

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_2 = 4$. Công bội của cấp số nhân là

- A. $q = -2$. B. $q = 2$. C. $q = -8$. D. $q = -16$.

Câu 2. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5^n}{3^n + 2 \cdot 5^n}$ bằng

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 3. Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát được cho ở các phương án A, B, C, D và $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$. Hỏi đó là dãy nào?

- A. $u_n = \frac{2n-1}{2-n}$. B. $u_n = \left(-\frac{4}{3}\right)^n$. C. $u_n = \left(-\frac{1}{4}\right)^n$. D. $u_n = \frac{n^2-2n}{n+5}$.

Câu 4. Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = a - b$. B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$.
C. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$. D. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = a + b$.

Câu 5. Trong không gian, cho đường thẳng d và hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Nếu $d \perp (\alpha)$ và $a // (\alpha)$ thì $d \perp a$.
B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) , thì d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) .
C. Nếu $d \perp (\alpha)$ và $(\beta) // (\alpha)$ thì $d \perp (\beta)$.
D. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng trong mặt phẳng (α) thì $d \perp (\alpha)$.

Câu 6. Giới hạn của dãy (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{3n^2 + 2}$, $n \in \mathbb{N}^*$ là

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. $1 - \sqrt{3}$. D. 0.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) . Góc giữa SB với (ABC) là góc giữa hai đường thẳng nào sau đây?

- A. SB và AC . B. SB và AB . C. SB và SC . D. SB và BC .

Câu 8. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{3-x}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. -1 . D. -2 .

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $SD \perp SB$. B. $CD \perp SD$. C. $BD \perp SC$. D. $SC \perp SB$.

Câu 10. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+5x}-2}{x} = a$ bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. 5. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{4}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , các cạnh bên bằng nhau và bằng $a\sqrt{2}$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng SC và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\alpha = 45^\circ$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\sin \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & , \text{khi } x > 0 \\ -x + m + 3 & , \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$, với m là tham số. Gọi m_0 là giá trị của tham

số m để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$. Hỏi m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(-4; -3)$. B. $(3; 4)$. C. $(-4; -2)$. D. $(2; 4)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 13. (3,0 điểm)

Tính các giới hạn sau

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n+1}{n-2}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2+x-1}{x+3}$.

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x}$.

Câu 14. (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+3}-2 & , \text{khi } x \neq 1 \\ -m+3 & , \text{khi } x = 1 \end{cases}$.

Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

Câu 15. (2,5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với đáy. Biết $AB = a, BC = 2a, SA = a\sqrt{3}$.

- a) Chứng minh BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) .
b) Tính góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) .
c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và BC . Tính sin của góc giữa MN và (SAC) .

Câu 16. (0,5 điểm)

Cho phương trình $(4a^2 + 5b^2)x^{2022} - 2(ab + a - 1)x - a^2 - 1 = 0$, với a, b là tham số. Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của a, b .

----- Hết -----

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Với mỗi câu: Trả lời đúng được 0,25 điểm, trả lời sai 0 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	B	C	C	D	A	B	D	B	A	D	C

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
13. (3,0 điểm)		
a)	$\lim_{n \rightarrow 2} \frac{-2n+1}{n-2} = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{-2 + \frac{1}{n}}{1 - \frac{2}{n}} = -2.$	1,0
b)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2+x-1}{x+3} = \frac{3 \cdot 2^2 + 2 - 1}{2 + 3} = \frac{13}{5}.$	1,0
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ x \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} = 1.$	1,0
14. (1,0 điểm)		
	Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+3-4}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2} = \frac{1}{2}.$	0,5
	Hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = -m + 3 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}.$	0,5
15. (2,5 điểm)		
a)	Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BC \quad (1)$	0,5
	Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật, nên $SA \perp BC \quad (2).$ Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAB).$	0,5

	b) Theo câu a) ta có $BC \perp (SAB)$, nên SC có hình chiếu là SB trên (SAB). Suy ra góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) là góc $\alpha = \widehat{(SC, SB)} = \widehat{BSC}$ (do $\triangle SBC$ vuông tại B).	0,5
	Để thấy $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a = BC$, nên $\triangle SBC$ vuông cân tại B. Vậy $\alpha = \widehat{BSC} = 45^\circ$.	0,5
	c) Để thấy MN là đường trung bình của $\triangle SBC$, nên $MN \parallel SB$. Suy ra $\varphi = \widehat{(MN, (SAC))} = \widehat{(SB, (SAC))}$. Hạ $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow \varphi = \widehat{BSH}$.	0,25
	Ta có $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow BH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$. Vậy $\sin \varphi = \frac{BH}{SB} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.	0,25
16. (0,5 điểm)		
	Xét hàm số $f(x) = (4a^2 + 5b^2)x^{2022} - 2(ab + a - 1)x - a^2 - 1$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có $f(0) = -a^2 - 1 < 0, \forall a$; $f(1) = (4a^2 + 5b^2) - 2(ab + a - 1) - a^2 - 1 = 3a^2 + 5b^2 - 2ab - 2a + 1$. Để thấy $f(1) = g(a) = 3a^2 - 2(b+1)a + 5b^2 + 1$ là tam thức bậc hai theo a, có $\begin{cases} A = 3 > 0 \\ \Delta' = (b+1)^2 - 3(5b^2 + 1) = -14b^2 + 2b - 2 = -14\left(b - \frac{1}{14}\right)^2 - \frac{27}{14} < 0, \forall b \end{cases}$ Suy ra $g(a) > 0, \forall a, b$, hay $f(1) > 0, \forall a, b$.	0,25
	Do đó $f(0).f(1) < 0, \forall a, b$. Vậy phương trình $f(x) = 0$ luôn có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $(0; 1)$ với mọi a, b.	0,25

Lưu ý: Các cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm theo các bước tương ứng.