

Câu 1: (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC thỏa mãn: $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C + 1 = 0$. Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác vuông.

Câu 2: (1,5 điểm)

Cho p là một số nguyên tố lẻ. Chứng minh rằng $A = 7^p - 5^p - 2$ luôn là bội số của $6p$.

Câu 3: (3 điểm)

1) Giải phương trình $4\sqrt{x+3} + 3(x+2) = x^2$.

2) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 1 \\ x^2 + 2xy - y^2 - 3x - y = -2 \end{cases}$$

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho O, I lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ABC . Đường thẳng vuông góc với AI tại A cắt BI, CI tại K, M . Gọi B', C' lần lượt là giao điểm của BI với AC và CI với AB . Đường thẳng $B'C'$ cắt đường tròn (O) tại N, E .

1. Chứng minh rằng KM, NE, BC đồng quy.

2. Chứng minh rằng M, N, E, K đồng viên.

Câu 5: (1 điểm)

Cho $a, b, c > 0, abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{4a^3}{(1+b)(1+c)} + \frac{4b^3}{(1+a)(1+c)} + \frac{4c^3}{(1+b)(1+a)} \geq 3$$

..... Hết