

Gv. ThS NGUYỄN VŨ MINH
Đt / Zalo/ facebook : 0914 449 230

PHÂN LOẠI DẠNG VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH TOÁN LỚP 12

Chuyên đề

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Tập 01

Biên Hòa– Ngày 31 tháng 12 năm 2017

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

Phần 01 : HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. Lý thuyết cần nhớ

Hệ trục tọa độ $Oxyz$ gồm*đôi một vuông góc* với nhau với các.....*tương ứng là* $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. ($|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$)

B. $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \Leftrightarrow \vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$; Và **M (x;y;z) $\Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$**

C. Tọa độ véctơ

Cho $\vec{u} = (x; y; z), \vec{v} = (x'; y'; z')$

1. $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$

2. $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y'; z \pm z')$

3. $\alpha\vec{u} = (\alpha x; \alpha y; \alpha z)$

4. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$

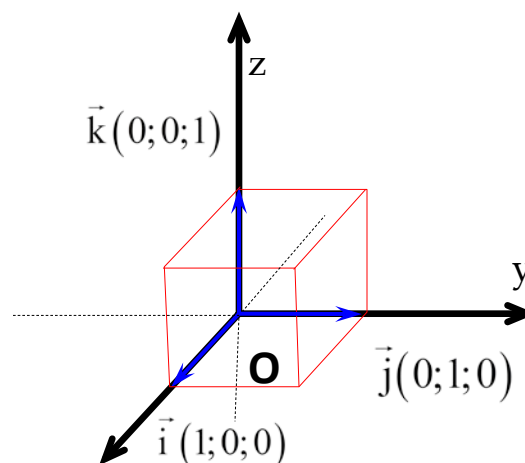
5. $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

6. $|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

7. $[\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix} \right) = (yz' - y'z; zx' - z'x; xy' - x'y)$

8. $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$

9. $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$



Gv cần file word xin vui long liên hệ

Zalo / facebook : 091 444 9230

Ths Nguyễn Vũ Minh

D. Tọa độ điểm : cho A ($x_A; y_A; z_A$), B ($x_B; y_B; z_B$)

1. $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

2. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

3. G là trọng tâm của tam giác ABC ta có:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \quad y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \quad z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$$

Đặc biệt: M là trung điểm AB:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}; \quad z_M = \frac{z_A + z_B}{2}.$$

4. A, B, C lập tam giác $\Leftrightarrow$ A, B, C không thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương

$$\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \neq \vec{0} \text{ khi đó diện tích tam giác ABC là } S = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|$$

Bài tập 1: trong hệ trục tọa độ Oxyz cho các vector :

$$\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j}, \quad \vec{v} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 5\vec{k}, \quad \vec{w} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$$

Công thức :

$$\vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \Leftrightarrow \vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$$

a/ Tìm tọa độ các vector đó

b/ Tính các tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}, \quad \vec{u} \cdot \vec{w}, \quad \vec{v} \cdot \vec{w}, \quad \vec{u} \cdot \vec{j}$.

c/ Tìm tọa độ các vector sau : $\vec{e} = 2\vec{u} - 4\vec{v} + 3\vec{w}, \quad \vec{\alpha} = \vec{u} + 5\vec{v} - 2\vec{w},$

$$\vec{m} = -\frac{3}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} - \vec{w}, \quad \vec{n} = -3\vec{u} + \vec{v} - 2\vec{i} + 5\vec{j}, \quad \vec{r} = 3\vec{u} + 5\vec{i} - 3\vec{k}$$

☺ **Giải :**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 2: Cho ba vectơ $\vec{a} = (2; -5; 3)$; $\vec{b} = (0; 2; -1)$; $\vec{c} = (1; 7; 2)$.

Tìm toạ độ các vectơ sau đây: $\vec{d} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c}$ và $\vec{e} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c} + 2\vec{i}$

☺ **Giải :**

Bài tập 3: Tìm toạ độ của vectơ x và y biết rằng

a) $\vec{a} + 2\vec{x} = \vec{0}$ và $\vec{a} = (1; -2; 1)$

b) $2\vec{a} + \vec{x} = 4\vec{i}$ và $\vec{a} = (0; -2; 1)$

c) $\vec{a} + 2\vec{x} = -\vec{b}$, $-\vec{a} + 2\vec{y} = 3\vec{b}$ với $\vec{a} = (5; 4; -1)$; $\vec{b} = (2; -5; 3)$

Soạn : Cho $\vec{a} = (5; -4; 7)$ và a/ Tìm vectơ $\vec{x}$ thỏa $\vec{x} + \vec{y} = \vec{0}$ b/ Tìm vectơ $\vec{y}$ thỏa $2\vec{y} - \vec{a} = 3\vec{b}$

☺ **Giải :**

Bài tập 4 (THPT chuyên Hưng Yên lần 2): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ

$\vec{a} = (5; 7; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; 4)$, $\vec{c} = (-6; 1; -1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

- A. $\vec{m} = (3; -22; 3)$. B. $\vec{m} = (3; 22; -3)$. C. $\vec{m} = (3; 22; 3)$. D. $\vec{m} = (-3; 22; -3)$.

☺ Giải :

Bài tập 5 (THPT An Lão lần 2): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}(1; 2; -1)$, $\vec{b}(3; 4; 3)$.

Tìm tọa độ của $\vec{x}$ biết $\vec{x} = \vec{b} - \vec{a}$.

- A. $\vec{x} = (2; 2; 4)$. B. $\vec{x} = (-2; -2; 4)$. C. $\vec{x}(1; 1; 2)$. D. $\vec{x}(-2; -2; -4)$.

☺ Giải :

Bài tập 6 a/ (Đề Minh Họa lần 2) : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm

$A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(2; -2; -1)$ B. $I(-2; 2; 1)$ C. $I(1; 0; 4)$ D. $I(2; 0; 8)$

b/ (Sở GD – ĐT Đồng Nai) : Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(-5; 0; 5)$ là trung điểm của đoạn MN , biết $M(1; -4; 7)$. Tìm tọa độ của điểm N .

- A. $N(-10; 4; 3)$ B. $N(-11; -4; 3)$ C. $N(-2; -2; 6)$ D. $N(-11; 4; 3)$

☺ Giải :

Bài tập 7 (THPT Tiên Lãng): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 2; 3)$, $N(0; 2; -1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là:

- A. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}; 2; 1\right)$ C. $(1; 0; -4)$ D. $(-1; 4; 2)$

☛ Giải :

Bài tập 8 (THPT Chuyên Tuyên Quang): Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1; 3; 2)$, $\vec{v} = (-3; -1; 2)$ khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng. A. 10 B. 3 C. 2 D. 4

☛ Giải :

Bài tập 9 (THPT Chuyên Thái Bình): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} - \vec{k}$; $\overrightarrow{ON} = 2\vec{j} - 3\vec{i}$. Tọa độ của $\overline{MN}$ là.

- A. $(1; 1; 2)$ B. $(-3; 0; 1)$ C. $(-3; 0; -1)$ D. $(-2; 1; 1)$

☛ Giải :

Bài tập 10 a/ (THPT Trần Hưng Đạo – Nam Định): Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho vectơ $\overrightarrow{OM} = \vec{j} - \vec{k}$. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(1; -1)$ B. $M(0; 1; -1)$ C. $M(1; 1; -1)$ D. $M(1; -1; 0)$

b/ (THPT chuyên KHTN): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho vector

$$\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}. \text{ Tìm tọa độ của điểm } A.$$

- A. $A(3; 5; -2)$ B. $A(-3; -17; 2)$ C. $A(3; -2; 5)$ D. $A(3; 17; -2)$

☺ **Giải :**

Bài tập 11 a/ (THPT chuyên KHTN): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 4)$, $B(1; 3; 5)$, $C(1; -2; 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là.

- A. $G(4; 1; 1)$ B. $G(4; 4; 1)$ C. $G(1; 4; 1)$ D. $G(1; 1; 4)$

b/ Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 2; 3)$, $B(2; 4; 2)$ và tọa độ trọng tâm $G(0; 2; 1)$. Khi đó, tọa độ điểm C là:

- A. $C(-1; -4; 4)$ B. $C(1; 4; 4)$ C. $C(-1; 0; -2)$ D. $C(1; 0; 2)$

☺ **Giải :**

Bài tập 12: phân tích vector

a/ $\vec{u} = (4, 0, -7)$ theo $\vec{a} = (-2, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, 3, -2)$, $\vec{c} = (2, 4, 3)$

b/ $\vec{d} = (-4, 5, -1)$ theo $\vec{a} = (2, 4, 1)$, $\vec{b} = (-3, 0, 3)$, $\vec{c} = (1, -1, -1)$

c/ $\vec{q} = (-4, 12, 4)$ theo $\vec{a} = (3, -7, 0)$, $\vec{b} = (2, -3, 1)$, $\vec{c} = (3, 2, 4)$

☺ **Giải :**

Bài tập 13: a/ Cho $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (2; 1; -3)$, $\vec{c} = (-2; 0; 1)$, $\vec{d} = (-1; -3; 7)$. Biết $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$. Khi

đó tổng $m + n + p$ bằng bao nhiêu? A. 1. B. -1. C. 2. D. -2

b/ Cho $\vec{OA} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ và $B(m; m-1; -4)$. Tìm tất cả các giá trị của m để độ dài đoạn $AB = 3$?

A. $m = 1$. B. $m = 4$. C. $m = -1$. D. $m = 1$ hoặc $m = 4$.

c/ Cho $A(1; 0; -3)$, $B(2; -1; 1)$, $C(m+1; m^2+4; 2m-4)$. Biết rằng trong tất cả các giá trị thực của m để tam giác ABC vuông tại A thì $m = m_0$ là **giá trị nhỏ nhất**. Khi đó, giá trị m_0 bằng bao nhiêu?

A. -1. B. 1. C. 8. D. 9.

☛ **Giải :**

Bài tập 14: Viết dưới dạng $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$\vec{a} = (1, 0, -2) \quad ; \quad \vec{b} = \left(0, 0, -\frac{11}{3}\right) \quad ; \quad \vec{c} = (1, \sqrt{3}, -2) \quad ; \quad \vec{d} = \left(2, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{\pi}{6}\right)$$

☛ Giải :

Bài tập 15: Trong không gian Oxyz cho A(2; -3 ; 1), B(1; -1; 4) và C(-2; 1; 6)

a/ Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

b/ Tính các vectơ sau : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$, $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BC}$

c/ Tính: $(2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC}$

d/ Tìm tọa độ điểm M sao cho : $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

e/ Tìm tọa độ điểm K sao cho : $\overrightarrow{KA} - 2\overrightarrow{KB} = 2\overrightarrow{CB}$

f/ Tìm tọa độ điểm D sao cho ABCD là hình bình hành

☛ Giải :

Bài tập 16: Cho điểm $M(-3;4;7)$. Tìm tọa độ hình chiếu của M trên.

a/ Các trục tọa độ

b/ Các mặt phẳng tọa độ

☉ Giải :

Bài tập 17: a/ cho $\overrightarrow{AC} = (3, 2, -5)$ với $C(1, 0, 3)$. Tìm A

b/ (THPT QG – 2017): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = -6$.

B. $m = 0$.

C. $m = -4$.

D. $m = 2$.

☉ Giải :

Bài tập 18: Cho ba điểm: $A(-3;2;1)$; $B(3;-1;2)$; $C(0;-4;2)$. CMR tam giác ABC cân

☉ Giải :

Bài tập 19: a/ Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với

$A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), C'(4; 5; -5), D(1; -1; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại

b/ Trong không gian Oxyz cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' với

$A(-1; 2; 3), C(1; 4; 5), B'(-3; 3; -2), D'(5; 3; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại

c/ Trong không gian Oxyz cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Biết A(4;1;-2), B'(4;5;10).

$C(-3;-2;17)$, $D'(-7;-2;11)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại.

😊 **Giải :**

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Bài tập 20: a/ Tìm góc giữa hai vectơ sau:

a) $\vec{a} = (4; 3; 1); \vec{b} = (-1; 2; 3)$

b) $\vec{a} = (2; 5; 4); \vec{b} = (6; 0; 3)$

c) $\vec{a} = (1; -1; 1); \vec{b} = (0; 1; 3)$

b/ (THPTQG – 2017): Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$.

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$.

☛ **Giải : CÔNG THỨC GÓC GIỮA HAI VEC TƠ**

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \text{ với } \vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$$

Bài tập 21: a/ (Chuyên Sơn La – 2017): Góc tạo bởi hai véc tơ $\vec{a} = (2; 2; 4); \vec{b} = (2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; 0)$ bằng.

A. 135°

B. 30°

C. 45°

D. 90°

b/ (THPT Chuyên Lê Hồng Phong): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy tính góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (1; 2; -2)$ và $\vec{b} = (-1; -1; 0)$?

A. $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$

B. $(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$

C. $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$

D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

c/ (THPT Lý Thái Tổ): Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}, \vec{b}$ có độ dài lần lượt là 1 và 2. Biết $|\vec{a} + \vec{b}| = 3$ khi đó góc giữa 2 vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ là.

- A. 0 B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$

d/ (THPT Hoàng Văn Thụ): Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng.

- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{6}$

e/ (THPT Chuyên Hà Tĩnh): Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; -2; 3)$, $\vec{v} = (2; 3; -1)$, α là góc giữa hai vectơ. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $2 \sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{3} - 1$ B. $2 \cot \alpha + \cos \alpha = 0$ **C. $2 \sin \alpha + \tan \alpha = 0$** D. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1 + \sqrt{3}$

☛ Giải :

.....

.....

.....

.....

Bài tập 22: Trên trục $x'Ox$, tìm điểm M cách đều hai điểm: $A(2; -1; 1)$; $C(3; -2; -1)$ (ĐS : $(4; 0; 0)$)

☛ Giải :

.....

.....

Bài tập 23: Trên mặt phẳng Oxy , tìm điểm cách đều ba điểm: $A(2; -1; 1)$; $B(1; 3; 4)$; $C(3; -2; -1)$

☛ Giải : ĐS : $\left(\frac{26}{3}; \frac{14}{3}; 0 \right)$

.....

.....

.....

.....

Phần 02 : VEC TƠ CÙNG PHƯƠNG – TÍCH CÓ HƯỚNG

A. Hai vectơ cùng phương Cho $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$

$$\vec{a}, \vec{b} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} \text{ sao cho } \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$$

Ghi chú :

Ví dụ 1: $\vec{a} = (3, -1, 2)$, $\vec{b} = (-9, 3, -6)$, $\vec{c} = (6, -2, 1)$

a/ CMR $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ ngược hướng

b/ CMR $\vec{a}$ và $\vec{c}$ là hai vectơ không cùng phương

Giải : a/ Vì $\frac{3}{-9} = \frac{-1}{3} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$ nên $\vec{a} = -\frac{1}{3}\vec{b}$ suy ra $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng

b/ Vì $\frac{6}{2} \neq \frac{1}{2}$ nên $\vec{a}$ và $\vec{c}$ là hai vectơ không cùng phương

Ví dụ 2: Cho $A(-3; 1; 4)$; $B(2; 3; 6)$; $C(3; -4; 1)$.

a/ CMR A, B, C **lập tam giác**

b/ Tìm tọa độ điểm $M(x; y; -6)$ sao cho $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng

Giải : a/ $\overrightarrow{AB} = (5; 2; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (6; -5; -3)$

Vì $\frac{5}{6} \neq \frac{2}{-5}$ nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là hai vectơ **không cùng phương**

Suy ra ba điểm A, B, C **không thẳng hàng**. Vậy A, B, C là ba đỉnh của một tam giác

b/ $\overrightarrow{AM} = (x+3; y-1; -10)$, $\overrightarrow{BC} = (1; -7; -5)$

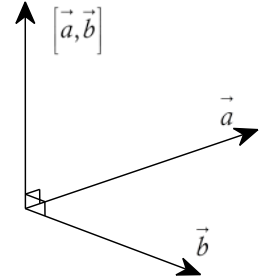
$\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng nghĩa là chúng **cùng phương** $\Leftrightarrow \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-7} = \frac{-10}{-5} > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{1} = 2 \\ \frac{y-1}{-7} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -13 \end{cases} \text{ Vậy } M(-1; -13; -6)$$

B. Tích có hướng và sự đồng phẳng

Cho $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$$



Tính chất

- $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$
- $[\vec{a}, \vec{b}]$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- $[\vec{b}, \vec{a}] = -[\vec{a}, \vec{b}]$.
- $[\vec{a}, \vec{b}] = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$

Ứng dụng

- ▶ Ba vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.
- ▶ Bốn điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$.
- ▶ Tính diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|$.
- ▶ **Chú ý:** A, B, C, D lập tứ diện $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$ và

$$V_{A.BCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}], \overrightarrow{AD}| \quad \text{hoặc} \quad V = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot h$$

(h là chân đường cao hạ từ đỉnh A)

Bài tập 1: Cho ba điểm $A(-1; 2; -3), B(1; 0; 2), C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x + y$ bằng bao nhiêu?

- A.** $x + y = 1$. **B.** $x + y = 17$. **C.** $x + y = \frac{11}{5}$. **D.** $x + y = -\frac{11}{5}$.

☉ **Giải:**

Bài tập 2: Bộ ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. $A(1;1;-1)$, $B(-1;0;2)$, $C(0;-1;4)$

B. $E(0;1;1)$, $F(3;-2;4)$, $H(2;-1;2)$

C. $M(1;0;2)$, $N(7;-6;5)$, $P(-1;2;1)$

D. $I(-1;0;2)$, $J(1;2;-6)$, $K(-2;-1;1)$

☉ Giải :

Bài tập 3: Cho $A(1;-1;3)$, $B(2;-2;4)$, $C(-1;-4;2)$. Diện tích S của tam giác ABC là:

A. $S = \frac{\sqrt{42}}{2}$

B. $S = \frac{\sqrt{21}}{2}$

C. $S = \sqrt{42}$

D. $S = \sqrt{6}$

☉ Giải :

Bài tập 4 (THPT Tiên Lãng): Cho ba điểm $A(2;-1;5)$, $B(5;-5;7)$ và $M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x , y thì A , B , M thẳng hàng ?

A. $x = 4$ và $y = 7$

B. $x = -4$ và $y = 7$

C. $x = -4$ và $y = -7$

D. $x = 4$ và $y = -7$

☉ Giải :

Bài tập 5: Cho $\vec{a} = (1;-2;3)$. Biết $\vec{b} = (x_0;y_0;-6)$ cùng phương với $\vec{a}$. Khi đó tổng $x_0 + y_0$ bằng bao nhiêu?

A. $x_0 + y_0 = -2$

B. $x_0 + y_0 = 2$

C. $x_0 + y_0 = 0$

D. $x_0 + y_0 = -1$

☉ Giải :

Bài tập 6: Cho ba vec-tơ $\vec{a} = (1; -1; 0)$, $\vec{b} = (2; 1; -1)$, $\vec{c} = (m; 0; 2m - 1)$. Khi đó để ba vec-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng thì giá trị của tham số thực m bằng bao nhiêu?

A. $m = \frac{7}{3}$

B. $m = \frac{1}{2}$

C. $m = \frac{3}{7}$

D. $m = \frac{2}{7}$

☺ Giải :

Bài tập 7: Cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$; $\vec{b} = (2; 3; -1)$; $\vec{c} = (-2; 4; 2)$. Tìm $\vec{x}$ sao cho $\vec{a} \cdot \vec{x} = 2$, $\vec{b} \cdot \vec{x} = -1$, $\vec{c} \perp \vec{x}$

☺ Giải :

Bài tập 8: Xét sự đồng phẳng của 3 vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ biết:

a/ $\vec{a} = (1; -1; 1)$; $\vec{b} = (0; 1; 2)$; $\vec{c} = (4; 2; 3)$

b/ $\vec{a} = (1; 2; 1)$; $\vec{b} = (1; -2; 3)$; $\vec{c} = (2; 6; 1)$

c/ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$; $\vec{b} = (-1; 3; 5)$; $\vec{c} = -4\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

☺ Giải :

Bài tập 9: Tìm m để 3 vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (2; 1; m)$; $\vec{c} = (2; m; 1)$ đồng phẳng

☉ Giải :

.....

.....

.....

Bài tập 10: Xét tính đồng phẳng của 4 điểm sau:

a/ $A(1; 2; 1)$, $B(-1; 2; 3)$, $C(2; 0; -2)$, $D(0; 1; -4)$

b/ $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 4)$, $C(3; 0; -2)$, $D(-2; 1; 0)$

☉ Giải :

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11: Cho bốn điểm: $A(1; -1; 1)$; $B(3; 1; -2)$; $C(-1; 2; 4)$; $D(5; -6; 9)$

a) Chứng tỏ D nằm ngoài mặt phẳng (ABC) .

b) Tìm tọa độ trọng tâm của tứ diện ABCD.

c) Tính thể tích tứ diện ABCD và tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A.

☉ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 12 (THPT Quảng Xương 1 lần 2): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm

$A(1;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Điểm M thuộc trục Oz mà $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất là:

A. $M(0;0;0)$.

B. $M(0;0;-1)$.

C. $M(0;0;2)$.

D. $M(0;0;1)$.

☺ **Giải :**

TRẮC NGHIỆM CÓ LỜI GIẢI PHẦN 01 VÀ PHẦN 02

Câu 01 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vector: $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$.

Tọa độ vector $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

A. $(0; -27; 3)$.

B. $(1; 2; -7)$

C. $(0; 27; 3)$

D.

$(0; 27; -3)$

☺ **Hướng dẫn giải** Có $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$

$$= (2; -5; 3) - 4(0; 2; -1) - 2(1; 7; 2) = (2; -5; 3) - (0; 8; -4) - (2; 14; 4) = (2 - 0 - 2; -5 - 8 - 14; 3 + 4 - 4)$$

$= (0; -27; 3)$; Vậy $\vec{d} = (0; -27; 3)$. **Chọn A**

Câu 02 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3; -2; 5)$, $B(-2; 1; -3)$ và $C(5; 1; 1)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là:

- A. $G(2; 0; 1)$ B. $G(2; 1; -1)$ C. $G(-2; 0; 1)$ D. $G(2; 0; -1)$

● **Hướng dẫn giải**

Tọa độ trọng tâm $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right) \Rightarrow G(2; 0; 1)$

Vậy $G(2; 0; 1)$. **Chọn A**

Câu 03 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 2; 1)$, $B(1; 0; 2)$ và $C(-1; 2; 3)$. Diện tích tam giác ABC là:

- A. $4\sqrt{5}$ B. $3\sqrt{5}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

● **Hướng dẫn giải** Có $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 1)$; $\overrightarrow{AC} = (1; 0; 2)$; $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-4; -5; 2)$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \left\| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right\| = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + (-5)^2 + 2^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$; Vậy $S_{\triangle ABC} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$. **Chọn C**

Câu 04 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 4)$, $C(6; 5; 2)$, $D(7; 7; 5)$.

Diện tích tứ giác $ABDC$ là:

- A. $3\sqrt{83}$ B. $\sqrt{82}$ C. $9\sqrt{15}$ D. $2\sqrt{83}$

● **Hướng dẫn giải :** Có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$; $\overrightarrow{AC} = (5; 4; 1)$; Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-10; 14; -6)$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \left\| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right\| = \frac{1}{2} \sqrt{(-10)^2 + 14^2 + (-6)^2} = \sqrt{83}$

$S_{ABDC} = 2 \cdot S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{83}$. Vậy $S_{ABDC} = 2\sqrt{83}$. **Chọn D**

Câu 05 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -3; 4)$, $B(1; y; -1)$, $C(x; 4; 3)$. Để ba điểm A, B, C thẳng hàng thì tổng giá trị $5x + y$ là:

- A. 41 B. 41 C. 42 D. 36

● **Hướng dẫn giải :** Có $\overrightarrow{AB} = (-1; y + 3; -5)$; $\overrightarrow{AC} = (x - 2; 7; -1)$

Để ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \frac{-1}{x-2} = \frac{y+3}{7} = \frac{-5}{-1}$

$\Rightarrow x = \frac{9}{5}; y = 32 \Rightarrow 5x + y = 41$. Vậy $5x + y = 41$. **Chọn B**

Câu 06 : Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết $A(2;-1;1), B(5;5;4), C(3;2;-1), D(4;1;3)$. Thể tích tứ diện $ABCD$ là:

A. 4

B. 2

C. 5

D. 3

● **Hướng dẫn giải :** Có $\overrightarrow{AB} = (3;6;3); \overrightarrow{AC} = (1;3-2); \overrightarrow{AD} = (2;2;2)$

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-21;9;3); [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -18; V = \frac{1}{6} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = 3$. Vậy $V = 3$. **Chọn D**

Câu 07 : Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;0;0), B(0;2;0), C(0;0;4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành:

A. $(4;-2;4)$

B. $(2;-2;4)$

C. $(-4;2;4)$

D. $(4;2;2)$

● **Hướng dẫn giải :** Gọi $D(x,y,z)$; Có $\overrightarrow{AB} = (-4;2;0); \overrightarrow{DC} = (-x;-y;4-z)$

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (-4;2;0) = (-x;-y;4-z)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -x = -4 \\ -y = 2 \\ 4-z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \\ z = 4 \end{cases}$; Vậy $D(4;-2;4)$. **Chọn A**

Câu 08 : Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;7)$. Điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng Oxy có tọa độ là:

A. $(2;-5;-7)$

B. $(2;5;7)$

C. $(-2;-5;7)$

D. $(-2;5;7)$

● **Hướng dẫn giải :** Do điểm $M'(x',y',z')$ đối xứng điểm $M(x,y,z)$ qua mặt phẳng Oxy nên

$\begin{cases} x' = x \\ y' = y \\ z' = -z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ y' = -5 \\ z' = -7 \end{cases}$; Vậy $M'(2;-5;-7)$. **Chọn A**

Câu 09 : Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết $A(2;-1;6), B(-3;-1;-4), C(5;-1;0), D(1;2;1)$. Độ dài đường cao AH của tứ diện $ABCD$ là:

A. 5

B. 6

C. 7

D. 9

☛ **Hướng dẫn giải :** Có $\overrightarrow{BC} = (8; 0; 4); \overrightarrow{BD} = (4; 3; 5); \overrightarrow{BA} = (5; 0; 10)$

$$[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (-12; -24; 24); [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA} = 180$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot |[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA}| = 30; S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot |[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(-12)^2 + (-24)^2 + 24^2} = 18$$

$$\text{Mà } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{\Delta ABC} \Rightarrow AH = \frac{3 \cdot V_{ABCD}}{S_{\Delta ABC}} = 5; \text{ Vậy } AH = 5. \text{ Chọn A}$$

Câu 10 (THPT Gia Lộc 2) : Cho tứ diện $ABCD$ biết $A(0; -1; 3), B(2; 1; 0), C(-1; 3; 3), D(1; -1; -1)$.

Tính chiều cao AH của tứ diện.

A. $AH = \frac{14}{\sqrt{29}}.$

B. $AH = \frac{1}{\sqrt{29}}.$

C. $AH = \sqrt{29}.$

D. $AH = \frac{\sqrt{29}}{2}.$

☛ **Hướng dẫn giải :**

Cách 1. Ta có $\overrightarrow{BA} = (-2; -2; 3), \overrightarrow{BC} = (-3; 2; 3), \overrightarrow{BD} = (-1; -2; -1).$

$$\text{Độ dài } AH = \frac{|[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA}|}{|[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]|} = \frac{14}{\sqrt{29}}. \text{ Chọn A}$$

Cách 2. Mặt phẳng (BCD) nhận vector $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD} = (4; -6; 8)$ làm vector pháp tuyến và đi qua điểm $D(1; -1; -1)$ có phương trình là $2x - 3y + 4z - 1 = 0$.

$$\text{Khi đó } AH = d(A, (BCD)) = \frac{|2 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) + 4 \cdot (-1) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 4^2}} = \frac{14}{\sqrt{29}}. \text{ Chọn A}$$

Câu 11 (Sở GD – ĐT Hà Tĩnh) : Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; 3; 1),$

$B(4; 1; -2), C(6; 3; 7), D(-5; -4; -8)$. Độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện là.

A. $\frac{90}{7}.$

B. $\frac{\sqrt{45}}{7}.$

C. $\frac{270}{7}.$

D. $\frac{45}{7}.$

☛ **Hướng dẫn giải :** $\overrightarrow{AB} = (2; -2; -3), \overrightarrow{AC} = (4; 0; 6), \overrightarrow{AD} = (-7; -7; -9).$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-12; -24; 8) \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = 14.$$

$$V_{D.ABC} = \frac{1}{6} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \overrightarrow{AD} \right| = 30. \Rightarrow d(D, (ABC)) = \frac{3V_{D.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{45}{7}. \text{ Chọn D}$$

Câu 12 (THPT Trần Cao Vân - Khánh Hòa) : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;1;1)$, $B(1;2;1)$, $C(1;1;2)$, $D(2;2;1)$. Tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là:

- A. $I(3;3;-3)$. B. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $I(3;3;3)$. D. $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

☛ **Hướng dẫn giải :**

Giả sử $I(a;b;c)$. Do I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IA = ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \\ IA^2 = ID^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-1)^2 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = (a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 3 \\ 2c = 3 \\ 2a + 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{3}{2}. \text{ Vậy } I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right). \text{ Chọn B}$$

Câu 13 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có hai điểm trên trục hoành mà khoảng cách từ đó đến điểm $M(-3;4;8)$ bằng 12. **Tổng hai hoành độ** của chúng là:

- A. -6. B. 5. C. 6. D. 11.

☛ **Hướng dẫn giải :** Gọi $M(a,0,0)$; $N(b,0,0)$ ($a \neq b$) là 2 điểm thuộc trục hoành

Khi đó a, b là 2 nghiệm của phương trình: $\sqrt{(x+3)^2 + 4^2 + 8^2} = 12 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 55 = 0$

$\Rightarrow a + b = -6$. **Chọn A**

Câu 14 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A(2;-2;2)$, $B(1;2;1)$, $A'(1;1;1)$, $D'(0;1;2)$. Thể tích của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là:

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. 8. D. 4.

☛ **Hướng dẫn giải :** $\overrightarrow{AB} = (-1;4;-1)$; $\overrightarrow{AA'} = (-1;3;-1)$

$ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp $\Rightarrow \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} \Rightarrow D(1;-2;3) \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left| \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AA'} \right] \cdot \overrightarrow{AD} \right| = 2$. **Chọn A**

Câu 15 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\vec{a} = (x; 2; 1)$, $\vec{b} = (2; 1; 2)$. Tìm x biết

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{3}.$$

A. $x = \frac{1}{2}$

B. $x = \frac{1}{3}$

C. $x = \frac{3}{2}$

D. $x = \frac{1}{4}$

☛ **Hướng dẫn giải :** Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{|2x+4|}{3\sqrt{x^2+5}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{x^2+5} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

Chọn D

Câu 16 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 1)$, $B(0; 2; 3)$, $C(2; 1; 0)$.

Độ dài đường cao kẻ từ C của tam giác ABC là:

A. $\sqrt{26}$

B. $\frac{\sqrt{26}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{26}}{3}$

D. 26

☛ **Hướng dẫn giải :** Ta có $\vec{AB} = (-1; 2; 2)$, $\vec{AC} = (1; 1; -1) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = \frac{\sqrt{26}}{2}$

Chiều cao $CH = \frac{2.S_{ABC}}{AB} = \frac{\sqrt{26}}{3}$

Chọn C

Câu 17 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(-2; 2; -1)$, $B(-2; 3; 0)$, $C(x; 3; -1)$. Giá trị của x để tam giác ABC đều là

A. $x = -1$

B. $x = -3$

C. $\begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$

D. $x = 1$

☛ **Hướng dẫn giải :** Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB

Ta có: $M\left(-2; \frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $AB = \sqrt{2}$, $CM = \sqrt{(x+2)^2 + \frac{1}{2}}$

Tam giác ABC đều khi $CM = AB \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow (x+2)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$

Chọn C

Câu 18 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(0; 3; -1)$ và điểm C nằm trên mặt phẳng Oxy sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Điểm C có tọa độ là

- A. (1;2;3) B. (1;2;1) C. (1;2;0) D. (1;1;0)

☛ **Hướng dẫn giải :** Do C nằm trên (Oxy) nên $C(x; y; 0)$

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{0-1}{-2}$; Suy ra $x=1, y=2$

Chọn C

Câu 19 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với $A(1;2;-1), B(2;3;-2), C(1;0;1)$. Trong các điểm $M(4;3;-2), N(-1;-2;3), P(2;1;0)$, điểm nào là đỉnh thứ tư của hình bình hành có 3 đỉnh là A, B, C ?

- A. Cả điểm M và N B. Chỉ có điểm M C. Chỉ có điểm N D. Chỉ có điểm P

☛ **Hướng dẫn giải :** Tính được $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1), \overrightarrow{CM} = (3;3;-3), \overrightarrow{CN} = (-2;-2;2), \overrightarrow{CP} = (1;1;-1)$

Chỉ thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CP}$ **Chọn D**

Câu 20 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 4 điểm $M(2;-3;5), N(4;7;-9), P(3;2;1), Q(1;-8;12)$. Bộ 3 điểm nào sau đây thẳng hàng ?

- A. M, N, Q B. M, N, P C. M, P, Q D. N, P, Q

☛ **Hướng dẫn giải :** Tính được $\overrightarrow{MN} = (2;10;-14), \overrightarrow{MP} = (1;5;-4), \overrightarrow{MQ} = (-1;-5;7)$

Ta thấy $\overrightarrow{MN} = -2\overrightarrow{MQ}$ nên hai vectơ này cùng phương hay ba điểm M, N, Q thẳng hàng. **Chọn A**

Câu 21 : Cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;4)$. Nếu MNPQ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là:

- A. (-2;-3;4) B. (3;4;2) C. (2;3;4) D. (-2;-3;-4)

☛ **Hướng dẫn giải :** MNPQ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q - 2 = 0 \\ y_Q = 3 \\ z_Q = 4 \end{cases} \Leftrightarrow Q(2;3;4)$ **Chọn C**

Câu 22 : Cho ba điểm $A(1;2;0), B(1;0;-1), C(0;-1;2)$. Tam giác ABC là:

- A. Tam giác cân tại đỉnh A B. Tam giác vuông tại đỉnh A
C. Tam giác đều D. Cả A, B, C đều sai

☛ Hướng dẫn giải : $\overrightarrow{AB} = (0; -2; -1), \overrightarrow{AC} = (-1; -3; 2) \Rightarrow AB = \sqrt{5}, AC = \sqrt{14}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 5 \neq 0$ **Chọn D**

Câu 23 : Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1;1;1), (2;3;4), (6;5;2)$. Diện tích của hình bình hành đó bằng:

A. $2\sqrt{83}$

B. $\sqrt{83}$

C. 83

D. $\frac{\sqrt{83}}{2}$

☛ Hướng dẫn giải :

$A(1;1;1), B(2;3;4), C(6;5;2)$. $\overrightarrow{AB} = (1;2;3), \overrightarrow{AC} = (5;4;1); S_{hph} = 2S_{\Delta ABC} = \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right| = 2\sqrt{83}$ **Chọn A**

Câu 24 : Cho bốn điểm $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$. Thể tích của tứ diện ABCD là:

A. 1

B. 2

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

☛ Hướng dẫn giải : $\overrightarrow{AB} = (-1;1;0), \overrightarrow{AC} = (-1;0;1), \overrightarrow{AD} = (-3;1;-1); V = \frac{1}{6} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} \right| = \frac{1}{2}$

Chọn D

Câu 25 : Cho bốn điểm $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Bốn điểm A,B,C,D tạo thành một tứ diện

B. Tam giác ABC là tam giác đều

C. $AB \perp CD$

D. Tam giác BCD là tam giác vuông.

☛ Hướng dẫn giải :

$\overrightarrow{BC} = (0; -1; 1), \overrightarrow{BD} = (1; 0; 1), \overrightarrow{CD} = (1; 1; 0), \overrightarrow{AB} = (1; -1; 0); \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \cdot \overrightarrow{CD} \neq 0, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0, \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} \neq 0$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ đúng, **chọn A**

Câu 26 : Cho hai véc tơ $\vec{a} = (1;1;2), \vec{b} = (-2;3;0)$. Tích có hướng của hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

A. $\left[\vec{a}, \vec{b} \right] = (6;4;5)$

B. $\left[\vec{a}, \vec{b} \right] = (-6;-4;-5)$

C. $\left[\vec{a}, \vec{b} \right] = (-6;-4;5)$

D. $\left[\vec{a}, \vec{b} \right] = (6;4;-5)$

☛ Hướng dẫn giải :Ta có : $\left[\vec{a}, \vec{b} \right] = (-6;-4;5)$ **chọn C**

Câu 27 : Cho ba véc tơ $\vec{a} = (1;1;2), \vec{b} = (-1;m;m-2), \vec{c} = (3;-1;2)$ để $\left[\vec{a}, \vec{b} \right] \perp \vec{c}$ giá trị m tìm được là

A. $m = -2$;

B. $m = 1$;

C. $m = 2$;

D. $m = -3$

☛ **Hướng dẫn giải :** Ta có : $[\vec{a}, \vec{b}] = (-m-2; -m; m+1)$

Để $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{c} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow 4m = 8 \Leftrightarrow m = -2$. **Chọn A**

Câu 28 : Cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; 1; 2)$, $\vec{b} = (-1; m; m-2)$; để $||[\vec{a}, \vec{b}]|| = 4$ thì giá trị m phải tìm là:

A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$;

B. $m = 1$

C. $m = -\frac{11}{5}$

D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{11}{5} \end{cases}$

☛ **Hướng dẫn giải :** Ta có : $[\vec{a}, \vec{b}] = (-m-2; -m; m+1)$

Để $||[\vec{a}, \vec{b}]|| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(-m-2)^2 + (-m)^2 + (m+1)^2} = 4 \Leftrightarrow 5m^2 + 6m - 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{11}{5} \end{cases}$ **Chọn D**

Câu 29 : Trong không gian Oxyz cho bốn điểm $A(6; -2; 3)$, $B(0; 1; 6)$, $C(2; 0; -1)$, $D(4; 1; 0)$

Thể tích của khối tứ diện ABCD là

A. 24

B. 12

C. 13

D. 25

☛ **Hướng dẫn giải :** Ta có : $\vec{AB} = (-6; 3; 3)$, $\vec{AC} = (-4; 2; 4)$, $\vec{AD} = (-2; 3; -3)$

Suy ra : $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-18; -36; 0)$; $[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = -72$

Vậy : Thể tích của khối tứ diện $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = 12$; **Chọn B**

Câu 30 : Trong không gian Oxyz cho bốn điểm $A(6; -2; 3)$, $B(0; 1; 6)$, $C(2; 0; -1)$, $D(4; 1; 0)$

Khi đó cos góc giữa hai đường thẳng AB và CD là :

A. $\cos(\widehat{AB; CD}) = \frac{3}{5}$

B. $\cos(\widehat{AB; CD}) = \frac{2}{3}$

C. $\cos(\widehat{AB; CD}) = \frac{-3}{5}$

D. $\cos(\widehat{AB; CD}) = \frac{1}{3}$

☛ **Hướng dẫn giải :** Ta có : $\vec{AB} = (-6; 3; 3)$, $\vec{CD} = (2; 1; 1)$

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng AB và CD

Khi đó : $\cos \varphi = \frac{|-6.2+3.1+3.1|}{\sqrt{6^2+3^2+3^2}.\sqrt{2^2+1+1}} = \frac{1}{3}$; **Chọn D**

Câu 31 : Trong không gian Oxyz cho bốn điểm $A(6;-2;3), B(0;1;6), C(2;0;-1), D(4;1;0)$

Khi đó chiều cao của tứ diện hạ từ đỉnh A là :

A. $\frac{36}{\sqrt{77}}$ B. $\frac{\sqrt{77}}{36}$ C. $\frac{36}{77}$ D. $\frac{77}{36}$

● **Hướng dẫn giải :** Ta có : $\overrightarrow{BC} = (2;-1;-7)$, $\overrightarrow{BD} = (4;0;-6)$

Suy ra : $[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (6;-16;4)$; $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]| = \sqrt{77}$

Gọi AH là đường cao hạ từ A xuống mặt phẳng (BCD)

Mà : $V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCD} . AH \Rightarrow AH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{36}{\sqrt{77}}$; **Chọn A**

Câu 32 : Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D' biết $A(1;2;-1), B(-1;1;3), C(-1;-1;2), D(2;-2;-3)$

Khi đó thể tích khối đa diện ABCDD' là :

A. 5 B. 4 C. 3 D. 6

● **Hướng dẫn giải :** Gọi điểm cần tìm là $D(a;b;c)$

Ta có : $\overrightarrow{AD} = (a-1;b-2;c+1)$, $\overrightarrow{BC} = (0;-2;-1)$; $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-2 \end{cases} \Rightarrow D(1;0;-2)$

Tương tự : $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow B'(0;-1;2)$; $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow C'(0;-3;1)$; $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} \Rightarrow A'(2;0;-2)$

Mà : $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (9;-2;4)$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] . \overrightarrow{AA'} = 9$

Suy ra : $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] . \overrightarrow{AA'}| = 9$

Vậy : $V_{ABCD D'} = V_{D.ACD'} + V_{B.ACD'} = \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} + \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3$; **Chọn C**

Câu 33 : Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho $\vec{a} = (-1;2;3), \vec{b} = (2;1;0)$.

Với $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$, thì tọa độ của $\vec{c}$ là :

A. $(-4;3;6)$ B. $(-4;1;3)$ C. $(-4;3;3)$ D. $(-1;3;5)$

☉ Hướng dẫn giải :

$$2\vec{a} = (-2; 4; 6)$$

$$-\vec{b} = (-2; -1; 0)$$

$\Rightarrow 2\vec{a} - \vec{b} = (-4; 3; 6)$ (ở đây chú ý ta cộng theo vế vì đã thêm dấu "-" rồi) **Chọn A**

Câu 34 : Cho $\vec{a} = (-2; 1; 3), \vec{b} = (1; 2; m)$. Với giá trị nào của m để $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$?

A. $m = -1$

B. $m = 1$

C. $m = 2$

D. $m = 0$

☉ Hướng dẫn giải : $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow -2.1 + 1.2 - 1.m = 0 \Leftrightarrow m = 0$. **Chọn D**

Câu 35 : Tính cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ biết $\vec{a} = (8; 4; 1), \vec{b} = (2; -2; 1)$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{1}{3}$

☉ Hướng dẫn giải : $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{16 - 8 + 1}{9.3} = \frac{1}{3}$. **Chọn D**

Câu 36 (THPT Nguyễn Tất Thành) : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), C'(4; 5; -5), D(1; -1; 1)$. Tọa độ của đỉnh A' là:

A. $(3; 5; -6)$

B. $(5; -5; -6)$

C. $(-5; 5; -6)$

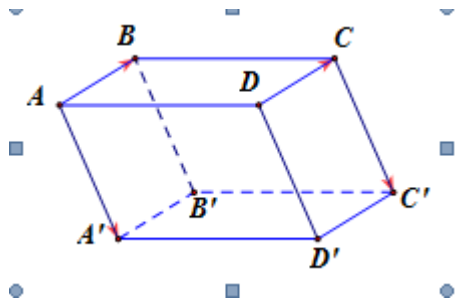
D. $(-5; -5; 6)$

☉ Hướng dẫn giải :.

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow (x_C - 1; y_C + 1; z_C - 1) = (1; 1; 1) \Rightarrow C(2; 0; 2).$$

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow (x_{A'} - 1; y_{A'}; z_{A'} - 1) = (2; 5; -7) \Rightarrow A'(3; 5; -6).$$

Chọn A



Câu 37 (THPT chuyên Lê Quý Đôn) : Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3; 2; 1), C(4; 2; 0), B'(-2; 1; 1), D'(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm A' của hình hộp. A. $A'(-3; 3; 3)$ B. $A'(-3; -3; -3)$ C. $A'(-3; -3; 3)$ D. $A'(-3; 3; 1)$.

☉ Hướng dẫn giải : Gọi $A'(x_1; y_1; z_1), C'(x_2; y_2; z_2)$.

Tâm của hình bình hành $A'B'C'D'$ là $I\left(1;3;\frac{5}{2}\right)$.

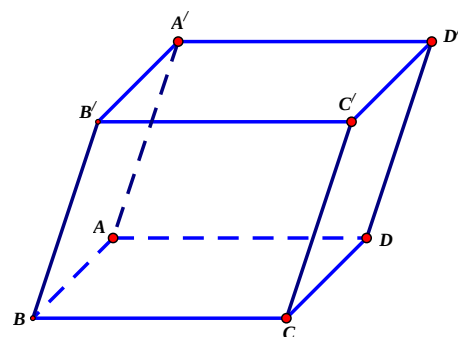
Do I là trung điểm của $A'C'$ nên
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ y_1 + y_2 = 6 \\ z_1 + z_2 = 5 \end{cases}$$
 Ta có

$\overrightarrow{AC} = (7;0;-1)$ và $\overrightarrow{A'C'} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$.

Do $ACC'A'$ là hình bình hành nên
$$\begin{cases} x_2 - x_1 = 7 \\ y_2 - y_1 = 0 \\ z_2 - z_1 = -1 \end{cases}$$
 Xét các hệ

phương trình: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 - x_1 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 + y_2 = 6 \\ y_2 - y_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 + z_2 = 5 \\ z_2 - z_1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_2 = 2 \end{cases}$

Vậy $A'(-3;3;3)$. **Chọn A**



Câu 38 : Cho $A(1;1;1), B(-4;3;1), C(-9;5;1)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$

B. $\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CB}$

C. $\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CB}$

D. $\overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CB}$

☛ **Hướng dẫn giải :** $\overrightarrow{CA} = (-10;4;0), \overrightarrow{CB} = (-5;2;0) \Rightarrow \overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CB}$. **Chọn B**

Câu 39 : Cho $A(1;2;3), B(1;2;-3), C(7;4;3)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

A. $D(7;4;-3)$

B. $D(7;-4;-3)$

C. $D(7;-4;3)$

D. $D(-7;-4;3)$

☛ **Hướng dẫn giải :**

$$\overrightarrow{AC} = (6;2;0), \overrightarrow{BD} = (x-1; y-2; z+3) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=6 \\ y-2=2 \\ z+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=4 \\ z=-3 \end{cases} \text{ . Chọn A}$$

Câu 40 : Cho $A(0;1;1), B(-1;0;2), C(-1;1;0)$. Khi đó diện tích của tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (đvdt)

B. $\sqrt{6}$ (đvdt)

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (đvdt)

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (đvdt)

☛ **Hướng dẫn giải :**

$$\overrightarrow{AB} = (-1;-1;1), \overrightarrow{AC} = (-1;0;-1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} ; \text{ Chọn A}$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho hai vectơ $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{k}; \vec{v} = \vec{i} + 2\vec{k}$, khi đó tọa độ của $\vec{u} + \vec{v}$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$ là:

- A. $(1; 2; -1)$ B. $(1; 0; 1)$ C. $(1; 2; 2)$ D. $(-1; 0; 2)$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho hai vectơ $\vec{u} = \vec{j} - 3\vec{k}; \vec{v} = \vec{i} + \vec{k}$, khi đó tích vô hướng của $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng:

- A. -3 . B. -2 . C. 3 . D. 2 .

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; 1; 2); \vec{v} = (-2; 1; 2)$. Tính $\cos(\vec{a}; \vec{b})$:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (0; \sqrt{2}; \sqrt{2}); \vec{v} = (-\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 0)$. Góc giữa hai vectơ đã cho bằng:

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 120° .

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -2; 3), \vec{b} = (x; 0; 1)$. Đặt $P = |\vec{a} - \vec{b}|$, P đạt giá trị nhỏ nhất khi:

- A. $x = 2$ B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $x = -2$

Câu 8 (chuyên ĐH Vinh): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a; b; c)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Tọa độ $\overline{OM}$ là $(a; b; c)$
 B. Tọa độ hình chiếu của M lên Ox là $(a; 0; 0)$
 C. Điểm M thuộc Oz khi và chỉ khi $a = b = 0$
 D. Khoảng cách từ M đến (Oxy) bằng c

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\overline{OM} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của điểm M đối với hệ tọa độ $Oxyz$ là:

- A. $(2; -1; 2)$. B. $(2; -1; 1)$. C. $(-1; 2; 1)$. D. $(1; 1; 2)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\overline{OM} = \vec{j} - 2\vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ của điểm M đối với hệ tọa độ $Oxyz$ là:

- A. $(-2; -1; 3)$. B. $(1; -2; 3)$. C. $(1; -2; 1)$. D. $(-2; 1; 3)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} - \vec{k}$; $\overrightarrow{ON} = 2\vec{j} - 3\vec{i}$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$ là:

- A. $(1; 1; 2)$. B. $(-3; 0; 1)$. C. $(-2; 1; 1)$. D. $(-3; 0; -1)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hành $ABCD$ với .

$A(1; 3; 0), B(1; 1; 2), D(1; 0; 2)$. Tọa độ đỉnh C của hình bình hành trong hệ tọa độ $Oxyz$ là:

- A. $(1; -2; 4)$. B. $(-1; 2; 2)$. C. $(-1; 2; 4)$. D. $(1; 0; 4)$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hành $ABCD$ với $A(1; 1; 0), B(1; 1; 2), D(1; 0; 2)$

Diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 0; 2), B(3; 1; 1), C(1; 0; -1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC . Độ dài đoạn thẳng AH bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{26}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{26}}{3}$. C. $\frac{3\sqrt{26}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{26}}{4}$.

Câu 15: Trong không gian cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0), \vec{b} = (1; 1; 0), \vec{c} = (1; 1; 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng:

- A. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$ B. $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương C. $\cos(\vec{b}; \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$ D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$

Câu 16: Trong không gian cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0), \vec{b} = (1; 1; 0), \vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$ C. $\vec{a} \perp \vec{b}$ D. $\vec{b} \perp \vec{c}$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$ thỏa mãn hệ thức $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. Bộ số nào dưới đây là tọa độ của vectơ $\vec{a}$?

- A. $(2; 0; -3)$ B. $(2; 0; 3)$ C. $(2; -3; 0)$ D. $(2; 3; 0)$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} + \vec{k}$. Bộ số nào dưới đây là tọa độ của điểm M .

- A. (0;2;1) B. (2;0;1) C. (2;1;0) D. (0;1;2)

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1;3;-2) và B(4;-5;2). Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ bằng bao nhiêu .

- A. (-3;8;-4) B. (3;-8;4) C. (3;2;4) D. (-3;2;4)

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, Tìm độ dài của vector $\overrightarrow{a} = (1;0;2)$?

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vector $\overrightarrow{a} = (1;1;-2)$ và $\overrightarrow{b} = (1;2;-3)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$?

- A. (2;3;5) B. (2;3;-5) C. (2;-1;1) D. (2;-1;-5)

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vector $\overrightarrow{a} = (0;1;-2)$ và $\overrightarrow{b} = (1;2;-3)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$?

- A. (1;-1;1) B. (1;-1;-5) C. (-1;1;-1) D. (-1;-1;1)

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vector $\overrightarrow{a} = (1;-2;-3)$ và $\overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{a}$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{b}$?

- A. (2;4;-6) B. (2;4;6) C. (-2;4;6) D. (-2;-4;-6)

Câu 24 (THPT Trần Cao Vân - Khánh Hòa): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vector $\overrightarrow{a} = (-1;1;0)$, $\overrightarrow{b} = (1;1;0)$, $\overrightarrow{c} = (1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c} = 0$ B. $|\overrightarrow{c}| = \sqrt{3}$ C. $|\overrightarrow{a}| = \sqrt{2}$ D. $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$

Câu 25 (THPT chuyên ĐH Vinh): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A(0;1;2), B(1;2;3), C(1;-2;-5). Điểm M nằm trong đoạn thẳng BC sao cho $MB = 3MC$. Độ dài đoạn thẳng AM bằng?

- A. $7\sqrt{2}$ B. $\sqrt{11}$ C. $7\sqrt{3}$ D. $\sqrt{30}$

Câu 26 (Cụm 1 – Tp.HCM): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm M(2;-3;5), N(6;-4;-1) và đặt $u = |\overrightarrow{MN}|$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $u = (-4;1;6)$ B. $u = \sqrt{53}$ C. $u = 3\sqrt{11}$ D. $u = (4;-1;-6)$

Câu 27 (THPT chuyên ĐH Vinh): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm

$M(3;0;0), N(0;0;4)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. $MN = 7$ B. $MN = 10$ C. $MN = 1$ D. $MN = 5$

Câu 28 (THPT Ngô Gia Tự): Trong không gian cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;3;1); B(1;1;-2);$

$C(2;1;0); D(0;-1;2)$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

- A. 14 B. 7 C. $\frac{7}{6}$ D. $\frac{7}{3}$

Câu 29 THPT Lý Văn Thịnh): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(2;0;0), B(0;3;1)$

$C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Độ dài đoạn AM là.

- A. $\sqrt{29}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $\sqrt{30}$ D. $2\sqrt{7}$

Câu 30 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 05): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho

$A(3;-4;0), B(0;2;4), C(4;2;1)$. Tọa độ điểm D trên trục Ox sao cho $AD = BC$.

A. $D_1(-3;0;0), D_2(3;0;0)$

B. $D_1(0;0;0), D_2(6;0;0)$

C. $D_1(0;0;0), D_2(-6;0;0)$

D. $D_1(2;0;0), D_2(8;0;0)$

Câu 31 (Sở GDĐT Đồng Nai): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm

$M(0;1;2), N(7;3;2), P(-5;-3;2)$. Tìm tọa độ điểm Q thỏa mãn $\overline{MN} = \overline{QP}$.

A. $Q(-12;-5;2)$

B. $Q(-12;5;2)$

C. $Q(12;5;2)$

D. $Q(-2;-1;2)$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm *khoảng cách giữa hai điểm $M(2;1;-3)$ và $N(4;-5;0)$*

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 2 điểm $A(1; 2; -3), B(3; -2; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB ?

- A. $I(2; 0; -1)$ B. $I(4; 0; -2)$
C. $I(2; 0; -4)$ D. $I(2; -2; -1)$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với $A(-1; 0; 4), B(2; -3; 1), C(3; 2; -1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

- A. $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$ B. $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$
C. $G(4; -1; 4)$ D. $G\left(2; -\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(3; 2; 1), B(-1; 3; 2); C(2; 4; -3)$. Hãy tính tích vô hướng của $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$?

- A. 10 B. -6
C. -2 D. 2

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, điểm nào sau đây nằm trên trục Oz ?

- A. $A(1; 0; 0)$ B. $B(0; 1; 0)$
C. $C(0; 0; 2)$ D. $D(2; 1; 0)$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, hỏi điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) ?

- A. $A(1; 2; 3)$ B. $B(0; 1; 2)$ C. $C(0; 0; 2)$ D. $D(2; 0; 0)$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, hỏi hình chiếu A' của điểm $A(3; 2; 1)$ lên trục Ox có tọa độ bằng bao nhiêu?

- A. $(3; 2; 0)$ B. $(3; 0; 0)$ C. $(0; 0; 1)$ D. $(0; 2; 0)$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A' đối xứng với điểm $A(3; 5; -7)$ qua trục Ox. Hỏi tọa độ của điểm A' bằng bao nhiêu ?

- A. $(3; 0; 0)$ B. $(-3; 5; 7)$ C. $(3; -5; -7)$ D. $(3; -5; 7)$

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, điều kiện để $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ là gì ?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ B. $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ C. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ D. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tìm điều kiện để hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ B. $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ C. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ D. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\vec{a} = -\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương B. $\vec{a}$, $\vec{b}$ là hai vectơ đối nhau
C. $\vec{a}$, $\vec{b}$ D. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho A(2; 1; 4), B(-2; 2; -6), C(6; 0; -1). Tích $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng bao nhiêu?

A. -67 B. 65
C. 67 D. 33

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, Cho hai điểm A(-2; -2; 0) và B(1; -2; -1). Hãy tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. (3; 0; -1) B. (3; 0; 1)
C. (-3; 0; 1) D. (-3; 0; -1)

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(1; 0; -2), B(2; 1; -1) và C(1; -2; 2). Hãy tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$?

A. $(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$ B. $(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3})$
C. $(1; 1; -\frac{1}{3})$ D. $(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm B(2; 1; -1) và C(1; -2; 2). Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn BC?

A. $(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2})$ B. $(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$
C. $(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{2}{3})$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vectơ $\vec{a} = (5; 7; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; 4)$, $\vec{c} = (-6; 1; -1)$.

Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$?

- A. $(3; 22; -3)$ B. $(3; -22; -3)$
 C. $(-3; -22; -3)$ D. $(-3; 22; -3)$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(1; 0; 2)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(3; 2; 4)$, $D(6; 9; -5)$. Hãy tìm tọa độ trọng tâm của tứ diện ABCD?

- A. $(-2; 3; 1)$ B. $(2; -3; 1)$
 C. $(2; 3; 1)$ D. $(2; 3; -1)$

Câu 49: Trong không gian, tìm tọa độ điểm A đối xứng với $B(1; 3; -5)$ qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$?

- A. $(-1; -3; 5)$ B. $(-5; 1; 3)$
 C. $(5; -1; 3)$ D. $(1; -5; 3)$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, điểm M thuộc trục hoành thì tọa độ của điểm M bằng bao nhiêu?

- A. $(0; 0; m)$ B. $(m; 0; 0)$
 C. $(0; -m; 0)$ D. $(0; m; 0)$

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, điểm M thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxy) thì tọa độ của điểm M bằng bao nhiêu?

- A. $(x; y; 0)$ B. $(x; y; 1)$
 C. $(x; y; 2)$ D. $(x; y; 3)$

Câu 52: Cho $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 1$, $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{6}$. Tính độ dài vectơ $[\vec{u}, \vec{v}]$?

- A. 10 B. 5
 C. 8 D. $5\sqrt{3}$

Câu 53: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vectơ $\vec{a} = (5; 7; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; 4)$, $\vec{c} = (-6; 1; -1)$.

Hãy tìm tọa độ của vectơ $\vec{n} = 5\vec{a} + 6\vec{b} + 4\vec{c} - 3\vec{i}$?

- A. $(16; 39; -26)$
 B. $(16; -39; 26)$
 C. $(16; 39; 26)$
 D. $(-16; 39; 26)$

Câu 54 (THPT Quảng Xương 1): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai véc tơ $\vec{a} = (3; 0; 2)$, $\vec{c} = (1; -1; 0)$. Tìm tọa độ của véc tơ $\vec{b}$ thỏa mãn biểu thức $2\vec{b} - \vec{a} + 4\vec{c} = \vec{0}$.

- A. $(\frac{-1}{2}; 2; 1)$ B. $(\frac{-1}{2}; 2; -1)$
C. $(\frac{1}{2}; -2; -1)$ D. $(\frac{-1}{2}; -2; 1)$

Câu 55: Trong không gian Oxyz, cho $A(0; 1; 4)$ và $B(-2; 3; 1)$. Tìm tọa độ điểm M đối xứng với B qua

A

- A. $(2; -1; 7)$ B. $(-2; 2; -7)$
C. $(-1; 2; 5)$ D. $(-2; 2; -3)$

Câu 56: Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(3; 3; -1)$, $C(4; 1; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của ΔABC ?

- A. $(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$ B. $(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3})$
C. $(1; 1; -\frac{1}{3})$ D. $(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3})$

Câu 57 (THPT Hai Bà Trưng- Huế): Trong không gian Oxyz, cho ba vectơ: $\vec{a} = (2; -5; 3)$,

$\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$. Tọa độ vectơ $\vec{x} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c}$ là.

- A. $\vec{x} = (\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 18)$ B. $\vec{x} = (5; -\frac{121}{3}; \frac{17}{3})$
C. $\vec{x} = (11; \frac{1}{3}; \frac{55}{3})$ D. $\vec{x} = (11; \frac{5}{3}; \frac{53}{3})$

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = (-3; 5; 2)$, $\vec{c} = (0; 4; 3)$. Tìm độ dài của vectơ $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c} + 5\vec{j}$?

- A. $\sqrt{258}$ B. $\sqrt{825}$
C. $\sqrt{528}$ D. $\sqrt{285}$

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; 0; -2)$, $B(2; 1; -1)$. Tìm độ dài của đoạn thẳng AB ?

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{18}$ C. $2\sqrt{7}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-3;0)$, $P(0;0;4)$. Tìm tọa độ của điểm Q để tứ giác MNPQ là hình bình hành?

- A. $(-2;-3;4)$ B. $(3;4;2)$ C. $(2;3;4)$ D. $(-2;-3;-4)$

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(0;1;1)$, $B(1;0;1)$, $C(1;1;0)$. Hãy tính diện tích của $\triangle ABC$?

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. 1 D. Một giá trị khác với các giá trị trên.

Câu 62 (THPT Quảng Xương 1): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2;-1;5)$, $B(5;-5;7)$ và $M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x và y thì 3 điểm A, B, M thẳng hàng?

- A. $x = 4$ và $y = 7$. B. $x = 4$ và $y = -7$. C. $x = -4$ và $y = 7$. D. $x = -4$ và $y = -7$.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(0;0;2)$, $C(1;1;0)$ và $D(4;1;2)$. Tính độ dài đường cao của tứ diện ABCD hạ từ đỉnh D xuống mp(ABC)?

- A. $\sqrt{11}$ B. $\frac{\sqrt{11}}{11}$ C. 1 D. 11

Câu 64: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;-1;3)$, điểm D thuộc Oy và thể tích của tứ diện ABCD bằng 5. Tìm tọa độ của đỉnh D?

- A. $(0;-7;0)$ B. $(0;8;0)$
C. $\begin{bmatrix} (0;-7;0) \\ (0;8;0) \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} (0;-8;0) \\ (0;7;0) \end{bmatrix}$

Câu 65: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;0;2)$, $B(-2;1;3)$, $C(3;2;4)$. Tìm tọa độ trực tâm H của $\triangle ABC$?

- A. $(-\frac{5}{4}; -\frac{5}{8}; \frac{11}{8})$ B. $(\frac{5}{4}; -\frac{5}{8}; \frac{11}{8})$
C. $(\frac{5}{4}; -\frac{5}{8}; -\frac{11}{8})$ D. $(\frac{5}{4}; \frac{5}{8}; \frac{11}{8})$

Câu 66: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;1;2)$, $B(-1;3;-9)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho điểm M thuộc Oy và $\triangle ABM$ vuông tại M?

A. $\begin{cases} M(0; 2 + 2\sqrt{5}; 0) \\ M(0; 2 - 2\sqrt{5}; 0) \end{cases}$

B. $\begin{cases} M(0; 2 + \sqrt{5}; 0) \\ M(0; 2 - \sqrt{5}; 0) \end{cases}$

C. $\begin{cases} M(0; 1 + \sqrt{5}; 0) \\ M(0; 1 - \sqrt{5}; 0) \end{cases}$

D. $\begin{cases} M(0; 1 + 2\sqrt{5}; 0) \\ M(0; 1 - 2\sqrt{5}; 0) \end{cases}$

Câu 67: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 4)$, $C(2; 1; -1)$. Độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của $\triangle ABC$ là :

A. $\sqrt{6}$

B. $\sqrt{\frac{33}{50}}$

C. $5\sqrt{3}$

D. $\sqrt{\frac{50}{33}}$

Câu 68: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 6)$ và $D(0; -4; 0)$. Tìm độ dài đường cao của tứ diện ABCD vẽ từ đỉnh D?

A. $\frac{22}{\sqrt{41}}$

B. $\frac{\sqrt{41}}{22}$

C. $\frac{21}{\sqrt{42}}$

D. $\frac{\sqrt{21}}{42}$

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(2; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$ và $D(1; 2; 1)$. Tính thể tích của tứ diện ABCD?

A. 30

B. 40

C. 50

D. 60

Câu 70: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -3; 4)$ và $\vec{b} = (2; y; z)$ cùng phương thì giá trị y, z là bao nhiêu?

A. $\begin{cases} y = -6 \\ z = -8 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = 6 \\ z = 8 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = 6 \\ z = -8 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -6 \\ z = 8 \end{cases}$

Câu 71: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, nếu hai vectơ $\vec{m} = (7; -2)$; $\vec{n} = (m; 1)$ vuông góc với nhau thì m là nghiệm của phương trình nào dưới đây?

A. $m^2 - 5m + 6 = 0$

B. $m^2 - m + 1 = 0$

C. $m^2 - 9m + 14 = 0$

D. $7m = 2$

Câu 72: Trong không gian Oxyz, cho $A(1; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm A_1 là hình chiếu của A trên $mp(Oxz)$

A. $(1; 0; 2)$

B. $(1; 1; 0)$

C. $(0; 1; 2)$

D. $(0; 1; 0)$

Câu 73: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với M là trung điểm của cạnh BC và $A(1; -2; 3)$, $B(3; 0; 2)$, $C(-1; 4; -2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AM}$?

A. $(2; -2; 2)$

B. $(0; -4; 3)$

C. $(0; 4; -3)$

D. $(0; 8; -6)$

Câu 74: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 0; 2)$, $C(-1; 4; -2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

B. $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \vec{0}$

C. A, B, C thẳng hàng

D. A, B, C tạo thành tam giác

Câu 75: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tìm tọa độ điểm B' đối xứng với $B(2; -1; -3)$ qua mặt phẳng Oxy ?

A. $(2; 1; -3)$

B. $(2; 1; 3)$

C. $(2; -1; -3)$ D. $(2; -1; 3)$

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{b} = (1; 2; 3)$, $\vec{a} = (2; 4; 6)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Vectơ $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$ B. $\vec{a} + \vec{b} = (3; 6; 9)$

C. $\vec{a} \perp \vec{b}$ D. $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$

Câu 77: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $M(1; 2; 4)$, $N(2; -1; 0)$, $P(-2; 3; -1)$. Tìm tọa độ điểm Q biết rằng $\vec{MQ} = \vec{NP}$?

A. $Q(-3; 6; 3)$ B. $Q(3; -6; -3)$

C. $Q(-1; 2; 1)$ D. $Q\left(-\frac{3}{2}; 3; \frac{3}{2}\right)$

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và điểm B thỏa mãn hệ thức $\vec{OB} = \vec{k} - 3\vec{i}$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB?

A. $(-4; -2; -2)$ B. $(4; 2; 2)$ C. $(-2; -1; -1)$ D. $(-1; 1; 2)$

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 2 vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = (0; \sqrt{2}; 2)$.

Tìm số đo của góc $(\vec{a}, \vec{b})$?

A. -45° B. 45° C. 135° D. 60°

Câu 80: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với $A(-4; 3; 5)$, $B(-3; 2; 5)$ và $C(5; -3; 8)$. Tính $\cos \widehat{ABC}$.

A. $-\frac{13}{14}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{14}$ C. $\frac{13}{14}$ D. $-\frac{\sqrt{7}}{14}$

Câu 81: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(2; 1; 1)$, $B(0; 3; -1)$, $C(1; 1; 2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AB \perp AC$ B. $AB \perp BC$ C. $BC \perp AC$ D. $AB = AC$

Câu 82: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 3 điểm $A(1; 0; -2)$, $B(2; 1; -1)$, $C(1; -3; 3)$ và điểm M thỏa mãn hệ thức $\vec{OM} = 2\vec{AB} + 3\vec{BC} - \vec{AM}$. Tìm tọa độ của điểm M?

A. $(0; -5; -6)$ B. $(0; -5; 2)$ C. $(0; -5; 6)$ D. $(0; -5; 4)$

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 4 điểm $A(1; -2; 2)$, $B(0; -1; 2)$, $C(0; -2; 3)$, $D(-2; -1; 1)$. Tính thể tích tứ diện ABCD ?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 84: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 3 vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; -1; 2)$, $\vec{c} = (-2; 1; -1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$?

- A. $\vec{m} = (-3; 9; 4)$ B. $\vec{m} = (5; 5; 12)$
C. $\vec{m} = (-3; -9; 4)$ D. $\vec{m} = (-3; 9; -4)$

Câu 85: Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, cho 3 vectơ $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (5; 7; 0)$, $\vec{c} = (3; -2; 4)$. Tìm bộ số $(m; n; p)$ thỏa mãn hệ thức $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$?

- A. $(0; 0; 0)$
B. $(1; 0; 0)$
C. $(0; 1; 0)$
D. $(1; 1; 1)$

Câu 86: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a} = (4; -2; -4)$, $\vec{b} = (6; -3; 2)$ thì

$\left| (2\vec{a} - 3\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b}) \right|$ có giá trị là:

- A. 200 B. $\sqrt{200}$ C. 200^2 D. ± 200

Câu 87: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\vec{a} = (2; -1; 3)$, $\vec{b} = (1; -3; 2)$, $\vec{c} = (3; 2; -4)$. Gọi $\vec{x}$ là vectơ thỏa mãn $\vec{x} \cdot \vec{a} = -5$, $\vec{x} \cdot \vec{b} = -11$, $\vec{x} \cdot \vec{c} = 20$. Tìm tọa độ $\vec{x}$?

- A. $\vec{x} = (2; 3; -2)$ B. $\vec{x} = (2; 3; 1)$
C. $\vec{x} = (3; 2; -2)$ D. $\vec{x} = (1; 3; 2)$

Câu 88: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $B(-1; -1; 0)$, $C(3; 1; -1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Oy và cách đều B, C ?

- A. $(0; \frac{9}{4}; 0)$ B. $(0; \frac{9}{2}; 0)$ C. $(0; -\frac{9}{2}; 0)$ D. $(0; -\frac{9}{4}; 0)$

Câu 89: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;4)$, $C(2;1;-1)$. Tìm độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của $\triangle ABC$?

A. $\sqrt{6}$

B. $\sqrt{\frac{33}{50}}$

C. $5\sqrt{3}$

D. $\sqrt{\frac{50}{33}}$

Câu 90: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, độ dài $\vec{u} = (a;b;c)$ được tính theo công thức nào sau đây:

A. $\sqrt{a+b+c}$

B. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

C. $a+b+c$

D. $a^2+b^2+c^2$

Câu 91: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, $\vec{u} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$. Độ dài của $\vec{u}$ là:

A. 5

B. 4

C. 3

D. $\sqrt{5}$

Câu 92: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\vec{OM} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, khi đó tọa độ M đối với hệ Oxyz là:

A. (2;-1;2)

B. (2;-1;1)

C. (-1;2;1)

D. (1;1;2)

Câu 93: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các véc tơ $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (1;1;-1)$, $\vec{c} = (2;3;0)$, tọa độ của $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ là

Câu 94: Trong không gian Oxyz cho $\vec{a} = (1;1;1)$, $\vec{b} = (0;-2;1)$. Tọa độ của $\vec{a} - \vec{b}$ là:

A. (1;-3;0)

B. (1;3;0)

C. (-1;3;0)

D. (1;-3;0)

Câu 95: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vectơ $\vec{a} = (5;7;2)$, $\vec{b} = (3;0;4)$, $\vec{c} = (-6;1;-1)$.

Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$?

A. (3;22;-3)

B. (3;-22;-3)

C. (-3;-22;-3)

D. (-3;22;-3)

Câu 96: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm M thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxy) thì tọa độ của điểm M bằng bao nhiêu?

- A. $(x; y; 0)$ B. $(x; y; 1)$ C. $(x; y; 2)$ D. $(x; y; 3)$

Câu 97: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = m\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$. Biết $|\vec{u}| = \sqrt{5}$. Khi đó giá trị m bằng

- A. $m = 0$ B. $m = 1$
C. $m = 2$ D. $m = -1$

Câu 98: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; 1; 1)$; $\vec{c} = (3; -1; 2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{b}$ thỏa mãn biểu thức $2\vec{b} - \vec{a} + 3\vec{c} = \vec{0}$ là

- A. $\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 1; \frac{5}{2}\right)$ B. $\vec{b} = \left(-\frac{1}{2}; -2; -\frac{5}{2}\right)$
C. $\vec{b} = \left(-\frac{7}{2}; 2; -\frac{5}{2}\right)$ D. $\vec{b} = \left(\frac{3}{2}; 2; -\frac{1}{2}\right)$

Câu 99: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ có $A(3; 1; 2)$, $B(1; 0; 1)$, $C(2; 3; 0)$. Tìm tọa độ đỉnh E .

- A. $E(0; 2; -1)$ B. $E(1; 1; 2)$
C. $E(1; 3; -1)$ D. $E(4; 4; 1)$

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 1)$; $B(2; 0; -1)$; $C(0; 1; 3)$. Diện tích của tam giác ABC bằng

- A. $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{5}}{2}$
B. $S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2}$
C. $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
D. $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 101: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 0)$; $B(0; 1; 1)$; $C(2; 1; 0)$; $D(0; 1; 3)$. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A. $V_{ABCD} = \frac{3}{5}$

B. $V_{ABCD} = \frac{2}{3}$

C. $V_{ABCD} = \frac{1}{6}$

D. $V_{ABCD} = \frac{5}{8}$

Câu 102: Trong không gian Oxyz, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 1; 2)$; $\vec{b} = (x; 0; 1)$. Với giá trị nào của x thì $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{26}$

A. $\begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 15 \\ x = -17 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 21 \\ x = -31 \end{cases}$

Câu 103: Trong không gian Oxyz, cho tứ diện ABCE có ba đỉnh $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$ và đỉnh E nằm trên tia Oy. Tìm tọa độ đỉnh E , biết thể tích tứ diện ABCE bằng 5.

A. $\begin{cases} E(0; 8; 0) \\ E(0; -7; 0) \end{cases}$

B. $E(0; -7; 0)$

C. $E(0; 8; 0)$

D. $\begin{cases} E(0; 5; 0) \\ E(0; -4; 0) \end{cases}$

Câu 104: Cho ba vectơ $\vec{a}(0; 1; -2)$, $\vec{b}(1; 2; 1)$, $\vec{c}(4; 3; m)$. Để ba vectơ đồng phẳng thì giá trị của m là?

A. 14

B. 5

C. -7

D. 7

Câu 105: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho tứ diện ABCD với

$A = (2; 3; 1)$, $B = (-1; 2; 0)$, $C = (1; 1; -2)$; $D = (2; 3; 4)$. Thể tích của tứ diện ABCD là:

A. $\frac{7}{2}$

B. $\frac{7}{6}$

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{7}{3}$

Câu 106: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ biết $A(0;-1;-1)$, $B(1;0;2)$, $C(3;0;4)$, $D(3;2;-1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng ?

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 3 D. 6

Câu 107: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(-1;0;2)$, $B(1;3;-1)$, $C(2;2;2)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

A. Điểm $G\left(\frac{2}{3};\frac{5}{3};1\right)$ là trọng tâm của tam giác ABC .

B. $AB = \sqrt{2}BC$

C. $AC < BC$

D. Điểm $M\left(0;\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh AB .

Câu 108: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(3;-2;1)$. Tọa độ điểm C đối xứng với A qua B là:

- A. $C(4;2;1)$ B. $C(1;-2;1)$
C. $C(-1;2;-1)$ D. $C(4;-2;1)$

Câu 109: Cho ba điểm $A(2;5;-1)$, $B(2;2;3)$, $C(-3;2;3)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\triangle ABC$ đều.
B. A, B, C không thẳng hàng.
C. $\triangle ABC$ vuông.
D. $\triangle ABC$ cân tại B .

Câu 110: Cho hai điểm $A(1,-2,0)$ và $B(4,1,1)$. Độ dài đường cao OH của tam giác OAB là:

- A. $\frac{1}{\sqrt{19}}$ B. $\sqrt{\frac{86}{19}}$ C. $\sqrt{\frac{19}{86}}$ D. $\frac{\sqrt{19}}{2}$

Câu 111: Cho các điểm $M(1;1;1)$, $N(2;0;-1)$ và $P(-1;2;1)$. Xét điểm Q sao cho $MNPQ$ là một hình bình hành. Tìm tọa độ của điểm Q .

- A. $(2;3;3)$ B. $(2;-3;-3)$
C. $(2;-3;3)$ D. $(-2;3;3)$

Câu 112: Cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(-1;2;1)$. Xét điểm A' đối xứng của A qua B . Tìm tọa độ của A'

A. $(4;3;3)$

B. $(4;-3;3)$

C. $(3;4;-3)$

D. $(-4;3;1)$

Câu 113: Cho hai điểm $A(3;4;2)$ và $B(-1;-2;2)$. Xét điểm C sao cho điểm $G(1;1;2)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Chọn câu đúng:

A. $C(1;1;2)$

B. $C(0;1;2)$

C. $C(1;1;0)$

D. Không có điểm C như thế

Câu 114: Chọn hệ tọa độ sao cho bốn đỉnh A, B, D, A' của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$. Tìm tọa độ của điểm C' .

A. $(1;0;1)$

B. $(0;1;1)$

C. $(1;1;0)$

D. $D(1;1;1)$

Câu 115: Chọn hệ tọa độ sao cho bốn đỉnh A, B, A', C' của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $A'(0;0;1)$, $C'(1;1;1)$. Tìm tọa độ tâm hình vuông $BCC'B'$

A. $\left(\frac{1}{2};1;1\right)$

B. $\left(1;\frac{1}{2};1\right)$

C. $\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

D. $\left(1;1;\frac{1}{2}\right)$

Câu 116: Chọn hệ tọa độ sao cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $C(2;2;0)$ và tâm I của hình lập phương có tọa độ $(1;1;1)$. Tìm tọa độ của đỉnh B' .

A. $(2;0;2)$

B. $(0;-2;2)$

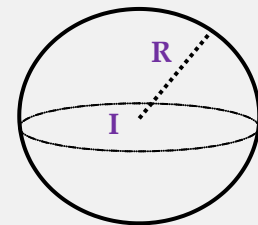
C. $(2;0;2)$ hoặc $(0;2;2)$

D. $(2;2;0)$

Phần 03 : MẶT CẦU

A. Kiến thức cần nhớ

1. Phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, bán kính R :



Dạng chính tắc:

Dạng khai triển:

(điều kiện để có mặt cầu :)

Bán kính:

B. Bài tập:

Ví dụ minh họa số 1 : Tìm tâm và bán kính mặt cầu có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y - 4z + 2 = 0$$

Giải : so sánh với phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

$$\text{Ta có } \begin{cases} -2a = -6 \\ -2b = 8 \\ -2c = -4 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \\ c = 2 \\ d = 2 \end{cases}$$

Suy ra mặt cầu có tâm $I(3; -4; 2)$

Gv cần file word xin vui lòng liên hệ

Zalo / facebook : 091 444 9230

ThS Nguyễn Vũ Minh

và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{9 + 16 + 4 - 2} = 3\sqrt{3}$

Ví dụ minh họa số 2 : Viết phương trình mặt cầu nếu biết:

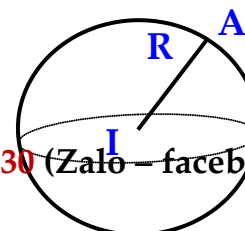
a/ Tâm $I(2; 2; -1)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$

b/ Tâm $I(2; 0; 1)$ và qua điểm $A(2; 1; 5)$

c/ Qua 4 điểm $A(2; 2; 1)$, $B(3; 2; 2)$, $C(-3; 1; 6)$, $D(3; -8; 0)$

☛ **Hướng dẫn giải** ☞ a/ mặt cầu (S) có tâm $I(2; 2; -1)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$

$$(S) : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = (2\sqrt{2})^2$$



⊙ b/ mặt cầu (S) có tâm I(2; 0; 1) và qua điểm A(2; 1; 5)

nên có bán kính $R = IA = \sqrt{0^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$ với $\vec{IA} = (0; 1; 4)$

$$(S) : (x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 17$$

⊙ c/ mặt cầu (S) qua 4 điểm A(2; 2; 1), B(3; 2; 2), C(-3; 1; 6), D(3; -8; 0)

gọi pt (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

$$\text{Ta có } \begin{cases} A(2; 2; 1) \in (S) \\ B(3; 2; 2) \in (S) \\ C(-3; 1; 6) \in (S) \\ D(3; -8; 0) \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^2 + 2^2 + 1^2 - 4a - 4b - 2c + d = 0 \\ 3^2 + 2^2 + 2^2 - 6a - 4b - 24c + d = 0 \\ (-3)^2 + 1^2 + 6^2 + 6a - 2b - 12c + d = 0 \\ 3^2 + (-8)^2 + 0^2 - 6a + 16b + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4a - 4b - 2c + d = 0 & (1) \\ 17 - 6a - 4b - 24c + d = 0 & (2) \\ 46 + 6a - 2b - 12c + d = 0 & (3) \\ 73 - 6a + 16b + d = 0 & (4) \end{cases}$$

Lần lượt trừ các vế tương ứng của phương trình (1) cho các phương trình (2), (3), (4) ta có hệ :

$$\begin{cases} 2a + 2c = 8 \\ 10a + 2b - 10c = -37 \\ 2a - 20b - 2c = 64 \end{cases} \text{ Giải hệ này ta được : } \begin{cases} a = 1/2 \\ b = -7/2 \\ c = 7/2 \end{cases} \text{ thay vào (4) ta được } d = -14$$

Vậy phương trình (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - x + 7y - 7z - 14 = 0$

Bài tập 1: Tìm tâm và bán kính của các mặt cầu sau:

a) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$	b) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 8y - 2z - 4 = 0$
c) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$	d) $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 6x - 3y + 15z - 2 = 0$
e) $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 4y = 0$	f) $x^2 + y^2 + z^2 - 6z - 7 = 0$

g) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 86 = 0$	h) $x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 4y - 6z + 24 = 0$
k) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 12y + 12z + 72 = 0$	l) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 01 : Cho phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.

Khi đó mặt cầu (S) có tọa độ tâm là:

- A. $(1;0;-2)$ B. $(1;1;-2)$ C. $(-1;1;2)$ D. $(-1;0;2)$

Câu hỏi trắc nghiệm 02 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$. Bán kính R của mặt cầu là

- A. $R = \sqrt{17}$ B. $R = 17$ C. $R = 25$ D. $R = 5$

Câu hỏi trắc nghiệm 03 (THPT Tiên Lãng): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là.

- A. $I(-2;1;3), R = 2\sqrt{3}$ B. $I(2;-1;-3), R = \sqrt{12}$
 C. $I(2;-1;-3), R = 4$ D. $I(-2;1;3), R = 4$

Câu hỏi trắc nghiệm 04 (THPT chuyên Võ Nguyên Giáp): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$. Tính tọa độ tâm I , bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $\begin{cases} I(-1;3;0) \\ R = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} I(1;-3;0) \\ R = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = \sqrt{10} \end{cases}$ D. $\begin{cases} I(-1; 3; 0) \\ R = 9 \end{cases}$

Câu hỏi trắc nghiệm 05 (THPT chuyên Sơn La): Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6z - 2 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính của mặt cầu (S) .

A. $I(1; 0; -3); R = 2\sqrt{3}$ B. $I(-1; 0; 3); R = 2\sqrt{3}$

C. $I(-1; 0; 3); R = \sqrt{7}$ D. $I(1; 0; -3); R = \sqrt{7}$

Câu hỏi trắc nghiệm 06 (THPT chuyên Biên Hòa): Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau, phương trình nào *không phải* là phương trình của mặt cầu?

A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 2y + 2z + 16 = 0$

B. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y - 24z + 16 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 8 = 0$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Bài tập 2: Cho phương trình :

a/ $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4(m+1)y - 2(m-2)z + 7m^2 + 8 = 0$ (1). Xác định tham số m để (1) là phương trình của một mặt cầu (S) . Khi đó xác định m để mặt cầu (S) có bán kính lớn nhất
(ĐS : $0 < m < 4$ và $m = 2$)

b/ $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+1)x + 4(m-1)y + 2mz + 7m^2 - 7 = 0$ (1). Xác định tham số m để (1) là phương trình của một mặt cầu có bán kính bằng 3.
(ĐS : $m = -3 \pm 2\sqrt{3}$)

c/ $x^2 + y^2 + z^2 - 4mx + 4y + 2mz + m^2 + 4m = 0$ (1). Xác định tham số m để (1) là phương trình của một mặt cầu (S) . Khi đó xác định m để mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất
(ĐS : $\forall m \in \mathbb{R}$ và $m = 1/2$)

☉ Giải :

.....

.....

.....

Bài tập 3 (THPT Nguyễn Tất Thành): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1;1;2)$, $B(3;0;1)$ và có tâm thuộc trục Ox . Phương trình của mặt cầu (S) là:

- A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$ B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$ C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$ D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$

☺ **Giải :**

Bài tập 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và có thể tích $V = 972\pi$. Xác định phương trình của mặt cầu (S) .

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$ B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81$
C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$ D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 9$

☉ Giải :

Bài tập 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(6, 3, -4)$ tiếp xúc với Ox có bán kính R bằng: A. $R = 6$ B. $R = 5$ C. $R = 4$ D. $R = 3$

☉ Giải :

Bài tập 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Trong các số dưới đây, số nào là diện tích của mặt cầu (S) ?

A. 12π B. 9π C. 36π D. 36

☉ Giải :

Bài tập 7: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 10xy - 8y + 2z - 1 = 0$ B. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2x - 6y + 4z - 1 = 0$
C. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x - 6y + 4z + 9 = 0$ D. $x^2 + (y - z)^2 - 2x - 4(y - z) - 9 = 0$

☉ Giải :

Bài tập 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giả sử tồn tại mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2az + 6a = 0$. Nếu (S) có đường kính bằng 12 thì a nhận những giá trị nào?

A. $\begin{cases} a = -2 \\ a = 8 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = 2 \\ a = -8 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = -2 \\ a = 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 2 \\ a = -4 \end{cases}$

☺ Giải :

.....

.....

.....

Bài tập 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giả sử tồn tại mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Với những giá trị nào của a thì (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π ?

A. $\{1; -11\}$

B. $\{1; 10\}$

C. $\{-1; 11\}$

D. $\{-10; 2\}$

☺ Giải :

.....

.....

.....

Bài tập 10: Viết phương trình mặt cầu nếu biết:

a) Tâm $I(5; -3; 7)$. bán kính $R = 2$.

b) Tâm $I(3; -2; 1)$ và qua điểm $A(2; 1; -3)$.

c) Tâm $I(4; -4; -2)$ và đi qua gốc tọa độ.

d) Hai đầu đường kính là $A(4; -3; -3)$ và $B(2; 1; 5)$.

e) Nhận AB làm đường kính với $A(6; 2; -5)$ và $B(-4; 0; 7)$.

☺ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11: Viết phương trình của mặt cầu đường kính AB với A, B có tọa độ:

- a) $A(-1, -3, 1); B(-3, 1, 5)$. b) $A(6, 2, -5); B(-4; 0; 7)$.
c) $A(1, -2, 4); B(3, -4, -2)$. d) $A(4, -3, 7); B(2; 1; 3)$.

☺ **Giải :**

Bài tập 12: Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện ABCD với $A(3; 2; 6)$, $B(3; -1; 0)$, $C(0; -7; 3)$, $D(-2; 1; -1)$. (ĐH Bách Khoa Hà Nội – 96) (ĐS: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 3y - 8z - 13 = 0$)

☺ **Giải :**

Bài tập 13: Viết phương trình mặt cầu (S)

a/ Đi qua bốn điểm $A(0; 0; 0)$, $B(0; 0; 4)$, $C(0; 4; 0)$, $D(4; 0; 0)$. (ĐH Văn Lang – 98)

b/ Đi qua bốn điểm: $A(1; 0; 0)$; $B(0; 1; 0)$; $C(0; 0; 1)$; $D(-2; 1; -1)$

$$(\text{ĐS} : x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{3}x + \frac{5}{3}y + \frac{5}{3}z - \frac{8}{3} = 0)$$

☛ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 14 (THPT Hai Bà Trưng- Huế): Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O, A(1; 0; 0), B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 4)$.

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0$

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z = 0$

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z = 0$

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z = 0$

☛ Giải :

.....

.....

.....

.....

Bài tập 15 a/(THPT Thuận Thành): Cho hai điểm $A(-2; 0; -3), B(2; 2; -1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z - 1 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z - 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 1 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 1 = 0$

b/ (THPT Thuận Thành): Cho hai điểm $A(1;1;0), B(1;-1;-4)$. Phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB là.

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 5$

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 5$

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 5$

☛ Giải :

Bài tập 16 a/(THPT Đặng Thúc Hứa): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$ và $B(0;-1;1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$

b/(THPT chuyên Thái Bình): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(2;1;1), F(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính EF có phương trình là.

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9$

☛ Giải :

Bài tập 17 a/ Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; -3)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là I và bán kính $R = 2$.

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 5 = 0$.

b/ (THPT Ngô Sĩ Liên lần 3): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ là.

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

• **Giải :**

Bài tập 18 a/ (Chuyên đH Vinh): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm giá trị của m .

- A. $m = -16$ B. $m = 4$ C. $m = 16$ D. $m = -4$

a/ (Sở GDĐT Hà Tĩnh lần 2): Trong hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 13 = 0$ có diện tích là:

- A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $4\pi^2$ C. 4π D. 8π

• **Giải :**

TRẮC NGHIỆM CÓ LỜI GIẢI :

Câu 01 : Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(3;1;0), B(5;5;0)$ là:

- A. $(x+10)^2 + y^2 + z^2 = 25$.
 B. $(x-10)^2 + y^2 + z^2 = 5\sqrt{2}$.
 C. $(x-9)^2 + y^2 + z^2 = 10$.
 D. $(x-10)^2 + y^2 + z^2 = 50$

☛ **Hướng dẫn giải**

Lần lượt thế tọa độ điểm A, B vào 4 phương án.

Chỉ có phương án D thỏa vì $(3-10)^2 + 1^2 + 0^2 = 50$ và $(5-10)^2 + 5^2 + 0^2 = 50$. **Chọn D.**

Câu 02 : Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, với giá trị nào của m thì phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-1)y + 4z + 5m = 0$ là phương trình mặt cầu ?

- A. $m < 1 \vee m > \frac{5}{2}$
 B. $1 \leq m \leq \frac{5}{2}$
 C. $m \geq 3$
 D. Một đáp số khác

☛ **Hướng dẫn giải** Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi

$$(-m)^2 + (m-1)^2 + 2^2 - 5m > 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 7m + 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > \frac{5}{2} \end{cases} \cdot \text{Chọn A.}$$

Câu 03 : Phương trình của mặt cầu có đường kính AB với $A(4;-3;7), B(2;1;3)$ là ;

- A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$
 B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$
 C. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$
 D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$

☛ **Hướng dẫn giải** Gọi I là trung điểm của AB .

Khi đó, mặt cầu cần tìm có tâm $I(3;-1;5)$, bán kính $R = \frac{AB}{2} = 3$ nên có phương trình :

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9. \text{ Chọn B.}$$

Câu 04 : Phương trình của mặt cầu có tâm $I(-1;2;3)$ và đi qua điểm $A(-2;1;1)$ là :

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 6$
 B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 36$
 C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36$
 D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$

☛ **Hướng dẫn giải** Mặt cầu cần tìm có tâm $I(-1;2;3)$, bán kính $R = IA = \sqrt{6}$ nên có phương trình :
 $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$. **Chọn D.**

Câu 05 : Phương trình của mặt cầu có tâm $I(-1;2;3)$ và tiếp xúc với trục Oy là ;

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 10$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 10$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 100$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 100$

☛ **Hướng dẫn giải:** Mặt cầu cần tìm có tâm $I(-1;2;3)$

bán kính $R = d(I; Oy) = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ nên có phương trình :

$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 10$. **Chọn B.**

Câu 06 : Phương trình của mặt cầu có tâm $I(-1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ Oyz là :

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 1$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 13$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 13$

☛ **Hướng dẫn giải** Mặt cầu cần tìm có tâm $I(-1;2;3)$

bán kính $R = d(I; Oyz) = |-1| = 1$ nên có phương trình : $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$. **Chọn B.**

Câu 07 : Mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $A(3;0;0), B(0;4;0), C(0;0;-2), O(0;0;0)$. Phương trình của (S) là :

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y + 4z = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 4y + 2z = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 8y - 4z = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 4y - 2z = 0$

☛ **Hướng dẫn giải** Phương trình của mặt cầu (S) có dạng : $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$

Vì (S) qua 4 điểm A,B,C,O nên ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 6a + d = -9 \\ 8b + d = -16 \\ -4c + d = -4 \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = -2 \\ c = 1 \\ d = 0 \end{cases}$$

Gv cần file word xin vui lòng liên hệ

$\Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 4y + 2z = 0$. **Chọn B.**

Zalo / facebook : 091 444 9230

ThS Nguyễn Vũ Minh

Câu 08 : Phương trình của mặt cầu đi qua ba điểm $A(1;2;-4), B(1;-3;1), C(2;2;3)$ và có tâm nằm trên mặt phẳng tọa độ Oxy là :

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 21 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 21 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 21 = 0$

☛ **Hướng dẫn giải** Phương trình của mặt cầu (S) cần tìm có dạng : $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + d = 0$

Vì (S) qua 3 điểm A,B,C nên ta có hpt
$$\begin{cases} 2a + 4b + d = -21 \\ 2a - 6b + d = -11 \\ 4a + 4d + d = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ d = -21 \end{cases}$$

$\Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$. **Chọn A.**

Câu 09 : Phương trình của mặt cầu đi qua hai điểm $A(3;-1;2), B(1;1;-2)$ và có tâm nằm trên trục Oz là :

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 10 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2z + 10 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z + 10 = 0$

☛ **Hướng dẫn giải** Phương trình của mặt cầu (S) cần tìm có dạng : $x^2 + y^2 + z^2 + 2cz + d = 0$

Vì (S) qua 2 điểm A,B nên ta có hpt
$$\begin{cases} 4c + d = -14 \\ -4c + d = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \\ d = -10 \end{cases}$$

$\Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$. **Chọn B.**

Câu 10 : Viết phương trình của mặt cầu (S) biết (S) có tâm $I(3;-2;0)$ và (S) cắt trục Oy tại hai điểm A,B mà $AB = 8$:

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$

B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 64$

C. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 25$

D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 25$

☛ **Hướng dẫn giải** Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên Oy.

Ta có H là trung điểm của AB.

$IH = d(I; Oy) = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3$; $HA = \frac{AB}{2} = 4$

Bán kính của (S) là $R = \sqrt{IH^2 + HA^2} = 5 \Rightarrow (S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 25$. **Chọn D.**

Câu 11 : Biết mặt cầu (S) có tâm tâm $I(-1; -4; 3)$ và (S) cắt mặt phẳng tọa độ Oxz theo một đường tròn có diện tích bằng $9\pi^2$. Khi đó phương trình của (S) là:

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 16$

B. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 9$

C. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 25$

D. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 25$

● **Hướng dẫn giải** Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên Oxz .

Gọi r, R lần lượt là bán kính của đường tròn thiết diện và bán kính của mặt cầu.

Ta có : $IH = d(I; Oxz) = |-4| = 4$; $r = 3$; $R = \sqrt{r^2 + IH^2} = 5$

$\Rightarrow (S): (x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 25$. **Chọn C.**

Câu 12 : Viết phương trình của mặt cầu (S) biết (S) tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ Oxz tại điểm $M(-2; 0; 1)$ và (S) đi qua điểm $A(2; 2; 1)$

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 20$

B. $(x+2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 20$

C. $(x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-1)^2 = 25$

D. $(x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-1)^2 = 5$

● **Hướng dẫn giải**

Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S).

Vì $M(-2; 0; 1)$ là hình chiếu vuông góc của I lên Oxz nên $I(-2; b; 1)$

Ta có $R = IA = d(I; Oxz) = |b|$; Mà $IA = d(I; Oxz) = |b| \Leftrightarrow \sqrt{4^2 + (b-2)^2 + 0^2} = |b| \Leftrightarrow b = 5$

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 5; 1)$, bán kính $R = 5$ nên có phương trình :

$(x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-1)^2 = 25$. **Chọn C.**

Câu 13 : Trong hệ trục $OXYZ$ cho ba điểm $A(1; -2; 0)$, $B(-1; 0; 1)$, $C(0; 2; 0)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là:

A. $x^2 + (y+1)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

B. $x^2 + (y-1)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = 4$

C. $x^2 + (y+1)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = 9$

D. $x^2 + (y-1)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

☛ **Hướng dẫn giải** Tâm I của mặt cầu cần tìm là trung điểm AB $\Rightarrow I\left(0; -1; \frac{1}{2}\right)$

Ta có: $\overline{AB} = (-2; 2; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2 + 1^2} = 3$. Bán kính mặt cầu là: $R = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2}$

Vậy phương trình (S): $x^2 + (y+1)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ **Chọn A.**

Câu 14 (Sở GD-ĐT Bình Phước) : Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1), D(1; 1; 1)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\sqrt{3}$.

☛ **Hướng dẫn giải** Gọi phương trình tổng quát của mặt cầu là:

$x^2 + y^2 + z^2 + 2Ax + 2By + 2Cz + D = 0$, với $A^2 + B^2 + C^2 - D > 0$.

Các điểm $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1), D(1; 1; 1)$ cùng thuộc mặt cầu nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 2A + D = -1 \\ 2B + D = -1 \\ 2C + D = -1 \\ 2A + 2B + 2C + D = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -\frac{1}{2}; B = -\frac{1}{2} \\ C = -\frac{1}{2}; D = 0 \end{cases} \Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0.$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 0} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ **Chọn B.**}$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm I (1; 3; 2), bán kính bằng 4 có phương trình là :

- A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 16$ B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 16$
C. $(x-1) + (y-3) + (z-2) = 16$ D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 4$

Câu 2: Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$ có tâm I và bán kính R là:

- A. I(-1; 1; -2), R = 9 B. I(1; -1; 2), R=3
C. I(1; -1; 2), R= $\sqrt{3}$ D. I(-1; 1; -2), R=3

Câu 3: Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm I (1;2;3) đi qua điểm A(1;1;2) có pt là :

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 2$
B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{2}$

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{2}$

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho $A(1;3;1)$, $B(3;1;1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có pt là :

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}$

B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 2$

D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$

Câu 5: Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm $I(1;2;-3)$ tiếp xúc mp (P): $2x + 2y - z - 3 = 0$ có pt là :

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$

Câu 6: cho mặt cầu (S); $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 2z - 1 = 0$. chọn phát biểu đúng :

A. mc(S) có tâm $I(-1; -1; 1)$

B. mc (S) có bán kính bằng 4

C. = điểm $A(1; 1; -3)$ thuộc mc (S)

D. điểm $B(-1; -1; -3)$ thuộc mc(S)

Câu 7: cho mặt cầu (S); $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x - 12y + 8 = 0$. chọn phát biểu sai :

A. có tâm $I(1; 3; 0)$

B. bán kính bằng $\sqrt{6}$

C. điểm $A(2; 3; 1)$ nằm trong mc (S)

D. điểm $B(1, 2, 1)$ nằm ngoài mc(S)

Câu 8 (THPT Lê Hồng Phong): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu trên.

A. $I(-1; -2; 1)$

B. $I(-1; 2; -1)$

C. $I(-1; -2; -1)$

D. $I(1; -2; 1)$

Câu 9 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 06): Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và đi qua $A(1; 0; 4)$ có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 53$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$.

Câu 10 (Sở GDĐT Bình Phước): Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz , cho hai điểm

$M(3; -2; 5)$, $N(-1; 6; -3)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu có đường kính MN

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$

Câu 11 (THPT Nguyễn Tất Thành): Tìm m để phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4(2m-1)y - 2z + (52m-46) = 0$ là phương trình của mặt cầu.

A. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m < -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m > 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$

Câu 12 (THPT Thái Phiên): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - m^2 + 5 = 0$, với m là tham số thực. Tìm m sao cho mặt cầu (S) có

bán kính $R = 3$

A. $m = \pm 3\sqrt{2}$

B. $m = \pm 2\sqrt{2}$

C. $m = \pm \sqrt{2}$

D. $m = \pm 2\sqrt{3}$

Câu 13 (THPT chuyên Bến Tre): Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;4)$, $I(1;2;-3)$

. Mặt cầu (S) có tâm I và đi qua A có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 14$

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 53$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 17$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$

Câu 14 (Sở GDĐT Đồng Nai): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-3;1;-6)$ và

$N(3;5;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính MN .

A. $(S): x^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 22$.

B. $(S): x^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 22$.

C. $(S): x^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{22}$.

D. $(S): x^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 22$.

Câu 15 (THPT Hàm Long): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Mặt cầu (S) tâm $I(3; 4; 0)$ và

đi qua gốc tọa độ O có phương trình là.

A. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$

B. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 5$

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

D. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25$

Câu 16: Tâm của mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 8y + 15z - 3 = 0$ là

A. $\left(3; -4; \frac{-15}{2}\right)$

B. $\left(1; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right)$

C. $\left(1; \frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right)$

D. $\left(-3; 4; \frac{15}{2}\right)$

Câu 17: Bán kính của mặt cầu có phương trình : $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0$ là

- A. $3\sqrt{2}$ B. 3 **C. 4** D. 5

Câu 18: Phương trình mặt cầu đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ và có tâm $C(3; -3; 1)$ là

- A. $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 5$ B. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$
C. $(x+3)^2 - (y-3)^2 - (z+1)^2 = 25$ **D. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$**

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(5; 4; 3)$, bán kính $R = 5$.

Hãy tìm phương trình của mặt cầu (S)?

- A. $(x-5)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 25$ **B. $(x-5)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 25$**
C. $(x-5)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 25$ D. $(x+5)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 25$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-5)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$. Hãy tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S)?

- A. $I(5; 4; 0)$, $R = 3$ B. $I(-5; 4; 0)$, $R = 9$
C. $I(5; -4; 0)$, $R = 3$ D. $I(5; -4; 0)$, $R = 9$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu ?

- A. $x + xy + y = 0$
B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 1$
C. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + xy = 1$
D. $x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Trong ba điểm $(0; 0; 0)$, $(1; 2; 3)$, $(2; -1; -1)$ có bao nhiêu điểm nằm trong mặt cầu (S)?

- A. 0 **B. 1** C. 2 D. 3

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu (S)?

- A. $\begin{cases} I(1; 2; 3) \\ R = 7 \end{cases}$ B. $\begin{cases} I(-1; 2; 3) \\ R = 7 \end{cases}$ C. $\begin{cases} I(1; -2; 3) \\ R = 7 \end{cases}$ **D. $\begin{cases} I(1; -3; 2) \\ R = 7 \end{cases}$**

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 3; 6)$ và đi qua điểm $A(3; 2; 8)$. Hãy tìm phương trình của mặt cầu (S)?

- A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+6)^2 = 6$ B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-6)^2 = 6$
C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-6)^2 = 9$ **D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-6)^2 = 9$**

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(-1; 2; 1)$, $B(0; 2; 3)$?

A. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{5}{4}$

B. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \frac{5}{4}$

C. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 5$

D. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 5$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm $I(2; -1; 3)$ và đi qua $A(7; 2; 1)$?

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 38$

B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 38$

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 76$

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 76$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, Để phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-2)y - 2(m+3)z + 8m + 37 = 0$ là phương trình của mặt cầu. Khi đó giá trị của tham số m bằng bao nhiêu?

A. $m < -2$ hay $m > 4$

B. $m < -4$ hay $m > 2$

C. $m < -4$ hay $m > -2$

D. $m \leq -2$ hay $m \geq 4$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tìm phương trình mặt cầu qua hai điểm $A(3; -1; 2)$, $B(1; 1; -2)$ và có tâm thuộc trục Oz?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 10 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z + 10 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2z + 10 = 0$

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, Tìm phương trình mặt cầu có tâm I thuộc Oz và đi qua hai điểm $M(1; -2; 4)$, $N(-1; 2; 2)$?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z + 3 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 6z + 3 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 6z = 0$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, hãy tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$?

A. $I(1; 2; 3)$, $R = \sqrt{12}$

B. $I(1; -2; 3)$, $R = \sqrt{12}$

C. $I(1; -2; 3)$, $R = 4$

D. $I(-1; 2; -3)$, $R = 4$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 0; -2)$ và có tâm nằm trên trục Ox. Viết phương trình của mặt cầu (S)?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 29$

B. $(x+3)^2 + y^2 + z^2 = 29$

C. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 29$

D. $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 29$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;-1;3)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 19$. Tìm khẳng định đúng ?

A. M nằm trong (S)

B. M nằm trong (S)

C. M nằm trên (S)

D. M trùng với tâm của (S)

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2mx + 4my - 6mz + 28m = 0$ là phương trình của mặt cầu?

A. $m < 0$ hay $m > 2$

B. $0 < m < 2$

C. $m < 0$

D. $m > 2$

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(3;2;-1)$, $B(1;-4;1)$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{11}$.

B. Mặt cầu (S) đi qua điểm $M(-1;0;-1)$.

C. Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - z + 11 = 0$.

D. Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;0)$.

Câu 35: Phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm $A(3,0,0)$, $B(0,4,0)$, $C(0,0,-2)$ và $O(0,0,0)$ là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y + 4z = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 4y + 2z = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 8y - 4z = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 4y - 2z = 0$

Câu 36: Trong hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua gốc O có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y - 3z = 0$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 24$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ có tâm I, bán kính R là :

A. $I(-2; 4; -6), R = \sqrt{58}$

B. $I(-1; 2; -3), R = 4$

C. $I(1; -2; 3), R = 4$

D. $I(2; -4; 6), R = \sqrt{58}$

Câu 38: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 10xy - 8y + 2z - 1 = 0$

B. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2x - 6y + 4z - 1 = 0$

C. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x - 6y + 4z + 9 = 0$

D. $x^2 + (y - z)^2 - 2x - 4(y - z) - 9 = 0$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 0; 1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 1)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P).

A. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$

B. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 1$

C. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$

D. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 4$

Phần 4 : PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

A. Kiến thức cần nhớ

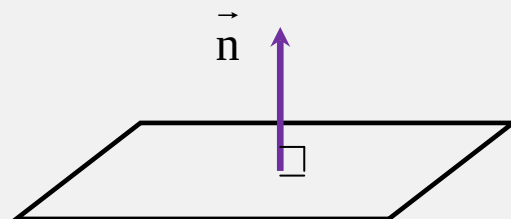
a) Phương trình tổng quát:

với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$

$\vec{n} = (A; B; C)$ là **vector pháp tuyến của mặt phẳng**

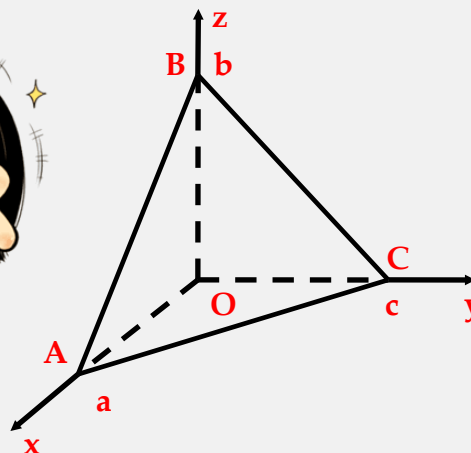
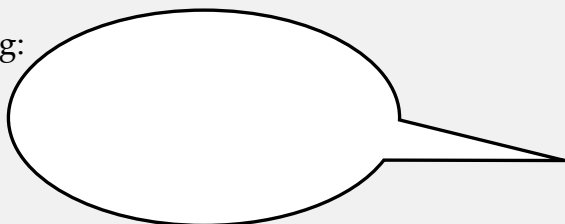
b) Phương trình mặt phẳng đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$

và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ có dạng:



c) Phương trình **mp theo đoạn chắn**, đi qua $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$

có dạng:



Ghi chú :

.....

.....

.....

d) các trường hợp đặc biệt : (P) : $Ax + By + Cz + D = 0$

+ nếu $D = 0$: (P) : $Ax + By + Cz = 0$ thì (P) đi qua gốc O

+ Các mặt phẳng tọa độ cần nhớ :

Câu hỏi trắc nghiệm 01 : Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) .

- A. $C(1; 0; -2)$ B. $A(1; -1; 1)$ C. $B(2; 0; -2)$ D. $D(2; 0; 0)$

Câu hỏi trắc nghiệm 02 (THPT Ngô Sĩ Liên) : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - 4y + 3 = 0$ là.

- A. $\vec{n} = (-1; 2; -3)$ B. $\vec{n} = (1; -2; 0)$ C. $\vec{n} = (-2; 1; 0)$ D. $\vec{n} = (2; -4; 3)$

Câu hỏi trắc nghiệm 03 (THPT Hà Huy Tập) : Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -3; 2)$ B. $\vec{n}_4 = (2; 3; 2)$ C. $\vec{n}_2 = (2; 0; -3)$ D. $\vec{n}_3 = (2; 2; -3)$

Ví dụ : Lập phương trình mp (P) trong các trường hợp sau :

- a/ qua $A(2; 1; 5)$ và có **vector pháp tuyến** là $\vec{n} = (2; -3; -2)$
- b/ cắt 3 trục tọa độ tại 3 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; -2)$
- c/ qua 3 điểm $A(1; -2; 4)$, $B(3; 2; -1)$, $C(-2; 1; -3)$ không thẳng hàng
- d/ (P) là mặt phẳng trung trực của AB với $A(3; -2; 5)$, $B(-5; 4; 7)$
- e/ qua ba điểm A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của $A(-3; 2; -4)$ lên các trục Ox, Oy, Oz
- f/ qua điểm $A(1; 2; 2)$ và song song với mp $(R): 2x - 3y - z + 2013 = 0$

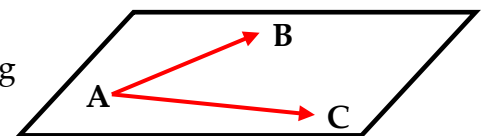
Giải : ☺ a/ (P) qua $A(2; 1; 5)$ và có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3; -2)$

Phương trình $(P): 2(x - 2) - 3(y - 1) - 2(z - 5) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 2z + 9 = 0$

☺ b/ (P) cắt 3 trục tọa độ tại 3 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; -2)$

nên (P) chính là mặt phẳng đoạn chắn : $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow x + 2y - z - 2 = 0$

☺ c/ qua 3 điểm $A(1; -2; 4)$, $B(3; 2; -1)$, $C(-2; 1; -3)$ không thẳng hàng



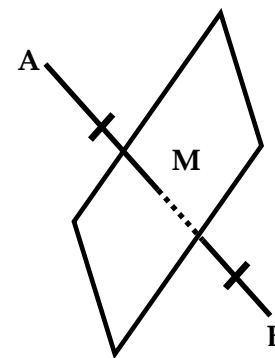
nên (P) có cặp vector chỉ phương là $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; 4; -5) \\ \overrightarrow{AC} = (-3; 3; -7) \end{cases}$

suy ra **vector pháp tuyến** của (P) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-13; 29; 18)$

vậy phương trình (P) cần tìm là :

$$-13(x-1) + 29(y+2) - 18(z-4) = 0 \Leftrightarrow -13x + 29y - 18z + 1 = 0$$

☺ d/ Gọi M là trung điểm của AB thì $M(-1; 1; 6)$



(P) qua $M(-1; 1; 6)$ và có VTPT là $\overrightarrow{AB} = (-8; 6; 2)$ hay $\vec{n} = (-4; 3; 1)$ cũng là một VTPT của (P)

vậy phương trình (P) cần tìm là : $4(x+1) - 3(y-1) + 1(z-6) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + z - 13 = 0$

☺ e/ hình chiếu của $A(-3; 2; -4)$ lên các trục Ox, Oy, Oz là

$A_1(-3; 0; 0)$, $A_2(0; 2; 0)$, $A_3(0; 0; -4)$ nên (P) chính là **mp đoạn chắn**

vậy phương trình (P) cần tìm là : $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 6y + 3z + 12 = 0$

☺ f/ Vì (P) song song với mp (R) : $2x - 3y - z + 2013 = 0$

Nên (P) có phương trình : $2x - 3y - z + D = 0$ ($D \neq 2013$)

Vì $A(1; 2; 2) \in (P) : 2x - 3y - z + D = 0$ nên : $2 \cdot (1) - 3(2) - (2) + D = 0 \Leftrightarrow D = 6 \neq 2013$

Gv cần file word xin vui lòng liên hệ

Vậy (P) : $2x - 3y - z + 6 = 0$

Bài tập 1: Viết phương trình mặt phẳng:

1/ Đi qua điểm $M(3; 2; -5)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (-3; 4; 1)$.	
2/ Đi qua $M(1; -3; 7)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; 2; 0)$.	

3/ Đi qua $M(1; 3; -2)$ và vuông góc với trục Oy.	
4/ Đi qua $M(1; 0; 5)$ và vuông góc với trục Ox.	
5/ Đi qua điểm $M(1; 3; -2)$ và vuông góc với đường thẳng M_1M_2 với $M_1(0; 2; -3)$ và $M_2(1; -4; 1)$.	
6/ Qua $A(-1; 1; 2)$ và vuông góc với BC, trong đó $B(3; -1; 0)$, $C(2; 1; 1)$	
7/ Đi qua $M(1; 3; -2)$ và song song với mặt phẳng $2x - y + 3z + 4 = 0$.	
8) Qua $M(1; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng $x - 3y + 2z + 13 = 0$.	

Bài tập 2 : Viết phương trình mặt phẳng:

a/ Qua các hình chiếu của $A(2; 3; 4)$ lên các trục toạ độ.

Bài tập 3 : Viết phương trình mặt phẳng:

a/ Qua $A(2; 0; 0)$, $B(1; 2; 0)$, $C(2; 1; -2)$.

b/ Qua $A(2; -4; 0)$, $B(5; 1; 7)$, $C(-1; -1; -1)$.

c/ Chứa tam giác ABC với $A(1; -1; 2)$, $B(-3; 0; 4)$, $C(1; 1; 0)$.

d/ Qua A(1; 2; 1), B(0; 1; 2) và vuông góc với mặt phẳng $x - 2y + z + 3 = 0$.

e/ Qua $P(3; 1; -1)$, $Q(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x - y + 3z - 1 = 0$.

😊 **Giải :**

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Bài tập 4: Viết phương trình mặt phẳng:

a/ Chứa Oz và qua R(2; 1; 0).

b/ Chứa Ox và qua M(4; 1; 2).

☺ **Giải :**



Dạng này là mặt
phẳng chứa 1 trục
tọa độ

Chứa Ox :

Chứa Oy :

Chứa Oz :

Câu hỏi bổ sung cho dạng bài tập 3 :

Câu 01: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng **chứa trục Oy** và điểm $M(1; 4; -3)$ là:

- A. $3x + z = 0$ B. $3x + y = 0$ C. $x + 3z = 0$ D. $3x - z = 0$

Câu 02: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua điểm $M(-1; 2; 3)$ và chứa trục Oy là:

- A. $3x + z = 0$ B. $x + 3z = 0$ C. $3x + y = 0$ D. $3x - z = 0$

Câu 03: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2y + z = 0$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

- A. $(\alpha) // Ox$ B. $(\alpha) // (yOz)$ C. $(\alpha) // Oy$ D. $(\alpha) \supset Ox$

Bài tập 6: Viết phương trình mặt phẳng:

- a/ Qua các hình chiếu vuông góc của $M(2; 3; -5)$ lên các mặt phẳng toạ độ (Oxy) , (Oyz) , (Ozx) .
 b/ Qua $M(1; 0; 0)$, $N(0; 1; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + y - z = 0$.

☺ **Giải :**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 7: Viết phương trình mặt phẳng trung trực của các đoạn thẳng sau:

- a) PQ với $P(3; -1; -2)$, $Q(-3; 1; 2)$. b) MN với $M(1; 3; 2)$, $N(-3; 5; 6)$.
 c) EF với $E(1; 2; -4)$, $F(5; 4; 2)$. d) IJ với $I(0; 0; 1)$, $J(0; 0; -1)$.
 e) M_1M_2 với $M_1(2; 3; -4)$, $M_2(4; -1; 0)$. f) AB với $A(-1; 2; 3)$, $B(0; 3; -1)$.

☺ **Giải :**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 8: Với mỗi tam giác sau, viết phương trình mặt phẳng đi qua một đỉnh và vuông góc với cạnh đối diện.

a/ Tam giác ABC với $A(3; -5; 2)$, $B(1; -2; 0)$, $C(0; -3; 7)$.

b/ (**soạn**) Tam giác MNP với $M(-3; 5; 7)$, $N(0; -1; 1)$, $P(3; 1; -2)$.

☺ **Giải :**

Bài tập 9: Lập phương trình mặt cầu (S) trong các trường hợp sau :

a/ Qua $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(2; 0; -1)$ và có tâm nằm trong mp(Oxz)

b/ Qua $A(1; -4; 2)$, $B(1; 1; -3)$, $C(2; 3; 2)$ và có tâm nằm trong mp(Oxy)

c/ Qua ba điểm $A(2; 0; 1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 1)$ và có tâm nằm trong mp (P): $x + y + z - 2 = 0$.

(ĐH Khối D – 2004)

☉ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu hỏi trắc nghiệm 01 : Cho 3 điểm $A(1;6;2)$, $B(5;1;3)$, $C(4;0;6)$ phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. mp(ABC): $14x + 13y + 9z + 110 = 0$

B. mp(ABC): $14x + 13y - 9z - 110 = 0$

C. mp(ABC): $14x - 13y + 9z - 110 = 0$

D. mp(ABC): $14x + 13y + 9z - 110 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 02 (THPT Tiên Lãng): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (Q) đi qua 3 điểm không thẳng hàng $M(2;2;0)$, $N(2;0;3)$, $P(0;3;3)$ có phương trình.

A. $9x - 6y + 4z - 6 = 0$

B. $-9x + 6y - 4z - 6 = 0$

C. $9x + 6y + 4z - 30 = 0$

D. $-9x - 6y - 4z - 30 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 03 (TTGDTX Vạn Ninh - Khánh Hòa): Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(1; 0; 2)$, $N(-3; -4; 1)$, $P(2; 5; 3)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là.

A. $x - 3y - 16z + 33 = 0$

B. $x + 3y - 16z + 31 = 0$

C. $x + 3y - 16z + 31 = 0$

D. $x - 3y - 16z + 31 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 04 (THPT Lê Thủy-Quảng Bình): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(0; 2; 1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(1; 0; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $2x + 3y - 4z - 2 = 0$

B. $4x + 6y - 8z + 2 = 0$

C. $2x - 3y - 4z + 1 = 0$

D. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 05 (THPT Lý Văn Thịnh): Mặt phẳng (α) chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là.

A. $x - 2z - 3 = 0$

B. $2y - z + 1 = 0$

C. $x - y - z = 0$

D. $y - 2z + 2 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 06 (THPT chuyên Nguyễn Bình Khiêm): Cho tứ diện $ABCD$ với $A(5; 1; 3)$, $B(1; 6; 2)$, $C(5; 0; 4)$, $D(4; 0; 6)$. Phương trình mặt phẳng qua AB song song với CD là.

A. $12x - 4y - 2z + 13 = 0$

B. $10x - 9y + 5z - 56 = 0$

C. $21x - 3y - z - 99 = 0$

D. $10x + 9y + 5z - 74 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 07 (Cụm 6 – Tp.HCM): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng

$(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng

Gv cần file word xin vui lòng liên hệ

$(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 2$

B. $S = -12$

C. $S = -4$

D. $S = -2$

Zalo / facebook : 091 444 9230

ThS Nguyễn Vũ Minh

Câu hỏi trắc nghiệm 08 (Cụm 1 – Tp.HCM): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là:

A. $x + y - z = 0$

B. $x + 2z - 3 = 0$

C. $2y - z + 1 = 0$

D. $y - 2z + 2 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 09 (Cụm 4 – Tp.HCM): Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là.

- A. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$ B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0$
C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0$ D. $11x - 7y + 2z + 21 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 10 (THPT Lê Thủy-Quảng Bình): Cho $A(1; 0; 1)$; $B(2; 1; 2)$ và $(P): x + 2y + 3z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua 2 điểm A, B và vuông góc (P)

- A. $(Q): x - 2y + z - 2 = 0$ B. $(Q): x - 2y + z + 2 = 0$
C. $(Q): x + 2y + z + 2 = 0$ D. $(Q): x - 2y - z - 2 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 11 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 06): Cho hai điểm $A(1; -1; 5)$, $B(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với Oy có phương trình là:

- A. $y + 4z - 1 = 0$ B. $4x - z + 1 = 0$
C. $2x + z - 5 = 0$ D. $4x + y - z + 1 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 12 (Cụm 4 – Tp.HCM): Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là.

- A. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$ B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0$
C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0$ D. $11x - 7y + 2z + 21 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 13 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 07): Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(3; -1; -5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (Q): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$.

Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của (α) .

- A. $2x + y - 2z - 16 = 0$ B. $2x + y - 2z - 15 = 0$
C. $x + y + z + 3 = 0$ D. $2x + y - 2z + 15 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 14 (THPT Trần Hưng Đạo - ND): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + z = 0, (Q): 3x + 2y - 12z + 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) đi qua O và vuông góc với $(P), (Q)$.

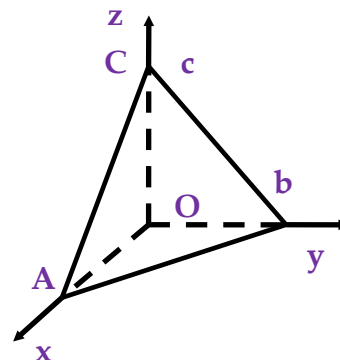
- A. $(R): x + 2y + 3z = 0$ B. $(R): 2x + 3y + z = 0$ C. $(R): 3x + 2y + z = 0$ D. $(R): 2x - 3y + z = 0$

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

(P) : đi qua $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$

có dạng :

Chú ý :



Ví dụ 01: lập phương trình mp (P) đi qua $M(1;2;3)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C có tọa độ dương sao cho thể tích tứ diện O.ABC nhỏ nhất

Giải : $V_{O.ABC} = \frac{1}{6} OA.OB.OC = \frac{a.b.c}{6}$, (P): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$M(1;2;3) \in (P) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$ và a,b,c là các số dương

Áp dụng BĐT C.S: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 3\sqrt{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{3}{c}} \Leftrightarrow 1 \geq 3\sqrt{\frac{6}{abc}} \Leftrightarrow \frac{abc}{6} \geq 27 \Leftrightarrow V \geq 27$

Nên $V_{\min} = 27 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$ Vậy (P): $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$

Ví dụ 02: lập phương trình mp (P) đi qua $M(1;2;3)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A,B,C có tọa độ là số dương sao cho *tâm mặt cầu ngoại tiếp* tứ diện O.ABC là $I(1;1;1)$

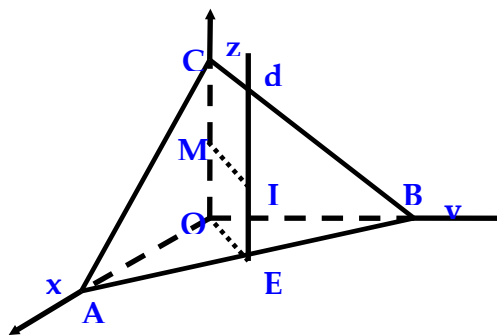
Giải : Từ trung điểm E của AB ta dựng trục d của tam giác vuông OAB và $d // Oz$.

Từ trung điểm M của OC dựng trục của OC cắt d tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp

hình chóp O.ABC và $I\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; \frac{c}{2}\right)$; Mặt khác theo giả thiết $I(1;1;1)$

nên $\frac{a}{2} = \frac{b}{2} = \frac{c}{2} = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 2$

(P): $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 2 = 0$



Bài tập về mặt phẳng đoạn chắn :

a/ Lập phương trình mp (P) đi qua M(1;2;3) và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C tọa độ dương sao cho $OA = 2OB = 3OC$ (ĐS : (P): $\frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{z}{14} = 1$)

b/ Lập phương trình mp (P) song song với (R) $x + y + z + 2 = 0$ và (P) cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C khác gốc O sao cho thể tích tứ diện O.ABC bằng $\frac{1}{6}$

(ĐS : (P): $x + y + z + 1 = 0 \vee x + y + z - 1 = 0$)

c/ Lập phương trình mp (P) đi qua M(-1;2;4) và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C tọa độ dương sao cho $OA = OB = OC$ (ĐS : (P): $x + y + z - 5 = 0$)

d/ Lập phương trình mp (P) qua M(2;1;4) và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C tọa độ dương sao cho ABC là tam giác đều (ĐS : (P): $x + y + z - 7 = 0$)

e/ Lập phương trình mp (P) qua M(-6;10;-1), cắt Ox tại điểm có hoành độ là 2 và cắt Oz tại điểm có cao độ là 3

f/ Lập phương trình mp (P) qua G(1;3;2) và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C khác O sao cho ABC nhận G là trọng tâm (ĐS : (P): $6x + 2y + 3z - 18 = 0$)

• Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu hỏi trắc nghiệm 01: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua 3 điểm

$A(1;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;3)$ có phương trình là:

- A. $x - 2y + 3z = 1$ B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 6$ C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$ D. $6x - 3y + 2z = 6$

Câu hỏi trắc nghiệm 02 (THPT Yên Lạc): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm

$A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$. Hỏi mặt phẳng nào dưới đây đi qua ba điểm A, B và C ?

- A. $(Q): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ B. $(S): x + 2y + 3z = -1$ C. $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$ D. $(R): x + 2y + 3z = 1$

Câu hỏi trắc nghiệm 03: Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(0;1;0), B(-2;0;0), C(0;0;3)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là:

- A. $(P): -3x + 6y + 2z = 0$ B. $(P): 6x - 3y + 2z = 0$

C. $(P): -3x + 6y + 2z = 6$

D. $(P): 6x - 3y + 2z = 6$

Câu hỏi trắc nghiệm 04 (THPT Chuyên Quang Trung): Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -5)$. Gọi M, N, P là hình chiếu của A lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là.

A. $x + 2z - 5z + 1 = 0$

B. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} + 1 = 0$

C. $x + 2y - 5z = 1$

D. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$

Câu hỏi trắc nghiệm 05 (THPT Nguyễn Thị Minh Khai – Khánh Hòa): Mặt phẳng qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ có phương trình là:

A. $6x - 3y + 2z = 6$

B. $x - 2y + 3z = 1$

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 6$

D. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$

Câu hỏi trắc nghiệm 06: Cho $(P): -x + 2y + 3z - 5 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại các điểm

A. $A(-5; 0; 0)$, $B\left(0; \frac{5}{2}; 0\right)$, $C\left(0; 0; \frac{5}{3}\right)$

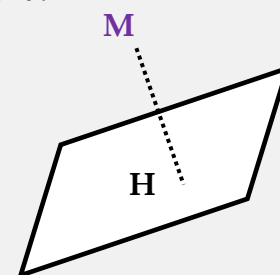
B. $A(5; 0; 0)$, $B\left(0; \frac{5}{2}; 0\right)$, $C\left(0; 0; \frac{5}{3}\right)$

C. $A(-5; 0; 0)$, $B\left(0; -\frac{5}{2}; 0\right)$, $C\left(0; 0; \frac{5}{3}\right)$

D. $A(-5; 0; 0)$, $B\left(0; -\frac{5}{2}; 0\right)$, $C\left(0; 0; -\frac{5}{3}\right)$

Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

1. Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P) Ax + by + Cz + D = 0$ là:



VD:

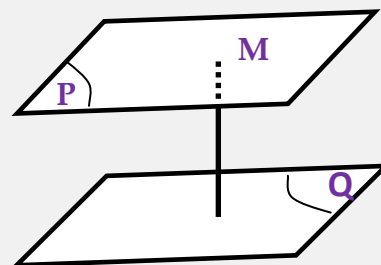
.....

.....

.....

.....

2. Khoảng cách giữa hai mp // là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia



3. Vị trí của hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$ đối với mặt phẳng (P):

- Nếu $(Ax_A + By_A + Cz_A + D).(Ax_B + By_B + Cz_B + D) > 0$ thì A và B nằm về **cùng một phía** của (P)

- Nếu $(Ax_A + By_A + Cz_A + D).(Ax_B + By_B + Cz_B + D) < 0$ thì A và B nằm về **hai phía** của (P)

Bài tập 1: Tính khoảng cách từ một điểm đến mp(P):

a/ $A(2; 0; 1)$, (P): $x + y + z - 2 = 0$	b/ $B(-2; 3; 0)$, (P): $\sqrt{2}x + y + 3z + 1 = 0$

Bài tập 2: Tính khoảng cách từ (P): $4x + 3y - 5z - 8 = 0$ đến (Q): $4x + 3y - 5z + 12 = 0$.

☺ **Giải :**

.....

.....

.....

Bài tập 3: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 7 = 0$ và các điểm $M(0; 2; -1)$, $N(2; 1; 8)$, $P(-1; -3; 0)$

a) Hai điểm nào cùng phía đối với (α) .

b) Hai điểm nào khác phía đối với (α) .

☺ **Giải :**

.....

.....

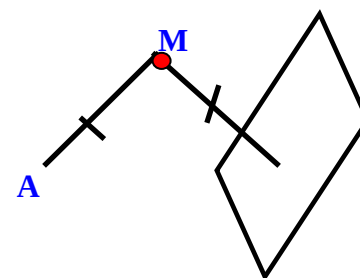
.....

Ví dụ : Tìm điểm M trên Oz cách đều điểm A(2;3;4) và (P) : $2x + 3y + z - 17 = 0$

Giải : Vì $M \in Oz$ nên $M(0; 0; m)$; $\overrightarrow{AM} = (2; 3; 4 - m)$

M cách đều điểm A(2;3;4) nên ta có $AM = d(M, (P))$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2^2 + 3^2 + (4 - m)^2} = \frac{|m - 17|}{\sqrt{14}} \Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = 3$$



Vậy : $M(0;0;3)$

Bài tập 4: a/ *Tìm điểm trên trục Oy* cách đều hai mp (P): $x + y - z + 1 = 0$

và (Q): $x - y + z - 5 = 0$ (ĐS : $M(0; -3; 0)$)

c/ Tìm điểm trên trục Oy cách đều điểm **A(2; 4; 3)** và mp (R): $2x + y + 3z - 17 = 0$ (ĐS : $M(0; 3; 0)$)

☺ **Giải :**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 5: Tìm điểm trên trục Ox cách mp (P): $2x + y - 2z + 3 = 0$ một khoảng bằng 1

☺ **Giải :**

Bài tập 6: Tìm **quỹ tích** các điểm cách đều hai mặt phẳng:

a) $x - 2y + 3z + 1 = 0$ và $2x - y + 3z + 5 = 0$. b) $6x - 2y + z + 1 = 0$ và $6x - 2y + z - 3 = 0$.

Soạn : c) $2x - y + 4z + 5 = 0$ và $3x + 5y - z - 1 = 0$. d) $4x - y + 8z + 1$ và $4x - y + 8z + 5 = 0$.

• **Giải :**

Câu hỏi trắc nghiệm 01 : Cho $A(5; -1; 3)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z - 2 = 0$. Khoảng cách từ A đến (α) là

A. $d(A, (\alpha)) = \sqrt{14}$

B. $d(A, (\alpha)) = \frac{\sqrt{14}}{14}$

C. $d(A, (\alpha)) = \frac{5\sqrt{14}}{7}$

D. $d(A, (\alpha)) = \frac{9\sqrt{14}}{7}$

Câu hỏi trắc nghiệm 02 : Khoảng cách từ điểm $M(2; -3; -1)$ đến mặt phẳng $z = 0$ là :

A. -1

B. 1

C. 2

D. 3

Câu hỏi trắc nghiệm 03 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng

$(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và tọa độ điểm $A(1; 2; 1)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

Câu hỏi trắc nghiệm 04 : Khoảng cách từ điểm $M(2; 1; 2)$ đến mp(P) : $x - 2y - 2z - 2 = 0$ là :

- A. 2 B. -2 C. 6 D. -6

Câu hỏi trắc nghiệm 05 : Mệnh đề nào sau đây sai ?

- A. Mặt phẳng $2x + 3y - 2z = 0$ đi qua gốc tọa độ
 B. Mặt phẳng $3x - z + 2 = 0$ có tọa độ vector pháp tuyến là $(3; 0; -1)$
 C. Mặt phẳng (P): $4x + 2y + 3 = 0$ song song với mặt phẳng (Q): $2x + y + 5 = 0$

D. Khoảng cách từ điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $2x + 2y + z + 1 = 0$ là $\frac{2x_0 + 2y_0 + z_0 + 1}{3}$

Câu hỏi trắc nghiệm 06 : Cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 5 = 0$. Khoảng cách từ $M(t; 2; -1)$ đến mặt phẳng (P) bằng 1 khi và chỉ khi

- A. $t = -8$ B. $\begin{cases} t = -14 \\ t = -8 \end{cases}$ C. $t = -14$ D. $\begin{cases} t = -20 \\ t = -2 \end{cases}$

Câu hỏi trắc nghiệm 07 : Cho bốn điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $D(4; 4; 4)$. Độ dài đường cao hạ từ D của tứ diện ABCD là:

- A. 9
 B. $3\sqrt{3}$
 C. $4\sqrt{3}$
 D. 6

Câu hỏi trắc nghiệm 08 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng

$(\alpha): mx + 6y - (m+1)z - 9 = 0$ và điểm $A(1; 1; 2)$ với giá trị nào của m thì khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) là 1

- A. $m = 2$
 B. $m = 1$
 C. $m = \frac{1}{3}$
 D. $m = 4$

A. 2
B. 3
C. $\sqrt{3}$
D. 4

A. $d = \frac{5}{9}$

B. $d = \frac{5}{29}$

C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$

D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$

A. 55

B. $\frac{11}{5}$

C. $\frac{11}{25}$

D. $\frac{22}{5}$

A. $\sqrt{3}$.
B. $2\sqrt{2}$.
C. $\sqrt{2}$.
D. $2\sqrt{3}$.

Tiếp diện với mặt cầu

Cho mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R và mp (P)

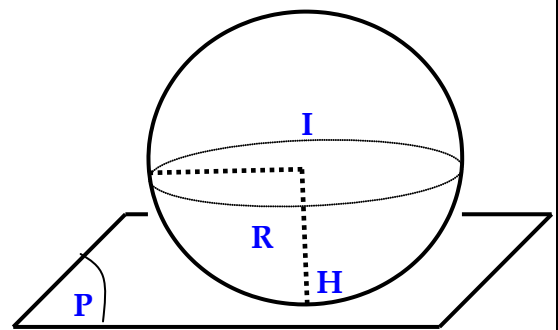
(P) là tiếp diện của m/c (S) $\Leftrightarrow$



H là Gv cần file word xin vui lòng liên hệ

Zalo / facebook : 091 444 9230

Và (P) ThS Nguyễn Vũ Minh



Ví dụ : lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) :

$$x + 2y - 2z + 11 = 0$$

Giải : (P) chính là tiếp diện của (S) và $R = d(I, (P)) = \frac{|-2 + 2 - 2 + 11|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$

$$\text{nên (S) : } (x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$$

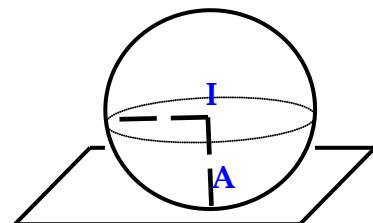
Ví dụ: (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại điểm

$A(3; 6; -2)$. (CĐKT ĐN -2000)

(S) có tâm $I(3;2;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{17}$. Tiếp diện (P) đi qua A

và có pháp vector $\vec{n} = \overrightarrow{IA} = (0; 4; -1)$

$$(P) : 0(x - 3) + 4(y - 6) - 1(z + 2) = 0 \Leftrightarrow 4y - z - 26 = 0$$



Bài tập 1: Viết phương trình mặt cầu:

- Tâm $I(3; -5; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x - y - 3z + 1 = 0$.
- Tâm $I(1; 4; 7)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $6x + 6y - 7z + 42 = 0$.
- Tâm $K(1; 1; 2)$ và tiếp xúc với mp(P): $x + 2y + 2z + 3 = 0$.
- Tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng: $x + 2y - 2z + 5 = 0$.

e) Bán kính $R = 3$ và tiếp xúc với mặt phẳng $x + 2y + 2z + 3 = 0$ tại điểm $M(1; 1; -3)$.

☺ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 2: Viết pt mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (.....)

a) Tiếp xúc với mặt cầu: $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24$ tại điểm $M(-1; 3; 0)$.

b) Tiếp xúc với mặt cầu: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$ tại $M(4; 3; 0)$.

c) Tiếp xúc với mặt cầu: $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ tại $M(7; -1; 5)$.

☺ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 3: Viết pt mặt phẳng

a) Tiếp xúc với mặt cầu: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$

và song song với mp: $3x - 2y + 6z + 14 = 0$.

b) Tiếp xúc với mặt cầu: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z - 11 = 0$

và song song với mp: $4x + 3z - 17 = 0$.

c) **ĐH GTVT 98.** tiếp xúc với mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$

và song song với mặt phẳng (Q): $4x + 3y - 12z + 1 = 0$.

☛ **Giải :**

Bài tập 4: a/ Trong không gian $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho $\vec{OI} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 2z - 9 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$ B. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$
 C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$ D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 9$

b/ (THPT Trần Hưng Đạo – ND): Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $m = -2; m = 5$ B. $m = 2; m = -5$
 C. $m = 4; m = -7$ D. Không tồn tại giá trị của m

c/ (THPT Ngô Quyền): Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; 4)$ và $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 4$ B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 3$
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$ D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 9$

☉ **Giải :**

Câu hỏi trắc nghiệm 01: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 8 = 0$ và mp(P): $2x - 2y + z - 11 = 0$. Mặt phẳng song song với mp(P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình:

- A. $2x - 2y + z + 7 = 0$; $2x - 2y + z - 11 = 0$ B. $2x - 2y + z + 3 = 0$; $2x - 2y + z - 11 = 0$
 C. $2x - 2y + z + 7 = 0$ D. $2x - 2y + z + 3 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 02: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; 2)$ và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là:

A. $2x + y + 2z + 10 = 0$; $2x + y + 2z - 14 = 0$

B. $2x + y + 2z - 8 = 0$; $2x + y + 2z + 4 = 0$

C. $2x + y + 2z - 8 = 0$; $2x + y + 2z + 10 = 0$

D. $2x + y + 2z + 4 = 0$; $2x + y + 2z - 14 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 03 (THPT Nguyễn Tất Thành): Bán kính mặt cầu tâm $I(4; 2; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 12x - 5z - 19 = 0$.

A. 39

B. $\frac{39}{\sqrt{13}}$

C. 13

D. 3

Câu hỏi trắc nghiệm 04 (THPT An Lão): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1; 2; 1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - 2z + 8 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) :

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Câu hỏi trắc nghiệm 05 (THPT chuyên Thái Bình): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là.

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$

Câu hỏi trắc nghiệm 06 (THPT chuyên Vĩnh Phúc): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S)

A. $R = 6$

B. $R = 4$

C. $R = 2$

D. $R = 3$

Câu hỏi trắc nghiệm 07: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là:

A. $(Q): x + 3y + 3 = 0 \vee (Q): x + 3y - 3 = 0$

B. $(Q): x + 3y + 10 = 0 \vee (Q): x + 3y + 3 = 0$

C. $(Q): x + 3y + 93 = 0 \vee (Q): x + 3y - 107 = 0$

D. $(Q): x + 3y + 3 = 0 \vee (Q): x + 3y - 17 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 08: Trong không gian Oxyz cho $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ và $(\alpha): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$. Tìm m để (α) tiếp xúc (S) .

A. $m = 2$; $m = -5$

B. $m = -2$; $m = 5$

C. $m = 2$; $m = 5$

D. $m = -2$; $m = -5$

Câu hỏi trắc nghiệm 09: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y + m = 0$. Với các giá trị nào của m thì (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

A. $m = -2 \pm 5\sqrt{2}$

B. $m = -1 \pm 5\sqrt{2}$

C. $m = 4 \pm 5\sqrt{2}$

D. $m = -4 \pm 5\sqrt{2}$

Câu hỏi trắc nghiệm 10: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$ và $M(1; 2; -4)$. Tiếp diện của (S) tại M có phương trình là:

A. $3x + y - 4z - 21 = 0$

B. $3x + y + 4z - 21 = 0$

C. $3x - y - 4z - 21 = 0$

D. $3x + y - 4z + 21 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 11: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1; 4; 1)$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2z - 12 = 0$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A là:

A. $x - 4y + 15 = 0$

B. $x + y + z - 6 = 0$

C. $2x - 3y + 15 = 0$

D. $y - 4z = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 12: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1; 1; 3)$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 11 = 0$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A là:

A. $x + 2y - z = 0$

B. $x + 2y - 3 = 0$

C. $x + y + z - 5 = 0$

D. $x + y + 3z - 11 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 18 (Sở GDĐT Đồng Nai): Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình là $2x + 2y - z + 16 = 0$. Viết phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 1; 0)$, biết (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$

B. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$

C. $(S): (x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$

D. $(S): (x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$

Câu hỏi trắc nghiệm 19 (THPT Gia Lộc 2): Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; -1; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y - 2z - 3 = 0$:

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$

Câu hỏi trắc nghiệm 20 (Cụm 4 – Tp.HCM): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 6y - 2z - 4 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với mặt phẳng (P) là.

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{49}$

B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 49$

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 7$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1$

Câu hỏi trắc nghiệm 21 (THPT Thuận Thành 2): Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y - 2z = 3$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm M tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z + \frac{14}{3} = 0$

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z + \frac{35}{6} = 0$

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + \frac{16}{3} = 0$

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z - \frac{35}{6} = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 22 (THPT Nguyễn Chí Thanh - Khánh Hòa): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 2 - 3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình.

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

B. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$

C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$

Câu hỏi trắc nghiệm 23 (TTGDTX Nha Trang - Khánh Hòa): Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ là.

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$

và $(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$

1. $(P) // (Q) \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

2. $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$

3. $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$.

4. $(P) \cap (Q) \Leftrightarrow \frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'} \text{ hoặc } \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'} \text{ hoặc } \frac{A}{A'} \neq \frac{C}{C'}$

Bài tập 1: Xét vị trí tương đối của các cặp mặt phẳng có phương trình sau:

a) $x + 2y - z + 5 = 0;$ $2x + 3y - 7z - 4 = 0.$

b) $x - 2y + z + 3 = 0;$ $2x - y + 4z - 2 = 0.$

c) $x + y + z - 1 = 0;$ $2x + 2y - 2z + 3 = 0.$

- d) $3x - 2y - 3z + 5 = 0$; $9x - 6y - 9z - 5 = 0$.
 e) $x - y + 2z + 4 = 0$; $10x - 10y + 20z + 40 = 0$.
 f) $5x + 6y - 3z + 8 = 0$; $-5x + 6y - 12 = 0$.
 g) $2x - 2y - 4z + 5 = 0$; $5x - 5y - 10z + 25/2 = 0$.
 h) $3x - 4y + 3z + 6 = 0$; $3x - 2y + 5z - 3 = 0$.

☺ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 2: Xác định m để các cặp mặt phẳng sau vuông góc:

- a) $2x - 7y + mz + 2 = 0$; $3x + y - 2z + 15 = 0$ b) $4x - 3y - 3z = 0$; $mx + 2y - 7z - 1 = 0$.
 c) $3x - 5y + mz - 3 = 0$; $x + 3y + 2z + 5 = 0$. d) $7x - 2y - z = 0$; $mx + y - 3z - 1 = 0$.

☺ Giải :

.....

.....

Bài tập 3: a/ Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $y - 2 = 0$ B. $x - 2 = 0$ C. $y - z = 0$ D. $x - y = 0$

b/ (THPT Hoàng Quốc Việt) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng

$(Q): x - y + 2z - 3 = 0$. Mặt phẳng (R) song song với (Q) và cách điểm $M(1; 0; 2)$ một khoảng bằng $\frac{2}{\sqrt{6}}$ có phương trình:

A. $x + y - 2z - 7 = 0$

B. $x - y + 2z = 0$

C. $x - y + 2z - 7 = 0$

D. $x - y - 2z - 3 = 0$

☺ **Giải :**

Bài tập 4 (THPT Tiên Du 1): Trong không gian $Oxyz$ cho $mp(Q): 2x + y - 2z + 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$. Mặt phẳng (P) song song với (Q) và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.

A. $2x + y - 2z - 1 = 0$

B. $2x + y - 2z + 8 = 0$ hoặc $2x + y - 2z - 8 = 0$

C. $2x + y - 2z + 9 = 0$ hoặc $2x + y - 2z - 9 = 0$

D. $2x + y - 2z - 11 = 0$ hoặc $2x + y - 2z + 11 = 0$

☺ **Giải :**

Bài tập 5: Xác định m, n, λ để các cặp đường thẳng sau song song với nhau:

a) $3x + my - 2z - 7 = 0;$

$nx + 7y - 6z + 4 = 0.$

- b) $5x - 2y + mz - 11 = 0;$ $3x + ny + z - 5 = 0.$
 c) $2x + my + 3z - 5 = 0;$ $nx - 6y - 6z + 2 = 0.$
 d) $3x - y + mz - 9 = 0;$ $2x + ny + 2z - 3 = 0.$

☺ Giải :

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6: Viết phương trình mặt phẳng:

- a) Qua $M(1; 3; -2)$ và song song với mặt phẳng $2x + 2y - 5z + 1 = 0$
 b) Qua gốc toạ độ và song song với mặt phẳng $6x - 5y + z - 7 = 0.$
 c) Qua $M(2; -3; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Oyz).$
 d) (P) song song với mp $(Q) : 2x - 3y - 6z - 14 = 0$ và khoảng cách từ O đến (P) bằng 5
 e) (P) song song với mp $(Q) : 2x - 3y - 5z + 1 = 0$ và khoảng cách từ $M(-1; 3; 1)$ đến (P) bằng 3

Soạn : a) Qua $M(3; -2; -7)$ và song song với mặt phẳng $2x + y - 3z + 5 = 0.$

b) Qua $M(1; 4; -2)$ và song song với mp $(Oxz).$

☺ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 7 (THPT Nguyễn Tất Thành): Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$;

$(\beta): 2x - y + mz - m + 1 = 0 (m \in \mathbb{R})$. Để $(\alpha) \perp (\beta)$ thì m phải có giá trị bằng:

- A. **-1** B. 0 C. 1 D. Không có m thỏa mãn

☺ **Giải :**

Bài tập 8 (THPT Thái Phiên): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng

$(P): x - m^2y + 2z + m - \frac{3}{2} = 0$; $(Q): 2x - 8y + 4z + 1 = 0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị

của tham số m sao cho hai mặt phẳng trên song song với nhau.

- A. $m = \pm 2$ B. Không tồn tại m C. $m = 2$ D. **$m = -2$**

☺ **Giải :**

Câu hỏi trắc nghiệm 01: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng

$(\alpha): mx + 6y - z - 9 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): 6x + 2y + nz - 3 = 0$, với giá trị nào của m, n thì hai mặt phẳng trùng nhau

A. $m = 18, n = -\frac{1}{3}$

B. $m = 18, n = \frac{1}{3}$

C. $m = -18, n = \frac{1}{3}$

D. $m = -18, n = -\frac{1}{3}$

Câu hỏi trắc nghiệm 02: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng $(P): x + 2y - mz - 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + (2m+1)y + z + 2 = 0$, với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng vuông góc nhau

A. $m = -1$

B. $m = 2$

C. $m = 3$

D. $m = 1$

Câu hỏi trắc nghiệm 03: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$, phương trình mặt phẳng (Q) song song (P) và cách (P) một khoảng là 3

A. $(Q): x + 2y - 2z + 8 = 0$

B. $(Q): x + 2y - 2z + 2 = 0$

C. $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$

D. $(Q): x + 2y - 2z + 5 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm 04: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng

$(P): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$ và $(Q): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) vuông góc với (Q) .

A. $|m| = \sqrt{3}$

B. $m = \sqrt{2}$

C. $|m| = 2$

D. $|m| = 1$

Câu hỏi trắc nghiệm 05 (THPT chuyên ĐH Vinh): Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng $\alpha: x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$. Tìm m để (α) song song với (β) .

A. $m = -2$

B. $m = 5$

C. Không tồn tại m

D. $m = 2$

Câu hỏi trắc nghiệm 06 (THPT chuyên Bến Tre): Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): nx + 7y - 6z + 4 = 0$, $(Q): 3x + my - 2z - 7 = 0$. Tìm giá trị của m, n để hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau.

A. $m = \frac{3}{7}, n = 9$

B. $m = 9, n = \frac{7}{3}$

C. $m = \frac{7}{3}, n = 9$

D. $m = \frac{7}{3}, n = 1$

Câu hỏi trắc nghiệm 07 (Cụm 1 HCM): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

- A. $m = -5$ B. $m = 1$ C. $m = 3$ D. $m = -1$

Câu hỏi trắc nghiệm 08 (Sở GDĐT Đồng Nai): Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng (P) , (Q) , (R) tương ứng có phương trình là $2x + 6y - 4z + 8 = 0$, $5x + 15y - 10z - 20 = 0$, $6x + 18y - 12z - 24 = 0$. Chọn mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề sau:

- A. $(P) // (Q)$ B. (Q) cắt (R) C. $(R) // (P)$ D. (P) cắt (Q)

Câu hỏi trắc nghiệm 09 (THPT Thuận Thành): Cho ba mặt phẳng $(P): 3x + y + z - 4 = 0$,

$(Q): 3x + y + z + 5 = 0$ và $(R): 2x - 3y - 3z + 1 = 0$. Xét các mệnh đề sau:

- (1). (P) song song (Q) ; (2). (P) vuông góc với (R) .

Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. (1) sai; (2) đúng B. (1) đúng; (2) sai
C. (1); (2) đúng D. (1); (2) sai

Câu hỏi trắc nghiệm 10 (THPT Thuận Thành 2): Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng

$(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$, $(Q): (2m-1)x + m(1-2m)y + (2m-4)z + 14 = 0$. Tìm m để (P) và (Q) vuông góc nhau.

- A. $m \in \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$ B. $m \in \left\{\frac{3}{2}\right\}$ C. $m \in \left\{-1; -\frac{3}{2}\right\}$ D. $m \in \{2\}$

Câu hỏi trắc nghiệm 11 (THPT Nguyễn Chí Thanh - Khánh Hòa): Giá trị của m nào để cặp mặt phẳng sau vuông góc.

$(\alpha): 2x + my + 2mz - 9 = 0$; $(\beta): 6x - y - z - 10 = 0$

- A. $m = -4$ B. $m = 34$ C. $m = 4$ D. $m = 2$

Câu hỏi trắc nghiệm 12 (THPT Nguyễn Thái Học): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(P): 2x - my + 3z - 6 + m = 0$ và $(Q): (m+3)x - 2y + (5m+1)z - 10 = 0$. Tìm giá trị thực của m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .

- A. $m=1$ B. $m \neq 1$ C. $m = -\frac{9}{19}$ D. $m = -\frac{5}{2}$

Câu hỏi trắc nghiệm 13 (THPT TH Cao Nguyên): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + my + 3z + 2 = 0$ và mặt phẳng $(Q): nx + y + z + 7 = 0$ song song với nhau khi.

- A. $m = n = 1$ B. $m = 3; n = \frac{1}{2}$ C. $m = 3; n = \frac{1}{3}$ D. $m = 2; n = \frac{1}{3}$

[Cụm 8 HCM] Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - my - z + 7 = 0$,

$(Q): 6x + 5y - 2z - 4 = 0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau khi m bằng.

- A. $m = 4$ B. $m = \frac{-5}{2}$ C. $m = \frac{5}{2}$ D. $m = -30$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM phần MẶT PHẪNG

Câu 01: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;0;3)$ thì phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $2x + 3z - 11 = 0$ B. $2x + 3z + 11 = 0$
C. $-2x + 3z - 11 = 0$ D. $-2x + 3z + 11 = 0$

Câu 02: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $A(-1,4,2)$ và song song với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình là

- A. $z - 2 = 0$ B. $x + 1 = 0$
C. $y - 4 = 0$ D. $x + y - 1 = 0$

Câu 03: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$. Chọn câu đúng nhất trong các nhận xét sau

- A. (P) song song với trục tung B. (P) song song mặt phẳng (Oxy)
C. (P) đi qua góc tọa độ O D. (P) vuông góc với trục Oz

Câu 04: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x + 2y + 1 = 0$. Trong bốn điểm sau điểm nào thuộc mặt phẳng (P)

- A. $M(1;0;0)$ B. $N(1;1;0)$ C. $P(-1;2;1)$ D. $K(0;2;1)$

Câu 05: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y = 0$. Trong bốn mặt phẳng sau mặt phẳng nào vuông góc với mặt phẳng (P)

A. $(P_1): x - 2y + z - 1 = 0$

B. $(P_2): x - y + z - 1 = 0$

C. $(P_3): 2x - y + z - 1 = 0$

D. $(P_4): -2x - y = 0$

Câu 06: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Mặt phẳng (P) cắt

trục hoành tại điểm K có tọa độ là

A. $K(2; 0; 0)$

B. $K(0; 2; 0)$

C. $K(3; 0; 0)$

D. $K(6; 0; 0)$

Câu 07: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$. Chọn nhận xét đúng nhất

A. (P) có vô số các vectơ pháp tuyến và chúng cùng phương với nhau

B. (P) luôn đi qua gốc tọa độ O

C. (P) có duy nhất một vectơ pháp tuyến

D. Phương trình (P) được xác định khi có vectơ pháp tuyến

Câu 08: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, công thức tính khoảng cách từ điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$

A. $d(A; (P)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

B. $d(A; (P)) = \frac{ax_0 + by_0 + cz_0 + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

C. $d(A; (P)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}$

D. $d(A; (P)) = |ax_0 + by_0 + cz_0 + d|$

Câu 09: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, hình chiếu của điểm $A(1, 3, 2)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm N có tọa độ là

A. $N(1, 3, 0)$

B. $N(1, 0, 0)$

C. $N(0, 3, 0)$

D. $N(2, 2, 3)$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(0, 0, 2)$, $B(1, 0, 0)$ và $C(0, 3, 0)$ mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} - 1 = 0$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 2 = 0$, giao điểm của (P) và trục Oz là điểm

A. $M(0;0;2)$

B. $M(0;1;2)$

C. $M(-1;0;0)$

D. $M(0;0;-2)$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình $y = 0$. Chọn câu phát biểu đúng nhất

A. (P) là mặt phẳng (Oxz)

B. (P) là mặt phẳng (Oyz)

C. (P) là mặt phẳng (Oxy)

D. (P) là mặt phẳng song song Oy

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) và (Q) giao nhau. Chọn câu phát biểu đúng nhất

A. Giao tuyến của chúng là đường thẳng

B. Có duy nhất một điểm chung

C. Giao tuyến của chúng là đoạn thẳng

D. Giao tuyến của chúng là tia

Câu 14 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 07): Cho ba điểm $A(2;1;-1), B(-1;0;4), C(0;-2;-1)$ Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC .

A. $x - 2y - 5z + 5 = 0$.

B. $x - 2y - 5z = 0$.

C. $x - 2y - 5z - 5 = 0$.

D. $2x - y + 5z - 5 = 0$.

Câu 15 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 07): Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(1;5;7)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 4x - 2y + z - 3 = 0$. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của (α)

A. $4x - 2y + z + 3 = 0$.

B. $4x - 2y + z + 1 = 0$.

C. $4x - 2y + z - 2 = 0$.

D. $4x - 2y + z - 1 = 0$.

Câu 16 (Sở GDĐT Bình Phước): Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (3;2;1)$ là vectơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (P) là.

A. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

B. $3x + 2y + z = 0$.

C. $3x + 2y + z + 2 = 0$.

D. $x + 2y + 3z = 0$.

Câu 17: Mặt phẳng (α) đi qua $M(0; -1; 4)$, nhận $[\vec{u}, \vec{v}]$ làm vectơ pháp tuyến với $\vec{u} = (3; 2; 1)$ và $\vec{v} = (-3; 0; 1)$. Phương trình tổng quát của (α) là :

- A. $x - 3y + 3z - 15 = 0$. B. $3x + 3y - z = 0$.
C. $x + y + z - 3 = 0$. D. $x - y + 2z - 5 = 0$.

Câu 18 (THPT Hàm Long): Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; 2; 0)$ và có VTPT $\vec{n} = (4; 0; -5)$ có phương trình là.

- A. $4x - 5y - 4 = 0$ B. $4x - 5y + 4 = 0$ C. $4x - 5z + 4 = 0$ D. $4x - 5z - 4 = 0$

Câu 19 (Cụm 4 HCM): Cho hai điểm $A(-1; 3; 1)$, $B(3; -1; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- A. $2x + 2y - z = 0$ B. $2x + 2y + z = 0$ C. $2x - 2y - z + 1 = 0$ D. $2x - 2y - z = 0$

Câu 20 (Sở GDĐT Hà Tĩnh): Trong hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $M(1; 1; 1)$ song song (Oxy) là.

- A. $y - 1 = 0$ B. $x + y - 2 = 0$ C. $x + y + z - 3 = 0$ D. $z - 1 = 0$

Câu 21 (THPT Lương Tài): Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(3; -2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB .

- A. $x - 2y + 2z - 4 = 0$ B. $x - 2y + 2z + 4 = 0$
C. $x + 2y + 2z - 4 = 0$ D. $x + 2y - 2z = 0$

Câu 22 (THPT Hoàng Quốc Việt): Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $A(2; 3; -3)$ và vuông góc với trục Ox có phương trình:

- A. $z + 3 = 0$ B. $x - 2 = 0$
C. $y - 3 = 0$ D. $2x + 3y - 3z = 0$

Câu 23 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 03): Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(2; -1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là.

- A. $x - 2y - z = 0$ B. $x - 2y - z - 4 = 0$
C. $x - 2y - z + 2 = 0$ D. $x - z + 2 = 0$

Câu 24 (THPT Nguyễn Chí Thanh - Khánh Hòa): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $x + 3y + 4z - 26 = 0$

B. $x + 3y + 4z - 7 = 0$

C. $x + y + 2z - 3 = 0$

D. $x + y + 2z - 6 = 0$

Câu 25 (THPT Hoàng Văn Thụ - Khánh Hòa): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P)

A. $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$

B. $(Q): -x + 2y + z + 3 = 0$

C. $(Q): 2x - y + z + 3 = 0$

D. $(Q): -x + 2y + z + 3 = 0$

Câu 26 (THPT Hoàng Hoa Thám - Khánh Hòa): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;1;-2)$ và $B(5;9;3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là :

A. $2x + 6y - 5z + 40 = 0$

B. $x - 8y - 5z - 35 = 0$

C. $x + 8y + 5z - 47 = 0$

D. $x + 8y - 5z - 41 = 0$

Câu 27 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 07): Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(1;5;7)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 4x - 2y + z - 3 = 0$. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của (α)

A. $4x - 2y + z + 3 = 0$

B. $4x - 2y + z + 1 = 0$

C. $4x - 2y + z - 2 = 0$

D. $4x - 2y + z - 1 = 0$

Câu 28 (Sở GDĐT Bình Phước): Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (3;2;1)$ là vectơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (P) là.

A. $3x + 2y + z - 14 = 0$

B. $3x + 2y + z = 0$

C. $3x + 2y + z + 2 = 0$

D. $x + 2y + 3z = 0$

Câu 29 (TTGDTX Nha Trang - Khánh Hòa): Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với mặt phẳng $(Q): 5x - 3y + 2z + 10 = 0$ là

A. $5x + 3y - 2z = 0$

B. $5x - 3y + 2z + 1 = 0$

C. $5x - 3y + 2z = 0$

D. $5x - 3y + 2z + 2 = 0$

C. $\begin{cases} 2x + y + 2z - 1 = 0 \\ 2x + y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x + y + 2z - 2 = 0 \\ 2x + y + 2z - 5 = 0 \end{cases}$

Câu 36: Cho $(P): -x - y + z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) nhận cặp vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương

A. $\vec{a}(2; -3; -1), \vec{b}(-1; 2; 1)$

B. $\vec{a}(2; -3; 1), \vec{b}(-1; 2; 1)$

C. $\vec{a}(2; 3; -1), \vec{b}(1; 2; -1)$

D. $\vec{a}(2; -3; 1), \vec{b}(-1; -2; 1)$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết $A(2; -1; 6), B(-3; -1; -4),$

$C(5; -1; 0), D(1; 2; 1)$. Độ dài đường cao AH của tứ diện $ABCD$ là:

A. 5

B. 6

C. 7

D. 9

Câu 38: Mặt phẳng (P) đi qua các điểm $M(1; 0; 0), N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; 1)$ có phương trình:

A. $x + y + z = 0$

B. $x + y + z + 1 = 0$

C. $x + y + z - 1 = 0$

D. $x + y + z + 3 = 0$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với trục Oy là

A. $y = 0$

B. $x = 0$

C. $z = 0$

D. $x + y = 0$

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình mặt phẳng song song trục hoành

A. $y + 3z + 1 = 0$

B. $x + 3z + 1 = 0$

C. $x + 3y + 1 = 0$

D. $x = 0$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng tọa độ (Oxz) nhận vectơ nào sau đây làm vectơ pháp tuyến

A. $\vec{n} = (0; 2; 0)$

B. $\vec{i}$

C. $\vec{k}$

D. $\vec{n} = (1; 0; 1)$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(0, 2, 4), B(1, 3, 6)$ và $C(-2, 3, 1)$ có phương trình là

Gv cần file word xin vui lòng liên hệ

A. $-5x - y + 3z - 10 = 0$

Zalo / facebook : 091 444 9230

B. $-5x - y + 3z + 1 = 0$

ThS Nguyễn Vũ Minh

C. $5x + 3z - 10 = 0$

D. $-2x + z + 10 = 0$

Câu 43: Mặt phẳng đi qua hai điểm $M(1; -1; 1)$, $N(2; 1; 2)$ và song song với trục Oz có phương trình:

A. $x + 2y + z = 0$

B. $x + 2y + z - 6 = 0$

C. $2x - y + 5 = 0$

D. $2x - y - 3 = 0$

Câu 44: Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. Mặt phẳng $2x - y + z - 1 = 0$ đi qua điểm $M(1; 0; 1)$

B. Mặt phẳng $2x + y - 1 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $x - y + z = 0$

C. Mặt phẳng $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ có tọa độ véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right)$

D. Khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -1)$ đến mặt phẳng $z + 1 = 0$ bằng 2

Câu 45: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 1; 1)$ và chứa trục Oy có phương trình:

A. $-x + 2z = 0$

B. $-x + 2z + 1 = 0$

C. $2x + y + z = 0$

D. $x - 1 = 0$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(3, 5, -2)$, $B(1, 3, 6)$ có phương trình là

A. $-2x - 2y + 8z - 4 = 0$

B. $2x - 2y + 8z - 1 = 0$

C. $x - 2y + 8z - 4 = 0$

D. $x - y + 8z - 4 = 0$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P) qua điểm $A(-3, 2, 1)$ và vuông góc với trục hoành có phương trình là

A. $x + 3 = 0$

B. $x + y + 1 = 0$

C. $x + z - 2 = 0$

D. $x - 2 = 0$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1, 0, 2)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 2x + 3y - z + 3 = 0$ có phương trình là

A. $2x + 3y - z = 0$

B. $x + y + z = 0$

C. $x + 2y + z - 2 = 0$

D. $x - y + z - 4 = 0$

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt phẳng (P) qua 2 điểm $A(1, -1, 2)$, $B(1, 0, 1)$ và *song song với trục tung* là

- A. $d : x - 1 = 0$
 B. $d : x + 1 = 0$
 C. $d : y + 1 = 0$
 D. $d : x + y + z - 1 = 0$

Câu 55: Mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; 1)$ và $C(0; 1; 2)$ có tọa độ véc tơ pháp tuyến là:

- A. $(2; -1; -3)$ B. $(2; 1; 1)$ C. $(2; 1; 3)$ D. $(-2; -1; 1)$

Câu 56: Cho $A(2; 1; 1)$, $B(0; -1; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình:

- A. $x + y - z + 1 = 0$ B. $-2x - 2y + 2z + 4 = 0$
 C. $x + y - z + 2 = 0$ D. $2x + 2y - 2z - 2 = 0$

Câu 57: Cho $A(1; 0; 1)$ và $B(2; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại B có phương trình :

- A. $x + y - 1 = 0$ B. $x + y - 3 = 0$
 C. $x + y + 1 = 0$ D. $x + y + 3 = 0$

Câu 58: Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1; 0; 1)$, $B(1; 1; 2)$ và $C(2; 1; 1)$ có phương trình :

- A. $x - y + z - 5 = 0$ B. $-x + y + z = 0$
 C. $x + y - z = 0$ D. $x - y + z - 2 = 0$

Câu 59: Cho điểm $A(1; 0; 2)$, $B(3; 1; 4)$, $C(1; 2; -1)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với AB và đi qua điểm C có phương trình :

- A. $2x + y + 2z - 6 = 0$ B. $2x + y + 2z - 15 = 0$
 C. $2x + y + 2z - 2 = 0$ D. $2y - 3z - 4 = 0$

Câu 60: Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 2)$ và cách gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ một khoảng bằng 2 có phương trình :

- A. $x + 2y + 2z + 6 = 0$; $x + 2y + 2z - 2 = 0$
 B. $x + 2y + 2z - 6 = 0$; $x + 2y + 2z + 2 = 0$
 C. $x + 2y + 2z - 2 = 0$; $x + 2y + 2z + 2 = 0$
 D. $x + 2y + 2z + 6 = 0$; $x + 2y + 2z - 6 = 0$

Câu 61: Cho mp(P): $x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mp(Q): $mx + y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì 2 mặt phẳng vuông góc:

- A. $m = -6$ B. $m = 6$ C. $m = 1$ D. $m = -1$

Câu 62: Khoảng cách giữa hai mp(P): $2x + y + 2z - 1 = 0$ và mp(Q): $2x + y + 2z + 5 = 0$ là:

- A. 6 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 63: Điểm đối xứng với điểm M(1; 2; 3) qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là:

- A. (1; -2; 3) B. (1; 0; 3) C. (1; 2; 0) D. (0; 0; 3)

Câu 64: Cho điểm I(1; 2; 5). Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của điểm I trên các trục Ox, Oy, Oz, phương trình mặt phẳng (MNP) là:

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$ B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1$ C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{5} = 1$

Câu 65: Cho điểm A(-1; 2; 1) và hai mặt phẳng (P): $2x + 4y - 6z - 5 = 0$, (Q): $x + 2y - 3z = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. mp(Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P)
B. mp(Q) không đi qua A và song song với mặt phẳng (P)
C. mp(Q) đi qua A và không song song với mặt phẳng (P)
D. mp(Q) không đi qua A và không song song với mặt phẳng (P)

Câu 66: Mặt phẳng có phương trình $2x - 5y - z + 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến nào sau đây?

- A. (-4; 10; 2) B. (2; 5; 1) C. (-2; 5; -1) D. (-2; -5; 1)

Câu 67: Mặt phẳng nào sau đây có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 1; -7)$.

- A. $3x + y - 7 = 0$ B. $3x + z + 7 = 0$
C. $-6x - 2y + 14z - 1 = 0$ D. $3x - y - 7z + 1 = 0$

Câu 68: Cho mặt phẳng (Q) có phương trình $x - y + 3z - 1 = 0$. Khi đó mặt phẳng (Q) sẽ đi qua điểm:

- A. M(1; -1; 3) B. M(1; 3; 1)
C. M(1; 1; 3) D. M(1; -1; -3)

Câu 69: Mặt phẳng đi qua M(1; 1; 0) và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$ có phương trình là:

- A. $x + y + z - 2 = 0$ B. $x + y + z - 1 = 0$ C. $x + y - 2 = 0$ D. $x + y - 3 = 0$

Câu 70: Mặt phẳng nào sau đây đi qua gốc tọa độ?

A. $x - 5 = 0$

B. $2y + z - 5 = 0$

C. $3z - y + z - 1 = 0$

D. $x - 2y - 5z = 0$

Ghi chú :

Câu 71: Mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và song song với mặt phẳng $5x - 3y + 2z - 3 = 0$ có phương trình:

A. $5x + 3y - 2z + 5 = 0$

B. $5x - 3y + 2z = 0$

C. $10x + 9y + 5z = 0$

D. $4x + y + 5z - 7 = 0$

Câu 72: Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là :

A. $(1; 2; 0)$

B. $(1; 0; 3)$

C. $(0; 2; 3)$

D. $(0; 2; 0)$

Câu 73: Cho $A(0; 0; a)$, $B(b; 0; 0)$, $C(0; c; 0)$ với $abc \neq 0$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

B. $\frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = 1$

C. $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1$

D. $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$

Câu 74: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm trên trục Oy điểm M cách mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 2 = 0$ một khoảng bằng 4.

A. $M(0; 6; 0)$ hoặc $M(0; -6; 0)$

B. $M(0; 5; 0)$ hoặc $M(0; -5; 0)$

C. $M(0; 4; 0)$ hoặc $M(0; -4; 0)$

D. $M(0; 3; 0)$ hoặc $M(0; -3; 0)$

Câu 75: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và

$(Q): x - y + z - 5 = 0$. Điểm M nằm trên trục Oy cách đều (P) và (Q) là:

A. $M(0; 2; 0)$

B. $M(0; 3; 0)$

C. $M(0; 0; 3)$

D. $M(0; 0; 2)$

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y + z - 17 = 0$

A. $M(0;0;0)$

B. $M(0;0;1)$

C. $M(0;0;3)$

D. $M(0;0;2)$

Câu 77: Phương trình mặt phẳng đi qua trục Ox và điểm $M(1; -1; 1)$ là:

A. $2x + 3y = 0$

B. $y + z - 1 = 0$

C. $y + z = 0$

D. $y - z + 2 = 0$

Câu 78: Mặt phẳng tọa độ (Oxz) có phương trình:

A. $y + 1 = 0$

B. $y = 0$

C. $x = 0$

D. $z = 0$

Câu 79: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 1; -1)$ và song song với mặt phẳng (Oyz) có phương trình:

A. $x - 2 = 0$

B. $x = 0$

C. $z + 1 = 0$

D. $y - 1 = 0$

Câu 80: Phương trình mp(P) đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ và song song với các trục Ox, Oy là:

A. $x - 1 = 0$

B. $y - 1 = 0$

C. $z - 1 = 0$

D. $z + 1 = 0$

Câu 81: Khẳng định nào sau đây sai ?

A. Nếu $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng thì $k\vec{n}$ với $k \neq 0$, cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó

B. Mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$ với A, B, C, không đồng thời bằng 0 thì nó có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

C. Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng thì tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ gọi là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

D. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi hai vectơ pháp tuyến tương ứng của chúng vuông góc với nhau

Câu 82: Thể tích tứ diện OABC với A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $2x - 3y + 5z - 30 = 0$ với trục Ox, Oy, Oz là:

A. 78

B. 120

C. 91

D. 150

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $6x + 3y + 2z - 6 = 0$ cắt các trục tọa độ lần lượt tại A, B, C. Diện tích của tam giác OAB là (với O là gốc tọa độ)

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 6

Câu 84: Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 9 = 0$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M(0; -5; 2) có phương trình là :

- A. $x - 2y - 10 = 0$
- B. $-5y + 2z + 9 = 0$
- C. $x + 3y - 2z + 5 = 0$
- D. $x + 3y - 2z + 19 = 0$

Câu 85: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(2;4;1), B(-1;1;3) và mặt phẳng (P): $x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua 2 điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

- A. (Q): $2y + 3z - 11 = 0$
- B. (Q): $-2y + 3z + 11 = 0$
- C. (Q): $x + 2y + 3z - 11 = 0$
- D. (Q): $2x + 3z - 11 = 0$

Câu 86: Cho (S) là mặt cầu tâm I(-2; 4; -1) và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình (P): $2x - 2y - z + 4 = 0$. Khi đó, bán kính của (S) là:

- A. $-\frac{7}{3}$
- B. $\frac{7}{3}$
- C. $\frac{4}{3}$
- D. 3