

Câu 1. (1,0 điểm): Tìm các tập hợp sau:

a/ $(2;5) \cap [4;7]$

b/ $(1;5) \setminus [3;7]$

Câu 2. (1,0 điểm): Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(0;3)$ và $B(1;1)$

Câu 3. (1,0 điểm): Xác định Parabol $y = ax^2 + bx + c$ biết rằng Parabol đó đi qua điểm $A(0;5)$ và đỉnh $I(2;1)$

Câu 4. (2,0 điểm): Giải các phương trình sau:

a/ $|2x + 5| = |3x - 2|$

b/ $\sqrt{4x - 7} = 2x - 5$

c/ $\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 1} = 1$

Câu 5. (1,0 điểm): Cho phương trình $x^2 + 2x + m = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Câu 6. (1,0 điểm): Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x + xy + y = 2 \end{cases}$$

Câu 7. (2,0 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 3 điểm $A(1; 2); B(-2; 6); C(4; 4)$

a/ Chứng minh 3 điểm A, B, C không thẳng hàng

b/ Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.

Câu 8. (0,5 điểm): Cho tam giác ABC. Gọi D, E lần lượt là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Điểm K trên đoạn thẳng AD sao cho B, K, E thẳng hàng. Tìm tỉ số $\frac{AD}{AK}$.

Câu 9. (0,5 điểm): Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x - y)(x^2 + xy + y^2 + 3) = 3(x^2 + y^2) + 2 \\ x^2y + x^2 - 2x - 12 = 0 \end{cases}$$

-----Hết-----

Câu 1. (1,0 điểm): Tìm các tập hợp sau:

a/ $(1;4) \cap [3;8]$

b/ $(2;6) \setminus [4;8)$

Câu 2. (1,0 điểm): Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(0; -3)$ và $B(2; 5)$

Câu 3. (1,0 điểm): Xác định Parabol $y = ax^2 + bx + c$ biết rằng Parabol đó đi qua điểm $A(0; 2)$ và đỉnh $I(1; 1)$

Câu 4. (2,0 điểm): Giải các phương trình sau:

a/ $|3x + 1| = |2x - 4|$

b/ $\sqrt{5 - x} = x - 3$

c/ $\sqrt{x + 3} - \sqrt{x} = 1$

Câu 5. (1,0 điểm): Cho phương trình $x^2 + 3x + m = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 17$.

Câu 6. (1,0 điểm): Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 3(x + y) + y^2 = 28 \\ x + xy + y = 11 \end{cases}$$

Câu 7. (2,0 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 3 điểm $A(-1; 3); B(2; -5); C(3; 4)$

a/ Chứng minh 3 điểm A, B, C không thẳng hàng

b/ Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABDC là hình bình hành.

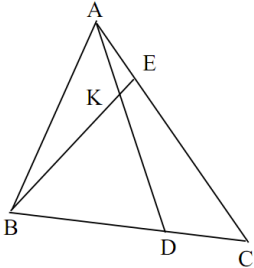
Câu 8. (0,5 điểm): Cho tam giác ABC có trọng tâm G và điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NB} - 3\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{0}$. Gọi P là giao điểm của AC và GN , tính tỉ số $\frac{PA}{PC}$.

Câu 9. (0,5 điểm): Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

-----Hết-----

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
1	a	$(2;5) \cap [4;7] = [4;5)$	0.5
	b	$(1;5) \setminus [3;7) = (1;3)$	0.5
2		Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} b = 3 \\ a + b = 1 \end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -2 \end{cases}$	0.25
		Vậy $y = -2x + 3$	0.25
3		Câu 3. (1,0 điểm): Xác định Parabol $y = ax^2 + bx + c$ biết rằng Parabol đó đi qua điểm $A(0;5)$ và đỉnh $I(2;1)$	
		Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} c = 5 \\ 4a + 2b + c = 1 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \end{cases}$	0.5
		$\begin{cases} c = 5 \\ b = -4 \\ a = 1 \end{cases}$	0.25
		Vậy Parabol là: $y = x^2 - 4x + 5$	0.25
4	a	Câu 4. (2,0 điểm): Giải các phương trình sau: a/ $ 2x + 5 = 3x - 2 $	

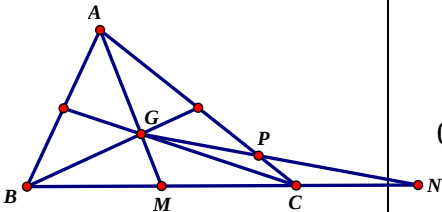
		$ 2x+5 = 3x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5=3x-2 \\ 2x+5=-3x+2 \end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=\frac{-3}{5} \end{cases}$	0.25
	b	$\sqrt{4x-7}=2x-5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5 \geq 0 \\ 4x-7=(2x-5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5}{2} \\ 4x^2-24x+32=0 \end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5}{2} \\ x=2(l) \\ x=4(tm) \end{cases} \Leftrightarrow x=4$	0.25
	c	$\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=1$ Đk: $x \geq 1$ $\sqrt{x+1}=1+\sqrt{x-1}$ $\Rightarrow x+1=1+x-1+2\sqrt{x-1}$	0.25
		$\Rightarrow 1=2\sqrt{x-1}$ $\Rightarrow 1=4(x-1)$ $\Rightarrow x=\frac{5}{4}(tm)$ KL: Nghiệm phương trình $x=\frac{5}{4}$	0.25
5		Câu 5. (1,0 điểm): Cho phương trình $x^2+2x+m=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1^2+x_2^2=10$.	
		Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1-m > 0 \Leftrightarrow m < 1$	0.25
		Theo Vi ét ta có: $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=-2 \\ x_1 \cdot x_2=m \end{cases}$	0.25
		Ta có: $x_1^2+x_2^2=10 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=10$	0.25
		$\Leftrightarrow (-2)^2-2m=10 \Leftrightarrow m=-3 \quad (tm)$	0.25
6		Câu 6. (1,0 điểm): Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2+xy+y^2=4 \\ x+xy+y=2 \end{cases}$	

		$\begin{cases} (x+y)^2 - xy = 4 \\ (x+y) + xy = 2 \end{cases} \text{ Đặt } \begin{cases} x+y = S \\ xy = P \end{cases} ; (S^2 \geq 4P)$	0.25
		ta có: $\begin{cases} S^2 - P = 4 \\ S + P = 2 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} S = -3; & P = 5 & (l) \\ S = 2; & P = 0 & (tm) \end{cases}$	0.25
		Giải ra được $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2; & y = 0 \\ x = 0; & y = 2 \end{cases}$	0.25
7		Câu 7. (2,0 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 3 điểm $A(1;2); B(-2;6); C(4;4)$	
	a	a/ Chứng minh 3 điểm A, B, C không thẳng hàng Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3;4); \overrightarrow{AC} = (3;2)$	0.5
		Mà: $\frac{-3}{3} \neq \frac{4}{2} \Rightarrow$ Ba điểm A; B; C không thẳng hàng	0.5
	b	b/ Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành. Gọi $D = (x; y)$ Để tứ giác ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (-3;4) = (4-x; 4-y)$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow D(7;0)$	0.5
8		Câu 8. (1,0 điểm): Cho tam giác ABC. Gọi D, E lần lượt là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Điểm K trên đoạn thẳng AD sao cho B, K, E thẳng hàng. Tìm tỉ số $\frac{AD}{AK}$.	
			0,25

		Vì $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ (1) Giả sử: $\overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{BK} = x\overrightarrow{BD} + (1-x)\overrightarrow{BA}$ (1)	
		Mà: $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{BK} = \frac{2x}{3}\overrightarrow{BD} + (1-x)\overrightarrow{BA}$ Do $\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}$ không cùng phương nên: $\frac{m}{4} - \frac{2x}{3} = 0; 1 - x - \frac{3m}{4} = 0$ Từ đó suy ra $x = \frac{1}{3}; m = \frac{8}{9}$ Vậy $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \Rightarrow \frac{AD}{AK} = 3$	0,25
9		Câu 9. (0,5 điểm): Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2+3) = 3(x^2+y^2)+2 \\ x^2y+x^2-2x-12=0 \end{cases}$	
		$\begin{aligned} (x-y)(x^2+xy+y^2+3) &= 3(x^2+y^2)+2 \\ \Leftrightarrow (x-y)(x^2+xy+y^2) + 3(x-y) &= 3(x^2+y^2)+2 \\ \Leftrightarrow x^3-y^3+3(x-y) &= 3x^2+3y^2+2 \\ \Leftrightarrow x^3-3x^2+3x-1 &= y^3+3y^2+3y+1 \\ \Leftrightarrow (x-1)^3 &= (y+1)^3 \Leftrightarrow x-1 = y+1 \Leftrightarrow y = x-2 \end{aligned}$	0,25
		Thế $y = x-2$ vào phương trình (2) ta có $x^2(x-2)+x^2-2x-12=0 \Leftrightarrow x^3-x^2-2x-12=0.$ $\Leftrightarrow (x-3)(x^2+2x+4)=0 \Leftrightarrow x=3 \Rightarrow y=1. \text{ Hệ có nghiệm } \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$	0,25

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
1	a	$(1;4) \cap [3;8] = [3;4)$	0.5
	b	$(2;6) \setminus [4;8) = (2;4)$	0.5
2		Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} b = -3 \\ 2a + b = 5 \end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -3 \\ a = 4 \end{cases}$	0.25
		Vậy $y = 4x - 3$	0.25
3		Câu 3. (1,0 điểm): Xác định Parabol $y = ax^2 + bx + c$ biết rằng Parabol đó đi qua điểm $A(0;2)$ và đỉnh $I(1;1)$	
		Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} c = 2 \\ a + b + c = 1 \\ \frac{-b}{2a} = 1 \end{cases}$	0.5
		$\begin{cases} c = 2 \\ b = -2 \\ a = 1 \end{cases}$	0.25
		Vậy Parabol là: $y = x^2 - 2x + 2$	0.25
4	a	Câu 4. (2,0 điểm): Giải các phương trình sau: a/ $ 3x+1 = 2x-4 $	

		$ 3x+1 = 2x-4 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1=2x-4 \\ 3x+1=-2x+4 \end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ x=\frac{3}{5} \end{cases}$	0.25
	b	b/ $\sqrt{5-x}=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 5-x=(x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2-5x+4=0 \end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x=1(l) \\ x=4(tm) \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x=4$	0.25
	c	$\sqrt{x+3}-\sqrt{x}=1$ Đk: $x \geq 0$ $\sqrt{x+3}=1+\sqrt{x}$ $\Rightarrow x+3=1+x+2\sqrt{x}$	0.25
		$\Rightarrow 2=2\sqrt{x}$ $\Rightarrow \sqrt{x}=1$ $\Rightarrow x=1 \text{ (tm)}$ KL: Nghiệm phương trình $x=1$	0.25
5		Câu 5. (1,0 điểm): Cho phương trình $x^2+3x+m=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1^2+x_2^2=17$.	
		Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9-4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$	0.25
		Theo Vi ét ta có: $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=-3 \\ x_1 \cdot x_2=m \end{cases}$	0.25
		Ta có: $x_1^2+x_2^2=17 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=17$	0.25
		$\Leftrightarrow (-3)^2-2m=17 \Leftrightarrow m=-4 \text{ (tm)}$	0.25
6		Câu 6. (1,0 điểm): Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+3(x+y)+y^2=28 \\ x+xy+y=11 \end{cases}$	

		$\begin{cases} (x+y)^2 + 3(x+y) - 2xy = 28 \\ (x+y) + xy = 11 \end{cases} \text{ Đặt } \begin{cases} x+y = S \\ xy = P \end{cases} ; (S^2 \geq 4P)$	0.25
		ta có: $\begin{cases} S^2 + 3S - 2P = 28 \\ S + P = 11 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} S = -10; & P = 21 \quad (tm) \\ S = 5; & P = 6 \quad (tm) \end{cases}$	0.25
		Giải ra được $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3; & y = -7 \\ x = -7; & y = -3 \\ x = 2; & y = 3 \\ x = 3; & y = 2 \end{cases}$	0.25
7		Câu 7. (2,0 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 3 điểm $A(-1;3); B(2;-5); C(3;4)$	
	a	a/ Chứng minh 3 điểm A, B, C không thẳng hàng Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3;-8); \overrightarrow{AC} = (4;1)$	0.5
		Mà: $\frac{3}{4} \neq \frac{-8}{1} \Rightarrow$ Ba điểm A; B; C không thẳng hàng	0.5
	b	b/ Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABDC là hình bình hành. Gọi $D = (x; y)$ Để tứ giác ABDC là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (3;-8) = (x-3; y-4)$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow D(6;-4)$	0.5
8		Câu 8. (1,0 điểm): Cho tam giác ABC có trọng tâm G và điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NB} - 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Gọi P là giao điểm của AC và GN, tính tỉ số $\frac{PA}{PC}$.	
		Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Đặt $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{GP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AG} = k\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ $= \left(k - \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$ 	0,25

		$\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \frac{7}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$	
		Ba điểm G, P, N thẳng hàng nên hai vectơ $\overrightarrow{GP}, \overrightarrow{GN}$ cùng phương. Do đó $\frac{k - \frac{1}{3}}{\frac{7}{6}} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{5}{6}} \Leftrightarrow \frac{k - \frac{1}{3}}{\frac{7}{6}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow k - \frac{1}{3} = \frac{7}{15} \Leftrightarrow k = \frac{4}{5} \Rightarrow \overrightarrow{AP} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$ $\Rightarrow AP = \frac{4}{5}AC \Rightarrow \frac{PA}{PC} = 4$	0,25
9		Câu 9. (0,5 điểm): Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$	
		Ta có: $2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 2xy + y + xy - 2x^2 + x - 2y + 4x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow y(y - 2x + 1) + x(y - 2x + 1) - 2(y - 2x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow (y - 2x + 1)(y + x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ Như thế: $\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} y = 2 - x \\ x^2 + (2 - x)^2 + x + (2 - x) - 4 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x^2 + (2x - 1)^2 + x + (2x - 1) - 4 = 0 \end{cases} \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} y = 2 - x \\ 2x^2 - 4x + 2 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 5x^2 - x - 4 = 0 \end{cases} \end{cases}$	0,25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{-4}{5} \\ y = \frac{-13}{5} \end{cases}$	
--	--	--	--

Vậy hệ có nghiệm $(x; y)$ là $(1; 1); \left(\frac{-4}{5}; \frac{-13}{5}\right)$