x = 3. \end{cases}$

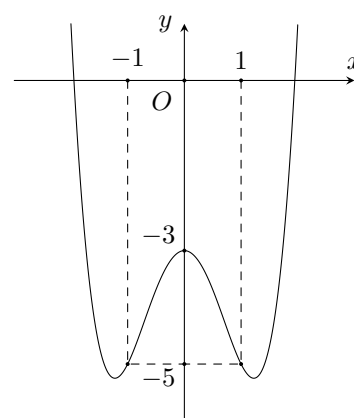
Vậy phương trình $f(x) + 2 = 0$ có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **A**

Câu 17.13.

Đồ thị ở hình bên là của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

- A. $m = -4$. B. $m = 0$. C. $m = -3$. D. $m = 4$.



Lời giải.

Ta có

$$x^4 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = -m - 3. \quad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị $y = x^4 - 3x^2 - 3$ và $y = -m - 3$. Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khi

$$-m - 3 = -3 \Leftrightarrow m = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 17.14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

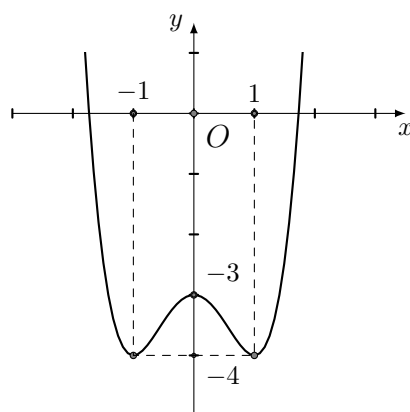
Lời giải.

Phương trình $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$. Số nghiệm phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = -2$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số giao điểm này bằng 2 nên phương trình đã cho có hai nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 17.15. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới. Với giá trị nào của tham số m phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt?



A. $\begin{cases} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$

B. $0 < m < \frac{1}{2}$.

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = 2m - 4$ và đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Dựa vào đồ thị ta có phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2m - 4 = -4 \\ 2m - 4 > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

CÂU 18. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)dx = 4$ bằng

A. 16.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Lời giải.

Ta có: $\int_0^1 2f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2.4 = 8.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 18.1. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3, \int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

Theo tính chất tích phân

$$\int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 3 + (-1) = 2.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 18.2. Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_5^7 f(x) dx = 9$ thì $\int_2^7 f(x) dx$ bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 6.

C. 12.

D. -6.

Lời giải.

Ta có $\int_2^7 f(x) dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_5^7 f(x) dx = 3 + 9 = 12.$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 18.3. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng

A. 9.

B. 3.

C. 6.

D. 81.

Lời giải.

$$\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln |2x-1| \Big|_1^5 = \ln 3.$$

Vậy $c = 3.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 18.4. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng

A. 9.

B. 3.

C. 6.

D. 81.

Lời giải.

$$\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln |2x-1| \Big|_1^5 = \ln 3.$$

Vậy $c = 3.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 18.5. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng

A. 9.

B. 3.

C. 6.

D. 81.

Lời giải.

$$\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln |2x-1| \Big|_1^5 = \ln 3.$$

Vậy $c = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 18.6. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 3 - 1 = 2.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 18.7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 2$ thì tích phân $\int_0^3 [x - 3f(x)] dx$ có giá trị bằng

A. -3.

B. 3.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_0^3 [x - 3f(x)] dx = \int_0^3 x dx - 3 \int_0^3 f(x) dx = \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^3 - 6 = \frac{9}{2} - 6 = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 18.8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 2$ thì tích phân $\int_0^3 [x - 3f(x)] dx$ có giá trị bằng

A. -3.

B. 3.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_0^3 [x - 3f(x)] dx = \int_0^3 x dx - 3 \int_0^3 f(x) dx = \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^3 - 6 = \frac{9}{2} - 6 = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 18.9. Cho các số thực a, b ($a < b$). Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thì

A. $\int_a^b f(x) dx = f'(a) - f'(b).$

B. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a).$

$$\text{C. } \int_a^b f'(x) dx = f(a) - f(b).$$

$$\text{D. } \int_a^b f(x) dx = f'(b) - f'(a).$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

Chọn đáp án **(B)**

□

CÂU 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

- A. $\bar{z} = -2 + i$. B. $\bar{z} = -2 - i$. C. $\bar{z} = 2 - i$. D. $\bar{z} = 2 + i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ và $\bar{z} = 2 - i$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 19.1. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng 2 . B. Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng 2 .
C. Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng -2 . D. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 .

Lời giải.

Vì $\bar{z} = 3 + 2i \Rightarrow z = 3 - 2i$. Do đó số phức z có phần thực bằng 3 , phần ảo bằng -2 .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 19.2. Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là

- A. 1 và 2 . B. 1 và i . C. 1 và $2i$. D. 2 và 1 .

Lời giải.

Số phức z có phần thực là 1 và phần ảo là 2 .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 19.3. Số phức liên hợp của $z = 4 + 3i$ là

- A. $\bar{z} = -3 + 4i$. B. $\bar{z} = 4 - 3i$. C. $\bar{z} = 3 + 4i$. D. $\bar{z} = 3 - 4i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = 4 + 3i$ là $\bar{z} = 4 - 3i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 19.4. Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của số phức $z = 1 + i$.

- A. Phần thực là 1 , phần ảo là -1 . B. Phần thực là 1 , phần ảo là $-i$.
C. Phần thực là 1 , phần ảo là 1 . D. Phần thực là 1 , phần ảo là i .

Lời giải.

$\bar{z} = 1 - i$, phần thực bằng 1 , phần ảo bằng -1 .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 19.5. Tìm phần ảo của số phức $z = 5 - 8i$.

- A. 8 . B. $-8i$. C. 5 . D. -8 .

Lời giải.

Theo sách giáo khoa ta thấy z có phần ảo là -8 .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 19.6. Tìm phần ảo của số phức $z = 8 - 12i$.

A. -12 .

B. 18 .

C. 12 .

D. $-12i$.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 8 - 12i$ là -12 .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 19.7. Tìm số phức liên hợp của của số $z = 5 + i$.

A. $\bar{z} = 5 - i$.

B. $\bar{z} = -5 - i$.

C. $\bar{z} = 5 + i$.

D. $\bar{z} = -5 + i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của của số $a + bi$ là $a - bi$. Do đó $\bar{z} = 5 - i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 19.8. Tính mô-đun của số phức $z = 3 + 4i$.

A. 3 .

B. 5 .

C. 7 .

D. $\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 19.9. Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là

A. $\bar{z} = -6 + 4i$.

B. $\bar{z} = 4 + 6i$.

C. $\bar{z} = 6 + 4i$.

D. $\bar{z} = -6 - 4i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $6 - 4i$ là $6 + 4i$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 19.10. Cho số phức $z = 2 + i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ có phần thực, phần ảo lần lượt là

A. 2 và 1 .

B. -2 và -1 .

C. -2 và 1 .

D. 2 và -1 .

Lời giải.

$z = 2 + i \Rightarrow \bar{z} = 2 - i$. Vậy $\bar{z}$ có phần thực, phần ảo lần lượt là 2 và -1 .

Chọn đáp án **(D)**

□

CÂU 20. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 1 .

B. 3 .

C. 4 .

D. -2 .

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = 3 + 4i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 20.1. Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 2 - i$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_1 \cdot z_2|$.

A. $P = 85$.

B. $P = 5$.

C. $P = 50$.

D. $P = 10$.

Lời giải.

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (3 + i)(2 - i) = 7 - i \Rightarrow z_1 + z_1 \cdot z_2 = 3 + i + 7 - i = 10$.

Suy ra $P = |z_1 + z_1 \cdot z_2| = 10$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 20.2. Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. 10 .

C. -6 .

D. 4 .

Lời giải.

Ta có $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$; $|z_2| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$.

$|z_1|^2 + |z_2|^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 10$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 20.3. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + 4i$. Tìm điểm M biểu diễn số phức $z_1 \cdot z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $M(-2; 11)$. B. $M(-2; -11)$. C. $M(11; -2)$. D. $M(11; 2)$.

Lời giải.

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (1 - 2i)(3 + 4i) = 11 - 2i$.

Vậy $M(11; -2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 20.4. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

- A. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$. B. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$. C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$. D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_2 \cdot \overline{z_1}}{z_1 \cdot \overline{z_1}} = \frac{(3 - i)(1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)} = \frac{1 - 7i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 20.5. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 7i$ và $z_2 = -4 + i$. Điểm biểu diễn số phức $z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(-2; -6)$. B. $P(-5; -3)$. C. $N(6; -8)$. D. $M(3; -11)$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = -2 - 6i$. Vậy điểm biểu diễn $z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm $Q(-2; -6)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 20.6. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

- A. 11. B. 12. C. 1. D. $12i$.

Lời giải.

Ta có $w = 3z_1 - 2z_2 = 3(1 + 2i) - 2(2 - 3i) = -1 + 12i$.

Vậy phần ảo của số phức w là 12.

Chọn đáp án **B** □

Câu 20.7. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$, $z_2 = 2 - i$. Mô-đun của hiệu hai số phức đã cho bằng

- A. $|z_1 - z_2| = 3\sqrt{5}$. B. $|z_1 - z_2| = 45$.
C. $|z_1 - z_2| = \sqrt{113}$. D. $|z_1 - z_2| = \sqrt{74} - \sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $z_1 - z_2 = 3 - 6i \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{9 + 36} = 3\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 20.8. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$, $z_2 = 2 - i$. Mô-đun của hiệu hai số phức đã cho bằng

- A. $|z_1 - z_2| = 3\sqrt{5}$. B. $|z_1 - z_2| = 45$.
C. $|z_1 - z_2| = \sqrt{113}$. D. $|z_1 - z_2| = \sqrt{74} - \sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $z_1 - z_2 = 3 - 6i \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{9 + 36} = 3\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 20.9. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -4 - 5i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 2 + 2i$. B. $z = -2 - 2i$. C. $z = 2 - 2i$. D. $z = -2 + 2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (-4 - 5i) = -2 - 2i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 20.10. Cho hai số phức $z = 3 - 5i$ và $w = -1 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức $z' = \bar{z} - w \cdot z$ trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là

- A. $(-4; -6)$. B. $(4; 6)$. C. $(4; -6)$. D. $(-6; -4)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z' &= \bar{z} - w \cdot z \\ &= 3 + 5i - (-1 + 2i) \cdot (3 - 5i) \\ &= 3 + 5i - (7 + 11i) \\ &= -4 - 6i. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 20.11. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 1 - 10i$. B. $z = 5 - 4i$. C. $z = 3 - 10i$. D. $z = 3 + 3i$.

Lời giải.

Ta có $z = z_1 + z_2 = 3 - 7i + 2 + 3i = 5 - 4i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 20.12. Cho hai số phức: $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$.

- A. $w = -3 + 8i$. B. $w = -5 + i$. C. $w = -3 - 8i$. D. $w = -3 + i$.

Lời giải.

Ta có $w = z_1 - 2z_2 = (1 - 2i) - 2(2 + 3i) = -3 - 8i$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 20.13. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$, $z_2 = 2 - i$. Mô-đun của hiệu hai số phức đã cho bằng

- A. $|z_1 - z_2| = 3\sqrt{5}$. B. $|z_1 - z_2| = 45$.
C. $|z_1 - z_2| = \sqrt{113}$. D. $|z_1 - z_2| = \sqrt{74} - \sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $z_1 - z_2 = 3 - 6i \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{9 + 36} = 3\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 20.14. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -4 - 5i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 2 + 2i$. B. $z = -2 - 2i$. C. $z = 2 - 2i$. D. $z = -2 + 2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (-4 - 5i) = -2 - 2i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 20.15. Cho hai số phức: $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$.

- A. $w = -3 + 8i$. B. $w = -5 + i$. C. $w = -3 - 8i$. D. $w = -3 + i$.

Lời giải.

Ta có $w = z_1 - 2z_2 = (1 - 2i) - 2(2 + 3i) = -3 - 8i$.

Chọn đáp án **(C)**

□

CÂU 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(1; 2)$. B. $P(-1; 2)$. C. $N(1; -2)$. D. $M(-1; -2)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$ là điểm $P(-1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 21.1. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - 5i| = 6$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(-2; 5)$ và $R = 36$. B. $I(-2; 5)$ và $R = 6$.
C. $I(2; -5)$ và $R = 36$. D. $I(2; -5)$ và $R = 6$.

Lời giải.

Gọi $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z + 2 - 5i| = 6 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 36$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn z là đường tròn có tâm $I(-2; 5)$ và bán kính $R = 6$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 21.2. Cho số phức $z = 4 - 3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ Oxy là M . Tính độ dài OM .

- A. 5. B. 25. C. $\sqrt{7}$. D. 4.

Lời giải.

Ta có $OM = |z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 21.3. Cho số phức $z = 6 + 17i$. Điểm biểu diễn cho số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A. $M(-6; -17)$. B. $M(-17; -6)$. C. $M(17; 6)$. D. $M(6; 17)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn cho số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là $M(6; 17)$.

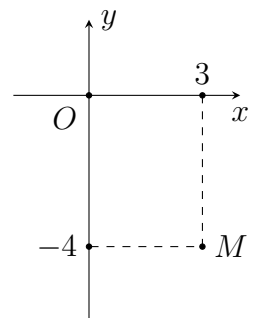
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 21.4.

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm z .

- A. $z = -4 + 3i$. B. $z = -3 + 4i$. C. $z = 3 - 4i$. D. $z = 3 + 4i$.



Lời giải.

Điểm M có tọa độ là $M(3; -4) \Rightarrow$ điểm M biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 21.5. Số phức được biểu diễn bởi điểm $M(2; -1)$ là

- A. $2 + i$. B. $1 + 2i$. C. $2 - i$. D. $-1 + 2i$.

Lời giải.

Số phức có điểm biểu diễn bởi $M(2; -1)$ trên mặt phẳng tọa độ là $2 - i$.

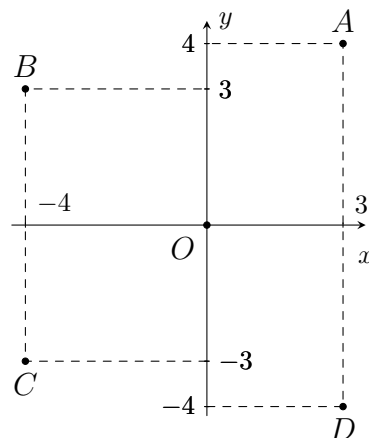
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 21.6.

Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D ?

- A. Điểm D . B. Điểm B . C. Điểm A . D. Điểm C .

**Lời giải.**

Ta có $z = 3 - 4i$ nên điểm biểu diễn số phức z là $D(3; -4)$.

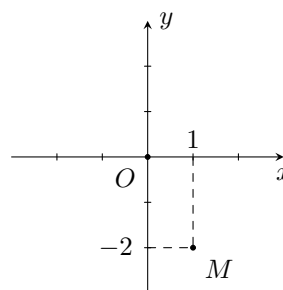
Chọn đáp án **A**

□

Câu 21.7.

Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?

- A. $1 - 2i$. B. $i + 2$. C. $i - 2$. D. $1 + 2i$.

**Lời giải.**

Vì $M(1; -2)$ nên M là điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 2i$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 21.8. Điểm M biểu diễn số phức $z = 2 - i$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A. $M = (1; -2)$. B. $M = (2; -1)$. C. $M = (-2; 1)$. D. $M = (2; 1)$.

Lời giải.

Số phức $z = 2 - i$ có điểm biểu diễn là $M = (2; -1)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 21.9. Số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 1 - 2i$ được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ bởi điểm nào sau?

- A. $Q(-1; -2)$. B. $M(1; 2)$. C. $P(-1; 2)$. D. $N(1; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 1 - 2i \Rightarrow z = 1 + 2i$. Khi đó số phức z được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ bởi điểm $M(1; 2)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 21.10. Cho số phức $z = 1 - 2i$, điểm M biểu diễn số phức $\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy có tọa độ là

- A. $M(2; 1)$. B. $M(1; 2)$. C. $M(1; -2)$. D. $M(-1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $z = 1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 + 2i \Rightarrow M(1; 2)$.

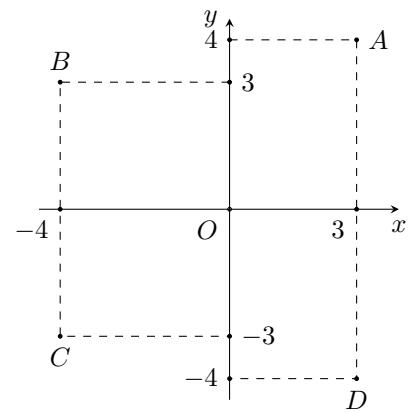
Chọn đáp án **B**

□

Câu 21.11.

Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D ?

- A. Điểm D . B. Điểm B . C. Điểm A . D. Điểm C .

**Lời giải.**

Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm có tọa độ là $D(3; -4)$.

Chọn đáp án **A**

□

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.

Lời giải.

Hình chiếu của $M(2; 1; -1)$ lên mặt phẳng Ozx là điểm $(2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 22.1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oz là điểm

- A. $Q(-1; 0; 3)$. B. $M(0; 0; 3)$. C. $P(0; 2; 3)$. D. $N(-1; 0; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-1; 2; 3)$ lên trục Oz là điểm $M(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 22.2. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; 4)$ lên trục Ox là điểm nào dưới đây?

- A. $M(2; 0; 0)$. B. $M(0; 3; 0)$. C. $M(0; 0; 4)$. D. $M(0; 2; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; 4)$ là điểm $M(2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 22.3. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; 4)$ lên trục Ox là điểm nào dưới đây?

- A. $M(2; 0; 0)$. B. $M(0; 3; 0)$. C. $M(0; 0; 4)$. D. $M(0; 2; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; 4)$ là điểm $M(2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 22.4. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm G' đối xứng với điểm $G(5; -3; 7)$ qua trục Oy là

- A. $G'(-5; 0; -7)$. B. $G'(-5; -3; -7)$. C. $G'(5; 3; 7)$. D. $G'(-5; 3; -7)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $G(5; -3; 7)$ lên trục Oy là $H(0; -3; 0)$.

Vì G' đối xứng với G qua trục Oy nên H là trung điểm của đoạn GG' nên tọa độ của điểm G'

$$\text{là } \begin{cases} x_{G'} = 2x_H - x_G = -5 \\ y_{G'} = 2y_H - y_G = -3 \\ z_{G'} = 2z_H - z_G = -7. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $G'(-5; -3; -7)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 22.5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng $(P) : 3x - 2y + z + 6 = 0$ là

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(-1; 1; -1)$. C. $(3; -2; 1)$. D. $(5; -3; 1)$.

Lời giải.

Gọi $H(x; y; -6 - 3x + 2y)$ là hình chiếu của A lên mặt phẳng P . Ta có $\overrightarrow{AH} = (x - 2; y + 1; -6 - 3x + 2y)$.
Do $\overrightarrow{AH} \perp (P)$ nên hai véc-tơ $\overrightarrow{AH}$ và $\vec{n}_P$ cùng phương. Suy ra ta có hệ phương trình $\frac{x - 2}{-2} = \frac{y + 1}{-2} = \frac{-6 - 3x + 2y}{1}$. (1)

Giải hệ (1) ta thu được một nghiệm là $(-1; 1; -1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 22.6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; 1)$ trên Ox có tọa độ là

- A. $(0; 0; 1)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(-3; 0; 0)$. D. $(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; 1)$ trên Ox có tọa độ là $(3; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 22.7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

- A. $M_3(3; 0; 0)$. B. $M_4(0; 2; 0)$. C. $M_1(0; 0; -1)$. D. $M_2(3; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -1)$ lên trục Oz là điểm $M_1(0; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 22.8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

- A. $M_3(3; 0; 0)$. B. $M_4(0; 2; 0)$. C. $M_1(0; 0; -1)$. D. $M_2(3; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -1)$ lên trục Oz là điểm $M_1(0; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 22.9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm M có tọa độ

- A. $M(1; -2; 0)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(1; 0; 3)$. D. $M(2; -1; 0)$.

Lời giải.

Gọi $M(a; b; 0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) . Ta có $\overrightarrow{AM} = (a - 1; b + 2; -3)$.

Mặt phẳng (Oxy) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Vì M là hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxy) nên hai véc-tơ $\overrightarrow{AM}$ và $\vec{k}$ cùng phương. Do đó, ta có
$$\begin{cases} a - 1 = 0 \\ b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2. \end{cases}$$

Vậy $M(1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 22.10. Trong không gian $Oxyz$, điểm N đối xứng với điểm $M(3; -1; 2)$ qua trục Oy là

- A. $N(-3; 1; -2)$. B. $N(3; 1; -2)$. C. $N(-3; -1; -2)$. D. $N(3; -1; -2)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 2)$ trên trục Oy là $H(0; -1; 0)$. Tọa độ điểm N đối xứng với điểm $M(3; -1; 2)$ qua trục Oy là

$$\begin{cases} x_N = 2x_H - x_M = 2 \cdot 0 - 3 = -3 \\ y_N = 2y_H - y_M = 2 \cdot (-1) - (-1) = -1 \Rightarrow N(-3; -1; -2). \\ z_N = 2z_H - z_M = 2 \cdot 0 - 2 = -2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 22.11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Gọi M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục hoành. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(0; 2; -3)$. B. $M(0; 2; 0)$. C. $M(0; 0; -3)$. D. $M(1; 0; 0)$.

Lời giải.

Do M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục hoành nên $M(1; 0; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 4)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 4; -1)$. B. $(2; -4; 1)$. C. $(2; 4; 1)$. D. $(-2; -4; -1)$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ $(2; -4; 1)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 23.1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(-2; 1; -1), R = 3$. B. $I(-2; 1; -1), R = 9$. C. $I(2; -1; 1), R = 3$. D. $I(2; -1; 1), R = 9$.

Lời giải.

Ta có tọa độ tâm $I(2; -1; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 23.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$. B. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.
C. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$. D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$ có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1 + 4 + 9 - 9} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 23.3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$.

B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$.

D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$.

Lời giải.

Điều kiện để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu là $R = a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Dựa vào bốn đáp án ta có đáp án C là $a = 1, b = -2, c = 2, d = 10 \Rightarrow R = -1 < 0$. □

Câu 23.4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 1), B(0; -1; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 8$.

B. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.

C. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 8$.

D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Lời giải.

Phương pháp: Phương trình mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R là $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

Cách giải: Tâm mặt cầu là trung điểm của AB , có tọa độ là $I(-1; 0; 1)$.

Bán kính mặt cầu: $R = IA = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB : $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 23.5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 1 = 0$.

Tâm của mặt cầu (S) là

A. $I(2; -1; 3)$.

B. $I(-2; 1; 3)$.

C. $I(2; -1; -3)$.

D. $I(2; 1; -3)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 23.6. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. 2.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm $I(1; 2; -3)$ trên trục $Oy \Rightarrow H(0; 2; 0) \Rightarrow IH = \sqrt{10}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu có tâm $I(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục $Oy \Rightarrow R = IH = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 23.7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = 1$.

B. $R = 7$.

C. $R = \sqrt{151}$.

D. $R = \sqrt{99}$.

Lời giải.

Ta có $a = 4, b = -5, c = 3, d = 49$. Do đó $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 23.8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -2; 3)$ đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ có phương trình

A. $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = \sqrt{13}$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 13$.

C. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 13$.

D. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{13}$.

Lời giải.

Mặt cầu có bán kính $R = IA = \sqrt{13}$.

Mặt cầu tâm $I(2; -2; 3)$ bán kính $R = \sqrt{13}$ là $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 13$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 23.9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-4; 5; -3)$ và $R = 1$.

B. $I(4; -5; 3)$ và $R = 7$.

C. $I(-4; 5; -3)$ và $R = 7$.

D. $I(4; -5; 3)$ và $R = 1$.

Lời giải.

$(S): (x - 4)^2 + (y + 5)^2 + (z - 3)^2 = 1 \Rightarrow I(4; -5; 3)$ và $R = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 23.10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-1; -2; 2), R = 3$.

B. $I(1; 2; -2), R = \sqrt{2}$.

C. $I(-1; -2; 2), R = 4$.

D. $I(1; 2; -2), R = 4$.

Lời giải.

Ta có $a = 1, b = 2, c = -2$ và $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 4$ nên $I(1; 2; -2)$ và $R = 4$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 23.11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; -2; 0)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I bán kính $R = 4$.

A. $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 16$.

C. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 16$.

D. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 4$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu có tâm $I(2; -2; 0)$ và bán kính $R = 4$ là

$$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 16.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 23.12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 5)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = 18$.

B. $R = 9$.

C. $R = 3$.

D. $R = 6$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R thì có phương trình $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

Theo đề bài ta có $R^2 = 9 \Rightarrow R = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x + 3y + z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 3; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 0; 3)$.

Lời giải.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1 = (2; 3; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 24.1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; -2; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 2; 0)$.

Lời giải.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 24.2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha) : x - 2y + 2z - 3 = 0$. Điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng (α) ?

- A. $M(2; 0; 1)$. B. $Q(2; 1; 1)$. C. $P(2; -1; 1)$. D. $N(1; 0; 1)$.

Lời giải.

Ta thấy tọa độ điểm $N(1; 0; 1)$ thỏa mãn phương trình mặt phẳng (α) nên điểm N nằm trên (α) .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 24.3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa trục Ox là

- A. $x + y = 0$. B. $x + z = 0$. C. $y - z = 0$. D. $y + z = 0$.

Lời giải.

Mp (P) có vtpt $\vec{n} = (0; 1; 1)$ và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$. Suy ra phương trình $(P) : y + z = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 24.4. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P) : x + y - 2z + 4 = 0$. Một vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 1; -2)$. B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 4)$. D. $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

Lời giải.

Phương pháp: Mặt phẳng $(P) : Ax + By + Cz + D = 0$ nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ là 1 vec-tơ pháp tuyến.

Cách giải: Một vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 24.5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x + 2y - 5 = 0$ nhận vec-tơ nào trong các vec-tơ sau làm vec-tơ pháp tuyến?

- A. $\vec{n}(1; 2; -5)$. B. $\vec{n}(0; 1; 2)$. C. $\vec{n}(1; 2; 0)$. D. $\vec{n}(1; 2; 5)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}(1; 2; 0)$ làm vec-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án **C**

□

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $P(1; 2; -1)$.

B. $M(-1; -2; 1)$.

C. $N(2; 3; -1)$.

D. $Q(-2; -3; 1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm (P) vào phương trình đường thẳng d thấy tọa độ thỏa mãn nên đường thẳng d đi qua điểm $P(1; 2; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 25.1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{1}$. Khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(4; -2; 1)$.

B. $(4; 2; -1)$.

C. $(4; -2; -1)$.

D. $(4; 2; 1)$.

Lời giải.

Tọa độ véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (4; -2; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 25.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

A. $M(2; -1; 1)$.

B. $N(0; 1; -2)$.

C. $P(1; -2; 0)$.

D. $Q(1; -3; -4)$.

Lời giải.

Ta thấy $Q \in (P)$ vì $2 \cdot 1 - (-3) - 4 - 1 = 0$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 25.3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{4}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(2; 2; 2)$.

B. $M(2; 2; 4)$.

C. $M(2; 3; 4)$.

D. $M(2; 2; 10)$.

Lời giải.

Vì $\frac{2-4}{2} = \frac{2-5}{3} = \frac{2-6}{4} = -1$ nên $M(2; 2; 2)$ thuộc đường thẳng d .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 25.4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(-1; -2; 0)$.

B. $M(-1; 1; 2)$.

C. $M(2; 1; -2)$.

D. $M(3; 3; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\frac{-1-1}{2} = \frac{1-2}{1} = \frac{2}{-2} = -1$ nên $M(-1; 1; 2)$ thuộc đường thẳng d .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 25.5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6; 3; 5)$ và đường thẳng BC

có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác

ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

A. $M(-1; -12; 3)$.

B. $N(3; -2; 1)$.

C. $P(0; -7; 3)$.

D. $Q(1; -2; 5)$.

Lời giải.

- Gọi $M(1-t; 2+t; 2t)$ là hình chiếu của A lên BC .

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-5-t; t-1; 2t-5)$ vuông góc với $\vec{u} = (-1; 1; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của BC .

Do đó $-1(-5-t) + 1(t-1) + 2(2t-5) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra $M(0; 3; 2)$.

• Vì ABC là tam giác đều nên M là trung điểm của BC . Suy ra $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} \Rightarrow G(2; 3; 3)$.

• Đường thẳng Δ đi qua G , có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = \frac{1}{3} [\overrightarrow{AM}, \vec{u}] = (1; 5; -2)$.

$$\text{Suy ra } \Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 5t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \text{ Với } t = -1, \text{ ta có } Q(1; -2; 5) \in \Delta.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 25.6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 0)$, $B(0; 1; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(6; -4; -1)$.

B. $N(6; -4; 2)$.

C. $P(6; -4; 3)$.

D. $Q = (6; -4; 1)$.

Lời giải.

• $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$.

• Đường thẳng d đi qua $M(0; 1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.

• Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}_d, \overrightarrow{AB}] = (-3; -3; 3)$ và (α) đi qua M .
Phương trình (α) là $-3(x-0) - 3(y-1) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow -x - y + z - 1 = 0$.

• Ta có $-6 + 4 + 3 - 1 = 0$ nên $P(6; -4; 3) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 25.7. Trong không gian $(Oxyz)$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 5t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

A. $N(0; 3; 5)$.

B. $M(-3; 2; 5)$.

C. $(P(3; 1; 5))$.

D. $Q(6; -1; 5)$.

Lời giải.

Thế tọa độ của điểm $N(0; 3; 5)$ vào phương trình tham số của đường thẳng Δ ta được $\begin{cases} 0 = 3 - 3t \\ 3 = 1 + 2t \\ 5 = 5t \end{cases}$

Ta thấy $t = 1$ thỏa mãn hệ phương trình. Vậy điểm $N(0; 3; 5)$ thuộc đường thẳng Δ .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 25.8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 0)$, $B(0; 1; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(6; -4; -1)$.

B. $N(6; -4; 2)$.

C. $P(6; -4; 3)$.

D. $Q(6; -4; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.

Suy ra $[\vec{AB}, \vec{u}_d] = (3; 3; -3) = 3(1; 1; -1)$.

Vì (α) chứa d và song song với AB nên véc-tơ $\vec{n} = \frac{1}{3} [\vec{AB}, \vec{u}_d] = (1; 1; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Lại có, điểm $C(0; 1; 2) \in d \Rightarrow C \in (\alpha)$.

Do đó, phương trình của (α) là $x + y - z + 1 = 0$.

Lần lượt thay tọa độ các điểm trong các phương án ta được điểm $P(6; -4; 3)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

CÂU 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \sqrt{2}a$, tam giác AB

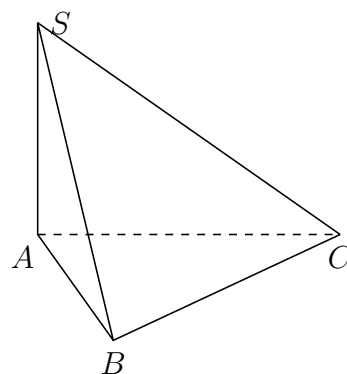
vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .



Lời giải.

Ta có $\left. \begin{array}{l} SB \cap (ABC) \\ SA \perp (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (ABC)

Suy ra $(SB, (ABC)) = \widehat{SBA}$.

Do tam giác ABC vuông tại $B \Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = (2a)^2 \Leftrightarrow AB = a\sqrt{2}$.

Suy ra $\widehat{SBA} = 45^\circ$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 26.1. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $SA = AB = a$. Góc giữa SA và CD là

A. 60° .

B. 30° .

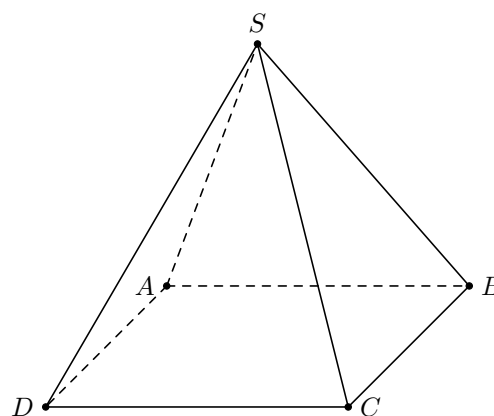
C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD$ nên góc giữa SA và CD bằng góc giữa SA và AB .

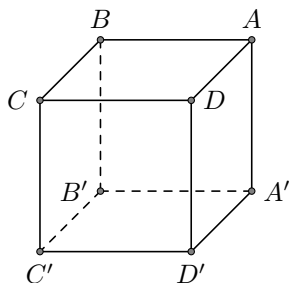
Vì $SA = AB$ nên tam giác SAB đều, vậy góc giữa chúng bằng 60° .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 26.2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa AC' và BD .



A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 120° .

Lời giải.

Gọi O' và I lần lượt là tâm hình vuông $ABCD$ và trung điểm CC' . Khi đó, ta có IO' song song AC' . Suy ra $(AC', BD) = (IO', BD)$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA'C) \Rightarrow BD \perp IO' \Rightarrow (IO', BD) = 90^\circ$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 26.3. Cho tứ diện đều cạnh a , M là trung điểm của BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

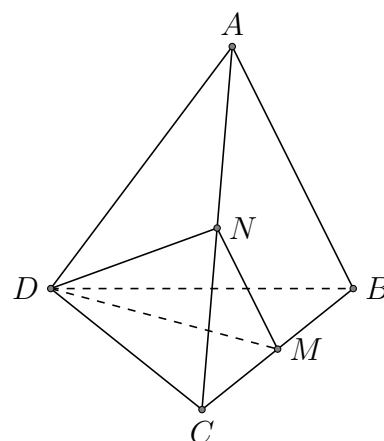
D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Kẻ $MN \parallel AB$, cắt AC tại trung điểm N của AC .

Xét tam giác NMD ta có:

$$\begin{aligned} \cos \widehat{NMD} &= \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2MN \cdot MD} \\ &= \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 26.4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. 90° .

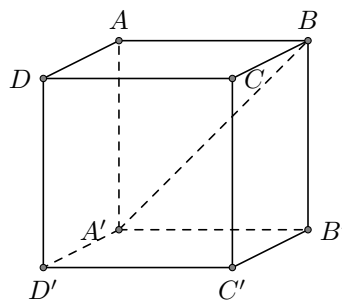
B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

Ta có $CD \parallel AB$, suy ra góc giữa $A'B$ với CD bằng góc giữa $A'B$ với AB , góc này bằng 45° .



Chọn đáp án **(D)**

□

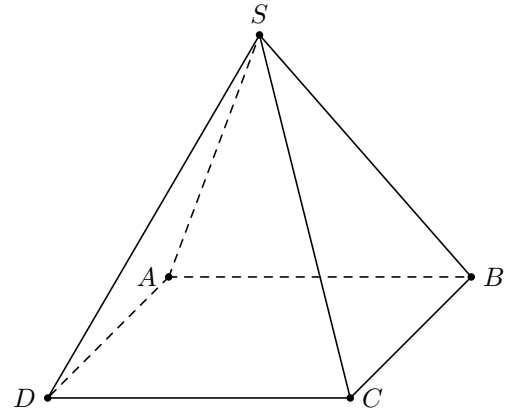
Câu 26.5. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $SA = AB = a$. Góc giữa SA và CD là

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD$ nên góc giữa SA và CD bằng góc giữa SA và AB .

Vì $SA = AB$ nên tam giác SAB đều, vậy góc giữa chúng bằng 60° .



Chọn đáp án **A**

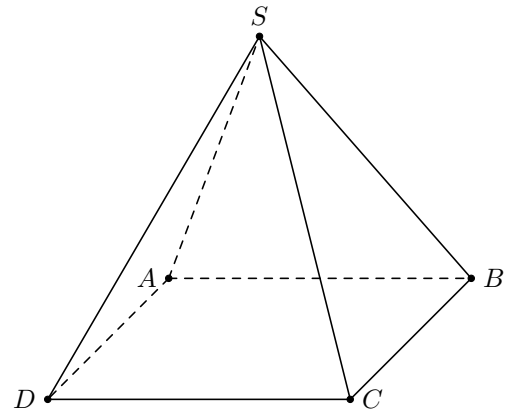
Câu 26.6. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $SA = AB = a$. Góc giữa SA và CD là

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD$ nên góc giữa SA và CD bằng góc giữa SA và AB .

Vì $SA = AB$ nên tam giác SAB đều, vậy góc giữa chúng bằng 60° .



Chọn đáp án **A**

Câu 26.7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và $B'D'$ bằng

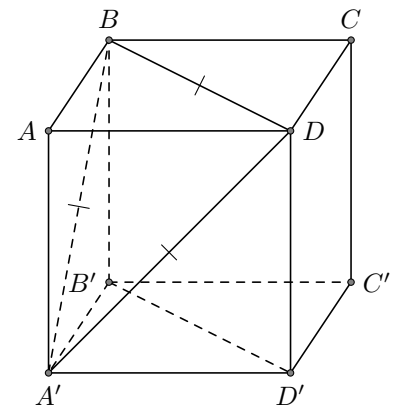
- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải.

Do $BD \parallel B'D'$ nên góc giữa hai đường thẳng BA' và $B'D'$ bằng góc giữa hai đường thẳng BA' và BD .

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $\triangle A'BC$ là tam giác đều. Khi đó góc $\widehat{A'BD} = 60^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng BA' và $B'D'$ bằng 60° .



Chọn đáp án **D**

Câu 26.8. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD$, $AC \perp BD$. Góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ là

A. 30° .B. 45° .C. 60° .D. 90° .**Lời giải.**

Vì $AB \perp CD$ và $AC \perp BD$ nên ta suy ra

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) \cdot (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}) \\
 &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} \\
 &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} + 0 + \overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} \\
 &= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} \\
 &= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} \\
 &= 0 + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} \\
 &= (\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{BD}^2 \\
 &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC}) \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2 \\
 &= \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2 \\
 &= -\overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD}^2 = 0.
 \end{aligned}$$

Suy ra $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BC} \Rightarrow (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 26.9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA' bằng

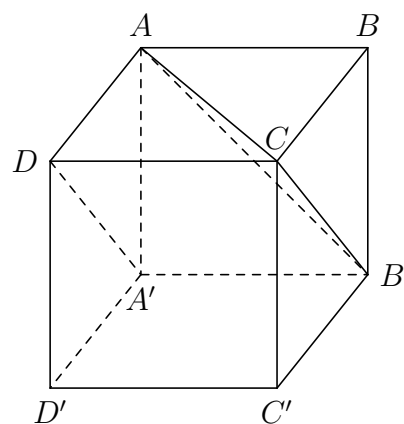
A. 60° .B. 45° .C. 90° .D. 120° .**Lời giải.**

Ta có $\widehat{(AC, DA')} = \widehat{(AC, CB')} = \widehat{ACB'}$.

Xét $\triangle ACB'$ có $AC = CB' = AB' = AB\sqrt{2}$.

Do đó $\triangle ACB'$ là tam giác đều.

Vậy $\widehat{ACB'} = 60^\circ$ hay $\widehat{(AC, DA')} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

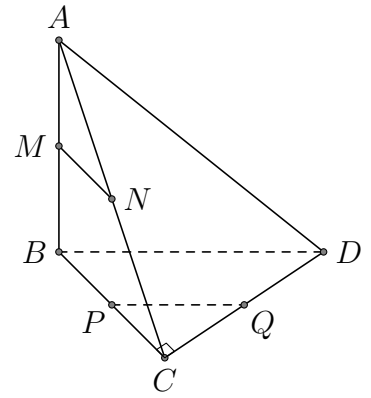
Câu 26.10. Cho tứ diện $ABCD$ với đáy BCD là tam giác vuông cân tại C . Các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC, CD . Góc giữa MN và PQ bằng

A. 0° .B. 60° .C. 45° .D. 30° .**Lời giải.**

Ta có MN là đường trung bình tam giác ABC nên $MN \parallel BC$, do đó

$$(MN, PQ) = (BC, PQ).$$

Mặt khác PQ là đường trung bình tam giác vuông cân BCD suy ra $(BC, PQ) = 45^\circ$. Do đó $(MN, PQ) = 45^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

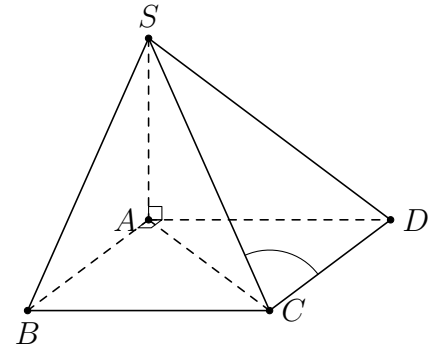
Câu 26.11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a\sqrt{2}$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải.

Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng góc giữa hai đường thẳng SC và CD . Ta có

- $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{6}$.
- $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a\sqrt{2}$.
- $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{6}$.



$$\text{Khi đó } \cos \widehat{SCD} = \frac{SC^2 + CD^2 - SD^2}{2 \cdot SC \cdot CD} = \frac{8a^2 + 2a^2 - 6a^2}{2 \cdot 2a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

Vậy góc giữa SC và AB bằng 60° .

Cách khác: Có thể chứng minh $\triangle SCD$ vuông tại D . Khi đó $\cos \widehat{SCD} = \frac{CD}{SC} = \frac{a\sqrt{2}}{2a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.

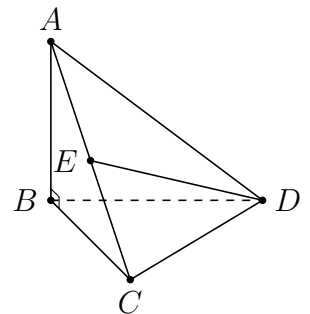
Chọn đáp án **D**

□

Câu 26.12.

Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$, $CD = a$. Gọi E là trung điểm của AC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng AB và DE bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

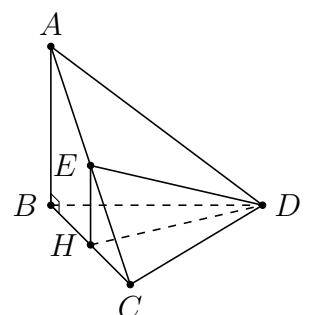


Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC . Vì $AB \parallel HE$ suy ra góc giữa AB và DE bằng góc giữa HE và DE bằng $\widehat{DEH}$.

$$\text{Ta có } HE = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}, DH = \sqrt{HC^2 + CD^2} = \frac{3\sqrt{2}a}{4}.$$

$$\text{Khi đó } \tan \widehat{DEH} = \frac{DH}{HE} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{DEH} = 60^\circ.$$



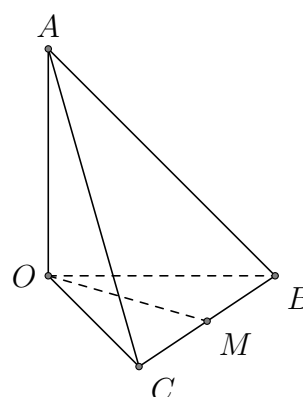
Chọn đáp án **(B)**



Câu 26.13.

Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .



Lời giải.

Gọi N là trung điểm $AC \Rightarrow MN = \frac{AC}{2}$

và $\widehat{(OM, AB)} = \widehat{(OM, MN)}$.

Do các tam giác OAC, OBC vuông tại O

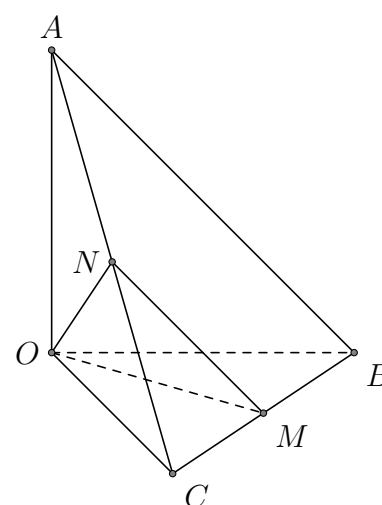
nên $OM = \frac{BC}{2}; ON = \frac{AC}{2}$.

Do OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau

và $OA = OB = OC$ nên $AB = AC = BC$

$\Rightarrow OM = ON = MN \Rightarrow \widehat{(OM, MN)} = 60^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng 60° .



Chọn đáp án **(D)**



CÂU 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 27.1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua x_1, x_2, x_3 thuộc tập xác định của hàm số $f(x)$ nên hàm số $f(x)$ có 3 cực trị.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 27.2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của hàm đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Do $f'(x)$ đổi dấu ba lần nên hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 27.3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy đạo hàm của hàm số có 4 lần đổi dấu nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 27.4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$									

Vậy số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 27.5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Phương pháp:

Xét phương trình $f'(x) = 0$, nếu x_0 là nghiệm bội bậc chẵn của phương trình thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số, nếu x_0 là nghiệm bội bậc lẻ của phương trình thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

Cách giải:

$$\text{Xét phương trình } f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Trong đó $x = 0, x = 2$ là các nghiệm bội bậc lẻ nên hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị. (còn $x = 1; x = 3$ là các nghiệm bội bậc chẵn nên không phải là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$).

Chú ý: Các em có thể lập bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$ rồi kết luận số điểm cực trị.

Chọn đáp án **A** □

Câu 27.6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

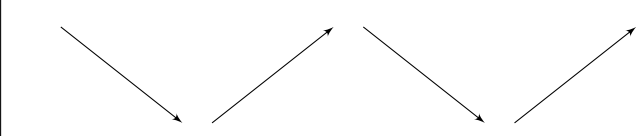
B. 2.

C. 5.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \text{ . Ta có bảng biến thiên}$$

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án **A** □

Câu 27.7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x(x-1)(x+2)^2 \Rightarrow$ ta có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta có hàm số đạt cực trị tại $x = 0, x = 1$.

Vậy hàm số có đúng hai điểm cực trị.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 27.8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x+1)^2(x-2)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x chạy qua 0 và 2 nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 27.9. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)(x+2)^2$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$.

Nhận thấy $(x+2)^2 > 0, \forall x \neq -2$. Suy ra $f'(x)$ không đổi dấu khi qua nghiệm $x = -2$ nên $x = -2$ không phải là điểm cực trị của hàm số.

Ngoài ra, $f'(x)$ cùng dấu với tam thức bậc hai $x(x-1) = x^2 - x$ nên suy ra $x = 0, x = 1$ là hai điểm cực trị của hàm số.

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án (A)

□

CÂU 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 2.

B. -23.

C. -22.

D. -7.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 20x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$.

Xét hàm số trên $[-1; 2]$ có $f(-1) = -7; f(0) = 2; f(2) = -22$.

Vậy $\min_{x \in [-1; 2]} f(x) = -22$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 28.1. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$. Tính $M - m$.

A. 4.

B. 9.

C. 1.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = -\frac{4}{x^2} + 1$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{x^2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3]. \end{cases}$

Ta tính được $f(1) = 6, f(2) = 5, f(3) = \frac{16}{3}$.

Kết hợp với $f(x)$ liên tục trên $[1; 3]$ nên $M = \max_{x \in [1; 3]} f(x) = 6 = f(1)$ và $m = \min_{x \in [1; 3]} f(x) = 5 = f(2)$.

Vậy $M - m = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 28.2. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. $\frac{65}{3}$.

B. 20.

C. 6.

D. $\frac{52}{3}$.**Lời giải.**

Ta có: $f(x) = x + \frac{4}{x}$ xác định và liên tục trên $[1; 3]$. Khi đó

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2. \end{cases}$$

Nhận thấy: $-2 \notin [1; 3] \Rightarrow x = -2$ (loại).

$f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}$. Khi đó: $\max_{[1; 3]} f(x) = 5; m = \min_{[1; 3]} f(x) = 4$. Vậy $M.m = 20$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 28.3. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$.

$y(0) = 1; y(1) = 3; y(2) = -1$.

Khi đó $\max_{[0; 2]} y = 3; \min_{[0; 2]} y = -1$. Vậy $\max_{[0; 2]} y + \min_{[0; 2]} y = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 28.4. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2 - x^2} - x$ bằng

A. $2 + \sqrt{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $2 - \sqrt{2}$.**Lời giải.**

Tập xác định $\mathcal{D} = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. Ta có $y' = \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}} - 1 = \frac{-x - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2-x^2} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = 1 \Leftrightarrow x = -1. \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$
y'	$+$	0	$-$
y	$\sqrt{2}$	2	$-\sqrt{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = 2$, $\min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = -\sqrt{2}$.

Vậy $\max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y + \min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = 2 - \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 28.5. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$ trên tập hợp $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$. Tính $P = M + m$.

A. $P = 2$.

B. $P = 0$.

C. $P = -\sqrt{5}$.

D. $P = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1-2x}{(x-2)^2\sqrt{x^2-1}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow 1-2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \notin \mathcal{D}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$\frac{3}{2}$
y'		$+$	$-$	
y	-1	0	0	$-\sqrt{5}$

Vậy $M = \max_{\mathcal{D}} y = 0$ và $m = \min_{\mathcal{D}} y = -\sqrt{5}$.

Do đó $P = -\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 28.6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là

A. $\min_{[1;3]} f(x) = 3$.

B. $\min_{[1;3]} f(x) = 6$.

C. $\min_{[1;3]} f(x) = 37$.

D. $\min_{[1;3]} f(x) = 5$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$ với mọi x . Lại có $f(1) = 5$, $f(3) = 37$ nên $\min_{[1;3]} f(x) = 5$.

Chọn đáp án **D**

Câu 28.7. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$ trên tập hợp $D = (-\infty; -1] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$. Khi đó $T = m \cdot M$ bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. 0.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.Tập xác định: $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Ta có $y' = \frac{\frac{x(x-1)}{\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-1}}{(x-2)^2} = \frac{-2x+1}{(x-2)^2\sqrt{x^2-1}}$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$.

Bảng biến thiên

x	$-\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$
$f'(x)$	$-$	$+$	
$f(x)$	$4 - 2\sqrt{2}$	1	$4 + 2\sqrt{2}$

Từ bảng biến thiên suy ra $M = 0; m = \sqrt{5}$.

Vậy $T = m \cdot M = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 28.8.** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - x + 2$ trên đoạn $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$. Khi đó tích $M \cdot m$ bằng

A. $\frac{45}{4}$.

B. $\frac{212}{27}$.

C. $\frac{125}{36}$.

D. $\frac{100}{9}$.

Lời giải.Hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - x + 2$ xác định và liên tục trên $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$.Ta có $y' = -3x^2 + 4x - 1$ và $y' = 0$ có một nghiệm thuộc $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$ là $x = \frac{1}{3}$.

Mặt khác $y(-1) = 6, y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{50}{27}, y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{8}$.

Vậy $M = \max_{\left[-1; \frac{1}{2}\right]} y = 6, m = \min_{\left[-1; \frac{1}{2}\right]} y = \frac{50}{27}$.

Do đó $M \cdot m = \frac{100}{9}$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 28.9.** Cho hàm số $y = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(0; +\infty)$ bằng

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.Với $x > 0$ ta luôn có $x + \frac{1}{x} \geq 2$ (hệ quả bất đẳng thức AM-GM).

Suy ra $\sqrt{x + \frac{1}{x}} \geq \sqrt{2}$ với mọi $x > 0$.

Đẳng thức xảy ra khi $x > 0$ và $x = \frac{1}{x}$ hay $x = 1$.Do đó giá nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ trên $(0; +\infty)$ bằng $\sqrt{2}$ khi $x = 1$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 28.10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{18 - x^2}$ là:

- A. 0. B. 6. C. $-3\sqrt{2}$. D. -6 .

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$.

Ta có: $y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{18 - x^2}}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Ta có: $y(3) = 6$; $y(3\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$; $y(-3\sqrt{2}) = -3\sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là $-\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 28.11. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A. 11. B. 10. C. 6. D. 15.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 2] \\ x = -2 \notin [-1; 2] \end{cases}$

Mà $f(-1) = 15$, $f(1) = -5$, $f(2) = 6$.

Do đó $\max_{[-1; 2]} f(x) = f(-1) = 15$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 28.12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - \frac{1}{x}$ trên $(0; 3]$ bằng

- A. $\frac{28}{9}$. B. 0. C. $\frac{8}{3}$. D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 + \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \in (0; 3]$. Do đó $\max_{(0; 3]} y = y(3) = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 28.13. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{-3x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. -2 . B. $-\frac{5}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 1.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{-3x - 1}{x + 1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[1; 3]$.

Ta có $y' = -\frac{2}{(x + 1)^2} < 0, \forall x \neq -1$.

Lại có $y(1) = -2$, $y(3) = -\frac{5}{2}$.

Vậy $\max_{[1; 3]} y = -2$ tại $x = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 28.14. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$ trên đoạn $[\frac{3}{2}; 4]$ bằng:

- A. 24. B. 20. C. 12. D. $\frac{155}{12}$.

Lời giải.

Phương pháp: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_1 .

+) Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i) (x_i \in [a; b])$.

Khi đó: $\min_{[a;b]} f(x) = \min \{f(a), f(b), f(x_i)\}$, $\max_{[a;b]} f(x) = \max \{f(a), f(b), f(x_i)\}$.

Cách giải: Ta có: $y' = 2x - \frac{16}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 2x^3 = \frac{16}{x^2} \Leftrightarrow 2x^3 = 16 \Leftrightarrow x = 2 \in \left[\frac{3}{2}; 4\right]$ $y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{155}{12}$; $y(2) = 12$; $y(4) = 20$ Vậy $\max_{\left[\frac{3}{2}; 4\right]} y = 20$ khi $x = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + 2b = 2$. B. $4a + 2b = 1$. C. $4ab = 1$. D. $2a + 4b = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_3(3^a \cdot 9^b) &= \log_9 3 \Leftrightarrow \log_3(3^a \cdot 3^{2b}) = \log_{3^2} 3 \\ \Leftrightarrow \log_3 3^{a+2b} &= \log_3 3^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a + 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2a + 4b = 1\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 29.1. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(2018a) = 2018 \log a$. B. $\log a^{2018} = \frac{1}{2018} \log a$.
C. $\log(2018a) = \frac{1}{2018} \log a$. D. $\log a^{2018} = 2018 \log a$.

Lời giải.

Phương pháp

Sử dụng các công thức: $\log ab = \log a + \log b$; $\log a^n = n \log a$

Cách giải:

Ta có: $\log(2018a) = \log 2018 + \log a$

$\log a^{2018} = 2018 \log a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 29.2. Cho $0 < a \neq 1$ và x, y là các số thực âm. mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a(x^2 y^4) = 2(\log_a |x| + \log_a y^2)$. B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.
C. $\log_a(-x^2 y) = 2 \log_a(-x) + \log_a y$. D. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_a(-x)}{\log_a(-y)}$.

Lời giải.

Ta có, $\log_a(x^2 y^4) = \log_a x^2 + \log_a y^4 = 2 \log_a |x| + 2 \log_a y^2 = 2(\log_a |x| + \log_a y^2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 29.3. Với a là số thực âm bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 a^2 = 2 \log_2(-a)$. B. $\log_2 a^2 = -2 \log_2 a$.
C. $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a$. D. $\log_2 a^2 = 2a$.

Lời giải.

Vì a là số thực âm nên $\log_2 a^2 = 2 \log_2 |a| = 2 \log_2(-a)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 29.4. Cho $0 < b < a < 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_b a < \log_a b$. B. $\log_b a < 0$. C. $\log_b a > \log_a b$. D. $\log_a b < 1$.

Lời giải.

Vì $0 < b < a < 1$ nên $\log_a b > \log_a a = 1$. Do đó $\log_b a = \frac{1}{\log_a b} < 1 < \log_a b$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 29.5. Cho số thực $a > 1, b \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a b^2 = -2 \log_a |b|$.

B. $\log_a b^2 = 2 \log_a b$.

C. $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$.

D. $\log_a b^2 = -2 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $b \neq 0 \Leftrightarrow |b| > 0$. Khi đó ta có $\log_a b^2 = \log_a |b|^2 = 2 \log_a |b|$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 29.6. Cho số thực $a > 1, b \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a b^2 = -2 \log_a |b|$.

B. $\log_a b^2 = 2 \log_a b$.

C. $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$.

D. $\log_a b^2 = -2 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $b \neq 0 \Leftrightarrow |b| > 0$. Khi đó ta có $\log_a b^2 = \log_a |b|^2 = 2 \log_a |b|$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 29.7. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = 3 \log a$.

B. $\log a^3 = 3 \log a$.

C. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

D. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

Lời giải.

Theo tính chất ta có $\log a^3 = 3 \log a$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 29.8. Cho a, b, c, d là các số thực dương, khác 1 bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{d}{c}$.

B. $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{c}{d}$.

C. $a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{c}{d}$.

D. $a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{d}{c}$.

Lời giải.

Với a, b, c, d là các số thực dương, khác 1 ta có

$$a^c = b^d \Leftrightarrow \ln(a^c) = \ln(b^d) \Leftrightarrow c \cdot \ln a = d \cdot \ln b \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{d}{c}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 29.9. Cho a, b, c, d là các số thực dương, khác 1 bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{d}{c}$.

B. $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{c}{d}$.

C. $a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{c}{d}$.

D. $a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{d}{c}$.

Lời giải.

Với a, b, c, d là các số thực dương, khác 1 ta có

$$a^c = b^d \Leftrightarrow \ln(a^c) = \ln(b^d) \Leftrightarrow c \cdot \ln a = d \cdot \ln b \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{d}{c}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 29.10. Với số thực dương a bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 2a^2 = 1 + 2 \log_2 a$.

B. $\log_2 2a^2 = 2 + 2 \log_2 a$.

C. $\log_2(2a)^2 = 2 + \log_2 a$.

D. $\log_2(2a)^2 = 1 + 2\log_2 a$.

Lời giải.

• $\log_2 2a^2 = \log_2 2 + \log_2 a^2 = 1 + 2\log_2 a$.

• $\log_2(2a)^2 = 2\log_2(2a) = 2(\log_2 2 + \log_2 a) = 2 + 2\log_2 a$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 29.11. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2(a + b) = 2 + \log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log(a + b) = 2 + \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

C. $\log_2(a + b) = \frac{1}{2}(2 + \log_2 a + \log_2 b)$.

D. $\log_2(a + b) = \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

Lời giải.

Với mọi số thực dương a và b , ta có $a^2 + b^2 = 2ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 4ab$. Do đó, ta có $\log_2(a + b)^2 = \log_2(4ab) \Leftrightarrow 2\log_2(a + b) = \log_2 4 + \log_2 a + \log_2 b \Leftrightarrow \log_2(a + b) = \frac{1}{2}(2 + \log_2 a + \log_2 b)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 29.12. Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_5(5a) = 5 + \log_5 a$.

B. $\log_5(5a) = \log_5 a$.

C. $\log_5(5a) = 1 + \log_5 a$.

D. $\log_5(5a) = 1 + a$.

Lời giải.

Ta có $\log_5(5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 29.13. Với a là số thực dương bất kỳ và $a \neq 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{a^5} e = \frac{1}{5 \ln a}$.

B. $\ln a^5 = \frac{1}{5} a$.

C. $\ln a^5 = \frac{5}{\ln a}$.

D. $\log_{a^5} e = 5 \log_a e$.

Lời giải.

$\log_{a^5} e = \frac{1}{5} \log_a e = \frac{1}{5 \ln a}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 29.14. Với a là số thực dương bất kỳ và $a \neq 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{a^5} e = \frac{1}{5 \ln 5a}$.

B. $\log a^5 = \frac{1}{5} \ln a$.

C. $\log a^5 = \frac{5}{\ln a}$.

D. $\log_{a^5} e = 5 \log_a e$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^5} e = \frac{1}{5} \log_a e = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\log_e a} = \frac{1}{5 \ln 5a}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 29.15. Cho a, b là hai số thực thỏa $0 < a < b < 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$.

B. $\log_b a < 1 < \log_a b$.

C. $\log_a b < \log_b a < 1$.

D. $1 < \log_a b < \log_b a$.

Lời giải.

Ta có $0 < a < b < 1$ nên $\begin{cases} \log_a b < \log_a a = 1 \\ \log_b a > \log_b b = 1 \end{cases} \Rightarrow \log_a b < 1 < \log_b a$.

Chọn đáp án **A**

□

CÂU 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Từ bảng biến ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Chọn đáp án **A**

Câu 30.1. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục Ox bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục Ox ($y = 0$) bằng số nghiệm của phương trình

$$x^3 - 3x + 1 = 0.$$

Phương trình $x^3 - 3x + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

Chọn đáp án **C**

Câu 30.2. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ và đường thẳng $y = -2x + 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 3x + 1 = 0$.

Xét $f(x) = x^3 + 3x + 1$, ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Do đó phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **D**

Câu 30.3. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x + 3$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x+1}{x-1} = 2x+3$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 = (2x+3)(x-1) \text{ (do } x=1 \text{ không là nghiệm của phương trình)}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{33}}{4} \\ x = \frac{1 - \sqrt{33}}{4} \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng $y = 2x + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 30.4. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 4|$ với đường thẳng $y = 3$ là

A. 8.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2|x^2 - 4| = 3$ (1)

nếu $x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2 \cup 2 \leq x$.

Phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) = 3 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 + \sqrt{7} \\ x^2 = 2 - \sqrt{7} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2 + \sqrt{7}}.$

nếu $x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) = -3 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ x = \pm 1 \end{cases}.$

Vậy phương trình có 6 nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 30.5. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 1$.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x^2 - x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 30.6. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ và đường thẳng $y = -2x + 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 3x + 1 = 0$.

Xét $f(x) = x^3 + 3x + 1$, ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Do đó phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 30.7. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ và đường thẳng $y = -2x + 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 3x + 1 = 0$.

Xét $f(x) = x^3 + 3x + 1$, ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Do đó phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 30.8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x+3$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Xét hệ $\begin{cases} y = \frac{2x+1}{x-1} \\ y = 2x+3 \end{cases}$.

$$\Rightarrow \frac{2x+1}{x-1} = 2x+3 \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x+1 = 2x^2+x-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{33}}{4} \\ x = \frac{1-\sqrt{33}}{4} \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ và $y = 2x+3$ là 2.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 30.9. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 5$ và trục hoành.

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Vì phương trình $x^4 - 3x^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu nên đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 5$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 30.10. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số (C): $y = 2x^3 - 3x + 2$ và parabol (P): $y = -x^2 + 10x - 4$.

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là

$$2x^3 - 3x + 2 = -x^2 + 10x - 4 \Leftrightarrow 2x^3 + x^2 - 13x + 6 = 0 \Leftrightarrow (2x-1)(x-2)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm phân biệt.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 30.11. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x = x^3 - 3x + 3 \Leftrightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$ có 3 giao điểm.

Chọn đáp án **(B)**

□

CÂU 31. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $[1; +\infty)$.

Lời giải.

$9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0 \Leftrightarrow (3^x - 1)(3^x + 3) > 0 \Leftrightarrow 3^x > 1$ (vì $3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$) $\Leftrightarrow x > 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 31.1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

A. $(-\infty; 4)$.

B. $(1; 4]$.

C. $(1; 4)$.

D. $\left[4; \frac{11}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $1 < x < \frac{11}{2}$.

Bất phương trình tương đương $-\log_3(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$

$\Leftrightarrow \log_3 \frac{11-2x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{11-2x}{x-1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{12-3x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow 1 < x \leq 4$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 31.2. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} \leq 8^{x-2}$ là

A. $[8; +\infty)$.

B. $\emptyset$.

C. $(0; 8)$.

D. $(-\infty; 8]$.

Lời giải.

Ta có: $4^{x+1} \leq 8^{x-2} \Leftrightarrow 2^{2x+2} \leq 2^{3x-6} \Leftrightarrow 2x+2 \leq 3x-6 \Leftrightarrow 8 \leq x$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[8; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 31.3. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0$.

A. $\left[\frac{13}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right)$.

C. $(4; +\infty)$.

D. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{2}{5}}(x-4) > -1 \Leftrightarrow 0 < x-4 < \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \Leftrightarrow 4 < x < \frac{13}{2}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 31.4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_3(2-x)$ là $S = (a; b) \cup (c; d)$ với a, b, c, d là các số thực. Khi đó $a + b + c + d$ bằng:

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương pháp

- Tìm điều kiện xác định của bất phương trình.
- Giải bất phương trình.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2-x > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_3(2-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \\ -\log_3(x+1) > \log_3(2-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ \log_3(2-x) + \log_3(x+1) < 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ x^2 + x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ \begin{cases} x > \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x < \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \end{cases} \\ & \Rightarrow S = \left(-1; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 2\right) \\ & a+b+c+d = -1 + \frac{1-\sqrt{5}}{2} + \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 2 = 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 31.5. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là
A. $(-\infty; -\frac{1}{2})$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(-\frac{1}{2}; +\infty)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Vì $0 < \frac{1}{1+a^2} < 1$ nên $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1 \Leftrightarrow 2x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 31.6. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

- A.** $(-\infty; -1)$. **B.** $(3; +\infty)$.
C. $(-1; 3)$. **D.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

$3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 31.7. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \geq -4$.

- A.** $(-4; 2)$. **B.** $[-6; 4)$. **C.** $[-6; -4] \cup [2; 4]$. **D.** $[-6; -4) \cup (2; 4]$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Pt} & \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 8 > 0 \\ x^2 + 2x - 8 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \text{ hoặc } x > 2 \\ x^2 + 2x - 24 \leq 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \text{ hoặc } x > 2 \\ -6 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x < -4 \\ 2 < x \leq 4 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-6; -4) \cup (2; 4]$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 31.8. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{25}(x+1) > \frac{1}{2}$.

A. $S = (-4; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 4)$.

C. $S = (-1; 4)$.

D. $S = (4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có: $\log_{25}(x+1) > \frac{1}{2} \Leftrightarrow x+1 > 25^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x > 4$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 31.9.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 + 2) \leq 3$ là

A. $S = (-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \mathbb{R}$.

D. $S = [-5; 5]$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(x^2 + 2) \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2 > 0 \\ x^2 + 2 \leq 27 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + 2 \leq 27 \Leftrightarrow x^2 \leq 25 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 5$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 31.10.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

A. $(-\infty; 9)$.

B. $(1; 10)$.

C. $(-\infty; 10)$.

D. $(1; 9)$.

Lời giải.

BPT đã cho tương đương với $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 8 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 9$.

Vậy tập nghiệm của BPT đã cho là $(1; 9)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 31.11.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}} \frac{4x+6}{x} \geq 0$ là

A. $\left(-2, -\frac{3}{2}\right]$.

B. $\left[-2, -\frac{3}{2}\right]$.

C. $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$.

D. $\left[-2, -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} \frac{4x+6}{x} > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Bất phương trình tương đương: $\frac{4x+6}{x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{4x+6-x}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3x+6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x < 0$.

Kết hợp với điều kiện ta được: $-2 \leq x < -\frac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left[-2, -\frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 31.12.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$ là

A. $(1; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $[2; +\infty]$.

D. $(1; 2]$.

Lời giải.

BPT $\Leftrightarrow 3^{-\sqrt{x+2}} > 3^{-x} \Leftrightarrow x > \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 > x+2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 31.13.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $9^x - 2 \cdot 6^x + 4^x > 0$.

A. $S = (0; +\infty)$.

B. $S = \mathbb{R}$.

C. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $S = [0; +\infty)$.

Lời giải.

Chia hai vế cho $4^x > 0$, phương trình tương đương $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 > 0$.

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, điều kiện $t > 0$.

Khi đó pt tương đương $t^2 - 2 \cdot t + 1 > 0 \Leftrightarrow (t - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow t \neq 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Vậy $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 31.14. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x - 2) > 0$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(2; 3)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của bất phương trình là $x > 2$.

Ta có $\log_{\sqrt{3}}(x - 2) > 0 \Leftrightarrow x - 2 < 1 \Leftrightarrow x < 3$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(2; 3)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 31.15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(3x) > \log_{\frac{2}{3}}(2x + 7)$ là

- A. $(-\infty; 7)$. B. $(0; 7)$. C. $(7; +\infty)$. D. $\left(0; \frac{14}{3}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $3x < 2x + 7 \Leftrightarrow x < 7$.

So với điều kiện, ta có $x \in (0; 7)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 31.16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,8}(x^2 + x) < \log_{0,8}(-2x + 4)$ là:

- A. $(-\infty; -4) \cup (1; 2)$. B. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.
C. $(-4; 1)$. D. $(-4; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 2)$.

$$\begin{aligned} \log_{0,8}(x^2 + x) < \log_{0,8}(-2x + 4) \\ \Leftrightarrow x^2 + x > -2x + 4 &\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 > 0 \\ \Leftrightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty) \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta được $S = (-\infty; -4) \cup (1; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 31.17. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+6}$ là

- A. $(0; 64)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(6; +\infty)$. D. $(0; 6)$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x} > 3^{x+6} \Leftrightarrow 2x > x + 6 \Leftrightarrow x > 6$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (6; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 31.18. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{-x^2+x} < \frac{1}{4}$ là

- A. $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-1; 2)$.
C. $S = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$. D. $S = (-2; 1)$.

Lời giải.

Bất phương trình $2^{-x^2+x} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{-x^2+x} < 2^{-2} \Leftrightarrow -x^2+x < -2 \Leftrightarrow x^2-x-2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 2 \end{cases}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 31.19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1-2x}{x} > 0$ là

- A. $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $S = \left(0; \frac{1}{3}\right)$. C. $S = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1-2x}{x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2x}{x} > 0 \\ \frac{1-2x}{x} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 31.20. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-9) > 0$ là

- A. $[9; +\infty)$. B. $(10; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(9; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x-9) > 0 \Leftrightarrow x-9 > 1 \Leftrightarrow x > 10$.

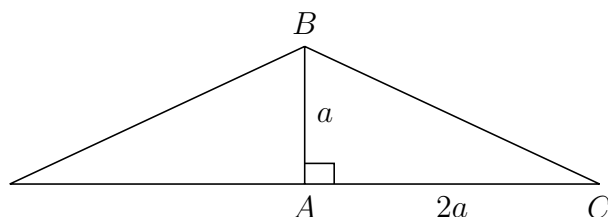
Chọn đáp án **B**

□

CÂU 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $5\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2\sqrt{5}\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.

Lời giải.



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{5}.$$

Diện tích xung quanh hình nón cần tìm $S = \pi AC \cdot BC = \pi 2a \cdot a\sqrt{5} = 2\sqrt{5}\pi a^2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 32.1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C'$ quanh trục AA' .

- A. $\pi(\sqrt{6}+2)a^2$. B. $\pi(\sqrt{3}+2)a^2$. C. $2\pi(\sqrt{2}+1)a^2$. D. $2\pi(\sqrt{6}+1)a^2$.

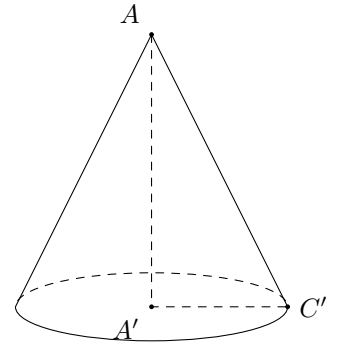
Lời giải.

Khi quay tam giác $AA'C'$ quanh trục AA' ta được hình nón có bán kính đáy $R = A'C' = a\sqrt{2}$, đường sinh $l = AC'$ và chiều cao $h = AA' = a$.

Ta có $l = AC' = \sqrt{A'C'^2 + AA'^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

Ta có

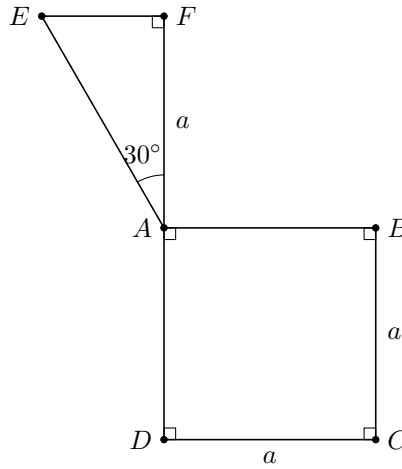
$$S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi(\sqrt{6} + 2)a^2.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 32.2. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF .



A. $\frac{10\pi}{7}a^3$.

B. $\frac{\pi}{3}a^3$.

C. $\frac{5\pi}{2}a^3$.

D. $\frac{10\pi}{9}a^3$.

Lời giải.

- Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh trục DF ta được khối trụ tròn xoay có chiều cao bằng a và bán kính đáy bằng a . Thể tích khối trụ này là $V_1 = \pi \cdot a^2 \cdot a = \pi a^3$.

- Khi quay tam giác vuông AFE quanh trục DF ta được khối nón tròn xoay có chiều cao bằng a và bán kính đáy bằng $EF = AF \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích khối nón này là

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi}{9}a^3.$$

Vậy thể tích cần tìm là $V = V_1 + V_2 = \pi a^3 + \frac{\pi}{9}a^3 = \frac{10\pi}{9}a^3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 32.3. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh bằng 1 quanh AB .

A. $\frac{3\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{8}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Khi quay tam giác đều ABC quanh cạnh AB ta thu được hai khối nón bằng nhau.

Do đó, ta có $V = 2V_{\text{nón}} = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi \cdot \left(\frac{1\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$ (đvtt).

(bán kính $r = h_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, đường cao $h = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 32.4. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh bằng 1 quanh AB .

A. $\frac{3\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{8}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Khi quay tam giác đều ABC quanh cạnh AB ta thu được hai khối nón bằng nhau.

Do đó, ta có $V = 2V_{\text{nón}} = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi \cdot \left(\frac{1\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$ (đvtt).

(bán kính $r = h_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, đường cao $h = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 32.5. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh ℓ của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $\ell = a$.

B. $\ell = 2a$.

C. $\ell = a\sqrt{3}$.

D. $\ell = a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Khi quay tam giác ABC vuông tại A xung quanh trục AB ta được hình nón có đường sinh là BC .

Tam giác ABC vuông tại A nên

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2.$$

Vậy $\ell = BC = 2a$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 32.6. Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay hình tam giác ABC quanh trục BC thì được một khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$.

B. $\frac{4}{3}\pi$.

C. $\frac{2}{3}\pi$.

D. $\frac{1}{3}\pi$.

Lời giải.

Gọi D là trung điểm BC , khi đó $AD \perp BC$ và $AD = \frac{BC}{2} = 1$, $AC = \sqrt{2}$.

Khi quay hình tam giác ABC quanh trục BC thì được hai khối nón có cùng chiều cao $h = 1$ và bán kính đường tròn đáy $r = 1$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay là $V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 32.7. Diện tích xung quanh của hình nón được sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh a xung quanh đường cao AH là

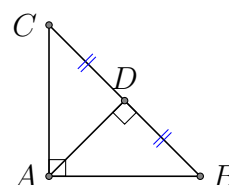
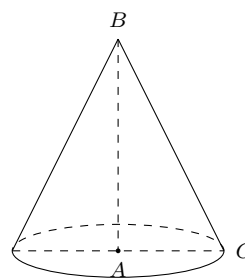
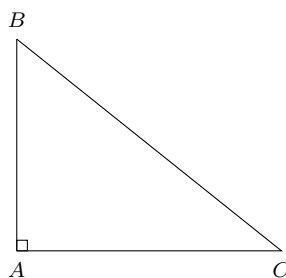
A. πa^2 .

B. $\frac{\pi a^2}{2}$.

C. $2\pi a^2$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Hình nón có bán kính đáy là $r = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$, đường sinh $l = AB = a$. Khi đó diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2}{2}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 32.8. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 2a$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB bằng

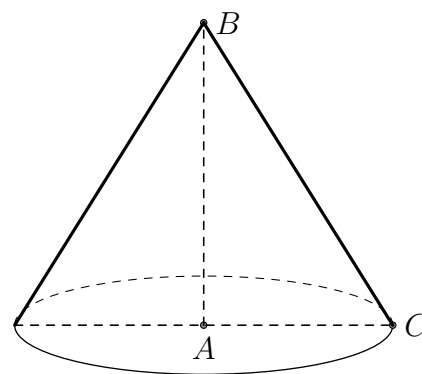
- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $\frac{8\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB ta được một hình nón có bán kính đáy $r = 2a$ và chiều cao là $h = 2a$.

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón ta có

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (2a)^2 2a = \frac{8\pi a^3}{3}.$$



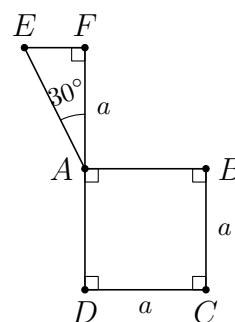
Chọn đáp án (B)

□

Câu 32.9.

Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF .

- A. $\frac{10\pi a^3}{9}$. B. $\frac{10\pi a^3}{7}$. C. $\frac{5\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.



Lời giải.

Ta có $EF = AF \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khi quay tam giác AEF quanh trục DF tạo thành khối nón có thể tích

$$V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{9}.$$

Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh trục DF tạo thành khối trụ có thể tích

$$V_{\text{trụ}} = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3.$$

Vậy thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình quanh trục DF là $V = \frac{\pi a^3}{9} + \pi a^3 = \frac{10\pi a^3}{9}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 32.10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' .

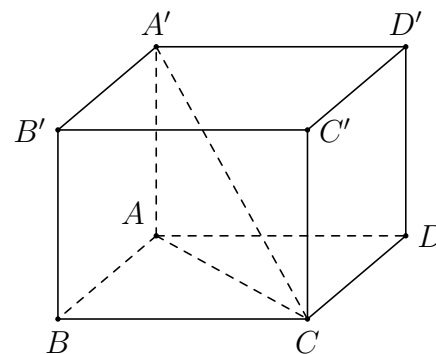
- A. $2\pi(\sqrt{2} + 1)a^2$. B. $\pi(\sqrt{3} + 2)a^2$. C. $2\pi(\sqrt{6} + 1)a^2$. D. $\pi(\sqrt{6} + 2)a^2$.

Lời giải.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a , nên ta có $AC = a\sqrt{2}$; $A'C = a\sqrt{3}$ và $AA' \perp (ABCD)$ hay $AA' \perp AC$.

Tam giác $AA'C$ vuông tại A nên khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' ta được hình nón tròn xoay có bán kính đáy $R = AC = a\sqrt{2}$.

Đường cao $AA' = a$ và đường sinh $l = A'C = a\sqrt{3}$.



Vậy diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi (\sqrt{6} + 2) a^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 32.11. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = a$.

B. $l = 2a$.

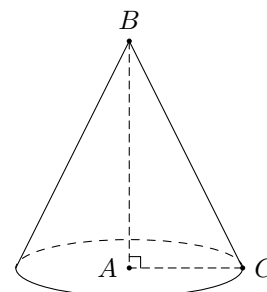
C. $l = \sqrt{2}a$.

D. $l = \sqrt{3}a$.

Lời giải.

Khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB ta được hình nón có đường sinh

$$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a.$$



Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 33. Xét $\int_0^2 xe^{x^2} dx$, nếu đặt $u = x^2$ thì $\int_0^2 xe^{x^2} dx$ bằng

A. $2 \int_0^2 e^u du$.

B. $2 \int_0^4 e^u du$.

C. $\frac{1}{2} \int_0^2 e^u du$.

D. $\frac{1}{2} \int_0^4 e^u du$.

Lời giải.

Đặt $u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Leftrightarrow x dx = \frac{du}{2}$.

Khi $x = 0 \Rightarrow u = 0$, khi $x = 2 \Rightarrow u = 4$.

Do đó $\int_0^2 xe^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^4 e^u du$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 33.1. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 + \cos x} \cdot \sin x dx$. Nếu đặt $t = 2 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?

A. $I = \int_3^2 \sqrt{t} dt$.

B. $I = \int_2^3 \sqrt{t} dt$.

C. $I = 2 \int_3^2 \sqrt{t} dt$.

D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{t} dt$.

Lời giải.

Đặt $t = 2 + \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx \Rightarrow \sin x dx = -dt$.

Đổi cận

$$x = 0 \Rightarrow t = 3$$
$$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2.$$

Vậy tích phân đã cho trở thành

$$I = \int_3^2 \sqrt{t}(-dt) = \int_2^3 \sqrt{t} dt.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 33.2. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^7}{(1+x^2)^5} dx$, giả sử đặt $t = 1 + x^2$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt.$

B. $I = \int_1^3 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt.$

C. $\frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt.$

D. $\frac{3}{2} \int_1^4 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt.$

Lời giải.

Đặt $t = 1 + x^2 \Rightarrow \frac{1}{2} dt = x dx$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1$, $x = 1 \Rightarrow t = 2$.

Khi đó

$$I = \int_0^1 \frac{(x^2)^3 \cdot x}{(1+x^2)^5} dx = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 33.3. Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì

A. $I = \int_1^2 (t^2 - 2t) dt.$ B. $I = \int_1^2 (2t^2 - t) dt.$ C. $I = \int_1^2 (2t^2 + 2t) dt.$ D. $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt.$

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Leftrightarrow x = t^2 - 1$, $dx = 2t dt$.

Đổi cận: Khi $x = 0$ thì $t = 1$; khi $x = 3$ thì $t = 2$.

$$I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx = \int_1^2 \frac{t^2-1}{1+t} 2t dt = \int_1^2 2t(t-1) dt = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 33.4. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$. Đổi biến $t = \sqrt{1+\ln x}$ ta được kết quả nào sau đây?

$$\text{A. } I = \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt.$$

$$\text{B. } I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt.$$

$$\text{C. } I = 2 \int_1^2 t^2 dt.$$

$$\text{D. } I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t dt.$$

Lời giải.

Ta có

$$t = \sqrt{1 + \ln x} \Rightarrow t^2 = 1 + \ln x \Rightarrow 2t dt = \frac{dx}{x}.$$

Với

$$x = 1 \Rightarrow t = 1,$$

$$x = e \Rightarrow t = \sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^{\sqrt{2}} t \cdot 2t dt = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 33.5. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$. Nếu đổi biến số $x = 2 \sin t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì

$$\text{A. } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$$

$$\text{B. } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt.$$

$$\text{C. } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}.$$

$$\text{D. } I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt.$$

Lời giải.

Ta có $x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$.

Với $x = 0 \Rightarrow t = 0, x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$.

$$\text{Do đó } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{\sqrt{4 - 4 \sin^2 t}} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{2 \sqrt{\cos^2 t}} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{2 \cos t} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 33.6. Cho tích phân $I = \int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$. Với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ ta được

$$\text{A. } I = 3 \int_0^1 t^3 dt.$$

$$\text{B. } I = 3 \int_0^1 t^2 dt.$$

$$\text{C. } I = \int_0^1 t^3 dt.$$

$$\text{D. } I = 3 \int_0^1 t dt.$$

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt[3]{1-x} \Rightarrow x = 1 - t^3 \Rightarrow dx = -3t^2 dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 0 \\ x = 0 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow I = -3 \int_1^0 t^3 dt = 3 \int_0^1 t^3 dt.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 33.7. Cho tích phân $I = \int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$. Với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ ta được

A. $I = 3 \int_0^1 t^3 dt.$

B. $I = 3 \int_0^1 t^2 dt.$

C. $I = \int_0^1 t^3 dt.$

D. $I = 3 \int_0^1 t dt.$

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt[3]{1-x} \Rightarrow x = 1-t^3 \Rightarrow dx = -3t^2 dt.$

Đổi cận $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=0 \\ x=0 \Rightarrow t=1 \end{cases}$

$$\Rightarrow I = -3 \int_1^0 t^3 dt = 3 \int_0^1 t^3 dt.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 33.8. Cho tích phân $I = \int_0^4 x\sqrt{x^2+9} dx.$ Khi đặt $t = \sqrt{x^2+9}$ thì tích phân đã cho trở thành

A. $I = \int_3^5 t dt.$

B. $I = \int_0^4 t dt.$

C. $I = \int_0^4 t^2 dt.$

D. $I = \int_3^5 t^2 dt.$

Lời giải.

Ta có $t = \sqrt{x^2+9} \Rightarrow t^2 = x^2+9 \Rightarrow t dt = x dx.$

Đổi cận $x=0 \Rightarrow t=3, x=4 \Rightarrow t=5.$

Khi đó $I = \int_0^4 x\sqrt{x^2+9} dx = \int_3^5 t^2 dt.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 33.9. Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx.$ Viết dạng của I khi đặt $t = \sqrt{x+1}.$

A. $\int_1^2 (2t^2 + 2t) dt.$

B. $\int_1^2 (2t^2 - 2t) dt.$

C. $\int_1^2 (t^2 - 2t) dt.$

D. $\int_1^2 (2t^2 - t) dt.$

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2t dt = x dx.$

Đổi cận

x	0	3
t	1	2

Tích phân trở thành

$$I = \int_1^2 \frac{(t^2-1)2t}{1+t} dt = \int_1^2 \frac{(t-1)(t+1)2t}{t+1} dt = \int_1^2 (t-1)2t dt = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 33.10. Cho $I = \int \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} dx.$ Khi đặt $t = \sqrt{e^x+1}$ thì ta có

A. $I = \int 2t^2 dt.$

B. $I = \int \frac{dt}{2}.$

C. $I = \int 2dt.$

D. $I = \int t^2 dt.$

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{e^x + 1} \Rightarrow dt = \frac{e^x dx}{2\sqrt{e^x + 1}} \Rightarrow 2t dt = e^x dx$, do đó $I = \int 2t dt$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 33.11. Cho $I = \int_0^{-1} x(x-1)^2 dx$ khi đặt $t = -x$ ta có

A. $I = - \int_0^1 t(t-1)^2 dt.$

B. $I = - \int_0^1 t(t+1)^2 dt.$

C. $I = \int_0^1 t(t-1)^2 dt.$

D. $I = \int_0^1 t(t+1)^2 dt.$

Lời giải.

Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 & \Rightarrow t = 0 \\ x = -1 & \Rightarrow t = 1. \end{cases}$

$$I = - \int_0^1 -t(-t-1)^2 dt = \int_0^1 t(t+1)^2 dt.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 33.12. Với cách đổi biến $u = \sqrt{1+3\ln x}$ thì tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}} dx$ trở thành

A. $\frac{2}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

B. $\frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

C. $2 \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

D. $\frac{2}{9} \int_1^2 \frac{u^2 - 1}{u} du.$

Lời giải.

Với $u = \sqrt{1+3\ln x} \Rightarrow u^2 = 1+3\ln x \Rightarrow \frac{u^2 - 1}{3} = \ln x \Rightarrow \frac{2u}{3} du = \frac{1}{x} dx$.

Khi đó, $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}} dx = \int_1^2 \frac{\frac{u^2 - 1}{3}}{u} \cdot \frac{2u}{3} du = \frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 33.13. Với cách đổi biến $u = \sqrt{4x+5}$ thì tích phân $\int_{-1}^1 x\sqrt{4x+5} dx$ trở thành

A. $\int_1^3 \frac{u^2(u^2 - 5)}{8} du.$

B. $\int_{-1}^1 \frac{u^2(u^2 - 5)}{8} du.$

C. $\int_1^3 \frac{u^2(u^2 - 5)}{4} du.$

D. $\int_1^3 \frac{u(u^2 - 5)}{8} du.$

Lời giải.

Đặt $u = \sqrt{4x+5} \Rightarrow x = \frac{u^2 - 5}{4}$ và $dx = \frac{u}{2} du$.

Đổi cận:

x	-1	1
u	1	3

Suy ra, $\int_{-1}^1 x\sqrt{4x+5} dx = \int_1^3 \frac{u^2(u^2 - 5)}{8} du$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 33.14. Đổi biến $x = 2 \sin t$ thì tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành

A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt.$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} t dt.$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}.$

Lời giải.

Xét $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}.$

Đặt $x = 2 \sin t$ với $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = 2 \cos t dt.$

Đổi cận:

$$x = 0 \Rightarrow t = 0.$$

$$x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}.$$

Ta có:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t}{\sqrt{4-4 \sin^2 t}} dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t}{\sqrt{4 \cos^2 t}} dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$$

Chọn đáp án **C** □

CÂU 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2, y = -1, x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx.$

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx.$

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx.$

D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx.$

Lời giải.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ do $2x^2 + 1 > 0, \forall x \in [0; 1].$

Chọn đáp án **D** □

Câu 34.1. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^4 x dx.$

B. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx.$

C. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx.$

D. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx.$

Lời giải.

Thể tích là $V = \pi \int_1^4 x dx.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 34.2. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ xoay quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx.$

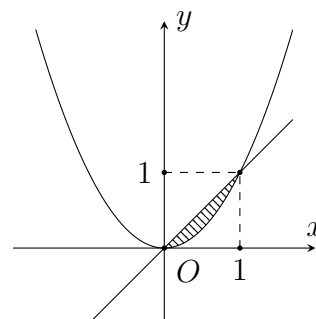
B. $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx.$

C. $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx.$

D. $\pi \int_0^1 (x^2 - x) dx.$

Lời giải.

Ta có (P) và d cắt nhau tại hai điểm $(0; 0)$, $(1; 1)$ và $x > x^2, \forall x \in (0; 1)$. Suy ra thể tích khối tròn xoay đã cho T bằng thể tích khối tròn xoay T_1 trừ đi thể tích khối tròn xoay T_2 . Trong đó



- T_1 được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường d , trục Ox , $x = 0, x = 1$.
- T_2 được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường (P) , trục Ox , $x = 0, x = 1$.

Vậy thể tích khối tròn xoay đã cho bằng $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx.$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 34.3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Viết công thức tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

A. $S = \int_a^b f^2(x) dx.$ B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$ D. $S = \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải.

Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 34.4. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = xe^x$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2; x = 3$ có công thức tính là

A. $S = \int_{-2}^3 xe^x dx.$ B. $S = \int_{-2}^3 |xe^x| dx.$ C. $S = \left| \int_{-2}^3 xe^x dx \right|.$ D. $S = \pi \int_{-2}^3 xe^x dx.$

Lời giải.

Theo công thức tính diện tích hình phẳng ta có $S = \int_{-2}^3 |xe^x| dx.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 34.5. Viết công thức tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \ln 4$, biết khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \ln 4$), ta được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh là $\sqrt{xe^x}$.

$$\text{A. } V = \int_0^{\ln 4} x e^x \, dx.$$

$$\text{B. } V = \pi \int_0^{\ln 4} x e^x \, dx.$$

$$\text{C. } V = \pi \int_0^{\ln 4} (x e^x)^2 \, dx.$$

$$\text{D. } V = \int_0^{\ln 4} \sqrt{x e^x} \, dx.$$

Lời giải.

Theo định nghĩa ta có $V = \int_0^{\ln 4} x e^x \, dx$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 34.6.

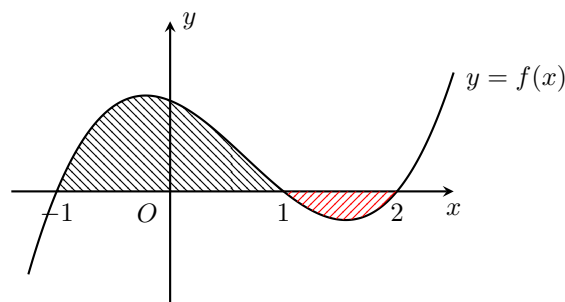
Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là

$$\text{A. } S = \int_{-1}^1 f(x) \, dx + \int_1^2 f(x) \, dx.$$

$$\text{B. } S = \int_{-1}^1 f(x) \, dx - \int_1^2 f(x) \, dx.$$

$$\text{C. } S = \int_{-1}^2 f(x) \, dx.$$

$$\text{D. } S = - \int_{-1}^2 f(x) \, dx.$$



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ suy ra $S = \int_{-1}^1 f(x) \, dx - \int_1^2 f(x) \, dx$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 34.7. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay quanh trục Ox .

$$\text{A. } \pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 \, dx.$$

$$\text{B. } \pi \int_0^2 4x^2 \, dx - \pi \int_0^2 x^4 \, dx.$$

$$\text{C. } \pi \int_0^2 4x^2 \, dx + \pi \int_0^2 x^4 \, dx.$$

$$\text{D. } \pi \int_0^2 (2x - x^2) \, dx.$$

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d , ta có

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 2.$$

Trên đoạn $[0; 2]$ ta thấy $2x \geq x^2$ nên thể tích cần tìm là

$$V = \pi \int_0^3 (4x^2 - x^4) dx = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 34.8. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ biết rằng mỗi đơn vị dài trên các trục tọa độ là 2 cm.

- A. $\frac{15}{4} \text{ cm}^2$. B. $\frac{17}{4} \text{ cm}^2$. C. 17 cm^2 . D. 15 cm^2 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } S = \int_{-1}^2 |x^3| dx = \int_{-1}^0 |x^3| dx + \int_0^2 |x^3| dx = -\int_{-1}^0 x^3 dx + \int_0^2 x^3 dx = -\frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 + \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = \frac{17}{4}.$$

Do mỗi đơn vị trên trục là 2 cm nên $S = \frac{17}{4} \cdot 2^2 \text{ cm}^2 = 17 \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 34.9.

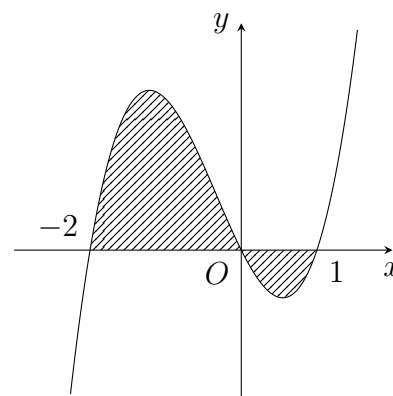
Đồ thị trong hình bên là của hàm số $y = f(x)$, S là diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình). Chọn khẳng định đúng.

A. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx.$

C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$



Lời giải.

Từ đồ thị ta có $f(x) \geq 0, \forall x \in [-2; 0]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [0; 1]$.

$$\text{Do đó } S = \int_{-2}^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 |f(x)| dx + \int_0^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 34.10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7 - 4x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn

bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x = 0, x = 3, y = 0$.

- A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{20}{3}$. C. 10. D. 9.

Lời giải.

Phương pháp: Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng

$x = a, x = b$ ($a < b$) và các đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Cách giải:

Xét các phương trình hoành độ giao điểm:

$$\bullet 4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\bullet 7 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{7}}{2} \notin [0; 1].$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= \int_0^1 |7 - 4x^2| \, dx + \int_1^2 |4 - x^2| \, dx + \int_2^3 |4 - x^2| \, dx \\ &= \int_0^1 (7 - 4x^2) \, dx + \int_1^2 (7 - 4x^2) \, dx + \int_2^3 (7 - 4x^2) \, dx \\ &= 7 - 1 + \frac{16}{3} - \frac{11}{3} - 3 + \frac{16}{3} = 10. \end{aligned}$$

□

Câu 34.11. Cho $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| \, dx.$

B. $S = 2 \left| \int_0^1 f(x) \, dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) \, dx \right|.$

C. $S = 2 \int_0^2 |f(x)| \, dx.$

D. $S = 2 \left| \int_0^2 f(x) \, dx \right|.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ và trục hoành

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_{-2}^2 |f(x)| \, dx \quad (1)$$

$$= 2 \int_0^2 |f(x)| \, dx \quad (2) \text{ (do } f(x) \text{ là hàm số chẵn)}$$

$$= 2 \int_0^1 |f(x)| \, dx + 2 \int_1^2 |f(x)| \, dx$$

$$= 2 \left| \int_0^1 f(x) \, dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) \, dx \right| \quad (3) \text{ (do trong các khoảng } (0; 1), (1; 2) \text{ phương trình } f(x) = 0 \text{ vô nghiệm)}$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra các đáp án A, B, C là đúng, đáp án D là sai.

Máy tính: Bấm máy kiểm tra, ba kết quả đều bằng nhau nên đáp án là đáp án D.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 34.12. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $y = x^3 + 1$ quay quanh Ox .

A. $V = \frac{47}{210}$.

B. $V = \frac{47\pi}{210}$.

C. $V = \frac{2}{35}$.

D. $V = \frac{2\pi}{35}$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $y = x^2 + 1$ và $y = x^3 + 1$.

$$x^2 + 1 = x^3 + 1 \Leftrightarrow x^3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tính là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 \left| (x^2 + 1)^2 - (x^3 + 1)^2 \right| dx \\ &= \pi \left| \int_0^1 \left[(x^2 + 1)^2 - (x^3 + 1)^2 \right] dx \right| \\ &= \pi \left| \int_0^1 (-x^6 + x^4 - 2x^3 + 2x^2) dx \right| \\ &= \pi \left| \left(-\frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{2}{3}x^3 \right) \right|_0^1 \\ &= \frac{47\pi}{210}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 34.13.

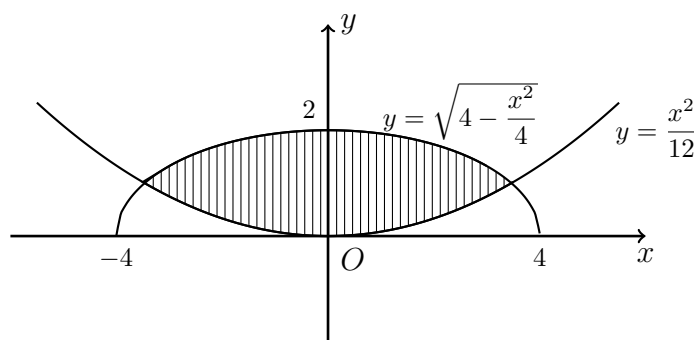
Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi Parabol $y = \frac{x^2}{12}$ và đường cong có phương trình $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ (hình vẽ). Diện tích của hình phẳng (H) bằng

A. $\frac{(4\pi + \sqrt{3})}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{3} + \pi}{6}$.

C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{2(4\pi + \sqrt{3})}{3}$.



Lời giải.

Hoành độ giao điểm của Parabol $y = \frac{x^2}{12}$ và đường cong $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ là nghiệm của PT:

$$\frac{x^2}{12} = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{3}.$$

Diện tích hình phẳng (H) bằng

$$S = 2 \int_0^{2\sqrt{3}} \left[\sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} - \frac{x^2}{12} \right] dx = 2 \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{16 - x^2} dx - \frac{1}{6} \int_0^{2\sqrt{3}} x^2 dx = 2 \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{16 - x^2} dx + \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

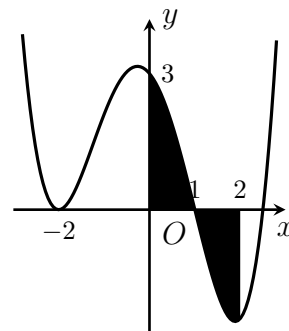
$$\text{Đặt } x = 4 \sin t \Rightarrow \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{16 - x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} 16 \cos^2 t dt = \frac{8\pi}{3} + 2\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow S = \frac{2(4\pi + \sqrt{3})}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 34.14.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ (phần tô đen) là



A. $\int_0^2 f(x) dx.$

B. $-\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

C. $\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

D. $\left| \int_0^2 f(x) dx \right|.$

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta nhận thấy: khi $x \in (0; 1)$ thì $f(x) > 0$, khi $x \in (1; 2)$ thì $f(x) < 0$.

$$\text{Vậy } S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 34.15. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Kí hiệu H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Tính diện tích S của hình phẳng H .

A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$

B. $S = \pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx.$

C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Lời giải.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 35. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng

A. 4.

B. $4i.$

C. $-1.$

D. $-i.$

Lời giải.

Ta có: $z_1 z_2 = (3 - i)(-1 - i) = -2 + 4i$. Suy ra phần ảo của $z_1 z_2$ bằng 4.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 35.1. Cho hai số phức $z = 6 + 5i$ và $z' = 5 - 4i + z$. Tìm mô-đun của số phức $w = z \cdot z'.$

A. $|w| = 612.$

B. $|w| = 61.$

C. $|w| = 61\sqrt{2}.$

D. $|w| = 6\sqrt{2}.$

Lời giải.

Ta có $z' = 5 - 4i + 6 + 5i = 11 + i \Rightarrow z \cdot z' = 61 + 61i$. Do đó $|w| = 61\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 35.2. Cho hai số phức $z_1 = m + 3i$, $z_2 = 2 - (m + 1)i$, với $m \in \mathbb{R}$. Tìm các giá trị của m để $w = z_1 \cdot z_2$ là số thực.

A. $m = 1$ hoặc $m = -2$.

B. $m = 2$ hoặc $m = -1$.

C. $m = 2$ hoặc $m = -3$.

D. $m = -2$ hoặc $m = -3$.

Lời giải.

Ta có $w = z_1 \cdot z_2 = (m + 3i)(2 - (m + 1)i) = 5m + 3 + (6 - m - m^2)i$.

Để w là số thực thì $6 - m - m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2. \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 35.3. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 4 - 3i$. Khi đó $z_1 \cdot z_2$ có phần ảo bằng

A. 11.

B. 2.

C. -11.

D. -2.

Lời giải.

$z_1 \cdot z_2 = (2 + i)(4 - 3i) = 11 - 2i$.

Vậy số phức $z_1 \cdot z_2$ có phần ảo bằng -2.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 35.4. Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$. Số phức $\frac{z}{z'}$ có phần thực là

A. $\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2}$.

B. $\frac{aa' + bb'}{a^2 + b^2}$.

C. $\frac{a + a'}{a^2 + b^2}$.

D. $\frac{2bb'}{a'^2 + b'^2}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{z}{z'} = \frac{a + bi}{a' + b'i} = \frac{(a + bi)(a' - b'i)}{a'^2 + b'^2} = \frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2} + \frac{a'b - ab'}{a'^2 + b'^2}i$.

Do đó phần thực của $\frac{z}{z'}$ bằng $\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 35.5. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = -2 + i$. Tìm số phức liên hợp của $z_1 + z_2$.

A. $1 + 3i$.

B. $1 - 3i$.

C. $-1 + 3i$.

D. $-1 - 3i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (3 - 4i) + (-2 + i) = 1 - 3i \Rightarrow \overline{z_1 + z_2} = 1 + 3i$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 35.6. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 1 - 3i$. Tính $T = |(1 + i)z_1 + 2z_2|$.

A. $T = 18$.

B. $T = 3\sqrt{2}$.

C. $T = 0$.

D. $T = 3$.

Lời giải.

$(1 + i)z_1 + 2z_2 = (1 + i)(2 + i) + 2(1 - 3i) = 3 - 3i \Rightarrow |(1 + i)z_1 + 2z_2| = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 35.7. Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 2 - i$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_1 \cdot z_2|$.

A. $P = 85$.

B. $P = 5$.

C. $P = 50$.

D. $P = 10$.

Lời giải.

Ta có: $z_1 \cdot z_2 = (3 + i)(2 - i) = 7 - i \Rightarrow z_1 + z_1 \cdot z_2 = 3 + i + 7 - i = 10$.

Suy ra $P = |z_1 + z_1 \cdot z_2| = 10$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 35.8. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

- A. 12. B. 1. C. 11. D. $12i$.

Lời giải.

$w = 3z_1 - 2z_2 = -1 + 12i$. Vậy w có phần ảo là 12.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 35.9. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = 3 - 4i$. Môđun của số phức $w = z_1 + z_2$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{15}$. C. 17. D. 15.

Lời giải.

Ta có $w = 4 - i$. Suy ra $|w| = \sqrt{4^2 + (-1)^2} = \sqrt{17}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 35.10. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Tìm số phức $w = \frac{z_1}{z_2}$.

- A. $w = 5 + 5i$. B. $w = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$. C. $w = 1 + i$. D. $w = 1 - 7i$.

Lời giải.

$$w = \frac{z_1}{z_2} = \frac{3 - i}{1 - 2i} = \frac{(3 - i)(1 + 2i)}{5} = \frac{5 + 5i}{5} = 1 + i.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 35.11. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = -i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z_1 z_2$.

- A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3. B. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng -3 .
C. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $3i$. D. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $-3i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 z_2 = (3 - 4i)(-i) = -4 - 3i$ có phần thực là -4 và phần ảo là -3 .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 35.12. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = \sqrt{3}$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Môđun $|z_1 + z_2|$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

1. **Cách 1:** Gọi các số phức $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$, ($a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } |z_1| = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \sqrt{3} \Rightarrow a_1^2 + b_1^2 = 3, |z_2| = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \sqrt{3} \Rightarrow a_2^2 + b_2^2 = 3.$$

Do đó

$$\begin{aligned} |z_1 - z_2| = 2 &\Leftrightarrow \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2} = 2 \\ \Leftrightarrow (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 = 4 &\Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 - 2a_1 a_2 - 2b_1 b_2 = 4 \\ \Leftrightarrow 2a_1 a_2 + 2b_1 b_2 = 2. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } |z_1 + z_2| = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + 2a_1 a_2 + 2b_1 b_2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

2. **Cách 2:** Ta có $|z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)(\overline{z_1} - \overline{z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 - (z_1 \overline{z_2} + z_2 \overline{z_1}) = 4$

$$|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\overline{z_1} + \overline{z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + (z_1 \overline{z_2} + z_2 \overline{z_1}) = 8$$

$$\Rightarrow |z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

CÂU 36. Gọi z_0 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + i$ bằng

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. 10.

Lời giải.

Ta có: $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2z = 1 = -4 \Leftrightarrow (z - 1)^2 = 4i^2 \begin{cases} z = 1 - 2i \\ z = 1 + 2i \end{cases}$.

Vì z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm nên $z_0 = 1 - 2i \Rightarrow z_0 + i = 1 - 2i + i = 1 - i$.

Suy ra $|z_0 + i| = |1 - i| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 36.1. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình: $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $2\sqrt{5}$.

B. 10.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Ta có: $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i \end{cases}$.

Khi đó $P = |z_1| + |z_2| = \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 36.2. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình: $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $P = 2\sqrt{5}$.

B. $P = 20$.

C. $P = 10$.

D. $P = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - 2i \\ z = 1 + 2i \end{cases}$. Khi đó, $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 36.3. Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức $2 - 3i$ và $2 + 3i$ làm nghiệm?

A. $z^2 + 4z + 13 = 0$.

B. $z^2 + 4z + 3 = 0$.

C. $z^2 - 4z + 13 = 0$.

D. $z^2 - 4z + 3 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z_1 = 2 - 3i$; $z_2 = 2 + 3i$. Khi đó

$S = z_1 + z_2 = 4$; $P = z_1 \cdot z_2 = (2 - 3i)(2 + 3i) = 4 + 9 = 13$.

Do đó z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình: $z^2 - Sz + P = 0$ hay $z^2 - 4z + 13 = 0$.

Vậy $z^2 - 4z + 13 = 0$ là phương trình cần tìm.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 36.4. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức z_1 ?

A. $P(-1; -\sqrt{2}i)$.

B. $Q(-1; \sqrt{2}i)$.

C. $N(-1; \sqrt{2})$.

D. $M(-1; -\sqrt{2})$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + \sqrt{2}i \\ z = -1 - \sqrt{2}i \end{cases}$. Vì z_1 có phần ảo âm nên $z_1 = -1 - \sqrt{2}i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức z_1 là điểm $M(-1; -\sqrt{2})$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 36.5. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 2z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- A. $M\left(\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right)$. B. $N\left(\frac{5}{4}; -\frac{1}{4}\right)$. C. $P\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $Q\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Phương trình $2z^2 - 2z + 13 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$ (loại) hay $z = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$ (nhận).

Nên ta có $w = iz_0 = i\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i\right) = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i$. Vậy điểm biểu diễn của w là $Q\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 36.6. Trong tập số phức $\mathbb{C}$, biết z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $(z_1 + z_2)^2$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 2 \Rightarrow (z_1 + z_2)^2 = 4$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 36.7. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- A. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$. D. $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

Lời giải.

Xét phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$ có $\Delta' = 64 - 4 \cdot 17 = -4 = (2i)^2$.

Phương trình có hai nghiệm $z_1 = \frac{8 - 2i}{4} = 2 - \frac{1}{2}i$, $z_2 = \frac{8 + 2i}{4} = 2 + \frac{1}{2}i$.

Do z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0 = 2 + \frac{1}{2}i$.

Ta có $w = iz_0 = -\frac{1}{2} + 2i$.

Vậy điểm biểu diễn $w = iz_0$ là $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 36.8. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính iz_0 .

- A. $iz_0 = 3 - i$. B. $iz_0 = -3i + 1$. C. $iz_0 = -3 - i$. D. $iz_0 = 3i - 1$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$

Suy ra $z_0 = -1 + 3i$. Do đó $iz_0 = i(-1 + 3i) = -3 - i$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 36.9. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Tìm iz_0 ?

- A. $i \cdot z_0 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. B. $i \cdot z_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. C. $i \cdot z_0 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. D. $i \cdot z_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Lời giải.

Xét phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases} \Rightarrow z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow i \cdot z_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 36.10. Số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là nghiệm của phương trình $(1 + 2i)z - 8 - i = 0$. Tính $S = a + b$.

A. $S = -1$.

B. $S = 1$.

C. $S = -5$.

D. $S = 5$.

Lời giải.

$$\text{Vì } (1 + 2i)z - 8 - i = 0 \Leftrightarrow z = \frac{8 + i}{1 + 2i} = \frac{(8 + i)(1 - 2i)}{1 + 4} = \frac{10 - 15i}{5} = 2 - 3i \text{ nên } \begin{cases} a = 2 \\ b = -3. \end{cases}$$

Vậy $S = a + b = -1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 36.11. Biết $z = 1 - 2i$ là nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ (với $a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó $a + b$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 4.

D. -4.

Lời giải.

Vì $z = 1 - 2i$ là nghiệm của phương trình nên ta có

$$\begin{aligned} (1 - 2i)^2 + a(1 - 2i) + b &= 0 \Leftrightarrow a + b - 3 + (-4 - 2a)i = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a + b - 3 = 0 \\ -4 - 2a = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $a + b = 3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 36.12. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2019}z_0$?

A. $M(3; -1)$.

B. $M(-3; 1)$.

C. $M(3; 1)$.

D. $M(-3; -1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases} \text{ nên } z_0 = -1 + 3i.$$

Khi đó $w = i^{2019}z_0 = i \cdot (-1)^{1009} \cdot (-1 + 3i) = -i \cdot (-1 + 3i) = 3 + i$ nên điểm biểu diễn số phức w là $M(3; 1)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 36.13. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Khi đó, giả sử $z_1^2 = a + bi$ thì $a + b$ là

A. 7.

B. -7.

C. 24.

D. 31.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } z^2 - 8z + 25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 4 + 3i \\ z_2 = 4 - 3i \end{cases}$$

Ta có $z_1^2 = 7 + 24i \Rightarrow a = 7; b = 24 \Rightarrow a + b = 31$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 36.14. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 + 4z + 37 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức iz_0 ?

A. $M_2\left(-3; \frac{1}{2}\right)$.

B. $M_3\left(3; \frac{1}{2}\right)$.

C. $M_4\left(3; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $M_1\left(-3; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

$$4z^2 + 4z + 37 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} + 3i \\ z = -\frac{1}{2} - 3i \end{cases}.$$

Suy ra $z_0 = -\frac{1}{2} + 3i \Rightarrow iz_0 = -3 - \frac{1}{2}i$. Do đó iz_0 có điểm biểu diễn là $M_1\left(-3; -\frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 36.15. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của z_1 có tọa độ là

A. $(-1; 2)$.

B. $(2; 1)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i \end{cases}.$$

Do z_1 có phần ảo dương $\Rightarrow z_1 = 1 + 2i$.

Do đó điểm biểu diễn của z_1 có tọa độ là $(1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $3x + y - z - 7 = 0$.

B. $x + 4y - 2z + 6 = 0$.

C. $x + 4y - 2z - 6 = 0$.

D. $3x + y - z + 7 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$ nhận vectơ $\vec{u} = (1; 4; -2)$ là một vectơ chỉ phương.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ nhận vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 4; -2)$ của Δ là vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm $1.(x-2) + 4.(y-1) - 2.(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 4y - 2z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 37.1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$ có phương trình là

A. $z + 1 = 0$.

B. $x - y = 0$.

C. $x + z = 0$.

D. $y + z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng chứa trục Ox có dạng $By + Cz = 0, (B^2 + C^2 \neq 0)$.

Mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 1; -1)$ nên $B - C = 0 \Leftrightarrow B = C$. Do đó chọn $B = C = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 37.2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-5}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Tìm phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 .

A. $18x + 7y + 3z + 20 = 0$.

B. $18x - 7y + 3z + 34 = 0$.

C. $18x + 7y + 3z - 20 = 0$.

D. $18x - 7y + 3z - 34 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 qua $M(1; -1; 3)$ và nhận $\vec{u}_1 = (2; 3; -5)$ làm véc-tơ chỉ phương; d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$.

Mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song d_2 nên nhận véc-tơ $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (18; -7; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình tổng quát của (P) là

$$18(x - 1) - 7(y + 1) + 3(z - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 18x - 7y + 3z - 34 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 37.3. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 5z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Tìm khẳng định đúng.

A. $\sin \varphi = \frac{1}{5\sqrt{28}}$. B. $\cos \varphi = -\frac{1}{5\sqrt{28}}$. C. $\cos \varphi = \frac{1}{5\sqrt{28}}$. D. $\sin \varphi = -\frac{1}{5\sqrt{28}}$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -4; 5)$ và d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 1)$. Khi đó ta có

$$\sin \varphi = |\cos(\vec{n}, \vec{u})| = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1}{5\sqrt{28}}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 37.4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là

A. $x - y + 2z = 0$. B. $x - 2y - 2 = 0$. C. $x + y + 2z = 0$. D. $x - y - 2z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến cùng phương với véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d , suy ra $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$1(x - 2) - 1(y - 0) + 2(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 37.5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với (d) có phương trình là

A. $(P): x - y - 2z = 0$. B. $(P): 2x - z = 0$.
C. $(P): x - y + 2z + 2 = 0$. D. $(P): x - y + 2z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua $M(2; 0; -1)$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ có dạng $(P): x - y + 2z = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 37.6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t, \\ z = 2 + t \end{cases}$

$d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và song song với hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $(\alpha) : x + 3y - 5z - 13 = 0$.

B. $(\alpha) : 3x + y + z + 13 = 0$.

C. $(\alpha) : x + 2y + z - 13 = 0$.

D. $(\alpha) : x + 3y + 5z - 13 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α) song song với hai đường thẳng d_1, d_2

suy ra $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{n}_{d_1}, \vec{n}_{d_2}] = (1; 3; 5)$.

Vậy $(\alpha) : 1(x - 0) + 3(y - 1) + 5(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 5z - 13 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 37.7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z + 3 = 0$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu M có hoành độ âm thì tung độ của M bằng

A. -1.

B. -3.

C. -21.

D. -5.

Lời giải.

Do M thuộc d nên M có tọa độ dạng $M(t; -1 + 2t; -2 + 3t)$.

Theo giả thiết, ta có $d(M, P) = 2 \Leftrightarrow \frac{|t - 2 + 4t + 4 - 6t + 3|}{3} = 2 \Leftrightarrow |5 - t| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 11 \end{cases}$. M có

hoành độ âm nên $t = -1 \Rightarrow$ tung độ của M là -3.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 37.8. Cho mặt phẳng $(\alpha) : 3x - 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với (α) . Khoảng cách giữa (α) và (β) là

A. $\frac{3}{\sqrt{14}}$.

B. $-\frac{9}{\sqrt{21}}$.

C. $\frac{9}{21}$.

D. $\frac{9}{\sqrt{14}}$.

Lời giải.

Lấy $A(1; 7; 3) \in \Delta$. Vì $(\beta) \parallel (\alpha)$ nên

$$d((\alpha), (\beta)) = d(A, (\alpha)) = \frac{|3 \cdot 1 - 2 \cdot 7 - 3 + 5|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{9}{\sqrt{14}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 37.9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d) : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với (d) có véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}(1; 2; 3)$.

B. $\vec{n}(2; -1; 2)$.

C. $\vec{n}(1; 4; 1)$.

D. $\vec{n}(2; 1; 2)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u}_d = (2; -1; 2)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng (d) nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \vec{u}_d = (2; -1; 2)$.

Vậy véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}(2; -1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 37.10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $A(-2; 1; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và chứa d .

A. $x - 7y - 4z + 8 = 0$.

B. $x - y - 4z + 3 = 0$.

C. $x - 7y - 4z + 9 = 0$.

D. $x - y + 2z + 3 = 0$.

Lời giải.

Chọn điểm $B(2; 1; 1) \in d$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (4, 0, 1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d] = (1; -7; -4)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $(x + 2) - 7(y - 1) - 4z = 0 \Leftrightarrow x - 7y - 4z + 9 = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng MN nhận $\overrightarrow{MN} = (2; 2; -2)$ hoặc $\vec{u} = (1; 1; -1)$ là vectơ chỉ phương nên ta loại ngay phương án A, B và C.

Thay tọa độ $M(1; 0; 1)$ vào phương trình ở phương án D ta thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 38.1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số

$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{5}$.

B. $x - 2 = y = z + 1$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{5}$.

D. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-5}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -3; 5)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{5}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 38.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 2017 = 0$.

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Lời giải.

d vuông góc với (P) nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}_P = (2; 2; 1)$.

Do đó, phương trình chính tắc đường thẳng d là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 38.3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$.

A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$.

D. $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

Lời giải.

d đi qua $A(1; 2; -1)$ và nhận véc-tơ pháp tuyến của (P) làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 38.4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 4; -1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, B là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{-4}$.

Lời giải.

Ta có đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -4)$. Vậy phương trình chính tắc đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 38.5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1), B(-1; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

A. $\Delta : \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$

B. $\Delta : \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\Delta : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$

D. $\Delta : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải.

Tam giác OAB vuông tại O nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm AB có tọa độ $I(0; 1; 1)$. Mặt phẳng (OAB) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-2; -2; 2)$.

Suy ra đường thẳng Δ có $\vec{u} = (1; 1; -1)$ và đi qua $I(0; 1; 1)$. Vậy phương trình đường thẳng Δ là

$$\Delta : \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 38.6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3), B(-1; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm đoạn thẳng AB và song song với d ?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ B. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$ C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ D. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$

Lời giải.

Gọi M là trung điểm đoạn AB , ta có $M(0; 1; -1)$. Khi đó đường thẳng đi qua M và song song với d có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 38.7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; -4; 5)$. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình của đường thẳng AB ?

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4 - 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -4 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 - 3t \\ z = 5 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -6; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB}$ cùng phương với các véc-tơ có tọa độ $(-1; 3; -1)$, $(1; -3; 1)$. Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 - 3t \\ z = 5 + t. \end{cases}$$

Ta thấy điểm $M(1; -4; 1)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng AB .

Chọn đáp án **A** □

Câu 38.8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(-1; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

$$\text{A. } \Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t. \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{B. } \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t. \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{C. } \Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad \text{D. } \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t. \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1; 0; 1)$, $\overrightarrow{OB} = (-1; 2; 1) \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Rightarrow OA \perp OB$. Do vậy, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là $(0; 1; 1)$.

Lại có $[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-2; -2; 2) \Rightarrow$ véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{n} = (1; 1; -1) \Rightarrow$ phương trình

$$\text{đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t. \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 38.9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(-1; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d ?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}. & \text{B. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}. \\ \text{C. } \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}. & \text{D. } \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}. \end{array}$$

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần lập phương trình. Ta có

- Trung điểm của AB là $I(0; 1; -1)$.
- Đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}(1; -1; 2)$.

Đường thẳng Δ đi qua I và nhận $\vec{u}(1; -1; 2)$ làm véc-tơ chỉ phương nên $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 38.10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$ và $B(2; 1; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng AB là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t. \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t. \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t. \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t. \\ z = 2 \end{cases}$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Phương trình tham số của đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 38.11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 6)$, $B(-3; 1; -2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. 2.

B. 3.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng AB có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (-4; 3; -8)$ là $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-6}{-8}$.
 M là giao điểm của AB với (Oxy) nên thỏa hệ

$$\begin{cases} \frac{x-1}{-4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-6}{-8} \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{1}{4} \\ z = 0. \end{cases}$$

Suy ra $AM = \frac{3\sqrt{89}}{4}$ và $BM = \frac{\sqrt{89}}{4}$. Vậy $\frac{AM}{BM} = 3$.

Chọn đáp án **B** □

CÂU 39. Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{3}{20}$.

C. $\frac{2}{15}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh thành hàng ngang, không gian mẫu có số phần tử $6!$.

Gọi M là biến cố "học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B".

Xét các trường hợp

Trường hợp 1 Học sinh lớp C ngồi đầu dãy.

- Chọn vị trí cho học sinh lớp C có 2 cách.
 - Chọn 1 học sinh lớp B ngồi cạnh học sinh lớp C có 2 cách.
 - Hoán vị các học sinh còn lại cho nhau có $4!$ cách.
- Trường hợp này thu được $2 \cdot 2 \cdot 4! = 96$ cách.

Trường hợp 2 Học sinh lớp C ngồi giữa hai học sinh lớp B, ta gộp thành 1 nhóm, khi đó:

- Hoán vị 4 phần tử gồm 3 học sinh lớp A và nhóm gồm học sinh lớp B và lớp C có: $4!$ cách.
 - Hoán vị hai học sinh lớp B cho nhau có: $2!$ cách.
- Như vậy số phần tử của biến cố M là: $48 + 96 = 144$.
 Xác suất của biến cố M là $P(M) = \frac{144}{6!} = \frac{1}{5}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 39.1. Xếp 5 nam và 2 nữ vào một bàn dài gồm 7 chỗ ngồi. Tính xác suất để 2 nữ không ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{6}{7}$.

B. $\frac{4}{7}$.

C. $\frac{5}{7}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Xếp hai nữ cạnh nhau có 2 cách.

Xếp 5 nam và nhóm nữ có $6!$ cách.

Xếp 5 nam và 2 nữ sao cho 2 nữ cạnh nhau có $2 \cdot 6!$ cách.

Xác suất để xếp 5 nam và 2 nữ sao cho 2 nữ cạnh nhau là $\frac{2 \cdot 6!}{7!} = \frac{2}{7}$.

Vậy xác suất cần tìm là $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 39.2. Một nhóm có 7 học sinh lớp A và 5 học sinh lớp B. Xếp ngẫu nhiên 12 học sinh trên ngồi vào một dãy 12 ghế hàng ngang sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất sao cho không có bất kì 2 học sinh lớp B nào ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{7}{99}$.

B. $\frac{1}{132}$.

C. $\frac{7}{264}$.

D. $\frac{1}{792}$.

Lời giải.

- Xếp 12 học sinh ngồi vào một dãy 12 ghế hàng ngang sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi có $12!$ cách.

- Xếp 7 học sinh lớp A vào 7 ghế, có $7!$ cách.

Khi đó 7 ghế đã xếp học sinh lớp A tạo ra 8 khoảng trống, ta xếp 5 học sinh lớp B vào 5 trong 8 khoảng trống đó, có A_8^5 cách.

$\Rightarrow$ có $7! \cdot A_8^5$ cách xếp 12 học sinh mà các học sinh lớp B không ngồi cạnh nhau.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{7! \cdot A_8^5}{12!} = \frac{7}{99}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 39.3. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Tính xác suất P để các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau.

A. $P = \frac{1}{1260}$.

B. $P = \frac{1}{126}$.

C. $P = \frac{1}{28}$.

D. $P = \frac{1}{252}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi E là biến cố các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau. Ta có các bước sắp xếp như sau:

- Xếp 5 học sinh lớp 12C ngồi vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau. Số cách sắp xếp là $5!$.
- Xếp 3 học sinh lớp 12B vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau và sát nhóm của học sinh 12C. Số cách sắp xếp là $3! \times 2$.
- Xếp 2 học sinh lớp 12A vào hai vị trí còn lại của bàn. Số cách sắp xếp là $2!$.

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là $n(E) = 5! \times 3! \times 2 \times 2!$.

Xác suất của biến cố E là $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{126}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 39.4. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Tính xác suất P để các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau.

A. $P = \frac{1}{1260}$.

B. $P = \frac{1}{126}$.

C. $P = \frac{1}{28}$.

D. $P = \frac{1}{252}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi E là biến cố các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau. Ta có các bước sắp xếp như sau:

- Xếp 5 học sinh lớp 12C ngồi vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau. Số cách sắp xếp là $5!$.
- Xếp 3 học sinh lớp 12B vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau và sát nhóm của học sinh 12C. Số cách sắp xếp là $3! \times 2$.
- Xếp 2 học sinh lớp 12A vào hai vị trí còn lại của bàn. Số cách sắp xếp là $2!$.

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là $n(E) = 5! \times 3! \times 2 \times 2!$.

Xác suất của biến cố E là $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{126}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 39.5. Xếp ngẫu nhiên ba người đàn ông, hai người đàn bà và một đứa bé vào ngồi 6 cái ghế xếp thành hàng ngang. Xác suất sao cho đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{30}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{15}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = P_6 = 6! = 720$.

Gọi A là biến cố xếp được đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà.

Đánh thứ tự các ghế là 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ta có các trường hợp để xếp đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà là hai người đàn bà ngồi ở các cặp vị trí (1; 3), (2; 4), (3; 5), (4; 6). Ở mỗi trường hợp ta có số cách sắp xếp là $2! \cdot 1 \cdot 3! = 12$. Do đó số phần tử của A là $n(A) = 4 \cdot 12 = 48$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{720} = \frac{1}{15}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 39.6. Xếp ngẫu nhiên ba người đàn ông, hai người đàn bà và một đứa bé vào ngồi 6 cái ghế xếp thành hàng ngang. Xác suất sao cho đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{30}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{15}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = P_6 = 6! = 720$.

Gọi A là biến cố xếp được đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà.

Đánh thứ tự các ghế là 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ta có các trường hợp để xếp đứa bé ngồi giữa hai người

đàn bà là hai người đàn bà ngồi ở các cặp vị trí (1; 3), (2; 4), (3; 5), (4; 6). Ở mỗi trường hợp ta có số cách sắp xếp là $2! \cdot 1 \cdot 3! = 12$. Do đó số phần tử của A là $n(A) = 4 \cdot 12 = 48$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{720} = \frac{1}{15}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 39.7. Xếp ngẫu nhiên 5 bạn An, Bình, Cường, Dũng, Đông ngồi vào 1 dãy 5 ghế thẳng hàng (mỗi bạn ngồi 1 ghế). Tính xác suất để hai bạn An và Bình không ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 5!$.

Gọi A là biến cố “An và Bình không ngồi cạnh nhau.”

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố “An và Bình ngồi cạnh nhau.”

- Có 4 cách chọn 2 vị trí liên nhau để xếp An và Bình.
- Có $2!$ cách xếp An và Bình ngồi vào 2 vị trí liên nhau đã chọn.
- Có $3!$ cách xếp 3 bạn còn lại vào 3 vị trí còn lại.

Suy ra số cách sắp xếp để An và Bình ngồi cạnh nhau là

$$n(\bar{A}) = 4 \cdot 2! \cdot 3! = 48.$$

Do đó

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{48}{5!} = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 39.8. 4 người đàn ông, 2 người đàn bà và một đứa trẻ được xếp ngồi vào 7 chiếc ghế đặt quanh một bàn tròn. Xác suất để xếp đứa trẻ ngồi giữa hai người đàn ông là

A. $\frac{1}{15}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{2}{15}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Số cách xếp 7 người vào một bàn tròn là $6!$.

Gọi A là biến cố đứa trẻ ngồi cạnh hai người đàn ông.

Lấy 2 người đàn ông bất kì có 6 cách. Cho hai người đó ngồi vào bàn cạnh nhau có 2 cách. Cho đứa trẻ và giữa hai người đàn ông có 1 cách. 4 người còn lại có $4!$ cách. Vậy số phần tử của A là 288. Do đó xác suất để biến cố A xảy ra là $\frac{288}{6!} = \frac{2}{15}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 39.9. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

A. $\frac{4}{63}$.

B. $\frac{1}{252}$.

C. $\frac{8}{63}$.

D. $\frac{1}{945}$.

Lời giải.

Cách 1:

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi biến cố A : “Các bạn học sinh nam ngồi đối diện các bạn nữ”.

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ nhất có 10 cách.

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ 2 có 8 cách (Không ngồi đối diện học sinh nam thứ nhất).

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ 3 có 6 cách (Không ngồi đối diện học sinh nam thứ nhất, thứ hai).

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ 4 có 4 cách (Không ngồi đối diện học sinh nam thứ nhất, thứ hai, thứ ba).

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ 5 có 2 cách (Không ngồi đối diện học sinh nam thứ nhất, thứ hai, thứ ba, thứ tư).

Xếp chỗ cho 5 học sinh nữ: $5!$ Cách.

ta có $n(A) = 10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5! = 460800$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{460800}{10!} = \frac{8}{63}.$$

Cách 2: Chọn vị trí bên trái có 2^5 cách.

Chọn vị trí bên phải có $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$ cách.

Hoán vị 5 nam có $5!$.

Hoán vị 5 nữ có $5!$.

$$n(A) = 2^5 \cdot 5! \cdot 5!.$$

$$P(A) = \frac{2^5 \cdot 5! \cdot 5!}{10!} = \frac{8}{63}.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 39.10. Trước kì thi học sinh giỏi, nhà trường tổ chức buổi gặp mặt 10 em học sinh trong đội tuyển. Biết các em đó có số thứ tự trong danh sách lập thành cấp số cộng. Các em ngồi ngẫu nhiên vào hai dãy bàn đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế và mỗi ghế chỉ được ngồi một học sinh. Tính xác suất để tổng các số thứ tự của hai em ngồi đối diện nhau là bằng nhau.

A. $\frac{1}{954}.$

B. $\frac{1}{126}.$

C. $\frac{1}{945}.$

D. $\frac{1}{252}.$

Lời giải.

Giả sử số thứ tự trong danh sách là $u_1, u_2, u_3, \dots, u_{10}$.

Do dãy này là cấp số cộng nên ta có $u_1 + u_{10} = u_2 + u_9 = u_3 + u_8 = u_4 + u_7 = u_5 + u_6$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố “Tổng các số thứ tự của hai em ngồi đối diện nhau là bằng nhau”. Để biến cố này xảy ra ta thực hiện liên tiếp các bước sau

Bước 1: xếp thứ tự 5 cặp học sinh có các cặp số thứ tự là $\{u_1; u_{10}\}, \{u_2; u_9\}, \{u_3; u_8\}, \{u_4; u_7\}, \{u_5; u_6\}$ vào trước 5 cặp ghế đối diện nhau. Bước này có $5!$ cách.

Bước 2: xếp từng cặp một ngồi vào cặp ghế đối diện đã chọn ở bước 1. Bước này có 2^5 cách.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 5! \cdot 2^5$.

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{945}.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 39.11. Sắp xếp 12 học sinh của lớp 12A gồm có 6 học sinh nam và 6 học sinh nữ vào một bàn dài gồm có hai dãy ghế đối diện nhau (mỗi dãy gồm có 6 chiếc ghế) để thảo luận nhóm. Tính xác suất để hai học sinh ngồi đối diện nhau và cạnh nhau luôn khác giới.

A. $\frac{9}{4158}.$

B. $\frac{9}{8316}.$

C. $\frac{9}{299760}.$

D. $\frac{9}{5987520}.$

Lời giải.

Không gian mẫu: Sắp xếp 12 học sinh vào 12 ghế, ta có: $n(\Omega) = 12!$

Biến cố A sắp 6 học sinh nam vào các ô có đánh dấu $\times$ như hình vẽ và 6 ghế còn lại dành cho 6 học sinh nữ và ngược lại.

Vậy ta có: $n(A) = 2 \cdot 6! \cdot 6!$

$\times$		$\times$		$\times$	
	$\times$		$\times$		$\times$

Vậy xác suất để sắp xếp 12 học sinh vào bàn học sao cho hai học sinh ngồi đối diện nhau và cạnh nhau luôn khác giới là:

$$P(A) = \frac{2 \cdot 6! \cdot 6!}{12!} = \frac{9}{4158}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 39.12. Có mười cái ghế (mỗi ghế chỉ ngồi được một người) được sắp trên một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh ngồi vào, mỗi học sinh ngồi đúng một ghế. Tính xác suất sao cho không có hai ghế nào trống kề nhau.

A. 0,25.

B. 0,46.

C. 0,6(4).

D. 0,4(6).

Lời giải.

Để có một cách xếp chỗ ngồi thỏa mãn, ta cho 7 học sinh, mỗi người ngồi trên một ghế, sau đó xếp ba chiếc ghế còn lại, mỗi ghế vào một vị trí giữa hai học sinh bất kỳ hoặc hai đầu hàng. Vậy có tất cả $7! \cdot C_8^3$ cách xếp học sinh vào hàng thỏa mãn. Số cách xếp 7 học sinh vào hàng là A_{10}^7 . Vậy xác suất cần tìm là $\frac{7! \cdot C_8^3}{A_{10}^7} = 0,4(6)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 39.13. Có một dãy ghế gồm 6 ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 2 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C ngồi vào dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng 1 học sinh ngồi. Xác suất để không có học sinh lớp C ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Cho 2 học sinh lớp C ngồi cạnh nhau thành 1 nhóm D.

2 học sinh lớp C đổi vị trí trong nhóm D: $2!$ cách.

Nhóm D đổi vị trí với 4 học sinh còn lại: $5!$ cách.

Không gian mẫu: $6!$ cách.

Xác suất để 2 học sinh lớp C ngồi cạnh nhau: $\frac{2! \cdot 5!}{6!} = \frac{1}{3}$.

Vậy xác suất để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 39.14. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ ngồi xung quanh một bàn tròn, (hai cách xếp được gọi là như nhau nếu có một phép quay biến cách ngồi này thành cách ngồi kia). Tính xác suất để 3 học sinh nữ đó luôn ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{3}{10}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Ta có số phần tử của không gian mẫu bằng số cách sắp xếp 10 phần tử xung quanh một bàn tròn.

Do đó $n(\Omega) = 9!$.

Xem 3 nữ là một nhóm và kết hợp với 7 nam suy ra số cách sắp xếp 10 học sinh, trong đó 3 học sinh nữ ngồi cạnh nhau là $3!7!$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{3!7!}{9!} = \frac{1}{12}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 39.15. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ ngồi xung quanh một bàn tròn. Xác suất để học sinh nữ luôn ngồi cạnh nhau là

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{5}{32}$.

D. $\frac{5}{42}$.

Lời giải.

Để xếp 10 bạn vào ngồi xung quanh bàn tròn ta có $9!$ cách.

Gọi biến cố A : "số học sinh nữ luôn ngồi cạnh nhau".

Để xếp 7 bạn nam vào ngồi cạnh nhau ta có $7!$ cách.

Để xếp 3 bạn nữ ngồi cạnh nhau ta có $3!$ cách.

Theo quy tắc nhân ta có $3! \times 7!$ cách. Vậy: xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3! \times 7!}{9!} = \frac{1}{12}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 39.16. Một lớp có 36 ghế đơn được xếp thành hình vuông 6×6 . Giáo viên muốn xếp 36 học sinh, trong đó có hai anh em là Kỷ và Hợi. Tính xác suất để hai anh em Kỷ và Hợi luôn được ngồi gần nhau theo chiều dọc hoặc ngang.

A. $\frac{4}{21}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{1}{21}$.

D. $\frac{2}{21}$.

Lời giải.

Có 36 học sinh, xếp vào 36 vị trí nên không gian mẫu có $36!$ phần tử.

Xem hai học sinh Kỷ và Hợi là một người tên KH.

Có 5 cách xếp em KH vào mỗi dãy ghế

Đổi chỗ hai học sinh KH có 2 cách

Do đó có $5 \cdot 2 \cdot 6 = 60$ cách xếp KH và 6 dãy ghế

Tương tự, có 60 cách xếp KH và 6 hàng ghế

Có $34!$ Cách xếp 34 học sinh còn lại và 34 ghế còn lại

Đặt A là biến cố "hai anh em Kỷ và Hợi luôn được ngồi gần nhau theo chiều dọc hoặc ngang"

Thì $|A| = 60 \cdot 2 \cdot 34!$ suy ra $P(A) = \frac{2 \cdot 60 \cdot 34!}{36!} = \frac{2}{21}$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 4a$, SA vuông góc

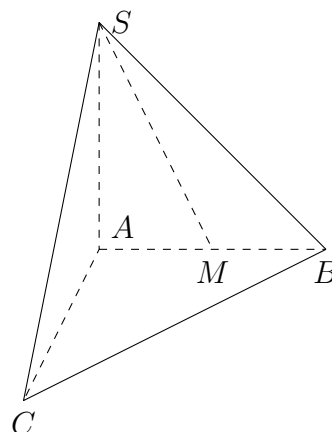
với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

A. $\frac{2a}{3}$.

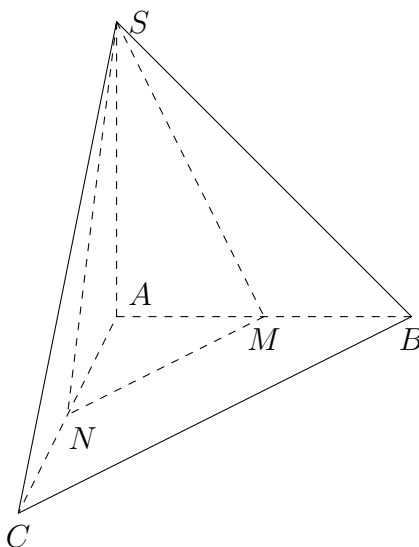
B. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

D. $\frac{a}{2}$.



Lời giải.



Gọi N là trung điểm của AC , ta có $MN \parallel BC$ nên ta được $BC \parallel (SMN)$.

Do đó $d(BC, MB) = d(BC, (SMN)) = d(B, (SMN)) = d(A, (SMN)) = h$.

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow d = \frac{2a}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 40.1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, khoảng cách C đến (SBD) là $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Tính khoảng cách từ A đến (SCD) .

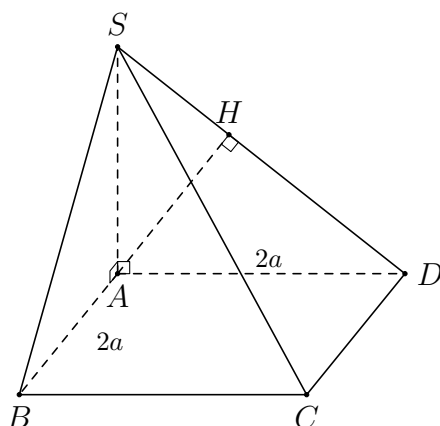
A. $x = a\sqrt{3}$.

B. $2a$.

C. $x = a\sqrt{2}$.

D. $x = 3a$.

Lời giải.



Ta có: $CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$ theo giao tuyến SD .

Trong (SAD) kẻ $AH \perp SD, H \in SD \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

Vậy $x = d(A, (SCD)) = AH$.

Đặt $h = d(A, (SBD))$. Ta có $h = d(A, (SBD)) = d(C, (SBD))$.

Theo bài $d(C, (SBD)) = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ nên $h = d(A, (SBD)) = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vì tứ diện $SABD$ có ba cạnh AS, AB, AD đôi một vuông góc nên
 $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} - \frac{1}{(2a)^2} - \frac{1}{(2a)^2} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow SA = 2a$.

Do đó $\triangle SAD$ vuông cân tại A có: $SD = AD\sqrt{2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow x = AH = \frac{SD}{2} = a\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 40.2. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AB' bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $BC \parallel B'C' \Rightarrow BC \parallel (AB'C')$.

Suy ra:

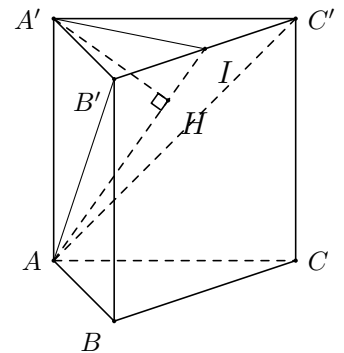
$$d(BC, AB') = d(BC, (AB'C')) = d(B, (AB'C')) = d(A', (AB'C')).$$

Gọi I và H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên $B'C'$ và AI .

Ta có: $B'C' \perp A'I$ và $B'C' \perp A'A$

nên $B'C' \perp (A'AI) \Rightarrow B'C' \perp A'H$.

Mà $AI \perp A'H$. Do đó $(AB'C') \perp A'H$.



$$\text{Khi đó: } d(A', (AB'C')) = A'H = \frac{A'A \cdot A'I}{\sqrt{A'A^2 + A'I^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 40.3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{2}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên BC , ta có $AI \perp BC$.

(1)

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SIA)$. (3)

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SI , ta có $AH \perp SI$.

(4)

Từ (3) và (4) suy ra $AH \perp (SBC)$ nên khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là AH .

Xét tam giác BIA vuông tại I , ta có

$$AI = AB \cdot \sin 120^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Xét tam giác SAI vuông tại A , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{AS^2 \cdot AI^2}{AS^2 + AI^2}} = \sqrt{\frac{(3a)^2 \cdot (a\sqrt{3})^2}{(3a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{3a}{2}.$$

Vậy khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3a}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 40.4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp

Chứng minh để tìm khoảng cách sau đó áp dụng hết thức lượng trong tam giác vuông để tính toán.

Cách giải:

Kẻ $AH \perp SB = \{H\}$

Ta có: $\begin{cases} SA \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

$\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle SAB$ có đường cao AH ta có:

$$d(A; (SBC)) = AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}a}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 40.5. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

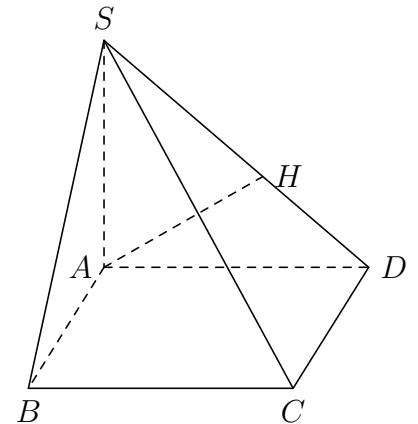
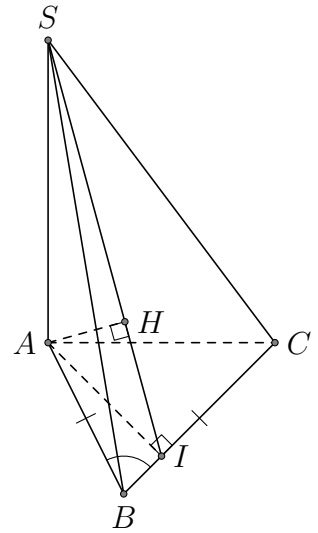
A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm của BC , do giả thiết $\triangle ABC$ đều nên

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } AH \perp BC \quad (1).$$

Do $AA' \perp (ABC)$ suy ra $AA' \perp BC \quad (2)$.

Từ (1), (2) ta suy ra $BC \perp (AA'H)$.

Trong mặt phẳng $(AA'H)$ kẻ $AI \perp A'H \quad (3)$.

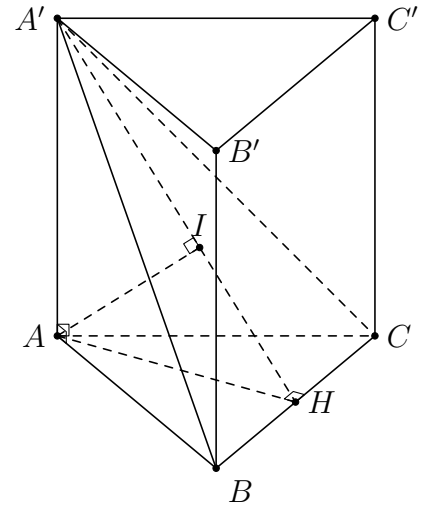
Theo chứng minh trên $BC \perp (AA'H)$ nên $BC \perp AI \quad (4)$.

Từ (3), (4) suy ra $AI \perp (A'BC)$ do đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là AI .

$$\text{Xét } \triangle AA'H \text{ ta có } \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2}$$

$$\text{suy ra } AI^2 = \frac{3a^2}{7} \Leftrightarrow AI = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BA'C)$ bằng $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 40.6. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OC = 2a$, $OA = OB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC .

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

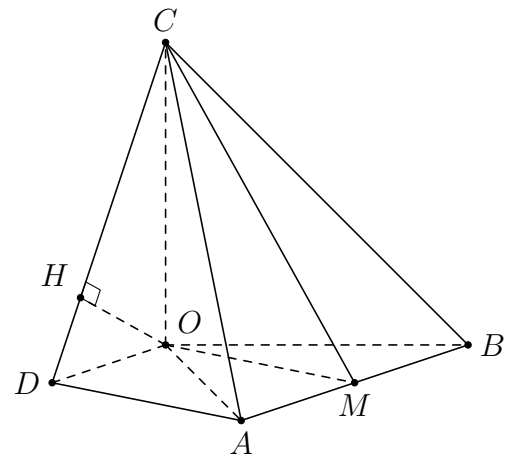
Dựng hình bình hành $AMOD$, $OM \perp AM$ nên hình bình hành $AMOD$ là hình chữ nhật. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng CD . Ta có

$$\begin{cases} AD \perp DO \\ AD \perp CO \end{cases} \Rightarrow AD \perp OH \Rightarrow OH \perp (ACD). \quad (1)$$

$$OM \parallel (ACD) \Rightarrow d(OM, AC) = d(O, (ACD)). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$d(OM, AC) = OH = \frac{OC \cdot OD}{\sqrt{OC^2 + OD^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 40.7. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. a .

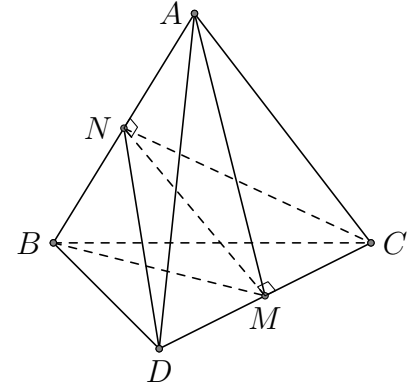
Lời giải.

Ta có ND, NC lần lượt là đường cao của các tam giác đều ABD và ABC cạnh a nên $ND = NC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tam giác NCD cân ở N và M là trung điểm CD nên $MN \perp CD$.

Chứng minh tương tự ta có $MN \perp AB$. Suy ra MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD nên $d(AB, CD) = MN$.

Dùng công thức Hê-rông, ta có $S_{NCD} = \frac{\sqrt{2}a^2}{4}$.

Suy ra $MN = \frac{2S_{NCD}}{CD} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 40.8. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm cạnh AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM .

A. $\frac{a\sqrt{11}}{2}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BD ,

ta có $AB \parallel MN \Rightarrow AB \parallel (CMN)$. Mà $CM \subset (CMN)$,

suy ra $d(AB, CM) = d(AB, (CMN)) = d(A, (CMN)) = d(D, (CMN))$.

Ta có $CM = CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, MN = \frac{a}{2}$.

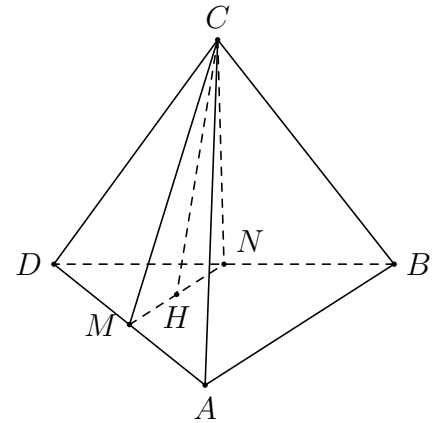
Gọi H là trung điểm của MN , ta có $CH \perp MN$, và

$$CH = \sqrt{CM^2 - MH^2} = \frac{a\sqrt{11}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } S_{CMN} = \frac{1}{2}CH \cdot MN = \frac{a^2\sqrt{11}}{16}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{CDMN} = \frac{1}{4}V_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Do đó } d(D, (CMN)) = \frac{3V_{CDMN}}{S_{\triangle CMN}} = \frac{a\sqrt{22}}{11}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 40.9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) .

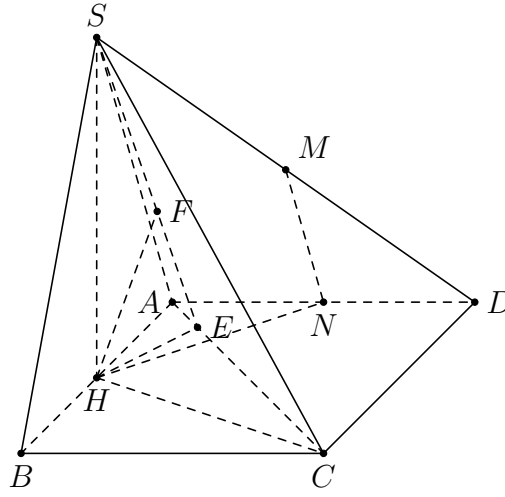
A. $\frac{a\sqrt{1315}}{89}$.

B. $\frac{2a\sqrt{1315}}{89}$.

C. $\frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

D. $\frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

Lời giải.



Gọi H, M, N là trung điểm các cạnh AB, SD, AD . Từ giả thiết ta có $SH \perp (ABCD)$ và $\widehat{SCH} = 45^\circ$; tam giác SHC vuông cân nên $SH = HC = \frac{\sqrt{17}a}{2}$. $MN \parallel SA$ suy ra

$$d(M, (SAC)) = d(N, (SAC)) = d(H, (SAC)). \quad (1)$$

Dựng $HE \perp AC, HF \perp SE$. Dễ thấy $HF \perp (SAC)$ (2). Từ (1) và (2) suy ra

$$d(M, (SAC)) = HF = \frac{HE \cdot SH}{\sqrt{HE^2 + SH^2}} = \frac{a\sqrt{1513}}{89}.$$

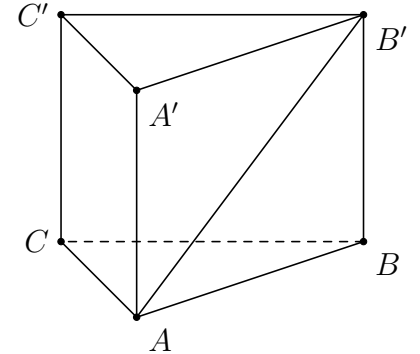
Chọn đáp án **C**

□

Câu 40.10.

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB = AC = b$ và có các cạnh bên bằng b . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC bằng

- A. b . B. $b\sqrt{3}$. C. $\frac{b\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{b\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

Cách 1:

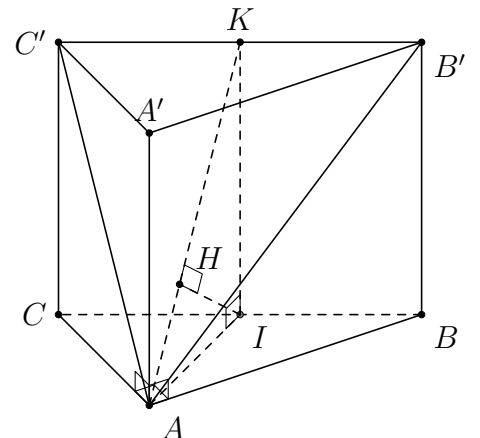
Gọi I, K lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$. Trong tam giác IAK kẻ đường cao IH .

Ta có $BC \parallel B'C' \Rightarrow BC \parallel (AB'C')$. Khoảng cách giữa AB' và BC bằng khoảng cách giữa BC và mặt phẳng $(AB'C')$.

Ta có $BC \perp AI$ (vì $\triangle ABC$ vuông cân), $BC \perp IK$ nên $BC \perp (AIK) \Rightarrow BC \perp IH$.

Do đó $IH \perp (AB'C')$ (vì $IH \perp AK, IH \perp B'C'$). Nên khoảng cách giữa AB' và BC bằng IH .

Ta có $AI = \frac{\sqrt{2}b}{2}$ nên $\frac{1}{AI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IH^2} \Rightarrow IH = \frac{b\sqrt{3}}{3}$.



Cách 2:

Gọi I, K lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$. Trong tam giác IAK kẻ đường cao IH .

Ta có $BC \parallel B'C' \Rightarrow BC \parallel (AB'C')$. Khoảng cách giữa AB' và BC bằng khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(AB'C')$.

Ta có

$$AI = AC^2 - CI^2 = AC^2 - \frac{BC^2}{4} = b^2 - \frac{2b^2}{4} = \frac{b^2}{2} \Rightarrow AI = \frac{b}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Và } AK = \sqrt{AC'^2 - C'K^2} = \sqrt{2b^2 - \frac{b^2}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}b.$$

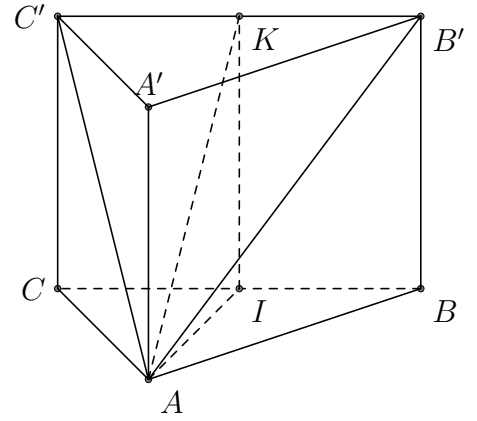
$$\text{Ta có } V_{C.AB'C'} = \frac{1}{3}h \cdot S_{AB'C'} = \frac{\sqrt{3}}{6}h \cdot b^2.$$

$$V_{A.BCC'} = \frac{1}{3}AM \cdot S_{CC'B'} = \frac{1}{6}b^3. \text{ Trong đó } h \text{ là khoảng cách từ } C \text{ đến mặt phẳng } (AB'C').$$

$$\text{Do đó } \frac{\sqrt{3}}{6}h \cdot b^2 = \frac{1}{6}b^3 \Rightarrow h = \frac{b\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 40.11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. a .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Do $\triangle SAB$ đều nên $SH \perp AB$.

Vì $\triangle SAB$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

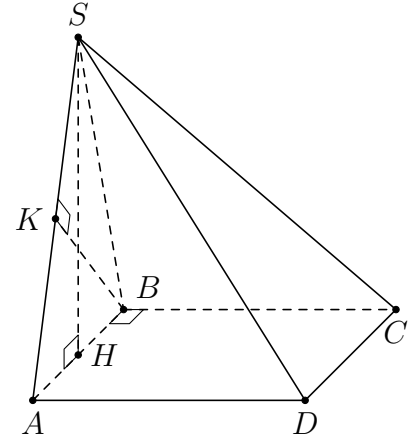
Suy ra $SH \perp BC$.

Trong mặt phẳng (SAB) , ta kẻ $BK \perp SA$.

Lại có $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp BK$.

Vậy BK là đường vuông góc chung của SA và BC .

Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng BK và bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 40.12. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OC = 2a$, $OA = OB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC .

- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

Dựng hình bình hành $AMOD$, $OM \perp AM$ nên hình bình hành $AMOD$ là hình chữ nhật. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng CD . Ta có

$$\begin{cases} AD \perp DO \\ AD \perp CO \end{cases} \Rightarrow AD \perp OH \Rightarrow OH \perp (ACD). \quad (1)$$

$$OM \parallel (ACD) \Rightarrow d(OM, AC) = d(O, (ACD)). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$d(OM, AC) = OH = \frac{OC \cdot OD}{\sqrt{OC^2 + OD^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 40.13. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 4. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 2.

C. 3.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB .

Khi đó $\triangle ABM$ cân tại M , $\triangle CDN$ cân tại N .

Do đó $\begin{cases} MN \perp AB \\ MN \perp CD \end{cases}$, suy ra MN là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng AB và CD .

Xét $\triangle AMN$ vuông tại N có $AN = \frac{AB}{2} = 2$, $AM = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ nên $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 40.14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm SD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{3a}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \not\subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow AB \parallel (SCD).$$

$$\text{Suy ra } d(AB, CM) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)).$$

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng $SD \Rightarrow AH \perp SD$.

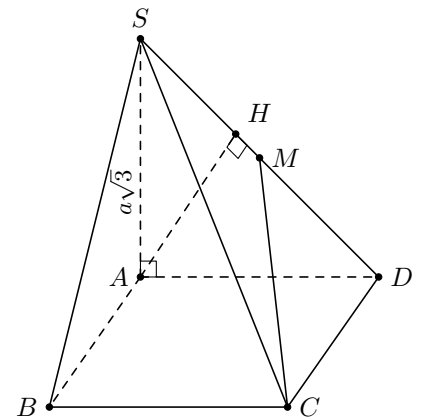
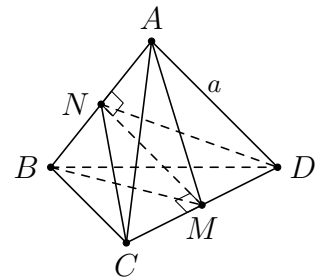
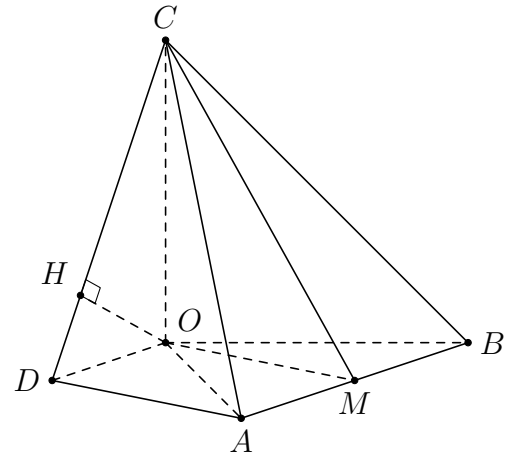
(1)

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)} \end{cases} \Rightarrow CD \perp AH. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$.

$$AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, CM) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**



Câu 40.15. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, N là trung điểm của AB, CD .

Ta có: $\triangle ABC = \triangle ABD \Rightarrow MC = MD$

$\Rightarrow \triangle MCD$ cân $\Rightarrow MN \perp CD$.

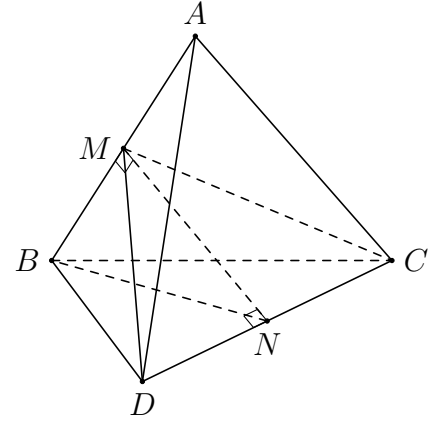
$\triangle ACD = \triangle BCD \Rightarrow NA = NB$

$\Rightarrow \triangle NAB$ cân $\Rightarrow MN \perp AB$.

Suy ra MN là đoạn vuông góc chung của AB, CD .

$\Rightarrow d(AB, CD) = MN$.

Trong $\triangle BMN$ ta có: $MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**



Câu 40.16. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

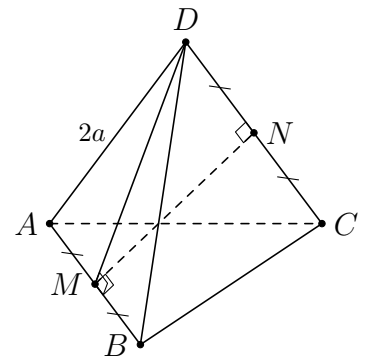
Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD thì MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD (tính chất tứ diện đều). Do đó, $d(AB, CD) = MN$.

Tam giác ABD đều cạnh $2a$ nên

$DM = \frac{\sqrt{3}}{2}2a = \sqrt{3}a$. Vậy

$$MN = \sqrt{DM^2 - DN^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**



Câu 40.17. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm của AB . Cho biết $AB = 2a$, $BC = \sqrt{13}a$, $CC' = 4a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE .

A. $\frac{4a}{7}$.

B. $\frac{12a}{7}$.

C. $\frac{3a}{7}$.

D. $\frac{6a}{7}$.

Lời giải.

Gọi F là trung điểm của $A'A$, suy ra mặt phẳng $(CEF) \parallel A'B$.
Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng khoảng cách giữa $A'B$ với (CEF) . Suy ra

$$d(A'B, (CEF)) = d(B, (CEF)) = d(A, (CEF)).$$

. Kẻ $AK \perp CE$; $AH \perp FK$ thì $AH \perp (CEF)$ hay $d(A, (CEF)) = AH$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{49}{36a^2}.$$

$$\text{Suy ra } d(CE, A'B) = d(A, (CEF)) = AH = \frac{6a}{7}.$$

$$\text{Vậy khoảng cách giữa } A'B \text{ và } CE \text{ là } d(CE, A'B) = \frac{6a}{7}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 40.18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CD' .

A. $a\sqrt{2}$.

B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $CD' \parallel BA'$ suy ra $CD' \parallel (BA'C') \Rightarrow d(BC', CD') = d(D', (BA'C')) = d(B', (BA'C'))$.

Xét tứ diện $B.A'B'C'$ có BB' , $B'C'$, $B'A'$ đôi một vuông góc với nhau nên $\frac{1}{d^2(B', (BA'C'))} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{B'A'^2} + \frac{1}{B'C'^2} = \frac{3}{a^2}$

$$\Rightarrow d(B', (BA'C')) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy khoảng cách giữa 2 đường thẳng BC' và CD' là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 40.19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

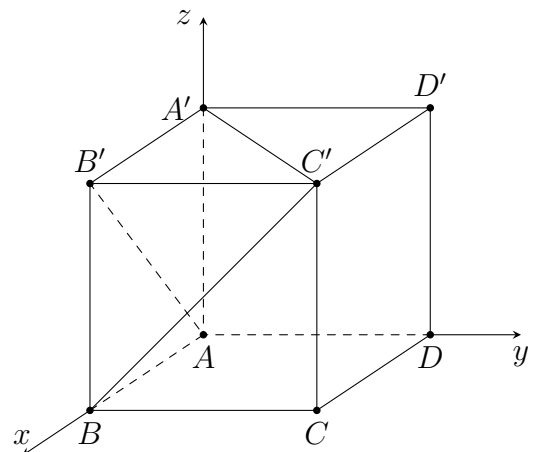
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có $A(0; 0; 0)$, $B'(a; 0; a)$, $B(a; 0; 0)$, $C'(a; a; a)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB'} = (a; 0; a)$, $\overrightarrow{BC'} = (0; a; a)$.

Khi đó $[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}] = (-a^2; -a^2; a^2)$, $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$.

$$\text{Vậy } d(AB', BC') = \frac{|[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}] \cdot \overrightarrow{AB}|}{|[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}]|} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 40.20. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Kẻ $AH \perp A'O$ (1)

$$\text{Vì } \begin{cases} AO \perp BD \text{ (} ABCD \text{ là hình vuông tâm } O \text{)} \\ AA' \perp BD \text{ (} AA' \perp (ABCD) \text{)} \end{cases}$$

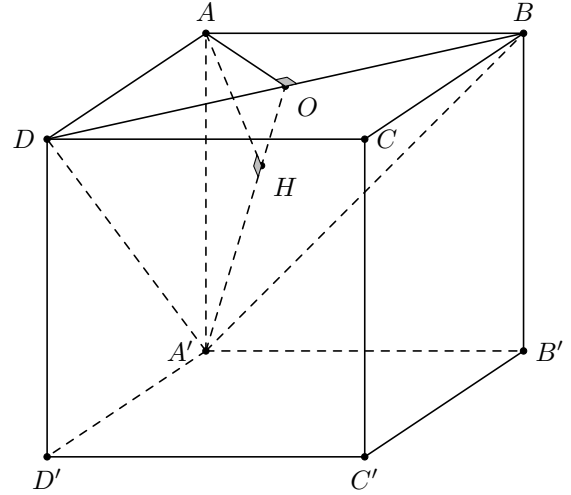
$$\Rightarrow BD \perp (A'AO) \Rightarrow AH \perp BD \quad (2).$$

Từ (1) và (2), suy ra $AH \perp (A'BD)$.

Khi đó $d(A, (A'BD)) = AH$. Ta có $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle A'AO$ vuông tại A , AH là đường cao

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



$$\text{Vậy } d(A, (A'BD)) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

CÂU 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm).

$$\text{Ta có: } f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 41.1. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 8.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 0 \\ m^2 + 12m + 27 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$$

$$\Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3\} \text{ (vì } m \text{ là số nguyên)}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 41.2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2020)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

A. 2021.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 - 6(2m + 1)x + 6m^2 + 6m$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m = 0$, có $\Delta = (2m + 1)^2 - 4(m^2 + m) = 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$. Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = m; x_2 = m + 1$. Dễ thấy $x_1 < x_2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	m	$m+1$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	$y(m)$	$y(m+1)$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; m); (m + 1; +\infty)$. Vì thế, hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ khi $m + 1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Suy ra có 2020 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 41.3. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến $\mathbb{R}$?

A. 6.

B. 4.

C. 7.

D. 5.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Do phương trình $y' = 0$ có hữu hạn nghiệm nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 12m + 27 \leq 0 \text{ (do } a = -3 < 0)$$

$$\Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-9; -8; -7; -5; -4; -3\}$.

Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 41.4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 10}{2x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 9.

Lời giải.

$$\text{Hàm số } y = \frac{mx + 10}{2x + m} \text{ nghịch biến trên khoảng } (0; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 20 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0; 2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m < \sqrt{20} \\ \begin{cases} -\frac{m}{2} \leq 0 \\ -\frac{m}{2} \geq 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m < \sqrt{20} \\ \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m \leq -4 \\ 0 \leq m < \sqrt{20}. \end{cases}$$

Vậy $m \in \{-4; 0; 1; 2; 3; 4; \}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 41.5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + 3x + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 6.

B. 8.

C. 7.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+1)x + 3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $\Delta' = (m+1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2$.

Vậy các giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán là $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$, tức là có 7 giá trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 41.6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. 2030.

B. 2005.

C. 2018.

D. 2006.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + m$.

Để hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ thì $y' = 3x^2 - 12x + m \geq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 12x, \forall x > 0$.

x	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-
y			

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ thì $m \geq 12$, do đó có 2006 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 41.7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. 2030.

B. 2005.

C. 2018.

D. 2006.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + m$.

Để hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ thì $y' = 3x^2 - 12x + m \geq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 12x, \forall x > 0$.

x	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-
y	0	12	$-\infty$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ thì $m \geq 12$, do đó có 2006 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 41.8. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên $(0; 2)$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; 2)$ và dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm trên khoảng đó.

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2) \geq 0, \forall x \in (0; 2)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq m^2 - 3m + 2 (*) \text{ với } \forall x \in (0; 2)$$

Xét hàm số $y = g(x) = 3x^2 + 6x$ trên khoảng $(0; 2)$

Ta có $y' = g'(x) = 6x + 6$.

Bảng biến thiên

x	0	2
$g'(x)$	+	
$g(x)$	0	24

Dựa vào bảng biến thiên suy ra điều kiện để (*) xảy ra là : $m^2 - 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 41.9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2018; 2018)$ để hàm số $y = \frac{2x - 6}{x - m}$ đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$?

A. 2018.

B. 2021.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$y' = \frac{6 - 2m}{(x - m)^2}.$$

Hàm số $y = \frac{2x-6}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (5; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 6-2m > 0 \\ m \notin (5; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3.$$

Kết hợp điều kiện $\begin{cases} m \in (-2018; 2018) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2017, -2016, \dots, 0, 1, 2\}.$

Vậy có tất cả $2 - (-2017) + 1 = 2020$ giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 41.10. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos^3 x + (m - \sqrt{3} \sin x)^3 - 2 \cos \left(x - \frac{2\pi}{3} \right) + m = 0$ có nghiệm.

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \cos^3 x + (m - \sqrt{3} \sin x)^3 - 2 \cos \left(x - \frac{2\pi}{3} \right) + m = 0 \quad (1) \\ \Leftrightarrow & \cos^3 x + (m - \sqrt{3} \sin x)^3 + \cos x - \sqrt{3} \sin x + m = 0 \\ \Leftrightarrow & \cos^3 x + \cos x = (\sqrt{3} \sin x - m)^3 + (\sqrt{3} \sin x - m) \end{aligned}$$

Xét hàm $f(t) = t^3 + t$.

Ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ phương trình (1) có nghiệm khi $\cos x = \sqrt{3} \sin x - m \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x - \cos x = m$ (2)

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm $\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 41.11. Có bao nhiêu giá trị nguyên m trên đoạn $[-1; 5]$ để hàm số $y = \frac{2x+m}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$?

A. 2.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; -m) \cup (-m; +\infty)$.

Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{m}{(x+m)^2}$ với $\forall x \neq -m$.

Nếu $m = 0$ thì hàm số trở thành $y = 2$ là hàm hằng trên $\mathbb{R}$. Do đó, hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -3)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \frac{m}{(x+m)^2} > 0 \\ -m \notin (-\infty; -3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -m \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 3.$$

Do m nguyên và $m \in [-1; 5]$ nên $m \in \{1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 41.12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-100; 100]$ để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + (m+1)x - 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 200.

B. 99.

C. 100.

D. 201.

Lời giải.

Khi $m = 0$, hàm số trở thành $y = x - 3$, đây là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

Khi $m \neq 0$, ta có $y' = 3mx^2 + 2mx + m + 1$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m(m+1) \leq 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}.$

Vậy có 99 giá trị m thuộc đoạn $[-100; 100]$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 41.13. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $m \cos^2 x - 4 \sin x \cos x + m - 2 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ thì $\cos x \neq 0$, chia hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$, ta có

pt $\Leftrightarrow m - 4 \tan x + (m-2)(1 + \tan^2 x) = 0 \Leftrightarrow (m-2) \tan^2 x - 4 \tan x + 2m - 2 = 0$.

Đặt $t = \tan x$, khi $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ thì $t \in (0; 1)$.

pt $\Leftrightarrow (m-2)t^2 - 4t + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2t^2 + 4t + 2}{t^2 + 2}.$

Xét $f(t) = \frac{2t^2 + 4t + 2}{t^2 + 2}$, $f'(t) = \frac{-4t^2 + 4t + 8}{(t^2 + 2)^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}$ (loại).

x	0	1
y'	⋮	⋮
y	1	$\frac{8}{3}$

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ khi $1 < m < \frac{8}{3}$, vậy có 1 số nguyên dương m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 41.14. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{\sin x + 2} + \sqrt[3]{m - \sin x} = 2$ có nghiệm?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{\sin x + 2} \\ v = \sqrt[3]{m - \sin x} \end{cases} \quad (1 \leq u \leq \sqrt{3}).$ Khi đó $\begin{cases} u^2 = \sin x + 2 \\ v^3 = m - \sin x \end{cases} \Rightarrow u^2 + v^3 = m + 2 (*)$.

Ta lại có $u + v = 2 \Rightarrow v = 2 - u$.

(*) trở thành $u^2 + (u-2)^3 = m + 2 \Leftrightarrow m = u^3 - 5u^2 + 12u - 10 \quad (1).$

Xét hàm số $f(u) = u^3 - 5u^2 + 12u - 10$ trên $\mathbb{R}$ ta có $f'(u) = 3u^2 - 10u + 12$.

$f'(u) = 0$ vô nghiệm nên $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi phương trình (1) có nghiệm $1 \leq u \leq \sqrt{3}$

hay $f(1) \leq m \leq f(\sqrt{3}) \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -25 + 15\sqrt{3}$.

Vì m nguyên nên $m \in \{-2; -1; 0\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 41.15. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (2m + 3)\sin x + (2 - m)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Ta có $y' = (2m + 3)\cos x + (2 - m)$.

Hàm số $y = (2m + 3)\sin x + (2 - m)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow (2m + 3)\cos x + (2 - m) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -|2m + 3| + (2 - m) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq m \leq -\frac{1}{3}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 41.16. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = (m - 3)x - (2m + 1)\cos x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. vô số.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $y' = (m - 3) + (2m + 1)\sin x$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = \cos x$, suy ra $t \in [-1; 1] \forall x \in \mathbb{R}$. Xét $f(t) = (m - 3) + (2m + 1)t, t \in [-1; 1]$.

$$\text{Do đó, } \max_{[-1; 1]} f(t) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 4 \leq 0 \\ 3m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m \leq \frac{2}{3}.$$

Vậy $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 41.17. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = x + 5 + \frac{1 - m}{x - 2}$ đồng biến trên $[5; +\infty)$?

A. 10.

B. 8.

C. 9.

D. 11.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 + \frac{m - 1}{(x - 2)^2} = \frac{(x - 2)^2 + m - 1}{(x - 2)^2}$. Hàm số đã cho đồng biến trên $[5; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in [5; +\infty)$. Điều này tương đương với

$$(x - 2)^2 + m - 1 \geq 0, \forall x \in [5; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -(5 - 2)^2 + 1 = -8.$$

Vậy $m \in \{-8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 41.18. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + 2x + 2019$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - mx + 2$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = m^2 - 8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Vậy có 5 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 41.19. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{3}{4}x^4 - (m-1)x^2 - \frac{1}{4x^4}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$y' = 3x^3 - 2(m-1)x + \frac{1}{x^5}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^3 - 2(m-1)x + \frac{1}{x^5} \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}x^2 + 1 + \frac{1}{2x^6}, \forall x \in (0; +\infty).$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 1 + \frac{1}{2x^6}, x \in (0; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = 3x - \frac{3}{x^7}, x \in (0; +\infty)$.

$$f'(x) = 3x - \frac{3}{x^7} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'			- 0 +	
y			3	

Từ bảng biến thiên ta thấy $m \leq f(x), \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq \min_{(0; +\infty)} f(x) \Leftrightarrow m \leq 3$.

Giá trị nguyên dương của tham số m là $m = 1, m = 2$ và $m = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 41.20. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = m^2x^4 - 2(4m-1)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 7.

B. 16.

C. 15.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $t = x^2$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi hàm số $y = m^2t^2 - 2(4m-1)t + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$, tức là

$$y' = 2m^2t - 2(4m-1) \geq 0, \forall t > 1 \quad (*)$$

Xét 2 trường hợp

- $m = 0$ thì $y' = 2 > 0$, thỏa mãn.
- $m \neq 0$.

Khi đó vế trái của (*) là hàm bậc nhất. Do đó (*) chỉ thỏa mãn khi

$$\begin{cases} m^2 > 0 \\ 2m^2 \cdot 1 - 2(4m - 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 2 - \sqrt{3}] \cup [2 + \sqrt{3}; +\infty).$$

Vậy với $m \in (-10; 10)$ thì có tất cả 16 giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 41.21. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = m^2x^4 - 2(4m - 1)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 7. B. 16. C. 15. D. 6.

Lời giải.

Đặt $t = x^2$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi hàm số $y = m^2t^2 - 2(4m - 1)t + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$, tức là

$$y' = 2m^2t - 2(4m - 1) \geq 0, \forall t > 1 \quad (*)$$

Xét 2 trường hợp

- $m = 0$ thì $y' = 2 > 0$, thỏa mãn.
- $m \neq 0$.

Khi đó vế trái của (*) là hàm bậc nhất. Do đó (*) chỉ thỏa mãn khi

$$\begin{cases} m^2 > 0 \\ 2m^2 \cdot 1 - 2(4m - 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 2 - \sqrt{3}] \cup [2 + \sqrt{3}; +\infty).$$

Vậy với $m \in (-10; 10)$ thì có tất cả 16 giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **(B)**

□

CÂU 42. Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$. Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30

- A. 202. B. 203. C. 206. D. 207.

Lời giải.

Theo bài ra ta có $\frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}} > 0,3 \Leftrightarrow 1 + 49e^{-0,015n} < \frac{10}{3} \Leftrightarrow e^{-0,015n} < \frac{7}{147}$
 $\Leftrightarrow -0,015n < \ln \frac{7}{147} \Leftrightarrow n > -\frac{1}{0,015} \ln \frac{7}{147} \simeq 202,97$.

Vậy có ít nhất 203 lần quảng cáo.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 42.1. Số lượng của một loại vi khuẩn X trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $x(t) = x(0) \cdot 2^t$, trong đó $x(0)$ là số lượng vi khuẩn X ban đầu, $x(t)$ là số lượng vi khuẩn X sau t (phút). Biết sau 2 phút thì số lượng vi khuẩn X là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn X là 10 triệu con.

- A. 7 phút. B. 5 phút. C. 8 phút. D. 6 phút.

Lời giải.

Ta có $x(2) = x(0) \cdot 2^2 = 625 \cdot 10^3$. Mặt khác $x(t) = x(0) \cdot 2^t = 10 \cdot 10^6 \Rightarrow 2^{t-2} = \frac{10^7}{625 \cdot 10^3} \Leftrightarrow t = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 42.2. Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{ni}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80.902.400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì đến năm 2019 số dân của Việt Nam sẽ gần với số nào nhất sau đây?

- A. 99.389.200. B. 99.386.600. C. 100.861.100. D. 99.251.200.

Lời giải.

Áp dụng công thức $S = A \cdot e^{ni}$ với $A = 80.902.400$, $n = 2019 - 2005 = 14$, $i = 1,47\% = 0,0147$, ta có số dân Việt Nam đến năm 2017 là

$$S = A \cdot e^{ni} = 80902400 \cdot e^{14 \cdot 0,0147} \approx 99389203,38.$$

Như vậy, số dân Việt Nam đến năm 2019 gần với số 99.389.200 nhất.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 42.3. Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở gần đó đo được 7,1 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần trận động đất này?

- A. 1,17. B. 2,2. C. 15,8. D. 4.

Lời giải.

Gọi M_1, A_1 lần lượt là cường độ, biên độ rung chấn tối đa của trận động đất tại San Francisco. Gọi M_2, A_2 lần lượt là cường độ, biên độ rung chấn tối đa của trận động đất tại địa điểm còn lại.

Ta có

$$M_1 = \log A_1 - \log A_0 = \log \frac{A_1}{A_0} \Rightarrow \frac{A_1}{A_0} = 10^{M_1}.$$

$$M_2 = \log A_2 - \log A_0 = \log \frac{A_2}{A_0} \Rightarrow \frac{A_2}{A_0} = 10^{M_2}.$$

$$\text{Khi đó } \frac{A_1}{A_2} = \frac{10^{M_1}}{10^{M_2}} = 10^{M_1 - M_2} = 10^{1,2} \approx 15,8.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 42.4. Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} (\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ

một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 63%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

A. 3874.

B. 3833.

C. 3834.

D. 3843.

Lời giải.

Theo bài ta có $65 = 100 \cdot (0.5)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow 0.65 = (0.5)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow \frac{3754}{A} = \log_{0.5} 0.65 \Leftrightarrow A = \frac{3754}{\log_{0.5} 0.65}$.

Do mẫu gỗ còn 63% lượng Cacbon 14 nên ta có:

$63 = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow 0.63 = (0.5)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow \frac{t}{A} = \log_{0.5} 0.63 \Leftrightarrow t = A \cdot \log_{0.5} 0.63 = \frac{3754}{\log_{0.5} 0.65} \cdot \log_{0.5} 0.63 \approx 3833$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 42.5. Các nhà khoa học đã tính toán khi nhiệt độ trung bình của trái đất tăng thêm $2^\circ C$ thì mực nước biển sẽ dâng lên $0,03m$. Nếu nhiệt độ tăng lên $5^\circ C$ thì nước biển sẽ dâng lên $0,1m$ và người ta đưa ra công thức tổng quát như sau: Nếu nhiệt độ trung bình của trái đất tăng lên $t^\circ C$ thì nước biển dâng lên $f(t) = ka^t(m)$ trong đó k, a là các hằng số dương. Hỏi khi nhiệt độ trung bình của trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì mực nước biển dâng lên $0,2m$?

A. $9, 2^\circ C$.

B. $8, 6^\circ C$.

C. $7, 6^\circ C$.

D. $6, 7^\circ C$.

Lời giải.

$$\begin{cases} 0,03 = ka^2 \\ 0,1 = ka^5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}} \\ k = \frac{0,03}{a^2} \end{cases}; f(t) = ka^t \Leftrightarrow t = \log_a \frac{f(t)}{k} = \log_a \frac{0,2a^2}{0,03} \approx 6,7.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 42.6. Với mức tiêu thụ thức ăn của trang trại A không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ sẽ đủ dùng cho 100 ngày. Nhưng thực tế, mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm 4% mỗi ngày (ngày sau tăng 4% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn dự trữ đó chỉ đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

A. 40.

B. 41.

C. 42.

D. 43.

Lời giải.

Gọi lượng thức ăn tiêu thụ theo dự định hàng ngày là x . Lượng thức ăn dự trữ của trang trại A là $100x$.

Ta có $x(1 + 1,04 + 1,04^2 + \dots + 1,04^{n-1}) = 100x \Leftrightarrow \frac{1,04^n - 1}{1,04 - 1} = 100 \Rightarrow n = \log_{1,04} 5 \approx 41,035$.

Do đó lượng thức ăn dự trữ chỉ đủ dùng cho 41 ngày.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 42.7. Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$. Trong đó, m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t , T là chu kỳ bán rã. Biết chu kỳ bán rã của một chất phóng xạ là 24 giờ. Ban đầu có 250 gam, hỏi sau 36 giờ thì chất đó còn lại bao nhiêu gam? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

A. 87,38 gam.

B. 88,38 gam.

C. 88,4 gam.

D. 87,4 gam.

Lời giải.

Sau 36 giờ ta có: $m(36) = 250 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{36}{24}} = 88,4$. (Kết quả đã làm tròn đến hàng phần chục).

Chọn đáp án **C**

□

CÂU 43. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a , b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -\frac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang $y = \frac{a}{b}$.

Từ bảng biến thiên ta có:
$$\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -\frac{c}{2} \quad (1)$$

Mặt khác $f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2}$. Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$

nên $f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow ac-b > 0 \quad (2)$

Thay (1) vào (2), ta được $-\frac{c^2}{2} + \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow -c^2 + c > 0 \Leftrightarrow 0 < c < 1$.

Suy ra c là số dương và a, b là số âm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 43.1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành (không tính điểm cực trị).

Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị và cắt trục Ox tại 1 điểm trên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có $2 + 1 = 3$ điểm cực trị.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 43.2.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-1		$-\infty$

- A. $m > f(1) - \sin 1$.
 B. $m \geq f(1) - \sin 1$.
 C. $m \leq f(-1) + \sin 1$.
 D. $m < f(-1) + \sin 1$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \sin x$.

$$g'(x) = f'(x) - \cos x.$$

Với $\forall x \in (-1; 1)$, ta có $f'(x) < -1 \Rightarrow f'(x) - \cos x < -1 - \cos x < 0 \Rightarrow g'(x) < 0$.

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên $g(x) < g(-1) = f(-1) + \sin 1$.

Do đó bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi bất phương trình $m < f(x) - \sin x$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

$$\Leftrightarrow m < \max_{[-1; 1]} g(x) \Leftrightarrow m < f(-1) + \sin 1.$$

Vậy $m < f(-1) + \sin 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 43.3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-3	0	$+\infty$

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$ B. $m < -3$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{2}f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m$. (*)

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy, để phương trình (*) có đúng hai nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 43.4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-3	0	$+\infty$

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$

B. $m < -3$.

C. $m < -\frac{3}{2}$.

D. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{2}f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m$.

(*)

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy, để phương trình (*) có đúng hai nghiệm

phân biệt thì $\begin{cases} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 43.5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Phương trình $f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 2$ là số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ (*)

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (*) có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 43.6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			0		0			
	$-\infty$			-3				$-\infty$

A. $m = 0$ hoặc $m < -\frac{3}{2}$.

B. $m < -3$.

C. $m < -\frac{3}{2}$.

D. $m = 0$ hoặc $m < -3$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{2}f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = 2m$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2m$.

Theo yêu cầu bài toán ta có

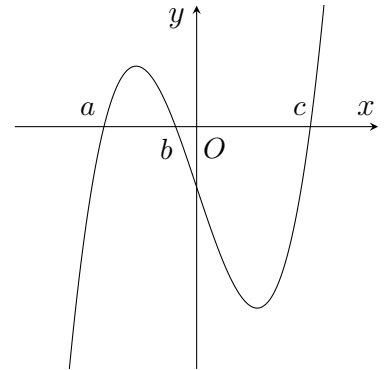
$2m = 0$ hoặc $2m < -3 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m < -\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 43.7.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$, biết rằng đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(a) > 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?



A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị của hàm số $f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$f(a)$ $f(b)$ $f(c)$ $\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$							

Vì $f(a) > 0$ nên ta xét các trường hợp sau:

- Nếu $f(c) > 0$ thì toàn bộ đồ thị hàm số nằm ở phía trên trục hoành, do đó đồ thị hàm số không cắt trục hoành.
- Nếu $f(c) = 0$ thì đồ thị hàm số và trục hoành có một điểm chung duy nhất.
- Nếu $f(c) < 0$ thì đồ thị hàm số và trục hoành có hai điểm chung.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành nhiều nhất tại hai điểm.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 43.8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$ 3 0 $+\infty$ $-\infty$ $\nearrow$ 3 $\searrow$ 0 $\nearrow$ $+\infty$				

Đồ thị hàm số $\frac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3-x)-2}$ bằng với số nghiệm phân biệt của phương trình $f(3-x) = 2$.

Dựa trên bảng biến thiên của hàm số ta thấy phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt nên phương trình $f(3-x) = 2$ cũng có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3-x)-2}$ là 3 đường.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 43.9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

Hỏi hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 2. B. 5.
C. 3. D. 4.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$		5		1		$+\infty$

Lời giải.

Ta có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có được từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách giữ nguyên phần bên phải của trục Oy sau đó lấy đối xứng phần giữ nguyên đó qua trục Oy .

Từ đây ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			y_0			$+\infty$
		1		1			

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(|x|)$ có 2 cực trị.

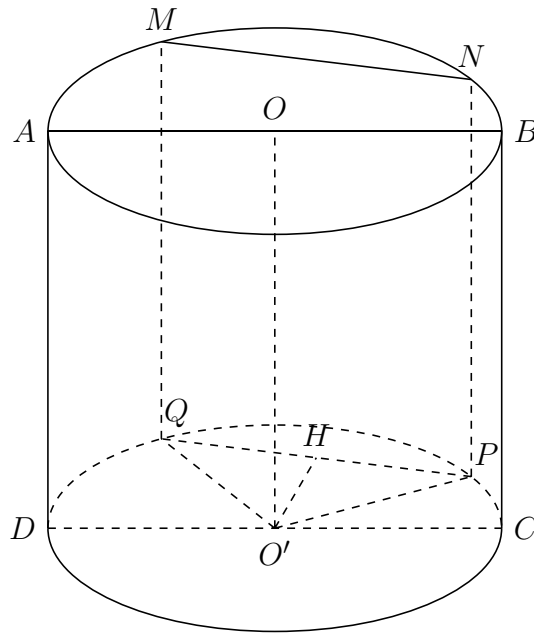
Chọn đáp án **(A)**

□

CÂU 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. $216\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $54\pi a^3$. D. $108\pi a^3$.

Lời giải.



Lấy 2 điểm M, N lần lượt nằm trên đường tròn tâm O sao cho $MN = 6a$.

Từ M, N lần lượt kẻ các đường thẳng song song với trục OO' , cắt đường tròn tâm O' tại P, Q .

Thiết diện ta thu được là hình vuông $MNPQ$ có cạnh bằng $6a$.

Gọi H là trung điểm của PQ , suy ra $OH \perp PQ$.

Vì $OO' \parallel (MNPQ)$ nên ta có $d(OO', (MNPQ)) = d(O', (MNPQ)) = O'H$.

Từ giả thiết, ta có $O'H = 3a$. Do đó tam giác $O'HP$ là tam giác vuông cân tại H .

Suy ra bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $O'P = \sqrt{O'H^2 + HP^2} = 3a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là $V = 6a \cdot \pi (3a\sqrt{2})^2 = 108\pi a^3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 44.1. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng, song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

- A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$. B. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$. C. $V = 2\pi a^3 \sqrt{7}$. D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm các đáy và thiết diện là hình vuông $ABCD$.

Gọi H là trung điểm AB , ta có $\begin{cases} OH \perp AB \\ OH \perp AA' \end{cases}$ suy ra $OH \perp (ABB'A')$.

Do đó $d(OO', (ABCD)) = OH = \frac{a}{2}$.

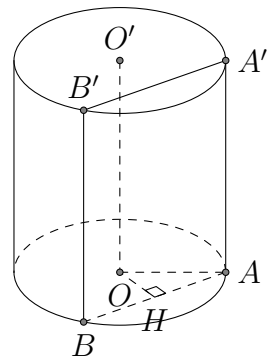
Tam giác OAH vuông tại H nên $AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Suy ra $AB = AA' = OO' = 2AH = a\sqrt{7}$ (do $ABCD$ là hình vuông).

Vậy thể tích $V = \pi R^2 h = \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{7} = 2\pi a^3 \sqrt{7}$.

Chọn đáp án **C**

□



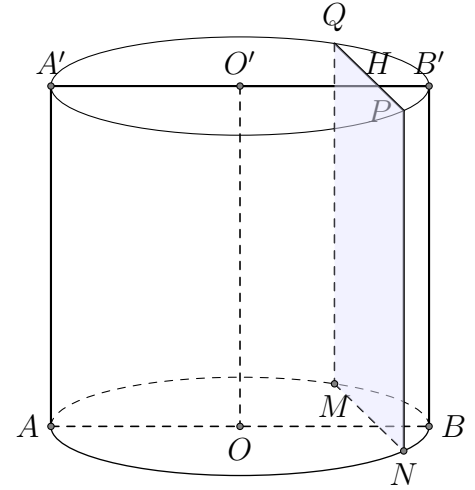
Câu 44.2. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .

- A. $2\sqrt{3}a^2$. B. a^2 . C. πa^2 . D. $\sqrt{3}a^2$.

Lời giải.

Gọi $ABB'A'$ là thiết diện qua trục của hình trụ. Từ giả thiết ta suy ra đường cao hình trụ là $AA' = 2a$, bán kính đường tròn đáy hình trụ là $R = \frac{AB}{2} = a$.

Mặt phẳng (P) song song với trục nên cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật có một cạnh $MQ = AA' = 2a$, và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$ nên $O'H = \frac{a}{2}$ với H là trung điểm của PQ . Khi đó $PQ = 2\sqrt{O'Q^2 - O'H^2} = 2\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{3}$. Do đó diện tích thiết diện cần tìm là $MQ \cdot PQ = 2\sqrt{3}a^2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 44.3. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a . Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích khối trụ.

A. $3\pi a^3$.

B. $\pi a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. πa^3 .

Lời giải.

Giả sử $ABCD$ là thiết diện hình vuông như hình bên.

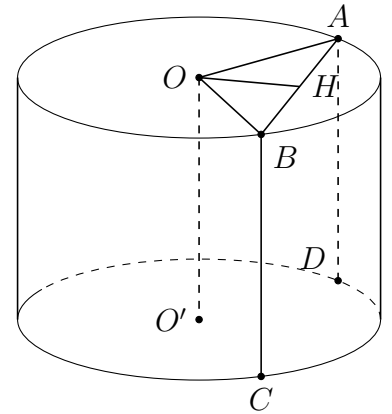
Gọi O và O' là tâm 2 đáy của hình trụ,

H là hình chiếu của O lên AB .

Ta có $AB = 2AH = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{3}$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên chiều cao của hình trụ bằng $a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{\text{trụ}} = \pi a \cdot a\sqrt{3} = \pi a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 44.4. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

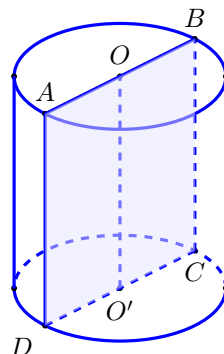
A. $4\pi a^2$.

B. $8\pi a^2$.

C. $16\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải.



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật, có độ dài một cạnh là $2a$, có diện tích là $8a^2$, suy ra chiều cao của hình trụ là $h = \frac{8a^2}{2a} = 4a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2 \cdot \pi \cdot a \cdot 4a = 8\pi a^2$.

Chọn đáp án **(B)**

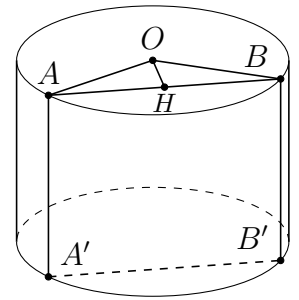
□

Câu 44.5. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) là

- A. $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2R^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (α) cắt hình trụ theo giao tuyến là hình chữ nhật $ABB'A'$ (xem hình vẽ). Gọi O là tâm của hình tròn đáy chứa dây cung AB , H là trung điểm của AB . Theo giả thiết ta có $OH = \frac{R}{2}$. Suy ra $AB = R\sqrt{3}$. Vậy diện tích thiết diện là $S = AB \cdot AA' = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

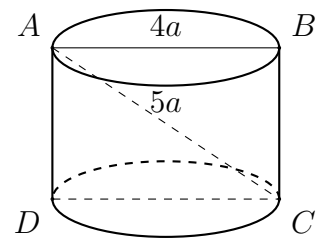
□

Câu 44.6. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích V của khối trụ là

- A. $V = 16\pi a^3$. B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = 12\pi a^3$. D. $V = 8\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a$.
Bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = 2a$, chiều cao $BC = 3a$.
Vậy $V = h\pi r^2 = 3a \cdot 4a^2 = 12\pi a^3$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 44.7. Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh S của hình trụ là

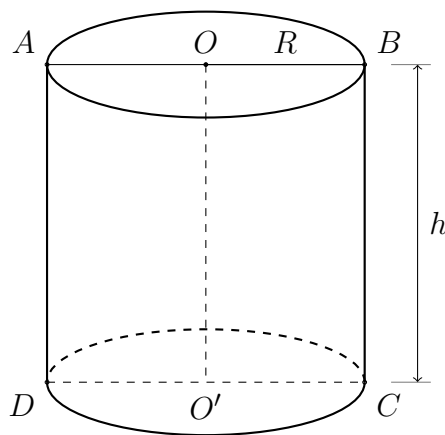
- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 8\pi a^2$. C. $S = 24\pi a^2$. D. $S = 16\pi a^2$.

Lời giải.

Phương pháp: Công thức tính diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là

$$S_{xq} = 2\pi Rh.$$

Cách giải:



Hình trụ có thiết diện đi qua trục là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $4a$.

Do đó $h = 2R = 4a \Rightarrow R = 2a$ với R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Vậy $S = 2\pi Rh = 16\pi a^2$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 44.8. Khi cắt khối trụ (T) bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục của trụ (T) một khoảng bằng $a\sqrt{3}$ ta được thiết diện là hình vuông có diện tích bằng $4a^2$. Tính thể tích V của khối trụ (T) .

A. $V = 7\sqrt{7}\pi a^3$.

B. $V = \frac{7\sqrt{7}}{3}\pi a^3$.

C. $V = \frac{8}{3}\pi a^3$.

D. $V = 8\pi a^3$.

Lời giải.

Vì thiết diện là hình vuông có $S = 4a^2$

$$\Rightarrow h = AD = CD = 2a.$$

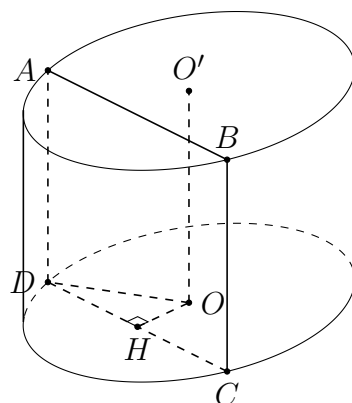
Gọi H là trung điểm của CD .

Do $\triangle COD$ cân tại O nên $OH \perp CD \Rightarrow OH \perp (ABCD)$.

Theo giả thiết $d(OO', (ABCD)) = OH = a\sqrt{3}$.

$$\text{Suy ra } r = OD = \sqrt{DH^2 + OH^2} = \sqrt{\left(\frac{CD}{2}\right)^2 + OH^2} = 2a.$$

$$\text{Vậy } V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 8\pi a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 44.9. Một hình trụ có bán kính $r = 5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7$ cm. Cắt khối trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Diện tích thiết diện tạo thành là

A. 56 cm^2 .

B. 55 cm^2 .

C. 53 cm^2 .

D. 46 cm^2 .

Lời giải.

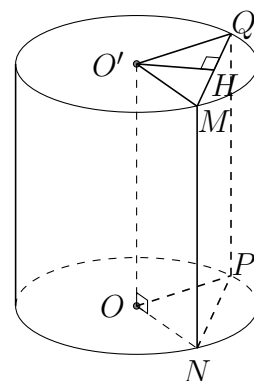
Giả sử hình trụ (T) có trục OO' . Thiết diện song song với trục là hình chữ nhật $MNPQ$ (N, P thuộc đường tròn tâm O và M, Q thuộc đường tròn tâm O').

Gọi H là trung điểm MQ . Khi đó, $O'H \perp MQ \Rightarrow O'H \perp (MNPQ)$.

Do đó, $d(OO', (MNPQ)) = d(O', (MNPQ)) = O'H = 3 \text{ cm}$.

Ta có $MH = \sqrt{O'M^2 - O'H^2} = 4 \text{ cm} \Rightarrow MQ = 2MH = 8 \text{ cm}$.

Diện tích thiết diện là $S = MQ \cdot MN = 56 \text{ cm}^2$.

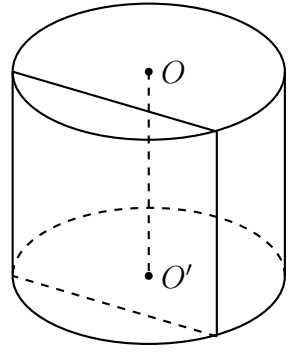


Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 44.10.

Cho khối trụ T có trục OO' , bán kính r và thể tích V . Cắt khối trụ T thành hai phần bởi mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\frac{r}{2}$ (như hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích phần không chứa trục



OO' . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

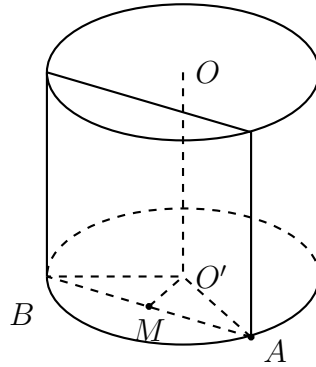
A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi}$.

B. $\frac{V_1}{V} = \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V} = \frac{\pi - \sqrt{3}}{2\pi}$.

D. $\frac{V_1}{V} = \frac{4 - \sqrt{3}}{4\pi}$.

Lời giải.



Gọi h là chiều cao của khối trụ (T). Thể tích khối trụ đã cho là $V = h \cdot \pi r^2$.

Gọi A và B là giao điểm của mặt phẳng (P) với đường tròn đáy tâm O' và M là trung điểm của AB . Ta có $O'M = \frac{r}{2} \Rightarrow AB = 2AM = 2\sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4}} = r\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{AO'B} = 120^\circ$.

Diện tích đáy phần khối trụ không chứa trục là

$$S_1 = S_q - S_{\triangle AO'B} = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 - \frac{1}{2} \cdot r \cdot r\sqrt{3} = \frac{\pi r^2}{3} - \frac{r^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\Rightarrow V_1 = h \cdot \left(\frac{\pi r^2}{3} - \frac{r^2\sqrt{3}}{4} \right).$$

Suy ra $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 44.11. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng r và chiều cao h . Cắt khối trụ bằng một mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\frac{r\sqrt{2}}{2}$. Mặt phẳng (P) chia khối trụ làm hai phần. Gọi V_1 là phần chứa tâm của đường tròn đáy và V_2 là phần không chứa tâm của đường tròn đáy. Tính tỉ số của $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3\pi - 2}{3\pi + 2}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = 3 + \sqrt{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi - 2}{3\pi + 2}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3\pi + 2}{\pi - 2}$.

Lời giải.

Thể tích hình trụ $V = \pi r^2 h$.

Khi cắt khối trụ bằng mặt phẳng (P) song song với trục tạo thành hai khối có thể tích V_1, V_2 thì tỷ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ bằng tỷ số diện tích của viên phân chứa điểm O và viên phân không chứa điểm O của đường tròn đáy.

Gọi I là trung điểm của AB khi đó $AB = 2\sqrt{r^2 - OI^2} = 2\sqrt{r^2 - \left(\frac{r\sqrt{2}}{2}\right)^2} = r\sqrt{2}$.

Suy ra $\triangle AOI$ vuông cân tại I , suy ra $\widehat{AOB} = 90^\circ$.

Diện tích quạt tròn AOB là $S_1 = \frac{\pi r^2}{4}$.

Diện tích tam giác $S_{OAB} = \frac{1}{2}OI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{r\sqrt{2}}{2} \cdot r\sqrt{2} = \frac{r^2}{2}$.

Suy ra: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r^2 - \left(\frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2}\right)}{\frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2}} = \frac{3\pi + 2}{\pi - 2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 44.12. Cho khối trụ có chiều cao 20. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng được thiết diện là hình elip có độ dài trục lớn bằng 10. Thiết diện chia khối trụ ban đầu thành hai nửa, nửa trên có thể tích V_1 , nửa dưới có thể tích V_2 . Khoảng cách từ một điểm thuộc thiết diện gần đáy dưới nhất và điểm thuộc thiết diện xa đáy dưới nhất tới đáy dưới lần lượt là 8 và 14. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{11}{20}$.

B. $\frac{9}{11}$.

C. $\frac{9}{20}$.

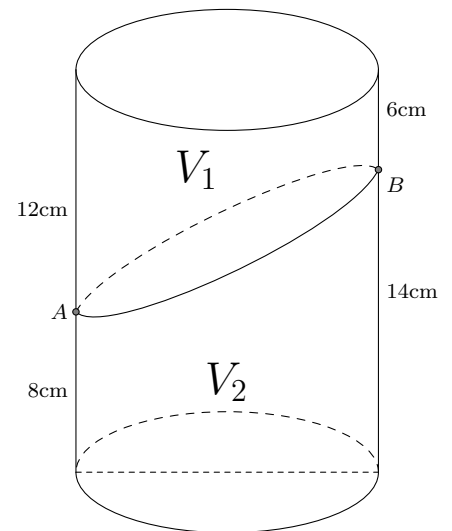
D. $\frac{6}{11}$.

Lời giải.

Ta có công thức thể tích hình phôi trụ là $V = \pi R^2 \frac{h_1 + h_2}{2}$ do đó

$$V_1 = \pi R^2 \frac{6 + 12}{2} = \pi R^2 \cdot 9; V_2 = \pi R^2 \frac{8 + 14}{2} = \pi R^2 \cdot 11$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{11}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 44.13. Một hình trụ có chiều cao bằng $9a$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một đoạn $d = 3a$ ta được thiết diện có diện tích là $S = 72a^2$. Thể tích khối trụ bằng

A. $225\pi a^3$.

B. $\frac{70\pi a^3}{3}$.

C. $350\pi a^3$.

D. $45\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi M, N, P, Q là giao điểm của mặt phẳng với hai đường tròn tâm (O) và (O') .

Khi đó $MNPQ$ là hình chữ nhật với $MQ = 9a$. Gọi I là trung điểm của MN , ta có $OI = 3a$.

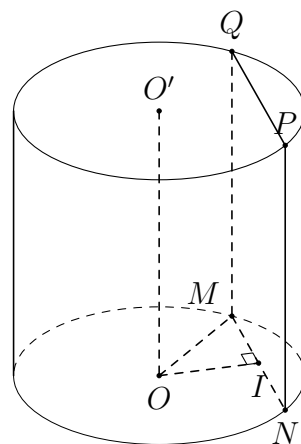
Theo giả thiết $S_{MNPQ} = 72a^2$, suy ra $72a^2 = MQ \cdot MN \Rightarrow MN = 8a \Rightarrow IM = 4a$.

Xét tam giác vuông MOI , ta có

$$MO = \sqrt{OI^2 + IM^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a.$$

Vậy hình trụ có bán kính đáy $R = 5a$, chiều cao $h = 9a$. Từ đó suy ra thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 \cdot h = 225\pi a^3$.

Chọn đáp án **A**



□

CÂU 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và Khi đó $\int_0^{\pi} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{1042}{225}$.

B. $\frac{208}{225}$.

C. $\frac{242}{225}$.

D. $\frac{149}{225}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = \int f'(x)dx = \int \cos x \cos^2 2x dx = \int \cos x (1 - \sin^2 x)^2 dx.$$

$$\text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx.$$

$$\Rightarrow f(x) = \int (1 - 2t^2)^2 dt = \int (1 - 4t^2 + 4t^4) dt = t - \frac{4}{3}t^3 + \frac{4}{5}t^5 + C = \sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x + C.$$

$$\text{Mà } f(0) = 0 \Rightarrow C = 0.$$

$$\text{Do đó } f(x) = \sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x = \sin x \left(1 - \frac{4}{3}\sin^2 x + \frac{4}{5}\sin^4 x\right) = \sin x \left[1 - \frac{4}{3}(1 - \cos^2 x) + \frac{4}{5}(1 - \cos^2 x)^2\right].$$

$$\text{Ta có } \int_0^{\pi} f(x)dx = \int_0^{\pi} \sin x \left[1 - \frac{4}{3}(1 - \cos^2 x) + \frac{4}{5}(1 - \cos^2 x)^2\right] dx.$$

$$\text{Đặt } t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1; x = \pi \Rightarrow t = -1$$

$$\text{Khi đó } \int_0^{\pi} f(x)dx = \int_1^{-1} \left(\frac{7}{15} - \frac{4}{15}t^2 + \frac{4}{5}t^4\right) dt = \left(\frac{7}{15}t - \frac{4}{45}t^3 + \frac{4}{5}t^5\right) \Big|_1^{-1} = \frac{242}{225}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 45.1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^5 f(x)dx = 6$. Tính

$$\text{tích phân } I = \int_{-1}^1 f(|3x - 2|)dx$$

A. $I = 3$.

B. $I = -2$.

C. $I = 4$.

D. $I = 9$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_{-1}^1 f(|3x - 2|)dx = \int_{-1}^{\frac{2}{3}} f(-3x + 2)dx + \int_{\frac{2}{3}}^1 f(3x - 2)dx = I_1 + I_2.$$

$$I_1 = \int_{-1}^{\frac{2}{3}} f(-3x+2)dx = -\frac{1}{3} \int_{-1}^{\frac{2}{3}} f(-3x+2)d(-3x+2).$$

Đặt $t = -3x + 2$ suy ra $x = -1 \Rightarrow t = 5$; $x = \frac{2}{3} \Rightarrow t = 0$. Do đó $I_1 = \frac{1}{3} \int_0^5 f(t)dt = 2$.

$$I_2 = \int_{\frac{2}{3}}^1 f(3x-2)dx = \frac{1}{3} \int_{\frac{2}{3}}^1 1f(3x-2)d(3x-2).$$

Đặt $t = 3x - 2$ suy ra $x = 1 \Rightarrow t = 1$; $x = \frac{2}{3} \Rightarrow t = 0$. Do đó $I_2 = \frac{1}{3} \int_0^1 f(t)dt = 1$.

Vậy $I = I_1 + I_2 = 3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 45.2. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 [2x \ln(x+1) + xf'(x)] dx = 0$ và $f(3) = 1$. Biết $\int_0^3 f(x) dx = \frac{a}{b}$

với a, b là các số thực dương. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 35.

B. 29.

C. 11.

D. 7.

Lời giải.

Tính $I = \int_0^3 2x \ln(x+1) dx$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = x^2 \end{cases}$. Khi đó

$$I = x^2 \ln(x+1) \Big|_0^3 - \int_0^3 \frac{x^2}{x+1} dx = 9 \ln 4 - \left(\frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \right) \Big|_0^3 = 16 \ln 2 - \frac{3}{2}.$$

Tính $J = \int_0^3 xf'(x) dx$.

Đặt $\begin{cases} u_J = x \\ dv_J = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_J = dx \\ v_J = f(x) \end{cases}$.

$$J = \int_0^3 xf'(x) dx = xf(x) \Big|_0^3 - \int_0^3 f(x) dx = 3 - \int_0^3 f(x) dx.$$

Mà $\int_0^3 [2x \ln(x+1) + xf'(x)] dx = 0$

$$\Rightarrow I + J = 0 \Rightarrow 16 \ln 2 - \frac{3}{2} + 3 - \int_0^3 f(x) dx = 0 \Rightarrow \int_0^3 f(x) dx = 16 \ln 2 + \frac{3}{2} = \frac{3 + 32 \ln 2}{2}.$$

Suy ra $\begin{cases} a = 3 \\ b = 32 \end{cases}$. Vậy $a + b = 35$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 45.3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$

A. 13.

B. 12.

C. 20.

D. 7.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng công thức từng phần: $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$.

Cách giải:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^2 x \cdot f'(2x) dx &= \frac{1}{2} \int_0^1 x d(f(2x)) \\ &= \frac{1}{2} x \cdot f(2x) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) dx \\ &= \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^1 f(2x) d(2x) \\ &\stackrel{\text{đặt } t=2x}{=} \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^2 f(t) dt \\ &= \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 16 - \frac{1}{4} \cdot 4 = 8 - 1 = 7. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 45.4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 0$.

Biết $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{9}{2}$ và $\int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng.

$$\int_a^b f(x) dx.$$

A. $\frac{6}{\pi}$.

B. $\frac{2}{\pi}$.

C. $\frac{4}{\pi}$.

D. $\frac{1}{\pi}$.

Lời giải.

Phương pháp

- Sử dụng phương pháp từng phần đối với tích phân $\int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}$.

- Xét $\int_0^1 \left[f(x) + k \sin \frac{\pi x}{2} \right]^2 dx = 0$, tìm k , từ đó suy ra $f(x) = -k \sin \frac{\pi x}{2}$.

$$\bullet \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 -k \sin \frac{\pi x}{2} dx.$$

Cách giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \cos \frac{\pi x}{2} \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi x}{2} dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx &= \cos \frac{\pi x}{2} f(x) \Big|_0^1 + \frac{\pi}{2} \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi x}{2} dx \\ &= f(1) \cdot \cos \frac{\pi}{2} - f(0) \cdot \cos 0 + \frac{\pi}{2} \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi x}{2} dx \\ &= \frac{\pi}{2} \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Xét tích phân

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left[f(x) + k \sin \frac{\pi x}{2} \right]^2 dx = 0 &\Leftrightarrow \int_0^1 \left[f^2(x) + 2kf(x) \sin \frac{\pi x}{2} + k^2 \sin^2 \frac{\pi x}{2} \right] dx = 0 \\ &\Leftrightarrow \int_0^1 f^2(x) dx + 2k \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi x}{2} dx + k^2 \int_0^1 \sin^2 \frac{\pi x}{2} dx = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{9}{2} + 2k \frac{3}{2} + \frac{1}{2} k^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow k = -3. \end{aligned}$$

Khi đó ta có

$$\int_0^1 \left[f(x) - 3 \sin \frac{\pi x}{2} \right]^2 dx = 0 \Leftrightarrow f(x) - 3 \sin \frac{\pi x}{2} = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3 \sin \frac{\pi x}{2}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = 3 \int_0^1 \sin \frac{\pi x}{2} dx = -3 \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{\frac{\pi}{2}} \Big|_0^1 = \frac{-6}{\pi} \cos \frac{\pi x}{2} \Big|_0^1 = -\frac{6}{\pi} \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 \right) = \frac{6}{\pi}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 45.5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 7$, $\int_0^1 x f(x) dx =$

1. Khi đó $\int_0^1 x^2 f'(x) dx$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 5.

D. 9.

Lời giải.

Xét $I = \int_0^1 x^2 f'(x) dx$, đặt $u = x^2$, $dv = f'(x) dx \Rightarrow du = 2x dx$, $v = f(x)$, ta được

$$I = x^2 \cdot f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 2x f(x) dx = f(1) - 2 \int_0^1 x f(x) dx = 5.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 45.6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(0) = f(2) = 0$,

$\max_{[0;2]} |f''(x)| = 1$ và $\left| \int_0^2 f(x) dx \right| = \frac{2}{3}$. Tính $\left| \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} f(x) dx \right|$.

A. $\frac{11}{12}$.

B. $\frac{11}{24}$.

C. $\frac{37}{12}$.

D. $\frac{37}{24}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \int_0^2 (2x - x^2) dx &\geq \left| \int_0^2 f''(x)(2x - x^2) dx \right| \\ &= \left| f'(x)(2x - x^2) \Big|_0^2 - \int_0^2 f'(x)(2 - 2x) dx \right| \\ &= \left| \int_0^2 f'(x)(2 - 2x) dx \right| \\ &= \left| f(x)(2 - 2x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x)(-2) dx \right| \\ &= 2 \left| \int_0^2 f(x) dx \right| \\ &= \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

Mà $\int_0^2 (2x - x^2) dx = \frac{4}{3}$. Từ đó suy ra

$$\int_0^2 (2x - x^2) dx = \left| \int_0^2 f''(x)(2x - x^2) dx \right| \Leftrightarrow |f''(x)| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f''(x) = -1 \\ f''(x) = 1 \end{cases}.$$

Mặt khác $f''(x)$ liên tục trên $[0; 2]$ nên $\begin{cases} f''(x) = -1, \forall x \in [0; 2] \\ f''(x) = 1, \forall x \in [0; 2] \end{cases}$.

1. $f''(x) = -1$ khi đó $f(x) = -\frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$. Vì $f(0) = f(2) = 0$ nên $f(x) = -\frac{x^2}{2} + x$.

Khi đó $\left| \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} f(x) dx \right| = \frac{11}{24}.$

2. $f''(x) = 1$ khi đó $f(x) = \frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$. Vì $f(0) = f(2) = 0$ nên $f(x) = \frac{x^2}{2} - x$.

Khi đó $\left| \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} f(x) dx \right| = \frac{11}{24}.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 45.7. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$.

A. $f(2) = 4e^2 + 1$. B. $f(2) = 2e^2 + 1$. C. $f(2) = 3e^2 + 1$. D. $f(2) = e^2 + 1$.

Lời giải.

Ta có

$$f(2) - f(0) = \int_0^2 f'(x) dx = \int_0^2 (x+1)e^x dx = xe^x \Big|_0^2 = 2e^2.$$

Suy ra $f(2) = 2e^2 + f(0) = 2e^2 + 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 45.8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn $f(0) = 2$, $\int_0^2 (2x -$

$4)f'(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^2 f(x) dx$.

A. $I = -2$. B. $I = -6$. C. $I = 2$. D. $I = 6$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u = 2x - 4 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 dx \\ v = f(x). \end{cases}$

Khi đó $\int_0^2 (2x - 4)f'(x) dx = (2x - 4) \cdot f(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 2f(x) dx = 4f(0) - 2 \int_0^2 f(x) dx = 4$.

Vậy $I = \int_0^2 f(x) dx = 2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 45.9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 6$,

$\int_0^1 (2x - 2)f'(x) dx = 6$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ có giá trị bằng

A. -3 . B. -9 . C. 3 . D. 6 .

Lời giải.

Gọi $I = \int_0^1 (2x - 2)f'(x) dx$.

Đặt $\begin{cases} u = 2x - 2 \\ dv = f'(x) dx \end{cases}$ ta chọn $\begin{cases} du = 2 dx \\ v = f(x) \end{cases}$

$$I = (2x - 2)f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 2f(x) dx \Leftrightarrow 6 = 2f(0) - 2 \int_0^1 f(x) dx \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = f(0) - 3 = 3.$$

Chọn đáp án **C**

□

CÂU 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		2		0	
	$-\infty$						$-\infty$	

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x) = 1$ là

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x$, $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [-1; 1]$.

Khi đó phương trình $f(\sin x) = 1$ trở thành $f(t) = 1, \forall t \in [-1; 1]$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào bảng biến, ta có $f(t) = 1 \Rightarrow \begin{cases} t = a \in (-1; 0) \\ t = b \in (0; 1) \end{cases}$

Trường hợp 1 $t = a \in (-1; 0)$

Ứng với mỗi giá trị $t \in (-1; 0)$ thì phương trình $\sin x = t$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\pi < x_1 < x_2 < 2\pi$.

Trường hợp 2 $t = b \in (0; 1)$

Ứng với mỗi giá trị $t \in (0; 1)$ thì phương trình $\sin x = t$ có 3 nghiệm x_3, x_4, x_5 thỏa mãn $0 < x_3 < x_4 < \pi; 2\pi < x_5 < \frac{5\pi}{2}$.

Hiển nhiên cả 5 nghiệm trong 2 trường hợp trên đều khác nhau.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 46.1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi:

- A. $0 < m < 1$.
 B. $0 < m \leq 1$.
 C. $\frac{1}{2} < m < 1$.
 D. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			1			$+\infty$
	$-\infty$			0		

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$, từ bảng biến thiên suy ra: $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 3a + 2b = 0 \end{cases} \quad (1)$

Ta lại có $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases} \quad (2)$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} d = 1 \\ c = 0 \\ 3a + 2b = 0 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ c = 0 \\ a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$

$\Rightarrow y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

Đồ thị hàm số $|f(x)| = |2x^3 - 3x^2 + 1|$

Ta có $\left| f\left(\frac{1}{2}\right) \right| = \frac{1}{2}$

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi: $\frac{1}{2} < m < 1$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 46.2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2018	-2018	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x - 2017) + 2018|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Lời giải.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x - 2017)$ là

x	$-\infty$	2016		2020		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x - 2017) + 2018$ là

x	$-\infty$	2016		2020		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4036		0		$+\infty$

Do đó đồ thị hàm số $y = |f(x - 2017) + 2018|$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 46.3. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi:

A. $0 < m < 1$.

B. $0 < m \leq 1$.

C. $\frac{1}{2} < m < 1$.

D. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y		1		0		$+\infty$
	$-\infty$					

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$, từ bảng biến thiên suy ra: $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 3a + 2b = 0 \end{cases} \quad (1)$

Ta lại có $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases} \quad (2)$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} d = 1 \\ c = 0 \\ 3a + 2b = 0 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ c = 0 \\ a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$

$\Rightarrow y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

Đồ thị hàm số $|f(x)| = |2x^3 - 3x^2 + 1|$

Ta có $\left|f\left(\frac{1}{2}\right)\right| = \frac{1}{2}$

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$

khi và chỉ khi: $\frac{1}{2} < m < 1$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 46.4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4		$+\infty$	

Biết $f(0) < 0$, hỏi phương trình $f(|x|) = f(0)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $f(0) = k < 0$. Vì hàm số nghịch biến trên $(-1; 3)$ nên $-2 < k < 4$.

Ta có hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục Oy , từ đó ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	k	-2	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(|x|) = f(0)$ có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 46.5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $|f(x - 2018) + 2| = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

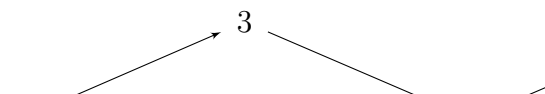
A. $-3 < m < 1$.B. $0 < m < 1$.C. Không có giá trị m .D. $1 < m < 3$.**Lời giải.**

Đặt $g(x) = f(x - 2018) + 2$. Ta có

$$g'(x) = f'(x - 2018) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2018 = 0 \\ x - 2018 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2018 \\ x = 2020. \end{cases}$$

$$g(2018) = f(0) + 2 = 3; \quad g(2020) = f(2) + 2 = -1.$$

Bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

x	$-\infty$	2018		2020		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+
$g(x)$						

Đặt $h(x) = |g(x)|$.

Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $x_1 < 2018 < x_2 < 2020 < x_3$.

Do đó, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	2018	x_1	2020	x_3	$+\infty$			
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$			3			1			$+\infty$
				$h(x_1)$			$h(x_2)$			$h(x_3)$

Dựa vào bảng biên thiên, dễ thấy phương trình có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $1 < m < 3$.
 Chọn đáp án **D** □

Câu 46.6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biên thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = |f(|x-1|) - n| + m^{2018}$ có bao nhiêu điểm cực trị với m, n là tham số thực và $2 < n < 3$?

A. 4.

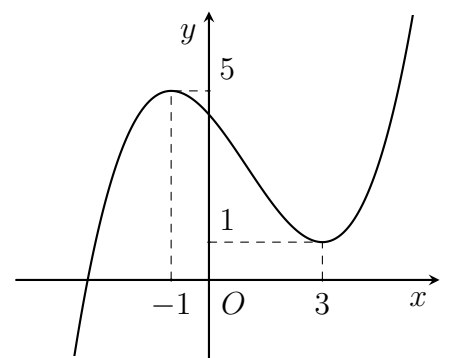
B. 7.

C. 3.

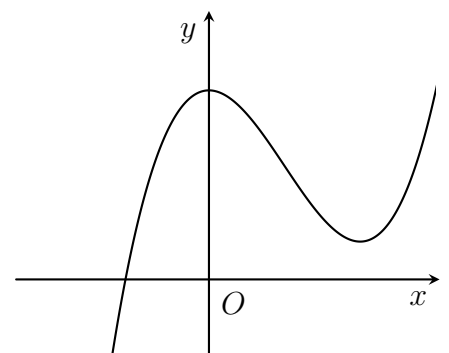
D. 5.

Lời giải.

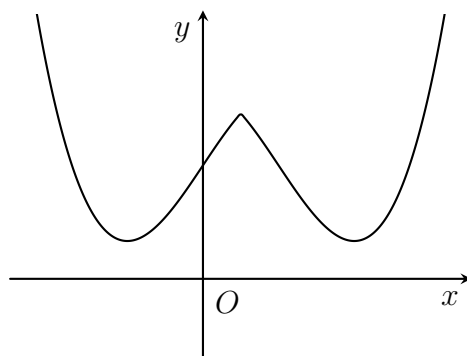
Từ bảng biên thiên suy ra hình dạng đồ thị hàm số $f(x)$.



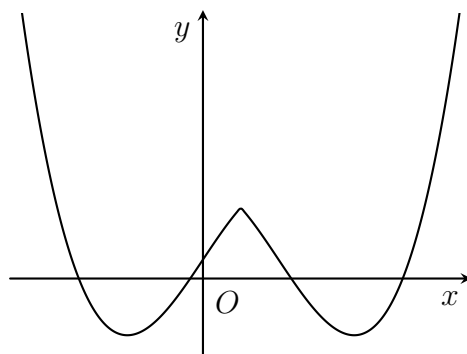
Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang bên phải 1 đơn vị ta được đồ thị hàm số $f(x-1)$.



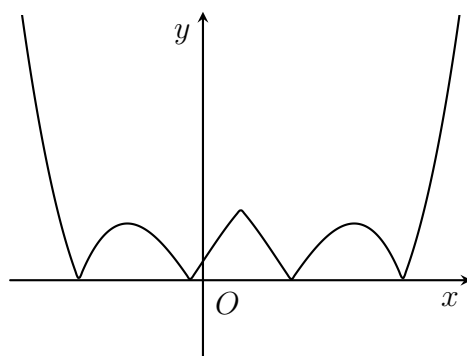
Từ đồ thị hàm số $f(x-1)$ suy ra đồ thị hàm số $f(|x-1|)$.



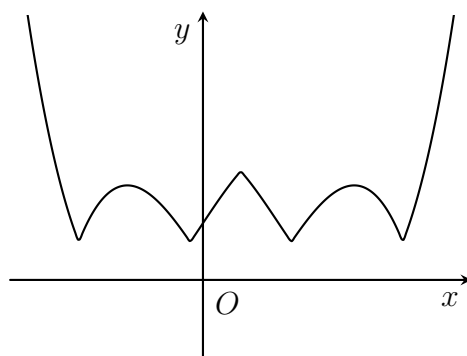
Tính tiến đồ thị hàm số $f(|x-1|)$ xuống phía dưới n đơn vị suy ra đồ thị hàm số $f(|x-1|) - n$ với $2 < n < 3$.



Từ đồ thị hàm số $f(|x-1|) - n$ suy ra đồ thị hàm số $|f(|x-1|) - n|$



Tính tiến đồ thị hàm số $|f(|x-1|) - n|$ lên phía trên m^{2018} đơn vị ta được đồ thị hàm số $y = |f(|x-1|) - n| + m^{2018}$



Vậy đồ thị hàm số $y = |f(|x-1|) - n| + m^{2018}$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 46.7. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $0 < m \leq 1$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$, ta có

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 0 \\ f'(0) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 0 \\ c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 1. \end{cases}$$

Như vậy $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		1	$\frac{1}{2}$	0	$+\infty$

Do đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 46.8.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(4x - x^2) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 2. B. 6. C. 4. D.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$		
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$		-1	3		$-\infty$

0.

Lời giải.

Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$	0		4	$+\infty$	
f'	-		0	+	0	-
f	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	3	$\searrow$ $-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = 2$ có ba nghiệm thực phân biệt x_1, x_2, x_3 với $x_1 < 0 < x_2 < 4 < x_3$.

$$\text{Do đó } f(4x - x^2) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(4x - x^2) = 2 \begin{cases} 4x - x^2 = x_1 & (1) \\ 4x - x^2 = x_2 & (2) \\ 4x - x^2 = x_3 & (3) \end{cases} \text{ với } x_1 < 0 < x_2 < 4 < x_3.$$

Xét hàm số $g(x) = 4x - x^2$. Có $g'(x) = 4 - 2x$, $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên của $g(x)$:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
g'	+	0	-
g	$-\infty$	4	$-\infty$

Từ bảng biến thiên của $g(x)$ suy ra phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt, phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt (không trùng với hai nghiệm của (1) do $x_1 < x_2$) và phương trình (3) vô nghiệm. Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **C**

□

CÂU 47. Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^x = b^y = \sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$. C. $[3; 4)$. D. $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_a b$. Vì $a, b > 1$ nên $t > 0$.

$$\text{Ta có } a^x = \sqrt{ab} \Rightarrow x = \log_a \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(1 + \log_a b) = \frac{1}{2}(1 + t).$$

$$b^y = \sqrt{ab} \Rightarrow y = \log_b \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(1 + \log_b a) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{t}\right).$$

$$\text{Vậy } P = x + 2y = \frac{1}{2}(1 + t) + 1 + \frac{1}{t} = \frac{3}{2} + \frac{t}{2} + \frac{1}{t} \geq \frac{3}{2} + \sqrt{2}.$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra khi } \frac{t}{2} = \frac{1}{t} \Leftrightarrow b = a^{\sqrt{2}}.$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ bằng $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$ thuộc nửa khoảng $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 47.1. Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m + n$.

- A. $m + n = 14$. B. $m + n = \frac{25}{2}$. C. $m + n = 12$. D. $m + n = 10$.

Lời giải.

Phương pháp:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, (a, b > 0; a, b \neq 1).$$

Áp dụng BDT Cô-si cho 2 số dương: $a + b \geq 2\sqrt{ab}$.

Cách giải:

Do $a, b, c > 1$ nên $\log_a b, \log_c a, \log_b c > 0$.

$$\begin{aligned} P &= \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab) = \log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + 4\log_c a + 4\log_a b \\ &= (\log_a b + \log_b a) + (\log_a c + 4\log_c a) + (\log_b c + 4\log_c b) \\ &= \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b}\right) + \left(\frac{1}{\log_c a} + 4\log_c a\right) + \left(\log_b c + \frac{4}{\log_b c}\right) \\ &\geq 2\sqrt{\log_a b \cdot \frac{1}{\log_a b}} + 2\sqrt{\frac{1}{\log_c a} \cdot 4\log_c a} + 2\sqrt{\log_b c \cdot \frac{4}{\log_b c}} = 2 + 4 + 4 = 10. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \log_a b = \frac{1}{\log_a b} \\ \frac{1}{\log_c a} = 4 \log_c a \Leftrightarrow \\ \log_b c = \frac{4}{\log_c b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b = 1 \\ \log_c a = \frac{1}{2} \\ \log_b c = 2. \end{cases}$$

Vậy, đạt giá trị nhỏ nhất là 10 khi $\log_b c = 2 \Rightarrow m = 10, n = 2 \Rightarrow m + n = 12$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 47.2. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log(x + 2y) = \log x + \log y$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{1 + 2y} + \frac{4y^2}{1 + x}$ là

- A. 6. B. $\frac{32}{5}$. C. $\frac{31}{5}$. D. $\frac{29}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\log(x + 2y) = \log xy \Leftrightarrow x + 2y = xy$.

Đặt $2y = z$, ta có $x, z > 0$ thỏa mãn $2(x + z) = xz \leq \left(\frac{x + z}{2}\right)^2 \Rightarrow x + z \geq 8$. Lại có

$$P = \frac{x^2}{1 + z} + \frac{z^2}{1 + x} \geq \frac{(x + z)^2}{2 + x + z} = x + z - 2 + \frac{4}{2 + x + z}.$$

Xét $f(t) = t - 2 + \frac{4}{2 + t}$, $f'(t) = 1 - \frac{4}{(t + 2)^2} > 0$, $\forall t \geq 8$ nên $\min_{t \geq 8} f(t) = f(8) = \frac{32}{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{32}{5}$ khi $x = z = 4$ hay $(x; y) = (4; 2)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 47.3. Cho x, y là các số dương thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{6(2x + y)}{x} + \ln \frac{x + 2y}{y}$ là $a + \ln b$. Tính ab .

- A. $ab = 45$. B. $ab = 81$. C. $ab = 115$. D. $ab = 108$.

Lời giải.

Từ $xy \leq 4y - 1$ chia 2 vế cho y^2 ta được $\frac{x}{y} \leq \frac{4}{y} - \frac{1}{y^2} = 4 - \left(2 - \frac{1}{y}\right)^2 \leq 4$.

Đặt $\frac{x}{y} = t$ thì $0 < t \leq 4$.

Khi đó $P = f(t) = 12 + \frac{6}{t} + \ln(t + 2)$ có $f'(t) = \frac{-6}{t^2} + \frac{1}{t + 2} = \frac{t^2 - 6t - 12}{t^2(t + 2)}$.

Ta có $t^2 - 6t - 12 < 0 \Leftrightarrow t \in (3 - \sqrt{21}; 3 + \sqrt{21}) \supset (0; 4]$. Suy ra $f'(t) < 0$, $\forall t \in (0; 4]$.

Vậy $\min_{(0; 4]} f(t) = f(4) = \frac{27}{2} + \ln 6$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{27}{2} + \ln 6$ khi $y = \frac{1}{2}, x = 2$.

Khi đó $a = \frac{27}{2}; b = 6 \Rightarrow ab = 81$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 47.4. Cho các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \frac{4(3b - 1)}{9} + 8 \log_{\frac{b}{a}}^2 a - 1$.

- A. $A = 6$. B. $3\sqrt[3]{2}$. C. 8. D. 7.

Lời giải.

Ta có: $(3b-2)^2 \geq 2 \Leftrightarrow \frac{4(3b-1)}{9} \leq b^2$. Khi đó:

$$\begin{aligned} P &\geq \log_a b^2 + 8 \log_{\frac{2}{a}} a - 1 \\ &= 2 \log_a b + 8 \log_{\frac{2}{a}} a - 1 \\ &= \log_a b + \log_a b + 8 \log_{\frac{2}{a}} a - 1 \\ &= (\log_a b - 1) + (\log_a b - 1) + 8 \cdot \left(\frac{1}{\log_a b - 1} \right)^2 + 1 \\ &\geq 3 \sqrt[3]{(\log_a b - 1) \cdot (\log_a b - 1) \cdot 8 \cdot \left(\frac{1}{\log_a b - 1} \right)^2} + 1 = 7. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}; b = \frac{2}{3}$ và $\min(P) = 7$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 47.5. Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4} \right) + 12 \log_{\frac{2}{a}} a - 3$.

- A. $\min P = 13$. B. $\min P = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. C. $\min P = 9$. D. $\min P = \sqrt[3]{2}$.

Lời giải.

Ta có $(2b-1)^2(b+1) \geq 0 \Rightarrow 3b-1 \leq 4b^3$ và điều kiện bài toán suy ra $\log_a b > 0$.

Từ đó suy ra $P \geq 3 \log_a b + \frac{12}{(\log_a b - 1)^2} - 3 = \frac{3 \log_a b \cdot (\log_a b - 3)^2}{(\log_a b - 1)^2} + 9 \geq 9$.

Khi $b = \frac{1}{2}, a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ thì $P = 9$. Vậy, $\min P = 9$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 47.6. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln \frac{x+2y}{y}$ được biểu diễn dưới dạng $a + \ln b$ với $a \in \mathbb{Q}, b$ nguyên dương. Tích ab bằng

- A. 45. B. 81. C. 108. D. 115.

Lời giải.

Do $x > 0, y > 0$ nên $xy \leq 4y - 1 \Leftrightarrow xy + 1 \leq 4y \leq 4y^2 + 1 \Leftrightarrow 0 < \frac{x}{y} \leq 4$.

$$P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln \frac{x+2y}{y} = 12 + 6 \frac{y}{x} + \ln \left(\frac{x}{y} + 2 \right).$$

Đặt $t = \frac{x}{y}$, với $0 < t \leq 4$ ta có $P = f(t) = 12 + \frac{6}{t} + \ln(t+2)$.

$f'(t) = -\frac{6}{t^2} + \frac{1}{t+2} = \frac{t^2 - 6t - 12}{t^2(t+2)}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 - \sqrt{21} \notin (0; 4] \\ t = 3 + \sqrt{21} \notin (0; 4] \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

x	0	4
$f'(t)$		—
$f(t)$	$+\infty$	$\frac{27}{2} + \ln 6$

Vậy $\min P = \min_{(0;4]} f(t) = f(4) = \frac{27}{2} + \ln 6$. Suy ra $a = \frac{27}{2}$, $b = 6$, $ab = 81$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 47.7. Cho các số $a, b > 1$ thỏa mãn $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$.

- A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$. B. $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$. C. $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$. D. $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

Lời giải.

Ta có $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b} = \sqrt{\log_3 2} \sqrt{\log_2 a} + \sqrt{\log_2 3} \sqrt{\log_3 b}$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có $P^2 \leq (\log_3 2 + \log_2 3)(\log_2 a + \log_3 b) = \log_3 2 + \log_2 3$. Suy ra $P \leq \sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 47.8. Cho hai số thực a, b thỏa mãn các điều kiện $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$ là

- A. $\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải.

Do $a^2 + b^2 > 1$ nên

$$\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1 \Leftrightarrow a+b \geq a^2+b^2 \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}.$$

Gọi

$$(C): \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}.$$

Ta có

$$P = 2a + 4b - 3 \Leftrightarrow 2a + 4b - 3 - P = 0.$$

Đặt $\Delta_P: 2x + 4y - 3 - P = 0$. Để P đạt giá trị lớn nhất thì Δ_P tiếp xúc với (C) .

Ta có

$$d(I, \Delta_P) = \frac{|2x_0 + 4y_0 - 3 - P|}{\sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |-P| = \sqrt{10}.$$

Vậy P lớn nhất bằng $\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 47.9. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3} - x \ln x$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$. Khi đó tích Mm bằng

- A. $2\sqrt{7} + 4 \ln 2$. B. $2\sqrt{7} + 4 \ln 5$. C. $2\sqrt{7} - 4 \ln 5$. D. $2\sqrt{7} - 4 \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} - (\ln x + 1) < \frac{x}{\sqrt{x^2}} - (\ln x + 1) < -\ln x < 0, \forall x \in [1; 2]$.

Do đó, hàm số $y = \sqrt{x^2+3} - x \ln x$ nghịch biến trên $[1; 2]$.

Vậy $Mm = y(1) \cdot y(2) = 2(\sqrt{7} - 2 \ln 2) = 2\sqrt{7} - 4 \ln 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 47.10. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x+2y+3}{x+y+6}$.

A. $\frac{43+3\sqrt{249}}{94}$.

B. $\frac{37-\sqrt{249}}{94}$.

C. $\frac{69-\sqrt{249}}{94}$.

D. $\frac{69+\sqrt{249}}{94}$.

Lời giải.

Điều kiện $\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} > 0 \Leftrightarrow x+y > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} &= x(x-3) + y(y-3) + xy \\ \Leftrightarrow 2 \log_3(x+y) - 2 \log_3(x^2+y^2+xy+2) &= x^2+y^2+xy-3x-3y \\ \Leftrightarrow 2 \log_3(x+y) + 2 - 2 \log_3(x^2+y^2+xy+2) &= x^2+y^2+xy+2-3x-3y \\ \Leftrightarrow 2 \log_3(3x+3y) + (3x+3y) &= 2 \log_3(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy+2 \quad (*). \end{aligned}$$

Xét hàm đặc trưng $f(t) = 2 \log_3 t + t, t \in (0; +\infty)$, ta có $f'(t) = \frac{2}{t \cdot \ln 3} + 1 > 0, \forall t \in (0; +\infty)$.

Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Phương trình $(*) \Leftrightarrow f(3x+3y) = f(x^2+y^2+xy+2) \Leftrightarrow x^2+y^2+xy+2 = 3x+3y$

Đặt $\begin{cases} x = a+b \\ y = a-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{x+y}{2} \\ b = \frac{x-y}{2} \end{cases}$. Khi đó $P = \frac{3a-b+3}{2a+6}$ và $3(a-1)^2 + b^2 = 1$.

Đặt $\begin{cases} \sqrt{3}(a-1) = \cos t \\ b = \sin t \end{cases} \quad (t \in [0; 2\pi]),$ khi đó

$$P = \frac{3 \cos t - \sqrt{3} \sin t + 6\sqrt{3}}{2 \cos t + 8\sqrt{3}} \Leftrightarrow (2P-3) \cdot \cos t + \sqrt{3} \sin t = 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3}P.$$

Do phương trình luôn có nghiệm t nên ta có

$$\begin{aligned} (2P-3)^2 + 3 &\geq (6\sqrt{3} - 8\sqrt{3}P)^2 \\ \Leftrightarrow 47P^2 - 69P + 24 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{69-\sqrt{249}}{94} &\leq P \leq \frac{69+\sqrt{249}}{94}. \end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{69+\sqrt{249}}{94}$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 48. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\min_{[0;1]} |f(x)| + \max_{[0;1]} |f(x)| = 2$. Số phần tử của S là

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Do hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+1}$ liên tục trên $[0; 1]$

- Khi $m = 1$ hàm số là hàm hằng nên $\max_{[0;1]} |f(x)| = \max_{[0;1]} f(x) = 1$.

- Khi $m \neq 1$ hàm số đơn điệu trên đoạn $[0; 1]$ nên

- Khi $f(0); f(1)$ cùng dấu thì $\max_{[0;1]} |f(x)| + \max_{[0;1]} |f(x)| = |f(0)| + |f(1)| = |m| + \left| \frac{m+1}{2} \right|$

- Khi $f(0); f(1)$ trái dấu thì $\min_{[0;1]} |f(x)| = 0$; $\max_{[0;1]} \{|f(0)|; |f(1)|\} = \max \left\{ |m|; \left| \frac{m+1}{2} \right| \right\}$

* **Trường hợp 1:** $f(0).f(1) \geq 0 \Leftrightarrow m(m+1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 0 \end{cases}$.

$$\max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2 \Leftrightarrow |m| + \left| \frac{m+1}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

* **Trường hợp 2:** $f(0).f(1) < 0 \Leftrightarrow m(m+1) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 0$.

$$\max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2 \Rightarrow \begin{cases} |m| = 2 \\ \left| \frac{m+1}{2} \right| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m = -5 \text{ (không thỏa mãn)} \\ m = 3 \end{cases}$$

Số phần tử của S là 2.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 48.1. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x+1}$ trên $[1; 2]$. Ta có $f'(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} > 0, \quad \forall x \in [1; 2].$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[1; 2]$. Do đó $\max_{[1;2]} f(x) = f(2) = \frac{3m+4}{3}$, $\min_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{2m+1}{2}$.

Khi đó $\max_{[1;2]} |f(x)| = \max \left\{ \left| \frac{3m+4}{3} \right|, \left| \frac{2m+1}{2} \right| \right\}$. Ta có

$$\left| \frac{3m+4}{3} \right| \geq \left| \frac{2m+1}{2} \right| \Leftrightarrow 4(3m+4)^2 \geq 9(2m+1)^2 \Leftrightarrow m \geq -\frac{11}{12}.$$

- Với $m \geq -\frac{11}{12}$, ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \left| \frac{3m+4}{3} \right|$. Theo đề bài, ta có

$$\left| \frac{3m+4}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3m+4}{3} = 2 \\ \frac{3m+4}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \text{ (thỏa mãn)} \\ m = -\frac{10}{3} \text{ loại.} \end{cases}$$

- Với $m < -\frac{11}{12}$, ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \left| \frac{2m+1}{2} \right|$. Theo đề bài, ta có

$$\left| \frac{2m+1}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m+1}{2} = 2 \\ \frac{2m+1}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{5}{2} \text{ (thỏa mãn)} \\ m = \frac{3}{2} \text{ loại.} \end{cases}$$

Vậy $S = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{5}{2} \right\} \Rightarrow$ Số phần tử của S là 2.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 48.2. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x+1}$ trên $[1; 2]$.

Ta có $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [1; 2]$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[1; 2]$.

Do đó $\max_{[1;2]} f(x) = f(2) = \frac{3m+4}{3}, \min_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{2m+1}{2}$.

Trường hợp 1: $\frac{2m+1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$.

Trong trường hợp này ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{3m+4}{3}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{3m+4}{3} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2: $\frac{3m+4}{3} \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{4}{3}$.

Trong trường hợp này ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{-2m-1}{2}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{-2m-1}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 3: $\frac{2m+1}{2} < 0 < \frac{3m+4}{3} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < m < -\frac{1}{2}$.

+) Nếu $\frac{-2m-1}{2} \leq \frac{3m+4}{3} \Leftrightarrow -\frac{11}{12} \leq m < -\frac{1}{2}$ thì $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{3m+4}{3}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{3m+4}{3} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$ (không thỏa mãn).

+) Nếu $\frac{-2m-1}{2} \geq \frac{3m+4}{3} \Leftrightarrow -\frac{11}{12} \geq m > -\frac{4}{3}$ thì $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{-2m-1}{2}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{-2m-1}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$ (không thỏa mãn).

Vậy $S = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{5}{2} \right\} \Rightarrow |S| = 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 48.3. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x + 1}$ trên $[1; 2]$. Ta có $f'(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} > 0, \quad \forall x \in [1; 2].$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[1; 2]$. Do đó $\max_{[1; 2]} f(x) = f(2) = \frac{3m + 4}{3}$, $\min_{[1; 2]} f(x) = f(1) = \frac{2m + 1}{2}$.

Khi đó $\max_{[1; 2]} |f(x)| = \max \left\{ \left| \frac{3m + 4}{3} \right|, \left| \frac{2m + 1}{2} \right| \right\}$. Ta có

$$\left| \frac{3m + 4}{3} \right| \geq \left| \frac{2m + 1}{2} \right| \Leftrightarrow 4(3m + 4)^2 \geq 9(2m + 1)^2 \Leftrightarrow m \geq -\frac{11}{12}.$$

• Với $m \geq -\frac{11}{12}$, ta có $\max_{[1; 2]} |f(x)| = \left| \frac{3m + 4}{3} \right|$. Theo đề bài, ta có

$$\left| \frac{3m + 4}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3m + 4}{3} = 2 \\ \frac{3m + 4}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \quad (\text{thỏa mãn}) \\ m = -\frac{10}{3} \quad \text{loại.} \end{cases}$$

• Với $m < -\frac{11}{12}$, ta có $\max_{[1; 2]} |f(x)| = \left| \frac{2m + 1}{2} \right|$. Theo đề bài, ta có

$$\left| \frac{2m + 1}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m + 1}{2} = 2 \\ \frac{2m + 1}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \quad (\text{thỏa mãn}) \\ m = \frac{3}{2} \quad \text{loại.} \end{cases}$$

Vậy $S = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{5}{2} \right\} \Rightarrow$ Số phần tử của S là 2.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 48.4. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số phần tử của tập S là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$.

Ta có $M \geq f(-2) = |2m + 23|$, $M \geq f(1) = |2m - 4|$

$\Rightarrow 2M \geq |2m + 23| + |2m - 4| \geq |2m + 23 - 2m + 4| = 27 \Rightarrow M \geq \frac{27}{2}$. Khi $M = \frac{27}{2} \Rightarrow |2m + 23| = |2m - 4| \Leftrightarrow m = -\frac{19}{4}$.

Với $m = -\frac{19}{4}$, $\max_{[-2; 3]} f(x) = \max\{f(-2); f(1); f(3)\} = \frac{27}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 48.5. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -|x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng -3 . Tổng tất cả các phần tử của S là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 6.

Lời giải.

- Nhận xét:

Tìm m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -|x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng -3
 $\Leftrightarrow$ Tìm m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3 .

- Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (n) \\ x = -1 & (l) \end{cases}$.
- Suy ra GTLN và GTNN của $f(x)$ thuộc $\{f(0), f(1), f(2)\} = \{m, m - 2, m + 2\}$.
- Xét hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ ta được giá trị lớn nhất của hàm số y là $\max_{x \in [0; 2]} y = \{|m|, |m - 2|, |m + 2|\} = 3$.
 - TH 1: $m \geq 0 \Rightarrow \max_{x \in [0; 2]} y = m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$.
 - TH 2: $m < 0 \Rightarrow \max_{x \in [0; 2]} y = 2 - m = 3 \Leftrightarrow m = -1$.
- Vậy $m \in \{-1; 1\}$ nên tổng các phần tử của S bằng 0 .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 48.6. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số phần tử của tập S là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$.

Ta có $M \geq f(-2) = |2m + 23|$, $M \geq f(1) = |2m - 4|$

$$\Rightarrow 2M \geq |2m + 23| + |2m - 4| \geq |2m + 23 - 2m + 4| = 27 \Rightarrow M \geq \frac{27}{2}. \text{ Khi } M = \frac{27}{2} \Rightarrow |2m + 23| = |2m - 4| \Leftrightarrow m = -\frac{19}{4}.$$

$$\text{Với } m = -\frac{19}{4}, \max_{[-2; 3]} f(x) = \max\{f(-2); f(1); f(3)\} = \frac{27}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 48.7. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\sin^4 x + \cos 2x + m|$ bằng 2 . Số phần tử của S là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = |\sin^4 x + \cos 2x + m| = |\sin^4 x - 2\sin^2 x + m + 1|.$$

Đặt $t = \sin^2 x$, $t \in [0; 1]$, hàm số trở thành $y = |t^2 - 2t + m + 1|$.

Xét hàm $f(t) = t^2 - 2t + m + 1$, với $t \in [0; 1]$. Ta có $f'(t) = 2t - 2 \leq 0$, với $\forall t \in [0; 1]$, suy ra hàm số nghịch biến trên $[0; 1]$. Do đó $f(1) \leq f(t) \leq f(0) \Leftrightarrow m \leq f(t) \leq m + 1$.

Xét các trường hợp sau

- $m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$. Khi đó, $\min y = -m - 1$. Theo giả thiết $-m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa mãn).
- $-1 < m \leq 0$. Khi đó, $\min y = 0$ (loại).

- $m > 0$. Khi đó, $\min y = m$. Theo giả thiết $m = 2$ (thỏa mãn).

Vậy tập hợp S có 2 phần tử.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 48.8. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

A. 108.

B. 136.

C. 120.

D. 210.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x$ trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có $g'(x) = x^3 - 28x + 48$.

Xét phương trình

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 28x + 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = 4 \text{ (loại)} \\ x = -6. \text{ (loại)} \end{cases}$$

Ta có

$$g(0) = 0; \quad g(2) = 44.$$

Do đó

$$\begin{aligned} 0 &\leq \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x \leq 44 \\ \Leftrightarrow m - 30 &\leq \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \leq m + 14. \end{aligned}$$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = \max\{|m - 30|; |m + 14|\}$.

Xét các trường hợp sau

- $|m - 30| \geq |m + 14| \Leftrightarrow m \leq 8. \quad (1)$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = |m - 30|$, theo đề bài

$$|m - 30| \leq 30 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 60. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được $m \in [0; 8]$.

- $|m - 30| < |m + 14| \Leftrightarrow m > 8. \quad (3)$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = |m + 14|$, theo đề bài

$$|m + 14| \leq 30 \Leftrightarrow -44 \leq m \leq 16. \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta được $m \in (8; 16]$.

Vậy $m \in [0; 16]$ và m nguyên nên $m \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 15; 16\}$.

Khi đó $0 + 1 + 2 + \dots + 15 + 16 = 136$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 48.9. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x + 1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của tập S là

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x + 1}$ trên $[1; 2]$.

Ta có $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} > 0, \forall x \in [1; 2]$. Ngoài ra ta có $f(1) = \frac{2m + 1}{2}, f(2) = \frac{3m + 4}{3}$.

Suy ra $\max_{x \in [1; 2]} y = \max \{|f(1)|; |f(2)|\} = \max \left\{ \frac{|2m + 1|}{2}; \frac{|3m + 4|}{3} \right\}$.

Trường hợp 1: $\max_{x \in [1; 2]} y = \frac{|2m + 1|}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} |2m + 1| = 4 \\ \frac{|2m + 1|}{2} \geq \frac{|3m + 4|}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}.$

Trường hợp 2: $\max_{x \in [1; 2]} y = \frac{|3m + 4|}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} |3m + 4| = 6 \\ \frac{|2m + 1|}{2} \leq \frac{|3m + 4|}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}.$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 48.10. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2(x^4 - x^3) - m(x^3 - x^2) - x + e^{x-1} \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số tập con của S là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = m^2(x^4 - x^3) - m(x^3 - x^2) - x + e^{x-1}$ trên $\mathbb{R}$.

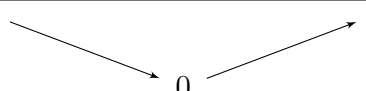
Ta có $f'(x) = m^2(4x^3 - 3x^2) - m(3x^2 - 2x) - 1 + e^{x-1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Do $f(1) = 0$ nên từ giả thiết ta có $f(x) \geq f(1), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \min_{\mathbb{R}} f(x) = f(1)$.

$$\Rightarrow f'(1) = 0 \Rightarrow m^2 - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 0. \end{cases}$$

- Với $m = 0$ ta có $f(x) = e^{x-1} - x \Rightarrow f'(x) = e^{x-1} - 1$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Trường hợp $m = 0$, yêu cầu bài toán được thỏa mãn.

- Với $m = 1$ ta có $f(x) = x^4 - x^3 - x^3 + x^2 + e^{x-1} - x = (x - 1)^2 x^2 + e^{x-1} - x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp $m = 1$, yêu cầu bài toán cũng được thỏa mãn.

Vậy tập các giá trị của m là $S = \{0; 1\}$. Số tập con của S là $2^2 = 4$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 48.11. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2mx^4 + 2m} \geq 0$$

đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $S = [a; b]$. Giá trị của $a\sqrt{8} + 12b$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Để thấy bất phương trình xác định khi $m \geq 0$.

Khi $x \geq 0$, bất phương trình đã cho hiển nhiên đúng. Ta chỉ cần xét khi $x < 0$. Thật vậy, bất phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{aligned} x^4 + 1 - x^2 &\geq -x\sqrt{x^4 + 1}\sqrt{2m} \\ \Leftrightarrow \sqrt{2m} &\leq \frac{x^4 + 1 - x^2}{-x\sqrt{x^4 + 1}} \\ \Leftrightarrow 2m &\leq \frac{(x^4 + 1 - x^2)^2}{x^2(x^4 + 1)} \\ \Leftrightarrow 2m &\leq \frac{\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right)^2}{x^2 + \frac{1}{x^2}}. (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = x^2 + \frac{1}{x^2} \Rightarrow t \geq 2$. Bất phương trình (1) trở thành

$$2m \leq \frac{(t-1)^2}{t} = f(t), \forall t \geq 2. \quad (2)$$

Để (2) xảy ra với mọi $t \geq 2$ thì

$$2m \leq \min_{[2; +\infty)} f(t). \quad (3)$$

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{2}{t^2} > 0, \forall t \geq 2$, suy ra $\min_{[2; +\infty)} f(t) = f(2) = \frac{1}{2}$.

Từ (3), ta suy ra $2m \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$. Kết hợp với điều kiện xác định ta có $0 \leq m \leq \frac{1}{4}$.

Suy ra $a = 0, b = \frac{1}{4} \Rightarrow a\sqrt{8} + 12b = 3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 48.12. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Tập hợp S có bao nhiêu phần tử?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 6.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ trên đoạn $[0; 2]$. Khi đó $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$

Vậy $f(0) = m; f(1) = m - 2; f(2) = m + 2$.

Do đó $\max_{[0; 2]} = \max_{[0; 2]} |f(x)| = \{|m + 2|; |m|; |m - 2|\}$.

$$\bullet \max_{[0; 2]} y = |m + 2| \Rightarrow \begin{cases} |m + 2| \geq |m - 2| \\ |m + 2| \geq |m| \\ |m + 2| = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \geq -1 \\ \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow m = 1.$$

$$\bullet \max_{[0;2]} y = |m-2| \Rightarrow \begin{cases} |m-2| \geq |m+2| \\ |m-2| \geq |m| \\ |m-2| = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \leq 1 \\ \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow m = -1.$$

$$\bullet \max_{[0;2]} y = |m| \Rightarrow \begin{cases} |m| \geq |m+2| \\ |m| \geq |m-2| \\ |m| = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \\ \begin{cases} m = 3 \\ m = -3 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy tập hợp S có hai phần tử là $m = 1, m = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 48.13. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 2.

C. 6.

D. 0.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ là hàm số liên tục trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -1 \text{ (loại)}. \end{cases}$

Suy ra GTLN và GTNN của $f(x)$ thuộc tập hợp $\{f(0); f(1); f(2)\} = \{m; m-2; m+2\}$.

Xét hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$.

Ta được giá trị lớn nhất của y là $\max\{|m|; |m-2|; |m+2|\} = 3$.

TH 1. Nếu $|m| = 3$, khi đó $\max\{1; 3; 5\} = 5$ (loại).

TH 2. Nếu $|m-2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5. \end{cases}$

• Với $m = -1$. Ta có $\max\{1; 3\} = 3$ (nhận).

• Với $m = 5$. Ta có $\max\{3; 5; 7\} = 7$ (loại).

TH 3. Nếu $|m+2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5. \end{cases}$

• Với $m = 1$. Ta có $\max\{1; 3\} = 3$ (nhận).

• Với $m = -5$. Ta có $\max\{3; 5; 7\} = 7$ (loại).

Do đó $m \in \{-1; 1\}$. Vậy tập hợp S có 2 phần tử.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P và Q lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ và $DAA'D'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, M, N, P và Q bằng

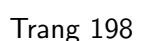
A. 27.

B. 30.

C. 18.

D. 36.

Lời giải.



vuông cân tại A' .

Vậy H là trung điểm của BD .

Có $AB \perp (A'BD) \Rightarrow \triangle ABD$ vuông tại $B \Rightarrow BD = \sqrt{AD^2 - AB^2} = 2a$, $S_{ABD} = \frac{1}{2}AB \cdot BD = a^2$.

Có $A'H = \frac{BD}{2} = a \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'H \cdot 2S_{ABD} = 2a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 49.2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}$, $AD = \sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy một góc 45° và 60° . Tính thể tích của khối hộp nếu biết cạnh bên của hình hộp bằng 1.

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc A' lên $(ABCD)$.

Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc H lên

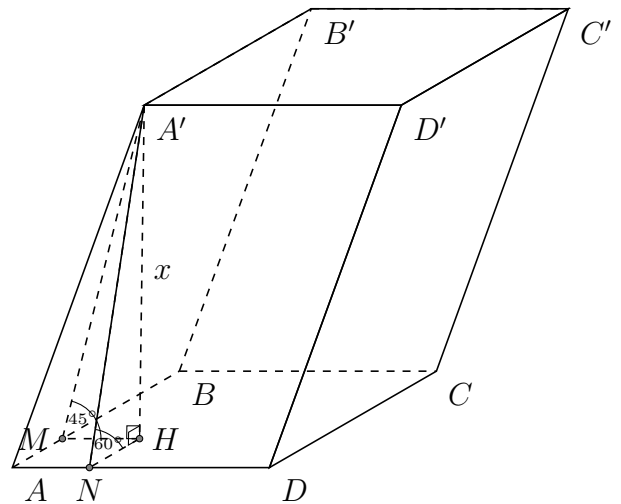
$AB, AD \Rightarrow \widehat{A'NH} = 60^\circ$ và $\widehat{A'MH} = 45^\circ$.

Đặt $A'H = x$, khi đó $A'N = \frac{x}{\sin 60^\circ} = \frac{2x}{\sqrt{3}}$.

$$\begin{cases} A'N = \sqrt{AA'^2 - A'N^2} = \sqrt{\frac{3-4x^2}{3}} = HM \\ HM = x \cdot \tan 45^\circ = x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3-4x^2}{3}} = x \Rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{7}}.$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot x = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{\frac{3}{7}} = 3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 49.3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo $AC' = 6$. Hỏi thể tích của khối hộp lớn nhất là bao nhiêu?

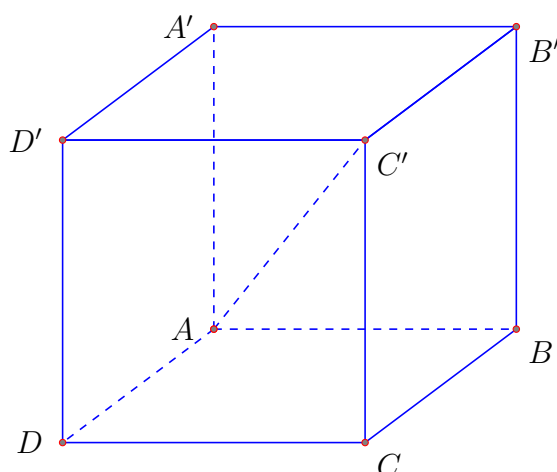
A. 8.

B. $16\sqrt{2}$.

C. $8\sqrt{2}$.

D. $24\sqrt{3}$.

Lời giải.



Gọi độ dài ba cạnh $AB = a, AD = b, AA' = c$.

Theo bài toán ta có:
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 36 \\ 2(ab + bc + ca) = 36. \end{cases}$$

Lại có $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 72 \Rightarrow a + b + c = 6\sqrt{2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương a, b, c ta có:

$$(a + b + c)^3 \geq 3\sqrt[3]{abc} \Leftrightarrow abc \leq \frac{(a + b + c)^3}{27} = 16\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 49.4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Mặt phẳng (MDC') chia khối hộp chữ nhật thành hai khối đa diện, một khối chứa đỉnh C và một khối chứa đỉnh A' . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện chứa C và A' . Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{24}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{12}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{24}$.

Lời giải.

Gọi $I = BC \cap C'M \Rightarrow DI \cap AB = K$.

Khi đó ta có $V_1 = V_{ICDC'} - V_{IBKM}$ trong đó

$$V_{ICDC'} = \frac{1}{3}IC \cdot \frac{1}{2}CD \cdot CC' = \frac{1}{3}V;$$

Mặt khác $\frac{V_{IBKM}}{V_{ICDC'}} = \frac{1}{8}$

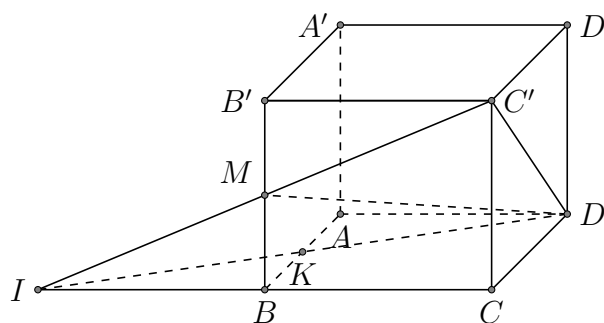
$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}V - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{7}{24}V$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{17}{24}V$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 49.5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm $\triangle BCD'$. Thể tích của khối chóp $G.ABC'$ là

A. $V = \frac{1}{3}$.

B. $V = \frac{1}{6}$.

C. $V = \frac{1}{12}$.

D. $V = \frac{1}{18}$.

Lời giải.

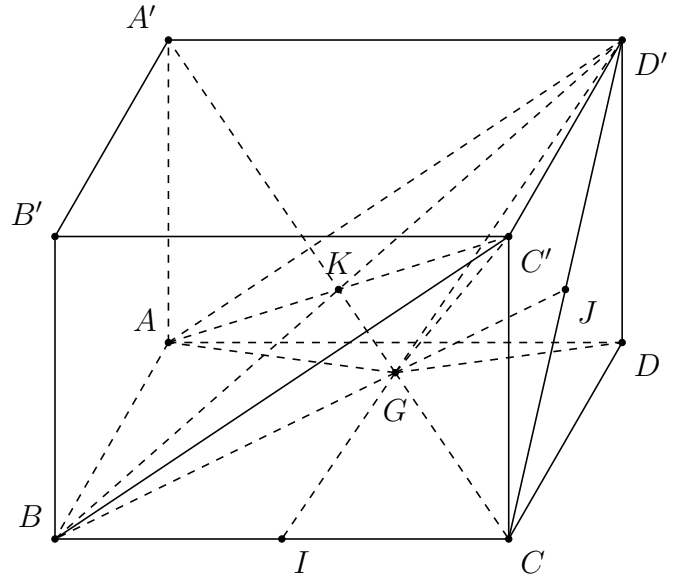
Ta thấy $V_{ABCD D'C'} = V_{G.ABC'D'} + V_{G.ABCD} + V_{G.CC'D'D} + V_{G.ADD'} + V_{G.BCC'}$.

Vì G là trọng tâm tam giác $BD'C$ nên ta có

$$\frac{IG}{ID} = \frac{JG}{JB} = \frac{CG}{CA'} = \frac{1}{3}.$$

Do vậy ta được

$$\begin{cases} V_{G.ABCD} = \frac{1}{3}V_{D'.ABCD} = \frac{1}{9} \\ V_{G.CC'D'D} = \frac{1}{3}V_{B.CC'D'D} = \frac{1}{9} \\ V_{G.ACC'} = \frac{1}{3}V_{D'.ACC'} = \frac{1}{18} \\ V_{G.ADD'} = \frac{2}{3}V_{C.ADD'} = \frac{1}{9}. \end{cases}$$



Ta được $V_{G.ABC'D'} = V_{ABCD C'D'} - [V_{G.ABCD} + V_{G.CC'D'D} + V_{G.BCC'} + V_{G.ADD'}] = \frac{1}{2} - \frac{7}{18} = \frac{1}{9}$.

Ta có $V_{G.ABC'} = \frac{1}{2}V_{G.ABC'D'} = \frac{1}{18}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 49.6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết rằng $A'O \perp (ABCD)$ và cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $OABC'D'$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Từ giả thiết, suy ra tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow OA = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$.

Vì $A'O \perp (ABCD)$ nên

$$60^\circ = (\widehat{AA', (ABCD)}) = (\widehat{AA', AO}) = \widehat{A'AO}.$$

Tam giác vuông $A'AO$ có $OA' = OA \cdot \tan \widehat{A'AO} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra thể tích khối hộp $V = S_{ABCD} \cdot OA' = \frac{3a^3}{4}$.

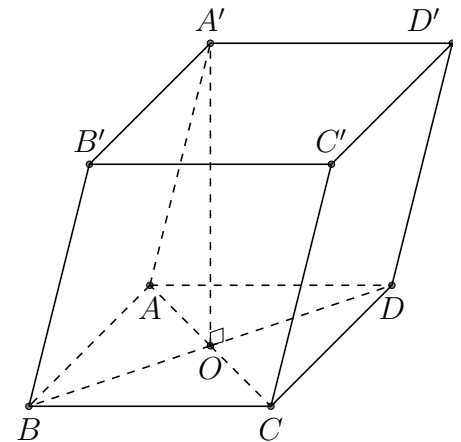
Ta có $V = V_{O.ABC'D'} + V_{AA'D'.BB'C'} + V_{C'.BOC} + V_{D'.AOD} + V_{O.CDD'C'}$

$$= V_{O.ABC'D'} + \frac{1}{2}V + \frac{1}{12}V + \frac{1}{12}V + \frac{1}{6}V \Rightarrow V_{O.ABC'D'} = \frac{V}{6} = \frac{a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 49.7. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Mặt phẳng (MDC') chia khối hộp chữ nhật thành hai khối đa diện, một khối chứa đỉnh C và một khối chứa đỉnh A' . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện chứa C và A' . Tính $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{24}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{12}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{24}$.

Lời giải.

Gọi $I = BC \cap C'M \Rightarrow DI \cap AB = K$.

Khi đó ta có $V_1 = V_{ICDC'} - V_{IBKM}$ trong đó

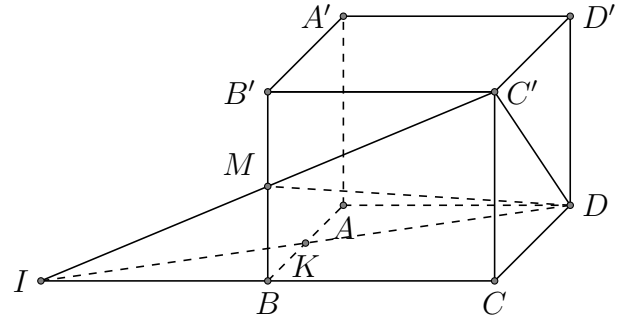
$$V_{ICDC'} = \frac{1}{3}IC \cdot \frac{1}{2}CD \cdot CC' = \frac{1}{3}V;$$

Mặt khác $\frac{V_{IBKM}}{V_{ICDC'}} = \frac{1}{8}$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}V - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{7}{24}V$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{17}{24}V$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 49.8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm $\triangle BCD'$. Thể tích của khối chóp $G.ABC'$ là

A. $V = \frac{1}{3}$.

B. $V = \frac{1}{6}$.

C. $V = \frac{1}{12}$.

D. $V = \frac{1}{18}$.

Lời giải.

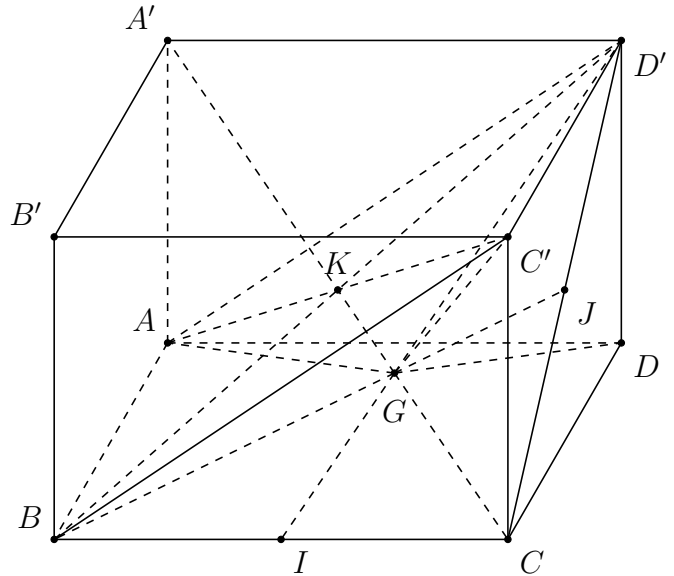
Ta thấy $V_{ABCD D'C'} = V_{G.ABC'D'} + V_{G.ABCD} + V_{G.CC'D'D} + V_{G.ADD'} + V_{G.BCC'}$.

Vì G là trọng tâm tam giác $BD'C$ nên ta có

$$\frac{IG}{ID} = \frac{JG}{JB} = \frac{CG}{CA'} = \frac{1}{3}.$$

Do vậy ta được

$$\begin{cases} V_{G.ABCD} = \frac{1}{3}V_{D'.ABCD} = \frac{1}{9} \\ V_{G.CC'D'D} = \frac{1}{3}V_{B.CC'D'D} = \frac{1}{9} \\ V_{G.ACC'} = \frac{1}{3}V_{D'.ACC'} = \frac{1}{18} \\ V_{G.ADD'} = \frac{2}{3}V_{C.ADD'} = \frac{1}{9}. \end{cases}$$



Ta được $V_{G.ABC'D'} = V_{ABCD C'D'} - [V_{G.ABCD} + V_{G.CC'D'D} + V_{G.BCC'} + V_{G.ADD'}] = \frac{1}{2} - \frac{7}{18} = \frac{1}{9}$.

Ta có $V_{G.ABC'} = \frac{1}{2}V_{G.ABC'D'} = \frac{1}{18}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 49.9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của khối hộp lớn nhất là bao nhiêu?

A. 8.

B. $8\sqrt{2}$.

C. $16\sqrt{2}$.

D. $24\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi độ dài $AB = a, BC = b, AA' = c$.

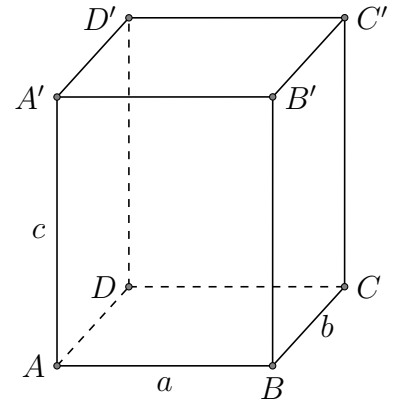
Khi đó theo đề ta có
$$\begin{cases} ab + bc + ca = 18 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 36. \end{cases}$$

Suy ra $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 72$.

Hay $a + b + c = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow b + c = 6\sqrt{2} - a$.

Ta có: $b^2 + c^2 + a^2 = 36 \Leftrightarrow (b + c)^2 - 2bc + a^2 = 36$.

Hay $(6\sqrt{2} - a)^2 - 2bc + a^2 = 36 \Rightarrow bc = \frac{(6\sqrt{2} - a)^2 + a^2 - 36}{2}$.



Từ đó ta có $V = abc = a \cdot \frac{(6\sqrt{2} - a)^2 + a^2 - 36}{2} = \frac{2a^3 - 12\sqrt{2}a^2 + 36a}{2}$.

Không mất tổng quát, giả sử $a = \max\{a, b, c\}$, khi đó $6\sqrt{2} = a + b + c \leq 3a \Rightarrow a \geq 2\sqrt{2}$.

Lại có $36 = a^2 + b^2 + c^2 \geq a^2 + \frac{(b + c)^2}{2} = a^2 + \frac{(6\sqrt{2} - a)^2}{2} \Rightarrow 3a^2 - 12\sqrt{2}a \leq 0 \Rightarrow a \leq 4\sqrt{2}$.

Xét hàm số $f(a) = \frac{2a^3 - 12\sqrt{2}a^2 + 36a}{2}$ với $a \in [2\sqrt{2}; 4\sqrt{2}]$.

Ta có $f'(a) = \frac{6a^2 - 24\sqrt{2}a + 36}{2}$, $f'(a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \text{ (loại)} \\ a = 3\sqrt{2} \text{ (nhận)} \end{cases}$. Ta có $\begin{cases} f(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} \\ f(3\sqrt{2}) = 0 \\ f(4\sqrt{2}) = 8\sqrt{2}. \end{cases}$

Vậy $V_{\max} = 8\sqrt{2}$ khi $a = 4\sqrt{2}, b = c = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 49.10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi (α) là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính thể tích khối hộp.

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\frac{9a^3}{4}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

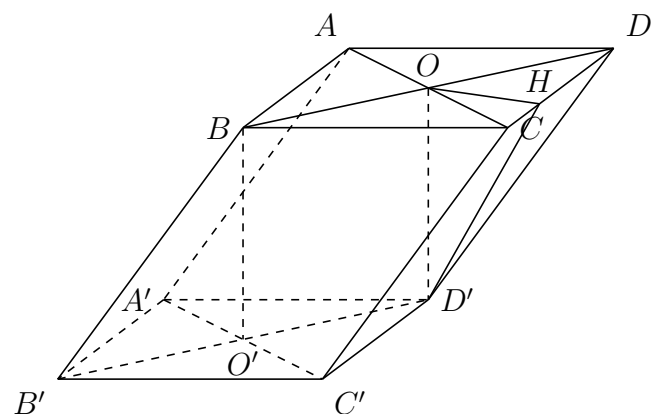
Lời giải.

Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình thoi $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Vì $BO' \perp (A'B'C'D')$ nên $OD' \perp (ABCD)$.

Ta có $AD = a\sqrt{3}$, $DO = \frac{3a}{2}$ nên

$$AO = \sqrt{AD^2 - DO^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $AC = a\sqrt{3}$, do đó, tam giác ACD đều.



Từ O kẻ $OH \perp CD$, kết hợp với $OD' \perp CD$ (do $OD' \perp (ABCD)$) suy ra $HD' \perp CD$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ là $\widehat{OHD'}$.

Ta có $OH = \frac{1}{2} \cdot h_A = \frac{3a}{4}$, $\widehat{OHD'} = \alpha$ và $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $OD' = OH \cdot \tan \alpha = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích đáy hình hộp là $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó, $V = S_{ABCD} \cdot OD' = \frac{9a^3}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 49.11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 và các góc phẳng ở đỉnh A đều bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$.

A. $\frac{\sqrt{22}}{11}$.

B. $\frac{2}{11}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{11}$.

D. $\frac{3}{11}$.

Lời giải.

Để thấy hai mặt phẳng (ACB') và $(DA'C')$ song song.

Nên khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$ bằng khoảng cách từ A' đến mặt phẳng (ACB') .

Và bằng khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACB') .

$$\text{Lại có } d(B, (AOI)) = \frac{3V_{B.AOI}}{S_{\triangle AOI}}.$$

Từ giả thiết suy ra $A'ABD$ là tứ diện đều cạnh bằng 1. nên thể tích là $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta được $V_{B.AOI} = \frac{1}{4}V_{B.ADA'} = \frac{\sqrt{2}}{48}$.

Tam giác AOI cân tại A có $AI = \frac{\sqrt{3}}{2}, OI = \frac{1}{2}$. Gọi

K là trung điểm OI ta tính được $AK = \frac{\sqrt{11}}{4}$ và là đường cao. Suy ra diện tích tam giác AOI bằng $\frac{\sqrt{11}}{16}$.

$$d(B, (AOI)) = \frac{3V_{B.AOI}}{S_{\triangle AOI}} = \frac{\sqrt{22}}{11}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 49.12. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Tính thể tích khối tứ diện $CMNP$.

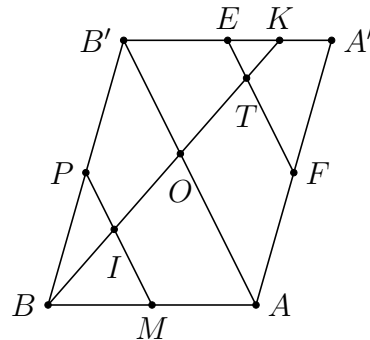
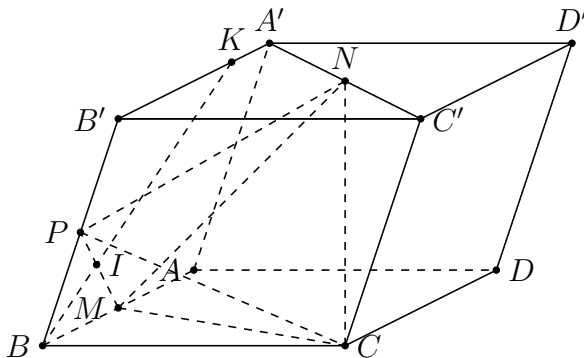
A. $\frac{5}{48}V$.

B. $\frac{1}{8}V$.

C. $\frac{7}{48}V$.

D. $\frac{1}{6}V$.

Lời giải.



Dựng $NK \parallel CM, K \in A'B'$ suy ra $NK \parallel (CMP)$. Gọi $I = BK \cap PM$.

Ta có

$$\frac{V_{CMNP}}{V_{BPMC}} = \frac{d(N, (PMC))}{d(B, (PMC))} = \frac{d(K, (PMC))}{d(B, (PMC))} = \frac{KI}{BI}.$$

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của $A'B', A'A$, $T = BK \cap EF$, $O = BK \cap AB'$.

Ta có $BI = IO = OT = 2KT$. Suy ra $\frac{KI}{BI} = \frac{5KT}{2KT} = \frac{5}{2}$.

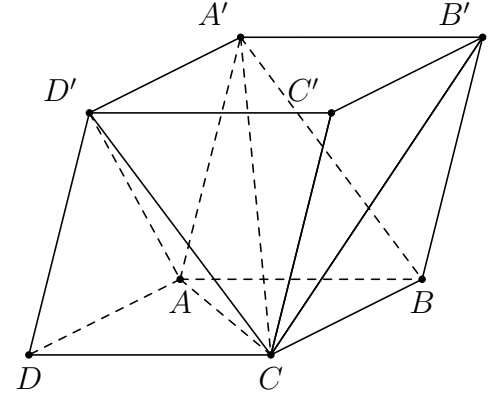
Do đó $V_{CMNP} = \frac{5}{2}V_{BPMC} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot V = \frac{5}{48}V$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 49.13. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và $AA' = A'B = A'C = 2\sqrt{2}a$. Thể tích của khối tứ diện $AB'D'C$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.
- B. $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$.
- C. $\frac{4a^3}{3}$.
- D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.



Lời giải.

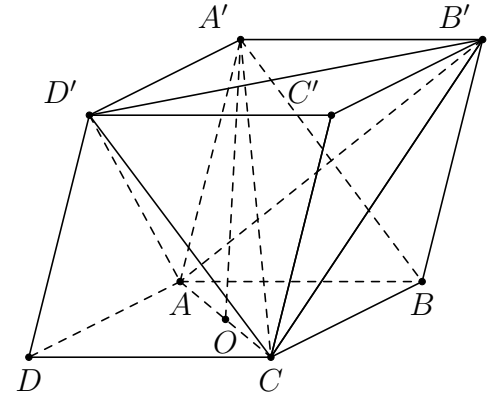
Gọi O là hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$.

Ta có $\triangle OA'B$, $\triangle OA'C$, $\triangle OA'A$ là các tam giác vuông tại A , đồng thời $A'A = A'B = A'C \Rightarrow OA = OB = OC \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Do $\triangle ABCD$ là hình vuông nên O chính là tâm của hình vuông.

Thể tích của khối hộp là

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD.A'B'C'D'} \cdot A'O. \quad (1)$$



Ta có $\triangle OAA'$ vuông tại $O \Rightarrow A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = \sqrt{8 - 2} = \sqrt{6}a$.

Ta có $S_{ABCD} = 4a^2$, $A'O = \sqrt{6}a$ nên thế vào (1) ta được

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4a^2 \cdot \sqrt{6}a = 4\sqrt{6}a^3.$$

Mặt khác

$$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{D'.ACD} - V_{B'.ABC} - V_{D'.CC'B} - V_{B'.AA'D'}. \quad (2)$$

Ta có

$$V_{D'.ACD} = V_{B'.ABC} = V_{D'.CC'B} = V_{B'.AA'D'} = \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}. \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra ta có

$$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - \frac{4}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{4\sqrt{6}a^3}{3}.$$

Vậy thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$.

• **Lưu ý:** Trong thực hành ta có thể dùng công thức

$$V_{ACB'D'} = \frac{1}{6} AC \cdot B'D' \cdot \sin(AC, B'D') = \frac{1}{6} \times 2\sqrt{2}a \times 2\sqrt{2}a \times \sqrt{6}a = \frac{4\sqrt{6}a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

CÂU 50. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2)$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. Vô số.

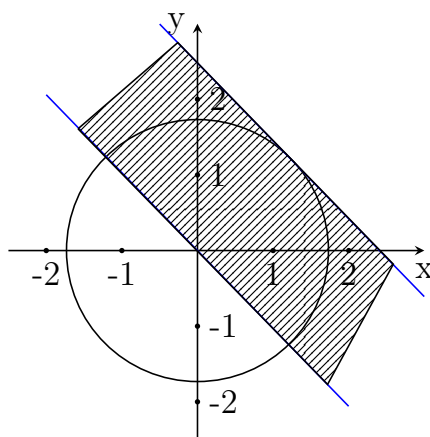
Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2) \Rightarrow \begin{cases} x+y = 3^t \\ x^2+y^2 = 4^t \end{cases} \quad (1)$$

Suy ra x, y là tọa độ của điểm M với M thuộc đường thẳng $d: x+y = 3^t$ và đường tròn $(C): x^2+y^2 = 4^t$.

Để tồn tại y tức tồn tại M nên $d, (C)$ có điểm chung, suy ra $d(O, d) \leq R \Rightarrow \frac{|-3^t|}{\sqrt{2}} \leq 2^t \Leftrightarrow t \leq \log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x+y \leq 3^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} \\ x^2+y^2 \leq 4^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} \end{cases}$ Minh họa quỹ tích điểm M như hình vẽ



Ta thấy có 2 giá trị $x \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn là $x = 0; x = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 50.1. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0; 2018)$ để phương trình $m + 10x = me^x$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 9.

B. 2017.

C. 2016.

D. 2007.

Lời giải.

Với $x = 0$, phương trình trở thành $m = m$ (luôn đúng), suy ra với mọi $m \in (0; 2018)$ phương trình luôn có 1 nghiệm $x = 0$.

Với $x \neq 0$, ta có $m + 10x = me^x \Leftrightarrow m = \frac{10x}{e^x - 1}$.

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{10x}{e^x - 1}$ trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, ta có $f'(x) = \frac{10(e^x - xe^x - 1)}{(e^x - 1)^2} < 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Thật vậy, xét hàm số $g(x) = e^x - xe^x - 1$. Ta có $g'(x) = e^x - (e^x + xe^x) = -xe^x$.
Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

Bảng biến thiên hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	10	0

Suy ra yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $\begin{cases} 0 < m < 2018 \\ m \neq 10. \end{cases}$

Do đó, có 2016 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 50.2. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất

$P_{\min}$ của $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}} + 1$

A. $P_{\min} = 8$.

B. $P_{\min} = 16$.

C. $P_{\min} = 9$.

D. $P_{\min} = 2$.

Lời giải.

$\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1$ xác định $\Leftrightarrow \frac{1-2x}{x+y} > 0$.

Do $x, y > 0$ nên $1 - 2x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}$

Khi đó: $\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1$

$$\Leftrightarrow \ln(1-2x) - \ln(x+y) = (x+y) - (1-2x)$$

$$\Leftrightarrow \ln(1-2x) + (1-2x) = \ln(x+y) + (x+y)$$

Xét hàm số $f(t) = \ln t + t$ với $t > 0$

Hàm số $f(t)$ xác định và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$

$f'(t) = \frac{1}{t} + 1 > 0; \forall t > 0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$\Rightarrow f(1-2x) = f(x+y)$$

$$\Leftrightarrow 1-2x = x+y \Leftrightarrow y = 1-3x > 0$$

Do đó: $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x(1-3x)}} + 1 \geq \frac{1}{x} + \frac{2}{1-2x} + 1$ (Dấu bằng xảy ra khi $x = 1 - 3x \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$)

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{1-2x} + 1; x \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left(0; \frac{1}{3}\right)$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{4}{(1-2x)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{x^2} + \frac{4}{(1-2x)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = (1-2x)^2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$		
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		8		9

Vậy $P_{\min} = 8$ tại $x = \frac{1}{4}$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 50.3. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$.

A. $3 + \sqrt{3}$.

B. 4.

C. $3 + 2\sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải.

Ta có:

$$\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) - \log_3(x+y) = 3(x+y) - (2x+y+1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) + (2x+y+1) = \log_3[3(x+y)] + 3(x+y). \quad (1)$$

Xét hàm số $y = f(a) = \log_3 a + a$ trên $(0; +\infty)$.

Dễ thấy hàm số $y = f(a)$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó, (1) $\Leftrightarrow f(2x+y+1) = f(3(x+y)) \Leftrightarrow 2x+y+1 = 3(x+y) \Leftrightarrow x+2y = 1$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{y}}$$

$$\geq \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{4} + y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{4} + y} + \frac{1}{\frac{1}{4} + y}$$

$$\geq \frac{(1+1+1)^2}{x + \frac{1}{4} + y + \frac{1}{4} + y} = \frac{9}{x + 2y + \frac{1}{2}} = 6.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 50.4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $a > 0$ thỏa mãn $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2017} \leq \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)^a$.

A. $0 < a < 1$.

B. $1 < a < 2017$.

C. $0 < a \leq 2017$.

D. $a \geq 2017$.

Lời giải.

$$\text{Xét hàm } f(x) = \frac{\ln(2^x + 2^{-x})}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2^x - 2^{-x}) \ln 2^x - (2^x + 2^{-x}) \ln(2^x + 2^{-x})}{x^2(2^x + 2^{-x})}.$$

Vì $\ln 2^x < \ln(2^x + 2^{-x})$ và $0 < 2^x - 2^{-x} < 2^x + 2^{-x}$ nên $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ nghịch biến.

Do vậy

$$\begin{aligned} \left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2017} &\leq \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)^a \\ \Leftrightarrow 2017 \ln(2^a + 2^{-a}) &\leq a \ln(2^{2017} + 2^{-2017}) \\ \Leftrightarrow \frac{\ln(2^a + 2^{-a})}{a} &\leq \frac{\ln(2^{2017} + 2^{-2017})}{2017} \\ \Leftrightarrow a &\geq 2017. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 50.5. Cho a, b, c là các số thực thuộc đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $\log_2^3 a + \log_2^3 b + \log_2^3 c \leq 1$. Khi biểu thức $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(\log_2 a^a + \log_2 b^b + \log_2 c^c)$ đạt giá trị lớn nhất thì tổng $a + b + c$ là

A. 3.

B. $3 \cdot 2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}$.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $x = \log_2 a, y = \log_2 b, z = \log_2 c$.

Ta có $\log_2^3 a + \log_2^3 b + \log_2^3 c \leq 1 \Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \leq 1; 0 \leq x, y, z \leq 1$.

Biểu thức $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(ax + by + cz)$.

Xét hàm số $f(t) = t - \log_2 t$ với $t \in [1; 2]$. $f'(t) = 1 - \frac{1}{t \ln 2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t_0 = \frac{1}{\ln 2}$.

Suy ra $f(t) \leq \max\{f(1), f(2), f(t_0)\} = 1, x \in [1; 2]$.

Do đó, $a - x - 1 \leq 0 \Rightarrow a^3 - 3ax - x^3 - 1 = (a - x - 1)(a^2 + x^2 + 1 + a + ax - x) \leq 0$.

Suy ra $a^3 - 3ax \leq x^3 + 1$.

Biểu thức $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(ax + by + cz) \leq x^3 + y^3 + z^3 + 3 \leq 4, P_{\max} = 4$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi hai trong ba số x, y, z bằng 0 và số còn lại bằng 1. Vậy $a + b + c = 4$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 50.6. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$ là

A. $\sqrt{10}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

D. $2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Do $a^2 + b^2 > 1$ nên

$$\begin{aligned}
&\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1 \\
&\Leftrightarrow a^2 - a + b^2 - b \leq 0 \\
&\Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Ta có $P = 2a + 4b - 3 = 2\left(a - \frac{1}{2}\right) + 4\left(b - \frac{1}{2}\right)$.

Do đó $P^2 \leq (2^2 + 4^2) \left[\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 \right] = 10$.

Suy ra $-\sqrt{10} \leq P \leq \sqrt{10}$

Chọn đáp án **A**

□

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1 A	2.4 A	3.13 C	5.1 D	6.5 C	7.10 A	9.1 C	10.7 B	11.12 A	12.15 D
1.1 C	2.5 D	3.14 D	5.2 B	6.6 B	7.11 A	9.2 C	10.8 A	11.13 C	13 D
1.2 D	2.6 D	3.15 C	5.3 B	6.7 A	7.12 A	9.3 B	10.9 B		13.1 A
1.3 C	2.7 B	3.16 A	5.4 A	6.8 C	7.13 A	9.4 B	10.10 B	11.14 B	13.2 A
1.4 A	2.8 A	3.17 A	5.5 B	6.9 C	7.14 A	9.5 D			13.3 D
1.5 C	2.9 B	3.18 B	5.6 B	6.10 A	8 A	9.6 A	10.11 C	11.15 B	13.4 B
1.6 C	2.10 D	3.19 C	5.7 A	6.11 C	8.1 D	9.7 C	10.12 B	12 D	13.5 A
1.7 C	2.11 A	3.20 B	5.8 A	6.13 A	8.2 B	9.8 A		12.1 C	13.6 D
1.8 D	2.12 A	4 B	5.9 C	6.14 B	8.3 D	9.9 C	10.13 D	12.2 B	13.7 C
1.9 A	2.13 A	4.1 A	5.10 D	6.15 D	8.4 D	9.10 A	10.14 D	12.3 A	13.8 C
1.10 B	2.14 A	4.2 C	5.11 D	6.16 D	8.5 A	9.11 D		12.4 A	13.9 C
1.11 C	2.15 A	4.3 B	5.12 D	6.17 B	8.6 D	9.12 A	10.15 A	12.5 C	13.10 A
1.12 B	3 A	4.4 B	5.13 C	6.18 A	8.7 A	9.13 C	11 D	12.6 C	13.11
1.13 B	3.1 B	4.5 B	5.14 C	6.19 C	8.8 D	9.14 D	11.1 A	12.7 D	C
1.14 D	3.2 B	4.6 B	5.15 B	6.20 C	8.9 D	9.15 D	11.2 D	12.8 B	13.12 D
1.15 C	3.3 C	4.7 A	5.16 A	7 D	8.10 D	9.16 C	11.3 C	12.9 A	13.13
1.16 A	3.4 B	4.8 A	5.17 B	7.1 C	8.11 D	9.17 B	11.4 D	12.10 A	D
1.17 D	3.5 B	4.9 C	5.18 C	7.2 A	8.12 A	9.18 A	11.5 C		13.14
1.18 C	3.6 C	4.10 C	5.19 C	7.3 B	8.13 D	10 C	11.6 B	12.11 B	D
1.19 A	3.7 D	4.11 A	5.20 B	7.4 D	8.14 A	10.1 B	11.8 A		13.15
1.20 D	3.8 D	4.12 A	6 C	7.5 D	8.15 B	10.2 A	11.9 D	12.12 D	D
2 A	3.9 C	4.13 A	6.1 C	7.6 D	8.16 A	10.3 D			14 A
2.1 A	3.10 D	4.14 B	6.2 D	7.7 D	8.17 C	10.4 D	11.10 C	12.13 D	14.1 B
2.2 A	3.11 C	4.15 B	6.3 D	7.8 D	8.18 A	10.5 A	11.11	12.14	14.2 A
2.3 D	3.12 A	5 C	6.4 B	7.9 D	9 C	10.6 C	B	D	14.3 D

14.4 B	15.10 D	16.14 C	18.3 B	20.7 A	22 D	23.12 C	26.9 A	28.9 B	29.14 A
14.5 B			18.4 B	20.8 A	22.1 B		26.10 C	28.10 C	29.15 A
14.6 A	15.11 A	16.15 B	18.5 B	20.9 B	22.2 A	24 C			
14.7 A	15.12 A	17 D	18.6 B	20.10 A	22.3 A	24.1 A	26.11 D	28.11 D	30 A
14.8 B		17.1 A	18.7 D		22.4 B	24.2 D	26.12 B	28.12 C	30.1 C
14.9 B	15.13 B	17.2 B	18.8 D	20.11 B	22.5 B	24.3 D			30.2 D
14.10 A	15.14 B	17.3 A	18.9 B	20.12 C	22.6 B	24.4 A	26.13 D	28.13 A	30.3 A
14.11 A	15.15 A	17.4 A	19 C		22.7 C	24.5 C	27 C		30.4 D
14.12 B	16 C	17.5 A	19.1 C	20.13 A	22.8 C	25 A	27.1 A	28.14 B	30.5 C
		17.6 A	19.2 A	20.14 B	22.9 A	25.1 A	27.2 D	29 D	30.6 D
14.13 A	16.1 C	17.7 D	19.3 B		22.10 C	25.2 D	27.3 D	29.1 D	30.7 D
	16.2 B	17.8 A	19.4 A	20.15 C	22.11 D	25.3 A	27.4 C	29.2 A	30.8 C
14.14 A	16.3 C	17.9 D	19.5 D	21 B		25.4 B	27.5 A	29.3 A	30.9 D
14.15 A	16.4 D	17.10 D	19.6 A	21.1 B	23 B	25.5 D	27.6 A	29.4 A	30.10 C
	16.5 C	17.11 C	19.7 A	21.2 A	23.1 C	25.6 C	27.7 B	29.5 C	30.11 B
15 B	16.6 A		19.8 B	21.3 D	23.2 C	25.7 A	27.8 B	29.6 C	
		19.9 C				25.8 C	27.9 A	29.7 B	31 B
15.1 B	16.7 C	17.12 A		21.4 C	23.4 B	26 B	28 C	29.8 D	31.1 B
15.2 B	16.8 A	17.13 B	20 B	21.5 C	23.5 C	26.1 A	28.1 C	29.9 D	31.2 A
15.3 A	16.9 A			21.6 A	23.6 A	26.2 A	28.2 B	29.10 A	31.3 D
15.4 A	16.10 A	17.14 B	20.1 D	21.7 A	23.7 A	26.3 B	28.3 A		31.4 D
15.5 A	16.11 A	17.15 A	20.2 B	21.8 B	23.8 C	26.4 D	28.4 D	29.11 C	31.5 A
15.6 D			20.3 C	21.9 B	23.9 D	26.5 A	28.5 C		31.6 C
15.7 C	16.12 A	18 D	20.4 C	21.10 B	23.10 D	26.6 A	28.6 D	29.12 C	31.7 D
15.8 D	16.13 D	18.1 C	20.5 A	21.11 A	23.11 C	26.7 D	28.7 B	29.13 A	31.8 D
15.9 A		18.2 C	20.6 B	A	C	26.8 D	28.8 D		31.9 D

31.10 D	33.1 B	34.14 C	36.12 C	39 D	40.10 D	41.12 B	43.8 B	46.3 C	48.12 B
31.11 D	33.2 A	34.15 D	36.13 D	39.1 C	40.11 C	41.13 A	43.9 A	46.4 C	48.13 B
31.12 B	33.3 D	34.16 A	36.14 D	39.2 A	40.12 B	41.14 B	44 D	46.5 D	48.13 B
31.13 C	33.4 B	35 A	36.15 D	39.3 B	40.13 A	41.15 B	44.1 C	46.6 B	49 B
31.14 D	33.5 A	35.1 C	37 C	39.4 B	40.14 D	41.16 D	44.2 A	46.7 B	49.1 A
31.15 B	33.6 A	35.2 C	37.1 D	39.5 C	40.15 B	41.17 B	44.3 B	46.8 C	49.2 A
31.16 A	33.7 A	35.3 D	37.2 D	39.6 C	40.16 C	41.18 C	44.4 B	47 D	49.3 B
31.17 C	33.8 D	35.4 A	37.3 A	39.7 A	40.17 D	41.19 C	44.5 B	47.1 C	49.4 B
31.18 A	33.9 B	35.5 A	37.4 A	39.8 C	40.18 C	41.20 B	44.6 C	47.2 B	49.5 D
31.19 C	33.10 C	35.6 B	37.5 D	39.9 C	40.19 C	41.21 B	44.7 D	47.3 B	49.6 C
31.20 B	33.11 D	35.7 D	37.6 D	39.10 C	40.20 A	42 B	44.8 D	47.4 D	49.7 B
32 C	33.12 B	35.8 A	37.7 B	39.11 A	41 A	42.1 D	44.9 A	47.5 C	49.8 D
32.1 A	33.13 A	35.9 A	37.8 D	39.12 D	41.1 A	42.2 A	44.10 A	47.6 B	49.9 B
32.2 D	33.14 C	35.10 C	37.9 B	39.13 A	41.2 A	42.3 C	44.11 D	47.7 A	49.10 C
32.3 B	34 D	35.11 B	37.10 C	39.14 B	41.3 C	42.4 B	44.12 B	47.8 A	49.11 A
32.4 B	34.1 A	35.12 D	38 D	39.15 B	41.4 C	42.5 D	44.13 A	47.9 D	49.12 A
32.5 B	34.2 A	36 B	38.1 A	39.16 D	41.5 C	42.6 B	45 C	48 C	49.13 B
32.6 C	34.3 B	36.1 A	38.2 B	40 A	41.6 D	42.7 C	45.1 A	48.1 D	50 B
32.7 B	34.4 B	36.2 A	38.3 D	40.1 C	41.7 D	43 C	45.2 A	48.2 D	50.1 C
32.8 B	34.5 A	36.3 C	38.4 C	40.2 A	41.8 B	43.1 B	45.3 D	48.3 D	50.2 A
32.9 A	34.6 B	36.4 D	38.5 A	40.3 A	41.9 D	43.2 D	45.4 A	48.4 D	50.3 D
32.10 D	34.7 B	36.5 D	38.6 A	40.4 D	41.10 C	43.3 D	45.5 C	48.5 C	50.4 D
32.11 B	34.8 C	36.6 D	38.7 A	40.5 B	41.11 D	43.4 D	45.6 B	48.6 D	50.5 C
33 D	34.9 D	36.7 B	38.8 D	40.6 B	43.5 B	43.6 A	45.7 B	48.7 D	50.6 A
	34.11 D	36.8 C	38.9 A	40.7 A	43.7 B	46 C	45.8 C	48.8 B	
	34.12 B	36.9 B	38.10 C	40.8 D		46.1 C	45.9 C	48.9 D	
	34.13 D	36.10 A	38.11 B	40.9 C		46.2 B	46 C	48.10 B	
		36.11 A					46.1 C	48.11 A	