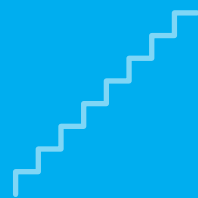




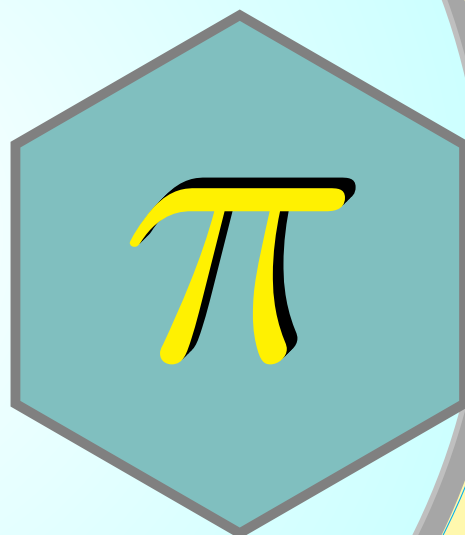
KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

Th.S PHẠM HÙNG HẢI



TOÁN 12

- 1 Tóm tắt lý thuyết
- 2 Ví dụ minh họa
- 3 Bài tập tự luận
- 4 Bài tập trắc nghiệm



K82/10/22 Nguyễn Văn Linh - Hải Châu - Đà Nẵng
Đăng kí học SĐT: 0905.958.921

Mục lục

Chương 3. Hình Học Không Gian Oxyz	1
Bài 1. Hệ tọa độ trong không gian	1
(A) Định nghĩa hệ trục tọa độ.....	1
(B) Tọa độ véc-tơ.....	1
(C) Tọa độ điểm.....	2
(D) Tích có hướng của hai véc-tơ.....	2
(E) Phương trình mặt cầu.....	3
Bài 2. Phương trình mặt phẳng	25
(A) Kiến thức cơ bản cần nhớ.....	25
Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	49
(A) KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ.....	49
(B) Xác định các yếu tố cơ bản của đường thẳng.....	51
(C) Góc.....	53
(D) Khoảng cách.....	54
(E) Vị trí tương đối.....	55
Dạng 1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng.....	56
Dạng 2. Vị trí giữa đường thẳng và mặt cầu.....	58
Dạng 3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG THẲNG.....	59
(F) Viết phương trình đường thẳng.....	60
(G) Hình chiếu, điểm đối xứng và bài toán liên quan (vận dụng cao).....	73
(H) Bài toán cực trị và một số bài toán khác (vận dụng cao).....	81
Dạng 4. Tâm tỉ cự.....	81
Dạng 5. Bài toán cực trị liên quan đến thẳng hàng.....	85

Chương 3

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN OXYZ

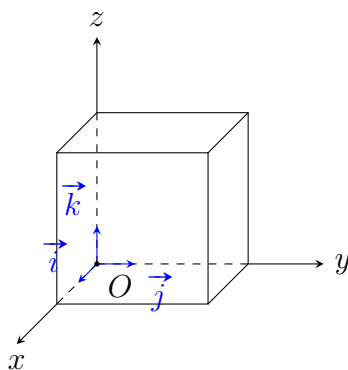
Bài 1

HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A Định nghĩa hệ trục tọa độ

Hệ gồm 3 trục Ox , Oy , Oz vuông góc với nhau từng đôi một, và chung điểm gốc O . Gọi $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$ là các véc-tơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox , Oy , Oz . Hệ ba trục như vậy gọi là hệ trục tọa độ vuông góc trong không gian hay hệ trục $Oxyz$.

⚠ Lưu ý: $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ và $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$.



B Tọa độ véc-tơ

Định nghĩa 1.1. Cho $\vec{a} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$, $k \in \mathbb{R}$.

☑ $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$.

☑ $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$.

☑ Hai véc-tơ bằng nhau $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$.

☑ $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$.

☑ Mô-đun (độ dài) véc-tơ: $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.

☑ Tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Suy ra:
$$\begin{cases} \bullet \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = 0 \\ \bullet \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \end{cases}$$

C Tọa độ điểm

☑ **Định nghĩa 1.2.** $M(a; b; c) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k} = (a; b; c)$.

GHI NHỚ

$$\begin{cases} M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0, M \in (Oyz) \Leftrightarrow x = 0, M \in (Oxz) \Leftrightarrow y = 0 \\ M \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0, M \in Oy \Leftrightarrow x = z = 0, M \in Oz \Leftrightarrow x = y = 0. \end{cases}$$

Cho hai điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$, $B = (x_B; y_B; z_B)$.

☑ $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

☑ Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.

☑ Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.

☑ Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$, khi đó tọa độ điểm G là $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right)$.

D Tích có hướng của hai véc-tơ

☑ **Định nghĩa 1.3.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\begin{cases} \vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \\ \vec{b} = (b_1; b_2; b_3) \end{cases}$. Tích có hướng của hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một véc-tơ, ký hiệu là $[\vec{a}, \vec{b}]$ (hoặc $\vec{a} \wedge \vec{b}$) và được xác định bởi công thức

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

⚠ **Lưu ý:** Nếu $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$ thì ta luôn có $\vec{c} \perp \vec{a}$ và $\vec{c} \perp \vec{b}$.

1. $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}, [\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}, [\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$ 2. $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}, [\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$

3. $||[\vec{a}, \vec{b}]|| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}; \vec{b})$ 4. $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$

Ứng dụng của tích có hướng

a) Để $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.

Ngược lại, để $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng thì $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$ (thường gọi là tích hỗn tạp).

Do đó, để chứng minh 4 điểm A, B, C, D là bốn điểm của một tứ diện, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng, nghĩa là $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$.

Ngược lại, để chứng minh 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ cùng thuộc một mặt phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

b) Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]|.$$

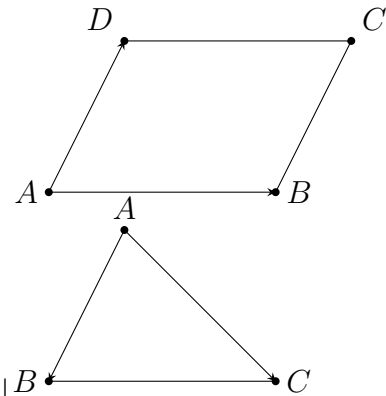
c) Diện tích của tam giác ABC là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|.$$

d) Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'}|.$$

e) Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{1}{6} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|$.



E Phương trình mặt cầu

a) **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1.** Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R . Khi đó:

$$(S): \begin{cases} \bullet \text{ Tâm } I(a; b; c) \\ \bullet \text{ Bán kính } R \end{cases} \Rightarrow (S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$$

b) **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2.** Khai triển dạng 1, ta được

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + a^2 + b^2 + c^2 - R^2 = 0$$

và đặt $d = a^2 + b^2 + c^2 - R^2$ thì được phương trình mặt cầu dạng 2 là

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0.$$

với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

1. Bài toán liên quan đến véc-tơ và độ dài đoạn thẳng

Bài toán. Bài toán liên quan đến véc-tơ và độ dài đoạn thẳng

Phương pháp: **CẦN NHỚ:** Cho hai điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$, $A = (x_B; y_B; z_B)$.

☑ $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$

☑ $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$

☑ $\vec{a} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$

Ví dụ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow \vec{a}(\dots; \dots; \dots).$

☑ $M(a; b; c) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}.$

Ví dụ $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} \Leftrightarrow M(\dots; \dots; \dots).$

☑ Điểm thuộc trục và mặt phẳng tọa độ (thiếu cái nào cho cái đó bằng 0):

$$\text{— } M \in (Oxy) \xrightarrow{z=0} M(x_M; y_M; 0).$$

$$\text{— } M \in Ox \xrightarrow{y=z=0} M(x_M; 0; 0).$$

$$\text{— } M \in (Oyz) \xrightarrow{x=0} M(0; y_M; z_M).$$

$$\text{— } M \in Oy \xrightarrow{x=z=0} M(0; y_M; 0).$$

$$\text{— } M \in (Oxz) \xrightarrow{y=0} M(x_M; 0; z_M).$$

$$\text{— } M \in Oz \xrightarrow{x=y=0} M(0; 0; z_M).$$

Câu 1. Cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Tìm tọa độ điểm M .

(A) $M(0; 2; 1)$.

(B) $M(1; 2; 0)$.

(C) $M(2; 0; 1)$.

(D) $M(2; 1; 0)$.

Câu 2. Cho hai điểm $A(-1; 2; -3)$ và $B(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$.

(A) $M(1; -1; 1)$.

(B) $M(3; 3; -3)$.

(C) $M(1; 1; -3)$.

(D) $M(3; -3; 3)$.

Câu 3. Cho hai điểm A, B thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 3)$ và $\overrightarrow{OB} = (5; 2; -1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$.

(A) $\overrightarrow{AB} = (3; 3; -4)$.

(B) $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3)$.

(C) $\overrightarrow{AB} = (7; 1; 2)$.

(D) $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 4)$.

Câu 4. Cho hai điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = (4; -2; 1)$ và $\overrightarrow{ON} = (2; -1; 1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{MN}$.

(A) $\overrightarrow{MN} = (2; -1; 0)$.

(B) $\overrightarrow{MN} = (6; -3; 2)$.

(C) $\overrightarrow{MN} = (-2; 1; 0)$.

(D) $\overrightarrow{MN} = (-6; -3; -2)$.

Câu 5. Cho hai điểm $A(2; 3; 1)$ và $B(3; 1; 5)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

(A) $AB = \sqrt{21}$.

(B) $AB = \sqrt{13}$.

(C) $AB = 2\sqrt{3}$.

(D) $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 6. Cho hai điểm $M(3; 0; 0)$ và $N(0; 0; 4)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

(A) $MN = 10$.

(B) $MN = 5$.

(C) $MN = 1$.

(D) $MN = 7$.

Câu 7. Cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $M(0; 0; m)$. Tìm m , biết $AM = \sqrt{5}$.

(A) $m = -3$.

(B) $m = 3$.

(C) $m = 2$.

(D) $m = -2$.

Câu 8. Cho ba điểm $A(1; 2; m)$, $B(-1; 4; -2)$, $C(1; m; 2)$. Tìm m để tam giác ABC cân tại B .

(A) $m = \frac{7}{12}$.

(B) $m = \frac{27}{12}$.

(C) $m = \frac{-7}{12}$.

(D) $m = \frac{-27}{12}$.

2. Bài toán liên quan đến trung điểm tọa độ trọng tâm

🔑 **Bài toán.** Bài toán liên quan đến trung điểm tọa độ trọng tâm

🔑 **Phương pháp:** **CẦN NHỚ:** Cho hai điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$, $A = (x_B; y_B; z_B)$.

👉 Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right)$.

NHỚ: $M = \frac{A + B}{2}$

👉 Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right)$.

NHỚ: $G = \frac{A + B + C}{3}$

👉 Gọi G_1 là trọng tâm tứ diện $ABCD$, khi đó tọa độ điểm G là $G \left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \right)$.

NHỚ: $G_1 = \frac{A + B + C + D}{4}$

Câu 9. Cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB .

- (A) $I(-2; 2; 1)$. (B) $I(1; 0; 4)$. (C) $I(2; 0; 8)$. (D) $I(2; -2; -1)$.

Câu 10. Cho hai điểm $M(1; -2; 3)$ và $N(3; 0; -1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn MN .

- (A) $I(4; -2; 2)$. (B) $I(2; -1; 2)$. (C) $I(4; -2; 1)$. (D) $I(2; -1; 1)$.

Câu 11. Cho hai điểm $M(3; -2; 3)$ và $I(1; 0; 4)$. Tìm tọa độ điểm N để I là trung điểm của đoạn MN .

- (A) $N(5; -4; 2)$. (B) $N(0; 1; 2)$. (C) $N(2; -1; 2)$. (D) $N(-1; 2; 5)$.

Câu 12. Cho hai điểm $A(2; 1; 4)$ và $I(2; 2; 1)$. Tìm tọa độ điểm B để I là trung điểm của đoạn AB .

- (A) $B(-2; -5; 2)$. (B) $B(2; 3; -2)$. (C) $B(2; -1; 2)$. (D) $B(2; 5; 2)$.

Câu 13. Cho ba điểm $A(1; 3; 5)$, $B(2; 0; 1)$, $C(0; 9; 0)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- (A) $G(3; 12; 6)$. (B) $G(1; 4; 2)$. (C) $G(1; 5; 2)$. (D) $G(1; 0; 5)$.

Câu 14. Cho bốn điểm $A(2; 1; -3)$, $B(4; 2; 1)$, $C(3; 0; 5)$ và $G(a; b; c)$ là trọng tâm $\triangle ABC$. Tìm abc .

- (A) $abc = 3$. (B) $abc = 5$. (C) $abc = 4$. (D) $abc = 0$.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 2)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(3; 2; 4)$, $D(6; 9; -5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$.

- (A) $G(8; 12; 4)$. (B) $G(-9; 18; -30)$. (C) $G(3; 3; 1)$. (D) $G(2; 3; 1)$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(1; 0; 1)$, $D(a; b; c)$ và $G\left(\frac{3}{2}; 0; 1\right)$ là trọng tâm của tứ diện. Tính $S = a - b - c$.

- (A) $S = -6$. (B) $S = 6$. (C) $S = 4$. (D) $S = -4$.

3. Bài toán liên quan đến hai véc-tơ bằng nhau

Bài toán. Bài toán liên quan đến hai véc-tơ bằng nhau.

Phương pháp: **CẦN NHỚ:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$, $k \in \mathbb{R}$.

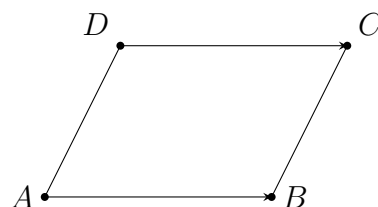
☑ $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$.

☑ $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$.

☑ Hai véc-tơ bằng nhau

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\vec{AB} = \vec{DC}$.



Câu 17. Cho $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- (A) $D(-4; 8; -3)$. (B) $D(-2; 2; 5)$. (C) $D(-2; 8; -3)$. (D) $D(-4; 8; -5)$.

Câu 18. Cho $A(1; 1; 3)$, $B(2; 6; 5)$, $C(-6; -1; 7)$. Tìm điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- (A) $D(-7; -6; 5)$. (B) $D(-7; -6; -5)$. (C) $D(7; 6; 5)$. (D) $D(7; -6; -5)$.

Câu 19. Cho $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 4)$, $C(6; 5; 2)$. Tìm điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- ☐ A $D(7; 7; 5)$.
 ☐ B $D(5; 3; -1)$.
 ☐ C $D(7; -6; 5)$.
 ☐ D $D(7; 6; -5)$.

Câu 20. Cho $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-2; 3; 3)$, $M(a; b; c)$. Tìm điểm $P = a^2 + b^2 - c^2$ để $ABCM$ là hình bình hành.

- ☐ A $P = 42$.
 ☐ B $P = 43$.
 ☐ C $P = 44$.
 ☐ D $P = 45$.

Câu 21. Cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$ và $B(1; 0; 2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA}$.

- ☐ A $M\left(-2; 3; \frac{7}{2}\right)$.
 ☐ B $M\left(-2; -3; \frac{7}{2}\right)$.
 ☐ C $M(-2; 3; 7)$.
 ☐ D $M(-4; 6; 7)$.

Câu 22. Cho hai điểm $B(1; 2; -3)$ và $C(7; 4; -2)$. Tìm tọa độ điểm M , biết rằng $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$.

- ☐ A $M\left(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$.
 ☐ B $M\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$.
 ☐ C $M(3; 3; 7)$.
 ☐ D $M(4; 6; 2)$.

Câu 23. Cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM

- ☐ A $AM = 2\sqrt{7}$.
 ☐ B $AM = \sqrt{29}$.
 ☐ C $AM = 3\sqrt{3}$.
 ☐ D $AM = \sqrt{30}$.

Câu 24. Cho $A(0; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(1; -2; -5)$. Điểm M nằm trong đoạn BC sao cho $MB = 3MC$. Tính độ dài đoạn AM

- ☐ A $AM = \sqrt{11}$.
 ☐ B $AM = 7\sqrt{3}$.
 ☐ C $AM = 7\sqrt{2}$.
 ☐ D $AM = \sqrt{30}$.

Câu 25. Cho $\vec{u} = (2; -5; 3)$, $\vec{v} = (0; 2; -1)$, $\vec{w} = (1; 7; 2)$. Tìm véc-tơ $\vec{a} = \vec{u} - 4\vec{v} - 2\vec{w}$.

- ☐ A $\vec{a} = (7; 2; -3)$.
 ☐ B $\vec{a} = (0; 27; 3)$.
 ☐ C $\vec{a} = (0; -27; 3)$.
 ☐ D $\vec{a} = (7; -2; 3)$.

Câu 26. Biểu diễn véc-tơ $\vec{a} = (3; 7; -7)$ theo các véc-tơ $\vec{u} = (2; 1; 0)$, $\vec{v} = (1; -1; 2)$, $\vec{w} = (2; 2; -1)$.

- ☐ A $\vec{u} - 3\vec{v} + 2\vec{w}$.
 ☐ B $2\vec{u} + 3\vec{v} + \vec{w}$.
 ☐ C $2\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{w}$.
 ☐ D $\vec{u} - 2\vec{v} + 3\vec{w}$.

Câu 27. Cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(5; 1; -2)$ và $C(7; 9; 1)$. Tính độ dài đường phân giác trong AD của góc A .

- ☐ A $AD = \frac{5\sqrt{74}}{3}$.
 ☐ B $AD = \frac{3\sqrt{74}}{2}$.
 ☐ C $AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}$.
 ☐ D $AD = \frac{\sqrt{74}}{2}$.

Câu 28. Cho tam giác ABC có $A(-1; 2; 4)$, $B(3; 0; -2)$ và $C(1; 3; 7)$. Gọi D là chân đường phân giác trong của góc A . Tính độ dài đoạn OD .

- ☐ A $OD = \frac{9}{2}$.
 ☐ B $OD = 5$.
 ☐ C $OD = \frac{\sqrt{205}}{3}$.
 ☐ D $OD = 4$.

⚠ Lưu ý: Nếu tỉ số bằng 1 thì tam giác ABC là tam giác cân tại A hoặc đều. Khi đó chân đường phân giác trong D của góc A chính là trung điểm của cạnh BC .

Câu 29. Cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$ và $C(-2; 3; 3)$. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong của góc A của tam giác.

- ☐ A $D(0; 3; -1)$.
 ☐ B $D(0; -3; 1)$.
 ☐ C $D(0; 3; 1)$.
 ☐ D $D(0; 1; 3)$.

Câu 30. Cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$ và $C(-4; 7; 5)$. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong của góc B của tam giác.

- ☐ A $D(-2; 2; -1)$.
 ☐ B $D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.
 ☐ C $D(2; 3; -1)$.
 ☐ D $D(3; -11; 1)$.

4. Hai véc-tơ cùng phương, ba điểm thẳng hàng

Cần nhớ: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$, $k \in \mathbb{R}$

☑ Hai véc-tơ bằng nhau $\Leftrightarrow \frac{\text{Hoành}}{\text{Hoành}} = \frac{\text{Tung}}{\text{Tung}} = \frac{\text{Cao}}{\text{Cao}}$.

☑ Nghĩa là $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = k$.
 Khi $k > 0$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương và chiều.

☑ Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{AC}$.

☑ A, B, C là ba đỉnh tam giác
 $\Leftrightarrow A, B, C$ không thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ không cùng phương $\overrightarrow{AC}$.

Câu 31. Cho $\vec{u} = (2; m-1; 4)$ và $\vec{v} = (1; 3; -2n)$. Biết $\vec{u}$ cùng phương $\vec{v}$ thì $m+n$ bằng.

- (A) 6. (B) 8. (C) 1. (D) 2.

Câu 32. Cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; -3; 4)$ và $\vec{v} = (2; y; z)$ cùng phương. Tổng $y+z$ bằng.

- (A) -6. (B) 6. (C) 2. (D) 8.

Câu 33. Cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; a; 2)$ và $\vec{v} = (-3; 9; b)$ cùng phương. Giá trị của tổng a^2+b bằng.

- (A) 15. (B) 3. (C) 0. (D) -3.

Câu 34. Cho véc-tơ $\vec{a} = (10-m; m+2; m^2-10)$ và $\vec{b} = (7; -1; 3)$ cùng phương. Giá trị m bằng.

- (A) 4. (B) -4. (C) -2. (D) 2.

Câu 35. Cho $A(-2; 1; 3)$ và $B(5; -2; 1)$. Đường thẳng AB cắt (Oxy) tại $M(a; b; c)$. Tính giá trị của tổng $a+b+c$.

- (A) $a+b+c=1$. (B) $a+b+c=11$. (C) $a+b+c=5$. (D) $a+b+c=4$.

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 6; 6)$, $B(3; -6; -2)$. Tìm $M \in (Oxy)$ để $AM+MB$ ngắn nhất.

- (A) $M(2; -3; 0)$. (B) $M(2; 3; 0)$. (C) $M(3; 2; 0)$. (D) $M(-3; 2; 0)$.

5. Nhóm bài toán liên quan đến hình chiếu, điểm đối xứng của điểm lên trục, lên mặt phẳng tọa độ

a) **Hình chiếu:** “Thiếu cái nào, cho cái đó bằng 0”. Nghĩa là hình chiếu của $M(a; b; c)$ lên:

- Ox là $M_1(a; 0; 0)$.
- Oy là $M_2(0; b; 0)$.
- Oz là $M_3(0; 0; c)$.
- (Oxy) là $M_4(a; b; 0)$.
- (Oxz) là $M_5(a; 0; c)$.
- (Oyz) là $M_6(0; b; c)$.

b) **Đối xứng:** “Thiếu cái nào, đổi dấu cái đó”. Nghĩa là điểm đối xứng của $N(a; b; c)$ qua:

- Ox là $N_1(a; -b; -c)$.
- Oy là $N_2(-a; b; -c)$.
- Oz là $N_3(-a; -b; c)$.
- (Oxy) là $N_4(a; b; -c)$.
- (Oxz) là $N_5(a; -b; c)$.
- (Oyz) là $N_6(-a; b; c)$.

c) **Khoảng cách:** Để tìm khoảng cách từ điểm M đến trục (hoặc mặt phẳng tọa độ), ta tìm **hình chiếu** H của điểm M lên trục (hoặc mặt phẳng tọa độ), từ đó suy ra **khoảng cách cần tìm** là $d = MH$.

Câu 37. Cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên (Oyz) là điểm

- (A) $M(3; 0; 0)$. (B) $N(0; -1; 1)$. (C) $P(0; -1; 0)$. (D) $Q(0; 0; 1)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $M(1; 2; -4)$ lên (Oxy) .

- (A) $H(1; 2; -4)$. (B) $H(0; 2; -4)$. (C) $H(1; 0; -4)$. (D) $H(1; 2; 0)$.

- Câu 39.** Hình chiếu vuông góc của $A(3; -1; 1)$ trên (Oxz) là $A'(x; y; z)$. Khi đó $x - y - z$ bằng
- (A) -4 . (B) 2 . (C) 4 . (D) 3 .
- Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $M(4; 5; 6)$ lên trục Ox .
- (A) $H(0; 5; 6)$. (B) $H(4; 0; 0)$. (C) $H(0; 0; 6)$. (D) $H(4; 5; 0)$.
- Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $M(1; -1; 2)$ lên trục Oy .
- (A) $H(0; -1; 0)$. (B) $H(1; 0; 0)$. (C) $H(0; 0; 2)$. (D) $H(0; 1; 0)$.
- Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $M(1; 2; -4)$ lên trục Oz .
- (A) $H(0; 2; 0)$. (B) $H(1; 0; 0)$. (C) $H(0; 0; -4)$. (D) $H(1; 2; -4)$.
- Câu 43.** Tìm tọa độ M' là điểm đối xứng của điểm $M(1; 2; 3)$ qua gốc tọa độ O .
- (A) $M'(-1; 2; 3)$. (B) $M'(-1; -2; 3)$. (C) $M'(-1; -2; -3)$. (D) $M'(1; 2; -3)$.
- Câu 44.** Tìm M' là điểm đối xứng của $M(1; -2; 0)$ qua điểm $A(2; 1; -1)$.
- (A) $M'(1; 3; -1)$. (B) $M'(3; -3; 1)$. (C) $M'(0; -5; 1)$. (D) $M'(3; 4; -2)$.
- Câu 45.** Tìm tọa độ M' là điểm đối xứng của điểm $M(3; 2; 1)$ qua trục Ox .
- (A) $M'(3; -2; -1)$. (B) $M'(-3; 2; 1)$. (C) $M'(-3; -2; -1)$. (D) $M'(3; -2; 1)$.
- Câu 46.** Tìm tọa độ M' là điểm đối xứng của điểm $M(2; 3; 4)$ qua trục Oz .
- (A) $M'(2; -3; -4)$. (B) $M'(-2; 3; 4)$. (C) $M'(-2; -3; 4)$. (D) $M'(2; -3; 4)$.
- Câu 47.** Tìm tọa độ M' là điểm đối xứng của điểm $M(1; 2; 5)$ qua (Oxy) .
- (A) $M'(-1; -2; 5)$. (B) $M'(1; 2; 0)$. (C) $M'(1; -2; 5)$. (D) $M'(1; 2; -5)$.
- Câu 48.** Tìm tọa độ M' là điểm đối xứng của điểm $M(1; -2; 3)$ qua (Oyz) .
- (A) $M'(-1; -2; 3)$. (B) $M'(1; 2; -3)$. (C) $M'(-1; 2; -3)$. (D) $M'(0; -2; 3)$.
- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(a; b; c)$ đến (Oxy) bằng.
- (A) $|\sqrt{a^2 + b^2}|$. (B) $|a|$. (C) $|b|$. (D) $|c|$.
- Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, hãy tính khoảng cách từ điểm $M(a; b; c)$ đến trục hoành Ox .
- (A) $\sqrt{a^2 + b^2}$. (B) $\sqrt{b^2 + c^2}$. (C) $\sqrt{a^2 + c^2}$. (D) $|a|$.
- Câu 51.** Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; -2; -3)$ đến (Oxz) .
- (A) $d = 1$. (B) $d = 2$. (C) $d = 3$. (D) $d = 4$.
- Câu 52.** Trong không gian $Oxyz$, hãy tính khoảng cách từ điểm $M(-3; 2; 4)$ đến trục Oy .
- (A) $d = 2$. (B) $d = 3$. (C) $d = 4$. (D) $d = 5$.
- Câu 53.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$ và $C'(3; 4; 5)$ và điểm B thuộc trục hoành. Tìm tọa độ tâm I của hình chữ nhật $CDD'C'$.
- (A) $I\left(\frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}\right)$. (B) $I\left(\frac{3}{2}; 4; \frac{5}{2}\right)$. (C) $I\left(\frac{3}{2}; 2; 5\right)$. (D) $I(3; 2; 5)$.
- Câu 54.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$ và $D'(0; 3; -3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle A'B'C'$.
- (A) $G(2; 1; -1)$. (B) $G(1; 1; -2)$. (C) $G(2; 1; -3)$. (D) $G(1; 2; -1)$.

⚠ Lưu ý: TÂM TỈ CỰ. Cho ba điểm A, B, C .

$$a) \text{ Tìm điểm } I \text{ thỏa mãn } \alpha \cdot \overrightarrow{IA} + \beta \cdot \overrightarrow{IB} + \gamma \cdot \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{\alpha \cdot x_A + \beta \cdot x_B + \gamma \cdot x_C}{\alpha + \beta + \gamma} \\ y_I = \frac{\alpha \cdot y_A + \beta \cdot y_B + \gamma \cdot y_C}{\alpha + \beta + \gamma} \\ z_I = \frac{\alpha \cdot z_A + \beta \cdot z_B + \gamma \cdot z_C}{\alpha + \beta + \gamma} \end{cases} \quad (1)$$

$\Rightarrow$ Công thức (1) tương tự với 2 điểm hoặc 4 điểm.

b) Với mọi điểm M , ta đều có:

$$\textcircled{A} \alpha \overrightarrow{MA} + \beta \cdot \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \cdot \overrightarrow{MI} \quad (2)$$

$$\textcircled{B} \alpha \cdot MA^2 + \beta \cdot MB^2 + \gamma \cdot MC^2 = (\alpha + \beta + \gamma) \cdot MI^2 + \text{const} \quad (3)$$

Nếu $\alpha = \beta = \gamma = 1$ thì I là trọng tâm $\triangle ABC$.

Để chứng minh (1), (2), ta sử dụng quy tắc chèn điểm I và sử dụng (1).

Câu 55. Cho tam giác ABC với $A(1; 0; 0)$, $B(3; 2; 4)$, $C(0; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (Oxy) sao cho $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất.

- ☐ A $M(1; 3; 0)$. ☐ B $M(1; -3; 0)$. ☐ C $M(3; 1; 0)$. ☐ D $M(2; 6; 0)$.

Câu 56. Cho ba điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; -3)$, $C(4; 2; 3)$. Biết $M(x_o; y_o; z_o) \in (Oxy)$ thì biểu thức $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $P = x_o + y_o + z_o$ bằng

- ☐ A $P = -3$. ☐ B $P = 3$. ☐ C $P = 6$. ☐ D $P = 0$.

Câu 57. Cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(3; 6; -5)$. Tìm tọa độ điểm $M \in (Oxy)$ sao cho biểu thức $T = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- ☐ A $M(1; 2; 0)$. ☐ B $M(0; 0; -1)$. ☐ C $M(1; 3; -1)$. ☐ D $M(1; 3; 0)$.

Bài tập về nhà

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào là véc-tơ đơn vị của trục Oz .

- ☐ A $\vec{i} = (0; 1; 1)$. ☐ B $\vec{i} = (1; 0; 0)$. ☐ C $\vec{j} = (0; 1; 0)$. ☐ D $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Tọa độ điểm M .

- ☐ A $M(0; 2; 1)$. ☐ B $M(1; 2; 0)$. ☐ C $M(2; 0; 1)$. ☐ D $M(2; 1; 0)$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- ☐ A $(3; 3; -1)$. ☐ B $(-1; -1; -3)$. ☐ C $(3; 1; 1)$. ☐ D $(1; 1; 3)$.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $B(2; 1; 4)$ và véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$. Tìm tọa độ điểm A .

- ☐ A $A(1; 0; 3)$. ☐ B $A(-1; 0; -5)$. ☐ C $A(3; 2; 5)$. ☐ D $A(1; 0; 5)$.

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- ☐ A $OA = 3$. ☐ B $OA = 9$. ☐ C $OA = \sqrt{5}$. ☐ D $OA = 5$.

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- ☐ A $I(-2; 2; 1)$. ☐ B $I(1; 0; 4)$. ☐ C $I(2; 0; 8)$. ☐ D $I(2; -2; -1)$.

Câu 64. Cho ba điểm $A(1; 3; 5)$, $B(2; 0; 1)$, $C(0; 9; 0)$. Tìm trọng tâm G của $\triangle ABC$.

- ☐ A $G(3; 12; 6)$. ☐ B $G(1; 5; 2)$. ☐ C $G(1; 0; 5)$. ☐ D $G(1; 4; 2)$.

Câu 65. Cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $M(0; 0; m)$. Tìm m biết $AM = \sqrt{5}$.

- (A) $m = -3$. (B) $m = 2$. (C) $m = 3$. (D) $m = -2$.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên (Oyz) là điểm

- (A) $M(3; 0; 0)$. (B) $N(0; -1; 1)$. (C) $P(0; -1; 0)$. (D) $Q(0; 0; 1)$.

Câu 67. Tìm tọa độ điểm M' là điểm đối xứng của điểm $M(3; 2; 1)$ qua trục Ox .

- (A) $M'(3; -2; -1)$. (B) $M'(-3; 2; 1)$. (C) $M'(-3; -2; -1)$. (D) $M(3; -2; 1)$.

Câu 68. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 2)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(3; 2; 4)$, $D(6; 9; -5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$.

- (A) $G(-9; 19; -30)$. (B) $G(8; 12; 4)$. (C) $G(3; 3; 1)$. (D) $G(2; 3; 1)$.

Câu 69. Cho ba điểm $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

- (A) $D(-1; 1; 4)$. (B) $D(1; 3; 4)$. (C) $D(1; 1; 4)$. (D) $D(-1; -3; -2)$.

Câu 70. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (3; 0; 2)$, $\vec{c} = (1; -1; 0)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{b}$ thỏa mãn đẳng thức véc-tơ $2\vec{b} - \vec{a} + 4\vec{c} = \vec{0}$.

- (A) $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; -2; -1\right)$. (B) $\vec{b} = \left(\frac{-1}{2}; 2; 1\right)$. (C) $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; -2; 1\right)$. (D) $\vec{b} = \left(\frac{-1}{2}; 2; -1\right)$.

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tìm tọa độ đỉnh A' .

- (A) $A'(3; 5; -6)$. (B) $A'(5; -5; -6)$. (C) $A'(-5; 5; -6)$. (D) $A'(-5; -5; 6)$.

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm M thuộc trục hoành Ox và cách đều hai điểm $A(4; 2; -1)$, $B(2; 1; 0)$ là

- (A) $M(-4; 0; 0)$. (B) $M(5; 0; 0)$. (C) $M(4; 0; 0)$. (D) $M(-5; 0; 0)$.

Câu 73. Cho $A(2; 5; 3)$, $B(3; 7; 4)$, $C(x; y; 6)$. Tìm $x + y$ để A, B, C thẳng hàng.

- (A) $x + y = 14$. (B) $x + y = 6$. (C) $x + y = 7$. (D) $x + y = 16$.

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt (Oxz) tại M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

- (A) $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$. (B) $\frac{AM}{BM} = 2$. (C) $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$. (D) $\frac{AM}{BM} = 3$.

Câu 75. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(1; -2; -5)$. Điểm M nằm trong đoạn thẳng BC sao cho $MB = 3MC$. Tính độ dài đoạn AM .

- (A) $AM = \sqrt{11}$. (B) $AM = 7\sqrt{3}$. (C) $AM = 7\sqrt{2}$. (D) $AM = \sqrt{30}$.

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 2; 4)$, $B(3; 0; -2)$ và $C(1; 3; 7)$. Gọi D là chân đường phân giác trong của góc A . Tính $|\vec{OD}|$.

- (A) $|\vec{OD}| = \frac{\sqrt{207}}{3}$. (B) $|\vec{OD}| = \frac{\sqrt{205}}{3}$. (C) $|\vec{OD}| = \frac{\sqrt{201}}{3}$. (D) $|\vec{OD}| = \frac{\sqrt{203}}{3}$.

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0)$, $B(2; 3; -1)$, $C(0; 6; 7)$ và gọi M là điểm di động trên trục Oy . Tìm tọa độ điểm M để $P = |\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $M(0; 3; 0)$. (B) $M(0; -3; 0)$. (C) $M(0; 9; 0)$. (D) $M(0; -9; 0)$.

Câu 78. (Đề tham khảo Bộ GD & ĐT năm học 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A** $(1; 2; 3)$. **B** $(-1; -2; 3)$. **C** $(3; 5; 1)$. **D** $(3; 4; 1)$.

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = (4; -2; 1), \overrightarrow{ON} = (2; -1; 1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{MN}$.

- A** $\overrightarrow{MN} = (2; -1; 0)$. **B** $\overrightarrow{MN} = (6; -3; 2)$. **C** $\overrightarrow{MN} = (-2; 1; 0)$. **D** $\overrightarrow{MN} = (-6; 3; -2)$.

Câu 80. (Đề thi THPT QG năm học 2018 - Mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A** $(1; 3; 2)$. **B** $(2; 6; 4)$. **C** $(2; -1; 5)$. **D** $(4; -2; 10)$.

Câu 81. Cho tam giác ABC có $A(1; 2; 3), B(2; 1; 0)$ và trọng tâm $G(2; 1; 3)$. Tìm tọa độ đỉnh C của tam giác ABC .

- A** $C(1; 2; 0)$. **B** $C(3; 0; 6)$. **C** $C(-3; 0; -6)$. **D** $C(3; 2; 1)$.

Câu 82. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; -1; 1), B(0; 1; 2)$ và $C(1; 0; 1)$. Biết đỉnh $D(a; b; c)$ và $G\left(\frac{3}{2}; 0; 1\right)$ là trọng tâm của tứ diện. Tính $S = a - b - c$.

- A** $S = -6$. **B** $S = 6$. **C** $S = 4$. **D** $S = -4$.

Câu 83. Cho tam giác ABC biết $A(2; 4; -3)$ và trọng tâm G của tam giác có tọa độ là $G(2; 1; 0)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

- A** $\vec{u} = (0; -9; 9)$. **B** $\vec{u} = (0; -4; 4)$. **C** $\vec{u} = (0; 4; -4)$. **D** $\vec{u} = (0; 9; -9)$.

Câu 84. Cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3)$ và $C(-2; 3; 3)$. Biết $M(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$, hãy tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 - c^2$.

- A** $P = 42$. **B** $P = 43$. **C** $P = 44$. **D** $P = 45$.

Câu 85. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{m} = (5; 4; -1), \vec{n} = (2; -5; 3)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{x}$ thỏa mãn $\vec{m} + 2\vec{x} = \vec{n}$.

- A** $\vec{x} = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}; -2\right)$. **B** $\vec{x} = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}; 2\right)$.
C $\vec{x} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}; -2\right)$. **D** $\vec{x} = \left(\frac{3}{2}; \frac{9}{2}; 2\right)$.

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2; -1; 3), B(0; 1; -1), C(-1; 2; 0), D'(3; 2; -1)$. Tìm tọa độ đỉnh B' .

- A** $B'(1; 0; -4)$. **B** $B'(2; 3; 6)$. **C** $B'(1; 0; 4)$. **D** $B'(2; 3; -6)$.

Câu 87. Cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$ và $B(1; 0; 2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA}$.

- A** $M\left(-2; 3; \frac{7}{2}\right)$. **B** $M(-2; 3; 7)$. **C** $M\left(-2; -3; \frac{7}{2}\right)$. **D** $M(-4; 6; 7)$.

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -2; -1)$ và $B(1; -1; 2)$. Hãy tìm tọa độ điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$.

- A** $M\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; 1\right)$. **B** $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **C** $M(2; 0; 5)$. **D** $M(-1; -3; -4)$.

Câu 89. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ có $A(3; 1; 0), B(0; -1; 0), C(0; 0; -6)$. Giả sử tam giác $A'B'C'$ thỏa $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$. Tìm trọng tâm G' của $\triangle A'B'C'$.

- A** $G'(1; 0; -2)$. **B** $G'(2; -3; 0)$. **C** $G'(3; -2; 0)$. **D** $G'(3; -2; 1)$.

Câu 90. (Đề tham khảo Bộ GD & ĐT năm học 2017) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3; 1; 0)$. Tìm điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

- (A) $D(-2; 1; 0)$, $D(-4; 0; 0)$. (B) $D(0; 0; 0)$, $D(-6; 0; 0)$.
(C) $D(6; 0; 0)$, $D(12; 0; 0)$. (D) $D(0; 0; 0)$, $D(6; 0; 0)$.

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; 2; -3)$. Tìm mệnh đề **sai**.

- (A) Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M_1(4; 2; 0)$.
(B) Hình chiếu của điểm A lên trục Oy là điểm $M_2(0; 2; 0)$.
(C) Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M_3(0; 2; -3)$.
(D) Hình chiếu của điểm A lên trục Oz là điểm $M_4(4; 2; 0)$.

Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$ và $B(3; -1; 2)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz sao cho nó cách đều hai điểm A và B .

- (A) $M\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$. (B) $M(1; 0; 0)$. (C) $M(0; 0; 4)$. (D) $M(0; 0; -4)$.

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (10 - m; m + 2; m^2 - 10)$ và $\vec{b} = (7; -1; 3)$. Tìm tất cả các tham số thực m để $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.

- (A) $m = 4$. (B) $m = -4$. (C) $m = -2$. (D) $m = 2$.

Câu 94. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 3; -2)$, $B(3; 5; -12)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại N . Tính tỉ số $\frac{BN}{AN}$.

- (A) $\frac{BN}{AN} = 4$. (B) $\frac{BN}{AN} = 2$. (C) $\frac{BN}{AN} = 5$. (D) $\frac{BN}{AN} = 3$.

Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(5; 1; -2)$ và $C(7; 9; 1)$. Tính độ dài đường phân giác trong AD của góc A .

- (A) $AD = 3\sqrt{74}$. (B) $AD = \frac{3\sqrt{74}}{2}$. (C) $AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}$. (D) $AD = 2\sqrt{74}$.

Câu 96. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 3; -3)$, $B(2; -6; 7)$, $C(-7; -4; 3)$ và $D(0; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $P = \left| \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $M(-1; -2; 3)$. (B) $M(0; -2; 3)$. (C) $M(-1; 0; 3)$. (D) $M(-1; -2; 0)$.

Câu 97. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 3; 1)$, $B(1; 1; 0)$ và $M(a; b; 0)$ với a, b thay đổi sao cho biểu thức $P = \left| \vec{MA} - 2\vec{MB} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = a + 2b$.

- (A) $S = 1$. (B) $S = -2$. (C) $S = 2$. (D) $S = -1$.

6. Nhóm bài toán liên quan đến tích vô hướng của hai véc-tơ

Cần nhớ: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$, $k \in \mathbb{R}$

Tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \left| \vec{a} \right| \cdot \left| \vec{b} \right| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

(hoành $\times$ hoành, cộng tung $\times$ tung, cộng cao $\times$ cao).

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left| \vec{a} \right| \cdot \left| \vec{b} \right|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

(góc giữa hai véc-tơ có thể nhọn hoặc tù)

Và $\boxed{\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$.

(2 vectơ vuông góc thì nhân nhau bằng 0). • $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.

• $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$ hay $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2$

và $|\vec{a} \pm \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \pm 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \pm 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 98. Cho $A(2; -1; 1), B(-1; 3; -1), C(5; -3; 4)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- (A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 48$. (B) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -48$. (C) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 52$. (D) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -52$.

Câu 99. Cho $A(2; 1; 4), B(-2; 2; -6), C(6; 0; -1)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- (A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -67$. (B) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 65$. (C) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 67$. (D) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 33$.

Câu 100. Cho hai véc-tơ $\vec{u} = (-1; 3; 2)$ và $\vec{v} = (x; 0; 1)$. Tính giá trị của x để $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

- (A) $x = 0$. (B) $x = 3$. (C) $x = 2$. (D) $x = 5$.

Câu 101. Cho $\vec{u} = (2; 3; 1), \vec{v} = (5; 6; 4)$ và $\vec{z} = (a; b; 1)$ thỏa $\vec{z} \perp \vec{u}$ và $\vec{z} \perp \vec{v}$. Giá trị $a + b$ bằng.

- (A) -2 . (B) 1 . (C) -1 . (D) 2 .

Câu 102. Cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 1; 0), \vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- (A) $\frac{2}{25}$. (B) $-\frac{2}{5}$. (C) $-\frac{2}{25}$. (D) $\frac{2}{5}$.

Câu 103. Cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 0; -3), \vec{v} = (-1; -2; 0)$. Tính $\cos(\vec{u}, \vec{v})$.

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{10}$. (B) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$. (C) $\frac{\sqrt{10}}{10}$. (D) $-\frac{\sqrt{2}}{10}$.

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, gọi α là góc giữa $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$. Tìm α .

- (A) $\frac{5\pi}{6}$. (B) $\frac{\pi}{3}$. (C) $\frac{\pi}{6}$. (D) $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 105. Cho $\vec{u} = (0; -1; 0)$ và $\vec{v} = (\sqrt{3}; 1; 0)$. Tìm α gọi α là góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$, hãy tìm α .

- (A) $\frac{\pi}{6}$. (B) $\frac{\pi}{3}$. (C) $\frac{2\pi}{3}$. (D) $\frac{\pi}{2}$.

Câu 106. Cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 1; 1)$ và $\vec{v} = (0; 1; m)$. Tìm m để góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 45° .

- (A) $m = \pm\sqrt{3}$. (B) $m = 2 \pm \sqrt{3}$. (C) $m = 1 \pm \sqrt{3}$. (D) $m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 107. Cho $\vec{u} = (1; \log_3 5; m)$ và $\vec{v} = (3; \log_5 3; 4)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- (A) $m = -2$. (B) $m = 1$. (C) $m = 2$. (D) $m = -1$.

Câu 108. Cho hai véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau góc 60° . Biết rằng $|\vec{u}| = 2$ và $|\vec{v}| = 4$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$.

- (A) $2\sqrt{3}$. (B) $3\sqrt{2}$. (C) $2\sqrt{7}$. (D) $7\sqrt{2}$.

Câu 109. Cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau góc 120° . Tính $|\vec{u} - \vec{v}|$, biết rằng $|\vec{u}| = 3$ và $|\vec{v}| = 5$.

- (A) $2\sqrt{2}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) $2\sqrt{5}$. (D) 7 .

Câu 110. (Đề thi THPT QG năm 2017 - Mã đề 104 câu 12) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m - 1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- (A) $m = -6$. (B) $m = 0$. (C) $m = -4$. (D) $m = 2$.

Câu 111. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-4; 1; -5), B(2; 12; -2)$ và $C(-m - 2; 1 - m; m + 5)$. Tìm tham số thực m để tam giác ABC vuông tại C .

- (A) $m = \frac{3 - \sqrt{39}}{2}$. (B) $m = \frac{15 - \sqrt{39}}{2}$. (C) $m = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. (D) $m = \frac{-15 \pm \sqrt{39}}{3}$.

7. Nhóm bài toán liên quan đến tích có hướng của hai véc-tơ

Cần nhớ: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\begin{cases} \vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \\ \vec{b} = (b_1; b_2; b_3) \end{cases}$.

Tích có hướng:

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

(Hoành che hoành tung che tung – đổi dấu; cao che cao)

Ứng dụng:

• $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$. • $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$.

• A, B, C, D đồng phẳng $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

• A, B, C, D là các đỉnh tứ diện $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$.

① Diện tích $\triangle ABC$ là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|$.

② Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{\square ABCD} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]|$.

③ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|$.

④ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'}|$.

Câu 112. Biết ba véc-tơ $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (1; 2; 1)$ và $\vec{w} = (m; 3; -1)$ đồng phẳng. Tìm m .

A $m = \frac{3}{8}$.

B $m = -\frac{3}{8}$.

C $m = \frac{8}{3}$.

D $m = -\frac{8}{3}$.

Câu 113. Biết ba véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; 1)$, $\vec{v} = (-1; 1; 2)$ và $\vec{w} = (m; 3m; m+2)$ đồng phẳng. Tìm m .

A $m = 2$.

B $m = 1$.

C $m = -2$.

D $m = -1$.

Câu 114. Tìm m để bốn điểm $A(1; 1; 4)$, $B(5; -1; 3)$, $C(2; 2; m)$, $D(3; 1; 5)$ đồng phẳng.

A $m = 6$.

B $m = 4$.

C $m = -4$.

D $m = -6$.

Câu 115. Tìm m để bốn điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(0; -2; 5)$, $D(m; 5; 0)$ đồng phẳng.

A $m = 2$.

B $m = 4$.

C $m = -2$.

D $m = -4$.

Câu 116. Cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$. Tính diện tích tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A $\frac{\sqrt{29}}{6}$.

B $\frac{\sqrt{29}}{2}$.

C $\frac{\sqrt{78}}{2}$.

D $\frac{7}{2}$.

Câu 117. Tính diện tích tam giác ABC với $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, và $C(2; 1; 1)$.

A $\sqrt{6}$.

B $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

D $\frac{1}{2}$.

Câu 118. Tính diện tích tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(4; 3; 2)$ và $C(5; 2; 1)$.

A $\frac{\sqrt{42}}{4}$.

B $\sqrt{42}$.

C $2\sqrt{42}$.

D $\frac{\sqrt{42}}{2}$.

Câu 119. Tính diện tích tam giác ABC với $A(7; 3; 4)$, $B(1; 0; 6)$ và $C(4; 5; -2)$.

A $\frac{49}{2}$.

B $\frac{51}{2}$.

C $\frac{53}{2}$.

D $\frac{47}{2}$.

Câu 120. Cho $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$. Tính đường cao AH hạ từ đỉnh A của tam giác OAB .

A $\frac{\sqrt{31}}{2}$.

B $\frac{\sqrt{29}}{13}$.

C $\frac{\sqrt{29}}{3}$.

D $\frac{\sqrt{377}}{13}$.

Câu 121. Cho tam giác ABC có $A(-1; 0; 3)$, $B(2; -2; 0)$ và $C(-3; 2; 1)$. Tính chiều cao AH .

- (A) $\frac{\sqrt{65}}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{651}}{3}$. (C) $\frac{\sqrt{651}}{21}$. (D) $\frac{2\sqrt{651}}{21}$.

Câu 122. Cho tam giác ABC có $A(1; 0; 1)$, $B(0; 2; 3)$ và $C(2; 1; 0)$. Tính chiều cao CH .

- (A) $\sqrt{26}$. (B) $\frac{\sqrt{26}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{26}}{3}$. (D) 26.

Câu 123. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ với $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$, $C(1; 1; 3)$.

- (A) $2\sqrt{87}$. (B) $\sqrt{349}$. (C) $\sqrt{87}$. (D) $\frac{\sqrt{349}}{2}$.

Câu 124. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 4)$, $C(6; 5; 2)$.

- (A) $3\sqrt{83}$. (B) $\sqrt{83}$. (C) 83. (D) $2\sqrt{83}$.

Câu 125. Diện tích hình bình hành $ABCD$: $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$, $D(-3; 8; -7)$ là

- (A) $\sqrt{281}$. (B) $\sqrt{181}$. (C) $2\sqrt{281}$. (D) $2\sqrt{181}$.

Câu 126. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ với $A(1; 0; 0)$, $B(0; ; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$.

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) 1. (C) 2. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 127. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ với $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(4; 5; 6)$.

- (A) $\frac{8}{3}$. (B) 2. (C) $\frac{14}{3}$. (D) $\frac{7}{3}$.

Câu 128. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ với $A(-1; 2; 1)$, $B(0; 0; -2)$, $C(1; 0; 1)$, $D(2; 1; -1)$.

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{2}{3}$. (C) $\frac{4}{3}$. (D) $\frac{8}{3}$.

Câu 129. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ với $A(1; 0; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(0; 1; 3)$, $D(3; 1; 1)$.

- (A) $\frac{2}{3}$. (B) 4. (C) 2. (D) $\frac{4}{3}$.

Câu 130. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; -2; 0)$, $B(3; 3; 2)$, $C(-1; 2; 2)$, $D(3; 3; 1)$. Tính độ dài đường cao h hạ từ đỉnh D xuống mặt (ABC) .

- (A) $\frac{9}{7}$. (B) $\frac{9\sqrt{2}}{14}$. (C) $\frac{9}{14}$. (D) $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.

Câu 131. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 0; 2)$, $B(3; 0; 5)$, $C(1; 1; 0)$, $D(4; 1; 2)$. Tính độ dài đường cao DH của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D .

- (A) $\sqrt{11}$. (B) 1. (C) $\frac{\sqrt{11}}{11}$. (D) $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 132. Cho $A(-1; -2; 4)$, $B(4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$, $D(1; 1; 1)$ là bốn đỉnh của tứ diện $ABCD$. Tính đường cao DH của tứ diện $ABCD$.

- (A) $DH = 3$. (B) $DH = 2$. (C) $DH = \frac{5}{3}$. (D) $DH = \frac{9}{2}$.

Câu 133. Cho $A(a; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$ và $D(1; 2; 1)$. Hãy tìm a để thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 30.

- (A) $a \in \{1; 32\}$. (B) $a \in \{1; 2\}$. (C) $a \in \{2; 32\}$. (D) $a \in \{32\}$.

8. Xác định các yếu tố cơ bản của mặt cầu

172 Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm một tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R . Khi đó:

$$(S): \begin{cases} \text{Tâm : } I(a; b; c) \\ \text{Bán kính: } R \end{cases} \Leftrightarrow (S): \boxed{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2}$$

173 Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình mặt cầu dạng 2 có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Lưu ý: Để $f(x; y; z) = 0$ là một phương trình mặt cầu thì phải thỏa mãn hai điều kiện:

- Hệ số trước x^2, y^2, z^2 phải bằng nhau
- $R^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

Câu 134. (Đề thi minh họa - Bộ GD & ĐT 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm I và bán kính R của mặt cầu (S).

(A) $I(-1; 2; 1), R = 3$.

(B) $I(1; -2; -1), R = 3$.

(C) $I(-1; 2; 1), R = 9$.

(D) $I(1; -2; -1), R = 9$.

Câu 135. (Đề thi THPT QG năm 2018 - Mã 103 Câu 13) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm (S) có tọa độ là

(A) $(3; 1; -1)$.

(B) $(3; -1; 1)$.

(C) $(-3; -1; 1)$.

(D) $(-3; 1; -1)$.

Câu 136. (Đề thi THPT QG năm 2018 - Mã 104 Câu 11) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi mặt cầu (S): $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$ có bán kính bằng

(A) $\sqrt{3}$.

(B) $2\sqrt{3}$.

(C) 3.

(D) 9.

Câu 137. Tìm tâm I và bán kính của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 10 = 0$.

(A) $I(1; -2; 3), R = 2$.

(B) $I(-1; 2; -3), R = 2$.

(C) $I(-1; 2; -3), R = 4$.

(D) $I(1; -2; 3), R = 4$.

Câu 138. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 16 = 0$.

(A) $I(-2; -1; 2), R = 5$.

(B) $I(-2; -1; 2), R = 5$.

(C) $I(2; 1; -2), R = 5$.

(D) $I(4; 2; -4), R = 13$.

Câu 139. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.

(A) $I(-2; 4; 0), R = 2\sqrt{6}$.

(B) $I(2; -4; 0), R = 2\sqrt{6}$.

(C) $I(-1; 2; 0), R = 3$.

(D) $I(1; -2; 0), R = 3$.

Câu 140. Tìm độ dài đường kính d của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z + 2 = 0$.

(A) $d = 2\sqrt{3}$.

(B) $d = \sqrt{3}$.

(C) $d = 2$.

(D) $d = 1$.

Câu 141. (Đề thi THPTQG năm 2017 Mã đề 110) Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

(A) $m > 6$.

(B) $m \geq 6$.

(C) $m \leq 6$.

(D) $m < 6$.

Câu 142. Tìm m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

(A) $m > 5$.

(B) $m \geq -5$.

(C) $m \leq 5$.

(D) $m > -5$.

Câu 143. Tìm m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2mx - 2y + 4z + 2m^2 + 4m = 0$ là phương trình mặt cầu.

(A) $-5 \leq m \leq 1$.

(B) $m > 1$.

(C) $-5 < m < 1$.

(D) $m = 0$.

Câu 144. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm m .

(A) $m = -16$.

(B) $m = 16$.

(C) $m = 4$.

(D) $m = -4$.

Câu 145. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm m

(A) $m = -16$.

(B) $m = 16$.

(C) $m = 4$.

(D) $m = -4$.

Câu 146. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2mz + 6m = 0$ có đường kính bằng 12 thì tổng các giá trị của tham số m bằng

(A) -2 .

(B) 2 .

(C) -6 .

(D) 6 .

9. Viết phương trình mặt cầu loại cơ bản

✎ Bài toán. Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:

✎ Phương pháp: Để viết phương trình mặt cầu (S) , ta cần tìm tọa độ tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R . Khi đó: $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

✎ Bài toán. Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:

✎ Phương pháp: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, với $(a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$ là phương trình mặt cầu dạng 2. Tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Câu 147. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 0)$, bán kính $R = 3$ là

(A) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3$.

(B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9$.

(C) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 9$.

(D) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = \sqrt{3}$.

Câu 148. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 4$ là

(A) $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$.

(B) $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 16$.

(C) $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 16$.

(D) $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 4$.

Câu 149. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$, bán kính $R = 2$ là

(A) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$.

(B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 2$.

(C) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 10 = 0$.

(D) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 2^2$.

Câu 150. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, đường kính bằng 4 là

(A) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

(B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$.

(C) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$.

(D) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$.

Câu 151. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và đi qua điểm $A(2; 2; -3)$ là

(A) $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 3$.

(B) $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$.

(C) $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$.

(D) $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Câu 152. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và đi qua điểm $A(5; -1; 4)$ là

(A) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = \sqrt{24}$.

(B) $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = \sqrt{24}$.

(C) $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 24$.

(D) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 24$.

Câu 153. Cho tam giác ABC có $A(2; 2; 0)$, $B(1; 0; 2)$, $C(0; 4; 4)$. Mặt cầu (S) có tâm A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC có phương trình là

(A) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4$.

(B) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 5$.

(C) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = \sqrt{5}$.

(D) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 5$.

Câu 154. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(2; 1; 1)$, $B(0; 3; -1)$ là

(A) $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3$.

(B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3$.

(C) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

(D) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9$.

Câu 155. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 4; 1)$ là

(A) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 12$.

(B) $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 3$.

(C) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 1)^2 = 12$.

(D) $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 12$.

Câu 156. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(3; 0; -1)$, $B(5; 0; -3)$ là

(A) $(x - 2)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 4$.

(B) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4z + 18 = 0$.

(C) $(x - 4)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 8.$

(D) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4z + 12 = 0.$

Câu 157. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và thể tích bằng $\frac{256\pi}{3}$. Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 16.$

(B) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 4.$

(C) $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z + 2)^2 = 4.$

(D) $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z + 2)^2 = 4.$

Câu 158. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -4)$ và thể tích bằng 36π . Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 9.$

(B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 9.$

(C) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 9.$

(D) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 3.$

Câu 159. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và thể tích bằng $32\sqrt{3}\pi$. Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16.$

(B) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 16.$

(C) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 12.$

(D) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 8.$

Câu 160. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) , biết diện tích lớn nhất của (C) bằng 3π . Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3.$

(B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3.$

(C) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9.$

(D) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9.$

Câu 161. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) , biết chu vi lớn nhất của (C) bằng $2\pi\sqrt{2}$. Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4.$

(B) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 2.$

(C) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 4.$

(D) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2.$

Câu 162. Tìm tâm I và bán kính của mặt cầu (S) đi qua 4 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$? (**Cách hỏi khác:** Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$).

(A) $I(1; 2; 3)$, $R = 5.$

(B) $I(-1; 2; -3)$, $R = 2.$

(C) $I(1; 2; 3)$, $R = \sqrt{14}.$

(D) $I(1; 3; 1)$, $R = \sqrt{11}.$

Câu 163. Tìm bán kính R của mặt cầu (S) đi qua 4 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$? (**Cách hỏi khác:** Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$).

(A) $I(1; 2; 3)$, $R = 5.$

(B) $I(-1; 2; -3)$, $R = 2.$

(C) $I(1; 2; 3)$, $R = \sqrt{14}.$

(D) $I(1; 3; 1)$, $R = \sqrt{11}.$

Câu 164. Tìm bán kính R của mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, biết tọa độ các đỉnh của tứ diện $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$, $D(2; 2; 2)$.

(A) $R = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$

(B) $R = \frac{2}{\sqrt{3}}.$

(C) $R = \sqrt{3}.$

(D) $R = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

Câu 165. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(3; -1; 2)$, $B(1; 1; -2)$ và có tâm I thuộc trục Oz là

(A) $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0.$

(B) $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 11.$

(C) $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 11.$

(D) $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0.$

Câu 166. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; 2; 3)$, $B(-2; 1; 5)$ và có tâm I thuộc trục Oz là

(A) $(S) : x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 6.$

(B) $(S) : x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 14.$

(C) $(S) : x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 16.$

(D) $(S) : x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 9.$

Câu 167. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; 2; 3)$, $B(4; -6; 2)$ và có tâm I thuộc trục Ox là

A $(S) : (x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 6.$

B $(S) : (x + 7)^2 + y^2 + z^2 = 36.$

C $(S) : (x + 7)^2 + y^2 + z^2 = 6.$

D $(S) : (x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 49.$

Câu 168. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2; 0; -2)$, $B(-1; 1; 2)$ và có tâm I thuộc trục Oy là

A $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 8 = 0.$

B $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 8 = 0.$

C $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2y + 8 = 0.$

D $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 8 = 0.$

Câu 169. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(3; -1; 2)$, $B(1; 1; -2)$ và có tâm I thuộc trục Oz là

A $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0.$

B $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 11.$

C $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 11.$

D $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0.$

Câu 170. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$ và tâm $I \in (Oxy)$ là

A $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26.$

B $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9.$

C $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26.$

D $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9.$

Câu 171. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(3; 0; -1)$, $B(6; -4; -2)$, $C(7; -1; 2)$ và tâm $I \in (Oxy)$ là

A $(x + 7)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 25.$

B $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 9.$

C $(x + 5)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 36.$

D $(x + 7)^2 + (y - 8)^2 + z^2 = 49.$

Câu 172. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2; 4; -3)$, $B(6; 9; 6)$, $C(-3; 5; 9)$ và tâm $I \in (Oyz)$ là

A $x^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 9.$

B $x^2 + (y - 7)^2 + (z - 3)^2 = 49.$

C $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 16.$

D $x^2 + (y + 6)^2 + (z - 1)^2 = 36.$

Câu 173. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; -1; 2)$, $B(-1; 3; 0)$, $C(-3; 1; 4)$ và tâm $I \in (Oxz)$ là

A $(x - 5)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 11.$

B $(x - 7)^2 + y^2 + (z - 6)^2 = 11.$

C $(x + 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 11.$

D $(x + 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 11.$

Câu 174. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với trục hoành là

A $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 13.$

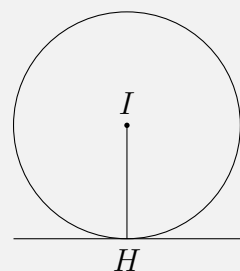
B $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5.$

C $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 9.$

D $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25.$

○ Nhận xét.

Bài toán viết phương trình mặt cầu khi biết tâm I và tiếp xúc với các trục (hoặc các mặt phẳng tọa độ), tức là $R = IH$, với H là hình chiếu của I . Do đó ta cần thành thạo bài toán hình chiếu.



Câu 175. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 3)$ và tiếp xúc với trục hoành là

A $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 10.$

B $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9.$

C $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 10.$

D $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 9.$

Câu 176. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục tung là

A $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{10}.$

B $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 10.$

C $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 10.$

D $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9.$

Câu 177. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là

(A) $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4.$

(B) $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1.$

(C) $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4.$

(D) $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2.$

Câu 178. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) là

(A) $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

(B) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14.$

(C) $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14.$

(D) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

Câu 179. Cho phương trình mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 25$. Phương trình của mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt phẳng (Oxy) là

(A) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 25.$

(B) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25.$

(C) $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25.$

(D) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 25.$

Nhận xét. Khi mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua trục tọa độ (hoặc qua mặt phẳng tọa độ) thì bán kính không đổi, tức là ta luôn có $R' = R$. Chỉ có tâm I' là ảnh của I qua phép đối xứng trục tọa độ (hay qua mặt phẳng tọa độ). Do đó, học sinh cần nhớ “Đối xứng, thiếu cái nào thì đổi dấu cái đó.”

Câu 180. Cho phương trình mặt cầu $(S) : (x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt phẳng (Oxy) là

(A) $(x+5)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

(B) $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

(C) $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9.$

(D) $(x+5)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3.$

Câu 181. Cho phương trình mặt cầu $(S) : (x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt phẳng (Oyz) là

(A) $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

(B) $(x+2)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

(C) $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

(D) $(x+2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

Câu 182. Cho phương trình mặt cầu $(S) : (x-6)^2 + (y+1)^2 + (z+8)^2 = 10$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua trục hoành Ox là

(A) $(x-6)^2 + (y-1)^2 + (z-8)^2 = 10.$

(B) $(x-6)^2 + (y-1)^2 + (z-8)^2 = 10.$

(C) $(x+6)^2 + (y+1)^2 + (z+8)^2 = 10.$

(D) $(x+6)^2 + (y-1)^2 + (z-8)^2 = 10.$

Câu 183. Cho phương trình mặt cầu $(S) : (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 12$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua trục tung là

(A) $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z+5)^2 = 12.$

(B) $(x+3)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 12.$

(C) $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 12.$

(D) $(x+3)^2 + (y+4)^2 + (z+5)^2 = 12.$

Câu 184. Mặt cầu (S) có tâm $I(5; 6; 8)$, cắt trục Ox tại A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I có phương trình là

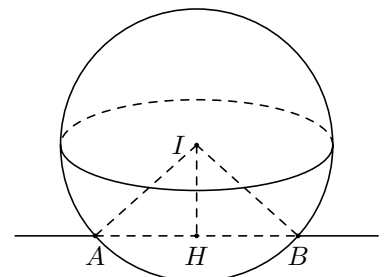
(A) $(x-5)^2 + (y-6)^2 + (z-8)^2 = 200.$

(B) $(x-5)^2 + (y-6)^2 + (z-8)^2 = 20.$

(C) $(x-5)^2 + (y-6)^2 + (z-8)^2 = 100.$

(D) $(x-5)^2 + (y-6)^2 + (z-8)^2 = 10.$

Mở rộng bài toán: Đề bài có thể cho mặt cầu cắt trục Oy, Oz và tạo thành tam giác có góc α . Khi đó ta cần nhớ $\triangle IAB$ luôn cân tại I và sử dụng $\sin \widehat{IBH} = \frac{IH}{R} \Rightarrow R = IH \sin \widehat{IBH}$.



Câu 185. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 4; 3)$ và cắt trục tung tại hai điểm B và C sao cho tam giác IBC vuông là

(A) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 50.$

(B) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 34.$

(C) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 16.$

(D) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 20.$

Câu 186. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(3; 3; 4)$ và cắt trục Oz tại hai điểm B và C sao cho tam giác IBC đều là

(A) $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 16.$

(B) $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 8.$

(C) $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 9.$

(D) $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 24.$

Câu 187. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$ và cắt trục Ox tại hai điểm B và C sao cho tam giác IBC có góc bằng 120° là

(A) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8.$

(B) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16.$

(C) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9.$

(D) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25.$

Câu 188. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 4; 3)$ và cắt trục Ox tại hai điểm B và C sao cho tam giác $BC = 6$ có phương trình là

(A) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 28.$

(B) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 34.$

(C) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 26.$

(D) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 19.$

Câu 189. Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$ cắt mặt phẳng (Oxy) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng

(A) $2\pi\sqrt{7}.$

(B) $\pi\sqrt{7}.$

(C) $7\pi.$

(D) $14\pi.$

Câu 190. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 4)$ cắt mặt phẳng (Oxz) theo một hình tròn có diện tích 16π là

(A) $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 25.$

(B) $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 5.$

(C) $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 16.$

(D) $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 9.$

Câu 191. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; -2; 3)$, có tâm $I \in$ tia Ox , bán kính bằng 7 là

(A) $(x+5)^2 + y^2 + z^2 = 49.$

(B) $(x+7)^2 + y^2 + z^2 = 49.$

(C) $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 49.$

(D) $(x-7)^2 + y^2 + z^2 = 49.$

Câu 192. Cho $A(1; 2; 3)$, $B(4; 2; 3)$, $C(4; 5; 3)$. Phương trình mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là

(A) $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 + (z-3)^2 = \frac{9}{2}.$

(B) $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 18.$

(C) $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 9.$

(D) $(x-4)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 + (z-3)^2 = 18.$

Câu 193. Cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$. Tìm bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$.

(A) $\frac{2}{3 + \sqrt{3}}.$

(B) $\frac{4}{3 + 2\sqrt{3}}.$

(C) $\frac{3}{6 + 2\sqrt{3}}.$

(D) $\frac{5}{6 + 2\sqrt{3}}.$

ĐỀ RÈN LUYỆN LẦN

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (-2; 2; 5)$ và $\vec{v} = (0; 1; 2)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

(A) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 12.$

(B) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 13.$

(C) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 10.$

(D) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 14.$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (-1; 0; 2)$ và $\vec{v} = (x; -2; 1)$. Biết rằng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$. Khi đó $|\vec{v}|$ bằng

(A) 2.

(B) 3.

(C) $\sqrt{21}.$

(D) 5.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$, $P(1; m - 1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- (A) $m = -6$. (B) $m = 0$. (C) $m = -4$. (D) $m = 2$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- (A) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$. (B) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$. (C) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$. (D) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau góc 120° . Tính $|\vec{u} - \vec{v}|$, biết rằng $|\vec{u}| = 3$ và $|\vec{v}| = 5$.

- (A) $|\vec{u} - \vec{v}| = 2\sqrt{2}$. (B) $|\vec{u} - \vec{v}| = 2\sqrt{3}$. (C) $|\vec{u} - \vec{v}| = 2\sqrt{5}$. (D) $|\vec{u} - \vec{v}| = 7$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau góc 60° . Tìm số đo góc α giữa hai véc-tơ $\vec{v}$ và véc-tơ $\vec{u} - \vec{v}$, biết rằng $|\vec{u}| = 2\sqrt{5}$ và $|\vec{v}| = \sqrt{5}$.

- (A) $\alpha = 30^\circ$. (B) $\alpha = 45^\circ$. (C) $\alpha = 60^\circ$. (D) $\alpha = 90^\circ$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (-2; 5; 3)$, $\vec{v} = (-4; 1; -2)$. Tính $||\vec{u}, \vec{v}||$.

- (A) $||\vec{u}, \vec{v}|| = \sqrt{216}$. (B) $||\vec{u}, \vec{v}|| = \sqrt{405}$. (C) $||\vec{u}, \vec{v}|| = \sqrt{749}$. (D) $||\vec{u}, \vec{v}|| = \sqrt{708}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; 1)$, $\vec{v} = (-1; 1; 2)$ và $\vec{w} = (m; 3m; m + 2)$. Hãy tìm tham số thực m để ba véc-tơ $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ đồng phẳng.

- (A) $m = 2$. (B) $m = 1$. (C) $m = -2$. (D) $m = -1$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$. Tính diện tích tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

- (A) $\frac{\sqrt{29}}{6}$. (B) $\frac{\sqrt{29}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{78}}{2}$. (D) $\frac{7}{2}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 4)$, $C(6; 5; 2)$. Tính diện tích S của hình bình hành $ABCD$.

- (A) $S = 3\sqrt{83}$. (B) $S = \sqrt{83}$. (C) $S = 2\sqrt{83}$. (D) $S = 83$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(4; 5; 6)$. Tính thể tích V khối tứ diện $ABCD$.

- (A) $V = \frac{2}{\sqrt{3}}$. (B) $V = \frac{5}{\sqrt{3}}$. (C) $V = \frac{14}{3}$. (D) $V = \frac{7}{3}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

- (A) $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$. (B) $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.
(C) $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$. (D) $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Câu 13. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- (A) $m \leq 6$. (B) $m > 6$. (C) $m < 6$. (D) $m \geq 6$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I bán kính IM ?

- (A) $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$. (B) $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.
(C) $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 17$. (D) $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 3)$ và $N(-1; 2; -1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

- (A) $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{20}$. (B) $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{5}$.

(C) $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

(D) $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 20$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có tâm I thuộc tia Ox và bán kính bằng 7. Phương trình mặt cầu (S) là

(A) $(x + 5)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

(B) $(x + 7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

(C) $(x - 3)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

(D) $(x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với trục tung?

(A) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{10}$.

(B) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 10$.

(C) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 10$.

(D) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; 1)$. Hãy viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$, với O là gốc tọa độ.

(A) $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - y - z = 0$.

(B) $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x - y + z = 0$.

(C) $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x + y - z = 0$.

(D) $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; 2)$ và mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 3$. Gọi d_1 là khoảng cách ngắn nhất từ A đến một điểm thuộc (S) và d_2 là khoảng cách dài nhất từ điểm A đến một điểm thuộc (S) . Tính $d_1 + d_2$.

(A) $d_1 + d_2 = 4\sqrt{3}$.

(B) $d_1 + d_2 = 2\sqrt{3}$.

(C) $d_1 + d_2 = 6\sqrt{3}$.

(D) $d_1 + d_2 = 8\sqrt{3}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 16$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm $B \in (S)$ sao cho AB có độ dài lớn nhất.

(A) $B(-3; -6; 11)$.

(B) $B(1; 2; -9)$.

(C) $B(-1; -2; 1)$.

(D) $B(1; 2; 9)$.

ĐỀ RÈN LUYỆN LẦN

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; 4)$, $B(-2; 2; -6)$, $C(6; 0; -1)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

(A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -67$.

(B) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 65$.

(C) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 67$.

(D) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 33$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (2; 3; 1)$ và $\vec{v} = (5; 6; 4)$. Tồn tại véc-tơ $\vec{z} = (a; b; 1)$ thỏa mãn $\vec{z} \perp \vec{u}$ và $\vec{z} \perp \vec{v}$. Tính $S = a + b$.

(A) $S = -2$.

(B) $S = 1$.

(C) $S = -1$.

(D) $S = 2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, gọi α là góc giữa $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$. Tìm α .

(A) $\alpha = \frac{5\pi}{6}$.

(B) $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

(C) $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

(D) $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 1; 1)$ và $\vec{v} = (0; 1; m)$. Hãy tìm tất cả các tham số thực m để góc giữa véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ có số đo bằng 45° .

(A) $m = \pm\sqrt{3}$.

(B) $m = 2 \pm \sqrt{3}$.

(C) $m = 1 \pm \sqrt{3}$.

(D) $m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 120° , đồng thời có $|\vec{a}| = 2$ và $|\vec{b}| = 5$. Gọi hai véc-tơ $\vec{u}$, $\vec{v}$ thỏa $\vec{u} = k \cdot \vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$. Hãy tìm số thực k để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

(A) $k = -\frac{45}{6}$.

(B) $k = \frac{45}{6}$.

(C) $k = \frac{6}{45}$.

(D) $k = -\frac{6}{45}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 0; 3)$, $B(2; -2; 0)$ và $C(-3; 2; 1)$. Hãy tính độ dài đường cao AH kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

(A) $AH = \frac{2\sqrt{651}}{21}$.

(B) $AH = \frac{\sqrt{651}}{21}$.

(C) $AH = \frac{\sqrt{651}}{3}$.

(D) $AH = \frac{\sqrt{651}}{7}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính thể tích V của tứ diện $ABCD$ với $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$ và $D(1; -2; 2)$.

- ☐ A $V = \frac{70}{3}$.
 ☐ B $V = 140$.
 ☐ C $V = 70$.
 ☐ D $V = \frac{140}{3}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết rằng $A(0; -1; 3)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-1; 3; 3)$, $D(1; -1; -1)$. Tính chiều cao AH của tứ diện.

- ☐ A $AH = \frac{\sqrt{29}}{2}$.
 ☐ B $AH = \frac{14}{\sqrt{29}}$.
 ☐ C $AH = \sqrt{29}$.
 ☐ D $AH = \frac{1}{\sqrt{29}}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; 1)$, $B(3; 1; 2)$ và $C(-1; 0; 3)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- ☐ A $I\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
 ☐ B $I\left(1; \frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.
 ☐ C $I\left(2; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.
 ☐ D $I\left(2; \frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hãy xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 10 = 0$.

- ☐ A $I(1; -2; 3), R = 2$.
 ☐ B $I(-1; 2; -3), R = 2$.
 ☐ C $I(-1; 2; -3), R = 4$.
 ☐ D $I(1; -2; 3), R = 4$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-2)y - 2(m+3)z + 8m + 37 = 0$ là mặt cầu.

- ☐ A $m \leq -2$ hoặc $m \geq 4$.
 ☐ B $m < -4$ hoặc $m > -2$.
 ☐ C $m < -2$ hoặc $m > 4$.
 ☐ D $m < -4$ hoặc $m > 2$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -4)$ và thể tích của khối cầu tương ứng bằng 36π .

- ☐ A $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$.
 ☐ B $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$.
 ☐ C $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9$.
 ☐ D $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3$.

Câu 13. Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ bán kính $R = 2$. Viết phương trình mặt cầu (S) .

- ☐ A $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$.
 ☐ B $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
 ☐ C $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 10 = 0$.
 ☐ D $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2^2$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$?

- ☐ A $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
 ☐ B $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.
 ☐ C $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.
 ☐ D $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; -1)$ và $B(5; 0; -3)$. Viết phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB .

- ☐ A $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.
 ☐ B $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4z + 18 = 0$.
 ☐ C $(S): (x-4)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 8$.
 ☐ D $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4z + 12 = 0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) ?

- ☐ A $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.
 ☐ B $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$.
 ☐ C $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.
 ☐ D $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(4; -6; 2)$ và có tâm nằm trên trục hoành Ox .

(A) $(S): (x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 6.$

(B) $(S): (x + 7)^2 + y^2 + z^2 = 36.$

(C) $(S): (x + 7)^2 + y^2 + z^2 = 6.$

(D) $(S): (x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 49.$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy tìm bán kính R của mặt cầu đi qua bốn điểm $M(1; 0; 1)$, $N(1; 0; 0)$, $P(2; 1; 0)$ và $Q(1; 1; 1)$.

(A) $R = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

(B) $R = \frac{3}{2}.$

(C) $R = 1.$

(D) $R = \sqrt{3}.$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(1; 4; 3)$ và cắt trục Ox tại hai điểm B, C sao cho $BC = 6$.

(A) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 28.$

(B) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 34.$

(C) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 26.$

(D) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 19.$

Câu 20. Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$. Hỏi (S) cắt mặt phẳng (Oxy) theo một đường tròn có chu vi C bằng bao nhiêu?

(A) $C = 2\pi\sqrt{7}.$

(B) $C = \pi\sqrt{7}.$

(C) $C = 7\pi.$

(D) $C = 14\pi.$

Bài 2

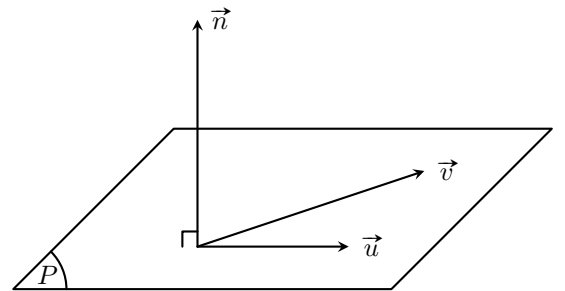
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



Kiến thức cơ bản cần nhớ

1. Véc-tơ pháp tuyến - Véc-tơ chỉ phương

- ✓ Véc-tơ pháp tuyến (VTPT) của mặt phẳng (P) là $\vec{n} \perp (P)$, $\vec{n} \neq \vec{0}$.
- ✓ Véc-tơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}$ của mặt phẳng (P) là véc-tơ có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (P) .
- ✓ Nếu mặt phẳng (P) có cặp véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}, \vec{v}$ thì (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$.
- ✓ Nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- ✓ Chẳng hạn
 $\vec{n}_{(P)} = (-4; 8) = 2(1; -2; 4)$ thì $\vec{n} = (1; -2; 4)$
 cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .



2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

- ✓ Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$. Chẳng hạn $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0 \Rightarrow$ một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2; -3; 1)$.
- ✓ Để viết phương trình mặt phẳng (P) , cần xác định một điểm đi qua và 1 VTPT.

$$(P) : \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = (a; b; c) \end{cases} \Rightarrow (P): a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

3. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

Nếu mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$ thì $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ gọi là phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.

Chứng minh:

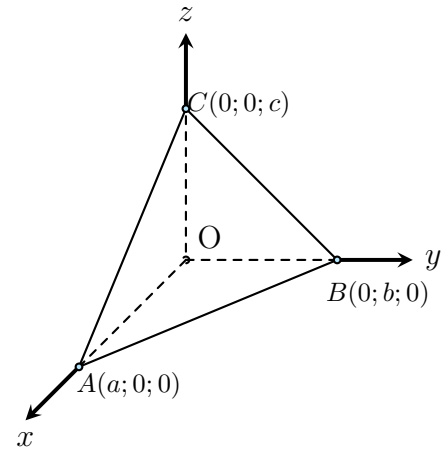
$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-a; b; 0) \\ \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (bc; ac; ab)$$

$$\Rightarrow (P): \begin{cases} \text{Qua } A(a; 0; 0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (bc; ac; ab) \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } (P): bc(x - a) + ac(y - 0) + ab(z - 0) = 0$$

$$\Rightarrow (P): bcx + acy + abz = abc$$

$$\xrightarrow{\text{Chia } abc \neq 0} (P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$



4. Các mặt phẳng tọa độ (thiếu cái gì, cái đó bằng 0)

- ☑ Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ nên (Oxy) có VTPT $\vec{n}_{(Oxy)} = \vec{k} = (0; 0; 1)$.
- ☑ Mặt phẳng $(Oyz): x = 0$ nên (Oyz) có VTPT $\vec{n}_{(Oyz)} = \vec{i} = (1; 0; 0)$.
- ☑ Mặt phẳng $(Oxz): y = 0$ nên (Oxz) có VTPT $\vec{n}_{(Oxz)} = \vec{j} = (0; 1; 0)$.

5. Khoảng cách

- ☑ Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ được xác định

$$\text{bởi công thức } d(M, (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

- ☑ Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song có cùng véc-tơ pháp tuyến:

Cho hai mặt phẳng song song $(P): ax + by + cz + d = 0$ và $(Q): ax + by + cz + d' = 0$.

$$\text{Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là } d((Q), (P)) = \frac{|d - d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

6. Góc

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

$$\text{Ta luôn có } \cos((\alpha), (\beta)) = \frac{|\vec{n}_1, \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Ghi nhớ
Cần nhớ: Góc giữa hai mặt phẳng

7. Vị trí tương đối

a) **Vị trí tương đối của hai mặt phẳng**

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

$$\text{☑ } (P) \text{ cắt } (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}.$$

$$\text{☑ } (P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}.$$

$$\text{☑ } (P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}.$$

$$\text{☑ } (P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

b) Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu

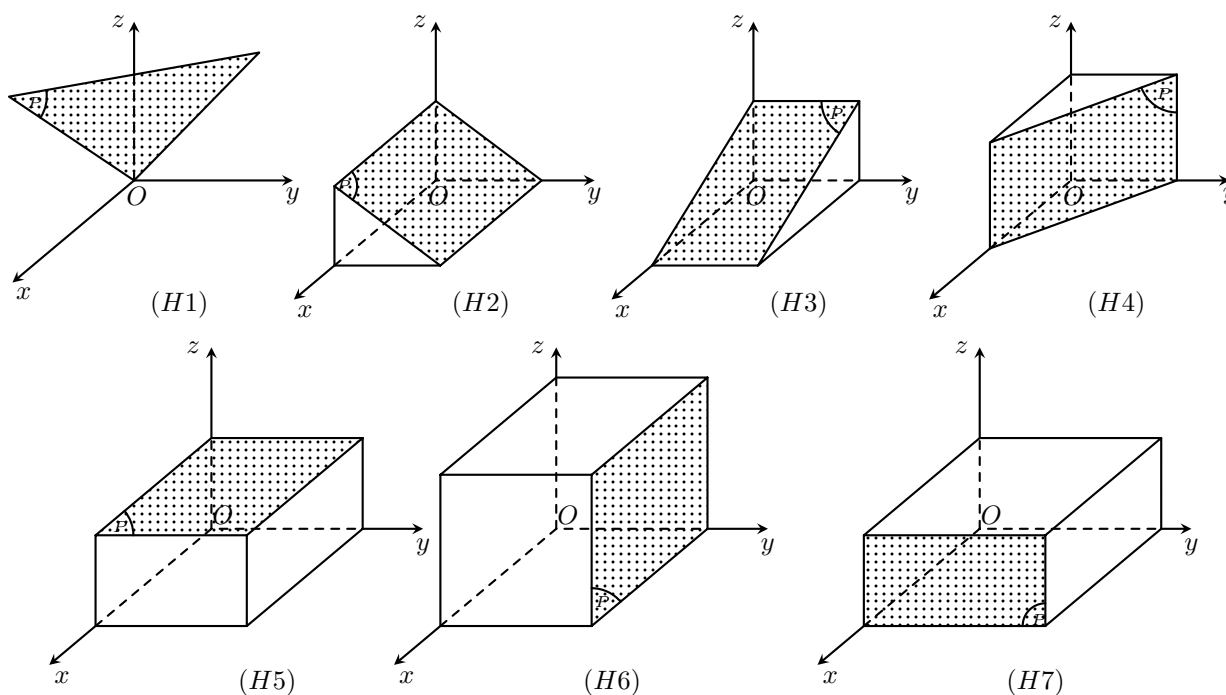
Cho mặt cầu $S(I; R)$ và mặt phẳng (P) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và có $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) . Khi đó :

Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.	Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của mặt cầu (S) và H là tiếp điểm.	Nếu $d < R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm H và bán kính là $r' = \sqrt{R^2 - d^2}$.
---	--	---

⚠ Lưu ý: Chu vi của đường tròn giao tuyến $C = 2\pi r$, diện tích đường tròn $S = \pi r^2$. Nếu $d(I, (P)) = 0$ thì giao tuyến là một đường tròn tâm I và được gọi là đường tròn lớn. Lúc này (P) gọi là mặt phẳng kính của mặt cầu (S) .

8. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

Các hệ số	Phương trình mặt phẳng (P)	Tính chất mặt phẳng (P)
$D = 0$	$(P): Ax + By + Cz = 0 \quad (H1)$	(P) đi qua gốc tọa độ (O)
$A = 0$	$(P): By + Cz + D = 0 \quad (H2)$	$(P) \parallel Ox$ hoặc $(P) \supset Ox$
$B = 0$	$(P): Ax + Cz + D = 0 \quad (H3)$	$(P) \parallel Oy$ hoặc $(P) \supset Oy$
$C = 0$	$(P): Ax + By + D = 0 \quad (H4)$	$(P) \parallel Oz$ hoặc $(P) \supset Oz$
$A = B = 0$	$(P): Cz + D = 0 \quad (H5)$	$(P) \parallel (Oxy)$ hoặc $(P) \equiv (Oxy)$
$A = C = 0$	$(P): By + D = 0 \quad (H6)$	$(P) \parallel (Oxz)$ hoặc $(P) \equiv (Oxz)$
$B = C = 0$	$(P): Ax + D = 0 \quad (H7)$	$(P) \parallel (Oyz)$ hoặc $(P) \equiv (Oyz)$



9. Xác định các yếu tố của mặt phẳng

☑ Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a, b, c)$.

☑ Nếu $\vec{n} = (a, b, c)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) thì $k\vec{n}$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (P) , với $k \neq 0$.

☑ Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) thì vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

Câu 1. Cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A** $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$. **B** $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$. **C** $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$. **D** $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

Câu 2. Cho mặt phẳng $(P): -3x + 2z - 1 = 0$. Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A** $\vec{n} = (-3; 2; -1)$. **B** $\vec{n} = (3; 2; -1)$. **C** $\vec{n} = (-3; 0; 2)$. **D** $\vec{n} = (3; 0; 2)$.

Câu 3. Cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A** $\vec{n} = (2; -1; -1)$. **B** $\vec{n} = (-2; 1; -1)$. **C** $\vec{n} = (2; 1; -1)$. **D** $\vec{n} = (-1; 1; -1)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ? Biết $\vec{u} = (1; -2; 0)$, $\vec{v} = (0; 2; -1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P) .

- A** $\vec{n} = (1; 2; 0)$. **B** $\vec{n} = (2; 1; 2)$. **C** $\vec{n} = (0; 1; 2)$. **D** $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ? Biết $\vec{u} = (2; 1; 2)$, $\vec{v} = (3; 2; -1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P) .

- A** $\vec{n} = (-5; 8; 1)$. **B** $\vec{n} = (5; -8; 1)$. **C** $\vec{n} = (1; 1; -3)$. **D** $\vec{n} = (-5; 8; -1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ? Biết $\vec{a} = (-1; -2; -2)$, $\vec{b} = (-1; 0; -1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P) .

- A** $\vec{n} = (2; 1; 2)$. **B** $\vec{n} = (2; -1; -2)$. **C** $\vec{n} = (2; 1; -2)$. **D** $\vec{n} = (-2; 1; -2)$.

Câu 7. Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z = 5$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A** $Q(2; -1; 5)$. **B** $P(0; 0; -5)$. **C** $N(-5; 0; 0)$. **D** $M(1; 1; 6)$.

Câu 8. Tìm m để điểm $M(m; 1; 6)$ thuộc mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$.

- A** $m = 1$. **B** $m = -1$. **C** $m = 3$. **D** $m = 2$.

Câu 9. Tìm m để điểm $A(m; m - 1; 1 + 2m)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 1 = 0$

- A** $m = -1$. **B** $m = 1$. **C** $m = -2$. **D** $m = 2$.

10. Khoảng cách, góc và vị trí tương đối

a) Khoảng cách

☑ Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ được xác định bởi công thức

$$d(M, (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

☑ Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song có cùng véc-tơ pháp tuyến:

Cho hai mặt phẳng song song $(P): ax + by + cz + d = 0$ và $(Q): ax + by + cz + d' = 0$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là

$$d((Q), (P)) = \frac{|d - d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

b) Góc.

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

Ta luôn có

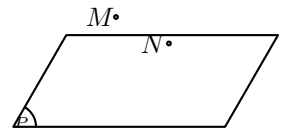
$$\cos((\alpha), (\beta)) = \frac{|\vec{n}_1, \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Ghi nhớ: Góc giữa hai mặt phẳng là góc nhọn, còn góc giữa hai véc-tơ có thể nhọn hoặc tù.

c) Vị trí tương đối

(a) Vị trí tương đối giữa hai điểm M, N với mặt phẳng (P) .

Xét hai điểm $M(x_M; y_M; z_M)$, $N(x_N; y_N; z_N)$ và mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$.



- ☑ Nếu $(ax_M + by_M + cz_M + d)(ax_N + by_N + cz_N + d) < 0$ thì M, N nằm hai bên so với (P) .
- ☑ Nếu $(ax_M + by_M + cz_M + d)(ax_N + by_N + cz_N + d) > 0$ thì M, N nằm một bên so với (P) .

(b) Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

- ☑ (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$.
- ☑ $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$.
- ☑ $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$.
- ☑ $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

(c) Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu.

Cho mặt cầu $S(I; R)$ và mặt phẳng (P) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và có $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) . Khi đó :

- ☑ Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.
- ☑ Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của mặt cầu (S) và H là tiếp điểm.
- ☑ Nếu $d < R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm H và bán kính là $r' = \sqrt{R^2 - d^2}$.

Câu 1. Khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ bằng

- A** $\frac{5}{9}$.
- B** $\frac{5}{29}$.
- C** $\frac{5\sqrt{29}}{29}$.
- D** $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 2. Khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$ bằng

- A** 1.
- B** 3.
- C** $\frac{\sqrt{13}}{3}$.
- D** $\frac{11}{3}$.

Câu 3. Gọi H là hình chiếu của điểm $A(2; -1; -1)$ lên mặt phẳng $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$ độ dài đoạn thẳng AH bằng

- A** 55.
- B** $\frac{11}{5}$.
- C** $\frac{11}{25}$.
- D** $\frac{22}{5}$.

Câu 4. Gọi H là hình chiếu của điểm $A(1; -2; -3)$ lên mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Độ dài đoạn thẳng AH bằng

- A** 1.
- B** 2.
- C** $\frac{2}{3}$.
- D** $\frac{1}{3}$.

Câu 5. Gọi B là điểm đối xứng với $A(1; -2; -1)$ qua mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$. Độ dài của đoạn thẳng AB bằng

- A** $\frac{16}{3}$.
- B** $\frac{20}{3}$.
- C** $\frac{4}{3}$.
- D** $\frac{8}{3}$.

Câu 6. Gọi B là điểm đối xứng với $A(2; 3; -1)$ qua mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$ Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- (A) $\frac{28}{3}$. (B) 5. (C) 6. (D) $\frac{32}{3}$.

Câu 7. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(4; 2; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 12x - 5z - 19 = 0$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng

- (A) $\frac{39}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{39}}{5}$. (C) 13. (D) 3.

Câu 8. Cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y - 2z + 1 = 0$ và điểm $I(0; -2; 1)$. Bán kính R của hình cầu tâm I tiếp xúc với (P) bằng

- (A) 3. (B) $\frac{5\sqrt{29}}{29}$. (C) $\frac{3\sqrt{29}}{29}$. (D) $\frac{7\sqrt{29}}{29}$.

Câu 9. Cho $A(2; 0; 0); B(0; 4; 0); C(0; 0; 6); D(2; 4; 6)$ khoảng cách từ điểm D đến (ABC) bằng

- (A) $\frac{24}{7}$. (B) $\frac{16}{7}$. (C) $\frac{8}{7}$. (D) $\frac{12}{7}$.

Câu 10. Cho $A(1; 0; 0); B(0; 2; 0); C(0; 3; 0)$ Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (ABC) bằng

- (A) $\frac{3}{7}$. (B) $\frac{6}{7}$. (C) $\frac{2}{7}$. (D) $\frac{1}{7}$.

Câu 11. Cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng

- (A) $\frac{4}{9}$. (B) $\frac{4}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) 4.

Câu 12. Cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng

- (A) $\frac{5}{3}$. (B) $\frac{8}{3}$. (C) $\frac{11}{2}$. (D) $\frac{14}{5}$.

Câu 13. Cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x + 2y - 2z + 3 = 0$ Khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng

- (A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$. (B) 2. (C) $\frac{7}{2\sqrt{3}}$. (D) $\frac{7}{\sqrt{3}}$.

Câu 14. Cho $(P): x + 2y + 2z + m = 0$ và $A(1; 1; 1)$. Có hai giá trị của m là m_1, m_2 thỏa mãn $d[A, (P)] = 1$. Giá trị $m_1 m_2 |m_1 + m_2|$ bằng

- (A) 160. (B) -96. (C) -6. (D) 264.

Câu 15. Cho điểm $M(0; 0; m) \in Oz$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 2 = 0$ thỏa $d[M; (P)] = 2$. Tổng các giá trị m bằng

- (A) 1. (B) -2. (C) 0. (D) 2.

Câu 16. Cho $(P): 2x + 3y + z + 17 = 0$. Tìm điểm $M \in Oz$ thỏa khoảng cách từ M đến (P) bằng khoảng cách từ M đến $A(2; 3; 4)$.

- (A) $(0; 0; 1)$. (B) $(0; 0; 2)$. (C) $(0; 0; 3)$. (D) $(0; 0; 7)$.

Câu 17. Tính góc giữa mặt $(P): x - 2y - z + 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$.

- (A) 60° . (B) 90° . (C) 30° . (D) 120° .

Câu 18. Tính góc giữa mặt $(P): x + 2y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + 2z + 1 = 0$

- (A) 30° . (B) 90° . (C) 60° . (D) 45° .

Câu 19. Tính góc giữa mặt $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ và $(Q): x - y + 2 = 0$.

- (A) 30° . (B) 90° . (C) 60° . (D) 45° .

Câu 20. Tính góc α giữa mặt $(P): x + z - 4 = 0$ và mặt phẳng (Oxy) .

- (A) 30° . (B) 90° . (C) 60° . (D) 45° .

Câu 21. Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và $(P): 2x + y - 2z + m = 0$, với m là tham số thực. Tìm các giá trị của m để (P) và (S) không có điểm chung.

- (A) $m < -9$ hoặc $m > 21$. (B) $-9 < m < 21$.
(C) $-9 \leq m \leq 21$. (D) $m \leq -9$ hoặc $m \geq 21$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Tìm tham số m để (P) tiếp xúc với (S) .

- (A) $m = \frac{53}{9}$. (B) $m = \frac{12}{5}$. (C) $m = \frac{13}{3}$. (D) $m = \frac{11}{3}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ và mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$. Tìm m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn.

- (A) $m < -19$ hoặc $m > 11$. (B) $-19 < m < 11$.
(C) $-12 < m < 4$. (D) $m < -12$ hoặc $m > 4$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$. Tìm tham số m để (S) cắt mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 4π .

- (A) $m = 9$. (B) $m = 10$. (C) $m = 3$. (D) $m = -3$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$ và cắt mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y + 2z + 4 = 0$ theo một đường tròn có bán kính $r = 4$.

- (A) $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$. (B) $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.
(C) $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$. (D) $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Câu 26. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y + mz - 2 = 0$ và $(Q): x + ny + 2z + 8 = 0$ song song với nhau. Tính tổng $m + n$.

- (A) $m + n = 4,25$. (B) $m + n = 4,5$. (C) $m + n = 2,5$. (D) $m + n = 2,25$.

Câu 27. Cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để (P) song song với (Q) .

- (A) $m = 1$. (B) $m = 2$. (C) $m = 2$. (D) Không tồn tại m .

Câu 28. Tìm $m + n$ để $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ song song với $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$.

- (A) $m + n = -1$. (B) $m + n = 7$. (C) $m + n = 0$. (D) $m + n = 1$.

Câu 29. Tìm m để hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z = 0$ và $(Q): x + y + mz + 1 = 0$ cắt nhau.

- (A) $m \neq -\frac{1}{2}$. (B) $m \neq \frac{1}{2}$. (C) $m \neq -1$. (D) $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$, với m là tham số thực. Tìm m để $(\alpha) \perp (\beta)$.

- (A) $|m| = 1$. (B) $|m| = \sqrt{2}$. (C) $|m| = \sqrt{3}$. (D) $|m| = 2$.

Câu 31. Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(0; -2; 3); B(2; 0; 1)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

- (A) $\frac{41}{4}$. (B) $\frac{9}{4}$. (C) $\frac{7}{4}$. (D) 3.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) .

- ☐ A $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$.
 ☐ B $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$.
 ☐ C $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$.
 ☐ D $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) . Biết $\vec{u} = (1; -2; 0)$, $\vec{v} = (0; 2; -1)$ là cặp véc-tơ chỉ phương của (P) .

- ☐ A $\vec{n} = (1; 2; 0)$.
 ☐ B $\vec{n} = (2; 1; 2)$.
 ☐ C $\vec{n} = (0; 1; 2)$.
 ☐ D $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z = 5$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) .

- ☐ A $Q(2; -1; 5)$.
 ☐ B $P(0; 0; -5)$.
 ☐ C $N(-5; 0; 0)$.
 ☐ D $M(1; 1; 6)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; -1)$ lên mặt phẳng $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$. Tính độ dài của đoạn AH .

- ☐ A $AH = 55$.
 ☐ B $AH = \frac{11}{5}$.
 ☐ C $AH = \frac{11}{25}$.
 ☐ D $AH = \frac{22}{5}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(4; 2; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình $12x - 5z - 19 = 0$. Tìm bán kính R của mặt cầu (S) .

- ☐ A $R = 39$.
 ☐ B $R = \sqrt{39}$.
 ☐ C $R = 13$.
 ☐ D $R = 3$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 4 = 0$ và $(Q): 2x - y - 2z + 2 = 0$. Tính khoảng cách d giữa (P) và (Q) .

- ☐ A $d = 6$.
 ☐ B $d = 2$.
 ☐ C $d = 4$.
 ☐ D $d = 3$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, tính số đo góc giữa mặt phẳng $(P): x + z - 4 = 0$ và mặt phẳng (Oxy) .

- ☐ A 30° .
 ☐ B 90° .
 ☐ C 60° .
 ☐ D 45° .

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, gọi α là góc giữa mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 2 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Tìm α .

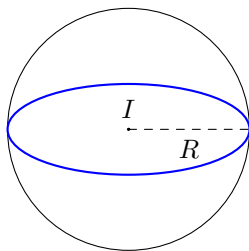
- ☐ A $\alpha = 60^\circ$.
 ☐ B $\alpha = 90^\circ$.
 ☐ C $\alpha = 30^\circ$.
 ☐ D $\alpha = 120^\circ$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - m)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$. Tìm tất cả các tham số thực m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn.

- ☐ A $-\frac{17}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$.
 ☐ B $-\frac{17}{2} < m < \frac{1}{2}$.
 ☐ C $-8 < m < 1$.
 ☐ D $-8 \leq m \leq 1$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$. Tìm m để (S) cắt mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$ theo giao tuyến là hình tròn có diện tích bằng 4π .

- ☐ A $m = 9$.
 ☐ B $m = 10$.
 ☐ C $m = 3$.
 ☐ D $m = -3$.



Câu 42. Không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$ và cắt mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y + 2z + 4 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $r = 4$.

- ☐ A $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 16$.
 ☐ B $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$.
☐ C $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$.
 ☐ D $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2; 4; 6)$ và tiếp xúc với trục hoành.

- (A) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 6)^2 = 40$. (B) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 6)^2 = 52$.
(C) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 6)^2 = 20$. (D) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 6)^2 = 56$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y + z = 0$. Chọn mệnh đề **đúng**?

- (A) $(P) \parallel (Oyz)$. (B) $Ox \subset (P)$. (C) $(P) \parallel Ox$. (D) $(P) \parallel Oy$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$ với m là tham số thực. Tìm m để $(\alpha) \perp (\beta)$.

- (A) $|m| = 1$. (B) $|m| = \sqrt{2}$. (C) $|m| = \sqrt{3}$. (D) $|m| = 2$.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$, $(R): -x + 2y + nz = 0$. Tính tổng $S = m + 2n$, biết rằng $(P) \perp (R)$ và $(P) \parallel (Q)$.

- (A) $S = 1$. (B) $S = 6$. (C) $S = -6$. (D) $S = 0$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 4 = 0$ và $(Q): -mx + (m^2 - 1)y + (3 - m^2)z + m + 1 = 0$. Tìm giá trị của tham số m để $(P) \parallel (Q)$.

- (A) $m = 2$. (B) $m = 2$ hoặc $m = -\frac{1}{2}$.
(C) $m = -2$. (D) $m = \frac{1}{2}$ hoặc $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(2; 0; -1)$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hai điểm A và B nằm khác phía so với mặt phẳng $(P): x + 2y + mz + 1 = 0$.

- (A) $m \in [2; 3]$. (B) $m \in (-\infty; 2] \cap [3; +\infty)$.
(C) $m \in (2; 3)$. (D) $m \in (-\infty; 2) \cap (3; +\infty)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(0; -2; 3)$, $B(2; 0; 1)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Giá trị $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

- (A) $\frac{41}{4}$. (B) $\frac{9}{4}$. (C) $\frac{7}{4}$. (D) 3 .

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 5)$, $B(-4; 3; 2)$ và $C(0; 2; 1)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- (A) $I\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$. (B) $I\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$. (C) $I\left(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. (D) $I\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, tìm tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB với $A(0; 0; -3)$, $B(4; 0; 0)$.

- (A) $I(1; 0; -1)$. (B) $P(0; 1; 0)$. (C) $Q(1; 0; 1)$. (D) $R(0; -1; 1)$.

Bài tập về nhà lần 2

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)

- (A) $\vec{n} = (3; 2; 2)$. (B) $\vec{n} = (3; 0; 2)$. (C) $\vec{n} = (0; 3; 2)$. (D) $\vec{n} = (3; 2; 0)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(m; 1; 6)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) khi giá trị của m bằng

- (A) $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = 3$. (D) $m = 2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua (P) . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- (A) $AB = 2$. (B) $AB = \frac{4}{3}$. (C) $AB = \frac{2}{3}$. (D) $AB = 4$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y - 2z + 1 = 0$ và điểm $I(0; -2; 1)$. Tính bán kính R của hình cầu tâm I tiếp xúc với (P) .

- (A) $R = 3$. (B) $R = \frac{5}{\sqrt{29}}$. (C) $R = \frac{3}{\sqrt{29}}$. (D) $R = \frac{7}{\sqrt{29}}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 5 = 0$ và $(Q): 2x + 2y - 2z + 3 = 0$. Tính khoảng cách d giữa (P) và (Q) .

- (A) $d = \frac{2}{\sqrt{3}}$. (B) $d = 2$. (C) $d = \frac{7}{2\sqrt{3}}$. (D) $d = \frac{7}{\sqrt{3}}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z + 1 = 0$. Tính số đo góc giữa (P) và (Q) .

- (A) 30° . (B) 90° . (C) 60° . (D) 45° .

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 2 = 0$ và $(Q): x - my + (m + 1)z + m - 2 = 0$, với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho góc giữa (P) và (Q) bằng 60° . Tính tổng các phần tử của S .

- (A) 1. (B) $-\frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 8. Cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ và $(P): 2x + y - 2z + m = 0$, với m là tham số thực. Tìm các giá trị của m để (P) và (S) không có điểm chung.

- (A) $-9 < m < 21$. (B) $m < -9$ hoặc $m > 21$.
(C) $-9 \leq m \leq 21$. (D) $m \leq -9$ hoặc $m \geq 21$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Tìm tham số m để (P) tiếp xúc với (S) .

- (A) $m = \frac{53}{9}$. (B) $m = \frac{12}{5}$. (C) $m = \frac{13}{3}$. (D) $m = \frac{11}{3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ và mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$. Tìm m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn.

- (A) $-19 < m < 11$. (B) $m < -19$ hoặc $m > 11$.
(C) $-12 < m < 4$. (D) $m < -12$ hoặc $m > 4$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là 1 đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- (A) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 8$. (B) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 10$.
(C) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 8$. (D) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 10$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π .

- (A) $(Q): 2x + 2y - z + 17 = 0$. (B) $(Q): 2x + 2y - z - 7 = 0$.
(C) $(Q): 2x + 2y - z + 7 = 0$. (D) $(Q): 2x + 2y - z - 19 = 0$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục tung.

A $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

B $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

C $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8$.

D $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 1)$ và hai mặt phẳng (P) , (Q) lần lượt có phương trình $(P): x + y - 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + 2y - 4z - 1 = 0$. Tìm khẳng định **đúng**.

A $(P) \parallel (Q)$ và (P) đi qua M .

B $(P) \parallel (Q)$ và (P) không đi qua M .

C $(P) \perp (Q)$ và (P) đi qua M .

D $(P) \perp (Q)$ và (P) không đi qua M .

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x + my + z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0$. Tìm tham số m, n để $(P) \parallel (Q)$.

A $m = \frac{3}{2}$ và $n = -10$.

B $m = -1,5$ và $n = 10$.

C $m = -5$ và $n = 3$.

D $m = 5$ và $n = -3$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$ và $(Q): (m+1)x - (m-5)y - 4mz + 1 + m = 0$. Tìm tham số m để $(P) \parallel (Q)$.

A $m = 1$.

B $m = -1$.

C $m = \frac{4}{3}$.

D $m = -\frac{4}{3}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(1; 1; -1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai điểm A và B nằm cùng phía so với mặt phẳng $(P): 5x + my + z - 5 = 0$.

A $m < -\frac{3}{2}$ hoặc $m > 1$.

B $m > 1$.

C $m < -\frac{3}{2}$.

D $-\frac{3}{2} < m < 1$.

Câu 18. Biết rằng biểu thức $P = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 6y + 19} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4x + 8y + 45}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = x_0, y = y_0$. Tổng $16x_0 + 8y_0$ bằng

A -5 .

B -1 .

C 2 .

D -2 .

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, tìm tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OAB$ với $A(2; 2; 1), B(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3})$.

A $I(0; 1; 1)$.

B $P(0; 1; 0)$.

C $Q(1; 0; 1)$.

D $R(0; -1; 1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1), B(2; 3; 4), C(3; 5; -2)$ Tìm tọa độ tâm I đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

A $I(\frac{5}{2}; 4; 1)$.

B $I(\frac{37}{2}; -7; 0)$.

C $I(-\frac{27}{2}; 15; 2)$.

D $I(2; \frac{7}{2}; \frac{3}{2})$.

11. Viết phương trình mặt phẳng (cần tìm 1 điểm đi qua + VTPT)

Loại 1: Mặt phẳng $(P): \begin{cases} \text{Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n} = (a; b; c) \end{cases} \Rightarrow (P): a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$.

Câu 21. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -2)$ và có VTPT $\vec{n} = (1; -1; 2)$ là

A $(P): x - y + 2z + 3 = 0$.

B $(P): x + y + 2z + 3 = 0$.

C $(P): x - y - 2z + 3 = 0$.

D $(P): x - y + 2z - 3 = 0$.

Câu 22. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ và có VTPT $\vec{n} = (4; 1; -6)$ là

A $4x + 2y - 6z + 5 = 0$.

B $2x + y - 3z + 5 = 0$.

C $2x + y - 3z + 2 = 0$.

D $2x + y - 3z - 5 = 0$.

Câu 23. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; 9; -1)$ và vuông góc với trục Ox là

A $x - 3 = 0$.

B $y + z - 8 = 0$.

C $x + y + z = 11$.

D $x + 3 = 0$.

Câu 24. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(-1; 3; -5)$ và vuông góc với trục Oz là

- ☐ A $x + 2y + z = 0$.
 ☐ B $x + 1 = 0$.
 ☐ C $x + 5 = 0$.
 ☐ D $y - 3 = 0$.

Câu 25. Cho $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- ☐ A $(P): x + y + 2z - 3 = 0$.
 ☐ B $(P): x + y + 2z - 6 = 0$.
 ☐ C $(P): x + 3y + 4z - 7 = 0$.
 ☐ D $(P): x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Câu 26. Cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

- ☐ A $2x - 3y - z + 8 = 0$.
 ☐ B $3x - y + 3z - 13 = 0$.
 ☐ C $2x - 3y - z - 20 = 0$.
 ☐ D $3x - y + 3z - 25 = 0$.

Câu 27. Cho $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với BC có phương trình là

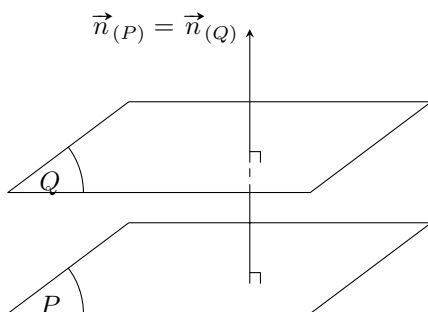
- ☐ A $3x + 2z - 1 = 0$.
 ☐ B $x + 2y - 2z - 1 = 0$.
 ☐ C $x + 2y - 2z + 1 = 0$.
 ☐ D $3x + 2z + 1 = 0$.

Câu 28. Cho $A(2; -1; 1)$, $B(1; 0; 3)$, $C(0; -2; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua trọng tâm G của $\triangle ABC$ và vuông góc với BC .

- ☐ A $(P): x - y + z + 2 = 0$.
 ☐ B $(P): x + 2y + 4z + 2 = 0$.
 ☐ C $(P): x - y - z + 2 = 0$.
 ☐ D $(P): x + 2y + 4z - 3 = 0$.

Loại 2: Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$. 

Phương pháp: Mặt phẳng $(P): \begin{cases} \text{Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \text{Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: } \vec{n}_P = \vec{n}_Q = (a; b; c) \end{cases}$



Câu 29. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(0; 1; 3)$ và $(P) \parallel (Q): 2x - 3z + 1 = 0$.

- ☐ A $(P): 2x - 3z + 9 = 0$.
 ☐ B $(P): 2x - 3z - 9 = 0$.
 ☐ C $(P): 2x - 3z + 3 = 0$.
 ☐ D $(P): 2x - 3z - 3 = 0$.

Câu 30. Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(2; -1; 2)$ và $(P) \parallel (Q): 2x - y + 3z + 2 = 0$ là

- ☐ A $2x - y + 3z - 9 = 0$.
 ☐ B $2x - y + 3z + 11 = 0$.
 ☐ C $2x - y - 3z + 11 = 0$.
 ☐ D $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Câu 31. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(1; 3; -2)$ và $(P) \parallel (Q): 2x - y + 3z + 4 = 0$.

- ☐ A $(P): 2x - y + 3z + 7 = 0$.
 ☐ B $(P): 2x + y - 3z + 7 = 0$.
 ☐ C $(P): 2x + y + 3z + 7 = 0$.
 ☐ D $(P): 2x - y + 3z = 7 = 0$.

Câu 32. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(1; -3; 4)$ và $(P) \parallel (Q): 6x - 5y + z - 7 = 0$.

- ☐ A $6x - 5y + z + 25 = 0$.
 ☐ B $6x - 5y + z - 7 = 0$.
 ☐ C $6x - 5y + z - 25 = 0$.
 ☐ D $6x - 5y + z + 17 = 0$.

Câu 33. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(3; 2; 3)$ và $(P) \parallel (Oxy)$.

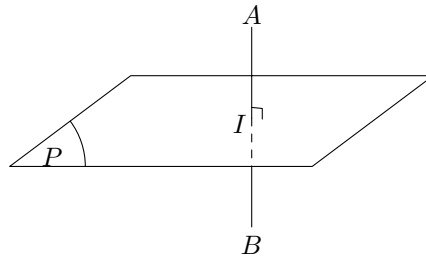
- Ⓐ $(P): z - 3 = 0.$ Ⓑ $(P): x - 3 = 0.$ Ⓒ $(P): y - 2 = 0.$ Ⓓ $(P): x + y = 5.$

Câu 34. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(2; -4; 5)$ và $(P) \parallel (Oxz)$.

- Ⓐ $x + 2y + 3z = 0.$ Ⓑ $2z - 5 = 0.$ Ⓒ $z - 5 = 0.$ Ⓓ $y + 4 = 0.$

Loại 3: Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB qua với A, B đã cho trước. 📌

Phương pháp: Tìm I là trung điểm của AB . Khi đó: $(P): \begin{cases} \text{Qua } I \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right) \text{ là trung điểm của } AB \\ \text{Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng } (P) \text{ là: } \vec{n}_p = \vec{AB} \end{cases}$



⚠ Lưu ý: Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AB là mặt phẳng vuông góc tại trung điểm của AB .

Câu 35. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AB với $A(2; 0; 1), B(0; -2; 3)$.

- Ⓐ $(P): x - y - z + 2 = 0.$ Ⓑ $(P): x + y - z + 2 = 0.$
Ⓒ $(P): x + y + z - 2 = 0.$ Ⓓ $(P): x + y - z - 2 = 0.$

Câu 36. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(3; 1; 2), B(1; 5; 4)$.

- Ⓐ $x - 2y - z + 7 = 0.$ Ⓑ $x + y + z - 8 = 0.$ Ⓒ $x + y - z - 2 = 0.$ Ⓓ $2x + y - z - 3 = 0.$

Câu 37. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(2; -3; -1), B(4; -1; 2)$.

- Ⓐ $2x + 2y + 3z + 1 = 0.$ Ⓑ $8x - 8y - 12z + 15 = 0.$
Ⓒ $x + y - z = 0.$ Ⓓ $4x + 4y + 6z - 7 = 0.$

Câu 38. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(2; 0; 1), B(0; -2; 3)$.

- Ⓐ $x + y - z + 2 = 0.$ Ⓑ $x + y - z - 2 = 0.$ Ⓒ $x + y + z + 2 = 0.$ Ⓓ $x + y + z - 2 = 0.$

Câu 39. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(1; 2; 3), B(3; 2; 1)$.

- Ⓐ $y - z = 2.$ Ⓑ $y - z = 0.$ Ⓒ $x - z = 0.$ Ⓓ $x - y = 0.$

Câu 40. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(1; -2; 3), B(-3; 2; 1)$.

- Ⓐ $2x - 2y + z = 0.$ Ⓑ $2x - 2y + z + 1 = 0.$
Ⓒ $2x + 2y + 2z + 1 = 0.$ Ⓓ $2x + y - z - 1 = 0.$

12. Viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và có cặp véc-tơ chỉ phương

📌 **Phương pháp:** $(P): \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] \end{cases} \text{ (Dạng 1).}$

Câu 41. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; -3)$ và có cặp véc-tơ chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; 2)$ và $\vec{b} = (3; 2; -1)$.

- Ⓐ $(P): 5x - 8y - z + 8 = 0.$ Ⓑ $(P): 5x - 8y - z - 8 = 0.$
Ⓒ $(P): 5x + 8y - z + 8 = 0.$ Ⓓ $(P): 5x + 8y - z - 8 = 0.$

Câu 42. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(0; 2; 3)$ và có cặp véc-tơ chỉ phương là $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (3; 2; -1)$.

(A) $(P): 4x - 5y + 2z + 4 = 0.$

(B) $(P): 4x - 5y + 2z - 4 = 0.$

(C) $(P): 4x + 5y + 2z - 16 = 0.$

(D) $(P): 4x + 5y + 2z + 16 = 0.$

Câu 43. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 2)$, $B(1; 1; 1)$, $C(2; 3; 0)$.

(A) $x + y - z + 1 = 0.$

(B) $x - y - z + 1 = 0.$

(C) $x + y + z - 3 = 0.$

(D) $x + y - 2z - 3 = 0.$

Câu 44. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(3; -1; 2)$, $N(4; -1; -1)$, $P(2; 0; 2)$.

(A) $3x + 3y - z + 8 = 0.$

(B) $3x - 2y + z - 8 = 0.$

(C) $3x + 3y + z - 8 = 0.$

(D) $3x + 3y - z - 8 = 0.$

Câu 45. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -2; 3)$ và chứa trục Ox có dạng

(A) $3y + 2z - 1 = 0.$

(B) $3y - 2z = 0.$

(C) $3y + 2z = 0.$

(D) $3y - 2z - 1 = 0.$

Câu 46. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 2; -3)$ và chứa trục Ox có dạng

(A) $3x - 2z = 0.$

(B) $3x + 2z = 0.$

(C) $3x + 2z + 2 = 0.$

(D) $3x - 2z + 2 = 0.$

Câu 47. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(-1; 2; 2)$, đồng thời song song với trục Ox .

(A) $(P): x + y - z = 0.$

(B) $(P): 2y - z + 1 = 0.$

(C) $(P): y - 2z + 2 = 0.$

(D) $(P): x + 2z - 3 = 0.$

Câu 48. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AB với $A(-1; 0; 0)$ và $B(0; 0; 1)$, đồng thời song song với trục tung.

(A) $(P): x - z + 1 = 0.$

(B) $(P): x - y - 2z = 0.$

(C) $(P): x - 2z + 1 = 0.$

(D) $(P): x - 2y + 2 = 0.$

Câu 49. Cho $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 0; 2)$, $D(1; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , B và (P) song song với đường thẳng CD .

(A) $(P): x + y + z - 3 = 0.$

(B) $(P): 2x - y + z - 2 = 0.$

(C) $(P): 2x + y + z - 3 = 0.$

(D) $(P): x + y - 2 = 0.$

Câu 50. Cho $A(-1; 1; -2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(1; 1; 2)$, $D(-1; -1; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AB và song song với đường thẳng CD .

(A) $(P): x - y - z = 0.$

(B) $(P): x - y - z + 2 = 0.$

(C) $(P): 2x + y + z + 3 = 0.$

(D) $(P): x - 2y - 2z - 1 = 0.$

13. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

Phương pháp: Tìm $\overrightarrow{AB}$ và VTPT của (Q) là $\vec{n}_{(Q)}$. Khi đó:

$$(P): \begin{cases} \text{Qua } A \text{ hoặc } B \\ VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(Q)}] \end{cases} \quad (\text{Dạng 1}).$$

Câu 51. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 2; -2)$, $B(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$.

(A) $(P): 15x + 7y + z - 27 = 0.$

(B) $(P): 15x + 7y + z + 27 = 0.$

(C) $(P): 15x - 7y + z - 27 = 0.$

(D) $(P): 15x - 7y + z + 27 = 0.$

Câu 52. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 4; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - y + 2z + 1 = 0$.

(A) $(P): 3x - y - 2z + 11 = 0.$

(B) $(P): 5x - 3y - 4z + 23 = 0.$

(C) $(P): 3x + 5y + z - 10 = 0.$

(D) $(P): 3x - 5y - 4z + 25 = 0.$

Câu 53. Cho $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$, $A(1; -2; 3)$ và $B(3; 2; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)

(A) $(Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$.

(B) $(Q): 2x - 2y + 3z - 7 = 0$.

(C) $(Q): 2x + 2y + 3z - 9 = 0$.

(D) $(Q): x + 2y + 3z - 7 = 0$.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - 2y - z + 7 = 0$.

(A) $(P): y + 2z = 0$.

(B) $(P): y - 2z = 0$.

(C) $(P): x - 2y - z = 0$.

(D) $(P): y - z = 0$.

14. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$.

Phương pháp: Tìm VTPT của (α) và (β) là $\vec{n}_{(\alpha)}$ và $\vec{n}_{(\beta)}$. Khi đó:

$$(P): \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] \end{cases} \quad (\text{Dạng 1}).$$

Câu 55. Cho các mặt phẳng $(P_1): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(P_2): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$, vuông góc hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) .

(A) $(P): 4x - 5y + 2z - 1 = 0$.

(B) $(P): 4x + 5y - 2z - 1 = 0$.

(C) $(P): 4x - 5y - 2z + 1 = 0$.

(D) $(P): 4x + 5y + 2z + 1 = 0$.

Câu 56. Cho các mặt phẳng $(P_1): 2x + y - 3z - 4 = 0$ và $(P_2): x + y - z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; -5; 3)$, vuông góc hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) .

(A) $(P): 2x + y + z = 0$.

(B) $(P): 2x + y + z - 1 = 0$.

(C) $(P): 2x - y + z + 10 = 0$.

(D) $(P): 2x - y + z - 10 = 0$.

Câu 57. Cho các mặt phẳng $(\alpha): x - y + 3 = 0$ và $(\beta): 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; 0)$, vuông góc hai mặt phẳng (α) và (β) .

(A) $(P): x + y + 2z - 1 = 0$.

(B) $(P): x + 2y - z - 1 = 0$.

(C) $(P): x - 2y + z - 1 = 0$.

(D) $(P): x + y - 2z - 1 = 0$.

Câu 58. Cho các mặt phẳng $(P): x - y + z - 7 = 0$ và $(Q): 3x + 2y - 12z + 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) đi qua điểm O , vuông góc hai mặt phẳng (P) và (Q) .

(A) $(R): x + 2y + 3z = 0$.

(B) $(R): x + 3y + 2z = 0$.

(C) $(R): 2x + 3y + z = 0$.

(D) $(R): 3x + 2y + z = 0$.

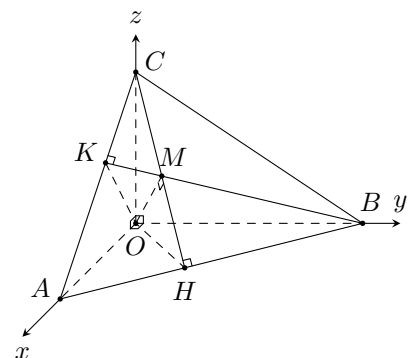
15. Viết phương trình mặt phẳng đoạn chắn.

Phương pháp: Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$ thì $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ gọi là phương trình đoạn chắn.

☑ $V_{O.ABC} = \frac{abc}{6}$.

☑ M là trọng tâm $\triangle ABC \Leftrightarrow OM \perp (ABC)$.

☑ $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OM^2}$.



Câu 59. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$.

(A) $2x - 3y + 6z - 6 = 0$.

(B) $3x - 6y - 2z + 6 = 0$.

(C) $6x - 3y + 2z - 6 = 0$.

(D) $2x + 6y - 3z - 6 = 0$.

Câu 60. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -3; 0)$, $C(0; 0; 5)$.

(A) $15x - 10y + 6z = 0$.

(B) $15x - 10y + 6z - 30 = 0$.

(C) $2x - 3y + 5z = 1$.

(D) $2x - 3y + 5z = 0$.

Câu 61. Cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

(A) $3x + 2y + z - 6 = 0$.

(B) $2x + y + 3z - 6 = 0$.

(C) $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

(D) $x + 2y + 3z - 6 = 0$.

Câu 62. Cho điểm $M(-3; 2; 4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

(A) $4x - 6y - 3z + 12 = 0$.

(B) $3x - 6y - 4z + 12 = 0$.

(C) $4x - 6y - 3z - 12 = 0$.

(D) $6x - 4y - 3z - 12 = 0$.

⚠ Lưu ý: Nếu M là trực tâm tam giác ABC thì $OM \perp (ABC)$ với $A \in Ox, B \in Oy, C \in Oz$.

Thật vậy, vì M là trực tâm của tam giác ABC nên

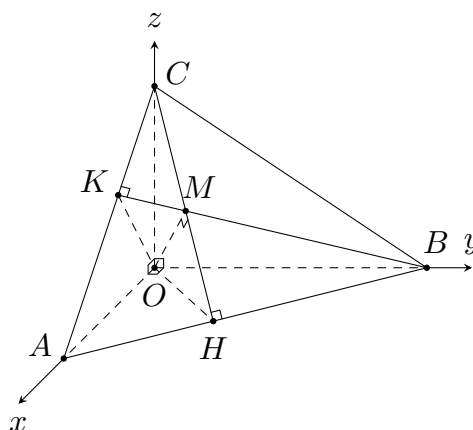
$CH \perp AB$ và $BK \perp AC$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp CH \\ AB \perp OC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (COH)$.

Suy ra $AB \perp OM$.

Tương tự $\begin{cases} AC \perp BK \\ AC \perp OB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BOK)$.

Suy ra $AC \perp OM$, kết hợp với $AB \perp OM$ ta được $OM \perp (ABC)$.



Câu 63. Cho điểm $M(1; 2; 5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là

(A) $2x + 5y + 10z = 0$.

(B) $x + 5y + 10z - 10 = 0$.

(C) $x + 2y + 5z - 30 = 0$.

(D) $x + y + z - 8 = 0$.

Câu 64. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; 2; 1)$ và cắt trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC có phương trình là

(A) $(P): 3x + 2y + z - 14 = 0$.

(B) $(P): x + y + z - 6 = 0$.

(C) $(P): 2x + 2y + 6z - 6 = 0$.

(D) $(P): 2x + 3y + 6z = 0$.

Câu 65. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(2; -1; 3)$ và cắt trục tọa độ tại A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho G là trọng tâm tam giác ABC có phương trình là

(A) $(P): 3x - 6y + 2z - 18 = 0$.

(B) $(P): 2x + y - 3z - 14 = 0$.

(C) $(P): x + y + z = 0$.

(D) $(P): 3x + 6y - 2z - 6 = 0$.

Câu 66. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(-1; -3; 2)$ và cắt trục tọa độ tại A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho G là trọng tâm tam giác ABC có phương trình là

(A) $(P): x + y - z - 5 = 0$.

(B) $(P): 2x - 3y - z - 1 = 0$.

(C) $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$.

(D) $(P): 6x + 2y - 3z + 18 = 0$.

Câu 67. Mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt trục tọa độ tại A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho M là trọng tâm tam giác ABC có phương trình là $ax + by + cz - 18 = 0$. Giá trị của abc bằng

(A) -36.

(B) 36.

(C) 72.

(D) -72.

Câu 68. Mặt phẳng đi qua điểm $G(-1; 3; 2)$ và cắt trục tọa độ tại A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho M là trọng tâm tam giác ABC có phương trình là $ax + by + cz - 18 = 0$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

(A) 1.

(B) -1.

(C) 2.

(D) -2.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; 2; 2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ) sao cho $OM = 2ON$.

(A) $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$.

(B) $(P): x + 2y - z - 2 = 0$.

(C) $(P): 2x + y + z - 4 = 0$.

(D) $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0$.

Câu 70. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 3; -2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (không trùng với gốc tọa độ) sao cho $4OA = 2OB = OC$ có phương trình là

(A) $2x - y - z - 1 = 0$.

(B) $x + 2y + 4z + 1 = 0$.

(C) $4x + 2y + z - 8 = 0$.

(D) $4x + 2y + z + 1 = 0$.

Câu 71. Cho hai điểm $C(0; 0; 3)$ và $M(-1; 3; 2)$. Mặt phẳng (P) qua C, M đồng thời chắn trên tia Ox, Oy các đoạn thẳng bằng nhau. Phương trình (P) là

(A) $x + y + 2z - 1 = 0$. (B) $x + y + 2z - 6 = 0$. (C) $x + y + z - 6 = 0$. (D) $x + y + z - 3 = 0$.

⚠ Lưu ý: Thể tích khối tứ diện có ba cặp cạnh đôi một vuông góc với nhau là

$$V_{OABC} = \frac{OA \cdot OB \cdot OC}{6} = \frac{abc}{6},$$

với $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$.

Câu 72. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; 3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

(A) $6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

(B) $6x + 3y + 3z - 21 = 0$.

(C) $6x + 3y + 3z + 21 = 0$.

(D) $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Câu 73. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(2; 1; 1)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

(A) $(P): 2x + y + z - 7 = 0$.

(B) $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$.

(C) $(P): x + 2y + z - 1 = 0$.

(D) $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$.

Câu 74. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(2; 1; 2)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

(A) $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$.

(B) $(P): 4x - y - z - 6 = 0$.

(C) $(P): 2x + y + 2z - 6 = 0$.

(D) $(P): x + 2y + z - 6 = 0$.

Câu 75. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 1; 4)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Thể tích nhỏ nhất đó là

(A) 72.

(B) 108.

(C) 18.

(D) 36.

Câu 76. Mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; 3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất có dạng $x + my + nz + p = 0$. Tìm $m + n + p$.

(A) 19.

(B) 6.

(C) -9.

(D) -5.

16. Một số bài toán viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách cơ bản

Ý tưởng 1: Tìm trực tiếp được VTPT $\vec{n}_{(P)} = (a; b; c)$ dựa vào mối liên hệ song song, vuông góc. Khi đó, ta chỉ cần tìm d trong phương trình $(P): ax + by + cz + d = 0$ dựa vào công thức tính khoảng cách.

Ý tưởng 2: Nếu không có VTPT trực tiếp thì ta cần gọi $\vec{n}_{(P)} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

Dựa vào khoảng cách để thành lập một phương trình hoặc hệ phương trình để tìm mối liên hệ giữa a, b, c . Sau đó chọn a, b hoặc c .

Một số bài toán thường gặp

Bài toán 1. Viết phương trình mặt phẳng $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và cách điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

• Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.

• Sử dụng công thức khoảng cách: $d_{[M, (P)]} = k \Rightarrow d'$.

Bài toán 2. Viết phương trình mặt phẳng $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và (P) cách (Q) một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

• Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.

• Chọn một điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in (Q)$ và sử dụng công thức: $d_{[(Q), (P)]} = d_{[M, (P)]} = k \Rightarrow d'$.

Bài toán 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$, đồng thời (P) cách điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

• Tìm $\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}$. Từ đó suy ra $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] = (a; b; c)$.

• Khi đó phương trình (P) có dạng $(P): ax + by + cz + d = 0$, (cần tìm d).

• Vì $d_{[M, (P)]} = k \Rightarrow d$.

Bài toán 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M(x_0; y_0; z_0)$. (Trong trường hợp này, (P) được gọi là mặt phẳng tiếp diện).

Phương pháp:

Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu. Khi đó $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \bullet \text{ VTPT } \vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{IM}. \end{cases} \text{ (dạng 1)}$

Bài toán 5. Viết phương trình mặt phẳng $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) cho trước.

Phương pháp:

• Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.

• Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.

• Vì (P) tiếp xúc (S) nên có $d_{[I, (P)]} = R \Rightarrow d'$.

Câu 77. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết $(P) \parallel (Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và (P) cách điểm $M(1; -2; 1)$ một khoảng bằng 3.

A $\begin{cases} (P): x + 2y - 2z - 4 = 0 \\ (P): x + 2y - 2z + 14 = 0 \end{cases}$

C $\begin{cases} (P): x + 2y - 2z - 4 = 0 \\ (P): x + 2y + 2z + 14 = 0 \end{cases}$

B $\begin{cases} (P): x + 2y - 2z - 2 = 0 \\ (P): x + 2y - 2z + 11 = 0 \end{cases}$

D $\begin{cases} (P): x + 2y + 2z - 2 = 0 \\ (P): x + 2y - 2z + 11 = 0 \end{cases}$

Câu 78. Cho điểm $M(1; 0; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 10 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và (Q) cách M một khoảng bằng $\sqrt{6}$.

A $\begin{cases} (Q): x + 2y + z + 2 = 0 \\ (Q): x + 2y + z - 10 = 0 \end{cases}$

B $(Q): x + 2y + z + 10 = 0$.

C $(Q): x + 2y + z + 2 = 0$.

D $\begin{cases} (Q): x + 2y + z - 2 = 0 \\ (Q): x + 2y + z + 10 = 0 \end{cases}$

Câu 79. Viết phương trình (P) thỏa mãn $(P) \parallel (Q): 2x - 3y - 6z - 35 = 0, d_{[O, (P)]} = 5$.

A $\begin{cases} (P): 2x - 3y - 6z + 35 = 0 \\ (P): 2x - 3y - 6z - 35 = 0 \end{cases}$

B $(P): 2x - 3y - 6z + 35 = 0.$

C $(P): 2x - 3y - 6z - 35 = 0.$

D $\begin{cases} (P): 2x - 3y + 6z + 35 = 0 \\ (P): 2x - 3y + 6z - 35 = 0 \end{cases}$

Câu 80. Viết phương trình (P) thỏa $(P) \parallel (Q): x + 2y - 2z + 14 = 0$, $d_{[M, (P)]} = 5$, với $M(1; -2; 1)$.

A $(Q): x + 2y - 2z + 4 = 0.$

B $(Q): x + 2y - 2z + 14 = 0.$

C $(Q): x + 2y - 2z - 2 = 0.$

D $(Q): x + 2y - 2z - 4 = 0.$

Câu 81. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết $(P) \parallel (Q): x - 2y - 2z - 3 = 0$ và $d_{[(P), (Q)]} = 3$.

A $\begin{cases} (P): x - 2y - 2z - 3 = 0 \\ (P): x - 2y - 2z - 12 = 0 \end{cases}$

B $(P): x - 2y - 2z + 6 = 0.$

C $(P): x - 2y - 2z - 12 = 0.$

D $\begin{cases} (P): x - 2y - 2z + 6 = 0 \\ (P): x - 2y - 2z - 12 = 0 \end{cases}$

Câu 82. Cho mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (Q) song song (P) và cách (P) một khoảng $\frac{11\sqrt{3}}{3}$.

A $\begin{cases} (Q): x - y - z + 10 = 0 \\ (Q): x - y - z - 12 = 0 \end{cases}$

B $(Q): x - y - z + 10 = 0.$

C $(Q): x - y - z - 12 = 0.$

D $\begin{cases} (Q): x - y - z - 10 = 0 \\ (Q): x - y - z + 12 = 0 \end{cases}$

Câu 83. Cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 3 = 0$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (Q) song song (P) và cách (Q) một khoảng 3.

A $\begin{cases} (Q): x - 2y - 2z + 6 = 0 \\ (Q): x - 2y - 2z - 12 = 0 \end{cases}$

B $(Q): x - 2y - 2z + 6 = 0.$

C $(Q): x - 2y - 2z - 12 = 0.$

D $\begin{cases} (Q): x - 2y - 2z - 6 = 0 \\ (Q): x - 2y - 2z + 12 = 0 \end{cases}$

Câu 84. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết $(P) \parallel (Q): x - 2y - 2z - 12 = 0$ và $d_{[(P), (Q)]} = 3$.

A $(P): x - 2y - 2z + 6 = 0.$

B $(P): x - 2y - 2z - 12 = 0.$

C $\begin{cases} (P): x - 2y - 2z - 3 = 0 \\ (P): x - 2y - 2z - 21 = 0 \end{cases}$

D $(P): x - 2y - 2z + 12 = 0.$

Câu 85. Viết phương trình mặt (P) vuông góc với $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$, $(\beta): x - y + z - 1 = 0$ và đồng thời (P) cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

A $(P): x - z \pm 2 = 0.$ **B** $(P): x - z \pm 3 = 0.$ **C** $(P): x - y \pm 3 = 0.$ **D** $(P): y - z \pm 2 = 0.$

Câu 86. Viết phương trình mặt (P) vuông góc với $(\alpha): x - 2y - 3z + 2 = 0$, $(\beta): x + y - 2z = 0$ và đồng thời (P) cách $M(0; 1; 0)$ một khoảng bằng $\sqrt{59}$.

A $\begin{cases} (P): 7x - y + 3z - 60 = 0 \\ (P): 7x - y + 3z + 58 = 0 \end{cases}$

B $(P): 7x - y + 3z + 60 = 0.$

C $(P): 7x - y + 3z - 58 = 0.$

D $\begin{cases} (P): 7x - y + 3z + 60 = 0 \\ (P): 7x - y + 3z - 58 = 0 \end{cases}$

Câu 87. Viết phương trình mặt (P) vuông góc với $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$, $(\beta): y - z + 2 = 0$ và đồng thời (P) cách $A(1; 1; 2)$ một khoảng bằng 4.

A $(P): 2x + y + z + 1 \pm 4\sqrt{3} = 0.$

B $(P): 2x - y - z + 1 + 4\sqrt{6} = 0.$

C $(P): 2x - y - z + 1 \pm 4\sqrt{6} = 0.$

D $(P): 2x - y - z + 1 \pm 4\sqrt{3} = 0.$

Câu 88. Viết phương trình mặt (P) vuông góc với $(\alpha): x + 2y - z = 1$, $(\beta): x + y - z - 1 = 0$ và đồng thời (P) cách $M(-1; 1; -2)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

(A) $(P): x + z - 5 = 0$.

(B) $\begin{cases} (P): x + z + 5 = 0 \\ (P): x + z + 1 = 0 \end{cases}$.

(C) $(P): x + z - 1 = 0$.

(D) $\begin{cases} (P): x + z - 5 = 0 \\ (P): x + z - 1 = 0 \end{cases}$.

Câu 89. Cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$ và điểm $M(2; 1; 1)$ thuộc mặt cầu. Lập phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M .

(A) $(P): x + 2y + z - 5 = 0$.

(B) $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

(C) $(P): x + 2y - 2z - 8 = 0$.

(D) $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Câu 90. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$ tại điểm $M(4; 3; 0)$.

(A) $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$.

(B) $(P): x + 2y - 2z - 8 = 0$.

(C) $(P): x + 2y + 2z + 10 = 0$.

(D) $(P): x + 2y - 2z + 8 = 0$.

Câu 91. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 18 = 0$. Tìm phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) đồng thời (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

(A) $(Q): 2x + 2y - z + 22 = 0$.

(B) $(Q): 2x + 2y - z - 28 = 0$.

(C) $(Q): 2x + 2y - z - 18 = 0$.

(D) $(Q): 2x + 2y - z + 12 = 0$.

Câu 92. Cho $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$ và mặt phẳng $(P): 4x + 3y - 12z - 26 = 0$. Tìm $(Q) \parallel (P)$, đồng thời (Q) tiếp xúc với (S) .

(A) $4x + 3y - 12z + 78 = 0$.

(B) $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.

(C) $4x + 3y - 12z - 78 = 0$.

(D) $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.

Câu 93. Cho $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 18 = 0$. Tìm $(Q) \parallel (P)$, đồng thời (Q) tiếp xúc với (S) .

(A) $2x - 2y - z - 18 = 0$.

(B) $2x + 2y - z - 18 = 0$.

(C) $2x + 2y - z + 12 = 0$.

(D) $2x - 2y - z + 12 = 0$.

Câu 94. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(\beta): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (α) và (β) là

(A) $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$.

(B) $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

(C) $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$.

(D) $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$.

Câu 95. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) song song với mặt $(Q): 2x + 2y - z + 17 = 0$ và cắt mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ theo giao tuyến của một đường tròn có chu vi bằng 6π .

(A) $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$.

(B) $(P): 2x + 2y + z - 7 = 0$.

(C) $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0$.

(D) $(P): 2x + 2y + z + 177 = 0$.

Câu 96. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $O(0; 0; 0)$, $A(1; 2; 0)$, đồng thời khoảng cách từ $B(0; 4; 0)$ đến (P) bằng khoảng cách từ $C(0; 0; 3)$ đến (P) .

(A) $\begin{cases} 6x + 3y - 4z = 0 \\ 6x - 3y + 4z = 0 \end{cases}$. **(B)** $6x - 3y - 4z = 0$. **(C)** $6x - 3y + 4z = 0$. **(D)** $\begin{cases} 6x - 3y - 4z = 0 \\ 6x - 3y + 4z = 0 \end{cases}$.

Câu 97. Cho hai điểm A, B nằm trên mặt cầu $(S): (x - 4)^2 + (y + 2)^2 + (z + 2)^2 = 9$. Biết rằng AB song song với OI , trong đó O là gốc tọa độ và I là tâm mặt cầu (S) . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

A $(P): 2x - y - z - 12 = 0.$

B $(P): 2x + y + z - 4 = 0.$

C $(P): 2x - y - z - 6 = 0.$

D $(P): 2x + y + z + 4 = 0.$

17. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$

Phương pháp: Phương trình chùm mặt phẳng $\rightarrow m \cdot (\alpha) + n \cdot (\beta) = 0 \rightarrow$ thu gọn và chọn $m \Rightarrow n$.

Bài toán: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và giao tuyến của d của hai mặt phẳng:

$$(\alpha): a_1x + b_1y + c_1z = 0 \text{ và } (\beta): a_2x + b_2y + c_2z = 0$$

Khi đó mọi mặt phẳng chứa d đều có dạng

$$(P): m(a_1x + b_1y + c_1z) + n(a_2x + b_2y + c_2z) = 0 \quad (m^2 + n^2 \neq 0).$$

Vì $M \in (P) \Rightarrow$ mối liên hệ giữa m và n . Từ đó chọn m tìm n sẽ tìm được (P) .

Câu 1. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(2; 0; 1)$ và hai mặt phẳng (α) và (β) có phương trình $(\alpha): x + 2y + z - 4 = 0$, $(\beta): 2x + y + z - 4 = 0$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) .

Câu 2. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và qua giao tuyến hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$.

a) $M(2; 1; -1), (\alpha): x - y + z - 4 = 0, (\beta): 3x - y + z - 1 = 0.$

b) $M(0; 0; 1), (\alpha): 5x - 3y + 2z - 5 = 0, (\beta): 2x - y - z - 1 = 0.$

c) $M(1; 2; -3), (\alpha): 2x - 3y + z - 5 = 0, (\beta): 3x - 2y + 5z - 1 = 0.$

Câu 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) , đồng thời (P) song song với mặt phẳng (γ) .

a) $(\alpha): x - 4y + 2z - 5 = 0, (\beta): y - z - 5 = 0, (\gamma): 2x - y - 3z + 19 = 0.$

b) $(\alpha): 3x - 5y + z - 2 = 0, (\beta): x - y - 5 = 0, (\gamma): 2x - z + 7 = 0.$

Câu 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua giao tuyến hai mặt phẳng (α) và (β) , đồng thời (P) vuông góc với mặt phẳng (γ) . Biết

$$(\alpha): y + 2z - 4 = 0, (\beta): x + y - z + 3 = 0, (\gamma): x + y + z - 2 = 0.$$

Bài tập về nhà

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A $z = 0.$

B $x + y + z = 0.$

C $y = 0.$

D $x = 0.$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

A $x - 2y + 3z - 12 = 0.$

B $x - 2y - 3z + 6 = 0.$

C $x - 2y + 3z + 12 = 0.$

D $x - 2y - 3z - 6 = 0.$

Câu 7. Phương trình mặt phẳng đi qua $A(-1; 3; -5)$ và vuông góc với trục Oz là

A $y - 3 = 0.$

B $x + 1 = 0.$

C $z + 5 = 0.$

D $x + 2y + z = 0.$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2), B(2; -2; 1), C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với BC là

A $2x - y - 1 = 0.$

B $-y + 2z - 3 = 0.$

C $2x - y + 1 = 0.$

D $y + 2z - 5 = 0.$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -3)$ và $B(3; 2; 1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

- (A) $x + y + 2z - 1 = 0$. (B) $2x + y - z + 1 = 0$. (C) $x + y + 2z + 1 = 0$. (D) $2x + y - z - 1 = 0$.

Câu 10. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$.

- (A) $2x - 3y + 6z - 6 = 0$. (B) $3x - 6y - 2z + 6 = 0$.
(C) $6x - 3y + 2z - 6 = 0$. (D) $2x + 6y - 3z - 6 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) qua $A(1; -3; 4)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 6x - 5y + z - 7 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- (A) $6x - 5y + z - 25 = 0$. (B) $6x - 5y + z + 25 = 0$.
(C) $6x - 5y + z - 7 = 0$. (D) $6x - 5y + z + 17 = 0$.

Câu 12. Cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(1; 0; 3)$ và $C(0; -2; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng BC .

- (A) $x - y + z + 2 = 0$. (B) $x + 2y + 4z + 2 = 0$.
(C) $x - y - z + 2 = 0$. (D) $x + 2y + 4z - 3 = 0$.

Câu 13. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(3; 2; 3)$ và $(P) \parallel (Oxy)$.

- (A) $(P): z - 3 = 0$. (B) $(P): x - 3 = 0$. (C) $(P): y - 2 = 0$. (D) $(P): x + y = 5$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0; -1; 3)$ là

- (A) $y - 3z + 8 = 0$. (B) $x + 2y - 2z - 4 = 0$.
(C) $y - 3z - 8 = 0$. (D) $x + 2y - 2z + 8 = 0$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$

- (A) $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$
(C) $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $H(1; 1; -3)$ và cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C (khác O) sao cho H là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình của (P) là

- (A) $x + y + 3z + 7 = 0$. (B) $x + y - 3z + 11 = 0$.
(C) $x + y - 3z - 11 = 0$. (D) $x + y + 3z - 7 = 0$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $G(1; 2; 3)$, cắt các tia Ox , Oy , Oz tại A , B , C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- (A) $6x + 3y + 2z - 18 = 0$. (B) $2x + 3y + 6z - 18 = 0$.
(C) $6x + 3y - 2z - 18 = 0$. (D) $3x + 2y + 6z - 18 = 0$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục hoành Ox có phương trình là

- (A) $y - 2z + 2 = 0$. (B) $x + 2z - 3 = 0$. (C) $2y - z + 1 = 0$. (D) $x + y - z = 0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình là

- (A) $x + y = 0$. (B) $x + 2y = 0$. (C) $x - y = 0$. (D) $x + y - 1 = 0$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) ?

☐ A $3x - 2z = 0$.

☐ B $3x - y + 2z - 4 = 0$.

☐ C $3x - 2z - 1 = 0$.

☐ D $3x + y - 2z - 2 = 0$.

Câu 21. Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$ tại điểm $M(2; 1; 1)$ là

☐ A $(P): x + 2y + z - 5 = 0$.

☐ B $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

☐ C $(P): x + 2y - 2z - 8 = 0$.

☐ D $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) song song với mặt phẳng $(Q): 2x + 2y - z + 17 = 0$ và cắt mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π .

☐ A $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$.

☐ B $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0$.

☐ C $(P): 2x + 2y + z - 7 = 0$.

☐ D $(P): 2x + 2y + z + 17 = 0$.

Câu 23. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

☐ A $6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

☐ B $6x + 3y + 3z - 21 = 0$.

☐ C $6x + 2y + 3z + 21 = 0$.

☐ D $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(P_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) là

☐ A $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$.

☐ B $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

☐ C $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$.

☐ D $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$.

Bài tập về nhà

Câu 25. Phương trình mặt phẳng đi qua $M(1; 2; -5)$, có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -3)$ là

☐ A $x - 2y - 3z - 12 = 0$.

☐ B $x - 2y - 3z + 12 = 0$.

☐ C $x + 2y - 5z + 12 = 0$.

☐ D $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

Câu 26. Phương trình mặt phẳng đi qua $M(3; 9; -1)$ và vuông góc với trục Ox là

☐ A $x - 3 = 0$.

☐ B $y + z - 8 = 0$.

☐ C $x + y + z = 11$.

☐ D $x + 3 = 0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; 1)$ và $B(-1; 3; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

☐ A $3x - 3y + 2z + 8 = 0$.

☐ B $3x - 3y + 2z - 8 = 0$.

☐ C $3x - 3y + 2z + 14 = 0$.

☐ D $3x - 3y + 2z - 14 = 0$.

Câu 28. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(0; 1; 3)$ và $(P) \parallel (Q): 2x - 3z + 1 = 0$.

☐ A $2x - 3z + 9 = 0$.

☐ B $2x - 3z - 9 = 0$.

☐ C $2x - 3z + 3 = 0$.

☐ D $2x - 3z - 3 = 0$.

Câu 29. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(2; -3; -1)$, $B(4; -1; 2)$ là

☐ A $2x + 2y + 3z + 1 = 0$.

☐ B $8x - 8y - 12z + 15 = 0$.

☐ C $x + y - z = 0$.

☐ D $4x + 4y + 6z - 7 = 0$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M lên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

☐ A $3x + 2y + z - 6 = 0$.

☐ B $2x + y + 3z - 6 = 0$.

☐ C $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

☐ D $x + 2y + 3z - 6 = 0$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(3; 2; 1)$ và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC là

(A) $(P): 3x + 2y + z - 14 = 0.$

(B) $(P): x + y + z - 6 = 0.$

(C) $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1.$

(D) $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0.$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(-1; -3; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C và G là trọng tâm tam giác ABC .

(A) $(P): x + y - z - 5 = 0.$

(B) $(P): 2x - 3y - z - 1 = 0.$

(C) $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0.$

(D) $(P): 6x + 2y - 3z + 18 = 0.$

Câu 33. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có cặp véc-tơ chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; 2), \vec{b} = (3; 2; -1)$.

(A) $(P): 5x - 8y - z + 8 = 0.$

(B) $(P): 5x - 8y - z - 8 = 0.$

(C) $(P): 5x + 8y - z + 8 = 0.$

(D) $(P): 5x + 8y - z - 8 = 0.$

Câu 34. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 2), B(1; 1; 1), C(2; 3; 0)$ là

(A) $x + y - z + 1 = 0.$

(B) $x - y - z + 1 = 0.$

(C) $x + y + z - 3 = 0.$

(D) $x + y - 2z - 3 = 0.$

Câu 35. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2; 2; -3)$ và chứa trục Oz có dạng

(A) $(P): 2x - 2y + 1 = 0.$

(B) $(P): 2x - 2z + 1 = 0.$

(C) $(P): x - y = 0.$

(D) $(P): x + y = 0.$

Câu 36. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(-1; 2; 2)$, đồng thời song song với trục Ox .

(A) $(P): x + y - z = 0.$

(B) $(P): 2y - z + 1 = 0.$

(C) $(P): y - 2z + 2 = 0.$

(D) $(P): x + 2z - 3 = 0.$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 1; 0), B(0; 2; 1), C(1; 0; 2), D(1; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và (P) song song với đường thẳng CD .

(A) $(P): x + y + z - 3 = 0.$

(B) $(P): 2x - y + z - 2 = 0.$

(C) $(P): 2x + y + z - 3 = 0.$

(D) $(P): x + y - 2 = 0.$

Câu 38. Cho hai điểm $A(2; 4; 1)$ và $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) .

(A) $(Q): 2y + 3z - 1 = 0.$

(B) $(Q): 2x + 3z - 11 = 0.$

(C) $(Q): 2y + 3z - 12 = 0.$

(D) $(Q): 2y + 3z - 11 = 0.$

Câu 39. Cho mặt phẳng $(P_1): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(P_2): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$, vuông góc với (P_1) và (P_2) .

(A) $(P): 4x - 5y + 2z - 1 = 0.$

(B) $(P): 4x + 5y - 2z - 1 = 0.$

(C) $(P): 4x - 5y - 2z + 1 = 0.$

(D) $(P): 4x + 5y + 2z + 1 = 0.$

Câu 40. Mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0, (\beta): x - y + z - 1 = 0$ và đồng thời cách gốc tọa độ một khoảng bằng $\sqrt{2}$ có phương trình là

(A) $(P): x - z \pm 2 = 0.$

(B) $(P): x - z \pm 3 = 0.$

(C) $(P): x - y \pm 3 = 0.$

(D) $(P): y - z \pm 2 = 0.$

Câu 41. Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$ tại điểm $M(2; 1; 1)$ là

(A) $(P): x + 2y + z - 6 = 0.$

(B) $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0.$

(C) $(P): x + 2y - 2z - 8 = 0.$

(D) $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0.$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) song song với mặt $(Q): 2x + 2y - z + 17 = 0$ và (P) cắt mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π .

(A) $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0.$

(B) $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0.$

(C) $(P): 2x + 2y + z - 7 = 0.$

(D) $(P): 2x + 2y + z + 17 = 0.$

Câu 43. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

(A) $6x + 3y + 2z + 18 = 0.$

(B) $6x + 3y + 3z - 21 = 0.$

(C) $6x + 3y + 3z + 21 = 0.$

(D) $6x + 3y + 2z - 18 = 0.$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(P_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) là

(A) $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0.$

(B) $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0.$

(C) $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0.$

(D) $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0.$

Bài 3

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

1. Phương trình đường thẳng

Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc-tơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}_d = (a_1; a_2; a_3)$ có phương trình tham số
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

Điểm M thuộc đường thẳng $d \Leftrightarrow M(x_0 + at_1; y_0 + at_2; z_0 + at_3).$

Nếu $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \neq 0$ thì $\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$ được gọi là phương trình chính tắc của d .

Đặc biệt:

Trục Ox : $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ có VTCP $\vec{i} = (1; 0; 0).$

Trục Oy : $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ có VTCP $\vec{j} = (0; 1; 0).$

Trục Oz : $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$ có VTCP $\vec{k} = (0; 0; 1).$

2. Vị trí tương đối

a. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d : $\begin{cases} x_0 + a_1t = 0 \\ y_0 + a_2t = 0 \\ z_0 + a_3t = 0 \end{cases}$ và d' : $\begin{cases} x'_0 + a'_1t' = 0 \\ y'_0 + a'_2t' = 0 \\ z'_0 + a'_3t' = 0. \end{cases}$

Phương pháp 1 : Xét hệ phương trình với hai ẩn là t và t' tức xét $\begin{cases} x_0 + a_1t = x'_0 + a'_1t' \\ y_0 + a_2t = y'_0 + a'_2t' \\ z_0 + a_3t = z'_0 + a'_3t'. \end{cases}$

- + Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau.
- + Nếu hệ có vô số nghiệm thì $d \equiv d'$.
- + Nếu hệ vô nghiệm thì $d \parallel d'$ hoặc d, d' chéo nhau.
 - $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ cùng phương thì $d \parallel d'$.
 - $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ không cùng phương thì d, d' chéo nhau.

PP 2 : Xét điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d$, $M'(x'_0; y'_0; z'_0) \in d'$ và $\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}$.

- + $d \parallel d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d = k\vec{u}_{d'} \\ M \notin d'. \end{cases}$
- + $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d = k\vec{u}_{d'} \\ M \in d'. \end{cases}$
- + d cắt $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d$ không cùng phương với $\vec{u}_{d'}$ \\ $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0 \end{cases}$.
- + d chéo $d' \Leftrightarrow [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MM'} \neq 0$.

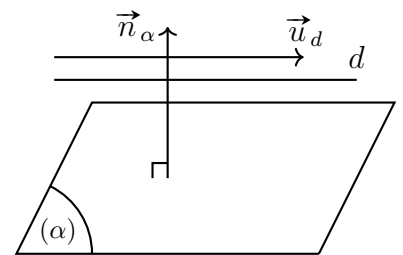
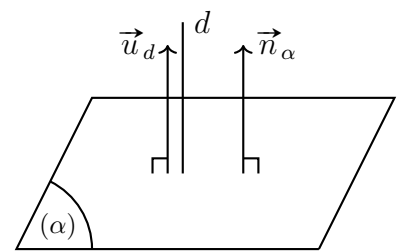
b. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ và mặt phẳng (α) : $Ax + By + Cz + D = 0$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x = x_0 + a_1t & (1) \\ y = y_0 + a_2t & (2) \\ z = z_0 + a_3t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases} (*)$

Lấy (1), (2), (3) thế vào (4)

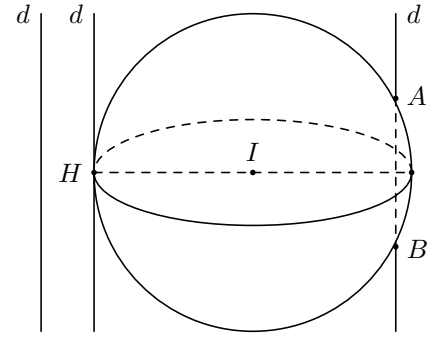
- ☑ Nếu (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α) .
- ☑ Nếu (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$.
- ☑ Nếu (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$.



c. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và đường thẳng Δ . Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I, \Delta)$ rồi so sánh với bán kính R .

- ☑ Nếu $d(I, \Delta) > R$ thì Δ không cắt (S) .
- ☑ Nếu $d(I, \Delta) = R$ thì Δ tiếp xúc với (S) tại điểm H .
- ☑ Nếu $d(I, \Delta) < R$ thì Δ cắt (S) tại hai điểm A, B .



3. Khoảng cách

- a. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d : $d(M, d) = \frac{|\overrightarrow{AM}, \vec{u}_d|}{|\vec{u}_d|}$ với $A \in d$ và $\vec{u}_d$ là véc-tơ pháp tuyến của d .
- b. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: $d(d, d') = \frac{|[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{AB}|}{|[\vec{u}, \vec{u}']|}$ với $A \in d$ và $B \in d'$.

4. Góc

- a. Góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 có VTCP lần lượt là $\vec{u}_1(a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{u}_2(a_2; b_2; c_2)$.
 $\cos(d_1, d_2) = \cos \alpha = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.
- b. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng
 Cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_{(P)} = (A; B; C)$ thì
 $\sin \alpha = |\cos(\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d)| = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{|Aa + Bb + Cc|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

B Xác định các yếu tố cơ bản của đường thẳng

Câu 1. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- Ⓐ $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. Ⓑ $\vec{u} = (2; 1; 0)$. Ⓒ $\vec{u} = (2; 1; 1)$. Ⓓ $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

Câu 2. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = y = \frac{z-1}{2}$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của d

- Ⓐ $\vec{u} = (1; 6; 0)$. Ⓑ $\vec{u} = (2; 6; 2)$. Ⓒ $\vec{u} = (2; 2; 0)$. Ⓓ $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Câu 3. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- Ⓐ $\vec{u} = (1; 2; 0)$. Ⓑ $\vec{u} = (1; 0; -2)$. Ⓒ $\vec{u} = (1; 2; -2)$. Ⓓ $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

Câu 4. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- ☐ A $\vec{u} = (0; 3; -1)$.
 ☐ B $\vec{u} = (1; 3; -1)$.
 ☐ C $\vec{u} = (1; -3; -1)$.
 ☐ D $\vec{u} = (1; 2; 5)$.

Câu 5. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng d đi qua $A(3; 0; 1)$, $B(-1; 2; 3)$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- ☐ A $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.
 ☐ B $\vec{u} = (2; 1; 0)$.
 ☐ C $\vec{u} = (2; -1; -1)$.
 ☐ D $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

Câu 6. Trong hệ tọa độ Oxy hai điểm $A(5; -3; 6)$, $B(5; -1; -5)$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

- ☐ A $\vec{u} = (5; -2; -1)$.
 ☐ B $\vec{u} = (10; -4; 1)$.
 ☐ C $\vec{u} = (0; 2; -11)$.
 ☐ D $\vec{u} = (0; 2; 11)$.

Câu 7. Trong hệ tọa độ Oxy cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi M_1 , M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox , Oy . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 .

- ☐ A $\vec{u} = (1; 2; 0)$.
 ☐ B $\vec{u} = (1; 0; 0)$.
 ☐ C $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.
 ☐ D $\vec{u} = (0; 2; 0)$.

Câu 8. Trong hệ tọa độ Oxy cho điểm $M(-2; 3; 4)$. Gọi M_1 , M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 .

- ☐ A $\vec{u} = (2; 3; 0)$.
 ☐ B $\vec{u} = (1; 0; 2)$.
 ☐ C $\vec{u} = (0; -3; 4)$.
 ☐ D $\vec{u} = (-2; 0; 4)$.

Câu 9. Trong hệ tọa độ Oxy cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ và $(Q): x + y - 1 = 0$. Giao tuyến d của (P) và (Q) có một véc-tơ chỉ phương là

- ☐ A $\vec{u} = (1; -1; -3)$.
 ☐ B $\vec{u} = (1; 1; 0)$.
 ☐ C $\vec{u} = (1; -2; 1)$.
 ☐ D $\vec{u} = (1; 1; -3)$.

Câu 10. Trong hệ tọa độ Oxy cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$ và $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$. Giao tuyến của (P) và (Q) có một véc-tơ chỉ phương là

- ☐ A $\vec{u} = (1; 3; 5)$.
 ☐ B $\vec{u} = (1; -2; 1)$.
 ☐ C $\vec{u} = (2; 1; -1)$.
 ☐ D $\vec{u} = (-1; 3; -5)$.

Câu 11. Trong hệ tọa độ Oxy đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x - z + 3 = 0$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

- ☐ A $\vec{u} = (4; 1; 3)$.
 ☐ B $\vec{u} = (4; 0; -1)$.
 ☐ C $\vec{u} = (4; 1; -1)$.
 ☐ D $\vec{u} = (4; -1; 3)$.

Câu 12. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): -2x + y - z + 1 = 0$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

- ☐ A $\vec{u} = (-2; -1; -1)$.
 ☐ B $\vec{u} = (2; -1; 1)$.
 ☐ C $\vec{u} = (-2; 1; 1)$.
 ☐ D $\vec{u} = (-2; -1; 1)$.

Câu 13. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc d ?

- ☐ A $N(4; 0; -1)$.
 ☐ B $M(1; -2; 3)$.
 ☐ C $P(7; 2; 1)$.
 ☐ D $N(-2; -4; 7)$.

Câu 14. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- ☐ A $Q(1; 0; 2)$.
 ☐ B $N(1; -2; 0)$.
 ☐ C $P(1; -1; 3)$.
 ☐ D $M(-1; 2; 0)$.

Câu 15. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 - 2t \\ z = 2 - 11t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d

- ☐ A $M(1; -4; 2)$.
 ☐ B $N(1; -4; -9)$.
 ☐ C $P(1; 2; 7)$.
 ☐ D $Q(2; -2; 7)$.

Câu 16. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$. Biết điểm $A(m; m+2; 1) \in d$, m thuộc khoảng nào dưới đây?

A $m \in (-\infty; -4)$.

B $m \in [-4; 2)$.

C $m \in (6; +\infty)$.

D $m \in [-2; 6]$.

Câu 17. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4t \\ z = 0 \end{cases}$. Gọi $\vec{u}$ là một VTCP của d thỏa

mãn $|\vec{u}| = 10$. Tọa độ $\vec{u}$ bằng

A $\vec{u} = (-3; 4; 0)$.

B $\vec{u} = (-6; 8; 0)$.

C $\vec{u} = (6; 8; 0)$.

D $\vec{u} = (6; -8; 0)$.

C Góc

1. Góc giữa hai đường thẳng Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có VTCP $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là

$$\cos(d_1, d_2) = \cos \alpha = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} \text{ với } 0 < \alpha < 90^\circ.$$

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng Góc giữa đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (A; B; C)$ được xác định bởi công thức

$$\sin \alpha = |\cos(\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d)| = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{n}_{(P)}|} \text{ với } 0 < \alpha < 90^\circ.$$

Câu 18. Tính góc α giữa hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và $d': \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-3}$.

A $\alpha = 45^\circ$.

B $\alpha = 30^\circ$.

C $\alpha = 60^\circ$.

D $\alpha = 90^\circ$.

Câu 19. Tính góc α giữa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3t \\ y = -\sqrt{2}t \\ z = 1+t \end{cases}$ và $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{\sqrt{2}} = \frac{z-3}{-1}$.

A $\alpha = 45^\circ$.

B $\alpha = 30^\circ$.

C $\alpha = 60^\circ$.

D $\alpha = 90^\circ$.

Câu 20. Tính góc α tạo bởi hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1-t' \\ y = 2 \\ z = -2+t' \end{cases}$.

A $\alpha = 45^\circ$.

B $\alpha = 30^\circ$.

C $\alpha = 60^\circ$.

D $\alpha = 90^\circ$.

Câu 21. Gọi d là đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$ và $(Q): x + y - z - 1 = 0$. Tính góc α giữa đường thẳng d và trục Ox .

A $\alpha = 45^\circ$.

B $\alpha = 30^\circ$.

C $\alpha = 60^\circ$.

D $\alpha = 90^\circ$.

Câu 22. Hãy tìm tham số thực m để góc giữa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -\sqrt{2}t \\ z = 1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và $d': \begin{cases} x = 1+t' \\ y = 1+\sqrt{2}t' \\ z = 1+mt' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$

bằng 60° .

A 1.

B -1.

C $\frac{1}{2}$.

D $-\frac{1}{2}$.

Câu 23. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z = 1$.

A $\alpha = 30^\circ$.

B $\alpha = 120^\circ$.

C $\alpha = 45^\circ$.

D $\alpha = 60^\circ$.

Câu 24. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$ và mặt phẳng

$$(P): 3x + 4y + 5z - 8 = 0.$$

- (A) $\alpha = 30^\circ$. (B) $\alpha = 45^\circ$. (C) $\alpha = 60^\circ$. (D) $\alpha = 90^\circ$.

Câu 25. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng

$$(P): 5x + 11y + 2z - 4 = 0.$$

- (A) $\alpha = -30^\circ$. (B) $\alpha = 30^\circ$. (C) $\alpha = 60^\circ$. (D) $\alpha = 45^\circ$.

Câu 26. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng

$$(P): 3x + 4y + 5z - 4 = 0.$$

- (A) $\alpha = 90^\circ$. (B) $\alpha = 30^\circ$. (C) $\alpha = 60^\circ$. (D) $\alpha = 45^\circ$.

Câu 27. Trong hệ tọa độ Oxy cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 2 = 0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0$ và $(\beta): x - 2y - 3z = 0$. Hãy tính số đo góc α giữa d và (P) .

- (A) $\alpha = 30^\circ$. (B) $\alpha = 45^\circ$. (C) $\alpha = 60^\circ$. (D) $\alpha = 90^\circ$.

Câu 28. Trong hệ tọa độ Oxy gọi d_1, d_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ trên các mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) . Hãy tính số đo góc α giữa d_1 và d_2 .

- (A) $\alpha = 30^\circ$. (B) $\alpha = 45^\circ$. (C) $\alpha = 60^\circ$. (D) $\alpha = 90^\circ$.

Câu 29. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + 2z + 1 = 0$.

- (A) $\alpha = 30^\circ$. (B) $\alpha = 45^\circ$. (C) $\alpha = 60^\circ$. (D) $\alpha = 90^\circ$.

D Khoảng cách

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d đi qua điểm A có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức

$$d(M, d) = \frac{|\overrightarrow{AM}, \vec{u}_d|}{|\vec{u}_d|}.$$

✓ **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

✓ **Khoảng cách giữa đường thẳng d song song với mặt phẳng (P)** là khoảng cách từ một điểm M thuộc đường thẳng d đến mặt phẳng (P) . Cụ thể

$$\text{Vì } d \parallel (P) \Rightarrow d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

$$\text{với } \begin{cases} M \in d \\ (P): ax + by + cz + d = 0. \end{cases}$$

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Đường thẳng d đi qua điểm A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d$ và d' đi qua điểm B và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}$ là

$$d(d, d') = \frac{|[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{AB}|}{|[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]|}.$$

Câu 30. Khoảng cách từ điểm $M(2; 0; 1)$ đến đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ bằng

- (A) $2\sqrt{3}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{5}$.

Câu 31. Khoảng cách từ điểm $M(-2; 1; -1)$ đến đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-2}$ bằng

- (A) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$. (B) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. (C) 2. (D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 32. Khoảng cách từ điểm $M(0; -1; 3)$ đến đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ bằng

- (A) $\sqrt{3}$. (B) $\sqrt{14}$. (C) $\sqrt{6}$. (D) $2\sqrt{8}$.

Câu 33. Khoảng cách từ điểm M với $\overrightarrow{OM} = \vec{k}$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 0 \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ bằng

- (A) $\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{6}$. (D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 34. Khoảng cách từ điểm $A(1; -1; 0)$ đến đường thẳng BC với $B(1; 0; -2), C(3; -1; -1)$ bằng

- (A) $\frac{\sqrt{21}}{6}$. (B) $\sqrt{7}$. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 35. Cho đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-2}$ và điểm $A(3; -2; 4)$. Biết điểm $M(a; b; c) \in d$ thỏa mãn $b > 0$ và độ dài đoạn $MA = \sqrt{17}$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- (A) 12. (B) 8. (C) 2. (D) 20.

E Vị trí tương đối

Bài toán. Vị trí tương đối của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = x'_0 + a'_1t' \\ y = y'_0 + a'_2t' \\ z = z'_0 + a'_3t' \end{cases}$.

Phương pháp: Xét hệ phương trình với hai ẩn là t và t' , tức xét $\begin{cases} x_0 + a_1t = x'_0 + a'_1t' \\ y_0 + a_2t = y'_0 + a'_2t' \\ z_0 + a_3t = z'_0 + a'_3t' \end{cases}$.

☑ Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau.

☑ Nếu hệ có vô số nghiệm thì d và d' trùng nhau.

☑ Nếu hệ vô nghiệm thì d song song với d' hoặc d và d' chéo nhau.

• $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = 0$ thì $d \parallel d'$

• $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \neq 0$ thì d và d' chéo nhau.

Phương pháp: Xét $M(x_0; y_0; z_0) \in d$ và $M'(x'_0; y'_0; z'_0) \in d'$ và $\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}$.

• $d \parallel d' \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = 0 \\ M \notin d' \end{cases}$

• $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = 0 \\ M \in d' \end{cases}$

$$\bullet d \text{ cắt } d' \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \neq 0 \\ [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \cdot \vec{MN} = 0. \end{cases}$$

$$\bullet d \text{ chéo } d' \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \neq 0 \\ [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \cdot \vec{MN} \neq 0 \end{cases}$$

🔖 **Bài toán.** Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng.

🔖 **Phương pháp:** Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x = x_0 + a_1t & (1) \\ y = y_0 + a_2t & (2) \\ z = z_0 + a_3t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0. & (4) \end{cases} \quad (*)$$

Lấy (1), (2), (3) thế vào (4)

🔹 Nếu (*) có nghiệm duy nhất thì d cắt (α) .

🔹 Nếu (*) vô nghiệm thì d song song (α) .

🔹 Nếu (*) có vô số nghiệm thì d chứa trong (α) .

🔖 **Bài toán.** Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu.

🔖 **Phương pháp:** Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và đường thẳng Δ . Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I, \Delta)$ rồi so sánh với bán kính R .

🔹 Nếu $d(I, \Delta) > R$ thì Δ nằm ngoài (S) .

🔹 Nếu $d(I, \Delta) = R$ thì Δ tiếp xúc với (S) .

🔹 Nếu $d(I, \Delta) < R$ thì Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt.

🔖 **Phương pháp:** Chuyển Δ về dạng tham số và thế vào (S) . Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của Δ và (S) .

📁 Dạng 1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Câu 36. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 14z - 5 = 0$. Tìm khẳng định đúng?

- (A) $d \subset (P)$. (B) $d \parallel (P)$. (C) $d \perp (P)$. (D) $d \cap (P)$.

Câu 37. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 14z - 5 = 0$. Tìm khẳng định đúng?

- (A) $d \subset (P)$. (B) $d \parallel (P)$. (C) $d \perp (P)$. (D) $d \cap (P)$.

Câu 38. Cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$. Tìm khẳng định đúng?

- (A) $d \perp (P)$. (B) $d \parallel (P)$. (C) $d \subset (P)$. (D) d cắt (P) .

Câu 39. Cho đường thẳng $d: ax = by = cz$ với $abc \neq 0, b \neq c$ và mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 1$. Tìm khẳng định đúng?

- (A) $d \perp (P)$. (B) $d \parallel (P)$. (C) $d \subset (P)$. (D) d cắt (P) .

Câu 40. Biết $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = -1 \end{cases}$ nằm trong mặt phẳng $(P): mx - 4y + z - 3 = 0$. Tìm đáp án đúng.

- (A) $m \in (-\infty; -2)$. (B) $m \in [2; 5)$. (C) $m \in [5; 11]$. (D) $m \in [11; +\infty)$.

Câu 41. Tìm m để đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$ nằm trong $(P): x - y + 6z + m = 0$.

- (A) $m = -20$. (B) $m = 20$. (C) $m = 0$. (D) $m = -10$.

Câu 42. Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + mz = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$. Tìm tham số m để $d \perp (P)$.

- (A) $m = -\frac{1}{2}$. (B) $m = 0, 5$. (C) $m = 1$. (D) $m = 2$.

Câu 43. Tìm m để đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ cắt mặt phẳng $(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$.

- (A) $m \neq \frac{1}{2}$. (B) $m = -1$. (C) $m \neq -1$. (D) $m = \frac{1}{2}$.

Câu 44. Tìm m để $d: \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ vuông góc với $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$.

- (A) $m = -2$. (B) $m = 2$. (C) $m = -52$. (D) $m = 52$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): 2x + (1 - 2m)y + m^2z + 1 = 0$.

- (A) $m \in \{-1; 3\}$. (B) $m = -1$. (C) $m = 3$. (D) Không có m .

Câu 46. Cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2mz - 4 = 0$. Tìm tham số m để d song song với (P) .

- (A) $m = 1$. (B) $m = \frac{1}{2}$. (C) $m = 2$. (D) Không có m .

Câu 47. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): m^2x - 2my + (6 - 3m)z - 5 = 0$. Tìm tham số m để d song song với (P) .

- (A) $m = 1$. (B) $m \in \{-6; 1\}$. (C) $m = 2$. (D) Không có m .

Câu 48. Cho đường thẳng d đi qua điểm $A(0; 0; 1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Đường thẳng d nằm trong (α) .
(B) Đường thẳng d có điểm chung với (α) .
(C) Đường thẳng d vuông góc với (α) .
(D) Đường thẳng d và mặt phẳng (α) không có điểm chung.

Câu 49. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 5 = 0$. Tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

- (A) $(3; 0; -1)$.
(B) $(0; 3; 1)$.
(C) $(0; 3; -1)$.
(D) $(-1; 0; 3)$.

Câu 50. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$. Tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

- (A) $M(0; 0; -2)$.
(B) $(0; 2; 3)$.
(C) $(0; 0; 2)$.
(D) $(0; -2; -3)$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, tìm giao điểm I của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 4y + 9z - 9 = 0$.

- (A) $I(2; 4; -1)$.
(B) $I(1; 2; 0)$.
(C) $I(1; 1; 0)$.
(D) $I(0; 0; 1)$.

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 7 = 0$.

- (A) $M(0; 2; -4)$.
(B) $M(3; -1; 0)$.
(C) $M(6; -4; 3)$.
(D) $M(1; 4; -2)$.

📁 Dạng 2. Vị trí giữa đường thẳng và mặt cầu

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$. Số điểm chung của d và (S) là

- (A) 2.
(B) 1.
(C) 0.
(D) Vô số.

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. Tọa độ giao điểm của d và (S) là

- (A) $A(2; 3; 2)$.
(B) $A(2; 3; 2)$ hoặc $A(-2; 2; -3)$.
- (C) $A(0; 0; 2)$ hoặc $A(-2; 2; -3)$.
(D) $A(-2; 2; -3)$.

Câu 55. Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 11$. Tìm tọa độ điểm A là giao điểm của mặt cầu (S) với tia Oz .

- (A) $A(0; 0; 1)$.
(B) $A(0; 0; 1)$ hoặc $A(0; 0; -5)$.
- (C) $A(0; 0; -1)$.
(D) $A(0; 0; 1)$ hoặc $A(0; 0; 5)$.

Câu 56. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục tung là

- (A) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.
(B) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.
- (C) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8$.
(D) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2; 4; 6)$ và tiếp xúc với trục hoành là

- (A) $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 40$.
(B) $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 52$.
- (C) $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 20$.
(D) $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 56$.

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(1; 4; 3)$ và cắt trục hoành tại hai điểm B và C sao cho độ dài đoạn thẳng $BC = 6$ là

- (A) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 28$.
(B) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 34$.
- (C) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 26$.
(D) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 19$.

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(1; 4; 3)$ và cắt trục tung tại hai điểm B và C sao cho tam giác ABC vuông là

- ☐ A $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 50$.
 ☐ B $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 34$.
☐ C $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 16$.
 ☐ D $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 20$.

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$ và điểm $I(1; 0; 0)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A và B sao cho tam giác IAB đều là

- ☐ A $3(x-1)^2 + 3y^2 + 3z^2 = 20$.
 ☐ B $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4$.
☐ C $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 7$.
 ☐ D $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $I(1; 1; -2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A và B sao cho góc $\widehat{IAB} = 30^\circ$ là

- ☐ A $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 72$.
 ☐ B $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 36$.
☐ C $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 66$.
 ☐ D $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 46$.

Dạng 3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG THẲNG.

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 5 + 6t \\ z = 7 + 8t \end{cases}$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 .

- ☐ A Trùng nhau.
 ☐ B Chéo nhau.
☐ C Cắt nhau.
 ☐ D Song song với nhau.

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 .

- ☐ A Trùng nhau.
 ☐ B Chéo nhau.
☐ C Cắt nhau.
 ☐ D Song song với nhau.

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 6t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{1-z}{-2}$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 .

- ☐ A Trùng nhau.
 ☐ B Chéo nhau.
☐ C Cắt nhau.
 ☐ D Song song với nhau.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 .

- ☐ A Chéo và vuông góc.
 ☐ B Chéo và không vuông góc.

(C) Cắt và vuông góc.

(D) Song song với nhau.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-8}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{m-1}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Giá trị của m để Δ_1 và Δ_2 cắt nhau là

(A) $m = \frac{25}{8}$.

(B) $m = 3$.

(C) $m = -3$.

(D) $m = -\frac{25}{8}$.

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{m} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{m}$ cắt $\Delta_2: \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Hỏi giá trị của m có đặc điểm gì?

(A) $m \in \mathbb{Z}^-$.

(B) $m \in \mathbb{Q}^-$.

(C) $m \in \mathbb{Z}^+$.

(D) $m \in \mathbb{Q}^+$.

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 \end{cases}$. Xét vị

trí tương đối giữa d_1 và d_2 .

(A) Trùng nhau.

(B) Chéo nhau.

(C) Cắt nhau.

(D) Song song với nhau.

F Viết phương trình đường thẳng

Loại 1. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d , biết d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a_1; a_2; a_3)$.

☞ **Phương pháp:** Ta có: $d: \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$.

☑ Tham số $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

☑ Chính tắc $d: \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$ với $(a_1 a_2 a_3 \neq 0)$.

Câu 69. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d , biết d đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (-1; 3; 5)$.

Câu 70. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d , biết d đi qua điểm $M(0; -2; 5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (0; 1; 4)$.

Câu 71. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d , biết d đi qua điểm $M(1; 3; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$.

Câu 72. Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2; -4; -4)$, $B(-2; -2; 2)$ là

(A) $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 2t \\ z = -8 - 6t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 - 2t \\ z = 2 - 11t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = -2t \\ y = -3 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 4 - t \end{cases}$

🔴 **Nhận xét.** Trên đường thẳng d có vô số điểm đi qua, một số trường hợp, người ra đề không lấy điểm của đề bài, mà lấy những điểm khác trên d . Do đó, khi giải, nếu thấy cùng vectơ chỉ phương nhưng khác điểm, ta nên loại trừ và thử điểm như trên.

Câu 73. Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; 2; 5)$, $B(5; 4; 4)$ là

- (A)** $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 5 - 4t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4,5 - t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$

Câu 74. Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2; 3; 4)$, $B(0; 1; -2)$ là

- (A)** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{3}$
 (B) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{2}$
 (C) $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$
 (D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{3}$

Câu 75. Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$, $B(3; -6; 1)$ là

- (A)** $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+1}{-2}$
 (B) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$
 (C) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+6}{-4} = \frac{z-1}{-2}$
 (D) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{2}$

Câu 76. Viết phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC với $A(-2; -2; 2)$, $B(-2; -5; -7)$, $C(6; -3; -1)$

- (A)** $AM: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+8}{-3}$
 (B) $AM: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{-11}$
 (C) $AM: \frac{x}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{3}$
 (D) $AM: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-4}{-1}$

Câu 77. Viết phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC với $A(3; 1; 2)$, $B(-3; 2; 5)$, $C(1; 6; -3)$

- (A)** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 8 - 4t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 4 - t \end{cases}$

Câu 78. Viết phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC với $A(-1; 3; 2)$, $B(2; 0; 5)$, $C(0; -2; 1)$.

- (A)** $AM: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$
 (B) $AM: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$
 (C) $AM: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{-1}$
 (D) $AM: \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{3}$

Câu 79. Viết phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC với $A(-2; -2; 2)$, $B(-2; -5; -7)$, $C(6; -3; -1)$.

- (A)** $AM: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+8}{-3}$
 (B) $AM: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{-11}$
 (C) $AM: \frac{x}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{3}$
 (D) $AM: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-4}{-1}$

Câu 80. Cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và song song với BC .

- (A)** $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$
 (B) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$
 (C) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$
 (D) $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$

Câu 81. Cho tam giác ABC có $A(1; 4; -1)$, $B(2; 4; 3)$ và $C(2; 2; -1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và song song với BC .

- (A)** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

Câu 82. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 3; 4)$ và song song với trục hoành là

- (A)** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t \\ z = 4 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 4 - t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 4 + t \end{cases}$

Câu 83. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 1; -2)$ và song song với trục Oz là

- (A)** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = -2 \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = t - 2 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 2 + t \end{cases}$

Câu 84. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(4; 3; 2)$ và song song với trục tung là

- (A)** $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 + t \\ z = 2 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 2 + t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$

Câu 85. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$ là

- (A)** $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$
 (B) $\Delta: \frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$
 (C) $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3}$
 (D) $\Delta: \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$

Câu 86. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(3; 1; -1)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{2}$ là

- (A)** $d: \frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$
 (B) $d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$
 (C) $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$
 (D) $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-1}$

Câu 87. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2; 3; 1)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$ là

- (A)** $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{-1}$
 (B) $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$
 (C) $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{-1}$
 (D) $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{3}$

Câu 88. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(3; 5; 7)$ và $d \parallel d': \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ là

- (A)** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 5t \\ z = 4 + 7t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 5t \\ z = 3 + 7t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

Câu 89. Đường thẳng Δ đi qua $M(3; -1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có phương trình là

- (A)** $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$
 (B) $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{1}$
 (C) $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$
 (D) $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$

Câu 90. Đường thẳng Δ đi qua $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$ có phương trình là

- ☐ **A** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$
 ☐ **B** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$
 ☐ **C** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$
 ☐ **D** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 91. Đường thẳng Δ đi qua $A(2; 1; -5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ có phương trình là

- ☐ **A** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t - 5 \end{cases}$
 ☐ **B** $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$
 ☐ **C** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$
 ☐ **D** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là

- ☐ **A** $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{1}$
 ☐ **B** $d: \frac{x-1}{4} = y+4 = \frac{z+7}{2}$
 ☐ **C** $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = -\frac{z+7}{2}$
 ☐ **D** $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{2}$

Câu 93. Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1; 2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oyz) là

- ☐ **A** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$
 ☐ **B** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$
 ☐ **C** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 \end{cases}$
 ☐ **D** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$

Câu 94. Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxz) là

- ☐ **A** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$
 ☐ **B** $\begin{cases} x = 2 \\ y = t - 1 \\ z = 3 \end{cases}$
 ☐ **C** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$
 ☐ **D** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 95. Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2; 1; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) là

- ☐ **A** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = -3 \end{cases}$
 ☐ **B** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = -3 + t \end{cases}$
 ☐ **C** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = t - 3 \end{cases}$
 ☐ **D** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$

Câu 96. Cho điểm $A(1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) . Điểm nào sau đây **không thuộc** đường thẳng d .

- ☐ **A** $Q(5; -2; 3)$.
 ☐ **B** $N(-1; 1; 0)$.
 ☐ **C** $P(3; -1; 2)$.
 ☐ **D** $M(-3; 2; 1)$.

Câu 97. Cho điểm $A(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y - 5z + 1 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) . Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d .

- ☐ **A** $Q(4; -5; -2)$.
 ☐ **B** $P(5; -10; -13)$.
 ☐ **C** $N(4; -6; -2)$.
 ☐ **D** $M(7; -10; -13)$.

Loại 2: Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d , biết d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$, đồng thời vuông góc với hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

🔑 **Phương pháp:** Ta có $d: \begin{cases} \text{Qua điểm } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP } \vec{u}_d = [\vec{a}, \vec{b}] = (a_1; a_2; a_3). \end{cases}$

☑ Tham số $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

☉ Chính tắc $d: \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$ với $(a_1 a_2 a_3 \neq 0)$.

Câu 98. Trong không gian Oxyz, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 1; -5)$ đồng thời vuông góc với hai véc-tơ $\vec{a} = (1; 0; 1)$ và $\vec{b} = (4; 1; -1)$.

(A) $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{1}$.

(B) $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{1}$.

(C) $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-5}{-1}$.

(D) $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-1}{-5}$.

Câu 99. Trong không gian Oxyz, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ đồng thời vuông góc với hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 3; 0)$ và $\vec{b} = (3; 4; 0)$.

(A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 - t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$.

Câu 100. Trong không gian Oxyz, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 2)$ đồng thời vuông góc với hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -4; 6)$ và $\vec{b} = (2; 1; -5)$.

(A) $\begin{cases} x = 1 + 14t \\ y = -1 + 17t \\ z = 2 + 9t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 4t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + 4t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$.

Câu 101. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; 4; 2)$ và $B(-1; 2; 4)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng OAB .

(A) $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

(B) $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

(C) $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

(D) $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 102. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(-1; 2; 1)$. Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) là.

(A) $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Câu 103. Trong không gian Oxyz, cho $A(1; 2; 3)$, $B(-3; 5; 7)$, $C(-1; -4; -1)$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại trọng tâm G của tam giác ABC .

(A) $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+3}{5}$.

(B) $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{5}$.

(C) $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{5}$.

(D) $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-3}{5}$.

Câu 104. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-1; 0; 3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng OAB .

(A) $\Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{1}$.

(B) $\Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{1}$.

(C) $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{1}$.

(D) $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 105. Cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH .

(A) $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$.

(B) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2}$.

(C) $\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$.

(D) $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$.

Câu 106. Cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 6; 0)$, $C(0; 0; 6)$. Phương trình đường thẳng đi qua trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có dạng

A $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1}$.
C $\frac{x-3}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-6}{1}$.

B $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.
D $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 107. Cho $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , đồng thời vuông góc với d_1 và d_2 là

A $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ **B** $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **C** $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **D** $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Gọi d là đường thẳng đi qua M đồng thời vuông góc với hai đường thẳng d_1 và d_2 . Ký hiệu $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 3; -2)$ theo thứ tự là các véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 và d_2 . Khi đó, véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d được xác định bởi

$$\vec{u}_d = \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = 7(-1; 1; 1).$$

Suy ra, phương trình tham số của đường thẳng cần tìm có dạng $d: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 108. Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{-2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(2; 3; -1)$ và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 là

A $\begin{cases} x = -8 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = -7 - t \end{cases}$ **B** $\begin{cases} x = 2 - 8t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 - 7t \end{cases}$ **C** $\begin{cases} x = -2 - 8t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - 7t \end{cases}$ **D** $\begin{cases} x = -2 + 8t \\ y = -3 - t \\ z = 1 + 7t \end{cases}$

Câu 109. Cho hai điểm $A(1; -1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Phương trình đường thẳng đi qua A , đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB và Δ là

A $\frac{x-7}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{1}$. **B** $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}$.
C $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{4}$. **D** $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{4}$.

Câu 110. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(2; -1; 5)$ đồng thời song song với mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

A $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{4}$. **B** $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{4}$.
C $\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{-4}$. **D** $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{5}$.

Câu 111. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và song song với mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 5 = 0$.

A $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-5} = \frac{z}{3}$. **B** $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{-5}$. **C** $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{5}$. **D** $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$.

Câu 112. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 1; -2)$, vuông góc với đường thẳng d và song song với mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$.

A $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$. **B** $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.
C $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{3}$. **D** $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1; -1; 2)$, đồng thời song song với hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có phương trình là

(A) $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.
(C) $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{3}$.

(B) $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.
(D) $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 114. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ đồng thời song song với hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y = 0$ và $(Q): 3x + 4y = 0$.

(A) $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$, đồng thời song song với hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 2 = 0$.

(A) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Câu 116. Cho $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$; $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình đường thẳng qua M đồng thời vuông góc với d_1 và d_2 là

(A) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 117. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(2; -1; 5)$ đồng thời song song với mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

(A) $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{4}$.
(C) $\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{-4}$.

(B) $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{4}$.
(D) $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{5}$.

Câu 118. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ đồng thời song song với hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có phương trình

(A) $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.
(C) $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{3}$.

(B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.
(D) $\frac{x+1}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 119. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $M(1; -3; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ là

(A) $3x - 2y + z - 3 = 0$.
(C) $3x + 2y - z + 10 = 0$.

(B) $3x - 2y + z + 2 = 0$.
(D) $3x - 2y + z - 10 = 0$.

Câu 120. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y - z = 0$ là

(A) $x + 2y - 1 = 0$. **(B)** $x - 2y + z = 0$. **(C)** $x - 2y - 1 = 0$. **(D)** $x + 2y + z = 0$.

Câu 121. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 8 = 0$ và $(Q): 2x - 2y - 3z + 11 = 0$ là

A $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{6}$.
C $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{6}$.

B $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-3}{6}$.
D $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+3}{6}$.

Câu 122. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$. Biết Δ đi qua điểm $M(0; 1; 3)$.

A $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{1}$.
C $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

B $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$.
D $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 123. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$, mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với Δ là

A $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

B $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

C $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 3t - 1 \\ z = 4 - t \end{cases}$.

D $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.

Câu 124. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 3)$ đồng thời d cắt và vuông góc với Ox là

A $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

B $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

C $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

D $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = -3 + 3t \end{cases}$.

Câu 125. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d nằm trong $(P): x + y + z - 3 = 0$, đồng thời d cắt $d_1: \frac{x-6}{2} = \frac{y+10}{-7} = \frac{z-5}{3}$ và vuông góc với $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{9}$ là

A $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

B $\begin{cases} x = 4 + 62t \\ y = -3 - 22t \\ z = 2 - 25t \end{cases}$.

C $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

D $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -3 - 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Bài tập về nhà

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$ là

A $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

B $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

D $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 4; -1)$, $B(2; 4; 3)$, $C(2; 2; -1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và song song với BC .

A $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

B $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

C $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.

D $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -6; 1)$?

A $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+1}{-2}$.
C $\frac{x-3}{1} = \frac{y+6}{-4} = \frac{z-1}{-2}$.

B $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
D $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 2)$, $B(2; 0; 5)$, $C(0; -2; 1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

(A) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

(B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

(C) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{-1}$.

(D) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(2; 3; 1)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

(A) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{-1}$.

(B) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$.

(C) $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{-1}$.

(D) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

(A) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxz) .

(A) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = -3 \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$.

(A) $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 \end{cases}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 4; 2)$ và $B(-1; 2; 4)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

(A) $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

(B) $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

(C) $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

(D) $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với Δ và Δ' .

(A) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua $B(2; -1; 5)$ đồng thời song song với mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

(A) $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{4}$.

(B) $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{4}$.

Ⓒ $\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{-4}$.

Ⓓ $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{5}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -1; 2)$, song song đồng thời với hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có phương trình là

Ⓐ $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Ⓑ $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.

Ⓒ $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{3}$.

Ⓓ $\frac{x+1}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ và $(Q): 2x + 3y - z - 3 = 0$. Khi đó phương trình đường thẳng Δ là

Ⓐ $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{-5}$.

Ⓑ $\frac{x}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{5}$.

Ⓒ $\frac{x}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{5}$.

Ⓓ $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và song song với mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 5 = 0$.

Ⓐ $\frac{x}{1} = \frac{y}{-5} = \frac{z}{3}$.

Ⓑ $\frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{-5}$.

Ⓒ $\frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{5}$.

Ⓓ $\frac{x}{1} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) để d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ , với $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$ và $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Ⓐ $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Ⓑ $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Ⓒ $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$.

Ⓓ $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$. Biết Δ đi qua điểm $M(0; 1; 3)$.

Ⓐ $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Ⓑ $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Ⓒ $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Ⓓ $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 4)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{5}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 15 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M , song song với P và cắt Δ .

Ⓐ $\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{-1}$.

Ⓑ $\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+4}{-3}$.

Ⓒ $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$.

Ⓓ $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-4}{-3}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; -4)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình tham số của đường thẳng OH là

Ⓐ $\begin{cases} x = 6t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$.

Ⓑ $\begin{cases} x = 6t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3t \end{cases}$.

Ⓒ $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = -3t \end{cases}$.

Ⓓ $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-6}{1} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-4}{1}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

Ⓐ $\frac{x-4}{8} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-4}$.

Ⓑ $\frac{x-4}{9} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

$$\textcircled{C} \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{2}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-2}{4}.$$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ và $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=3 \\ z=-2+t \end{cases}$.

Viết phương trình đường thẳng d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

$$\textcircled{A} \begin{cases} x=2+3t' \\ y=1+3t' \\ z=-2-t' \end{cases}.$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x=-2+3t' \\ y=1+3t' \\ z=2+t' \end{cases}.$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x=-2+3t' \\ y=1-3t' \\ z=2+t' \end{cases}.$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x=2+t' \\ y=1+2t' \\ z=2-t' \end{cases}.$$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

$$\textcircled{A} \frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}.$$

$$\textcircled{C} \frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}.$$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$, điểm $A(1; -1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

$$\textcircled{A} \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{2}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}.$$

$$\textcircled{C} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}.$$

Câu 23. Cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua $A(-1; 0; 2)$ cắt d tại M và cắt (P) tại N sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

$$\textcircled{A} \begin{cases} x=-2+t \\ y=3-3t \\ z=4-2t \end{cases}.$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x=-1+2t \\ y=-6t \\ z=2+4t \end{cases}.$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x=t \\ y=3+3t \\ z=4+2t \end{cases}.$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x=-1-3t \\ y=0 \\ z=2-3t \end{cases}.$$

Câu 24. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua $A(2; -1; 1)$ và cắt d tại M và cắt (P) tại N sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

$$\textcircled{A} \begin{cases} x=3-t \\ y=t-2 \\ z=t \end{cases}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-1}.$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x-2}{-8} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{7}.$$

Câu 25. Cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua $A(2; 1; 2)$ và cắt d tại M và cắt (P) tại N sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

(A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases}$

Câu 26. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 3 \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$ và điểm $G\left(\frac{2}{3}; 1; \frac{2}{3}\right)$.

Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (α) lần lượt tại M, N sao cho tam giác OMN nhận G làm trọng tâm.

(A) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Câu 27. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 4 = 0$ và điểm $G\left(\frac{4}{3}; 0; 1\right)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (α) lần lượt tại M, N sao cho tam giác OMN nhận G làm trọng tâm.

(A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

(B) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$

(C) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

(D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$

Câu 28. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 5 = 0$ và điểm $C(-1; 0; 3)$,

$D(-2; -1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (α) lần lượt tại A, B sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

(A) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

(B) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$

(C) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

(D) $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{1}$

Câu 29. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 5 = 0$ và điểm $C(2; 0; 7)$,

$D(-1; -5; 5)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (α) lần lượt tại A, B sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

(A) $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 9 + 4t \end{cases}$

(B) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$

(C) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 5t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$

(D) $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z-5}{2}$

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

(A) $6x + 3y + 2z + 18 = 0.$

(B) $6x + 3y + 3z - 21 = 0.$

(C) $6x + 3y + 3z + 21 = 0.$

(D) $6x + 3y + 2z - 18 = 0.$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9; 1; 1)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

(A) $\frac{x}{27} + \frac{y}{3} - \frac{z}{3} = 1.$

(B) $\frac{x}{9} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1.$

(C) $\frac{x}{27} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1.$

(D) $\frac{x}{27} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 0.$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự tạo thành cấp số nhân có công bội bằng 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ tới mặt phẳng (α) .

(A) $\frac{4\sqrt{21}}{21}.$

(B) $\frac{\sqrt{21}}{21}.$

(C) $\frac{3\sqrt{21}}{7}.$

(D) $9\sqrt{21}.$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C . Giá trị của biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ bằng

(A) $\sqrt{2}.$

(B) $\frac{1}{3}.$

(C) $\frac{1}{9}.$

(D) $\sqrt{3}.$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 4; 9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (khác O) sao cho $(OA + OB + OC)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $(12; 0; 0).$

(B) $(0; 0; 12).$

(C) $(6; 0; 0).$

(D) $(0; 6; 0).$

Câu 35. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2; 1; 0), B(-2; 3; 2)$. Phương trình mặt cầu mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là

(A) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17.$

(B) $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9.$

(C) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 5.$

(D) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 16.$

Câu 36. Cho mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A, B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36.$

(B) $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9.$

(C) $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9.$

(D) $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36.$

Câu 37. Cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với d .

(A) $\frac{x-1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}.$

(B) $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}.$

(C) $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}.$

(D) $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$

Câu 38. Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với Δ là

(A) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$

Câu 39. Cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , cắt và vuông góc với d .

(A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

(B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

(C) $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

(D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 40. Cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; -4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Phương trình tham số của đường thẳng OH là

(A) $\begin{cases} x = 6t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 6t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3t \end{cases}$.

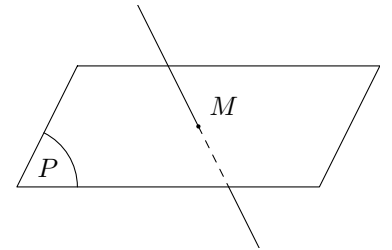
(C) $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = -3t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$.

G Hình chiếu, điểm đối xứng và bài toán liên quan (vận dụng cao)

a) Tìm M là giao điểm của $d: \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$ và $(P): ax + by + cz + d = 0$.

Đặt $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3} = t$.
 $\Rightarrow M(a_1t + x_0; a_2t + y_0; a_3t + z_0) \in d$.
 Vì $d \cap (P) = M \Rightarrow M \in (P) \Rightarrow t \Rightarrow M$.



b) Tìm hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (P) , của điểm M lên đường thẳng d .

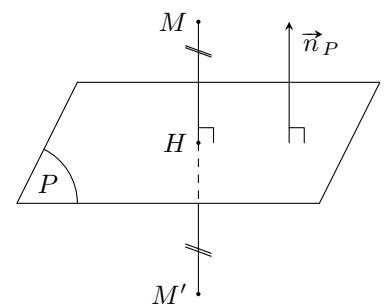
⚠ Cho đường thẳng viết mặt, cho mặt viết đường và tìm giao điểm.

(a) Tìm H là hình chiếu của M lên mặt (P) và tìm M' là điểm đối xứng với M qua (P) .

✔ Viết đường MH qua M và VTCP
 $\vec{u}_{MH} = \vec{n}_P$.

✔ Hình chiếu H là giao điểm của MH và (P) .

✔ Điểm M' đối xứng với M qua (P) thỏa mãn H là trung điểm của MM' .

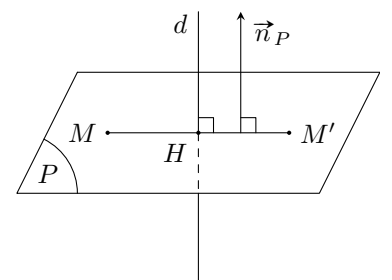


(b) Tìm H là hình chiếu của M lên đường d và tìm M' là điểm đối xứng với M qua d .

✔ Viết mặt phẳng (P) qua M và VTPT
 $\vec{n}_P = \vec{u}_d$.

✔ Hình chiếu H là giao điểm của d và (P) .

✔ Điểm M' đối xứng với M qua d thỏa mãn H là trung điểm của MM' .

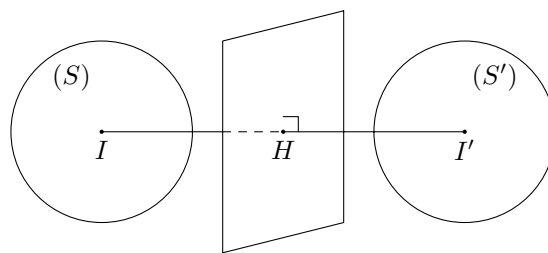


c) Tìm phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt (P) và qua đường d .

(a) Tìm mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua (P) .

☑ Ta luôn có $R' = R$.

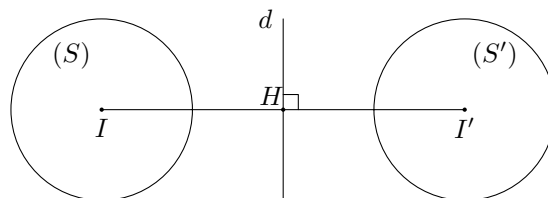
☑ Tâm I' là điểm đối xứng của I qua (P) .



(b) Tìm mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua (P) .

☑ Ta luôn có $R' = R$.

☑ Tâm I' là điểm đối xứng của I qua d .

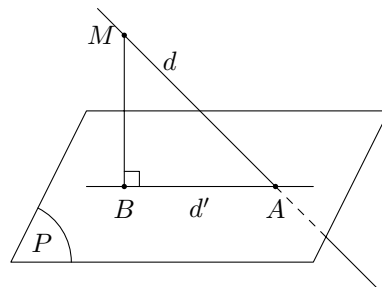
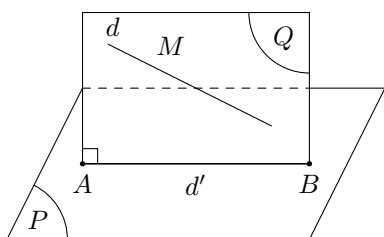


⚠ Hình chiếu và điểm đối xứng qua trục, mặt phẳng tọa độ và góc tọa độ: “Hình chiếu thiếu cái nào cho cái đó bằng 0 - Đối xứng thiếu cái nào đổi dấu cái đó”.

d) Tìm phương trình hình chiếu của đường thẳng lên mặt phẳng.

☑ Tìm phương trình hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) .

PP1: Tìm hình chiếu d' là giao tuyến của hai mặt phẳng. PP2: Tìm giao điểm và hình chiếu lên (P) .



- Viết phương trình mp(Q) chứa d và vuông góc (P) .

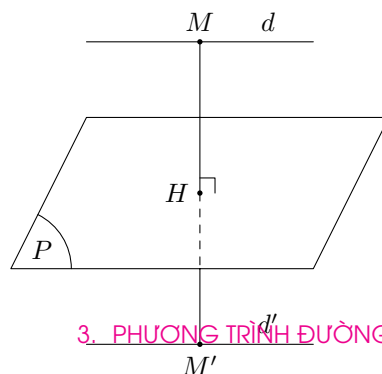
$$(Q): \begin{cases} \text{Qua } M \in d \\ VTPT: \vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_{(d)}, \vec{n}_{(P)}] \end{cases}$$

- Hình chiếu của d trên (P) là đường thẳng d' chính là giao tuyến của (Q) và (P) .

- Tìm A là giao điểm của d và (P) .
 - Chọn $M \in d (M \neq A)$.
 - Tìm điểm H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) .
 - Hình chiếu d' chính là đường thẳng đi qua A và H .
- Lưu ý: Nếu $d \parallel (P)$ thì $d' \parallel d$ và d' đi qua điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $M (M \in d)$ trên (P) .

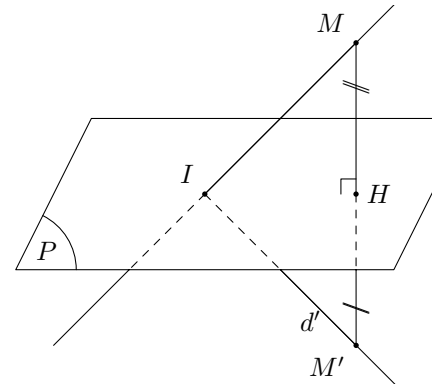
☑ Tìm phương trình đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) .

Nếu $d \parallel (P)$.



- Lấy M thuộc d .

Nếu d cắt (P) tại điểm I .



- Tìm H là hình chiếu của M trên (P) .

- Lấy M thuộc d .
- Tìm H là hình chiếu của M trên (P) .
- Tìm M' đối xứng với M qua (P) . Khi đó, d' : $\begin{cases} \text{qua } M' \\ VTCP: \vec{u}_{d'} = \vec{u}_d \end{cases}$.
- Tìm M' đối xứng với M qua (P) . Khi đó, d' : $\begin{cases} \text{qua } M' \\ VTCP: \vec{u}_{d'} = \vec{IM} \end{cases}$.

Câu 41. Giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z = 0$.

- (A) $M_2(2; 4; 1)$. (B) $M_3(3; -4; 1)$. (C) $M_1(2; -4; 0)$. (D) $M_4(3; 4; 0)$.

Câu 42. Giao điểm của $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$.

- (A) $M(2; -1; 1)$. (B) $M(0; -2; 1)$. (C) $M(0; -2; -1)$. (D) $M(2; -2; -1)$.

Câu 43. Giao điểm của $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 6 = 0$.

- (A) $M(1; 2; 1)$. (B) $M(1; -2; 1)$. (C) $M(1; -1; 2)$. (D) $M(1; 2; -1)$.

Câu 44. Hình chiếu của điểm $M(3; 0; -1)$ trên mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ là

- (A) $H(2; -1; 0)$. (B) $H(4; 1; -2)$. (C) $H(2; 1; 0)$. (D) $H(-1; 0; 2)$.

Câu 45. Hình chiếu của điểm $M(-1; 2; 3)$ trên mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 9 = 0$ là

- (A) $H(-2; 1; 3)$. (B) $H(3; -2; 1)$. (C) $H(2; 1; 3)$. (D) $H(3; 2; 1)$.

Câu 46. Hình chiếu của điểm $M(3; 1; 0)$ trên mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ là

- (A) $H(1; 1; -1)$. (B) $H(1; -2; 1)$. (C) $H(1; -1; 1)$. (D) $H(1; 2; -1)$.

Câu 47. Điểm đối xứng với điểm $M(2; 1; -1)$ qua mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ là

- (A) $M'(0; 3; 3)$. (B) $M'(1; -1; -1)$. (C) $M'(1; -1; 1)$. (D) $M'(0; -3; 3)$.

Câu 48. Điểm đối xứng với $M(4; 2; 1)$ qua mặt phẳng $(P): 4x + y + 2z + 1 = 0$ là

- (A) $M'(-4; 0; -3)$. (B) $M'(-4; 4; -1)$. (C) $M'(4; 2; 1)$. (D) $M'(-2; 0; 5)$.

Câu 49. Hình chiếu của $M(1; 1; -1)$ trên đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{-1}$ là

- (A) $H(2; 2; 3)$. (B) $H(6; 6; 3)$. (C) $H(2; 1; -3)$. (D) $H(1; 1; 4)$.

Câu 50. Hình chiếu của điểm $M(-1; 1; 6)$ trên đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ là

- (A) $H(1; 3; -2)$. (B) $H(1; 17; 18)$. (C) $H(3; -1; 2)$. (D) $H(2; 1; 0)$.

Câu 51. Hình chiếu của điểm $M(1; 0; 4)$ trên đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ là

- (A) $H(1; 0; 1)$. (B) $H(-2; 3; 0)$. (C) $H(0; 1; -1)$. (D) $H(2; -1; 3)$.

Câu 52. Điểm đối xứng với điểm $M(3; 2; 0)$ qua đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ là

- (A) $M'(-1; 0; 4)$. (B) $M'(7; 1; -1)$. (C) $M'(2; 1; -2)$. (D) $M'(0; 2; -5)$.

Câu 53. Điểm đối xứng với $M(2; 0; 1)$ qua đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{1}$ là

- (A) $M'(0; 1; 3)$. (B) $M'(1; 3; 0)$. (C) $M'(0; 0; 3)$. (D) $M'(3; 0; -1)$.

Câu 54. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ trên mặt phẳng (Oyz) là

- (A) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 0 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

Câu 55. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$ trên mặt phẳng (Oxy) là

- (A) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 56. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$ trên mặt phẳng (Oxz) là

- (A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 0 \\ z = 6 + t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 57. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ trên mặt phẳng (Oyz) là

- (A) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 3t \end{cases}$.

Câu 58. Đường thẳng đối xứng của $d: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -3 + 4t \\ z = 12 + 9t \end{cases}$ qua mặt phẳng (Oxy) là

- (A) $\begin{cases} x = 7 - 5t \\ y = -3 - 4t \\ z = 12 - 9t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -3 + 4t \\ z = -12 - 9t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -7 + 5t \\ y = 3 - 4t \\ z = -12 + 9t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -7 - 5t \\ y = -3 - 4t \\ z = 12 + 9t \end{cases}$.

Câu 59. Đường thẳng đối xứng của $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ qua mặt phẳng (Oxz) là

- (A) $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 60. Đường thẳng đối xứng của $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ qua trục hoành có phương trình là

- (A)** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -4 + 2t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -4 + 2t \end{cases}$

Câu 61. Cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Hình chiếu của d trên (P) là

- (A)** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-3}{1}$
 (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{1}$
 (C) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+3}{1}$
 (D) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+3}{1}$

Câu 62. Cho mặt phẳng $(P): x - z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) là

- (A)** $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$
 (B) $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$
 (C) $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$
 (D) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$

Câu 63. Cho mặt phẳng $(P): x - y - 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{3}$. Hình chiếu của d trên (P) là

- (A)** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-3}$
 (B) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$
 (C) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$
 (D) $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-3}$

Câu 64. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua (P) có phương trình là

- (A)** $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = t \\ y = -6 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Câu 65. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - 3y - z - 8 = 0$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

- (A)** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -5 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 5 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -5 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$

Câu 66. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -7 + t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 5y + 2z + 8 = 0$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 17 + 5t \\ y = 33 + t \\ z = 66 - 5t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 11 + 5t \\ y = 23 + t \\ z = 32 - 5t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = -5 + 5t \\ y = 13 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 13 + 5t \\ y = 17 + t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$

Câu 67. Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+21}{1} = \frac{z-1}{3}$ và $d_2: \frac{x+1}{4} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{6}$. Phương trình đường thẳng Δ đối xứng với d_1 qua đường thẳng d_2 là

(A) $\begin{cases} x = 9 + 2t \\ y = 9 + t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = -9 + 2t \\ y = 9 + t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = -9 + 2t \\ y = 9 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 9 + 2t \\ y = 9 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

Câu 68. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + t' \\ y = 4 - 2t' \\ z = 2t' \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ sao cho $d_1; d_2$ đối xứng nhau qua đường thẳng Δ .

(A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = 4 - 3t \\ z = 4t \end{cases}$

Câu 69. Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{3}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đối xứng với d_1 qua d_2 là

(A) $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 5t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Câu 70. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$ qua đường thẳng $d: \frac{x-6}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ là

(A) $(x+8)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{2}$.

(B) $(x-8)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{2}$.

(C) $(x+8)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 2$.

(D) $\left(x - \frac{52}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{26}{7}\right)^2 + \left(z - \frac{27}{7}\right)^2 = 2$.

Câu 71. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 81$ qua đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ là

(A) $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$.

(B) $(x+3)^2 + (y+10)^2 + (z-4)^2 = 81$.

(C) $(x-3)^2 + (y-10)^2 + (z-4)^2 = 81$.

(D) $(x+3)^2 + (y+10)^2 + (z+4)^2 = 81$.

Câu 72. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-9)^2 + (z-2)^2 = 25$ qua đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 5 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ là

(A) $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$.

(B) $(x-3)^2 + (y-10)^2 + (z-4)^2 = 25$.

(C) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 8z + 1 = 0$.

(D) $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 2y + z + 10 = 0$.

Câu 73. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+6)^2 + (z-4)^2 = 4$ qua mặt phẳng $(P): 2x + 5y - 3z = 0$ là

(A) $(x+6)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4$.

(B) $(x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$.

(C) $(x-6)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 4.$

(D) $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2.$

Câu 74. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S) : (x-4)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 36$ qua mặt phẳng $(P) : x - z + 3 = 0$ là

(A) $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-7)^2 = 6.$

(B) $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 36.$

(C) $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 6.$

(D) $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-7)^2 = 36.$

Câu 75. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S) : (x+4)^2 + (y-9)^2 + (z-1)^2 = 9$ qua mặt phẳng $(P) : 7x - 5y - 3z + 23 = 0$ là

(A) $(x-10)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 3.$

(B) $(x-10)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9.$

(C) $x^2 + y^2 + z^2 + 20x - 4y - 10z + 126 = 0.$

(D) $x^2 + y^2 + z^2 - 20x + 2y + 10z + 117 = 0.$

Câu 76. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S) : (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-7)^2 = 25$ qua mặt phẳng $(P) : x - 4y + 4z + 6 = 0$ là

(A) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 18y + 2z + 58 = 0.$

(B) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 18y - 2z + 68 = 0.$

(C) $(x+1)^2 + (y-9)^2 + (z+1)^2 = 25.$

(D) $(x-1)^2 + (y-9)^2 + (z-1)^2 = 25.$

Câu 77. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 3$ qua mặt phẳng $(P) : x - y = 0$ là

(A) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 8z + 17 = 0.$

(B) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 8z + 23 = 0.$

(C) $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 3.$

(D) $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 9.$

Bài tập về nhà

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y + z - 5 = 0$ là

(A) $M(3; 0; -1).$

(B) $N(0; 3; 1).$

(C) $P(0; 3; -1).$

(D) $Q(-1; 0; 3).$

Câu 2. Cho các điểm $A(2; -1; 0)$, $B(3; -3; -1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng AB với mặt phẳng (P) .

(A) $M(1; 1; 1).$

(B) $M(4; -5; -2).$

(C) $M(-1; 3; 1).$

(D) $M(0; 1; 2).$

Câu 3. Cho hai điểm $A(1; 2; 1)$ và $B(4; 5; -2)$ và mặt phẳng $(P) : 3x - 4y + 5z + 6 = 0$. Đường thẳng AB cắt (P) tại điểm M . Tính tỷ số $\frac{MB}{MA}$

(A) 4.

(B) 2.

(C) 3.

(D) $\frac{1}{4}.$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 - 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$ cắt các mặt phẳng (Oxy) , (Oxz)

lần lượt tại các điểm M, N . Độ dài MN bằng

(A) 3.

(B) $\sqrt{14}.$

(C) $3\sqrt{2}.$

(D) 4.

Câu 5. Tọa độ giao điểm $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ là

(A) $A(2; 3; 2).$

(B) $B(-2; 2; -3).$

(C) $C(2; -3; 2).$

(D) $D(0; 0; 2).$

Câu 6. Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng $(P) : x - 2y + z - 12 = 0$ là

(A) $H(5; -6; 7).$

(B) $H(2; 0; 4).$

(C) $H(3; -2; 5).$

(D) $H(-1; 6; 1).$

Câu 7. Hình chiếu của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng $(\alpha) : 3x - 2y + z + 6 = 0$ là

(A) $H(1; 0; 3).$

(B) $H(2; -2; 3).$

(C) $H(1; 1; -1).$

(D) $H(-1; 1; -1).$

Câu 8. Điểm đối xứng với điểm $M(4; 2; 1)$ qua mặt phẳng $(P): 4x + y + 2z + 1 = 0$ là

- ☐ A $M'(-4; 0; -3)$.
 ☐ B $M'(-4; -4; -1)$.
 ☐ C $M'(4; 2; 1)$.
 ☐ D $M'(-2; 0; 5)$.

Câu 9. Điểm đối xứng với điểm $A(3; 5; 0)$ qua mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 7 = 0$ là

- ☐ A $A'(-1; -1; 2)$.
 ☐ B $A'(0; -1; -2)$.
 ☐ C $A'(2; -1; 1)$.
 ☐ D $A'(7; 1; -2)$.

Câu 10. Hình chiếu của điểm $A(1; 1; -1)$ lên đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{-1}$ là

- ☐ A $H(2; 2; 3)$.
 ☐ B $H(6; 6; 3)$.
 ☐ C $H(2; 1; -3)$.
 ☐ D $H(1; 1; 4)$.

Câu 11. Hình chiếu của điểm $M(1; 0; 4)$ lên đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ là

- ☐ A $H(1; 0; 1)$.
 ☐ B $H(-2; 3; 0)$.
 ☐ C $H(0; 1; -1)$.
 ☐ D $H(2; -1; 3)$.

Câu 12. Điểm đối xứng với điểm $A(3; 2; 0)$ qua đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ là

- ☐ A $A'(-1; 0; 4)$.
 ☐ B $A'(7; 1; -1)$.
 ☐ C $A'(2; 1; -2)$.
 ☐ D $A'(0; 2; -5)$.

Câu 13. Điểm đối xứng với điểm $M(2; -6; 4)$ qua đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-2}$ là

- ☐ A $M'(-1; 0; 4)$.
 ☐ B $M'(4; 2; -8)$.
 ☐ C $M'(-4; 2; 8)$.
 ☐ D $M'(-4; -2; 0)$.

Câu 14. Phương trình hình chiếu của $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$ lên mặt phẳng (Oxy) là

- ☐ A $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$.
 ☐ B $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.
 ☐ C $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.
 ☐ D $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 15. Phương trình hình chiếu của $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$ lên mặt phẳng (Oxz) là

- ☐ A $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.
 ☐ B $\begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 0 \\ z = 6 + t \end{cases}$.
 ☐ C $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$.
 ☐ D $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 16. Đường thẳng đối xứng của $d: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -3 + 4t \\ z = 12 + 9t \end{cases}$ qua mặt phẳng (Oxy) là

- ☐ A $\begin{cases} x = 7 - 5t \\ y = -3 - 4t \\ z = 12 - 9t \end{cases}$.
 ☐ B $\begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -3 + 4t \\ z = -12 - 9t \end{cases}$.
 ☐ C $\begin{cases} x = -7 + 5t \\ y = 3 - 4t \\ z = -12 + 9t \end{cases}$.
 ☐ D $\begin{cases} x = -7 - 5t \\ y = -3 - 4t \\ z = 12 + 9t \end{cases}$.

Câu 17. Cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

- ☐ A $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-3}{1}$.
 ☐ B $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{1}$.
 ☐ C $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+3}{1}$.
 ☐ D $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 18. Cho mặt phẳng $(P): x - z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

- ☐ A $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$.
 ☐ B $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

$$\textcircled{C} \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

Câu 19. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua (P) có phương trình là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = t \\ y = 4 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = t \\ y = -6 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 20. Cho mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$ qua đường thẳng $d: \frac{x-6}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ là

$$\textcircled{A} (x+8)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{2}.$$

$$\textcircled{B} (x-8)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{2}.$$

$$\textcircled{C} (x+8)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 2.$$

$$\textcircled{D} \left(x - \frac{52}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{26}{7}\right)^2 + \left(z - \frac{27}{7}\right)^2 = 2.$$

Câu 21. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+6)^2 + (z-4)^2 = 4$ qua mặt phẳng $(P): 2x - 5y - 3z = 0$ là

$$\textcircled{A} (x+6)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4.$$

$$\textcircled{B} (x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2.$$

$$\textcircled{C} (x-6)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 4.$$

$$\textcircled{D} (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2.$$

Câu 22. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+6)^2 + (z-4)^2 = 4$ qua mặt phẳng $(P): 2x + 5y - 3z = 0$

$$\textcircled{A} (x+6)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4.$$

$$\textcircled{B} (x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2.$$

$$\textcircled{C} (x-6)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 4.$$

$$\textcircled{D} (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2.$$

Câu 23. Cho mặt phẳng $(P): 3x - 5y + 2z + 8 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -7 + t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$. Đường thẳng

d' đối xứng với d qua mặt (P) có phương trình là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 17 + 5t \\ y = 33 + t \\ z = 66 - 5t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 11 + 5t \\ y = 23 + t \\ z = 32 - 5t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = -5 + 5t \\ y = 13 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 13 + 5t \\ y = 17 + t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$$

Câu 24. Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+21}{1} = \frac{z-1}{3}$ và $d_2: \frac{x+1}{4} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{6}$. Phương trình đường thẳng Δ đối xứng với d_1 qua d_2 là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 9 + 2t \\ y = 9 + t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = -9 + 2t \\ y = 9 + t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = -9 + 2t \\ y = 9 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 9 + 2t \\ y = 9 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

H

Bài toán cực trị và một số bài toán khác (vận dụng cao)

Dạng 4. Tâm tử cự

Cho ba điểm A, B, C

a) Tìm điểm I thỏa mãn $\alpha \cdot \overrightarrow{IA} + \beta \cdot \overrightarrow{IB} + \gamma \cdot \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{\alpha \cdot x_A + \beta \cdot x_B + \gamma \cdot x_C}{\alpha + \beta + \gamma} \\ y_I = \frac{\alpha \cdot y_A + \beta \cdot y_B + \gamma \cdot y_C}{\alpha + \beta + \gamma} \\ z_I = \frac{\alpha \cdot z_A + \beta \cdot z_B + \gamma \cdot z_C}{\alpha + \beta + \gamma} \end{cases} \quad (1) \Rightarrow$

Công thức (1) tương tự đối với 2 điểm hoặc 4 điểm.

b) Với mọi điểm M , ta đều có

☑ $\alpha \cdot \overrightarrow{MA} + \beta \cdot \overrightarrow{MB} + \gamma \cdot \overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \cdot \overrightarrow{MI}$ (2)

☑ $\alpha \cdot MA^2 + \beta \cdot MB^2 + \gamma \cdot MC^2 = (\alpha + \beta + \gamma) \cdot MI^2 + \text{const}$ (3)

Nếu $\alpha = \beta = \gamma = 1$ thì I là trọng tâm $\triangle ABC$.

Để chứng minh (2), (3) ta sử dụng qui tắc chèn điểm I sau đó dùng (1).

Câu 25. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

(A) 135.

(B) 105.

(C) 108.

(D) 154.

Câu 26. Cho ba điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; -3)$ và $C(4; 2; 5)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in (Oxy)$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó tổng $P = x_0 + y_0 + z_0$ bằng

(A) 0.

(B) 6.

(C) 3.

(D) -3.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

(A) $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

(B) $M(0; 0; 5)$.

(C) $M(3; -4; 0)$.

(D) $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 2)$ và $B(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

(A) $M(0; 0; 49)$.

(B) $M(0; 0; 67)$.

(C) $M(0; 0; 3)$.

(D) $M(0; 0; 0)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-2; 3; 6)$. Điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) . Tìm giá trị $T = x_M + y_M + z_M$ khi $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất.

(A) $-\frac{7}{2}$.

(B) -2.

(C) 2.

(D) $\frac{7}{2}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; 0)$, $B(3; 2; 4)$, $C(0; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất.

(A) $M(1; 3; 0)$.

(B) $M(1; -3; 0)$.

(C) $M(3; 1; 0)$.

(D) $M(2; 6; 0)$.

Câu 31. Cho bốn điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; 1)$, $C(3; 0; 5)$ và $D(3; 3; 3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của điểm M là

(A) $(0; 1; -4)$.

(B) $(2; 1; 0)$.

(C) $(0; 1; -2)$.

(D) $(0; 1; 4)$.

Câu 32. Cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(5; -6; -2)$. Điểm $M(a; b; c)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a + b + c$ bằng

(A) -1.

(B) 1.

(C) 0.

(D) $-\frac{1}{2}$.

Câu 33. Cho tam giác ABC với $A(2; 1; 3), B(1; -1; 2), C(3; -6; 1)$. Điểm $M(x; y; z) \in (Oyz)$ sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $x + y + z$ bằng

- (A) 0. (B) 2. (C) 6. (D) -2.

Câu 34. Cho hai điểm $A(1; 2; 2), B(5; 4; 4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 6 = 0$. Nếu M thay đổi thuộc (P) thì giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + MB^2$ là

- (A) 60. (B) $\frac{200}{3}$. (C) 50. (D) $\frac{2968}{25}$.

Câu 35. Cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(0; 1; 1), C(1; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Gọi $M \in (P)$ sao cho biểu thức $T = MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(Q): 2x - y - 2z + 3 = 0$ bằng

- (A) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. (B) $\frac{121}{54}$. (C) 24. (D) $\frac{91}{54}$.

Câu 36. Cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 3 = 0$ và hai điểm $M_1(3; 1; 1), M_2(7; 3; 9)$. Điểm $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $\left| \overrightarrow{MM_1} + \overrightarrow{MM_2} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a + 2b + 3c$ bằng

- (A) 6. (B) -6. (C) -3. (D) -5.

Câu 37. Cho ba điểm $A(-2; 2; 3), B(1; -1; 3), C(3; 1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2z - 8 = 0$. Gọi $M \in (P)$ sao cho giá trị của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(Q): x - 2y + 2z + 6 = 0$ bằng

- (A) 4. (B) 2. (C) $\frac{4}{3}$. (D) $\frac{2}{3}$.

Câu 38. Cho các điểm $A(1; 2; 0), B(0; 1; 5), C(2; 0; 1)$. Gọi M thuộc mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 7 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bằng

- (A) 36. (B) 24. (C) 30. (D) 29.

Câu 39. Cho ba điểm $A(1; 1; 1), B(0; 1; 2), C(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$. Tìm điểm N sao cho $S = 2NA^2 + NB^2 + NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $N\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{4}; \frac{3}{4}\right)$. (B) $N(3; 5; 1)$. (C) $N(-2; 0; 1)$. (D) $N\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; -2\right)$.

Câu 40. Cho ba điểm $A(1; 2; 0), B(1; -1; 3), C(1; -1; 11)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 15 = 0$. Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$ là điểm trên mặt phẳng (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $x_M - y_M + 3z_M$ bằng

- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 6.

Câu 41. Cho $A(1; -2; 1), B(5; 0; -1), C(3; 1; 2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c) \in (Q)$ thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tổng $a + b + 5c$ bằng

- (A) 11. (B) 9. (C) 15. (D) 14.

Câu 42. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và hai điểm $A(0; -1; 3), B(1; -2; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $M(5; 2; -4)$. (B) $M(-1; -1; -1)$. (C) $M(1; 0; -2)$. (D) $M(3; 1; -3)$.

Câu 43. Cho hai điểm $A(3; -2; 3), B(1; 0; 5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d để $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $M(1; 2; 3)$. (B) $M(2; 0; 5)$. (C) $M(3; -2; 7)$. (D) $M(3; 0; 4)$.

Câu 44. Cho ba điểm $A(-1; 1; 1), B(1; 1; 2), C(-2; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Tìm $M \in d$ sao cho biểu thức $2MA^2 + 3MB^2 - 4MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $M(1; 1; 0)$. (B) $M(3; 5; 2)$. (C) $M(5; 9; 4)$. (D) $M(1; 0; -1)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(0; 1; 2)$, $B(-2; 1; 2)$, $C(-5; 3; 3)$, $D(1; 1; 0)$. Tìm điểm M thỏa mãn ba điểm O , M , D thẳng hàng và $P = MA^2 + 3MB^2 - 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $M(1; 2; -1)$. (B) $M\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$. (C) $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$. (D) $M(1; 1; 0)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 2; 0)$, $B(1; -1; 3)$, $C(1; -1; -1)$, $D\left(\frac{45}{11}; -\frac{45}{11}; \frac{30}{11}\right)$. Biết điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $OM = DM$ sao cho $T = MB^2 - MC^2 - 2MA^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tổng $2a + 3b + c$ bằng

- (A) 10. (B) 11. (C) 5. (D) 15.

Câu 47. Cho bốn điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(0; 1; -3)$ và $M(2a - 2b - 9; a; b)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a^2 + b^2$ bằng

- (A) $a^2 + b^2 = 9$. (B) $a^2 + b^2 = 10$. (C) $a^2 + b^2 = 17$. (D) $a^2 + b^2 = 8$.

Câu 48. Cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ và hai điểm $A(2; 0; 3)$, $B(2; -2; -3)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d$ thỏa mãn $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất. Tìm x_0 .

- (A) $x_0 = 1$. (B) $x_0 = 3$. (C) $x_0 = 0$. (D) $x_0 = 2$.

Câu 49. Cho bốn điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(1; 2; -1)$ và $D(d; d; d)$ với $d \in \mathbb{R}$. Tìm d để $|\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $d = 3$. (B) $d = 4$. (C) $d = 1$. (D) $d = 2$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(5; 8; -11)$, $B(3; 5; -4)$, $C(2; 1; -6)$ và mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$ là điểm trên (S) sao cho biểu thức $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của tổng $x_M + y_M$ bằng

- (A) 4. (B) 0. (C) -2. (D) 2.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 2)$, $B(-1; 0; 4)$, $C(0; -1; 3)$ và điểm M thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$. Khi biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn AM bằng

- (A) $\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{6}$. (C) 6. (D) 2.

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 4; 4)$, $B(0; 4; 8)$, $C(-8; 0; 4)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. Điểm $M \in (S)$ sao cho $P = 2MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài đoạn OM bằng

- (A) $3\sqrt{3}$. (B) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{66}}{3}$. (D) $\sqrt{17}$.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(0; 1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(0; 21; -19)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$. Điểm $M(a; b; c) \in (S)$ sao cho biểu thức $P = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

- (A) $\frac{14}{5}$. (B) 0. (C) $\frac{12}{5}$. (D) 12.

Câu 54. Cho ba điểm $A(0; -2; 1)$, $B(-2; 1; 2)$, $C(-5; 3; 3)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Gọi $M \in (S)$ sao cho $P = MA^2 - 3MB^2 + MC^2$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của $P_{\max}$ bằng

- (A) -16. (B) 9. (C) 26. (D) 81.

Câu 55. Cho hai điểm $A(13; 3; -2)$, $B(1; 0; 1)$ và hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 25$ và $(S_2): (x-5)^2 + y^2 + z^2 = 10$. Gọi M nằm trên đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và (S_2) thỏa mãn $P = MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $P_{\min}$ bằng

(A) $186 - 36\sqrt{2}$.

(B) 159.

(C) 123.

(D) $18 - 6\sqrt{2}$.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 36$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và các điểm $A(1; 1; 1), B(-7; -2; -8), C(2; 1; 1), D(-1; 0; -2)$. Tìm điểm M nằm trên mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và (S_2) sao cho $P = 2MA^2 - MB^2 - 3MC^2 + 3MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

(A) $M(-1; 3; -1)$.

(B) $M(-9; 0; 0)$.

(C) $M(1; 3; -1)$.

(D) $M(-9; 1; 1)$.

Câu 57. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ và hai điểm $A(-2; 0; -2\sqrt{2}), B(-4; -4; 0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc (S) sao cho $MA^2 + \vec{MO} \cdot \vec{MB} = 16$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó bằng

(A) $\sqrt{\frac{13 - 2\sqrt{2}}{2}}$.

(B) $\sqrt{\frac{13 - \sqrt{2}}{2}}$.

(C) $\sqrt{\frac{13 + 2\sqrt{2}}{2}}$.

(D) $\sqrt{\frac{13 + \sqrt{2}}{2}}$.

Câu 58. Cho ba điểm $A(-1; 1; 1), B(1; 1; 2), C(-2; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Tìm $M \in d$ sao cho biểu thức $2MA^2 + 3MB^2 - 4MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

(A) $M(1; 1; 0)$.

(B) $M(3; 5; 2)$.

(C) $M(5; 9; 4)$.

(D) $M(1; 0; -1)$.

Dạng 5. Bài toán cực trị liên quan đến thẳng hàng

a) Vị trí tương đối của hai điểm A, B và mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$

Tính $T_A = ax_A + by_A + cz_A + d$ và $T_B = ax_B + by_B + cz_B + d$. Khi đó

- $T_A \cdot T_B > 0 \Rightarrow A, B$ cùng một phía (P) .
- $T_A \cdot T_B < 0 \Rightarrow A, B$ nằm hai phía (P) .

b) Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $(MA + MB)_{\min}$ hoặc $|MA - MB|_{\max}$.

- Nếu A, B nằm hai phía (P) thì $(MA + MB)_{\min}$ khi A, M, B thẳng hàng.
- Nếu A, B nằm một phía (P) thì lấy đối xứng cho cùng nằm hai phía và làm tương tự trên.

Câu 59. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1), B(-1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 2 = 0$. Tọa độ điểm $M \in (P)$ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất là

(A) $M(1; 0; 1)$.

(B) $M(0; 0; 2)$.

(C) $M(1; 2; -3)$.

(D) $M(-1; 2; -1)$.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1), B(0; 3; -1)$. Điểm M nằm trên mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 4 = 0$ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất là

(A) $M(1; 0; 2)$.

(B) $M(0; 1; 3)$.

(C) $M(1; 2; 0)$.

(D) $M(3; 0; 2)$.

Câu 61. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(0; -2; 3), B(2; 0; 1)$. Điểm $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Giá trị $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

(A) $\frac{41}{4}$.

(B) $\frac{9}{4}$.

(C) $\frac{7}{4}$.

(D) 3.

Câu 62. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 2), B(0; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 12 = 0$. Tọa độ điểm $M \in (P)$ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất?

(A) $M(2; 2; 9)$.

(B) $M(-\frac{6}{11}; -\frac{18}{11}; \frac{25}{11})$.

(C) $M(\frac{7}{6}; \frac{7}{6}; \frac{31}{4})$.

(D) $M(-\frac{2}{5}; -\frac{11}{15}; \frac{18}{15})$.

Câu 63. Cho điểm $A(3; 1; 0), B(-9; 4; 9)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Gọi $I(a; b; c) \in (P)$ sao cho $|IA - IB|$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó tổng $a + b + c$ bằng

(A) -4.

(B) 22.

(C) 13.

(D) -13.

Câu 64. Cho điểm $M(0; 1; 3)$, $N(10; 6; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 10 = 0$. Gọi $I(-10; a; b) \in (P)$ sao cho $|IM - IN|$ đạt giá trị lớn nhất. Tổng $a + b$ bằng

- ☐ A 5. ☐ B 1. ☐ C 2. ☐ D 6.

Câu 65. Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -3; 0)$, $B(5; -1; -2)$. Gọi $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $|MA - MB|$ lớn nhất. Giá trị abc bằng

- ☐ A 1. ☐ B 12. ☐ C 24. ☐ D -24.

Câu 66. Cho điểm $A(1; 1; 0)$, $B(-1; 0; 1)$ và điểm $M \in d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = MA + MB$ bằng

- ☐ A 4. ☐ B $2\sqrt{2}$. ☐ C $\sqrt{6}$. ☐ D 3.

Câu 67. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + t \\ z = -2 \end{cases}$ và hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 0; 1)$. Tìm điểm $M \in d$ sao cho $\triangle MAB$ có diện tích nhỏ nhất.

- ☐ A $M(-1; 1; -2)$. ☐ B $M(1; -1; -2)$. ☐ C $M(-1; -1; 2)$. ☐ D $M(1; 0; -2)$.

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6; 0; 6)$, $B(8; -4; -2)$, $C(0; 0; 6)$, $D(1; 1; 5)$. Gọi điểm $M(a; b; c)$ là điểm trên đường thẳng CD sao cho chu vi $\triangle MAB$ nhỏ nhất. Khi đó $a - b + 3c$ có giá trị bằng

- ☐ A 24. ☐ B 0. ☐ C 10. ☐ D 26.

Câu 69. Cho ba điểm $A(1; 0; -2)$, $B(-3; 2; 4)$, $C(0; 2; 3)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua C và không cắt đoạn thẳng AB . Gọi d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ A, B đến (P) . Phương trình mặt cầu (S) có tâm O , tiếp xúc với (P) , ứng với $d_1 + d_2$ lớn nhất là

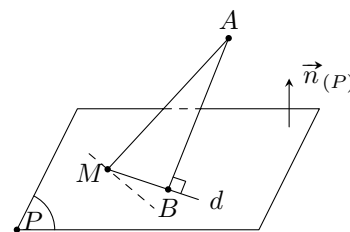
- ☐ A $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. ☐ B $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{9}{2}$. ☐ C $x^2 + y^2 + z^2 = 12$. ☐ D $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{32}{3}$.

Một số dạng cực trị thường gặp

a) Phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) và đi qua M sao cho khoảng cách từ điểm A đến d là lớn nhất.

☑ Ta có $d_{(A,d)} = AB \leq AM \Rightarrow d_{(A,d)\max} = AM \Leftrightarrow d \perp AM$.

☑ Do đó $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \overrightarrow{AM} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \end{cases}$ nên có thể chọn $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \overrightarrow{AM}]$.

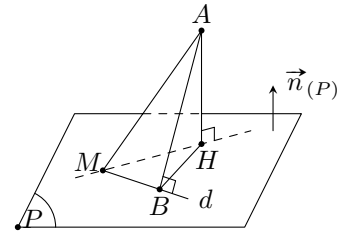


☑ Tóm lại, đường thẳng cần tìm là $d: \begin{cases} \text{qua } M \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \overrightarrow{AM}] \end{cases}$
(tương tự nếu $d \perp d_1$ hoặc $\parallel (P)$).

b) Phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) và đi qua M sao cho khoảng cách từ điểm A đến d là nhỏ nhất.

- ☑ Ta có $d_{(A,d)} = AB \geq AH$ không đổi
 $\Rightarrow d_{(A,d)\min} = AH \Leftrightarrow AH \equiv AB$.

- ☑ Giao tuyến $MH = (AMH) \cap (P)$
 Nên $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(AMH)}]$.
 Mà $\vec{n}_{(AMH)} = [\vec{AM}, \vec{n}_{(P)}] \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, [\vec{AM}, \vec{n}_{(P)}]]$.

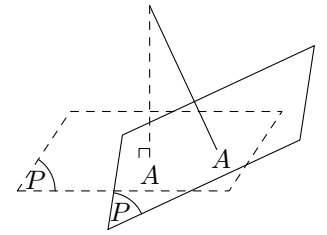


- ☑ Tóm lại đường thẳng cần tìm là $d: \begin{cases} \text{qua } M \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, [\vec{AM}, \vec{n}_{(P)}]] \end{cases}$
 (tương tự nếu $d \perp d_1$ hoặc $\parallel (P)$).

c) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và (P) cách B cho trước một khoảng lớn nhất.

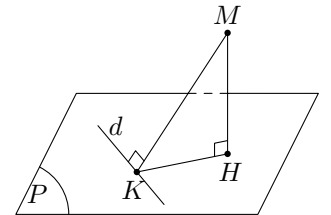
- ☑ Từ hình vẽ, nhận thấy rằng $d(B; (P))_{\max} \Leftrightarrow AB \perp (P)$.

- ☑ Do đó (P): $\begin{cases} \text{Qua } A \\ \text{VTPT: } \vec{n} = \vec{AB} \end{cases}$.

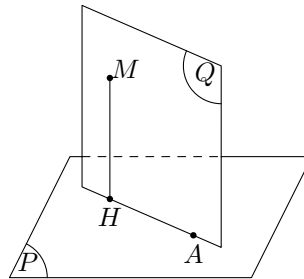


d) Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d, đồng thời (P) cách M một khoảng lớn nhất.

- ☑ Gọi hình chiếu vuông góc của M lên (P) và d lần lượt là H và K.
 Khi đó $d(M, (P)) = MH \leq MK$.
 Do đó MH lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv K$.
 Suy ra (P) chứa d và vuông góc với (Q) chứa M và d.



- ☑ Nên (P): $\begin{cases} \text{Qua } A \in d \subset (P) \\ \text{VTPT: } \vec{n} = [[\vec{u}_d, \vec{AM}], \vec{u}_d] \end{cases}$. (Tương tự (P) $\parallel d$ hay $\perp (Q)$)



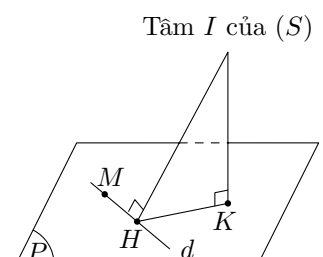
e) Các bài toán về mặt cầu và mặt phẳng. Áp dụng $r = \sqrt{R^2 - d_{(I,(P))}^2}$. Chẳng hạn:

(a) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d, và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất (diện tích, chu vi nhỏ nhất, ...)

- ☑ Từ công thức $r = \sqrt{R^2 - d_{(I,(P))}^2} \Rightarrow r_{\min} \Leftrightarrow d_{(I,(P))\max}$.

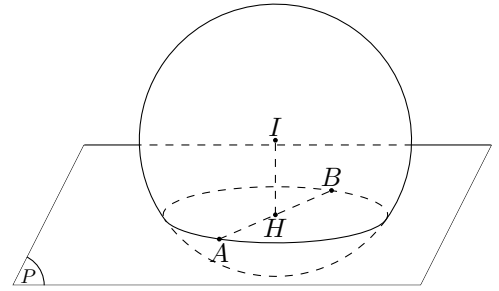
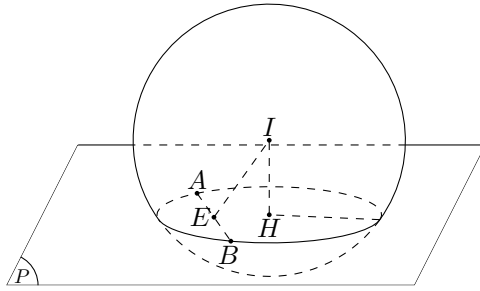
- ☑ Tìm hình chiếu của tâm mặt cầu I lên d là H.
 Nên $d_{(I,(P))} = IK \leq IH \Rightarrow d_{(I,(P))\max}$ khi $K \equiv H \Rightarrow (P) \perp IH$.

- ☑ Do đó (P): $\begin{cases} \text{Qua } M \in d \\ \text{VTPT: } \vec{n} = \vec{IH} \end{cases}$.



- (b) Cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) . Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P) , đi qua E cắt (C) tại A, B thỏa mãn AB ngắn nhất, AB dài nhất, tam giác IAB cho bởi tính chất định tính hay định lượng.

Phương pháp: Xét vị trí điểm E , vẽ hình và lý luận dựa vào các bài toán phía trên.



$$\bullet \begin{cases} AB_{\min} \Leftrightarrow d_{(H,AB)}_{\max} \\ d_{(H,AB)}_{\max} \leq HE \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{IE}, \vec{n}_{(P)}].$$

$$\bullet AB_{\max} \Leftrightarrow d_{(H,AB)}_{\min}.$$

- f) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d , tạo với đường thẳng d' ($d' \parallel d$) một góc lớn nhất.

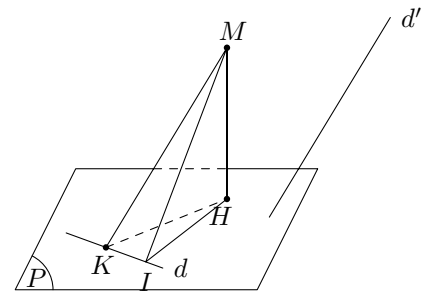
☑ Lấy $K \in d$, dựng $MK \parallel d'$.

☑ Gọi H, I lần lượt là hình chiếu của M trên (P) và d .

Khi đó:

$$\sin(d', (P)) = \sin \widehat{MKH} = \sin(90^\circ - \widehat{KMH}) =$$

$$\cos \widehat{KMH} = \frac{MH}{KM} \leq \frac{MI}{KM}.$$



Do đó $\left(\widehat{d', (P)}\right)_{\max} \Leftrightarrow H \equiv I$ nên $\vec{n}_{(P)} = \vec{IM}$ hay (P) chứa d và vuông góc với mặt phẳng chứa d và $\parallel d'$.

Tóm lại, mặt phẳng (P) cần tìm có tính chất (P) : $\begin{cases} \text{Qua } N \in d \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}], \vec{u}_d] \end{cases}$.

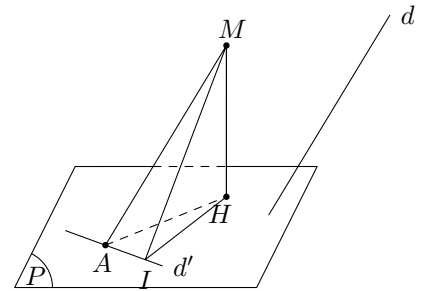
- g) Cho mặt phẳng (P) , điểm $A \in (P)$ và đường thẳng d (d cắt (P) và d không vuông góc với (P)). Viết phương trình đường thẳng d' đi qua A , nằm trong (P) và tạo với d một góc nhỏ nhất.

☑ Từ A dựng $AM \parallel d$.

☑ Gọi H, I là hình chiếu của M trên (P) và d' .

$$\text{Khi đó } \cos(d, d') = \cos \widehat{MAH} = \frac{MH}{AM} \leq \frac{MI}{AM}.$$

Do đó: $\left(\widehat{d, d'}\right)_{\min} \Leftrightarrow I \equiv H$ nên d' qua A và song song với hình chiếu vuông góc của d trên (P) .



Tóm lại đường thẳng d' cần tìm có tính chất d' : $\begin{cases} \text{Qua } A \\ \text{VTCP: } \vec{u}_{d'} = [\vec{n}_{(P)}, [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d]] \end{cases}$.

- h) Đường thẳng nằm trên mặt trụ: "Viết phương trình đường thẳng d thay đổi song song với d' và cách d' một khoảng bằng r , đồng thời khoảng cách từ điểm A đến d nhỏ nhất".

☑ Dựng mặt phẳng (P) qua A và vuông góc d' .

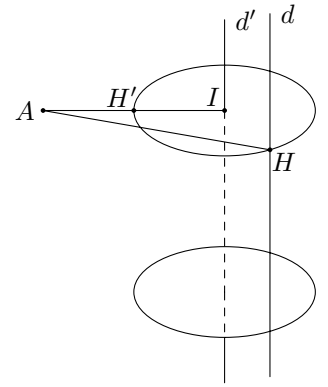
☑ Khoảng cách $d(A, d) = AH$ nên $AH_{\min} = AH'$ khi $H \equiv H'$.

— Tìm hình chiếu của A trên d' là I .

— Tìm H' thỏa mãn $\overrightarrow{IH'} = r \cdot \overrightarrow{IA}$.

☑ Khi đó d là đường thẳng qua H' và $\parallel d'$. Nghĩa là

$$d: \begin{cases} \text{Qua } H' \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{u}_{d'}. \end{cases}$$



i) Một số bài toán khác

(a) Điểm chạy trên đường tròn, chẳng hạn: "Cho hai điểm A, B và mặt phẳng (P) . Tìm $M \in (P)$ sao cho $\triangle MAB$ vuông tại M và $S_{\triangle MAB}$ nhỏ nhất".

$\Rightarrow M \in (C)$ là đường tròn giao tuyến của mặt cầu đường kính AB và (P) .

$$S_{\triangle MAB \min} \Leftrightarrow d^2(M, AB) = MH^2 = AH \cdot HB \min.$$

(b) Viết phương trình đường thẳng $d \parallel (P)$ và cắt d_1, d_2 tại A, B thỏa $AB_{\min}$.

Gọi điểm cắt trên hai đường thẳng theo hai tham số.

Dùng song song: rút được 1 ẩn theo ẩn còn lại.

Tính AB theo một ẩn và tìm giá trị nhỏ nhất. Suy ra được ẩn thứ 2 $\Rightarrow$ đường thẳng cần tìm.

(c) Phương trình đường thẳng Δ qua A , vuông góc với d , đồng thời $d(\Delta, d)_{\max} \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = [\vec{u}_d, \overrightarrow{AH}]$.

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; 1; -1)$, nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - z = 0$ và cách $B(0; 2; 1)$ một khoảng lớn nhất là

A $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{1}$.

B $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{1}$.

C $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

D $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-2}$.

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 1; 1)$, $A(2; 3; 0)$ và $(P): x + y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua M , song song với (P) sao cho khoảng cách từ A đến d lớn nhất là

A $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$.

B $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

C $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

D $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-2}$ và cách điểm $M(2; 1; 1)$ khoảng lớn nhất.

A $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$.

B $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{2}$.

C $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z}{4}$.

D $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-6} = \frac{z}{4}$.

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 0; 2)$, song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$ và cách gốc tọa độ O một khoảng cách lớn nhất.

A $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$.

B $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$.

C $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

D $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O , nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y + z = 0$ và cách điểm $M(1; 2; 1)$ một khoảng cách nhỏ nhất.

A $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{13} = \frac{z}{5}$.

B $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{13} = \frac{z}{-5}$.

C $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{5}$.

D $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{-5}$.

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1; 1; 1)$, $A(2; 3; 0)$ và $(P): x + y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua M , song song với (P) sao cho khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất là

- (A) $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. (B) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
 (C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. (D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O , song song với mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 1 = 0$ và cách $M(1; -1; 2)$ một khoảng nhỏ nhất.

- (A) $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{13}$. (B) $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{-5} = \frac{z}{13}$. (C) $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{13}$. (D) $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{13}$.

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -2)$ và cách điểm $M(2; 1; 1)$ một khoảng lớn nhất.

- (A) $x + y + 3z + 5 = 0$. (B) $x + y - 3z + 7 = 0$. (C) $x + y + 3z - 5 = 0$. (D) $x + y + 3z - 7 = 0$.

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và (P) cách điểm $M(2; 1; 1)$ một khoảng lớn nhất.

- (A) $x + y - 3z + 5 = 0$. (B) $2x + 5y + 7z + 10 = 0$.
 (C) $2x + y + 5z + 3 = 0$. (D) $x + y - 5z + 3 = 0$.

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) là lớn nhất. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

- (A) $\sqrt{2}$. (B) $\frac{3\sqrt{6}}{6}$. (C) $\frac{11\sqrt{2}}{6}$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-4}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ điểm M đến (P) là lớn nhất và (P) cắt các trục tọa độ tại A, B, C . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

- (A) 72. (B) 24. (C) 84. (D) 28.

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y + z - 1 = 0$ và cách $M\left(\frac{1}{2}; 0; 2\right)$ một khoảng lớn nhất.

- (A) $5x - 8y - 18z = 0$. (B) $5x + 3y - 8z = 0$. (C) $x + 3y + z = 0$. (D) $x - y - 3z = 0$.

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; -2; 1)$, song song với đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ và cách gốc tọa độ O khoảng lớn nhất.

- (A) $11x - 16y + 8z + 3 = 0$. (B) $11x - 16y + 10z - 53 = 0$.
 (C) $11x - 16y + 10z + 53 = 0$. (D) $11x - 16y + 8z - 3 = 0$.

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ $K(0; 0; 2)$ đến (P) lớn nhất.

- (A) $x + y + z + 3 = 0$. (B) $x + 2y - z - 3 = 0$. (C) $x + y - z + 3 = 0$. (D) $x + 2y - z + 3 = 0$.

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và tạo với đường thẳng $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ góc lớn nhất.

- (A) $x - 4y + z - 7 = 0$. (B) $x + 4y + z - 7 = 0$. (C) $x - 3y + z - 4 = 0$. (D) $x + 3y + z - 4 = 0$.

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y - z - 1 = 0$, đồng thời tạo với trục Oy góc lớn nhất.

- (A) $2x - 5y - z = 0$. (B) $2x - 2y + z = 0$. (C) $3x - 2y + 4z = 0$. (D) $3x - 2y + z = 0$.

Câu 86. Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Phương trình đường thẳng nằm trong (P) , cắt d và tạo với d một góc lớn nhất là

- (A) $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. (B) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
(C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. (D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 87. Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt d và tạo với d một góc nhỏ nhất.

- (A) $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. (B) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
(C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. (D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(2; 1; 2); B(-1; 0; 0)$. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ qua B và vuông góc với d sao cho góc giữa Δ và AB nhỏ nhất.

- (A) $(2; 0; 1)$. (B) $(-2; 5; 1)$. (C) $(1; 0; 2)$. (D) $(1; 2; 0)$.

Câu 89. Cho hai điểm $A(-1; -2; 2); B(0; 0; 1)$. Đường thẳng Δ qua B và vuông góc với Oy sao cho khoảng cách giữa A và Δ là nhỏ nhất. Tính khoảng cách nhỏ nhất đó.

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) 1. (C) 2. (D) $\frac{5}{2}$.

Câu 90. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 0; 3); B(0; 2; -1)$. Đường thẳng Δ qua A và vuông góc với đường thẳng Oz sao cho khoảng cách giữa B và Δ là lớn nhất. Tính khoảng cách lớn nhất đó.

- (A) $3\sqrt{3}$. (B) 5. (C) 2. (D) $\sqrt{21}$.

Câu 91. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và điểm $A(-1; 0; 1)$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với (P) sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (α) là lớn nhất. Tìm một vectơ pháp tuyến của (α) .

- (A) $(7; -4; 5)$. (B) $(1; 2; -2)$. (C) $(-2; 2; 1)$. (D) $(0; 3; 2)$.

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ và điểm $A(2; 1; -1), B(0; -1; 1)$. Mặt phẳng (α) qua A , vuông góc với (P) và hợp với đường thẳng AB một góc lớn nhất. Tính sin của góc lớn nhất đó.

- (A) $\frac{3\sqrt{2}}{9}$. (B) $\frac{\sqrt{78}}{9}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{65}}{9}$.

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 4; 0)$. Đường thẳng d thay đổi song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $(3; 0; -3)$. (B) $(-3; 0; -3)$. (C) $(0; 3; -5)$. (D) $(0; -3; -5)$.

Câu 94. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(5; 0; 0)$. Đường thẳng d thay đổi song song với trục Oy và cách trục Oy một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, khoảng cách từ $M(3; 1; 0)$ đến d bằng bao nhiêu?

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 0; 6)$. Đường thẳng d thay đổi sao cho d song song với trục Ox và cách trục Ox một khoảng bằng 4. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, viết phương trình mặt cầu tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d .

- ☐ A $(x - 3)^2 + y^2 + (z - 6)^2 = 4.$
☐ B $(x - 3)^2 + y^2 + (z - 6)^2 = 2.$
☐ C $(x - 3)^2 + y^2 + (z - 6)^2 = 16.$
☐ D $(x - 3)^2 + y^2 + (z - 6)^2 = 100.$

Câu 96. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; 10)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 5)^2 = 25$. Đường thẳng d thay đổi song song với trục Oy và cách trục Oy một khoảng bằng 8. Khi đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B . Tính độ dài AB .

- ☐ A $AB = 3.$
☐ B $AB = 4.$
☐ C $AB = 5.$
☐ D $AB = 6.$

Câu 97. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -4; 3)$, đường thẳng d vuông góc với (Oxy) và cách gốc toạ độ O một khoảng bằng 1. Khoảng cách từ A đến d lớn nhất thì d đi qua điểm nào sau đây?

- ☐ A $M(4; 0; 0).$
☐ B $M(0; 1; -1).$
☐ C $M(0; 1; -2).$
☐ D $M(1; 0; 4).$

Câu 98. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z = 0$ và điểm $M(1; 1; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

- ☐ A $2x + y - z = 0.$
☐ B $2x - y - z = 0.$
☐ C $4x - 2y + z = 0.$
☐ D $4x + 2y + z = 0.$

Câu 99. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(0; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 25$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua E nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất.

- ☐ A $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t. \\ z = 2 - t \end{cases}$
☐ B $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 + t. \\ z = 4 - t \end{cases}$
☐ C $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t. \\ z = 4 - t \end{cases}$
☐ D $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$

Câu 100. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt. Tính diện tích lớn nhất của tam giác OAB .

- ☐ A 4.
☐ B $2\sqrt{7}.$
☐ C $\sqrt{7}.$
☐ D $2\sqrt{2}.$

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1; 1; 1)$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 5z - 3 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB là tam giác đều. Phương trình của đường thẳng Δ là

- ☐ A $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}.$
☐ B $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}.$
☐ C $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}.$
☐ D $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}.$

Câu 102. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 19 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz sao cho (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

- ☐ A $x + y = 0.$
☐ B $x - 2y = 0.$
☐ C $x - y = 0.$
☐ D $x + 2y = 0.$

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z = 0$ và điểm $M(1; 1; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

- ☐ A $2x + y + 3z = 0.$
☐ B $x - 3y + 2z = 0.$
☐ C $x - y = 0.$
☐ D $2x - y + z = 0.$

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc mặt $(P): x + 2y + z - 7 = 0$ và đi qua hai điểm $A(1; 2; 1)$ và $B(2; 5; 3)$. Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng.

(A) $\frac{\sqrt{470}}{3}$.

(B) $\frac{\sqrt{546}}{3}$.

(C) $\frac{\sqrt{763}}{3}$.

(D) $\frac{\sqrt{345}}{3}$.

Câu 105. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 1; 1)$, $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$, $d_2: \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. Mặt cầu (S) đi qua A , có tâm I nằm trên d_1 , biết rằng (S) cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho $\widehat{BAC} = 90^\circ$. Tìm I .

(A) $I(2; 3; 2)$.

(B) $I(3; 4; 4)$.

(C) $I(1; 2; 0)$.

(D) $I(0; 0; 2)$.

Câu 106. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 0$ và điểm $A(4; 4; 0)$. Điểm B thuộc mặt cầu (S) sao cho tam giác OAB cân tại B và có diện tích bằng 8. Phương trình mặt phẳng qua ba điểm O, A, B là

(A) $z = 0$.

(B) $x - y - z = 0$.

(C) $x - y + 2z = 0$.

(D) $x - y + z = 0$.

Câu 107. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1; -2; \frac{5}{2}\right)$, $B\left(4; 2; \frac{5}{2}\right)$. Tìm hoành độ điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $\widehat{ABM} = 45^\circ$ và tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất.

(A) $\frac{5}{2}$.

(B) 1.

(C) $\frac{3}{2}$.

(D) 2.

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 3)$, $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 2 = 0$. Tìm hoành độ của C thuộc (P) sao cho $\triangle ABC$ cân tại C và có chu vi nhỏ nhất

(A) $\frac{4}{3}$.

(B) $\frac{2}{3}$.

(C) 1.

(D) $\frac{1}{3}$.

Câu 109. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 3z + 12 = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của (α) với ba trục tọa độ, đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với (α) có phương trình là

(A) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{-3}$.

(B) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-3}$.

(C) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-3}$.

(D) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-3}$.

Câu 110. Cho đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$, đường thẳng $d_2: \begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Lập phương trình đường thẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB nhỏ nhất.

(A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

(B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

(C) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-3}$.

(D) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 111. Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với $(Q): x + y - 2z + 3 = 0$ và cắt d_1, d_2 theo đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất.

(A) $x + y - 2z + 10 = 0$.

(B) $x + y - 2z = 0$.

(C) $x + y - 2z + 1 = 0$.

(D) $x + y - 2z - 7 = 0$.

Câu 112. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại A và B . Đường thẳng AB đi qua điểm có tọa độ là

- (A) $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. (B) $\left(1; 1; -\frac{4}{3}\right)$. (C) $\left(1; \frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. (D) $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 67 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-13}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{4}$. Qua d dựng các tiếp diện tới (S) , tiếp xúc với (S) tại A, B . Đường thẳng AB đi qua điểm nào sau đây?

- (A) $\left(\frac{23}{2}; \frac{1}{2}; 6\right)$. (B) $(8; 1; 4)$. (C) $(6; -9; 6)$. (D) $\left(\frac{17}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

Câu 114. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 7 - 4t \\ z = -1 + t \end{cases}$. Qua d dựng các tiếp diện tới (S) . Qua d dựng các tiếp diện tới (S) , tiếp xúc với (S) tại A, B . Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại A và B . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và d bằng

- (A) $\frac{8}{5}$. (B) $\frac{13}{5}$. (C) $\frac{16}{5}$. (D) $\frac{14}{5}$.

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 5 = 0$ và $(Q): 2x - y + z - 5 = 0$ lần lượt tại các điểm A, B . Độ dài AB bằng

- (A) $2\sqrt{3}$. (B) $2\sqrt{6}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) 4.

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho $E(2; 1; 3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

- (A) $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$.