

TỈ SỐ THỂ TÍCH

A. BÀI TẬP

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi, tam giác ABD đều cạnh a , tam giác BCD cân tại C và $\widehat{BCD} = 120^\circ$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB , SC , SD lần lượt tại M , N , P . Tính thể tích khối chóp $S.AMNP$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{42}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{21}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{14}$.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc SC cắt SC, SB, SD lần lượt tại B', C', D' . Biết rằng $3SB' = 2SB$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{9}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{9}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = \widehat{BSC} = 60^\circ$ và $SA = 2$; $SB = 3$; $SC = 7$. Tính thể tích V của khối chóp.

- A. $V = 4\sqrt{2}$. B. $V = \frac{7\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{7\sqrt{2}}{3}$. D. $V = 7\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD , cắt SB và SD lần lượt tại B' và D' . Tỷ số $\frac{V_{S.AB'MD'}}{V_{S.ABCD}}$ là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA , MC . Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{6}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{2}$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Tính thể tích V của khối chóp $A'.AB'C'$.

- A. $V = 3$. B. $V = \frac{1}{2}$. C. $V = \frac{1}{4}$. D. $V = \frac{1}{3}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A , B , C lần lượt thay đổi trên các trục Ox , Oy , Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số giữa diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 8. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $12\sqrt{3}a^3$. Thể tích khối chóp $A'.ABC$ là.

- A. $V = 4\sqrt{3}a^2$. B. $V = 2\sqrt{3}a^3$. C. $V = 4\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M , N , P , Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB , SD , CD , BC . Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{8}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có A' và B' lần lượt là trung điểm của SA và SB . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 24. Tính thể tích V của khối chóp $S.A'B'C$.

A. $V = 3$ B. $V = 12$ C. $V = 8$ D. $V = 6$

Câu 11. Cho khối tứ diện có thể tích V . Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy một góc 45° . H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SD mặt phẳng (AHK) , cắt SC tại I . Khi đó thể tích của khối chóp $S.AHIK$ là:

A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{18}$. D. $V = \frac{a^3}{36}$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$, M là trung điểm của cạnh BC . Thể tích của khối chóp $S.MAB$ là $2a^3$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{1}{2}a^3$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V . Trên các cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $SM = 3MB, SN = NC$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SD tại điểm P . Tính thể tích của khối chóp $S.MNP$ theo V .

A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{9V}{80}$. D. $\frac{7V}{40}$.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và I là trung điểm CD , M là trung điểm BI . Tính thể tích V của khối chóp $A.MCD$.

A. $V = 4$. B. $V = 6$. C. $V = 3$. D. $V = 5$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC . Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{3}$.

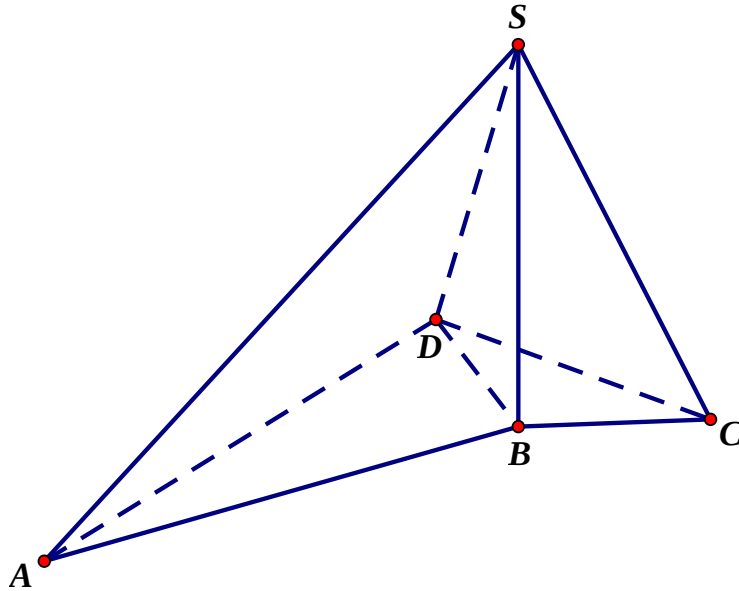
Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = 1, DA \perp (ABC)$. $\triangle ABC$ là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên ba cạnh DA, DB, DC lấy điểm M, N, P mà $\frac{DM}{DA} = \frac{1}{2}, \frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}, \frac{DP}{DC} = \frac{3}{4}$. Thể tích V của tứ diện $MNPD$ bằng

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{96}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{96}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Trên cạnh SA lấy A' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với mặt đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Tính thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$.

A. $\frac{V}{81}$. B. $\frac{V}{27}$. C. $\frac{V}{3}$. D. $\frac{V}{9}$.

- Câu 19.** Cho tứ diện $ABCD$ có $DA=1$; $DA \perp (ABC)$. $\triangle ABC$ là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên cạnh DA, DB, DC lấy 3 điểm M, N, P sao cho $\frac{DM}{DA} = \frac{1}{2}$; $\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$; $\frac{DP}{DC} = \frac{3}{4}$. Thể tích của tứ diện $MNPD$ bằng
- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{96}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{96}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.
- Câu 20.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là a^3 . Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là:
- A. $\frac{a^3}{16}$ B. $\frac{a^3}{8}$ C. $\frac{a^2}{4}$ D. $\frac{a^3}{6}$
- Câu 21.** Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C$ và $S.ABC$ bằng:
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tỉ số thể tích của khối chóp $S.MNPQ$ và khối chóp $S.ABCD$ là.
- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 23.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA = AD = 2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là
- A. $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$. B. $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$.
- Câu 24.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 48, đáy $ABCD$ hình thoi. Các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc SA, SB, SC, SD thỏa: $SA = 2SM, SB = 3SN, SC = 4SP, SD = 5SQ$. Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là.
- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{6}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{8}{5}$.
- Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.
- A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.
- Câu 26.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối $ABCD$ bằng:
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{8}$.
- Câu 27.** Cho hình đa diện như hình vẽ



Biết $SA=6$, $SB=3$, $SC=4$, $SD=2$ và $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSD}=\widehat{DSA}=\widehat{BSD}=60^\circ$. Thể tích khối đa diện $S.ABCD$ là

- A. $10\sqrt{2}$. B. $6\sqrt{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $30\sqrt{2}$.

Câu 28. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh MN, MP, MQ . Tính tỉ số thể tích

$$\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}.$$

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA=a\sqrt{2}$. Gọi B' , D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB , SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' . Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:

- A. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $V=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối chóp $S.AHK$ và $S.ACD$ với H, K lần lượt là trung điểm của SC và SD .

Tính độ dài đường cao của khối chóp $S.ABCD$ và tỉ số $k=\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $h=2a; k=\frac{1}{8}$. B. $h=2a; k=\frac{1}{3}$. C. $h=a; k=\frac{1}{4}$. D. $h=a; k=\frac{1}{6}$.

Câu 31. Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC vuông góc từng đôi một và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC . Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. a^3 . C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA; SB' = \frac{1}{4}SB; SC' = \frac{1}{2}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V}{V'}$ là

- A. $\frac{1}{12}$. B. 24. C. $\frac{1}{24}$. D. 12.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Một mặt phẳng đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SD, SC lần lượt tại B', D', C' . Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 34. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2017. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD . Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

- A. $\frac{2017}{27}$. B. $\frac{4034}{81}$. C. $\frac{8068}{27}$. D. $\frac{2017}{9}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$, M là trung điểm của cạnh SA . Tỉ số thể tích của khối chóp $S.MBC$ và thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

- A. 1. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi $B'; D'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C' . Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$

- A. $\frac{16a^3}{45}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ, \widehat{ASC} = 90^\circ, SA = SB = a; SC = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là:

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = 1, DA \perp (ABC)$. $\triangle ABC$ là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên ba cạnh DA, DB, DC lấy điểm M, N, P mà $\frac{DM}{DA} = \frac{1}{2}, \frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}, \frac{DP}{DC} = \frac{3}{4}$. Thể tích V của tứ diện $MNPD$ bằng:

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{96}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{96}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tính thể tích khối chóp $S.MNC$ biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $8a^3$.

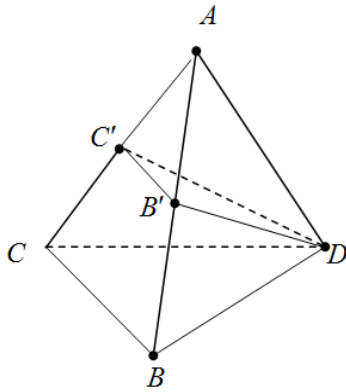
- A. $V_{SMNC} = a^3$. B. $V_{SMNC} = 2a^3$. C. $V_{SMNC} = 6a^3$. D. $V_{SMNC} = 4a^3$.

Câu 40. Một hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Thể tích của khối chóp có đáy là đáy của lăng trụ và đỉnh là một điểm bất kì trên đáy còn lại là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b \cos \alpha$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b \sin \alpha$. C. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b \cos \alpha$. D. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b \sin \alpha$.

- Câu 41.** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. 4.
- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện lồi $SA'B'C'D'$.
- A. $V = \frac{3}{2}$. B. $V = 9$. C. $V = 4$. D. $V = 6$.
- Câu 43.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:
- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{6}{5}$.
- Câu 44.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D ; N là trung điểm của SC , mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.
- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{7}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{7}{3}$.
- Câu 45.** Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng V . Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB , N là điểm nằm giữa AC sao cho $AN = 2NC$. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMN$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.
- A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{6}$. B. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$.
- Câu 46.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC . Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng
- A. $\frac{V}{16}$. B. $\frac{V}{8}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{2}$.
- Câu 47.** Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và I là trung điểm CD , M là trung điểm BI . Tính thể tích V của khối chóp $AMCD$.
- A. $V = 5$. B. $V = 4$. C. $V = 6$. D. $V = 3$.
- Câu 48.** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = 9, SB = 4, SC = 8$ và đôi một vuông góc. Các điểm A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{SA} = 2\overrightarrow{SA'}$, $\overrightarrow{SB} = 3\overrightarrow{SB'}$, $\overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SC'}$. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ là
- A. 2. B. 24. C. 16. D. 12.
- Câu 49.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với mặt đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Khi đó thể tích chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:
- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{27}$. C. $\frac{V}{9}$. D. $\frac{V}{81}$.
- Câu 50.** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

- Câu 51.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Lấy A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Khi đó thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ là:
- A. $\frac{V}{81}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{9}$. D. $\frac{V}{27}$.
- Câu 52.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 18, đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SD sao cho $SM = 2MD$. Mặt phẳng (ABM) cắt SC tại N . Tính thể tích khối chóp $S.ABNM$.
- A. 9. B. 6. C. 10. D. 12.
- Câu 53.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm BC . Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SM cắt SB, SC lần lượt tại E, F . Biết $V_{S.AEF} = \frac{1}{4}V_{S.ABC}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{8}$. C. $V = \frac{2a^3}{5}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.
- Câu 54.** Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm các tam giác SAB, SAC, SAD chia khối chóp này thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 ($V_1 < V_2$). Tính tỉ lệ $\frac{V_1}{V_2}$.
- A. $\frac{16}{75}$. B. $\frac{8}{27}$. C. $\frac{16}{81}$. D. $\frac{8}{19}$.
- Câu 55.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Tỉ số $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ là
- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{1}{8}$.
- Câu 56.** Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng:
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 57.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.
- A. $V = \frac{1}{3}$. B. $V = \frac{1}{6}$. C. $V = \frac{1}{12}$. D. $V = \frac{2}{3}$.
- Câu 58.** Cho hình chóp $A.BCD$ có đáy BCD là tam giác vuông tại C với $BC = a, CD = a\sqrt{3}$. Hai mặt (ABD) và (ABC) cùng vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Biết $AB = a, M, N$ lần lượt thuộc cạnh AC, AD sao cho $AM = 2MC, AN = ND$. Thể tích khối chóp $A.BMN$ là
- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.
- Câu 59.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB và AC . Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$.



- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 60. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . $mp(ABC)$ qua A vuông góc với đường thẳng SB cắt SB, SC lần lượt tại H, K . Gọi V_1, V_2 tương ứng là thể tích của các khối chóp $S.AHK$ và $S.ABC$. Cho biết tam giác SAB vuông cân, tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$.

Câu 61. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ là

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 62. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V , khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $\frac{81V}{8}$. B. $\frac{27V}{4}$. C. $\left(\frac{9}{2}\right)^2 V$. D. $\frac{9V}{4}$.

Câu 63. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, M là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD tại N, K . Tính tỉ số thể tích của khối $S.ANMK$ và khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{5}$

Câu 64. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên các đoạn SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{2}SA; SB' = \frac{1}{3}SB; SC' = \frac{1}{4}SC$. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'$ và $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Thể tích của khối chóp $S.ABM$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

- Câu 66.** Cho hình chóp $S.ABC$, M là trung điểm của SB , điểm N thuộc cạnh SC thỏa $SN = 2NC$. Tính tỉ số $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$.
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 67.** Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau, $AB = a$; $AC = 2a$ và $AD = 3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BD, CD . Tính thể tích V của tứ diện $ADMN$.
- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.
- Câu 68.** Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .
- A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 69.** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.
- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{12}$.
- Câu 70.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Điểm P là trung điểm của SC , một mặt phẳng qua AP cắt các cạnh SD và SB lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$.
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{1}{8}$.
- Câu 71.** Cho tứ diện đều $S.ABC$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác $\triangle SAB, \triangle SBC, \triangle SCA$. Tính $\frac{V_{S.G_1G_2G_3}}{V_{S.ABC}}$.
- A. $\frac{1}{48}$. B. $\frac{2}{27}$. C. $\frac{1}{36}$. D. $\frac{2}{81}$.
- Câu 72.** Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$, $SB' = \frac{1}{3}SB$, $SC' = \frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là
- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{27}$. D. $\frac{1}{9}$.
- Câu 73.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Gọi M là trung điểm của SB . P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = 2DP$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh SC tại N . Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMNP$ theo V .
- A. $V_{ABCDMNP} = \frac{23}{30}V$. B. $V_{ABCDMNP} = \frac{7}{30}V$. C. $V_{ABCDMNP} = \frac{19}{30}V$. D. $V_{ABCDMNP} = \frac{2}{5}V$.
- Câu 74.** Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Thể tích của khối chóp $A'.BCO$ bằng
- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

- Câu 75.** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{16}$.
- Câu 76.** Cho tứ diện $S.ABC$ có thể tích V . Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của SA, SB và SC . Thể tích khối tứ diện có đáy là tam giác MNP và đỉnh là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (ABC) bằng
- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{8}$. D. $\frac{V}{2}$.
- Câu 77.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là trung điểm của SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD cắt SB tại E và cắt SD tại F . Tính thể tích V khối chóp $S.AEMF$.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.
- Câu 78.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối cầu ngoại tiếp, thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đã cho. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{9}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{27}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{8}$.
- Câu 79.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA . Mặt phẳng MBC chia hình chóp thành 2 phần. Tỉ số thể tích của phần trên và phần dưới là
- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{5}{8}$.
- Câu 80.** Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB . Khi đó tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C}}$ bằng
- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 4.
- Câu 81.** Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = a\sqrt{3}, AC = 2a$ và $AD = 2a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên DB, DC . Tính thể tích V của tứ diện $AHKD$.
- A. $V = \frac{2\sqrt{3}}{7}a^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}}{21}a^3$. C. $V = \frac{2\sqrt{3}}{21}a^3$. D. $V = \frac{4\sqrt{3}}{7}a^3$.
- Câu 82.** Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{SABC}}{V_{S.A'B'C}}$.
- A. 4. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 83.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng:
- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{6}$.
- Câu 84.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ADMN$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}. \quad \text{C. } V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{16}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ là

$$\text{A. } \frac{1}{2}. \quad \text{B. } \frac{1}{4}. \quad \text{C. } \frac{1}{8}. \quad \text{D. } \frac{1}{16}.$$

Câu 86. Cho điểm M nằm trên cạnh SA , điểm N nằm trên cạnh SB của hình chóp tam giác $S.ABC$ sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A , V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

$$\text{A. } \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}. \quad \text{B. } \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{6}. \quad \text{C. } \frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{5}. \quad \text{D. } \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}.$$

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và có thể tích bằng 8. Tính thể tích V của khối chóp $S.OCD$.

$$\text{A. } V = 4. \quad \text{B. } V = 5. \quad \text{C. } V = 2. \quad \text{D. } V = 3.$$

Câu 88. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

$$\text{A. } V = 6. \quad \text{B. } V = 5. \quad \text{C. } V = 3. \quad \text{D. } V = 4.$$

Câu 89. Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC} = 6a^3$. Gọi M, N, Q lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, SC sao cho $SM = MA, SN = NB, SQ = 2QC$. Tính $V_{S.MNQ}$:

$$\text{A. } \frac{a^3}{2}. \quad \text{B. } a^3. \quad \text{C. } 2a^3. \quad \text{D. } 3a^3.$$

Câu 90. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$ là:

$$\text{A. } \frac{V}{27}. \quad \text{B. } \frac{V}{18}. \quad \text{C. } \frac{V}{4}. \quad \text{D. } \frac{V}{12}.$$

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

$$\text{A. } \frac{1}{2}. \quad \text{B. } \frac{1}{16}. \quad \text{C. } \frac{1}{4}. \quad \text{D. } \frac{1}{8}.$$

Câu 92. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN, MP, MQ . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$.

$$\text{A. } \frac{1}{3}. \quad \text{B. } \frac{1}{6}. \quad \text{C. } \frac{1}{8}. \quad \text{D. } \frac{1}{4}.$$

Câu 93. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = 3a\sqrt{2}, SC = 2a\sqrt{3}, \widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$. Trên các cạnh SB, SC lấy các điểm B', C' sao cho $SA = SB' = SC' = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

$$\text{A. } 2a^3\sqrt{3}. \quad \text{B. } 3a^3\sqrt{3}. \quad \text{C. } a^3\sqrt{3}. \quad \text{D. } \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k, 0 < k < 1$. Khi đó giá trị của k để mặt phẳng (BMC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau là

- A. $k = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$. B. $k = \frac{-1+\sqrt{2}}{2}$. C. $k = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. D. $k = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$.

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$; SA vuông góc mặt phẳng (ABC) , Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Gọi M là trung điểm của SC , thể tích khối chóp $S.ABM$ là.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 96. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AMND$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 97. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 8. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA . Thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng:

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 98. Cho khối chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 99. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = 1$, $SC = 3$. Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{3}SC$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABM$.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{36}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{36}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 100. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Khi đó thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:

- A. $\frac{V}{27}$. B. $\frac{V}{9}$. C. $\frac{V}{3}$. D. $\frac{V}{81}$.

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành có M là trung điểm SC . Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại P và Q . Khi đó $\frac{V_{SAPMQ}}{V_{SABCD}}$ bằng

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{4}{9}$.

Câu 102. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$, $SB' = \frac{1}{3}SB$, $SC' = \frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{27}$.

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA và N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = 3NC$. Tính tỉ số k giữa thể tích khối chóp $ABMN$ và thể tích khối chóp $SABC$.

A. $k = \frac{2}{5}$. B. $k = \frac{1}{3}$. C. $k = \frac{3}{8}$. D. $k = \frac{3}{4}$.

Câu 104. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 6. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Tính thể tích V của khối chóp $S.MNP$.

A. $V = 3$. B. $V = \frac{3}{2}$. C. $V = \frac{9}{2}$. D. $V = 4$.

Câu 105. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là V . Điểm M thay đổi trong tam giác BCD . Các đường thẳng qua M và song song với AB, AC, AD lần lượt cắt các mặt phẳng $(ACD), (ABD), (ABC)$ tại N, P, Q . Giá trị lớn nhất của khối $MNPQ$ là:

A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{54}$. C. $\frac{V}{27}$. D. $\frac{V}{16}$.

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và SB . Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}$ là

A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD . Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P . Đặt $\frac{SQ}{SB} = x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNPQ$, V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1 = \frac{1}{2}V$.

A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}$. C. $x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4}$. D. $x = \sqrt{2}$.

Câu 108. Cho hình chóp $SABC$. Gọi $M; N$ lần lượt là trung điểm $SB; SC$. Khi đó $\frac{V_{SABC}}{V_{SAMN}}$ là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{16}$. D. 4.

Câu 109. Cho khối chóp $S.ABC$ có $M \in SA, N \in SB$ sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MS}, \overrightarrow{NS} = -2\overrightarrow{NB}$. Mặt phẳng (α) qua hai điểm M, N và song song với SC chia khối chóp thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện đó (số bé chia số lớn).

A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của S trên AB, AC . Tính thể tích hình chóp $S.AB'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{24}$. B. $V = \frac{a^3}{48}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 111. Cho khối tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a , M là trung điểm DC . Thể tích V của khối chóp $M.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

- Câu 112.** Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 6. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Thể tích V của khối chóp $S.MNP$ là
- A. $V = 3$. B. $V = \frac{3}{2}$. C. $V = 4$. D. $V = \frac{9}{2}$.
- Câu 113.** Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA, SB' = \frac{1}{3}SB, SC' = \frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là
- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{27}$.
- Câu 114.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.
- A. $V = \frac{2}{3}$. B. $V = \frac{1}{3}$. C. $V = \frac{1}{12}$. D. $V = \frac{1}{6}$.
- Câu 115.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Điểm P là trung điểm của SC , một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD và SB lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?
- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 116.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Điểm I thuộc đoạn SA . Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số $k = \frac{IA}{IS}$?
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 117.** Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V , gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACD, ABD và BCD . Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng
- A. $\frac{V}{27}$. B. $\frac{V}{9}$. C. $\frac{4V}{27}$. D. $\frac{4V}{9}$.
- Câu 118.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3a, AC = 2a$ và $AD = 4a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $ABCD$ biết $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 60^\circ$.
- A. $V = 2\sqrt{3}a^3$. B. $V = 6\sqrt{2}a^3$. C. $V = 6\sqrt{3}a^3$. D. $V = 2\sqrt{2}a^3$.
- Câu 119.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.
- A. $V = \frac{1}{3}$. B. $V = \frac{1}{6}$. C. $V = \frac{1}{12}$. D. $V = \frac{2}{3}$.
- Câu 120.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi A' là điểm trên cạnh SA sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{3}{4}$. Mặt phẳng (P) đi qua A' và song song với $(ABCD)$ cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Mặt phẳng (P) chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần đó là:
- A. $\frac{37}{98}$. B. $\frac{27}{37}$. C. $\frac{4}{19}$. D. $\frac{27}{87}$.

Câu 121. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích bằng V . Gọi I là trọng tâm tam giác SBD . Một mặt phẳng chứa AI và song song với BD cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Khi đó thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ bằng:

- A. $\frac{V}{9}$. B. $\frac{V}{27}$. C. $\frac{V}{3}$. D. $\frac{V}{18}$.

Câu 122. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$ và BC . Mặt phẳng (DMN) chia hình lập phương thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh A , V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{55}{89}$. B. $\frac{37}{48}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 123. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD sao cho $MA = MB, NB = 2NC, PC = 2PD$. Mặt phẳng (MNP) chia tứ diện thành hai phần. Gọi T là tỉ số thể tích của phần nhỏ chia phần lớn. Giá trị của T bằng?

- A. $\frac{19}{26}$ B. $\frac{26}{45}$ C. $\frac{13}{25}$ D. $\frac{25}{43}$

Câu 124. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 125. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, SAB, SBC, SCA . Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ theo a .

- A. $\frac{2a^3}{27}$. B. $\frac{a^3}{27}$. C. $\frac{2a^3}{9}$. D. $\frac{a^3}{9}$.

Câu 126. Cho tứ diện $ABCD$ cạnh bằng 1. Xét điểm M trên cạnh DC mà $4DM = DC$. Thể tích tứ diện $ABMD$ bằng.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{48}$.

Câu 127. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC}$. B. $V_{S.ABCD} = 4V_{S.ABC}$. C. $V_{S.ABCD} = 6V_{S.ABC}$. D.

$$V_{S.ABCD} = 3V_{S.ABC}.$$

Câu 128. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D ; N là trung điểm của SC , mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.

- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 129. Cho khối chóp $S.ABC$; M và N lần lượt là trung điểm của cạnh SA, SB ; thể tích khối chóp $S.MNC$ bằng a^3 . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng.

- A. a^3 . B. $12a^3$. C. $8a^3$. D. $4a^3$.

Câu 130. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và SB . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}$ là:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{5}{8}$.

D. $\frac{3}{8}$.

TỈ SỐ THỂ TÍCH

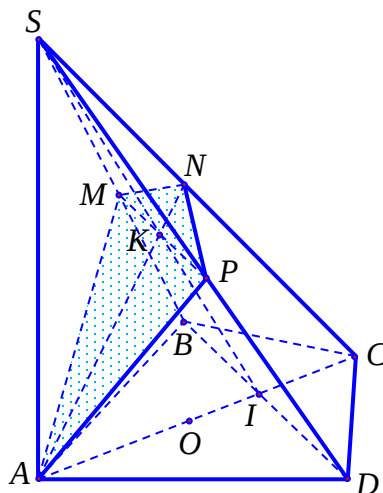
B. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi, tam giác ABD đều cạnh a , tam giác BCD cân tại C và $\widehat{BCD} = 120^\circ$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P . Tính thể tích khối chóp $S.AMNP$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{42}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{21}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{14}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là trọng tâm tam giác đều ABD và I là trung điểm BD thì $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

$$OI = \frac{1}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Tam giác ICD vuông I có $\widehat{ICD} = 60^\circ$, $ID = \frac{1}{2}BD = \frac{a}{2}$ và $IC = ID \cdot \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$$\Rightarrow O \text{ và } C \text{ đối xứng nhau qua đường thẳng } BD \Rightarrow AC = AI + IC = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$$

Mà $SC \perp (P)$ nên $BD \parallel (P)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} (P) \cap (SBD) = MP \\ (SBD) \cap (ABCD) = BD \end{cases} \Rightarrow MP \parallel BD$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} BD \perp (SAC) \\ AN \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp AN \Rightarrow AN \perp MP$$

$$\text{Tam giác } SAC \text{ vuông tại } A \text{ có } SN \cdot SC = SA^2 \Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} \Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{SA^2}{SA^2 + AC^2} = \frac{3}{7}$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ có } SD = a\sqrt{2}; BC = \sqrt{IC^2 + IB^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ và } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow \text{tam giác } ABC \text{ vuông tại } B \Rightarrow BC \perp (SAB); AM \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$$

Lại có tam giác SAB vuông nên $AM \perp SB \Rightarrow M$ là trung điểm $SB \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}$

Mà $MP \parallel BD$ nên $\frac{SP}{SD} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}$

Mặt khác

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2}CB.CD.\sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}. \text{ Suy ra } V = V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}.$$

Khi đó $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{14} \Rightarrow V_{S.ANP} = \frac{3}{28}V$. Do đó $V_{S.ANM} = \frac{3}{28}V$.

$$\text{Vậy } \frac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{3}{14} \Rightarrow V_{S.AMNP} = \frac{a^3\sqrt{3}}{42}.$$

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc SC cắt SC, SB, SD lần lượt tại B', C', D' . Biết rằng $3SB' = 2SB$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{9}$.

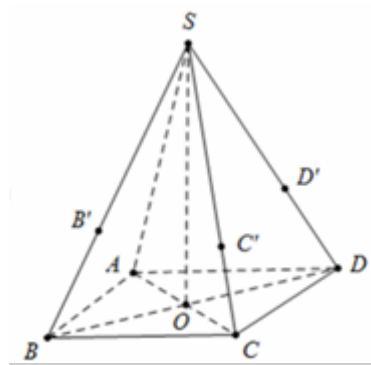
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $\frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SD'}{SD} = \frac{2}{3}$, bây giờ cần tìm $\frac{SC'}{SC}$

Tọa độ hóa với $Ox \equiv OC, Oy \equiv OB, Oz \equiv OS$ và đặc biệt hóa cho $OA = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} A(-1; 0; 0) \\ C(1; 0; 0), S(0; 0; a) \Rightarrow \overrightarrow{SC} = (1; 0; -a) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): (x+1) - az = 0 \Leftrightarrow x - az + 1 = 0.$$

$$\text{Ta có } B(0; 1; 0) \Rightarrow \overrightarrow{SB} = (0; 1; -a) \Rightarrow SB: \begin{cases} x = 0 \\ y = 1+t \\ z = -at \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Cho giao với } (P) \Rightarrow a^2t + 1 = 0 \Rightarrow B' \left(0; 1 - \frac{1}{a^2}; \frac{1}{a} \right).$$

$$\text{Ta có } 3\left(0; 1 - \frac{1}{a^2}; \frac{1}{a} - a\right) = 2(0; 1; -a) \Rightarrow \begin{cases} 3 - \frac{3}{a^2} = 2 \\ \frac{3}{a} - 3a = -2a \end{cases} \Rightarrow a = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} S(0; 0; \sqrt{3}) \\ (P): x - z\sqrt{3} + 1 = 0 \end{cases}$$

Cho SC giao với

$$(P) \Rightarrow C'\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \\ \frac{V_{S.AC'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow V_{S.AB'C'D'} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}.$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = \widehat{BSC} = 60^\circ$ và $SA = 2$; $SB = 3$; $SC = 7$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V = 4\sqrt{2}$.

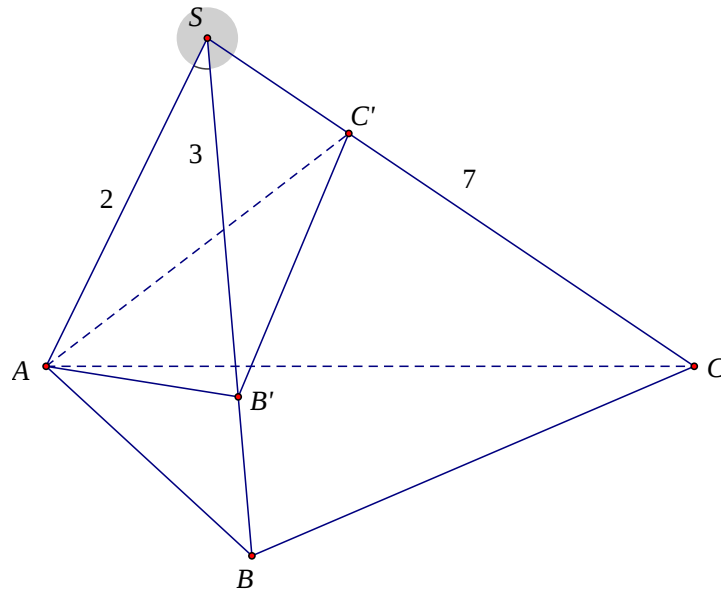
B. $V = \frac{7\sqrt{2}}{2}$.

C. $V = \frac{7\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = 7\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Lấy hai điểm B' , C' lần lượt trên hai cạnh SB và SC sao cho $SB' = 2$, $SC' = 2$.

Ta có hình chóp $S.AB'C'$ là hình tứ diện đều có cạnh bằng 2.

$$\Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{2^3\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Ta lại có: } \frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{21}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{21V_{S.AB'C'}}{4} = \frac{21 \cdot 2\sqrt{2}}{3 \cdot 4} = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm SC , mặt phẳng (P)

chứa AM và song song với BD , cắt SB và SD lần lượt tại B' và D' . Tỷ số $\frac{V_{S.AB'MD'}}{V_{S.ABCD}}$

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi O là tâm hình bình hành đáy.

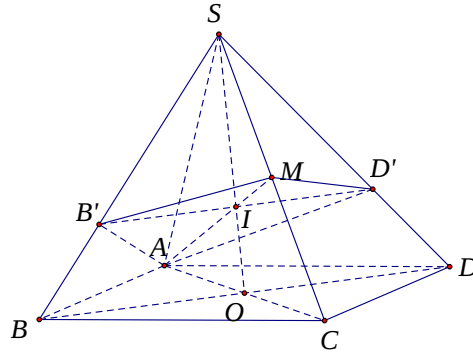
$$I = AO \cap SO.$$

Đường thẳng qua I và song song BD cắt SB, SD tại B', D' .

$$\text{Ta có } V_{SAB'MD'} = V_{SAB'M} + V_{SAMD'}.$$

$$\frac{V_{SAB'M}}{V_{SABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \text{ nên } V_{SAB'M} = \frac{1}{6} V_{SABCD}.$$

$$\text{Tương tự } \frac{V_{SAMD'}}{V_{SACD}} = \frac{1}{3} \text{ nên } V_{SAMD'} = \frac{1}{6} V_{SABCD} \text{ do đó } V_{SAB'MD'} = \frac{1}{3} V_{SABCD}.$$



Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC . Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{3}$.

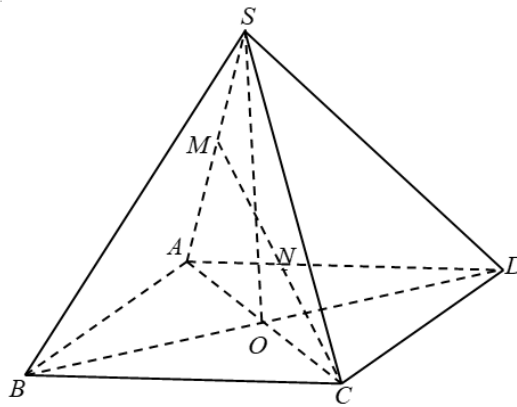
B. $\frac{V}{6}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{V}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$$\text{Đặt } B = S_{ABCD}, d(S; (ABCD)) = h. \text{ Suy ra } V = \frac{1}{3} Bh.$$

$$\text{Vì } M \text{ là trung điểm của } SA \text{ nên } d(M; (ABCD)) = \frac{1}{2} d(S; (ABCD)),$$

$$\text{Lại vì } N \text{ là trung điểm của } MC \text{ nên } d(N; (ABCD)) = \frac{1}{2} d(M; (ABCD)). \text{ Suy ra}$$

$$d(N; (ABCD)) = \frac{1}{4} d(S; (ABCD)) = \frac{1}{4} h. \text{ Từ đó ta có}$$

$$V_{N.ABCD} = \frac{1}{3} d(N; (ABCD)) \cdot B = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} Bh = \frac{V}{4}.$$

Câu 6. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Tính thể tích V của khối chóp $A'.AB'C'$.

A. $V = 3$.

B. $V = \frac{1}{2}$.

C. $V = \frac{1}{4}$.

D. $V = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

$$\text{Ta có: } V_{A'.AB'C'} = V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}d(A; (A'B'C')) \cdot S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}.$$

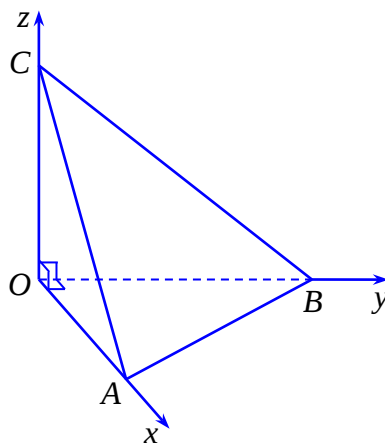
Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số giữa diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

$$\text{Ta có } \frac{S_{ABC}}{V_{OABC}} = \frac{S_{ABC}}{\frac{1}{3}S_{ABC} \cdot d(O, (ABC))} = \frac{3}{d(O, (ABC))}$$

$$\text{Mà } \frac{S_{ABC}}{V_{OABC}} = \frac{3}{2} \text{ nên } d(O, (ABC)) = 2.$$

Vậy mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc mặt cầu tâm O , bán kính $R = 2$.

Câu 8. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $12\sqrt{3}a^3$. Thể tích khối chóp $A'.ABC$ là.

A. $V = 4\sqrt{3}a^2$.

B. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

C. $V = 4\sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

$$\text{Ta có } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = 12\sqrt{3}a^3.$$

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{3} \cdot 12\sqrt{3}a^3 = 4\sqrt{3}a^3.$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SD, CD, BC . Tính thể tích khối chóp.

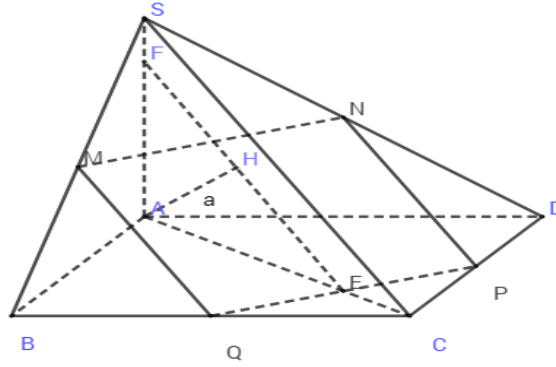
A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải**Chọn B**



Gọi $F = PQ \cap AC$. Dễ thấy $AF \perp PQ$.

Mặt khác do $(MNPQ) \parallel SC$ nên $(SAC) \cap (MNPQ) = EF$ ($EF \parallel SC$; $F \in SA$).

Dựng $AH \perp EF$. Do $PQ \perp (SAC)$ nên $PQ \perp AH$.

Suy ra $AH \perp (MNPQ) \Rightarrow AH = d(A; (MNPQ))$.

Ta có: $AE = \frac{3}{4}AC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$; $AF = \frac{3}{4}AS = \frac{3}{4}\sqrt{SC^2 - AC^2} = \frac{3a}{4}$

Suy ra: $AH = \sqrt{\frac{AF^2 \cdot AE^2}{AE^2 + AF^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Mặt khác do $BD \perp SC$ nên $PQ \perp QM$ suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

$S_{MNPQ} = MQ \cdot QP = \frac{1}{4}BD \cdot SC = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$

Vậy $V_{A.MNPQ} = \frac{1}{3}AH \cdot S_{MNPQ} = \frac{a^3}{8}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có A' và B' lần lượt là trung điểm của SA và SB . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 24. Tính thể tích V của khối chóp $S.A'B'C$.

A. $V = 3$

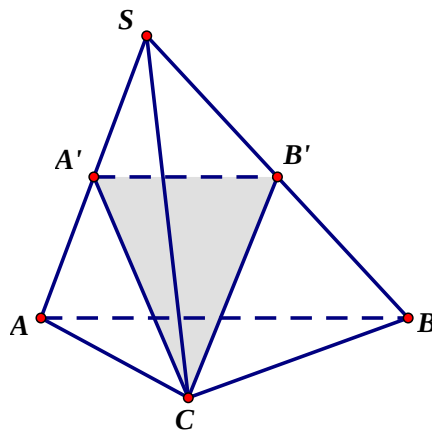
B. $V = 12$

C. $V = 8$

D. $V = 6$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $\frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$

Vậy $V_{S.A'B'C} = \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6$.

Câu 11. Cho khối tứ diện có thể tích V . Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

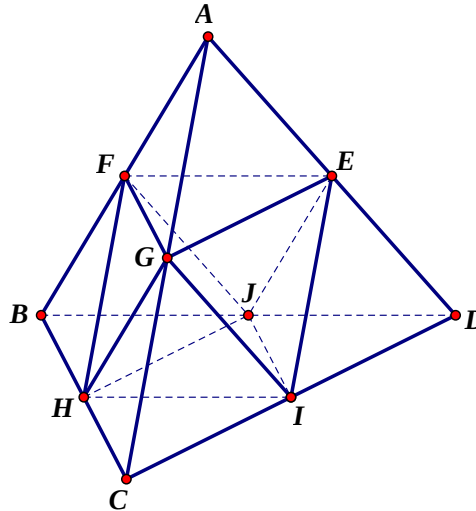
B. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi khối tứ diện đã cho là $ABCD$.

Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của AD, AB, AC, BC, CD, BD .

Khi đó ta có: $V = V' + 4.V_{A.FEG}$.

Mặt khác $V_{A.FEG} = \frac{1}{8}V$.

Suy ra $V = V' + \frac{1}{2}V \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy một góc 45° . H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SD mặt phẳng (AHK) , cắt SC tại I . Khi đó thể tích của khối chóp $S.AHIK$ là:

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

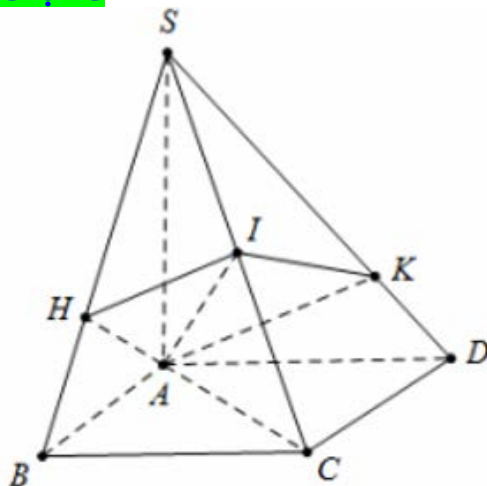
B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3}{18}$.

D. $V = \frac{a^3}{36}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $\widehat{SBA} = 45^\circ \Rightarrow SA = AB = a$.

Lại có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Mà $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC \Rightarrow SC \perp AH$.

Tương tự $SC \perp AK \Rightarrow SC \perp (AHK) \Rightarrow SC \perp AI$.

Ta có $\frac{SA^2}{AC^2} = \frac{SI}{IC} = \frac{a^2}{2a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SI}{SC} = \frac{1}{3}$.

Tỉ số $\frac{V_{S.AHI}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SI}{SC} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AHI} = \frac{1}{12} V_{S.ABCD}$.

Tỉ số $\frac{V_{S.AIK}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SI}{SC} \cdot \frac{SK}{SD} = 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.AIK} = \frac{1}{12} V_{S.ABCD}$.

$\Rightarrow V_{S.AHIK} = V_{S.AHI} + V_{S.AIK} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{18}$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$, M là trung điểm của cạnh BC . Thể tích của khối chóp $S.MAB$ là $2a^3$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{1}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$V_{S.ABC} = 2V_{S.MAB} = 4a^3$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V . Trên các cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $SM = 3MB, SN = NC$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SD tại điểm P . Tính thể tích của khối chóp $S.MNP$ theo V .

- A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{9V}{80}$. D. $\frac{7V}{40}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Trong mp (SBC) gọi $E = MN \cap BC$. Trong mp $(ABCD)$ gọi $F = AE \cap BD$.

Trong mp (SBD) gọi $P = FM \cap SD$. Khi đó $P = (AMN) \cap SD$.

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác SBC ta có: $\frac{EB}{EC} \cdot \frac{NC}{NS} \cdot \frac{MS}{MB} = 1 \Rightarrow \frac{EB}{EC} = \frac{1}{3}$.

Lại có: $EB \parallel AD \Rightarrow \frac{FB}{FD} = \frac{EB}{AD} = \frac{EB}{BC} = \frac{1}{2}$.

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác SBD ta có: $\frac{PD}{PS} \cdot \frac{MS}{MB} \cdot \frac{FB}{FD} = 1 \Rightarrow \frac{PD}{PS} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{3}{5}$.

Khi đó: $\frac{V_{SMNP}}{V_{SBCD}} = \frac{V_{SMNP}}{\frac{1}{2} \cdot V} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{40} \Rightarrow V_{SMNP} = \frac{9V}{80}$.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và I là trung điểm CD , M là trung điểm BI . Tính thể tích V của khối chóp $A.MCD$.

- A. $V = 4$. B. $V = 6$. C. $V = 3$. D. $V = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC . Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{6}$.

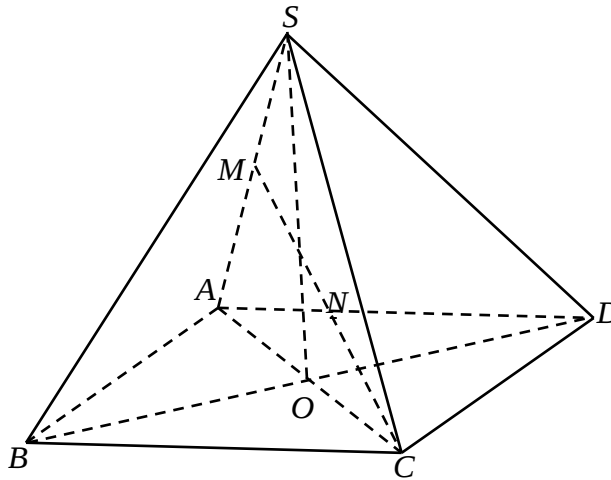
B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt $B = S_{ABCD}$, $d(S; (ABCD)) = h$. Suy ra $V = \frac{1}{3} Bh$.

Vì M là trung điểm của SA nên $d(M; (ABCD)) = \frac{1}{2} d(S; (ABCD))$,

Lại vì N là trung điểm của MC nên $d(N; (ABCD)) = \frac{1}{2} d(M; (ABCD))$. Suy ra

$d(N; (ABCD)) = \frac{1}{4} d(S; (ABCD)) = \frac{1}{4} h$. Từ đó ta có

$$V_{N.ABCD} = \frac{1}{3} d(N; (ABCD)) \cdot B = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} Bh = \frac{V}{4}.$$

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = 1, DA \perp (ABC)$. $\triangle ABC$ là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên ba cạnh DA, DB, DC lấy điểm M, N, P mà $\frac{DM}{DA} = \frac{1}{2}, \frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}, \frac{DP}{DC} = \frac{3}{4}$. Thể tích V của tứ diện $MNPD$ bằng

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{96}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{96}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{12}.$$

$$\frac{V_{DMNP}}{V_{DABC}} = \frac{DM}{DA} \cdot \frac{DN}{DB} \cdot \frac{DP}{DC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{8}.$$

$$\Rightarrow V_{DMNP} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{96}.$$

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Trên cạnh SA lấy A' sao cho $SA' = \frac{1}{3} SA$.

Mặt phẳng qua A' và song song với mặt đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Tính thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$.

A. $\frac{V}{81}$.

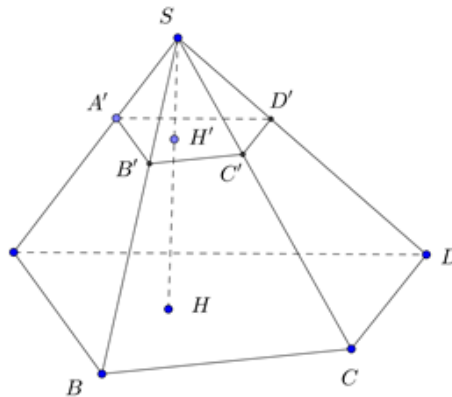
B. $\frac{V}{27}$.

C. $\frac{V}{3}$.

D. $\frac{V}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{3}$ (theo Talet).

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có:

$$\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{SA'.SB'.SC'.SD'}{SA.SB.SC.SD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{81} \Rightarrow V_{A'B'C'D'} = \frac{V}{81}.$$

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = 1$; $DA \perp (ABC)$. $\triangle ABC$ là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên cạnh DA, DB, DC lấy 3 điểm M, N, P sao cho $\frac{DM}{DA} = \frac{1}{2}$; $\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$; $\frac{DP}{DC} = \frac{3}{4}$. Thể tích của tứ diện MNP bằng

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{96}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{96}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{12}.$$

$$\frac{V_{DMNP}}{V_{DABC}} = \frac{DM}{DA} \cdot \frac{DN}{DB} \cdot \frac{DP}{DC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Suy ra } V_{DMNP} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{96}.$$

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là a^3 . Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là:

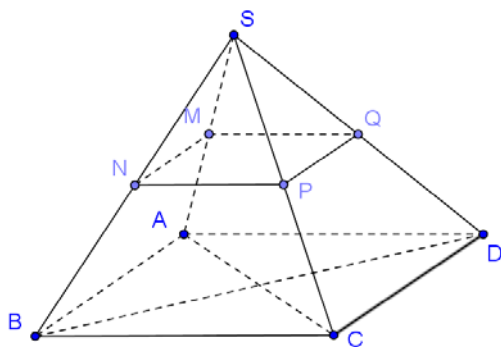
A. $\frac{a^3}{16}$

B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{a^2}{4}$.

D. $\frac{a^3}{6}$

Chọn B



Ta có: Tứ giác $MNPQ$ đồng dạng với tứ giác $ABCD$ với tỉ số $k = \frac{1}{2}$. Đường cao h' của hình chóp $S.MNPQ$ bằng $\frac{1}{2}$ đường cao h hình chóp $S.ABCD$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó: } V_{S.MNPQ} &= \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot h' = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot S_{ABCD} \cdot \frac{h}{2} \\ &= \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{8}. \end{aligned}$$

□ **Chú ý:** Có thể tách khối $S.MNPQ$ ra làm các khối nhỏ hơn và sử dụng công thức tỷ số thể tích.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi A' , B' lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C$ và $S.ABC$ bằng:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

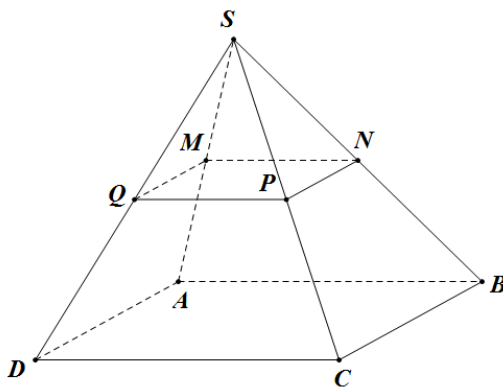
Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tỉ số thể tích của khối chóp $S.MNPQ$ và khối chóp $S.ABCD$ là.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $S_{ABC} = S_{ACD}$.



$$\text{Do đó } V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{S.ACD}.$$

Ta có.

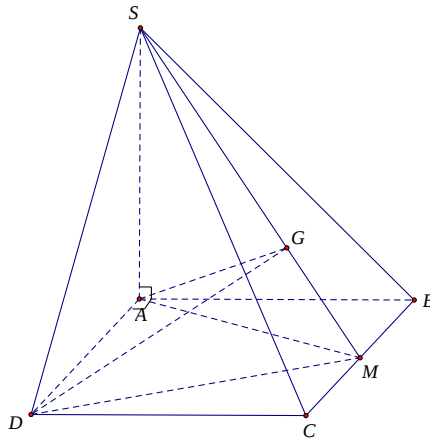
$$\begin{aligned}\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{V_{S.MNP} + V_{S.MPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABCD}} + \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.MPQ}}{2V_{S.ACD}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}.\end{aligned}$$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA = AD = 2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là

- A. $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$. B. $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Vì góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° nên $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow AB = \frac{SA}{\tan 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Khi đó: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot 2a = \frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm BC , khi đó: $S_{ADM} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow V_{S.ADG} = \frac{2}{3} V_{S.ADM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{2a^2\sqrt{3}}{3} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 48, đáy $ABCD$ hình thoi. Các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc SA, SB, SC, SD thỏa: $SA = 2SM, SB = 3SN, SC = 4SP, SD = 5SQ$. Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là.

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{6}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{8}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V_{SMNP} = \frac{1}{24} V_{SABC}, V_{SMPQ} = \frac{1}{40} V_{SACD}$.

$\Rightarrow V_{SMNPQ} = \frac{1}{24} \cdot 24 + \frac{1}{40} \cdot 24 = \frac{8}{5}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{ACB} = 60^\circ, BC = a, SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{4}$.

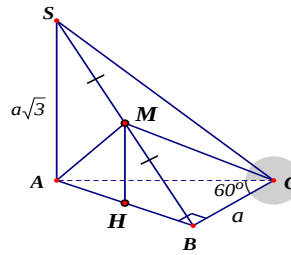
C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1 (Tính trực tiếp).



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow MH \parallel SA$, mà $SA \perp (ABC) \Rightarrow MH \perp (ABC)$ và

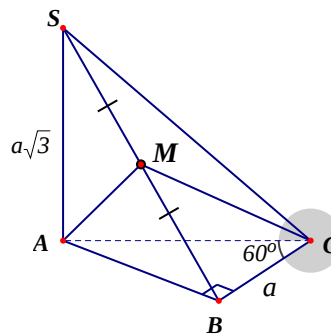
$$MH = \frac{SA}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Tam giác $\triangle ABC$ là nửa tam giác đều $AC = 2BC = 2a$ và $AB = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ nên diện tích đáy là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích } V_{MABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot MH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}.$$

Cách 2 (Áp dụng tỷ số thể tích tứ diện).



$$\text{Vì } M \text{ trung điểm } SC \text{ nên tỷ số thể tích tứ diện } \frac{V_{MABC}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{MABC} = \frac{1}{2} V_{SABC}.$$

Tam giác $\triangle ABC$ là nửa tam giác đều $AC = 2BC = 2a$ và $AB = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ nên diện tích đáy:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}. \text{ Vậy } V_{MABC} = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối $ABCD$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{6}$.

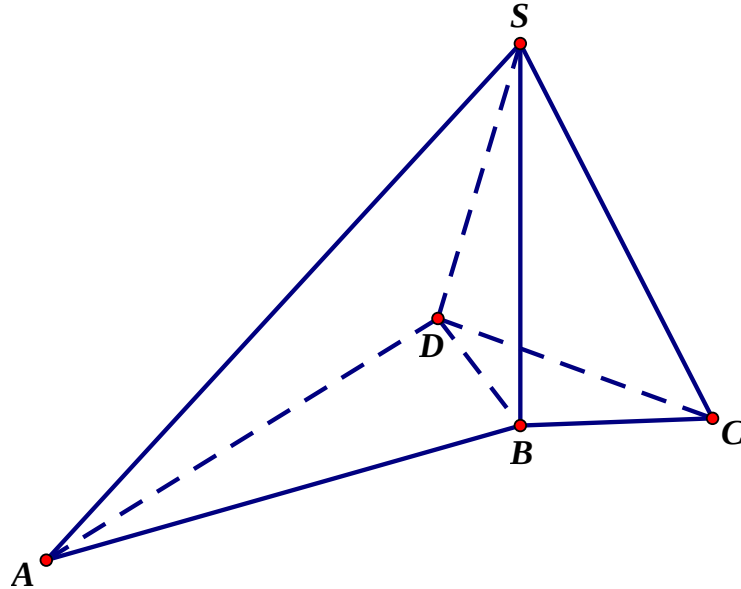
D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 27. Cho hình đa diện như hình vẽ



Biết $SA = 6$, $SB = 3$, $SC = 4$, $SD = 2$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSD} = \widehat{DSA} = \widehat{BSD} = 60^\circ$. Thể tích khối đa diện $S.ABCD$ là

A. $10\sqrt{2}$.

B. $6\sqrt{2}$.

C. $5\sqrt{2}$.

D. $30\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Trên SA , SB , SC lần lượt lấy các điểm A' , B' , C' sao cho $SA' = SB' = SC' = SD = 2$. Ta có $A'B' = B'C' = C'D = DA' = 2$. Khi đó hình chóp $S.A'B'D$ và hình chóp $S.CB'D$ là các hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 2.

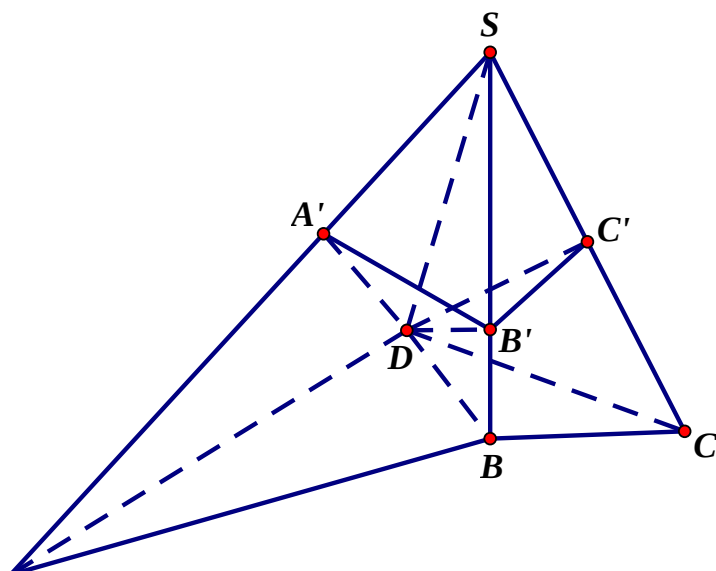
$$V_{S.A'B'D} = V_{S.C'B'D} = \frac{2^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{V_{S.ABD}}{V_{S.A'B'D}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SD}{SD} = 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2}, \text{ nên } V_{S.ABD} = \frac{9}{2} V_{S.A'B'D} = \frac{9}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 3\sqrt{2}.$$

$$\frac{V_{S.CBD}}{V_{S.C'B'D}} = \frac{SC}{SC'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SD}{SD} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3, \text{ nên } V_{S.CBD} = 3V_{S.C'B'D} = 3 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}.$$

Thể tích khối đa diện $S.ABCD$ là

$$V = V_{S.ABD} + V_{S.CBD} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}.$$



Câu 28. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh MN, MP, MQ . Tính tỉ số thể tích

$$\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}.$$

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{3}$.

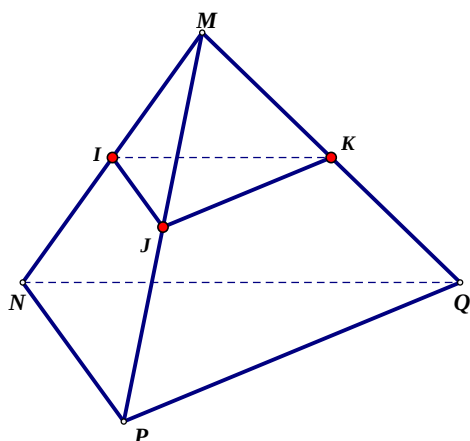
C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{8}.$



Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B', D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' . Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

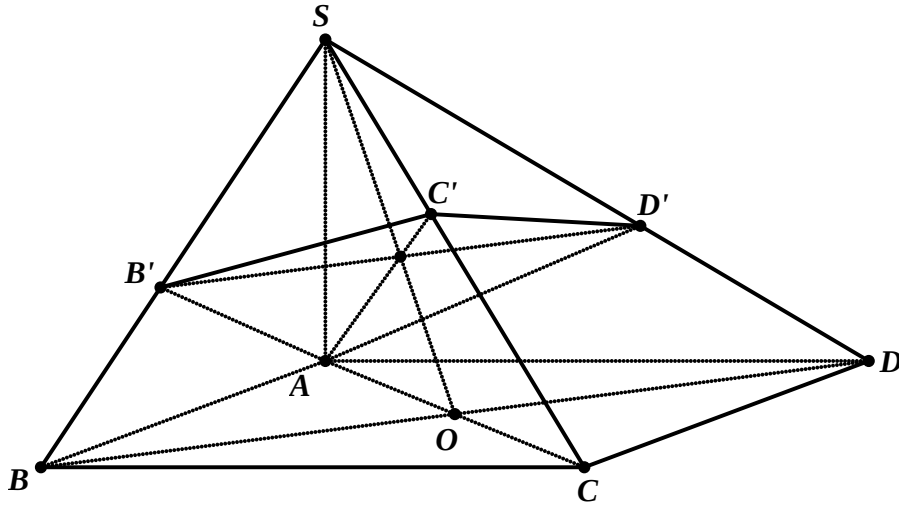
B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Vì B', D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB, SD nên ta có $SC \perp (AB'D')$.

Gọi C' là hình chiếu của A lên SC suy ra $SC \perp AC'$ mà $AC' \cap (AB'D') = A$ nên $AC' \subset (AB'D')$ hay $C' = SC \cap (AB'D')$.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên C' là trung điểm của SC .

Trong tam giác vuông SAB' ta có $\frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{2a^2}{3a^2} = \frac{2}{3}$.

$$\frac{V_{SAB'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{SAB'C'} + V_{SAC'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \left(\frac{SB'}{SB} \frac{SC'}{SC} + \frac{SD'}{SD} \frac{SC'}{SC} \right) = \frac{SB'}{SB} \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $V_{SAB'C'D'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi $V_1; V_2$ lần lượt là thể tích khối chóp $S.AHK$ và $S.ACD$ với H, K lần lượt là trung điểm của SC và SD . Tính độ dài đường cao của khối chóp $S.ABCD$ và tỉ số $k = \frac{V_1}{V_2}$.

A. $h = 2a; k = \frac{1}{8}$.

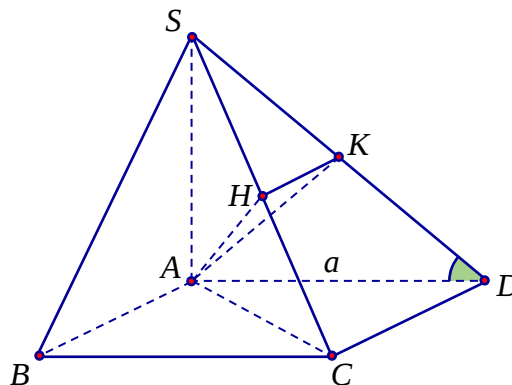
B. $h = 2a; k = \frac{1}{3}$.

C. $h = a; k = \frac{1}{4}$.

D. $h = a; k = \frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Do (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy nên $SA \perp (ABCD)$.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$.

Dễ thấy góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SDA} = 45^\circ$.

Ta có tam giác SAD là tam giác vuông cân đỉnh A . Vậy $h = SA = a$.

Áp dụng công thức tỉ số thể tích có: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SH}{SC} \cdot \frac{SK}{SD} = \frac{1}{4}$.

Câu 31. Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC vuông góc từng đôi một và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC . Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3a^3}{4}$ B. a^3 C. $\frac{2a^3}{3}$ D. $\frac{a^3}{4}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} OA \cdot OB \right) \cdot OC = a^3$ (đvtt).

Ta có $\frac{V_{OCMN}}{V_{OCAB}} = \frac{CM \cdot CN}{CA \cdot CB} = \frac{1}{4}$. Vậy $V_{OCMN} = \frac{1}{4} V_{OABC} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA; SB' = \frac{1}{4}SB; SC' = \frac{1}{2}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V}{V'}$ là

- A. $\frac{1}{12}$. B. 24. C. $\frac{1}{24}$. D. 12.

Hướng dẫn giải

Chọn B

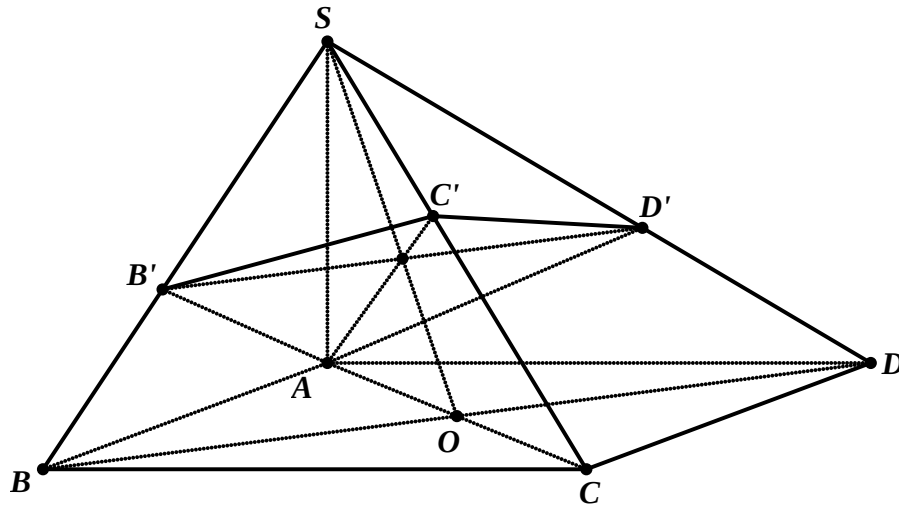
Ta có $\frac{V}{V'} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'} = 3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Một mặt phẳng đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SD, SC lần lượt tại B', D', C' . Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Ta có $AD' \perp (SDC) \Rightarrow AD' \perp SD$; $AB' \perp (SBC) \Rightarrow AB' \perp SB$.

Do $SC \perp (AB'D') \Rightarrow SC \perp AC'$.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên C' là trung điểm của SC.

Trong tam giác vuông SAB' ta có $\frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{2a^2}{3a^2} = \frac{2}{3}$.

$$\frac{V_{SAB'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{SAB'C'} + V_{SAC'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \left(\frac{SB'}{SB} \frac{SC'}{SC} + \frac{SD'}{SD} \frac{SC'}{SC} \right) = \frac{SB'}{SB} \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $V_{SAB'C'D'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 34. Cho khối tứ diện ABCD có thể tích 2017. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD. Tính theo V thể tích của khối tứ diện MNPQ.

A. $\frac{2017}{27}$.

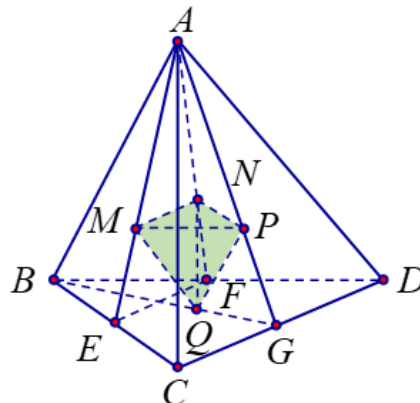
B. $\frac{4034}{81}$.

C. $\frac{8068}{27}$.

D. $\frac{2017}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$$\frac{V_{AEFG}}{V_{ABCD}} = \frac{S_{EFG}}{S_{BCD}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{AEFG} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$$

$$\frac{V_{AMNP}}{V_{AEFG}} = \frac{SM}{SE} \cdot \frac{SN}{SE} \cdot \frac{SP}{SG} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{8}{27} V_{AEFG} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{2}{27} V_{ABCD}$$

Do mặt phẳng $(MNP) \parallel (BCD)$ nên $\frac{V_{QMNP}}{V_{AMNP}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow V_{QMNP} = \frac{1}{2} V_{AMNP}$

$$V_{QMNP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{27} V_{ABCD} = \frac{1}{27} V_{ABCD} = \frac{2017}{27}.$$

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$, M là trung điểm của cạnh SA . Tỉ số thể tích của khối chóp $S.MBC$ và thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

- A. 1. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo công thức tính thể tích tỉ số thể tích.

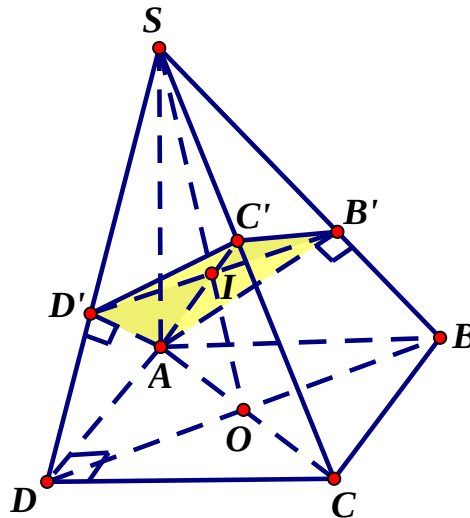
$$\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}.$$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi $B'; D'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C' . Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$

- A. $\frac{16a^3}{45}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $V_{S.AB'C'D'} = 2V_{S.AB'C'}$ (1) mà $\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$ (*)

ΔSAC vuông tại A nên $SC^2 = SA^2 + AC^2 = (2a)^2 + (a\sqrt{2})^2 = 6a^2$ suy ra $SC = a\sqrt{6}$

Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'$ và $SB \perp AB'$ suy ra $AB' \perp (SBC)$ nên $AB' \perp BC$

Tương tự $AD' \perp SC$. Từ đó suy ra $SC \perp (AB'D') \equiv (AB'C'D')$ nên $SC \perp AC'$

Mà $SC' \cdot SC = SA^2$ suy ra $\frac{SC'}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{4a^2}{6a^2} = \frac{2}{3}$. Ta cũng có

$$\frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{4a^2}{4a^2 + a^2} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Từ } (*) \Rightarrow \frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{8}{15} \quad \text{suy ra} \quad V_{SAB'C'} = \frac{8}{15} V_{SABC} = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{8}{30} V_{SABCD} \quad \text{mà}$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2a^3}{3}$$

$$\text{Suy ra } V_{SAB'C'} = \frac{8}{30} \cdot \frac{2a^3}{3} = \frac{8a^3}{45}$$

$$\text{Từ (1) suy ra } V_{S.AB'C'D'} = 2V_{S.AB'C'} = \frac{16a^3}{45}.$$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = a$; $SC = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi M là điểm trên đoạn SC sao cho $SC = 3SM \Rightarrow AB = BM = a$; $AM = a\sqrt{2} \Rightarrow \triangle ABM$ vuông tại B . $\Rightarrow$ Trung điểm H của AM là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABM \Rightarrow SH \perp (ABM)$.

$$\Rightarrow V_{SABM} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\frac{V_{SABM}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SABC} = 3V_{SABM} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = 1, DA \perp (ABC)$. $\triangle ABC$ là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên ba cạnh DA, DB, DC lấy điểm M, N, P mà $\frac{DM}{DA} = \frac{1}{2}, \frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}, \frac{DP}{DC} = \frac{3}{4}$. Thể tích V của tứ diện $MNPD$ bằng:

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{96}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{96}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{12}.$$

$$\frac{V_{DMNP}}{V_{DABC}} = \frac{DM}{DA} \cdot \frac{DN}{DB} \cdot \frac{DP}{DC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{8}.$$

$$\Rightarrow V_{DMNP} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{96}.$$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tính thể tích khối chóp $S.MNC$ biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $8a^3$.

A. $V_{SMNC} = a^3$.

B. $V_{SMNC} = 2a^3$.

C. $V_{SMNC} = 6a^3$.

D. $V_{SMNC} = 4a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

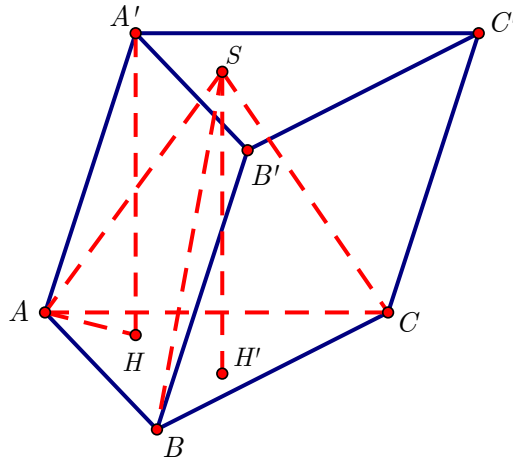
$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} \Rightarrow V_{S.MNC} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} = 2a^3.$$

Câu 40. Một hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Thể tích của khối chóp có đáy là đáy của lăng trụ và đỉnh là một điểm bất kì trên đáy còn lại là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b \cos \alpha$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b \sin \alpha$. C. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b \cos \alpha$. D. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b \sin \alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A' trên (ABC) . Khi đó $\alpha = \widehat{A'AH}$.

Ta có $A'H = A'A \cdot \sin \alpha = b \sin \alpha$ nên thể tích khối lăng trụ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^2b\sqrt{3} \sin \alpha}{4}.$$

Lại có chiều cao của chóp theo yêu cầu đề bài chính là chiều cao của lăng trụ và bằng $A'H$ nên

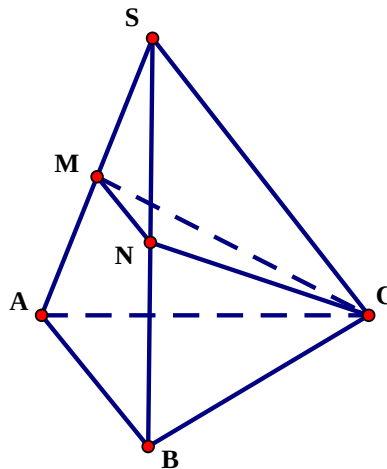
$$\text{thể tích khối chóp là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2b\sqrt{3} \sin \alpha}{12}.$$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. 4.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

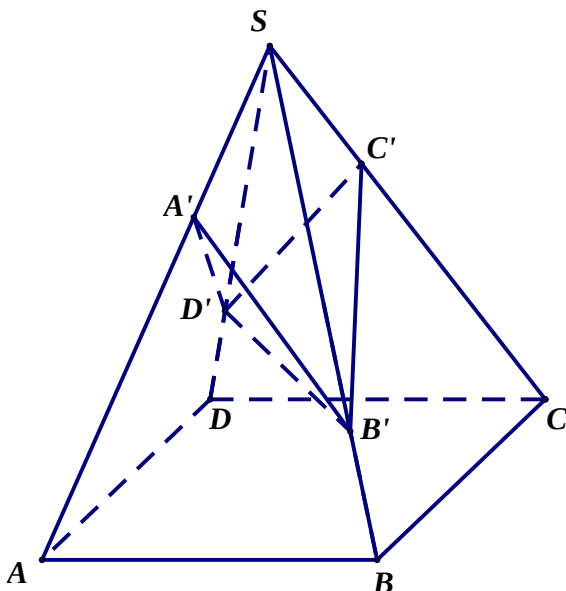


$$\text{Ta có } \frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}} = \frac{SA \cdot SB \cdot SC}{SM \cdot SN \cdot SC} = 4.$$

- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện lồi $SA'B'C'D'$.
- A. $V = \frac{3}{2}$. B. $V = 9$. C. $V = 4$. D. $V = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$$\text{Ta có } V = V_{SA'B'C'D'} = V_{S.D'A'B'} + V_{S.D'C'B'}.$$

$$V_{S.D'A'B'} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot V_{S.DAB} = \frac{3}{16} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{3}{32} \cdot 48 = \frac{9}{2}.$$

$$\text{Tương tự: } V_{S.D'C'B'} = \frac{9}{2}.$$

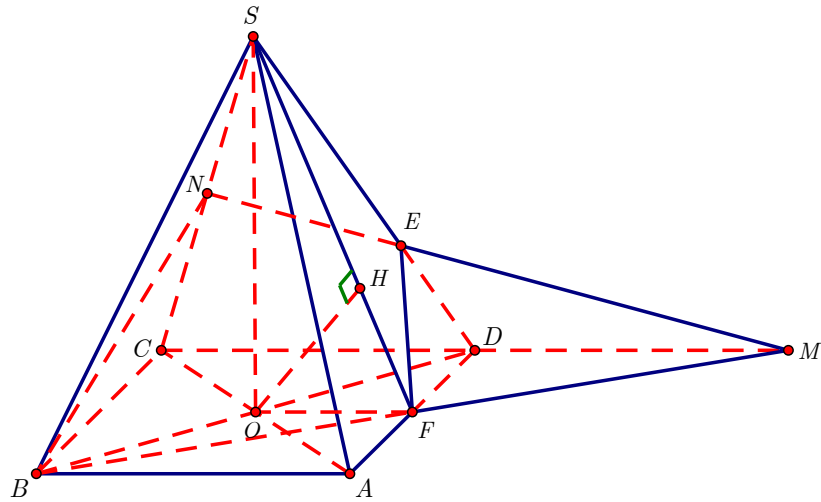
$$\text{Vậy } V = 9.$$

- Câu 43.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:

- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{6}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Giả sử các điểm như hình vẽ.

$E = SD \cap MN \Rightarrow E$ là trọng tâm tam giác SCM , $DF \parallel BC \Rightarrow F$ là trung điểm BM .

$$\text{Ta có: } (\widehat{SD, (ABCD)}) = \widehat{SDO} = 60^\circ \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}, SF = \sqrt{SO^2 + OF^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow d(O, (SAD)) = OH = h = \frac{a\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}; S_{SAD} = \frac{1}{2} SF \cdot AD = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$$

$$\frac{V_{MEFD}}{V_{MNBC}} = \frac{ME}{MN} \cdot \frac{MF}{MB} \cdot \frac{MD}{MC} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow V_{BFDCNE} = \frac{5}{6} V_{MNBC} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot d(M, (SAD)) \cdot \frac{1}{2} S_{SBC} = \frac{5}{18} \cdot 4h \cdot \frac{1}{2} S_{SAD} = \frac{5a^3\sqrt{6}}{72}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6} \Rightarrow V_{SABFEN} = V_{S.ABCD} - V_{BFDCNE} = \frac{7a^3\sqrt{6}}{36}.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{V_{SABFEN}}{V_{BFDCNE}} = \frac{7}{5}.$$

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D ; N là trung điểm của SC , mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.

A. $\frac{1}{7}$.

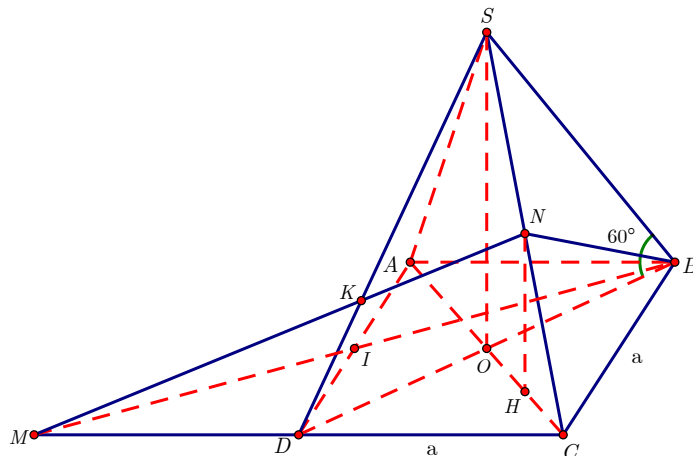
B. $\frac{7}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$$\text{Đặt } \begin{cases} V_1 = V_{SABIKN} \\ V_2 = V_{NBCDIK} \end{cases} \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = ?.$$

$$* V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} a^2 = \frac{\sqrt{6}}{6} a^3.$$

$$* V_{N.BMC} = \frac{1}{3} \cdot NH \cdot S_{\Delta BMC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{SO}{2} \cdot S_{\Delta BMC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = \frac{\sqrt{6}}{12} a^3.$$

$$* \text{Nhận thấy K là trọng tâm của tam giác SMC} \rightarrow \frac{MK}{MN} = \frac{2}{3}.$$

$$* \frac{V_{M.DIK}}{V_{M.CBN}} = \frac{MD}{MC} \cdot \frac{MI}{MB} \cdot \frac{MK}{MN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\rightarrow V_2 = V_{M.CBN} - V_{M.DIK} = \frac{5}{6} V_{M.CBN} = \frac{5}{6} \cdot \frac{\sqrt{6}}{12} a^3 = \frac{5\sqrt{6}}{72} a^3.$$

$$\rightarrow V_1 = V_{S.ABCD} - V_2 = \frac{\sqrt{6}}{6} a^3 - \frac{5\sqrt{6}}{72} a^3 = \frac{7\sqrt{6}}{72} a^3 \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{7\sqrt{6}}{72} a^3}{\frac{5\sqrt{6}}{72} a^3} = \frac{7}{5}.$$

Câu 45. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng V . Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB , N là điểm nằm giữa AC sao cho $AN = 2NC$. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMN$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{6}.$

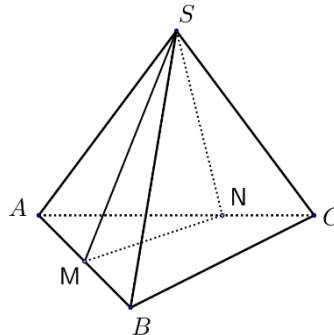
B. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}.$

C. $\frac{V_1}{V} = \frac{2}{3}.$

D. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn D



$$\frac{V_1}{V} = \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{AS}{AS} \cdot \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Câu 46. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Các điểm A' , B' , C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA , SB , SC . Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{16}.$

B. $\frac{V}{8}.$

C. $\frac{V}{4}.$

D. $\frac{V}{2}.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{V}{8}.$$

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và I là trung điểm CD , M là trung điểm BI . Tính thể tích V của khối chóp $AMCD$.

A. $V = 5$.

B. $V = 4$.

C. $V = 6$.

D. $V = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 48. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = 9, SB = 4, SC = 8$ và đôi một vuông góc. Các điểm A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{SA} = 2.\overrightarrow{SA'}, \overrightarrow{SB} = 3.\overrightarrow{SB'}, \overrightarrow{SC} = 4.\overrightarrow{SC'}$. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ là

A. 2.

B. 24.

C. 16.

D. 12.

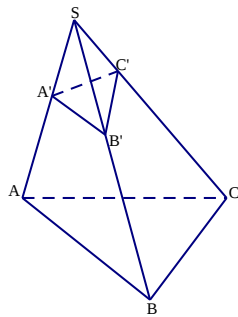
Hướng dẫn giải

Chọn A

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{SBC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC.$$

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{24}.$$

$$\Rightarrow V_{S.A'B'C'} = 2.$$



Câu 49. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với mặt đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Khi đó thể tích chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:

A. $\frac{V}{3}$.

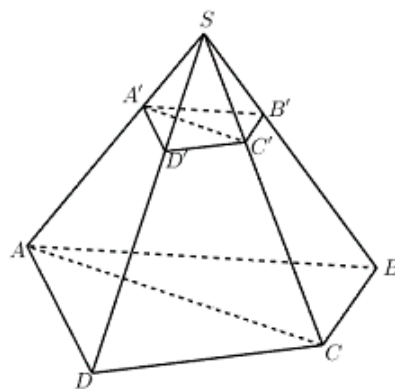
B. $\frac{V}{27}$.

C. $\frac{V}{9}$.

D. $\frac{V}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Vì $(A'B'C'D') \parallel (ABCD) \Rightarrow A'B' \parallel AB, B'C' \parallel BC, C'D' \parallel CD$.

$$\text{Mà } \frac{SA'}{SA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{3}.$$

Gọi V_1, V_2 lần lượt là $V_{S.ABC}, V_{S.ACD}$.

$$\text{Ta có } V_1 + V_2 = V.$$

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{V_1}{27}.$$

$$\frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow V_{S.A'D'C'} = \frac{V_2}{27}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'} = \frac{V_1 + V_2}{27} = \frac{V}{27}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.A'BC'D'} = \frac{V}{27}.$$

Câu 50. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$

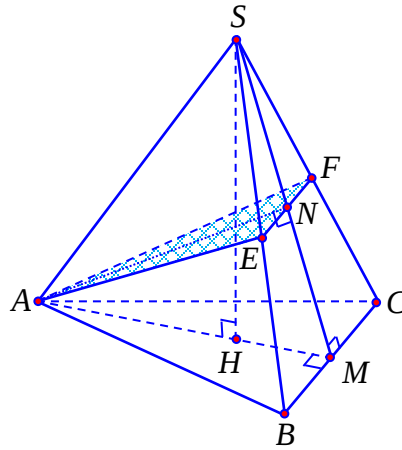
B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}.$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BC và EF ; H là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (AEF) \perp (SBC) \\ (AEF) \cap (SBC) = EF \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Trong mặt phẳng } (SBC), \text{ ta có } \begin{cases} EF \parallel BC \\ SM \perp BC \end{cases} \text{ nên } EF \perp SM \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra SM vuông góc với mặt phẳng (AEF) tại N

Mặt khác

$$\text{Tam giác } SHM \text{ vuông tại } H \text{ có } \cos M = \frac{HM}{SM} \quad (3).$$

$$\text{Tam giác } AMN \text{ vuông tại } N \text{ có } \cos M = \frac{MN}{AM} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) ta có } \frac{HM}{SM} = \frac{MN}{AM} \Leftrightarrow SM \cdot MN = HM \cdot AM \quad (\text{vì } N \text{ là trung điểm } SM)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} SM^2 = \frac{1}{3} AM^2 \Leftrightarrow SM = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Tam giác } SHM \text{ vuông tại } H \text{ có } HM = \frac{1}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{6} \text{ và } SH = \sqrt{SM^2 - HM^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{5}}{24}.$$

Câu 51. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Lấy A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Khi đó thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ là:

- A. $\frac{V}{81}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{9}$. D. $\frac{V}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{V_{S.ABC}}{27} = \frac{V}{27}$$

$$\frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow V_{S.A'D'C'} = \frac{V_{S.ADC}}{27} = \frac{V}{27}$$

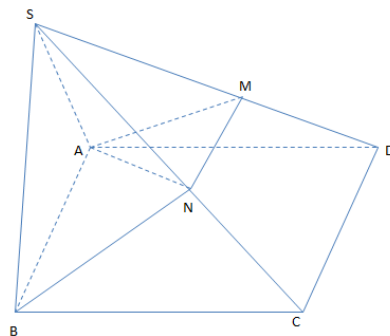
$$V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'} = \frac{V}{27} + \frac{V}{27} = \frac{2V}{27}$$

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 18, đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SD sao cho $SM = 2MD$. Mặt phẳng (ABM) cắt SC tại N . Tính thể tích khối chóp $S.ABNM$.

- A. 9. B. 6. C. 10. D. 12.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$$\text{Có: } \begin{cases} M \in (ABM) \cap (SCD) \\ AB // CD \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (ABM) \cap (SCD) = MN // CD.$$

$$\frac{V_{S.ABNM}}{V_{SABCD}} = \frac{V_{SANM}}{2V_{SACD}} + \frac{V_{SANB}}{2V_{SACB}} = \frac{1}{2} \left[\frac{SM}{SD} \cdot \frac{SN}{SC} + \frac{SN}{SC} \right] = \frac{5}{9}.$$

$$\text{Vậy: } V_{S.ABNM} = \frac{5}{9} \cdot V_{SABCD} = 10.$$

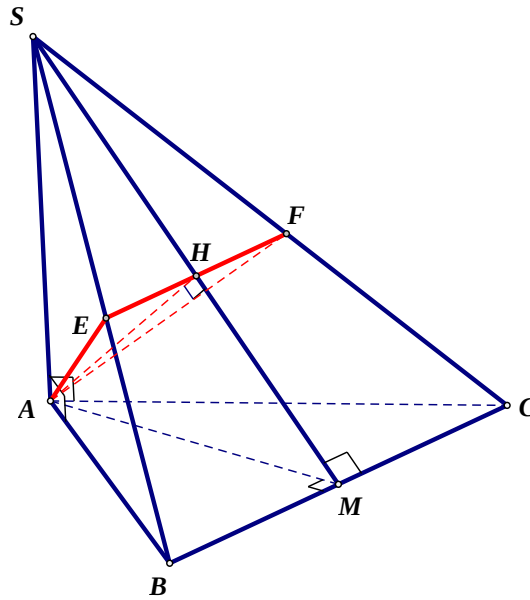
Câu 53. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm BC . Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SM cắt SB, SC lần lượt tại E, F .

Biết $V_{S.AEF} = \frac{1}{4}V_{S.ABC}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{8}$. C. $V = \frac{2a^3}{5}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $BC \perp SM$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SM . Do $FE = (P) \cap (SBC) \Rightarrow FE \perp SM \Rightarrow FE \parallel BC$ và FE đi qua H .

$$V_{S.AEF} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} \Leftrightarrow \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{SH}{SM} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{SH}{SM} = \frac{1}{2}. \text{ Vậy } H \text{ là trung điểm cạnh } SM.$$

$$\text{Suy ra } \triangle SAM \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 54. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm các tam giác SAB , SAC , SAD chia khối chóp này thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 ($V_1 < V_2$). Tính tỉ lệ $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{16}{75}$.

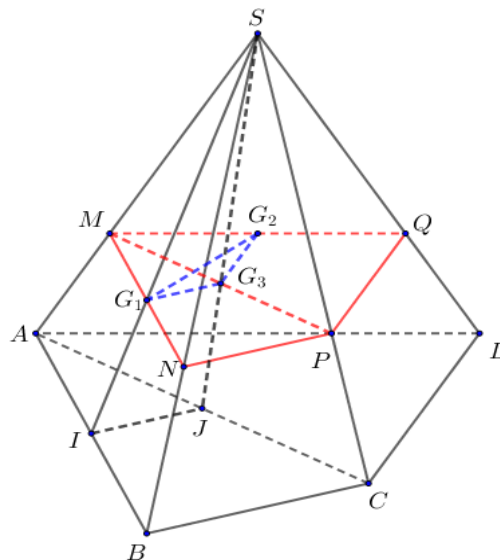
B. $\frac{8}{27}$.

C. $\frac{16}{81}$.

D. $\frac{8}{19}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi G_1 , G_2 , G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB , SAD , SAC .

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC thì $\frac{SG_1}{SI} = \frac{2}{3} = \frac{SG_3}{SJ}$

$$\Rightarrow G_1G_3 \parallel IJ \Rightarrow G_1G_3 \parallel (ABC).$$

Chứng minh tương tự ta có $G_2G_3 \parallel (ABC)$.

Suy ra $(G_1G_2G_3) \parallel (ABCD)$.

Qua G_1 dựng đường song song với AB , cắt SA, SB lần lượt tại M, N .

Qua N dựng đường song song với BC , cắt SC tại P .

Qua P dựng đường song song với CD , cắt SD tại Q .

$\Rightarrow$ Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi $(G_1G_2G_3)$ là tứ giác $MNPQ$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM.SN.SP}{SA.SB.SC} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{8}{27} V_{S.ABC} \quad (1)$$

$$\text{Tương tự ta cũng có } \Rightarrow V_{S.MPQ} = \frac{8}{27} V_{S.ACD} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } V_{S.MNPQ} = \frac{8}{27} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_1 = \frac{8}{27} V \Rightarrow V_2 = V - V_1 = \frac{19}{27} V. \text{ Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{19}.$$

Câu 55. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Tỉ số $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ là

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{16}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có áp dụng công thức tỉ số thể tích, ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}$ và $\frac{V_{S.MQP}}{V_{S.ADC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SQ}{SD} \cdot \frac{SP}{SC}$

$$\text{Vì } M, N, P, Q \text{ là trung điểm các cạnh } SA, SB, SC, SD \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Và } V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} \text{ suy ra } \frac{V_{S.MNP} + V_{S.MQP}}{\frac{1}{2} V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}.$$

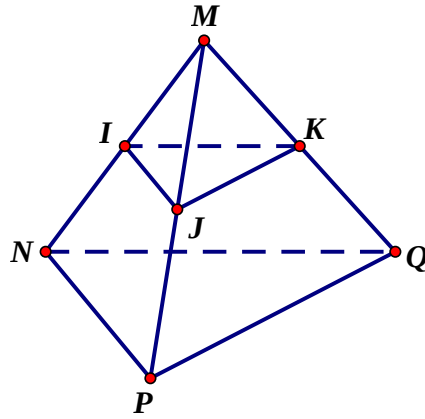
Câu 56. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỉ 2018

thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng:

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $\frac{V_{M.IJK}}{V_{M.NPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

- A. $V = \frac{1}{3}$. B. $V = \frac{1}{6}$. C. $V = \frac{1}{12}$. D. $V = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

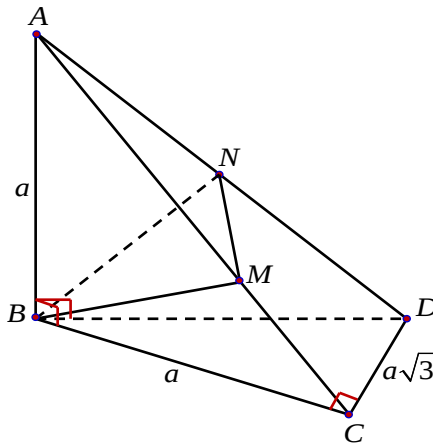
Ta có: $V_{S.BCD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2}$. Mặt khác: $\frac{V_{S.EBD}}{V_{S.CBD}} = \frac{SE}{SC} = \frac{2}{3} \rightarrow V_{S.EBD} = \frac{2}{3}V_{S.CBD} = \frac{1}{3}$.

Câu 58. Cho hình chóp $A.BCD$ có đáy BCD là tam giác vuông tại C với $BC = a$, $CD = a\sqrt{3}$. Hai mặt (ABD) và (ABC) cùng vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Biết $AB = a$, M , N lần lượt thuộc cạnh AC , AD sao cho $AM = 2MC$, $AN = ND$. Thể tích khối chóp $A.BMN$ là

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



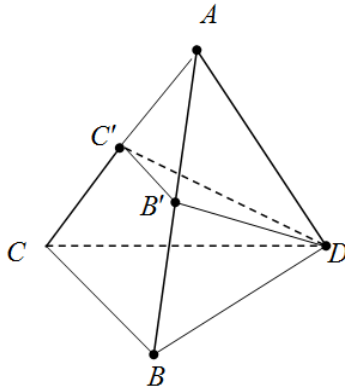
Do $AM = 2MC \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{2}{3}$.

Ta có $\frac{V_{A.BMN}}{V_{A.BCD}} = \frac{AM}{AC} \cdot \frac{AN}{AD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

Mà $V_{A.BCD} = \frac{1}{3}AB \cdot \frac{1}{2}BC \cdot CD = \frac{1}{6}a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

$$\Rightarrow V_{A.BMN} = \frac{V_{A.BCD}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{18}.$$

Câu 59. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB và AC . Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$.



- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 60. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . $mp(ABC)$ qua A vuông góc với đường thẳng SB cắt SB, SC lần lượt tại H, K . Gọi V_1, V_2 tương ứng là thể tích của các khối chóp $S.AHK$ và $S.ABC$. Cho biết tam giác SAB vuông cân, tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $HK \parallel BC$ do cùng $\perp SB$ trong (SBC) , mà H là trung điểm SB nên K là trung điểm SC .

$$\text{Vậy có (xem A là đỉnh): } \frac{V}{V'} = \frac{S_{SHK}}{S_{SBC}} = \frac{1}{4}.$$

Câu 61. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỉ số thể tích

$$\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} \text{ là}$$

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trong trường hợp này áp dụng công thức tỉ lệ thể tích giữa 2 hình chóp tam giác:

$$\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Câu 62. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V , khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{81V}{8}$.

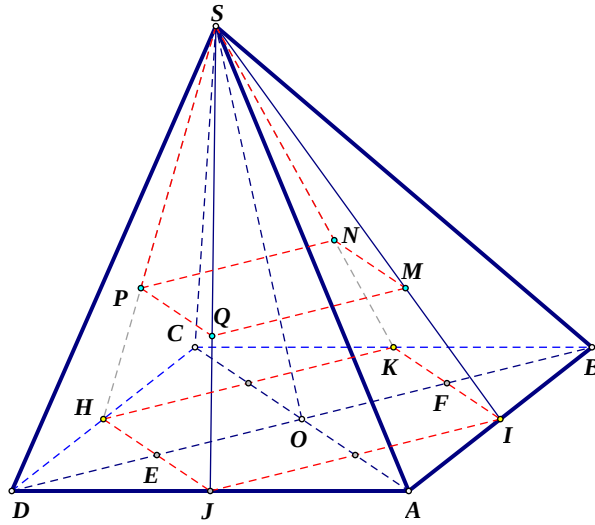
B. $\frac{27V}{4}$.

C. $\left(\frac{9}{2}\right)^2 V$.

D. $\frac{9V}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $\frac{d(S, (MNPQ))}{d(S, (ABCD))} = \frac{SM}{SI} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác gọi $S = S_{ABCD}$ ta có $\frac{S_{\Delta DEJ}}{S_{\Delta BDA}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow S_{\Delta DEJ} = \frac{1}{16} S$.

Tương tự ta có $\frac{S_{\Delta JAI}}{S_{\Delta DAB}} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\Delta JAI} = \frac{1}{8} S$.

Suy ra $S_{HKIJ} = \left[1 - \left(4 \cdot \frac{1}{16} + 2 \cdot \frac{1}{8}\right)\right] S = \frac{1}{2} S$.

Mà $\frac{S_{MNPQ}}{S_{HKIJ}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{2}{9} S_{ABCD}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) \cdot S = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} d(S, (MNPQ)) \cdot \frac{9}{2} S = \frac{27}{4} V$.

Câu 63. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, M là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB , SD tại N , K . Tính tỉ số thể tích của khối $S.ANMK$ và khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2}{9}$

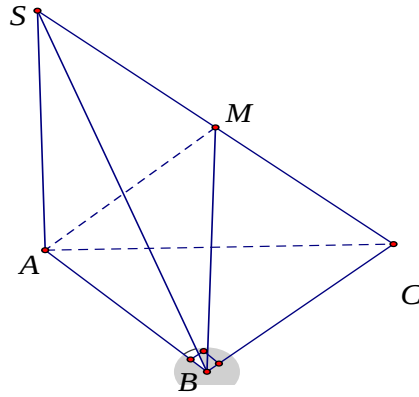
B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ nên $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SBA} = 30^\circ$.

Tam giác SAB vuông tại A : $SA = \tan 30^\circ \cdot AB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{18} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{V_{S.ABC}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{36}$.

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABC$, M là trung điểm của SB , điểm N thuộc cạnh SC thỏa $SN = 2NC$. Tính số $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Câu 67. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau, $AB = a$; $AC = 2a$ và $AD = 3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BD, CD . Tính thể tích V của tứ diện $ADMN$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$.

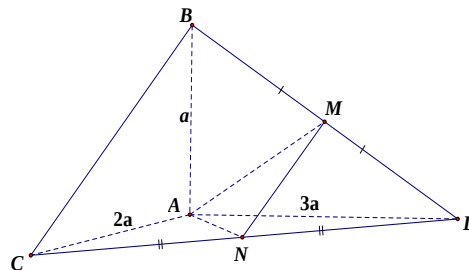
B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{3a^3}{4}$.

D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$$\left. \begin{array}{l} AB \perp AC \\ AB \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (ACD).$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ACD} \cdot AB = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD \cdot AB = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 3a \cdot a = a^3.$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có:

$$\frac{V_{D.MAN}}{V_{D.BAC}} = \frac{DM}{DB} \cdot \frac{DA}{DA} \cdot \frac{DN}{DC} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{D.MAN} = \frac{1}{4} V_{D.BAC} = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 68. Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

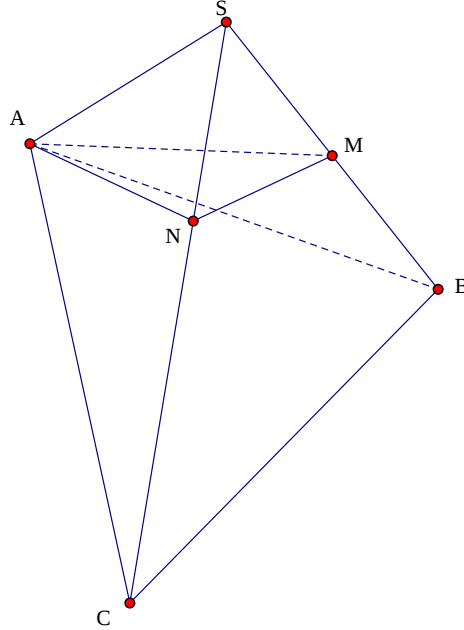
B. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Lấy $M \in SB$, $N \in SC$ thỏa mãn: $SM = SN = SA = a \Rightarrow \begin{cases} \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \\ \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} \end{cases}$.

Theo giả thiết: $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ \Rightarrow S.AMN$ là khối tứ diện đều cạnh a .

Do đó: $V_{S.AMN} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Mặt khác: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.ABC} = 8V_{S.AMN} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 69. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A' , B' , C' , D' lần là trung điểm các cạnh SA , SB , SC , SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{8}$.

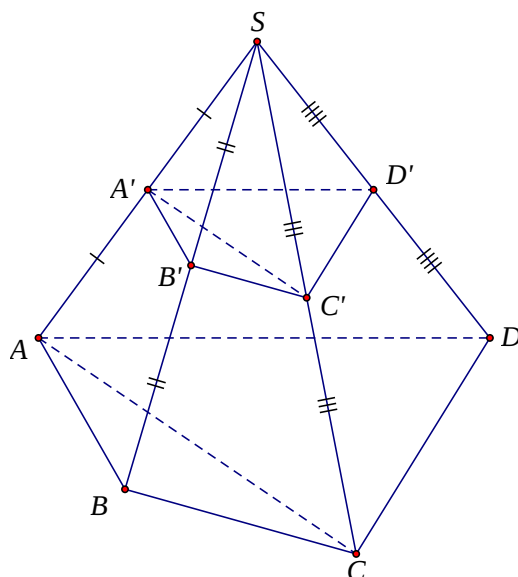
B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}$, $\frac{V_{SA'C'D'}}{V_{SACD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}$

Suy ra $\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{V_{SA'B'C'} + V_{SA'C'D'}}{V_{SABC} + V_{SACD}} = \frac{1}{8}$.

Vậy $\frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{8}$.

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Điểm P là trung điểm của SC , một mặt phẳng qua AP cắt các cạnh SD và SB lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{1}{3}$.

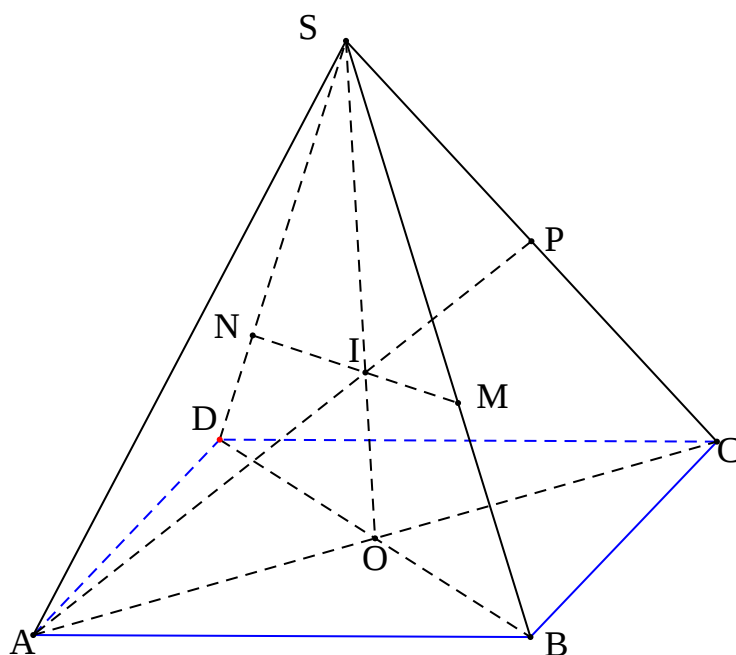
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $\frac{SM}{SB} = x, \frac{SN}{SD} = y, 0 < x, y \leq 1$.

Vì $\frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SP} = \frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN}$ nên $1 + 2 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{x}{3x-1}$

Khi đó $\frac{V_1}{V} = \frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}} + \frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SP}{SC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot y \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{4}(x+y) = \frac{1}{4}\left(x + \frac{x}{3x-1}\right)$

Vì $x > 0, y > 0$ nên $\frac{1}{3} < x < 1$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{4}\left(x + \frac{x}{3x-1}\right)$ trên $\left(\frac{1}{3}; 1\right]$

Ta có $f'(x) = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{1}{(3x-1)^2}\right); f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1
y'		0	
y	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$ bằng $\frac{1}{3}$.

Câu 71. Cho tứ diện đều $S.ABC$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác $\triangle SAB, \triangle SBC, \triangle SCA$. Tính $\frac{V_{S.G_1G_2G_3}}{V_{S.ABC}}$.

A. $\frac{1}{48}$.

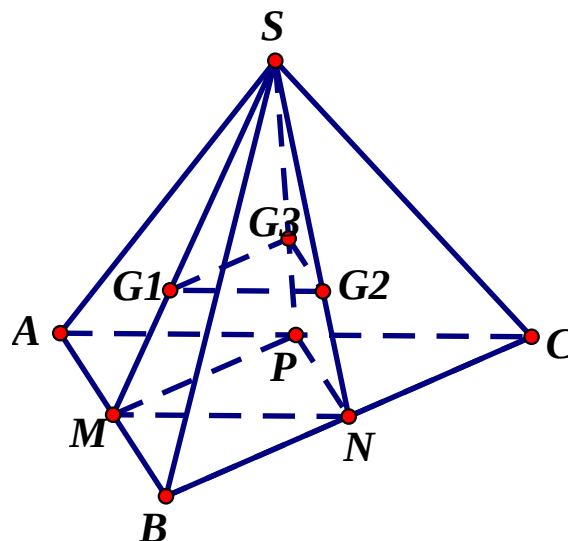
B. $\frac{2}{27}$.

C. $\frac{1}{36}$.

D. $\frac{2}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA . Ta có.

$$\frac{V_{SG_1G_2G_3}}{V_{SMNP}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{9} \Rightarrow V_{SG_1G_2G_3} = \frac{8}{9} V_{SMNP} = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{4} V_{SABC} = \frac{2}{27}.$$

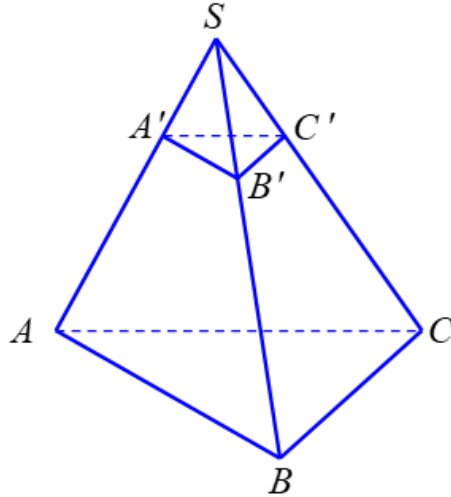
Câu 72. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA , SB , SC lần lượt lấy ba điểm A' , B' , C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$, $SB' = \frac{1}{3}SB$, $SC' = \frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$

và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{27}$. D. $\frac{1}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



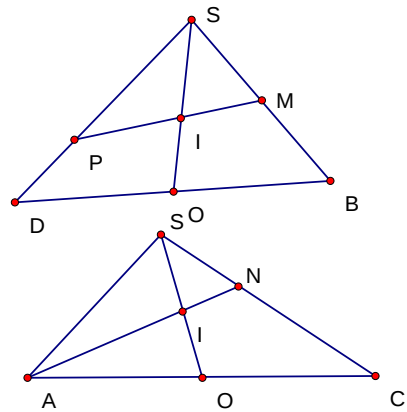
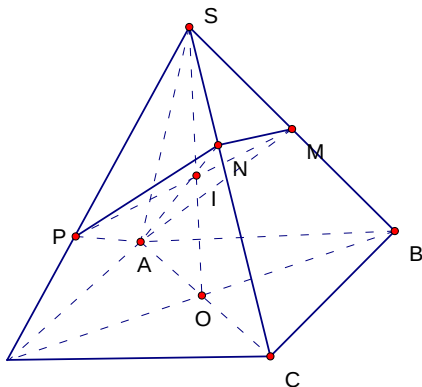
Ta có $\frac{V'}{V} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Gọi M là trung điểm của SB . P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = 2DP$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh SC tại N . Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMNP$ theo V .

- A. $V_{ABCDMNP} = \frac{23}{30}V$. B. $V_{ABCDMNP} = \frac{7}{30}V$. C. $V_{ABCDMNP} = \frac{19}{30}V$. D. $V_{ABCDMNP} = \frac{2}{5}V$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình bình hành. Gọi $I = MP \cap SO \Rightarrow N = AI \cap SC$.

Ta có:

$$\frac{1}{3} = \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SB} = \frac{S_{\Delta SPM}}{S_{\Delta SDB}} = \frac{S_{\Delta SPI} + S_{\Delta SMI}}{S_{\Delta SDB}} = \frac{S_{\Delta SPI}}{2S_{\Delta SDO}} + \frac{S_{\Delta SMI}}{2S_{\Delta SBO}}.$$

$$= \frac{SI}{2SO} \left(\frac{SP}{SD} + \frac{SM}{SB} \right) = \frac{7}{12} \cdot \frac{SI}{SO} \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{4}{7}$$

Suy ra:

$$\frac{SN}{SC} = \frac{S_{\Delta SAN}}{S_{\Delta SAC}} = \frac{S_{\Delta SAI} + S_{\Delta SNI}}{S_{\Delta SAC}} = \frac{S_{\Delta SAI}}{2S_{\Delta SAO}} + \frac{S_{\Delta SNI}}{2S_{\Delta SCO}} = \frac{SI}{2SO} + \frac{SI}{2SO} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} \frac{SN}{SC}$$

$$\Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{2}{5}$$

Suy ra: $\frac{V_{S.AMNP}}{V} = \frac{V_{S.AMP} + V_{S.MNP}}{V} = \frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABD}} + \frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.BCPD}} = \frac{SA \cdot SM \cdot SP}{2SA \cdot SB \cdot SD} + \frac{SM \cdot SN \cdot SP}{2SB \cdot SC \cdot SD} = \frac{7}{30}.$

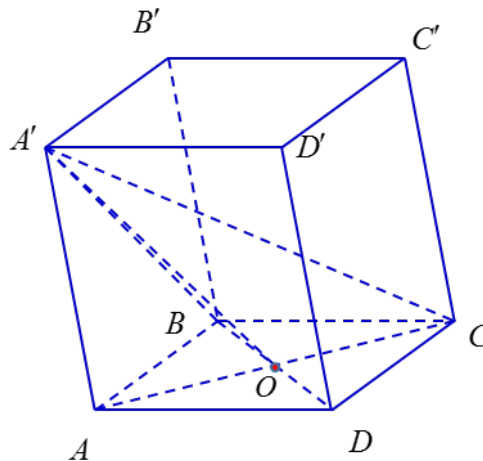
$$\Rightarrow V_{ABCD.MNP} = \frac{23}{30} V.$$

Câu 74. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Thể tích của khối chóp $A'.BCO$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A



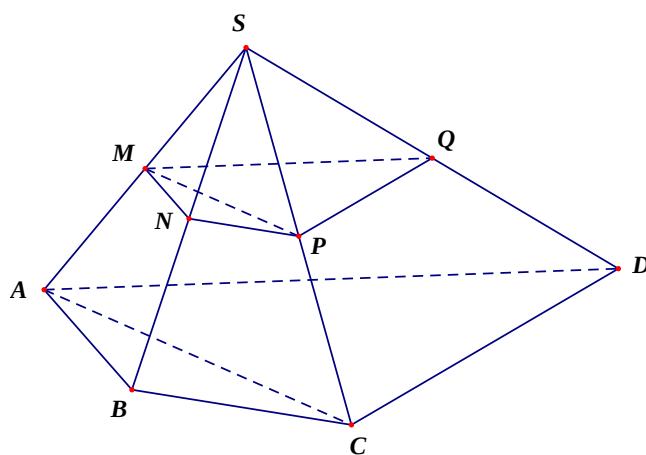
$$V_{A'.BCO} = \frac{1}{3} d(A', (BCO)) \cdot S_{BCO} = \frac{1}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1.$$

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{8}.$ B. $\frac{1}{2}.$ C. $\frac{1}{4}.$ D. $\frac{1}{16}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A



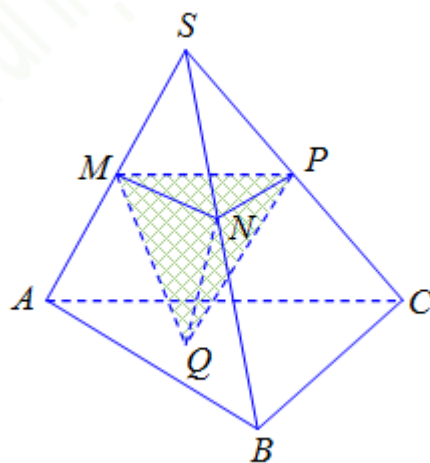
$$\begin{aligned} \text{Ta có } V_{S.MNP} &= \frac{1}{8} V_{S.ABC} \text{ và } V_{S.MQP} = \frac{1}{8} V_{S.ADC} \\ \Rightarrow V_{S.MNPQ} &= V_{S.MQP} + V_{S.MNP} = \frac{1}{8} V_{S.ABC} + \frac{1}{8} V_{S.ADC} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD} \\ \Rightarrow \frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

Câu 76. Cho tứ diện $S.ABC$ có thể tích V . Gọi M , N và P lần lượt là trung điểm của SA , SB và SC . Thể tích khối tứ diện có đáy là tam giác MNP và đỉnh là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{8}$. D. $\frac{V}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Dễ thấy khoảng cách từ đỉnh tứ diện cần tính thể tích đến mặt phẳng (MNP) cũng bằng khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (MNP) .

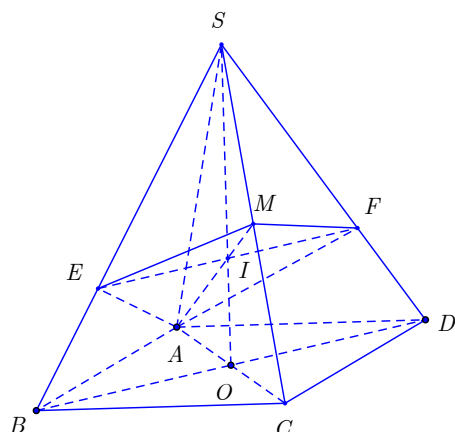
$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{8} \text{ nên } V_{S.MNP} = \frac{V}{8}.$$

Câu 77. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là trung điểm của SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD cắt SB tại E và cắt SD tại F . Tính thể tích V khối chóp $S.AEMF$.

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{36}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{9}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Trong mặt phẳng (SBD) : $EF \cap SO = I$. Suy ra A, M, I thẳng hàng.

Trong tam giác SAC hai trung tuyến AM, SO cắt nhau tại I suy ra $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$.

Lại có $EF \parallel BD \Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$.

Ta có: $\frac{V_{S.AEM}}{V_{SABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{V_{S.AFM}}{V_{SADC}} = \frac{SF}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3}$.

Vậy $\frac{V_{S.AEM} + V_{S.AFM}}{V_{SABC} + V_{SADC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_{S.AEMF}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{3}$.

Góc giữa cạnh bên và đáy của $S.ABCD$ bằng góc $\widehat{SBO} = 60^\circ$ suy ra $SO = BO\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $V_{S.AEMF} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Câu 78. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối cầu ngoại tiếp, thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đã cho. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{9}$.

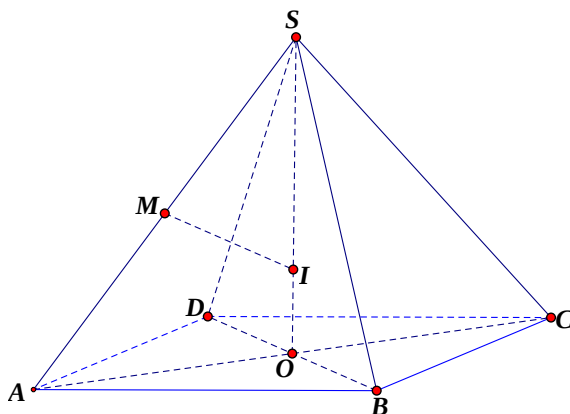
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{27}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Suy ra $SO \perp (ABCD)$. Và góc giữa cạnh bên SA với mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SAO}$. Theo giả thuyết $\widehat{SAO} = 60^\circ$, nên tam giác SAC đều, suy ra $SA = a\sqrt{2}$ và $SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Gọi M là trung điểm SA . Trong (SAC) , đường trung trực của cạnh SA cắt SO tại I . Khi đó, $IS = IA = IB = IC = ID$ nên I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Tam giác SAO có $SI \cdot SO = SM \cdot SA \Rightarrow SI = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{a\sqrt{6}}{3} = R$.

Ta lại có, khối nón ngoại tiếp hình chóp có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ nên có bán kính đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao $h = SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$$\text{Suy ra } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \left(\frac{a\sqrt{6}}{3} \right)^3}{\frac{1}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{32}{9}.$$

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA . Mặt phẳng MBC chia hình chóp thành 2 phần. Tỉ số thể tích của phần trên và phần dưới là

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{5}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

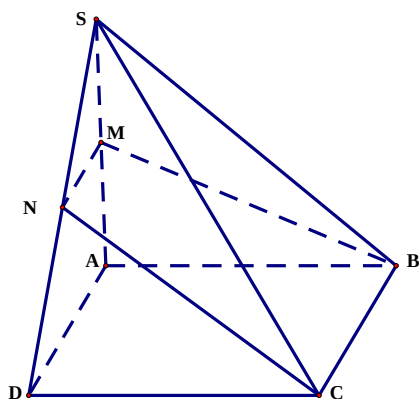
Kẻ $MN \parallel AD, (N \in SD)$. Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thang $MNCB$. Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

$$\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MBC} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{4} V.$$

$$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ADC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MNC} = \frac{1}{4} V_{S.ADC} = \frac{1}{8} V.$$

$$V_{S.MNCB} = V_{S.MBC} + V_{S.MNC} = \frac{3}{8} V \Rightarrow V_{MNCBA} = \frac{5}{8} V.$$

Vậy tỉ số thể tích của phần trên với phần dưới là $\frac{3}{5}$.



Câu 80. Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB . Khi đó tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C'}}$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

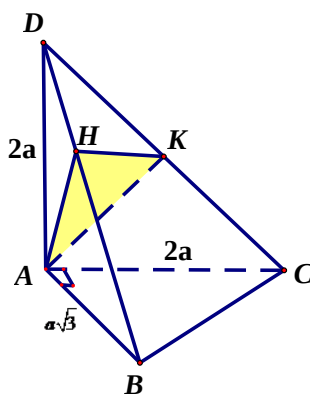
$$\text{Ta có } \frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C'}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'} = 4.$$

Câu 81. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$ và $AD = 2a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên DB, DC . Tính thể tích V của tứ diện $AHKD$.

- A. $V = \frac{2\sqrt{3}}{7}a^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}}{21}a^3$. C. $V = \frac{2\sqrt{3}}{21}a^3$. D. $V = \frac{4\sqrt{3}}{7}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } \frac{V_{D.AHK}}{V_{D.ABC}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SK}{SC} \cdot \frac{DH}{DB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{DH \cdot DB}{DB^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD^2}{AD^2 + AB^2}.$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4a^2}{4a^2 + 3a^2} = \frac{2}{7}.$$

$$V_{D.ABC} = \frac{1}{3} DA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} 2a \cdot \frac{1}{2} 2a \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_{AHKD} = V_{D.AHK} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{21}.$$

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB . Tính tỉ số thể tích

$$\frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C'}}$$

A. 4.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C'}} = \frac{SA.SB.SC}{SA'.SB'.SC} = \frac{SA.SB}{SA'.SB'} = 4..$$

Câu 83. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{1}{8}$.

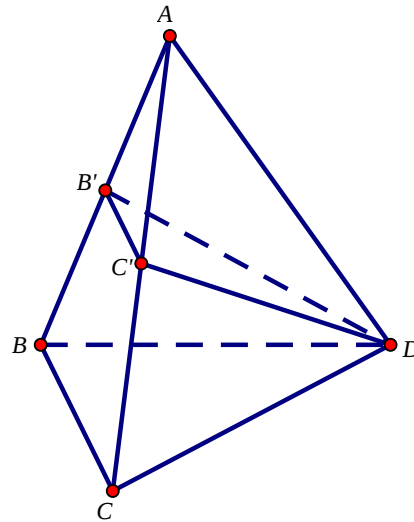
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$$\text{Ta có } \frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ADMN$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$.

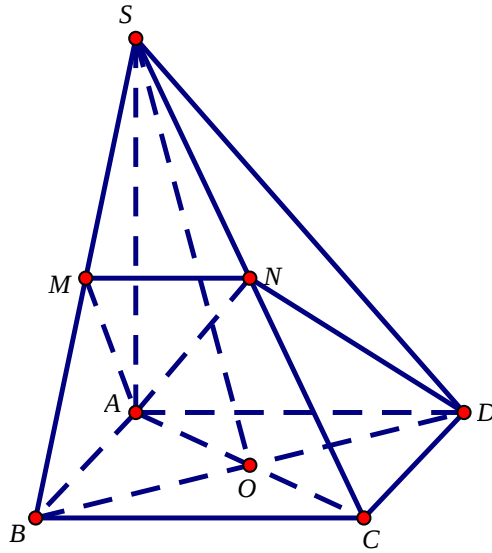
B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó ta có $\widehat{SOA}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ nên $\widehat{SOA} = 60^\circ$. Khi đó $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AO} \Rightarrow SA = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} a \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4}$ và $\frac{V_{S.AND}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SD}{SD} = \frac{1}{2}$.

Do đó $V_{S.ADMN} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{8} V_{S.ABCD} = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$.

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ là

A. $\frac{1}{2}$.

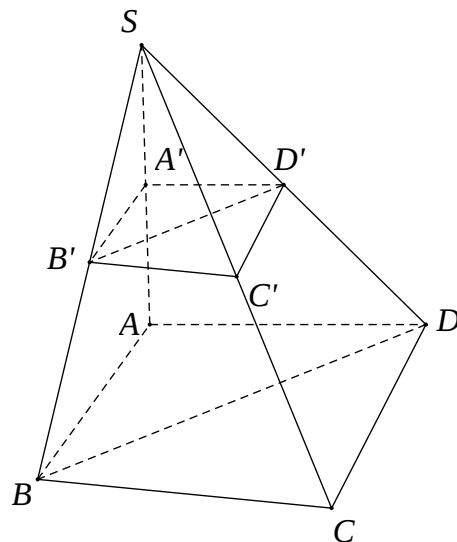
B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $V_{S.ABCD} = V_{S.ABD} + V_{S.CBD}$; $V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'D'} + V_{S.C'B'D'}$.

Mặt khác: $\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$;

$$\frac{V_{S.C'B'D'}}{V_{S.CBD}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}. \text{ Vậy, } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}.$$

Câu 86. Cho điểm M nằm trên cạnh SA , điểm N nằm trên cạnh SB của hình chóp tam giác $S.ABC$ sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$, $\frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A , V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

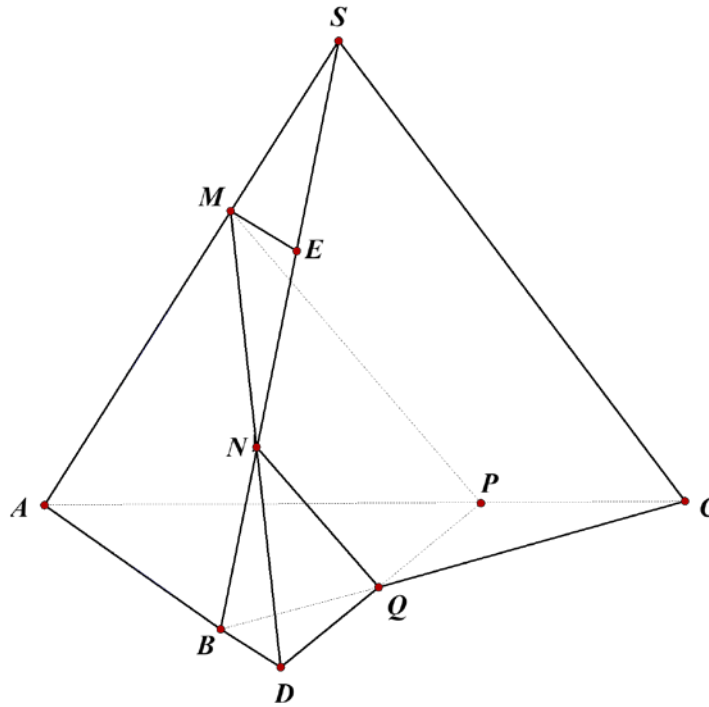
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}.$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{6}.$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{5}.$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}.$

Hướng dẫn giải



Chọn A

- Trong mặt phẳng (SAC) dựng MP song song với SC cắt AC tại P . Trong mặt phẳng (SBC) dựng NQ song song với SC cắt BC tại Q . Gọi D là giao điểm của MN và PQ . Dựng ME song song với AB cắt SB tại E (như hình vẽ).

- Ta thấy: $\frac{SE}{SB} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3} \Rightarrow SN = NE = NB = \frac{1}{3}SB$

Suy ra N là trung điểm của BE và DM , đồng thời $DB = ME = \frac{1}{3}AB \Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{1}{4}, \frac{DN}{DM} = \frac{1}{2}.$

Do $NQ \parallel MP \Rightarrow \frac{DQ}{DP} = \frac{DN}{DM} = \frac{1}{2}.$

- Nhận thấy: $V_1 = V_{D.AMP} - V_{D.BNQ}.$

$$\frac{V_{D.BNQ}}{V_{D.AMP}} = \frac{DB}{DA} \cdot \frac{DN}{DM} \cdot \frac{DQ}{DP} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \Rightarrow V_{D.BNQ} = \frac{1}{16}V_{D.AMP} \Rightarrow V_1 = \frac{15}{16}V_{D.AMP} = \frac{15}{16}V_{M.ADP}.$$

- Do $NQ \parallel SC \Rightarrow \frac{QB}{CB} = \frac{NB}{SB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{d(N; DB)}{d(C; AB)} = \frac{QB}{CB} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(Q; DB) = \frac{1}{3}d(C; AB)$

$$\Rightarrow S_{QDB} = \frac{1}{2} \cdot d(Q; DB) \cdot DB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot d(C; AB) \cdot \frac{1}{3} AB = \frac{1}{9} S_{CAB} \Rightarrow S_{ADP} = \frac{8}{9} S_{ABC}$$

$$\text{Và } d(M; (ADP)) = \frac{2}{3} d(S; (ABC))$$

$$\Rightarrow V_{M.ADP} = \frac{1}{3} \cdot d(M; (ADP)) \cdot S_{ADP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} d(S; (ABC)) \cdot \frac{8}{9} S_{ABC} = \frac{16}{27} V_{S.ABC}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{15}{16} \cdot \frac{16}{27} V_{S.ABC} = \frac{5}{9} V_{S.ABC} \Rightarrow V_2 = V_{S.ABC} - V_1 = \frac{4}{9} V_{S.ABC}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 87. Cho hình chóp $S, ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và có thể tích bằng 8. Tính thể tích V của khối chóp $S.OCD$.

A. $V = 4$.

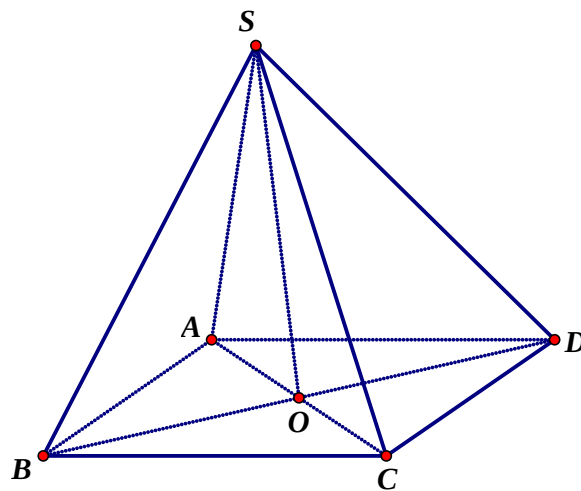
B. $V = 5$.

C. $V = 2$.

D. $V = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Cách 1. Gọi h là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$

$$\text{Ta có } 8 = V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 4S_{OCD} \cdot h = 4V_{SOCD} \Rightarrow V_{SOCD} = 2.$$

Cách 2. Ta có hai hình chóp có cùng chiều cao mà $S_{ABCD} = 4S_{OCD} \Rightarrow V_{SOCD} = \frac{8}{4} = 2$

Câu 88. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

A. $V = 6$.

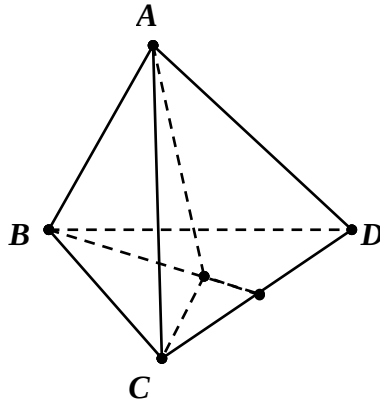
B. $V = 5$.

C. $V = 3$.

D. $V = 4$.

Hướng dẫn giải

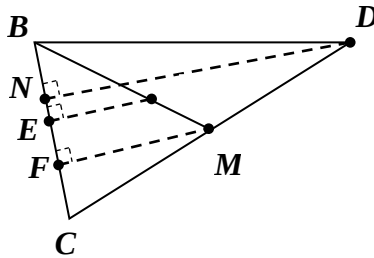
Chọn D



□ **Cách 1:**

Phân tích: tứ diện $ABCD$ và khối chóp $A.GBC$ có cùng đường cao là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) . Do G là trọng tâm tam giác BCD nên ta có $S_{\triangle BGC} = S_{\triangle BGD} = S_{\triangle CGD} \Rightarrow S_{\triangle BCD} = 3S_{\triangle BGC}$ (xem phần chứng minh).

Áp dụng công thức thể tích hình chóp ta có:

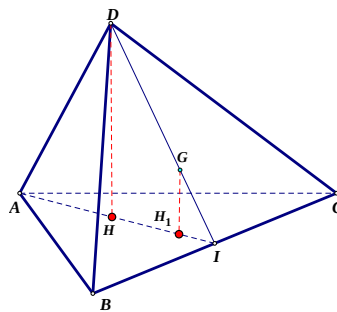


$$\left. \begin{aligned} V_{ABCD} &= \frac{1}{3} h \cdot S_{\triangle BCD} \\ V_{A.GBC} &= \frac{1}{3} h \cdot S_{\triangle BGC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_{ABCD}}{V_{A.GBC}} = \frac{\frac{1}{3} h \cdot S_{\triangle BCD}}{\frac{1}{3} h \cdot S_{\triangle BGC}} = \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle BGC}} = 3 \Rightarrow V_{A.GBC} = \frac{1}{3} V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4.$$

Chứng minh: Đặt $DN = h$; $BC = a$.

Từ hình vẽ có:

$$+) MF \parallel ND \Rightarrow \frac{MF}{DN} = \frac{CM}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{1}{2} DN \Rightarrow MF = \frac{h}{2}.$$



$$+) GE \parallel MF \Rightarrow \frac{GE}{MF} = \frac{BG}{BM} = \frac{2}{3} \Rightarrow GE = \frac{2}{3} MF = \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{h}{3}$$

$$+) \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle BGC}} = \frac{\frac{1}{2} DN \cdot BC}{\frac{1}{2} GE \cdot BC} = \frac{\frac{1}{2} ha}{\frac{1}{2} \frac{h}{3} a} = 3 \Rightarrow S_{\triangle BCD} = 3S_{\triangle BGC}$$

+) Chứng minh tương tự có $S_{\triangle BCD} = 3S_{\triangle BGD} = 3S_{\triangle CGD}$

$$\Rightarrow S_{\triangle BGC} = S_{\triangle BGD} = S_{\triangle CGD} \square.$$

□ **Cách 2:**

$$\boxed{\checkmark} \frac{d(G; (ABC))}{d(D; (ABC))} = \frac{GI}{DI} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(G; (ABC)) = \frac{1}{3} d(D; (ABC)).$$

$$\text{Nên } V_{G.ABC} = \frac{1}{3} d(G; (ABC)) \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} V_{DABC} = 4.$$

Câu 89. Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC} = 6a^3$. Gọi M, N, Q lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, SC sao cho $SM = MA, SN = NB, SQ = 2QC$. Tính $V_{S.MNQ}$:

A. $\frac{a^3}{2}$.

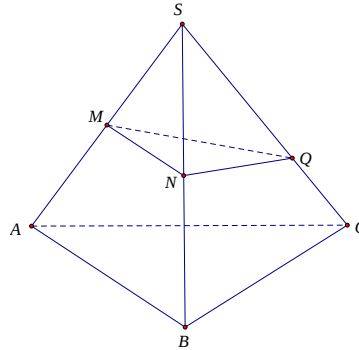
B. a^3 .

C. $2a^3$.

D. $3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.MNQ} = \frac{1}{6} V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot 6a^3 = a^3.$$

Câu 90. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$ là:

A. $\frac{V}{27}$.

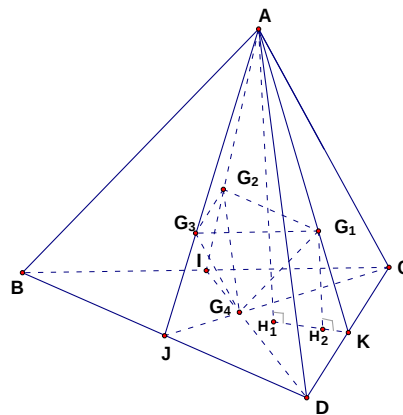
B. $\frac{V}{18}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{V}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, BD và DC .

Gọi h là khoảng cách từ A đến (BCD) , h_1 là khoảng cách từ G_4 đến $(G_1G_2G_3)$.

Vì $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$ nên $d(G_4, (G_1G_2G_3)) = d(G_1, (BCD)) = G_1H_2 = h'$, $h = AH_1$.

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h} = \frac{KG_1}{KA} = \frac{1}{3} \Rightarrow h_1 = \frac{h}{3}.$$

Gọi S, S', S_1 lần lượt là diện tích các tam giác BCD, IJK và $G_1G_2G_3$.

Vì I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, BD và DC nên:

$$S' = \frac{1}{2} JK \cdot d(I, JK) = \frac{1}{2} \cdot \frac{BC}{2} \cdot \frac{1}{2} d(D, BC) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot d(D, BC) = \frac{1}{4} S \quad (1).$$

Tam giác $G_1G_2G_3$ đồng dạng với tam giác KIJ với tỉ số đồng dạng là: $\frac{G_1G_2}{IK} = \frac{AG_1}{AK} = \frac{2}{3}$.

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S'} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_1 = \frac{4}{9} S' \quad (2) \quad (\text{Vì tỉ số diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng}).$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow S_1 = \frac{S}{9}.$$

$$\text{Thể tích khối tứ diện } G_1G_2G_3G_4 \text{ là: } V_1 = \frac{1}{3} S_1 \cdot h_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{S}{9} \cdot \frac{h}{3} = \frac{1}{27} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot S \cdot h\right) = \frac{V}{27}.$$

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{2}$

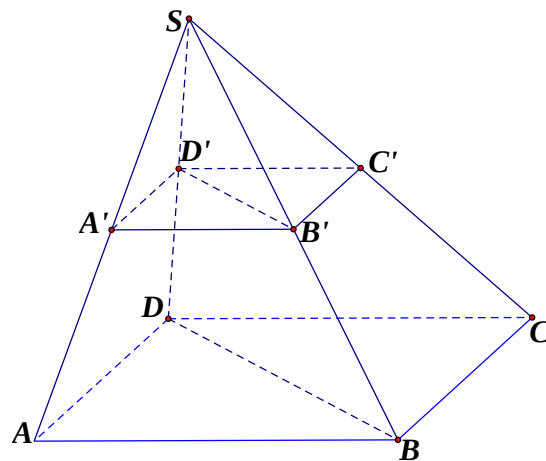
B. $\frac{1}{16}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{8}$

Hướng dẫn giải

Chọn D



$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}.$$

$$\text{Và } \frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.BDC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}} + \frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}.$$

Câu 92. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$.

A. $\frac{1}{3}$.

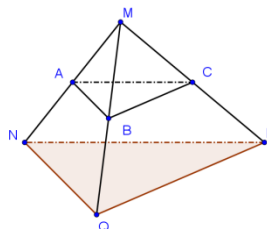
B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Do I ; J ; K lần lượt nằm trên ba cạnh MN ; MP ; MQ nên theo công thức tỉ số thể tích cho

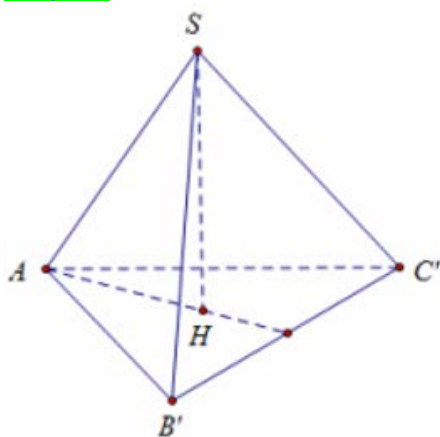
$$\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Câu 93. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$; $SB = 3a\sqrt{2}$; $SC = 2a\sqrt{3}$, $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$. Trên các cạnh SB ; SC lấy các điểm B' , C' sao cho $SA = SB' = SC' = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $3a^3\sqrt{3}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Trên các cạnh SB ; SC lấy các điểm B' , C' sao cho

$SA = SB' = SC' = a$ suy ra $S.AB'C'$ là hình chóp đều có các mặt bên là tam giác đều suy ra $AB' = B'C' = C'A'$.

$$\text{Ta có: } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; AH = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.AB'C'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}. \text{ Lại có } \frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'} = \frac{1}{6\sqrt{6}}$$

$$\text{Do đó } V_{S.ABC} = a^3\sqrt{3}.$$

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k, 0 < k < 1$. Khi đó giá trị của k để mặt phẳng (BMC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau là

- A. $k = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$. B. $k = \frac{-1+\sqrt{2}}{2}$. C. $k = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. D. $k = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử (BMC) cắt SD tại N . Khi đó $MN \parallel BC \parallel AD$ suy ra $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SD} = k (k > 0)$

Ta có $\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} = k, \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ADC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = k^2$. Do đó: $\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABCD}} = \frac{k}{2}; \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABCD}} = \frac{k^2}{2}$. Bài toán t/m khi

$$\frac{k}{2} + \frac{k^2}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k^2 + k - 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$; SA vuông góc mặt phẳng (ABC) , Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Gọi M là trung điểm của SC , thể tích khối chóp $S.ABM$ là.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$[(SBC); (ABC)] = 30^\circ \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow V_{SABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}.$$

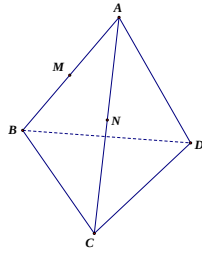
$$\frac{V_{SABM}}{V_{SABC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SABM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}.$$

Câu 96. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AMND$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



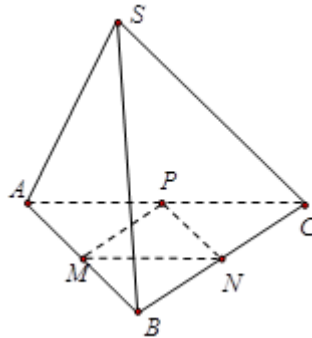
Ta có $\frac{V_{AMND}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AD}{AD} = \frac{1}{4}$.

Câu 97. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 8. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA . Thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng:

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}} = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle MNP}} = \frac{\frac{1}{2}BC.d(A, BC)}{\frac{1}{2}MP.d(N, MP)} = \frac{2MP.2d(N, MP)}{MP.d(N, MP)} = 4$$

$$\Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{V_{S.ABC}}{4} = 2$$

Câu 98. Cho khối chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$

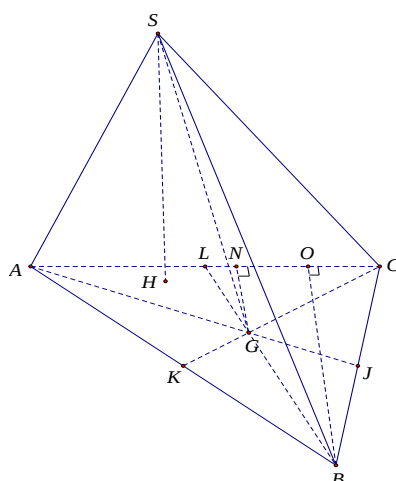
B. 3

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}} = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AGC}} = \frac{d(B; AC)}{d(G; AC)} = \frac{BO}{GN} = \frac{BL}{GL} = 3$.

Câu 99. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = 1$, $SC = 3$. Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{3}SC$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABM$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{36}$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}}{36}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

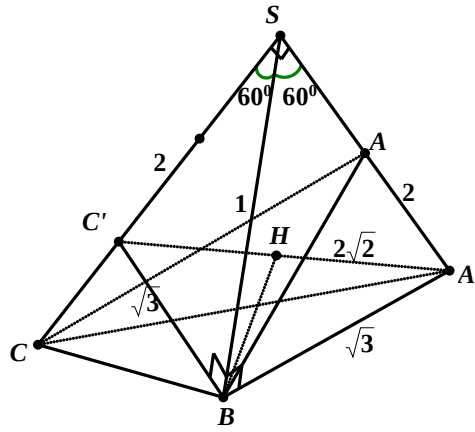
Chọn A

Cách 1: Áp dụng công thức $V_{S.ABC} = \frac{1}{6}.abc\sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \varphi + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \varphi}$.

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{6}.1.1.3\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 0} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Cách 2:



Gọi A' , C' lần lượt là các điểm trên SA và SC sao cho $SA' = SC' = 2$. Khi đó $\widehat{SBA'} = \widehat{SBC'} = 90^\circ$ hay $SB \perp (A'BC')$.

Tam giác $A'BC'$ cân tại B , gọi H là hình chiếu của B trên $A'C'$ ta có: $A'C' = 2\sqrt{2}$, $BH = 1$.

$$V_{S.A'BC'} = \frac{1}{3} \cdot SB \cdot \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AC = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'BC'}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SC}{SC'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Câu 100. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Khi đó thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:

- A. $\frac{V}{27}$. B. $\frac{V}{9}$. C. $\frac{V}{3}$. D. $\frac{V}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_a \cdot h$.

Với $S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2} a \cdot h_a$ h là chiều cao hình chóp $S.ABCD$.

$$V_{S.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a' h'_a \cdot h' \text{ mà: } h' = \frac{1}{3}h, a' = \frac{1}{3}a, h'_a = \frac{1}{3}h_a.$$

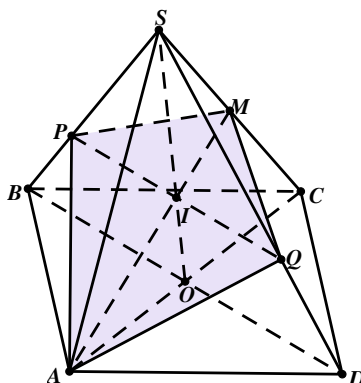
$$\text{Nên } V_{S.A'B'C'D'} = \frac{V_{S.ABCD}}{27}.$$

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành có M là trung điểm SC . Mặt phẳng (P)

qua AM và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại P và Q . Khi đó $\frac{V_{SAPMQ}}{V_{SABCD}}$ bằng

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{4}{9}$.

Chọn C



Trong $(ABCD)$ gọi O là giao điểm của AC và BD .

Trong (SAC) gọi I là giao điểm của SO và AM .

Trong (SBD) từ I vẽ đường thẳng song song với BD cắt SB , SD lần lượt tại P , Q , suy ra $mp(P)$ là $mp(APMQ)$.

+ Ta thấy I là giao điểm của hai đường trung tuyến AM và SO của tam giác $SAC \Rightarrow I$ là trọng tâm tam giác SAC , Suy ra: $\frac{SI}{SO} = \frac{SP}{SB} = \frac{SQ}{SD} = \frac{2}{3}$ (định lý ta lét vì $PQ \parallel BD$)

$$\text{Ta có: } \frac{V_{SAPM}}{V_{SABC}} = \frac{SA.SP.SM}{SA.SB.SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SAPM} = \frac{1}{3} V_{SABC}$$

$$\frac{V_{SAQM}}{V_{SADC}} = \frac{SA.SQ.SM}{SA.SD.SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SAQM} = \frac{1}{3} V_{SADC}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{SAPMQ}}{V_{SABCD}} = \frac{V_{SAPM} + V_{SAQM}}{V_{SABCD}} = \frac{\frac{1}{3}(V_{SABC} + V_{SADC})}{V_{SABCD}} = \frac{\frac{1}{3} V_{SABCD}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{3}$$

Câu 102. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA , SB , SC lần lượt lấy ba điểm A' , B' , C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$, $SB' = \frac{1}{3}SB$, $SC' = \frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \frac{V'}{V} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}.$$

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA và N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = 3NC$. Tính tỉ số k giữa thể tích khối chóp $ABMN$ và thể tích khối chóp $SABC$.

A. $k = \frac{2}{5}$.

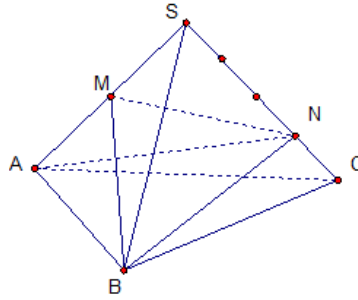
B. $k = \frac{1}{3}$.

C. $k = \frac{3}{8}$.

D. $k = \frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $V_{ABMN} = V_{SABC} - V_{SBMN} - V_{ABCN}$.

Mà $V_{SBMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot V_{SABC} = \frac{3}{8} \cdot V_{SABC}$; $V_{ABMN} = \frac{1}{4} \cdot V_{SABC}$.

Suy ra $V_{ABMN} = V_{SABC} - \frac{3}{8} V_{SABC} - \frac{1}{4} V_{SABC} = \frac{3}{8} V_{SABC}$.

Câu 104. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 6. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Tính thể tích V của khối chóp $S.MNP$.

- A. $V = 3$. B. $V = \frac{3}{2}$. C. $V = \frac{9}{2}$. D. $V = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$$S_{\triangle MNP} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}.$$

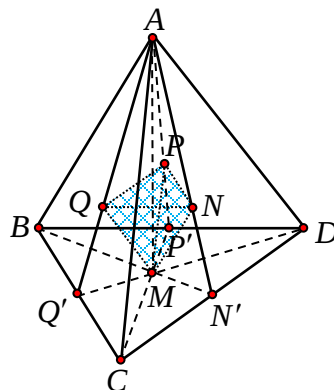
$$\text{Do đó } V_{S.MNP} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot 6 = \frac{3}{2}.$$

Câu 105. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là V . Điểm M thay đổi trong tam giác BCD . Các đường thẳng qua M và song song với AB, AC, AD lần lượt cắt các mặt phẳng $(ACD), (ABD), (ABC)$ tại N, P, Q . Giá trị lớn nhất của khối $MNPQ$ là:

- A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{54}$. C. $\frac{V}{27}$. D. $\frac{V}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



○ Tam giác ABN' có $MN \parallel AB \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{N'M}{N'B}$.

○ Tam giác ACP' có $MP \parallel AC \Rightarrow \frac{MP}{AC} = \frac{P'M}{P'C}$.

○ Tam giác ADQ' có $QM \parallel AD \Rightarrow \frac{MQ}{AD} = \frac{Q'M}{Q'D}$.

Khi đó: $\frac{MN}{AB} + \frac{MP}{AC} + \frac{MQ}{AD} = \frac{N'M}{N'B} + \frac{P'M}{P'C} + \frac{Q'M}{Q'D}$

Mà $\frac{N'M}{N'B} + \frac{P'M}{P'C} + \frac{Q'M}{Q'D} = \frac{S_{MCD}}{S_{BCD}} + \frac{S_{MBD}}{S_{BCD}} + \frac{S_{MBC}}{S_{BCD}} = 1$ nên $\frac{MN}{AB} + \frac{MP}{AC} + \frac{MQ}{AD} = 1$

Lại có $1^3 = \left(\frac{MN}{AB} + \frac{MP}{AC} + \frac{MQ}{AD} \right)^3 \geq \left(3^3 \sqrt{\frac{MN}{AB} \cdot \frac{MP}{AC} \cdot \frac{MQ}{AD}} \right)^3$ (Cauchy)

$\Leftrightarrow MN \cdot MP \cdot MQ \leq \frac{1}{27} AB \cdot AC \cdot AD \Rightarrow MN \cdot MP \cdot MQ$ lớn nhất khi $\frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = \frac{MQ}{AD}$

$\Rightarrow M$ là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = \frac{MQ}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow (NPQ) \parallel (BCD)$,

$\frac{S_{NPQ}}{S_{N'P'Q'}} = \left(\frac{2}{3} \right)^2$, Mà $S_{N'P'Q'} = \frac{1}{4} S_{BCD}$ nên $S_{NPQ} = \frac{1}{9} S_{BCD}$ và $d(M, (NPQ)) = \frac{1}{2} d(A, (BCD))$

Vậy giá trị lớn nhất của khối tứ diện $MNPQ$ là $V_{MNPQ} = \frac{1}{3} S_{NPQ} \cdot d(M, (NPQ))$

$\Leftrightarrow V_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} S_{BCD} \cdot \frac{1}{3} d(A, (BCD)) = \frac{V}{27}$, với $V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot d(A, (BCD)) = V$

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và SB . Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}$ là

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{5}{8}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\frac{V_{SCMN}}{V_{SCAB}} = \frac{SC \cdot SM \cdot SN}{SC \cdot SA \cdot SB} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SCMN} = \frac{1}{4} V_{SCAB}$.

$V_{SCMN} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD}$.

$\frac{V_{SCMD}}{V_{SCAD}} = \frac{SC \cdot SM \cdot SD}{SC \cdot SA \cdot SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SCMD} = \frac{1}{2} V_{SCAD}$.

$$\Rightarrow V_{SCMD} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD}.$$

$$V_{SCDMN} = \frac{3}{8} V_{S.ABCD}.$$

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD . Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P . Đặt $\frac{SQ}{SB} = x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNQP$, V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để

$$V_1 = \frac{1}{2} V.$$

A. $x = \frac{1}{2}$.

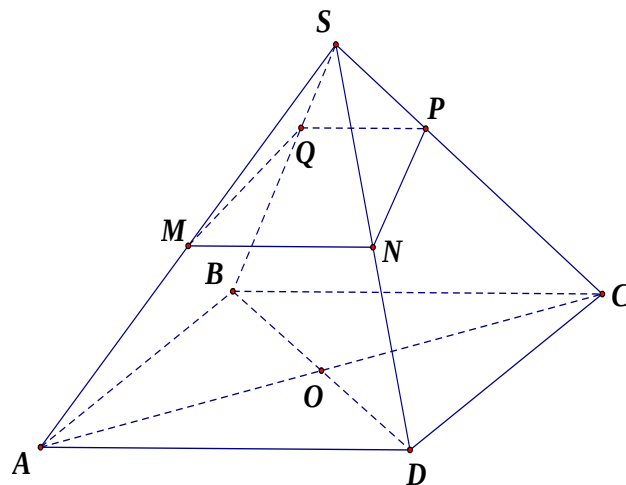
B. $x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}$.

C. $x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4}$.

D. $x = \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$$\text{Do } \begin{cases} MN \parallel BC \\ (\alpha) \cap (SBC) = PQ \end{cases} \Rightarrow PQ \parallel BC.$$

$$\frac{V_{S.MNQ}}{V} + \frac{V_{S.NPQ}}{V} = \frac{V_1}{V} \Leftrightarrow \frac{V_{S.MNQ}}{2V_{S.ABD}} + \frac{V_{S.NPQ}}{2V_{S.BCS}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SQ}{SB} + \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SQ}{SB} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{4} + \frac{x^2}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4} \text{ (vì } x > 0 \text{)}.$$

Câu 108. Cho hình chóp $SABC$. Gọi $M; N$ lần lượt là trung điểm $SB; SC$. Khi đó $\frac{V_{SABC}}{V_{SAMN}}$ là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{16}$.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AMN}} = \frac{SB}{SM} \cdot \frac{SC}{SN} = 4.$$

Câu 109. Cho khối chóp $S.ABC$ có $M \in SA$, $N \in SB$ sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MS}$, $\overrightarrow{NS} = -2\overrightarrow{NB}$. Mặt phẳng (α) qua hai điểm M , N và song song với SC chia khối chóp thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện đó (số bé chia số lớn).

A. $\frac{3}{5}$.

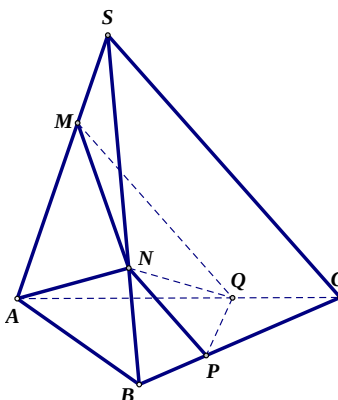
B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Cách 1: Ta có mặt phẳng (α) cắt các mặt (SAC) theo giao tuyến $MQ \parallel SC$ và cắt mặt (SBC) theo giao tuyến $NP \parallel SC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) với hình chóp là hình thang $MNPQ$.

Do $V_{MNABPQ} = V_{N.ABPQ} + V_{N.AMQ}$, gọi $V = V_{S.ABC}$ và $S = S_{\Delta ABC}$ ta có:

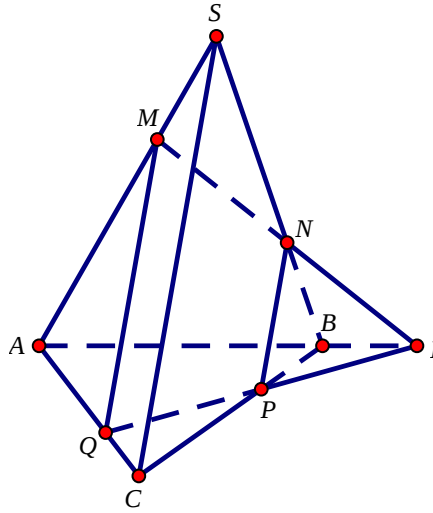
$$V_{N.ABPQ} = \frac{1}{3} \cdot d(N, (ABC)) \cdot S_{ABPQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} d(S, (ABC)) \left(S - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} S \right) = \frac{7}{27} V.$$

$$V_{N.AMQ} = \frac{1}{3} \cdot d(N, (SAC)) \cdot S_{\Delta AMQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} d(B, (SAC)) \cdot \frac{4}{9} S_{\Delta ASC} = \frac{8}{27} V.$$

$$\text{Vậy } V_{MNABPQ} = V_{N.ABPQ} + V_{N.AMQ} = \frac{5}{9} V \Rightarrow V_{SMNPQC} = \frac{4}{9} V.$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{SMNPQC}}{V_{MNABPQ}} = \frac{4}{5}.$$

Cách 2:



Gọi $I = MN \cap AB$, Áp dụng định lý Me-ne-la-us cho tam giác SAB , ta có

$$\frac{MS}{MA} \cdot \frac{IA}{IB} \cdot \frac{NB}{NS} = 1 \Rightarrow \frac{IB}{IA} = \frac{1}{4}.$$

Áp dụng định lý Me-ne-la-us cho tam giác $\triangle AMI$, ta có: $\frac{BI}{BA} \cdot \frac{SA}{SM} \cdot \frac{NM}{NI} = 1 \Leftrightarrow \frac{NM}{NI} = 1.$

Tương tự ta có: $\frac{PI}{PQ} = 1$. Vì $MQ \parallel SC \Rightarrow \frac{AM}{AS} = \frac{AQ}{AC} = \frac{2}{3}.$

$$\text{Khi đó: } \frac{V_{I.BNP}}{V_{I.AMQ}} = \frac{IB}{IA} \cdot \frac{IN}{IM} \cdot \frac{IP}{IQ} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \Rightarrow V_{AMQ.NBP} = \frac{15}{16} V_{I.AMQ}.$$

$$\text{Mà } \frac{V_{M.AIQ}}{V_{S.ABC}} = \frac{d(M; (ABC))}{d(S; (ABC))} \cdot \frac{S_{AIQ}}{S_{ABC}} \text{ với } \frac{d(M; (ABC))}{d(S; (ABC))} = \frac{MA}{SA} = \frac{2}{3} \text{ và } \frac{S_{AIQ}}{S_{ABC}} = \frac{AI}{AB} \cdot \frac{AQ}{AC} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{9}.$$

$$\text{Suy ra } V_{AMQ.NBP} = \frac{15}{16} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{9} \cdot V_{S.ABC} = \frac{5}{9} V_{S.ABC}.$$

$$\text{Vậy tỉ số thể tích cần tìm là: } \frac{1 - \frac{5}{9}}{\frac{5}{9}} = \frac{4}{5}.$$

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của S trên AB, AC . Tính thể tích hình chóp $S.AB'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{24}.$

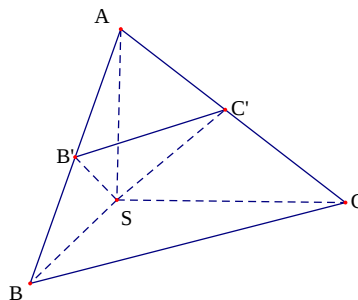
B. $V = \frac{a^3}{48}.$

C. $V = \frac{a^3}{6}.$

D. $V = \frac{a^3}{12}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $\triangle SAC$ vuông cân tại S , SC' là đường cao $\Rightarrow SC'$ cũng là trung tuyến $\Rightarrow \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2} \dots$

Tương tự $\frac{AB'}{AB} = \frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{a^3}{24}.$$

Câu 111. Cho khối tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a , M là trung điểm DC . Thể tích V của khối chóp $M.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

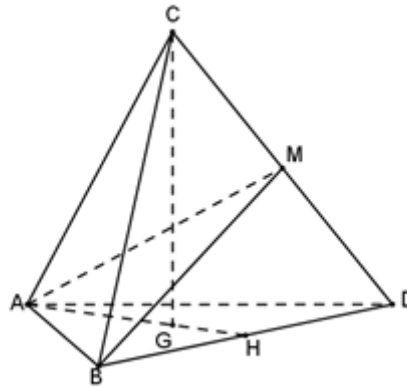
B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm BD , $ABCD$ là trọng tâm $\triangle ABD$.

Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{2}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong $\triangle ACG$ có $CG = \sqrt{AC^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Do đó $V_{CABD} = \frac{1}{3}CG \cdot S_{ABD} = \frac{1}{3}CG \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AD \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Mà $\frac{V_{CABM}}{V_{CABD}} = \frac{CM}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{CABM} = \frac{1}{2}V_{CABD} = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Câu 112. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 6. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Thể tích V của khối chóp $S.MNP$ là

A. $V = 3$.

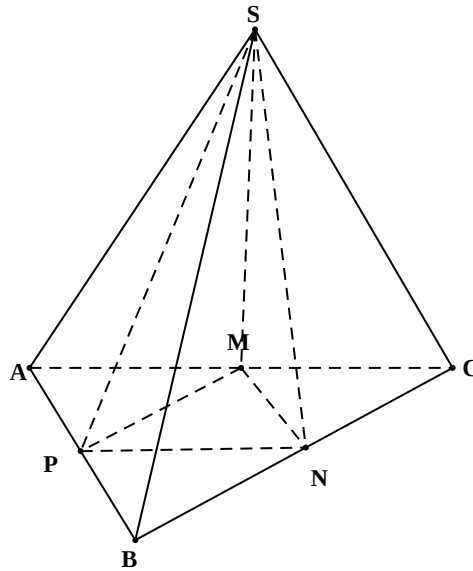
B. $V = \frac{3}{2}$.

C. $V = 4$.

D. $V = \frac{9}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



+ Gọi h là chiều cao của hình chóp $S.ABC$ và $S.MNP$.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{ABC}.$$

$$V_{S.MNP} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{MNP}.$$

$$\text{Mà } S_{MNP} = \frac{1}{4} S_{ABC}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{6}{V_{S.MNP}} = 4 \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

Câu 113. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA, SB' = \frac{1}{3}SB, SC' = \frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$

và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \frac{V'}{V} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V = \frac{2}{3}$.

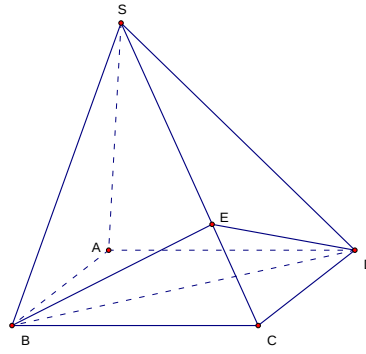
B. $V = \frac{1}{3}$.

C. $V = \frac{1}{12}$.

D. $V = \frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $V_{SBCD} = \frac{1}{2}V_{SABCD} = \frac{1}{2}$.

$$\frac{V_{SEBD}}{V_{SCBD}} = \frac{SE \cdot SB \cdot SD}{SC \cdot SB \cdot SD} = \frac{2}{3}. \text{ Do đó } V_{SEBD} = \frac{1}{3}.$$

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Điểm P là trung điểm của SC , một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD và SB lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{3}{8}$.

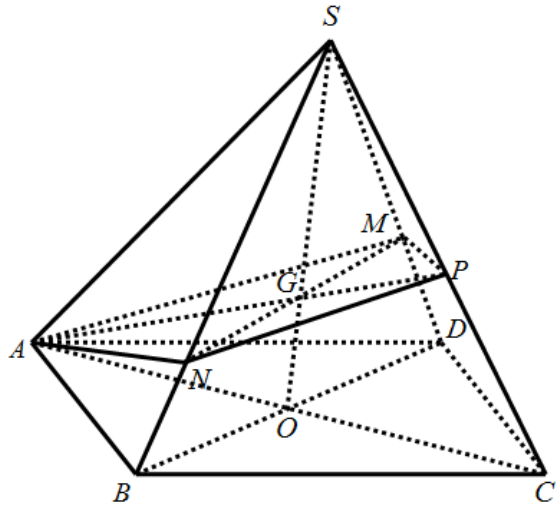
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. G là trọng tâm tam giác SAC .

Ta có M, G, N thẳng hàng. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $V_{S.ADC} = V_{S.ABC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$.

Theo công thức tỉ số thể tích ta có: $\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ADC}} = \frac{SM}{SD} \cdot \frac{SP}{SC} \Leftrightarrow \frac{V_{S.AMP}}{\frac{1}{2}V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \frac{SM}{SD} \Leftrightarrow \frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4} \frac{SM}{SD}$.

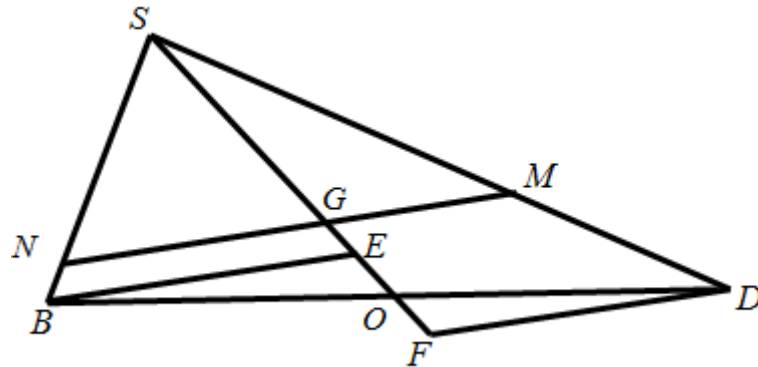
Tương tự $\frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} \Leftrightarrow \frac{V_{S.ANP}}{\frac{1}{2}V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \frac{SN}{SB} \Leftrightarrow \frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4} \frac{SN}{SB}$.

Từ đó suy ra $\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ABCD}} + \frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4} \left(\frac{SM}{SD} + \frac{SN}{SB} \right) \Rightarrow \frac{V_{S.AMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4} \left(\frac{SM}{SD} + \frac{SN}{SB} \right)$.

Hay $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{4} \left(\frac{SM}{SD} + \frac{SN}{SB} \right)$.

Ta chứng minh $\frac{SD}{SM} + \frac{SB}{SN} = 3$.

Thật vậy, qua B, D kẻ các đường song song với MN cắt SO lần lượt tại E, F .



Ta có: $\frac{SD}{SM} = \frac{SF}{SG}; \frac{SB}{SN} = \frac{SE}{SG} \Rightarrow \frac{SD}{SM} + \frac{SB}{SN} = \frac{SE + SF}{SG}$.

$$\Rightarrow \frac{SD}{SM} + \frac{SB}{SN} = \frac{2SO}{SG} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3.$$

Đặt $\frac{SD}{SM} = x; \frac{SB}{SN} = y$. Ta có $x + y = 3$.

$$\text{Mặt khác } \frac{V_1}{V} = \frac{1}{4} \left(\frac{SM}{SD} + \frac{SN}{SB} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = \frac{x+y}{4xy} = \frac{3}{4xy} \geq \frac{3}{(x+y)^2} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $\frac{V_1}{V}$ nhỏ nhất bằng $\frac{1}{3}$.

Câu 116. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Điểm I thuộc đoạn SA . Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số

$$k = \frac{IA}{IS}?$$

A. $\frac{2}{3}$.

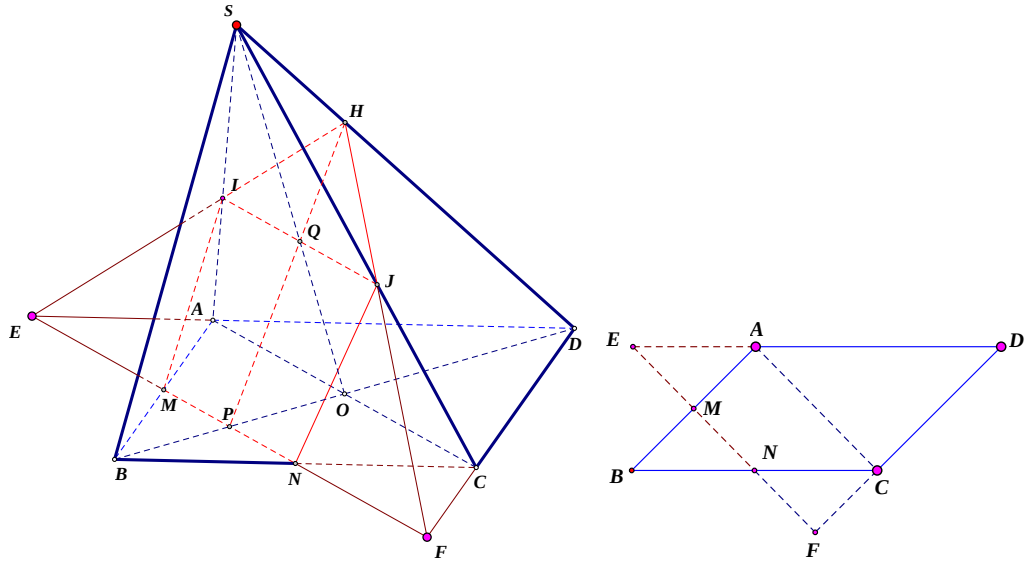
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Để thấy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNI) với hình chóp là hình ngũ giác $IMNJH$ với $MN \parallel IJ$. Ta có MN, AD, IH đồng qui tại E với $EA = \frac{1}{3}ED$ và MN, CD, HJ đồng qui tại F với $FC = \frac{1}{3}FD$, chú ý E, F cố định.

Dùng định lí Menelaus với tam giác SAD ta có $\frac{HS}{HD} \cdot \frac{ED}{EA} \cdot \frac{IA}{SI} = 1 \Leftrightarrow \frac{HS}{HD} \cdot 3 \cdot k = 1 \Leftrightarrow \frac{HS}{HD} = \frac{1}{3k}$.

$$\text{Từ đó } \frac{d(H, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{HD}{SD} = \frac{3k}{3k+1}.$$

$$\text{Suy ra } V_{HJIAMNCD} = V_{H.DFE} - V_{I.AEM} - V_{J.NFC}.$$

Đặt $V = V_{S.ABCD}$ và $S = S_{ABCD}$, $h = d(S, (ABCD))$ ta có $S_{AEM} = S_{NFC} = \frac{1}{8}S$ và

$$\frac{d(I, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{IA}{SA} = \frac{k}{k+1}$$

$$\text{Thay vào ta được } V_{HJIAMNCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3k}{3k+1} \cdot h \cdot \left(\frac{9}{8}S\right) - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{k}{k+1} \cdot h \cdot \frac{1}{8}S = \frac{1}{8} \cdot \frac{21k^2 + 25k}{(3k+1)(k+1)} V.$$

Theo giả thiết ta có $V_{HJIAMNCD} = \frac{13}{20}V$ nên ta có phương trình $\frac{1}{8} \cdot \frac{21k^2 + 25k}{(3k+1)(k+1)} = \frac{13}{20}$, giải phương

trình này được $k = \frac{2}{3}$.

Câu 117. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V , gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACD, ABD và BCD . Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng

A. $\frac{V}{27}$.

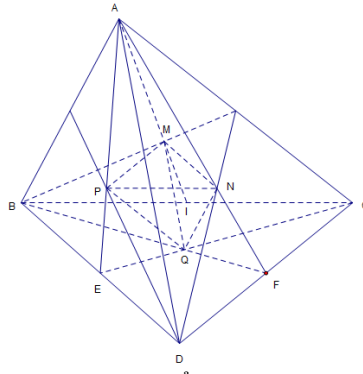
B. $\frac{V}{9}$.

C. $\frac{4V}{27}$.

D. $\frac{4V}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, CD, BD .

$$\text{Ta có } \frac{V_{AMNP}}{V_{AEFI}} = \frac{8}{9} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{8}{9} V_{AEFI} = \frac{2}{9} V.$$

$$V_{MNPQ} = \frac{1}{3} d(Q, (MNP)) \cdot S_{MNP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d(A, (MNP)) \cdot S_{MNP} = \frac{1}{6} d(Q, (MNP)) \cdot S_{MNP} = \frac{1}{2} V_{AMNP} = \frac{V}{9}$$

Câu 118. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3a, AC = 2a$ và $AD = 4a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $ABCD$ biết $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 60^\circ$.

A. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

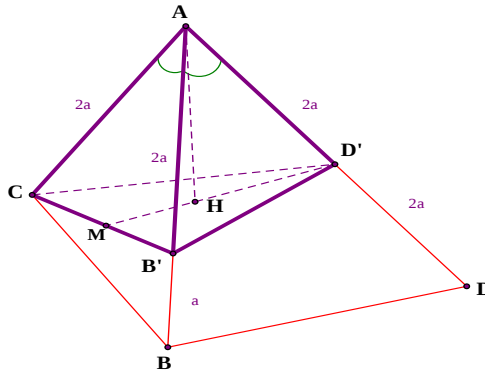
B. $V = 6\sqrt{2}a^3$.

C. $V = 6\sqrt{3}a^3$.

D. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Trên cạnh AB lấy điểm B' ; trên cạnh AD lấy điểm D' sao cho $AB' = AD' = AC = 2a$.

Gọi V_1 là thể tích tứ diện $AB'CD'$; V_2 là thể tích tứ diện $ABCD$.

Khi đó các tam giác $AB'C; ACD'; AB'D'$ đều cạnh bằng $2a$ suy ra tam giác $B'CD'$ đều, cạnh bằng $2a$.

Tứ diện $AB'CD'$ đều cạnh bằng $2a$ nên có thể tích.

$$V_1 = \frac{1}{3} S_{\Delta B'CD'} \cdot AH = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \left(\sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} \right) = \frac{2\sqrt{2}}{3} a^3.$$

$$\text{Áp dụng tỷ lệ thể tích ta có } \frac{V_1}{V_2} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AD'}{AD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_2 = 3V_1 = 2\sqrt{2}a^3.$$

Câu 119. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V = \frac{1}{3}$.

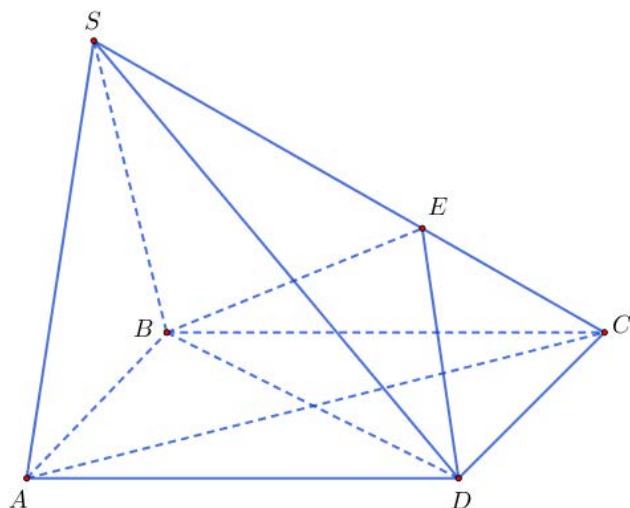
B. $V = \frac{1}{6}$.

C. $V = \frac{1}{12}$.

D. $V = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

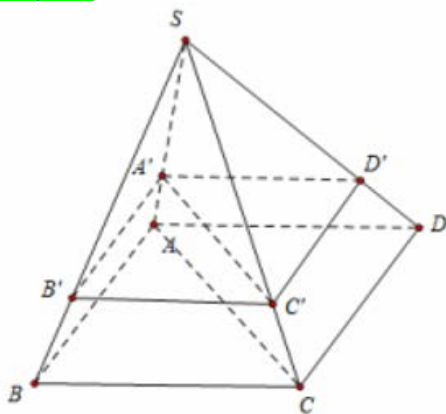


$$\text{Ta có } \frac{V_{S.EBD}}{V_{S.CBD}} = \frac{SE.SB.SD}{SC.SB.SD} = \frac{SE}{SC} \Rightarrow V_{S.EBD} = \frac{2}{3}V_{S.CBD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.$$

- Câu 120.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi A' là điểm trên cạnh SA sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{3}{4}$. Mặt phẳng (P) đi qua A' và song song với $(ABCD)$ cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Mặt phẳng (P) chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần đó là:
- A. $\frac{37}{98}$. B. $\frac{27}{37}$. C. $\frac{4}{19}$. D. $\frac{27}{87}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{27}{64}$$

$$\text{Do đó } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{27}{37}; \text{ tương tự } \frac{V_{S.D'B'C'}}{V_{DBC.D'B'C'}} = \frac{27}{37}$$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau suy ra:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{V_{S.D'B'C'}}{V_{DBC.D'B'C'}} = \frac{V_{S.A'B'C'} + V_{S.D'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'} + V_{DBC.D'B'C'}} = \frac{27}{37}.$$

- Câu 121.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích bằng V . Gọi I là trọng tâm tam giác SBD . Một mặt phẳng chứa AI và song song với BD cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Khi đó thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ bằng:

A. $\frac{V}{9}$.

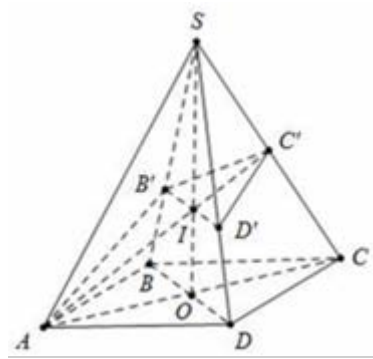
B. $\frac{V}{27}$.

C. $\frac{V}{3}$.

D. $\frac{V}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$.

Mà $\frac{SC'}{C'C} \cdot \frac{CA}{AO} \cdot \frac{OI}{IS} = 1 \Rightarrow \frac{SC'}{C'C} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{V_{S.AB'D'}}{V_{S.ABD}} = \frac{4}{9} \\ \frac{V_{S.B'C'D'}}{V_{S.BCD}} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{9} \end{cases} \Rightarrow V_{S.AB'C'D'} = \frac{1}{3}V.$$

$k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

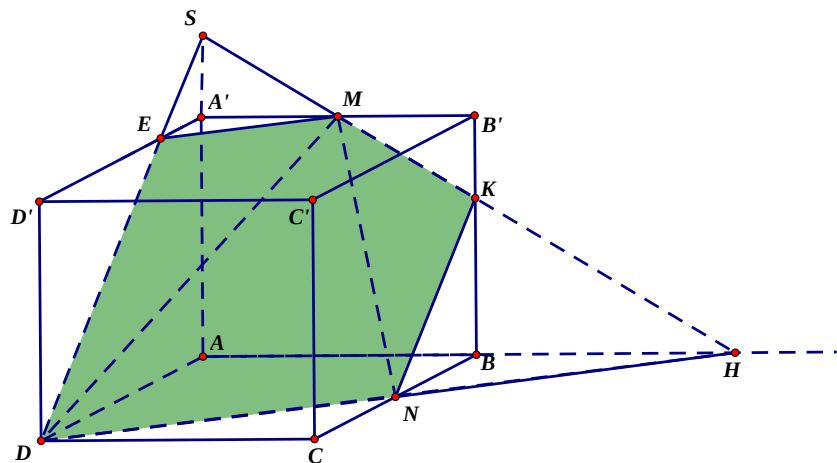
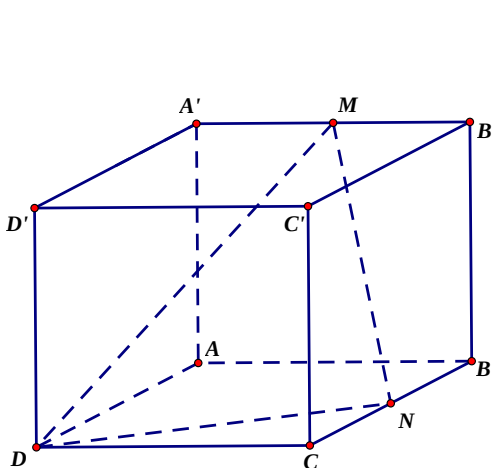
Câu 122. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$ và BC . Mặt phẳng (DMN) chia hình lập phương thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh A , V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{55}{89}$.

B. $\frac{37}{48}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.



Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $H = AB \cap DN$; MH cắt $B'B$ tại K , cắt $A'A$ tại S ; SD cắt $A'D'$ tại E .
Thiết diện tương ứng là ngũ giác $DNKME$.

Phần đa diện chứa A có thể tích là: $V_1 = V_{S.ADH} - V_{S.A'EM} - V_{K.BNH}$.

Dùng tam giác đồng dạng kiểm tra được: $BA = BH$; $AH = 4A'M$; $AD = 4A'E$ và $SA' = B'K = \frac{1}{3}A'A$.

Đặt độ dài cạnh hình lập phương bằng 1 thì: $SA' = \frac{1}{3}$; $KB = \frac{2}{3}$.

Ta có: $V_{S.ADH} = \frac{1}{6}SA.AD.AH = \frac{1}{6}\left(1 + \frac{1}{3}\right).1.2 = \frac{4}{9}$.

$V_{S.A'EM} = \frac{1}{64}V_{S.ADH} = \frac{1}{144}$; $V_{K.BNH} = \frac{1}{8}V_{S.ADH} = \frac{1}{18}$

Vậy thì phần đa diện chứa A có thể tích là: $\frac{4}{9} - \frac{1}{144} - \frac{1}{18} = \frac{55}{144}$.

Suy ra phần đa diện không chứa A có thể tích là: $1^3 - \frac{55}{144} = \frac{89}{144}$.

Câu 123. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD sao cho $MA = MB, NB = 2NC, PC = 2PD$. Mặt phẳng (MNP) chia tứ diện thành hai phần. Gọi T là tỉ số thể tích của phần nhỏ chia phần lớn. Giá trị của T bằng?

A. $\frac{19}{26}$

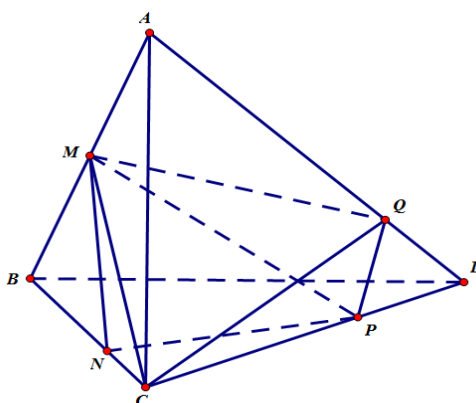
B. $\frac{26}{45}$

C. $\frac{13}{25}$

D. $\frac{25}{43}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $V = V_{ABCD}$, $V_1 = V_{BDMNPQ}$, $V_2 = V_{ACMNPQ}$

$$Q = (MNP) \cap AD \Rightarrow \frac{MA}{MB} \cdot \frac{NB}{NC} \cdot \frac{PC}{PD} \cdot \frac{QD}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{QD}{QA} = \frac{1}{4}.$$

$$V_2 = V_{ACMNPQ} = V_{C.MNP} + V_{C.MPQ} + V_{C.AQM}.$$

$$\frac{V_{CMNP}}{V_{CBMD}} = \frac{CN}{CB} \cdot \frac{CP}{CD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}; \quad \frac{V_{BCDM}}{V_{BCDA}} = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_{CMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_{CMNP} = \frac{V}{9}.$$

$$S_{CPQ} = \frac{2}{3}S_{CDQ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}S_{ACD} = \frac{2}{15}S_{ACD} \Rightarrow V_{MCPQ} = \frac{2}{15}V_{MACD} = \frac{1}{15}V_{ABCD} = \frac{V}{15};$$

$$\frac{V_{AMCQ}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AQ}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow V_{AMCQ} = \frac{2V}{5}.$$

$$\text{Suy ra: } V_2 = \frac{V}{9} + \frac{V}{15} + \frac{2V}{5} = \frac{26V}{45} \Rightarrow V_1 = \frac{19V}{45} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{26}{19}.$$

Câu 124. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ là:

A. $\frac{1}{2}$.

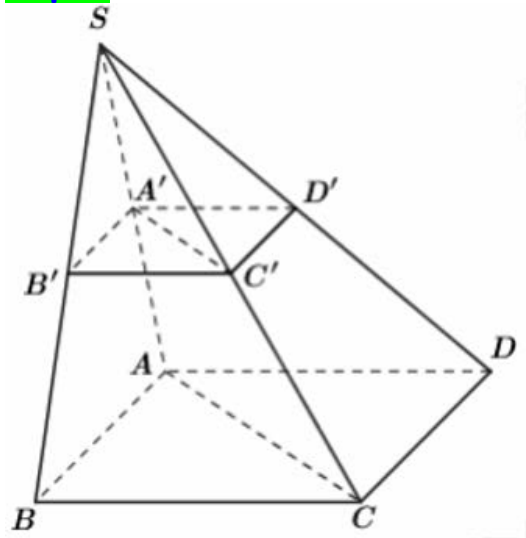
B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hình chóp $S.A'B'C'$.

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{8} V_{S.ABC}$$

$$\text{Tương tự: } V_{S.A'C'D'} = \frac{1}{8} V_{S.ACD}$$

$$V_{S.A'B'C'D'} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD}$$

Câu 125. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, SAB, SBC, SCA . Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ theo a .

A. $\frac{2a^3}{27}$.

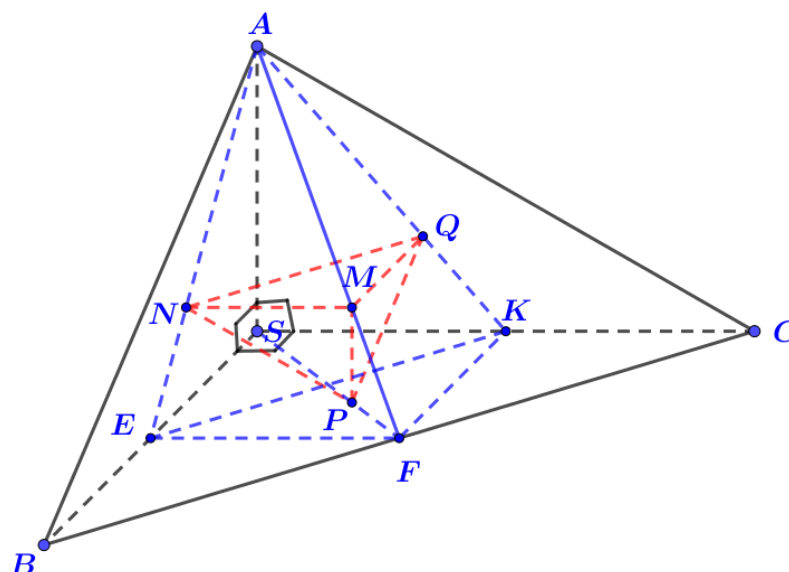
B. $\frac{a^3}{27}$.

C. $\frac{2a^3}{9}$.

D. $\frac{a^3}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi E, F, K lần lượt là trung điểm SB, BC, SC .

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = a^3$.

Gọi h là chiều cao từ đỉnh P của $MNPQ$ thì $h = \frac{1}{3} SA$.

Mặt khác do $MN = \frac{2}{3} EF$; $MQ = \frac{2}{3} FK \Rightarrow S_{MNQ} = \frac{4}{9} S_{EFK} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4} S_{SBC} = \frac{1}{9} S_{SBC}$.

$V_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{MNQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{9} S_{SBC} = \frac{V_{S.ABC}}{27} = \frac{a^3}{27}$.

Câu 126. Cho tứ diện $ABCD$ cạnh bằng 1. Xét điểm M trên cạnh DC mà $4DM = DC$. Thể tích tứ diện $ABMD$ bằng.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{8}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{48}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$ABCD$ là tứ diện đều, cạnh bằng 1 nên $V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Ta có: $\frac{V_{DABM}}{V_{DABC}} = \frac{DM}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{DABM} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{48}$.

Câu 127. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC}$.

B. $V_{S.ABCD} = 4V_{S.ABC}$.

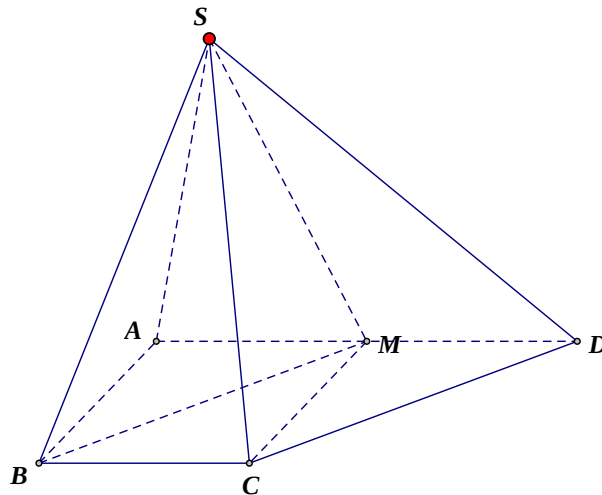
C. $V_{S.ABCD} = 6V_{S.ABC}$.

D.

$V_{S.ABCD} = 3V_{S.ABC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}$.

Câu 128. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D ; N là trung điểm của SC , mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.

A. $\frac{7}{5}$.

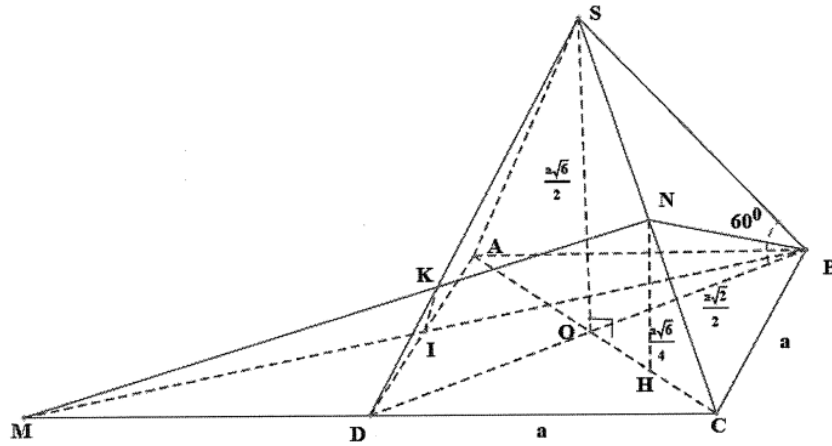
B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$$\text{Đặt } \begin{cases} V_1 = V_{SABIKN} \\ V_2 = V_{NBCDIK} \end{cases} \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = ?.$$

$$* V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} a^2 = \frac{\sqrt{6}}{6} a^3.$$

$$* V_{N.BMC} = \frac{1}{3} \cdot NH \cdot S_{\triangle BMC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{SO}{2} \cdot S_{\triangle BMC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = \frac{\sqrt{6}}{12} a^3.$$

$$* \text{Nhận thấy } K \text{ là trọng tâm của tam giác } SMC \rightarrow \frac{MK}{MN} = \frac{2}{3}.$$

$$* \frac{V_{M.DIK}}{V_{M.CBN}} = \frac{MD}{MC} \cdot \frac{MI}{MB} \cdot \frac{MK}{MN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\rightarrow V_2 = V_{M.CBN} - V_{M.DIK} = \frac{5}{6} V_{M.CBN} = \frac{5}{6} \cdot \frac{\sqrt{6}}{12} a^3 = \frac{5\sqrt{6}}{72} a^3.$$

$$\rightarrow V_1 = V_{S.ABCD} - V_2 = \frac{\sqrt{6}}{6} a^3 - \frac{5\sqrt{6}}{72} a^3 = \frac{7\sqrt{6}}{72} a^3 \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{7\sqrt{6}}{72} a^3}{\frac{5\sqrt{6}}{72} a^3} = \frac{7}{5}.$$

Câu 129. Cho khối chóp $S.ABC$; M và N lần lượt là trung điểm của cạnh SA, SB ; thể tích khối chóp $S.MNC$ bằng a^3 . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng.

- A. a^3 . B. $12a^3$. C. $8a^3$. D. $4a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo công thức tính tỷ số thể tích.

$$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM \cdot SN}{SA \cdot SB} = \frac{1}{4}.$$

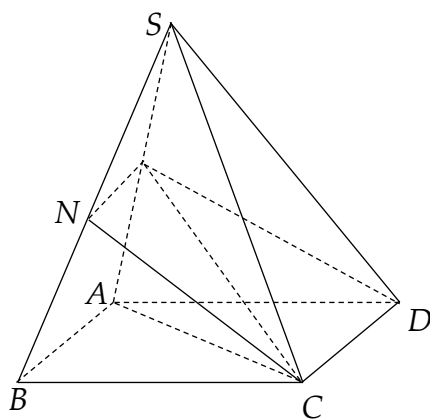
Câu 130. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và SB . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}$ là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phân tích:



Ta thấy việc so sánh luôn thể tích hai khối này trực tiếp thì sẽ khó khăn do đó ta sẽ chia ra như sau:

$S.MNCD = S.MCD + S.MNC$ và $S.ABCD = S.ACD + S.ABC$. Khi đó ta có.

$$\frac{V_{SMCD}}{V_{SACD}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow V_{SMCD} = \frac{1}{4} V_{SABCD} \quad \left(\text{do } \frac{d(M; (SCD))}{d(A; (SCD))} = \frac{1}{2} \text{ và chung diện tích đáy } SCD \right).$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{SMNC}}{V_{SABC}} = \frac{S_{SMN}}{S_{SAB}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SMNC} = \frac{1}{8} V_{SABCD}.$$

$$\text{Từ trên suy ra } V_{SMNCD} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) V_{SABCD} = \frac{3}{8} V_{SABCD}.$$