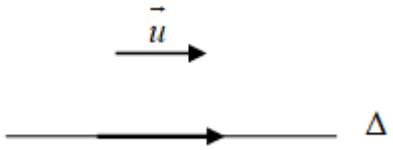
BÀI 2
PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương trình đường thẳng

a. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ và vectơ $\vec{u}$ khác $\vec{0}$. Vectơ $\vec{u}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ.



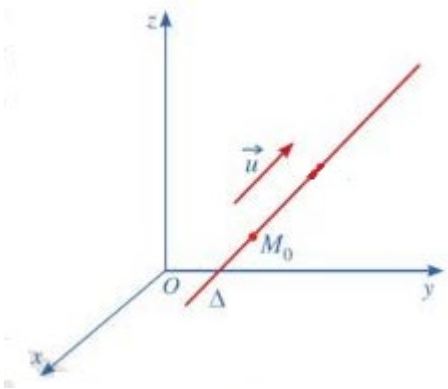
Nhận xét:

- Một đường thẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm mà nó đi qua và một vectơ chỉ phương của nó.
- Nếu $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng thì $k.\vec{u}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó .

b. Phương trình tham số của đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, **phương trình tham số** của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{u}=(a;b;c)$ (với $a^2+b^2+c^2\neq 0$) làm vectơ chỉ phương có dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

với $t \in \mathbb{R}$ (t được gọi là tham số)



c. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$. Nếu $a.b.c\neq 0$ thì hệ phương trình: $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$ được gọi là **phương trình chính tắc** của đường thẳng Δ.

d. Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cho trước

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(x_A;y_A;z_A), B(x_B;y_B;z_B)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$ làm vectơ chỉ phương có:

- Phương trình tham số : $\begin{cases} x=x_A+(x_B-x_A)t \\ y=y_A+(y_B-y_A)t \\ z=z_A+(z_B-z_A)t \end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$
- Phương trình chính tắc: $\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}=\dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$ (với $x_B\neq x_A, y_B\neq y_A, z_B\neq z_A$)

2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

a. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Trong không gian, hai vectơ được gọi là cùng phương khi giá của chúng cùng song song với một đường thẳng.

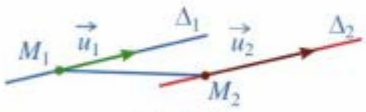
Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng khi giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $\vec{c}=(c_1;c_2;c_3)$

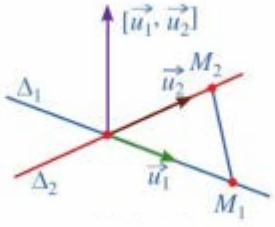
- Hai $\vec{a},\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.
- Hai $\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương $\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]\neq\vec{0}$.
- Ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$.
- Ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}\neq 0$.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1,M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

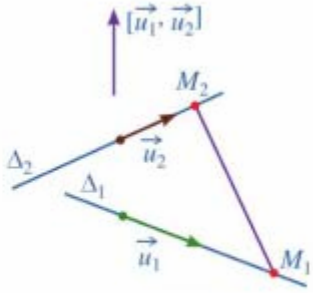
- $\Delta_1\equiv\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2}\right]=\vec{0} \end{cases}$
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2}\right]\neq\vec{0} \end{cases}$
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{không cùng phương} \\ \vec{u}_1,\vec{u}_2,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]\neq\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right].\overrightarrow{M_1M_2}\neq 0 \end{cases}$
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right].\overrightarrow{M_1M_2}\neq 0$



Δ_1 song song Δ_2



Δ_1 cắt Δ_2



Δ_1 và Δ_2 chéo nhau

Chú ý: Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vectơ chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = x_1 + a_1 t_1 \\ y = y_1 + b_1 t_1 \\ z = z_1 + c_1 t_1 \end{cases} (t_1 \in \mathbb{R}), \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = x_2 + a_2 t_2 \\ y = y_2 + b_2 t_2 \\ z = z_2 + c_2 t_2 \end{cases} (t_2 \in \mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1, t_2 : $\begin{cases} x_1 + a_1 t_1 = x_2 + a_2 t_2 \\ y_1 + b_1 t_1 = y_2 + b_2 t_2 \\ z_1 + c_1 t_1 = z_2 + c_2 t_2 \end{cases}$ $(*)$

Khi đó :

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

b. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó :

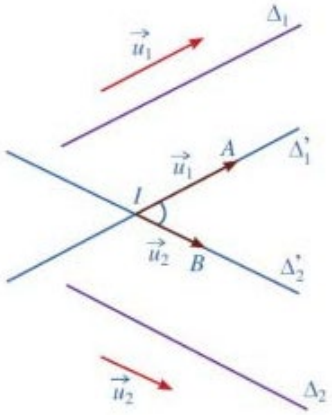
$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 . \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$$

3. Góc

a. Góc giữa hai đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó, ta có:

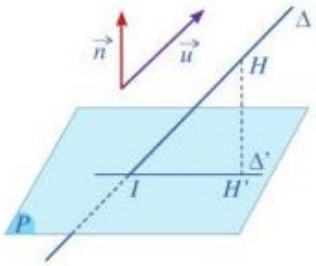
$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left|\cos(\vec{u}_1.\vec{u}_2)\right| = \frac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$



b. Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó, ta có:

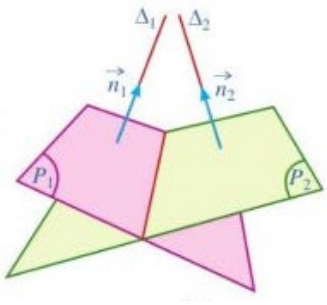
$$\sin(\Delta, (P)) = \left|\cos(\vec{u}.\vec{n})\right| = \frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|} = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



c. Góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P_1), (P_2)) = \left|\cos(\vec{n}_1.\vec{n}_2)\right| = \frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$



CHỦ ĐỀ 1

XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

DẠNG 1
XÁC ĐỊNH VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG
XÁC ĐỊNH ĐIỂM THUỘC VÀ KHÔNG THUỘC ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ.

  Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.

- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]$.

- Phương trình đường thẳng Δ dạng: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

- Phương trình đường thẳng Δ dạng: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ $(a_1a_2a_3\neq 0)$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

2. Điểm thuộc và không thuộc đường thẳng

- Cho điểm $M\left(x_M;y_M;z_M\right)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$. Khi đó:

$$M\in\Delta\Leftrightarrow\frac{x_M-x_0}{a}=\frac{x_M-y_0}{b}=\frac{x_M-z_0}{c};\qquad M\notin\Delta\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{x_M-x_0}{a}\neq\dfrac{x_M-y_0}{b}\\ \dfrac{x_M-y_0}{b}\neq\dfrac{x_M-z_0}{c}\end{array}\right.$$

- Cho điểm $M\left(x_M;y_M;z_M\right)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$. Khi đó:

$$M\in\Delta\Leftrightarrow t=\frac{x_M-x_0}{a}=\frac{x_M-y_0}{b}=\frac{x_M-z_0}{c};\qquad M\notin\Delta\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{x_M-x_0}{a}\neq\dfrac{x_M-y_0}{b}\\ t=\dfrac{x_M-y_0}{b}\neq\dfrac{x_M-z_0}{c}\end{array}\right.$$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+3t\end{cases}$. Vecctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}(2;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(2;-5;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(3;4;1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vecto chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$ **B.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;1;-2)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;5)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;-2)$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vecto sau, đâu **không phải** là vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-6;-9)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(2;1;1)$ là một vecto chỉ phương?

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$ **D.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(-2;4;5)$ là một vecto chỉ phương?

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-4t\\z=4-5t\end{cases}$

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{d}=(-1;1;2)$ **B.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$ **C.** $\vec{b}=(-1;0;2)$ **D.** $\vec{c}=(1;2;2)$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vecto nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(2;1;1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $P(2;1;-1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $P(1;2;1)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{z-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $N(1;5;2)$ **B.** $Q(-1;1;3)$ **C.** $M(1;1;3)$ **D.** $P(1;2;5)$

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Đường thẳng $d\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$ đi qua điểm nào sau sau đây?

A. $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $H(1;2;0)$. **D.** $F(0;1;2)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$ **B.** $P(1;2;5)$ **C.** $N(1;5;2)$ **D.** $M(1;1;3)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(3;4;1)$ là một vectơ chỉ phương.

B. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(-3;-4;1)$ là một vectơ chỉ phương.

C. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(3;4;-1)$ là một vectơ chỉ phương.

D. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(-6;-8;2)$ là một vectơ chỉ phương.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=3+4t\\y=-1-2t\\z=-2+3t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $M(7;-3;-1)$ thuộc đường thẳng d.

B. Điểm $N(-1;1;-5)$ thuộc đường thẳng d.

C. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(4;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương.

D. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=-(-4;2;-3)$ là một vectơ chỉ phương.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $Q(2;-1;2)$ thuộc đường thẳng d.

B. Điểm $P(1;2;3)$ thuộc đường thẳng d.

C. Điểm $M(-1;-2;-3)$ thuộc đường thẳng d.

D. Điểm $N(-2;1;-2)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=1-t\end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $M(-3;5;3)$ không thuộc đường thẳng d.

B. Điểm $N(1;3;-1)$ không thuộc đường thẳng d.

C. Điểm $P(3;5;3)$ không thuộc đường thẳng d.

D. Điểm $Q(1;2;-3)$ không thuộc đường thẳng d.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

B. Đường thẳng đi qua hai điểm B,C có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

C. Điểm $M(2;3;1)$ không thuộc đường thẳng BC.

D. Điểm $N(3;5;0)$ không thuộc đường thẳng BC.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.

B. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

C. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

D. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm M, N.

Trả lời: ……..

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(1;1;1), C(3;4;0)$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với BC.

Trả lời: ……..

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$, đường thẳng Δ song song BC nên có vec tơ chỉ phương cùng phương với $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-3y+2z+1=0$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P).

Trả lời: ……..

Đường thẳng Δ vuông góc với (P) có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_P=(1;-3;2)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x-2y-z+2024=0$, $(Q): x-2y+2025=0$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q).

Trả lời: ……..

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y-2z-2024=0$, $\vec{a}=(1;1;0)$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và song song vectơ $\vec{a}$.

Trả lời: ……..

DẠNG 2
XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Để xét vị trí tương đối đường thẳng ta có hai cách sau:

Cách 1:

Cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1,M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

- $\Delta_1\equiv\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{cùng phương}\\ \vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{cùng phương}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=\vec{0}\\ [\vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2}]=\vec{0}\end{cases}$
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{cùng phương}\\ \vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{không cùng phương}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=\vec{0}\\ [\vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2}]\neq\vec{0}\end{cases}$
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{không cùng phương}\\ \vec{u}_1,\vec{u}_2,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{đồng phẳng}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\neq\vec{0}\\ [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_1M_2}\neq 0\end{cases}$
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_1M_2}\neq 0$

Cách 2:

Cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1:\begin{cases}x=x_1+a_1t_1\\ y=y_1+b_1t_1\\ z=z_1+c_1t_1\end{cases}\ (t_1\in\mathbb{R}),\quad \Delta_2:\begin{cases}x=x_2+a_2t_2\\ y=y_2+b_2t_2\\ z=z_2+c_2t_2\end{cases}\ (t_2\in\mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1,t_2: $\begin{cases}x_1+a_1t_1=x_2+a_2t_2\\ y_1+b_1t_1=y_2+b_2t_2\\ z_1+c_1t_1=z_2+c_2t_2\end{cases}$ $(*)$

Khi đó :

- $\Delta_1\equiv\Delta_2 \Leftrightarrow$ $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, $d_2:\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau **B.** Trùng nhau **C.** Song song **D.** Cắt nhau

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\text{d}:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=-2t\\y=-5+3t\\z=4+t\end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.song song. **B.**trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z+1}{-8}$ và $d':\dfrac{x-7}{-6}=\dfrac{y-2}{9}=\dfrac{z}{12}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

A.song song. **B.**trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 29. Hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+12t\\y=2+6t\\z=3+3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=7+8t\\y=6+4t\\z=5+2t\end{cases}$ có vị trí tương đối là:.

A.trùng nhau. **B.**song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}$ có vị trí tương đối là:

A.trùng nhau. **B.**song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-7}{1}=\dfrac{z-3}{4}$ và $d':\dfrac{x-6}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng d không song song đường thẳng d'.

B. Đường thẳng d trùng đường thẳng d'.

C. Đường thẳng d cắt đường thẳng d'.

D. Đường thẳng d chéo đường thẳng d'.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Tọa độ giao điểm I của d và d' là $I(1;-2;4)$.

B. Tọa độ giao điểm I của d và d' là $I(1;2;4)$.

C. Đường thẳng d cắt đường thẳng d'.

D. Đường thẳng d chéo đường thẳng d'.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $d_1:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_4:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

B. Đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_2.

C. Đường thẳng d_4 không cắt đường thẳng d_1.

D. Đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_1.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 34. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3},\quad \Delta_2:\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$$

Trả lời: ……..

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2.

Trả lời: ……..

DẠNG 3

TÍNH GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

TÍNH GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG

TÍNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG

1. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left|\cos(\vec{u}_1.\vec{u}_2)\right| = \frac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

Chú ý :

- $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1.\vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$
- Hai đường thẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0^0.

2. Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó, ta có:

$$\sin(\Delta, (P)) = \left|\cos(\vec{u}.\vec{n})\right| = \frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|} = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Chú ý : Đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc giữa chúng là 0^0.

3. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P_1), (P_2)) = \left|\cos(\vec{n}_1.\vec{n}_2)\right| = \frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Chú ý : Hai mặt phẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0^0.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 36. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng *AB, CD*. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

A. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

B. $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

C. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

Câu 37. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2 \\ z = -2+t \end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A $30°$. **B.** $120°$. **C.** $150°$. **D.** $60°$.

Câu 38. Cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng (P): $5x + 11y + 2z - 4 = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

A. $60°$. **B.** $-30°$. **C.** $30°$. **D.** $-60°$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$ và mặt phẳng (P): $x - y + 3 = 0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 120^o **D.** 45^0

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-\sqrt{3}x + y + 1 = 0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox?

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 120^0. **D.** 150^0.

Câu 41. Cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 2 = 0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0; (\beta): x - 2z - 3 = 0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó:

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 42. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0; (\beta): x + 2y - 2z - 3 = 0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

A. $\dfrac{4}{9}$ **B.** $-\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$. **D.** $-\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$.

Câu 43. Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc $60°$

A. $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - z - 2 = 0$.

B. $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

C. $(P): 2x - 11y + 5z - 21 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$.

D. $(P): 2x - 5y + 11z - 6 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

Câu 44. Tính tổng các giá trị tham số m để mặt phẳng $(P): (m+2)x + 2my - mz + 5 = 0$ và $(Q): mx + (m-3)y + 2z - 3 = 0$ hợp với nhau một góc $\alpha = 90^0$.

A. 6 **B.** 4 **C.** 8 **D.** –4

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-y+2z+5=0$ và $(Q):x-y+2=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 135^0.

B. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45^0.

C. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

D. Điểm $M(0;5;0)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q):x-y-5=0$, và biết hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2;-1;-2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 135^0.

B. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $45°$.

C. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $60°$.

D. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 120^0.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P):2x-y+2z+3=0$, $(Q):x-y-z-2=1$, $(R):x+2y+2z-2=0$. Gọi $\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3$ lần lượt là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q), (Q) và (R), (R) và (P). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $\alpha_1>\alpha_3>\alpha_2$.

B. $\alpha_2>\alpha_3>\alpha_1$.

C. $\alpha_3>\alpha_2>\alpha_1$.

D. $\alpha_1>\alpha_2>\alpha_3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P). Tính số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q):x+y-11=0$.

Trả lời: ……..

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+2z-5=0$. Xét mặt phẳng $(Q):x+(2m-1)z+7=0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$.

Trả lời: ……..

Câu 50. Xác định m để hai mặt phẳng $(\alpha):(2m-1)x-3my+2z+3=0$ và $(\beta):mx+(m-1)y+4z-5=0$ vuông góc với nhau.

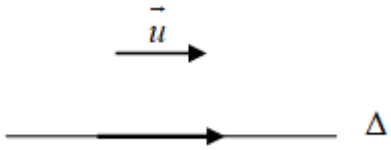
Trả lời: ……..

BÀI 2
PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương trình đường thẳng

a. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ và vectơ $\vec{u}$ khác $\vec{0}$. Vectơ $\vec{u}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ.



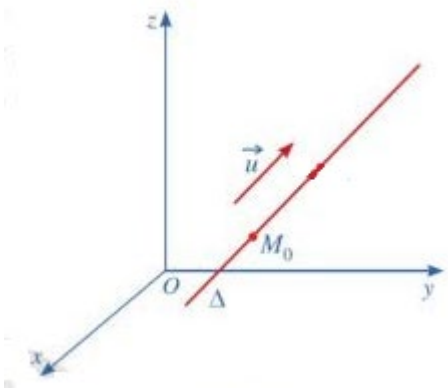
Nhận xét:

- Một đường thẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm mà nó đi qua và một vectơ chỉ phương của nó.
- Nếu $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng thì $k.\vec{u}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó .

b. Phương trình tham số của đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, **phương trình tham số** của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{u}=(a;b;c)$ (với $a^2+b^2+c^2\neq 0$) làm vectơ chỉ phương có dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

với $t \in \mathbb{R}$ (t được gọi là tham số)



c. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$. Nếu $a.b.c\neq 0$ thì hệ phương trình: $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$ được gọi là **phương trình chính tắc** của đường thẳng Δ.

d. Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cho trước

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(x_A;y_A;z_A), B(x_B;y_B;z_B)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$ làm vectơ chỉ phương có:

- Phương trình tham số : $\begin{cases} x=x_A+(x_B-x_A)t \\ y=y_A+(y_B-y_A)t \\ z=z_A+(z_B-z_A)t \end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$

- Phương trình chính tắc: $\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}=\dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$ (với $x_B\neq x_A, y_B\neq y_A, z_B\neq z_A$)

2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

a. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Trong không gian, hai vectơ được gọi là cùng phương khi giá của chúng cùng song song với một đường thẳng.

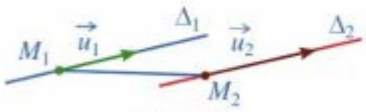
Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng khi giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $\vec{c}=(c_1;c_2;c_3)$

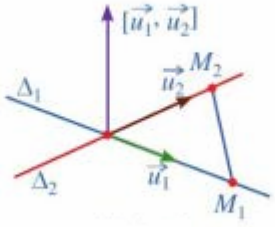
- Hai $\vec{a},\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.
- Hai $\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương $\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]\neq\vec{0}$.
- Ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$.
- Ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}\neq 0$.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1,M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

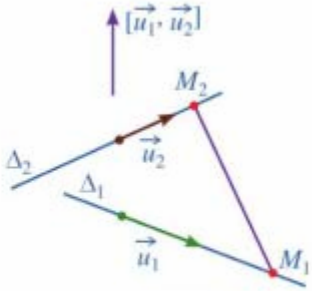
- $\Delta_1\equiv\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2}\right]=\vec{0} \end{cases}$
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2}\right]\neq\vec{0} \end{cases}$
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{không cùng phương} \\ \vec{u}_1,\vec{u}_2,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]\neq\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right].\overrightarrow{M_1M_2}\neq 0 \end{cases}$
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right].\overrightarrow{M_1M_2}\neq 0$



Δ_1 song song Δ_2



Δ_1 cắt Δ_2



Δ_1 và Δ_2 chéo nhau

Chú ý: Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vectơ chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = x_1 + a_1 t_1 \\ y = y_1 + b_1 t_1 \\ z = z_1 + c_1 t_1 \end{cases} (t_1 \in \mathbb{R}), \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = x_2 + a_2 t_2 \\ y = y_2 + b_2 t_2 \\ z = z_2 + c_2 t_2 \end{cases} (t_2 \in \mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1, t_2 : $\begin{cases} x_1 + a_1 t_1 = x_2 + a_2 t_2 \\ y_1 + b_1 t_1 = y_2 + b_2 t_2 \\ z_1 + c_1 t_1 = z_2 + c_2 t_2 \end{cases}$ $(*)$

Khi đó :

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

b. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó :

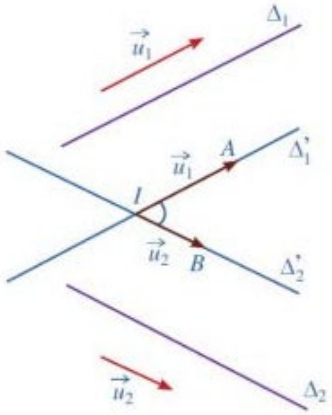
$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 . \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$$

3. Góc

a. Góc giữa hai đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó, ta có:

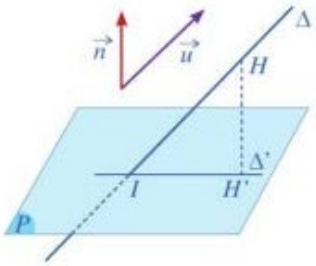
$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left|\cos(\vec{u}_1.\vec{u}_2)\right| = \frac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$



b. Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó, ta có:

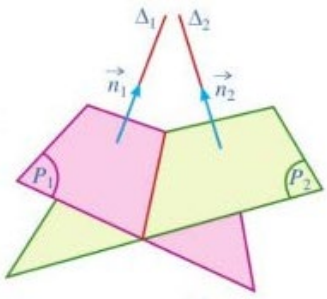
$$\sin(\Delta, (P)) = \left|\cos(\vec{u}.\vec{n})\right| = \frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|} = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



c. Góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P_1), (P_2)) = \left|\cos(\vec{n}_1.\vec{n}_2)\right| = \frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$



CHỦ ĐỀ 1

XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

DẠNG 1
XÁC ĐỊNH VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG
XÁC ĐỊNH ĐIỂM THUỘC VÀ KHÔNG THUỘC ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ.

  Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.

- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]$.

- Phương trình đường thẳng Δ dạng: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

- Phương trình đường thẳng Δ dạng: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ $(a_1a_2a_3\neq 0)$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

2. Điểm thuộc và không thuộc đường thẳng

- Cho điểm $M\left(x_M;y_M;z_M\right)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$. Khi đó:

$$M\in\Delta\Leftrightarrow\frac{x_M-x_0}{a}=\frac{x_M-y_0}{b}=\frac{x_M-z_0}{c};\qquad M\notin\Delta\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{x_M-x_0}{a}\neq\dfrac{x_M-y_0}{b}\\ \dfrac{x_M-y_0}{b}\neq\dfrac{x_M-z_0}{c}\end{array}\right.$$

- Cho điểm $M\left(x_M;y_M;z_M\right)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$. Khi đó:

$$M\in\Delta\Leftrightarrow t=\frac{x_M-x_0}{a}=\frac{x_M-y_0}{b}=\frac{x_M-z_0}{c};\qquad M\notin\Delta\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{x_M-x_0}{a}\neq\dfrac{x_M-y_0}{b}\\ t=\dfrac{x_M-y_0}{b}\neq\dfrac{x_M-z_0}{c}\end{array}\right.$$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-1+3t \end{cases}$. Vecctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn C.

Từ phương trình đường thẳng d ta thấy véctơ $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$ là một véctơ chỉ phương của d.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}(2;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(2;-5;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$ có một vecto chỉ phương là. $\overrightarrow{u_1}(2;-5;3)$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$ **B.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;1;-2)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;5)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;-2)$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

$\overrightarrow{u_4}=(1;-1;2)=-1(-1;1;-2)\Rightarrow\overrightarrow{u_4}=(-1;1;-2)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-6;-9)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có một vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$.

$\overrightarrow{u_2}=-3\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_3}=-\overrightarrow{u_1}\Rightarrow$ các vecto $\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}$ cũng là vectơ chỉ phương của d.

Không tồn tại số k để $\overrightarrow{u_4}=k.\overrightarrow{u_1}$ nên $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$ không phải là vectơ chỉ phương của d.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(2;1;1)$ là một vectơ chỉ phương?

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$ **D.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$

Lời giải

Chọn C

Xét đường thẳng được cho ở câu C, có một vectơ chỉ phương là $(-2;-1;-1)=-(2;1;1)$ (thỏa đề bài).

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(-2;4;5)$ là một vectơ chỉ phương?

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-4t\\z=4-5t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Xét đường thẳng được cho ở câu D, có một vectơ chỉ phương là

$\vec{u}=(2;-4;-5)=-(-2;4;5)$ $(-2;-1;-1)=-(2;1;1)$ (thỏa đề bài).

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{d}=(-1;1;2)$ **B.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$ **C.** $\vec{b}=(-1;0;2)$ **D.** $\vec{c}=(1;2;2)$

Lời giải.

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ suy ra đường thẳng AB có VTCP là $\vec{b}=(-1;0;2)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

Lời giải

Chọn A

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox\Rightarrow M_1(1;0;0)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy\Rightarrow M_2(0;2;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2}=(-1;2;0)$ là một vectơ chỉ phương của M_1M_2.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(2;1;1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $P(2;1;-1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C.

Cho $\begin{cases} x-2=0 \\ y-1=0 \\ z+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases}$ vậy $P(2;1;-1) \in d$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $P(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng ta thấy điểm $P(-1;2;1)$ thỏa

$\dfrac{-1+1}{-1}=\dfrac{2-2}{3}=\dfrac{1-1}{3}=0$. Vậy điểm $P(-1;2;1)$ thuộc đường thẳng yêu cầu.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{z-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thế điểm $N(4;2;-1)$ vào d ta thấy thỏa mãn nên chọn **A.**

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=5+t \\ z=2+3t \end{cases}$?

A. $N(1;5;2)$ **B.** $Q(-1;1;3)$ **C.** $M(1;1;3)$ **D.** $P(1;2;5)$

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Dựa vào lý thuyết: Nếu d qua $M(x_0;y_0;z_0)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(a;b;c)$ thì phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$, ta chọn đáp án**B.**

Cách 2. Thay tọa độ các điểm M vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$\begin{cases} 1=1-t \\ 2=5+t \\ 5=2+3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=-3 \\ t=1 \end{cases}$ (Vô lý). Loại đáp án**A.**

Thay tọa độ các điểm N vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$\begin{cases}1=1-t\\5=5+t\\2=2+3t\end{cases} \Leftrightarrow t=0$. Nhận đáp án**B.**

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Đường thẳng $d\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$ đi qua điểm nào sau sau đây?

A. $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $H(1;2;0)$. **D.** $F(0;1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ của $K(1;-1;1)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases}1=t\\-1=1-t\\1=2+t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=1\\t=2\\t=-1\end{cases}$: không tồn tại t.

Do đó, $K \notin d$.

Thay tọa độ của $E(1;1;2)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases}1=t\\1=1-t\\2=2+t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=1\\t=0\\t=0\end{cases}$: không tồn tại t.

Do đó, $E \notin d$.

Thay tọa độ của $H(1;2;0)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases}1=t\\2=1-t\\0=2+t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=1\\t=-1\\t=-2\end{cases}$: không tồn tại t.

Do đó, $H \notin d$.

Thay tọa độ của $F(0;1;2)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases}0=t\\1=1-t\\2=2+t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=0\\t=0\\t=0\end{cases} \Leftrightarrow t=0.$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$ **B.** $P(1;2;5)$ **C.** $N(1;5;2)$ **D.** $M(1;1;3)$

Lời giải

Chọn C : Với $t=0 \Rightarrow \begin{cases}x=1\\y=5\\z=2\end{cases} \Rightarrow N(1;5;2) \in d$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(3;4;1)$ là một vectơ chỉ phương.

B. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(-3;-4;1)$ là một vectơ chỉ phương.

C. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(3;4;-1)$ là một vectơ chỉ phương.

D. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(-6;-8;2)$ là một vectơ chỉ phương.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

Đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(3;4;-1)$.

$\vec{u}\neq\vec{u}_d$

$\vec{u}=(-3;-4;1)=-(3;4;-1)=-\vec{u}_d$

$\vec{u}=(-6;-8;2)=-2(3;4;-1)=-2\vec{u}_d$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=3+4t\\y=-1-2t\\z=-2+3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $M(7;-3;-1)$ thuộc đường thẳng d.

B. Điểm $N(-1;1;-5)$ thuộc đường thẳng d.

C. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(4;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương.

D. Đường thẳng d nhận $\vec{u}=-(-4;2;-3)$ là một vectơ chỉ phương.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

Thay $M(7;-3;-1)$ vào đường thẳng d, ta có $\begin{cases}7=3+4t\\-3=-1-2t\\-1=-2+3t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\\t=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow M(7;-3;-1)\notin d$

Thay $N(-1;1;-5)$ vào đường thẳng d, ta có $\begin{cases}-1=3+4t\\1=-1-2t\\-5=-2+3t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=-1\\t=-1\\t=-1\end{cases}\Rightarrow M(7;-3;-1)\in d$

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=3+4t\\y=-1-2t\\z=-2+3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ là $\vec{u}=(4;-2;3)$.

$\vec{u}=(-4;2;-3)=-(4;-2;3)$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $Q(2;-1;2)$ thuộc đường thẳng d.

B. Điểm $P(1;2;3)$ thuộc đường thẳng d.

C. Điểm $M(-1;-2;-3)$ thuộc đường thẳng d.

D. Điểm $N(-2;1;-2)$ thuộc đường thẳng d.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=1-t\end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $M(-3;5;3)$ không thuộc đường thẳng d.

B. Điểm $N(1;3;-1)$ không thuộc đường thẳng d.

C. Điểm $P(3;5;3)$ không thuộc đường thẳng d.

D. Điểm $Q(1;2;-3)$ không thuộc đường thẳng d.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0),B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

B. Đường thẳng đi qua hai điểm B,C có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

C. Điểm $M(2;3;1)$ không thuộc đường thẳng BC.

D. Điểm $N(3;5;0)$ không thuộc đường thẳng BC.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

Gọi d là phương trình đường thẳng qua $A(1;2;0)$ và song song với BC.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)\Rightarrow d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

Đường thẳng đi B có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)$ có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

$M(2;3;1)\in BC, N(3;5;0)\in BC$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.

B. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

C. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$.

D. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

Gọi (Δ) là đường thẳng cần tìm. Vì đường thẳng (Δ) vuông góc với mặt phẳng (P) nên vectơ chỉ phương của (Δ) là: $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=(2;1;-3)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;1;-3)$ là: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

$\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=(2;1;-3)=-(-2;-1;3)$

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm M, N.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$

Vectơ chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm M, N là $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(1;1;1), C(3;4;0)$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với BC.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$, đường thẳng Δ song song BC nên có vec tơ chỉ phương cùng phương với $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-3y+2z+1=0$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P).

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\vec{u}=(1;-3;2)$

Đường thẳng Δ vuông góc với (P) có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_P=(1;-3;2)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x-2y-z+2024=0$, $(Q): x-2y+2025=0$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q).

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\vec{u}=(-2;1;-4)$

Đường thẳng Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có vectơ chỉ phương:

$\vec{u}=\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]=(-2;1;-4)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y-2z-2024=0$, $\vec{a}=(1;1;0)$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và song song vectơ $\vec{a}$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\vec{u}=(2;2;-2)$

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và song song vectơ $\vec{a}$ nên có vectơ chỉ phương:

$\vec{u}=\left[\vec{n}_P,\vec{a}\right]=(2;2;-2)$.

DẠNG 2
XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Để xét vị trí tương đối đường thẳng ta có hai cách sau:

Cách 1:

Cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1, M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} & \text{cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] = \vec{0} \end{cases}$
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} & \text{không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] \neq \vec{0} \end{cases}$
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{không cùng phương} \\ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \overrightarrow{M_1M_2} & \text{đồng phăng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2].\overrightarrow{M_1M_2} \neq 0 \end{cases}$
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2]\overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$

Cách 2:

Cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = x_1 + a_1 t_1 \\ y = y_1 + b_1 t_1 \\ z = z_1 + c_1 t_1 \end{cases} (t_1 \in \mathbb{R}), \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = x_2 + a_2 t_2 \\ y = y_2 + b_2 t_2 \\ z = z_2 + c_2 t_2 \end{cases} (t_2 \in \mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1, t_2: $\begin{cases} x_1 + a_1 t_1 = x_2 + a_2 t_2 \\ y_1 + b_1 t_1 = y_2 + b_2 t_2 \\ z_1 + c_1 t_1 = z_2 + c_2 t_2 \end{cases} (*)$

Khi đó :

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$, $d_2 : \dfrac{x+2}{-2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau **B.** Trùng nhau **C.** Song song **D.** Cắt nhau

Lời giải

Chọn C

$d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}\Rightarrow\overrightarrow{u_1}=(2;1;-2)$; $d_2:\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}\Rightarrow\overrightarrow{u_2}=(-2;-1;2)$

$\overrightarrow{u_1}=-\overrightarrow{u_2}\Rightarrow d_1//d_2\vee d_1\equiv d_2$

Điểm $M(1;0;-2)\in d_1$; $M\notin d_2$ nên $d_1//d_2$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=-2t\\y=-5+3t\\z=4+t\end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải

Chọn C

d có VTCP $\vec{u}=(2;-2;1)$ và đi qua $M(1;2;0)$

d' có VTCP $\overrightarrow{u'}=(-2;3;1)$ và đi qua $M'(0;-5;4)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(-1;-7;4)$ và $[\vec{u},\overrightarrow{u'}]=(-2;1;6)\neq\vec{0}$

Lại có $[\vec{u},\overrightarrow{u'}].\overrightarrow{MM'}=19\neq 0$

Suy ra d chéo nhau với d'.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z+1}{-8}$ và $d':\dfrac{x-7}{-6}=\dfrac{y-2}{9}=\dfrac{z}{12}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải

Chọn a

d có VTCP $\vec{u}=(4;-6;-8)$ và đi qua $M(2;0;-1)$

d' có VTCP $\overrightarrow{u'}=(-6;9;12)$ và đi qua $M'(7;2;0)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(5;2;1)$ và $[\vec{u},\overrightarrow{u'}]=\vec{0}$

Lại có $[\vec{u},\overrightarrow{MM'}]\neq\vec{0}$

Suy ra d song song với d'.

Câu 29. Hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+12t\\y=2+6t\\z=3+3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=7+8t\\y=6+4t\\z=5+2t\end{cases}$ có vị trí tương đối là:.

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải

Chọn A

d có VTCP $\vec{u}=(12;6;3)$ và đi qua $M(-1;2;3)$

d' có VTCP $\vec{u'}=(8;4;2)$ và đi qua $M'(7;6;5)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(8;4;2)$

Suy ra $[\vec{u},\overrightarrow{MM'}]=\vec{0}$ và $[\vec{u},\vec{u'}]=\vec{0}$

Suy ra d trùng với d'.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}$ có vị trí tương đối là:

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải

Chọn D

d có VTCP $\vec{u}=(-2;1;3)$ và đi qua $M(1;-2;4)$

d' có VTCP $\vec{u'}=(1;-1;3)$ và đi qua $M'(-1;0;-2)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(-2;2;-6)$

$[\vec{u},\vec{u'}]=(6;9;1)\neq\vec{0}$ và $[\vec{u},\vec{u'}].\overrightarrow{MM'}=0$

Suy ra d cắt d'.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-7}{1}=\dfrac{z-3}{4}$ và $d':\dfrac{x-6}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng d không song song đường thẳng d'.

B. Đường thẳng d trùng đường thẳng d'.

C. Đường thẳng d cắt đường thẳng d'.

D. Đường thẳng d chéo đường thẳng d'.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	**SAI**	**ĐÚNG**	**SAI**

d có VTCP $\vec{u}=(2;1;4)$ và đi qua $M(1;7;3)$

d' có VTCP $\overrightarrow{u'}=(3;-2;1)$ và đi qua $M'(6;-1;-2)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(5;-8;-5)$ và $[\vec{u},\overrightarrow{u'}]=(9;10;7)\neq\vec{0}$

Lại có $[\vec{u},\overrightarrow{u'}].\overrightarrow{MM'}=0$

Suy ra d cắt d'

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Tọa độ giao điểm I của d và d' là $I(1;-2;4)$.

B. Tọa độ giao điểm I của d và d' là $I(1;2;4)$.

C. Đường thẳng d cắt đường thẳng d'.

D. Đường thẳng d chéo đường thẳng d'.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

$$\frac{-1+t-1}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-2+3t-4}{3}$$
$$\Leftrightarrow\frac{-2+t}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-6+3t}{3}$$
$$\Leftrightarrow t=2$$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1;-2;4)$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $d_1:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_4:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

B. Đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_2.

C. Đường thẳng d_4 không cắt đường thẳng d_1.

D. Đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_1.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1=(3;-1;-1)$ và có một véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2=(0;0;1)$ và có một véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;1)$.

Do $\overrightarrow{u_1}=\vec{u}_2$ và $M_1\notin d_1$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

Ta có $\overrightarrow{M_1M_2}=(-3;1;2)$, $\left[\vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2}\right]=(-5;-5;-5)=-5(1;1;1;)$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 khi đó (α) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $x+y+z-1=0$.

Gọi $A=d_3\cap(\alpha)$ thì $A(1;-1;1)$.

Gọi $B=d_4\cap(\alpha)$ thì $B(-1;2;0)$.

Do $\overrightarrow{AB}=(-2;3;-1)$ không cùng phương với $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;1)$ nên đường thẳng AB cắt hai đường thẳng d_1 và d_2.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 34. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3},\quad \Delta_2:\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$$

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: Δ_1 cắt Δ_2.

Vì $\frac{2}{-1}\neq\frac{2}{-2}$ nên vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;2;3)$ của đường thẳng Δ_1 không cùng phương với vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-1;-2;1)$ của Δ_2. Tức là Δ_1 chéo với Δ_2 hoặc Δ_1 cắt Δ_2.

Lấy $M(1;-1;0)\in\Delta_1$, $N(3;3;-2)\in\Delta_2$. Ta có: $\overrightarrow{MN}=(2;4;-2)$.

Khi đó: $\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{MN}=0$.

Suy ra $\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Vậy Δ_1 cắt Δ_2.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{1}$, $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$.

Tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\left(-\frac{1}{5};\frac{2}{5};\frac{4}{5}\right)$

giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1} \\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-y=0 \\ x-z=-1 \\ x-2y=3 \\ x-2z=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{1}{5} \\ y=\dfrac{2}{5} \\ z=\dfrac{4}{5} \end{cases}$

DẠNG 3
TÍNH GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG
TÍNH GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG
TÍNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG

1. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos\left(\Delta_1,\Delta_2\right)=\left|\cos\left(\vec{u}_1.\vec{u}_2\right)\right|=\frac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|}=\frac{\left|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}$$

Chú ý :

- $\Delta_1\perp\Delta_2\Leftrightarrow\vec{u}_1.\vec{u}_2=0\Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$
- Hai đường thẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0^0.

2. Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$. Khi đó, ta có:

$$\sin\left(\Delta,(P)\right)=\left|\cos\left(\vec{u}.\vec{n}\right)\right|=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|aA+bB+cC\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

Chú ý : Đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc giữa chúng là 0^0.

3. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P_1),(P_2)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(A_1;B_1;C_1)$, $\vec{n}_2=(A_2;B_2;C_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos\left((P_1),(P_2)\right)=\left|\cos\left(\vec{n}_1.\vec{n}_2\right)\right|=\frac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|}=\frac{\left|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$$

Chú ý : Hai mặt phẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0^0.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 36. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng *AB, CD*. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

A. $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

B. $\cos\alpha=\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

C. $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$.

D. $\cos\alpha=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức ở lý thuyết.

Câu 37. Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=3\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=2\\z=-2+t\end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A $30°$. **B.** $120°$. **C.** $150°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1; d_2.

$\overrightarrow{u_1}=(1;1;0);\overrightarrow{u_2}=(-1;0;1)$

Áp dụng công thức ta có $\cos\left(d_1,d_2\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\dfrac{\left|-1\right|}{\sqrt{1+1}.\sqrt{1+1}}=\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow\left(d_1,d_2\right)=60°$.

Câu 38. Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng (P): $5x+11y+2z-4=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

A. $60°$. **B.** $-30°$. **C.** $30°$. **D.** $-60°$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{u};\vec{n}$ lần lượt là vectơ chỉ phương, pháp tuyến của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).

$\vec{u}=\left(1;-2;1\right);\vec{n}=\left(5;11;2\right)$

Áp dụng công thức ta có $\sin\left(\Delta,(P)\right)=\left|\cos\left(\vec{u},\vec{n}\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\left|1.5-11.2+1.2\right|}{\sqrt{5^2+11^2+2^2}.\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow\left(\Delta,\left(P\right)\right)=30°$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$ và mặt phẳng (P): $x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 120^o **D.** 45^0

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;0)$

Gọi α là góc giữa Đường thẳng d và Mặt phẳng (P). Khi đó ta có

$$\sin\alpha=\frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}||\vec{n}|}=\frac{|-1.1+2.(-1)+1.0|}{\sqrt{(-1)^2+2^2+1^2}.\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Do đó $\alpha=60^0$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox?

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 120^0. **D.** 150^0.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(-\sqrt{3};1;0)$

Trục Ox có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$

Góc tạo bởi (P) với trục Ox

$$\sin((\mathrm{P});Ox)=|\cos((\mathrm{P});Ox)|=\frac{|\vec{n}.\vec{i}|}{|\vec{n}|.|\vec{i}|}=\frac{|-\sqrt{3}.1+1.0+0.0|}{\sqrt{3+1}.\sqrt{1}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy góc tạo bởi (P) với trục Ox bằng 60^0.

Câu 41. Cho mặt phẳng $(P):3x+4y+5z+2=0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+1=0;(\beta):x-2z-3=0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó:

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có phương trình: $\begin{cases}x=2t\\ y=\frac{1}{2}+t\\ z=-\frac{3}{2}+t\end{cases}$, $t\in R$. Suy ra VTCP của d là $\overrightarrow{u_d}(2;1;1)$

Ta có $\sin\left(d,(P)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_d},\vec{n}\right)\right|=\frac{|\overrightarrow{u_d}.\vec{n}|}{|\overrightarrow{u_d}|.|\vec{n}|}=\frac{|2.3+1.4+1.5|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}.\sqrt{3^2+4^2+5^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow (d,(P))=60°$.

Câu 42. Cho mặt phẳng $(\alpha):2x-y+2z-1=0;(\beta):x+2y-2z-3=0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

A. $\frac{4}{9}$ **B.** $-\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{4}{3\sqrt{3}}$. **D.** $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}$, $\overrightarrow{n_\beta}$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β).

Ta có $\overrightarrow{n_\alpha}(2;-1;2)$; $\overrightarrow{n_\beta}(1;2;-2)$.

Áp dụng công thức:

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos(\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta})\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|} = \frac{\left|2.1-1.2-2.2\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{(1^2+2^2+(-2)^2}} = \frac{4}{9}.$$

Câu 43. Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc $60°$

A. $(P): 2x+11y-5z+3=0$ và $(Q): x+2y-z-2=0$.

B. $(P): 2x+11y-5z+3=0$ và $(Q): -x+2y+z-5=0$.

C. $(P): 2x-11y+5z-21=0$ và $(Q): 2x+y+z-2=0$.

D. $(P): 2x-5y+11z-6=0$ và $(Q): -x+2y+z-5=0$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

$$\cos\left((P),(Q)\right) = \frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_Q}\right|} = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

Xác định các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q). Thay các giá trị vào biểu thức để tìm giá trị đúng.

Dùng chức năng CALC trong máy tính bỏ túi để hỗ trợ việc tính toán nhanh nhất.

Câu 44. Tính tổng các giá trị tham số m để mặt phẳng $(P):(m+2)x+2my-mz+5=0$ và $(Q):mx+(m-3)y+2z-3=0$ hợp với nhau một góc $\alpha = 90^0$.

A. 6 **B.** 4 **C.** 8 **D.** –4

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P), (Q) có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_p=(m+2;2m;-m)$, $\vec{n}_Q=(m;m-3;2)$

$$(P)\perp(Q) \Leftrightarrow \vec{n}_p.\vec{n}_Q=0 \Leftrightarrow (m+2)m+2m(m-3)-2m=0 \Leftrightarrow 3m^2-6m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=6 \end{array}\right.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-y+2z+5=0$ và $(Q):x-y+2=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 135^0.

B. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45^0.

C. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

D. Điểm $M(0;5;0)$ thuộc mặt phẳng (P).

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)

$$\cos\alpha=\frac{|2.1-1.(-1)+2.0|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\alpha=45^0$$

Thay vào mặt phẳng (P) ta có: $2.0-5+2.0+5=0\Rightarrow M\in(P)$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q):x-y-5=0$, và biết hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2;-1;-2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 135^0.

B. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $45°$.

C. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $60°$.

D. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 120^0.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(1;-1;0)$.

Hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2;-1;-2)\Rightarrow(P)$ qua H và nhận $\overrightarrow{OH}=(2;-1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

$$\cos\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{OH},\overrightarrow{n_Q}\right)\right|=\frac{|2+1+0|}{\sqrt{4+1+4}.\sqrt{1+1+0}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow\varphi=45°$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$, $(Q): x - y - z - 2 = 1$, $(R): x + 2y + 2z - 2 = 0$. Gọi $\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3$ lần lượt là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q), (Q) và (R), (R) và (P). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $\alpha_1 > \alpha_3 > \alpha_2$.

B. $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$.

C. $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$.

D. $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính góc rồi so sánh các giá trị đó với nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P). Tính số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: 45^0

(P) qua O và nhận $\overrightarrow{OH} = (2;1;2)$ làm VTPT

$(Q): x - y - 11 = 0$ có VTPT $\vec{n} = (1;1;0)$

Ta có $\cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right) = \dfrac{\left|\overrightarrow{OH}.\vec{n}\right|}{OH.\left|\vec{n}\right|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{((P),(Q))} = 45^0$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q): x + (2m-1)z + 7 = 0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\dfrac{\pi}{4}$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 4 \end{array}\right.$

Mặt phẳng (P), (Q) có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_p} = (1;-2;2)$, $\overrightarrow{n_Q} = (1;0;2m-1)$

Vì (P) tạo với (Q) góc $\dfrac{\pi}{4}$ nên

$$\cos\frac{\pi}{4}=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right)\right| \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{|1+2(2m-1)|}{3.\sqrt{1+(2m-1)^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2(4m-1)^2=9\left(4m^2-4m+2\right)$$

$$\Leftrightarrow 4m^2-20m+16=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=4 \end{array}\right.$$

Câu 50. Xác định m để hai mặt phẳng $(\alpha):(2m-1)x-3my+2z+3=0$ và $(\beta):mx+(m-1)y+4z-5=0$ vuông góc với nhau.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án:

CHỦ ĐỀ 2
LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG DẠNG CƠ BẢN

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ.
  Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]$.

Dạng 1. Lập phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(a;b;c)$

Phương pháp.

Ta có: $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=(a;b;c)\end{cases}$

- Phương trình tham số đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\\ z=z_0+ct\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$
- Phương trình chính tắc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c},(a_1a_2a_3\neq 0).$

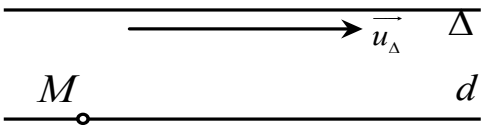
Dạng 2. Lập phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B.

Phương pháp.

Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ A\ (hay\ B)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=\overrightarrow{AB}\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

Dạng 3. **Viết phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm M và song song với đường thẳng d**

Phương pháp.



Ta có $\Delta:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=\vec{u}_d\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

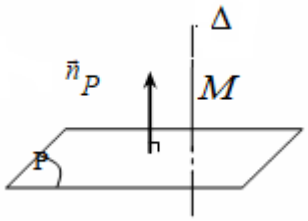
Dạng 4. **Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và song song với hai mặt phẳng (P), (Q).**

Phương pháp.

Ta có $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

Dạng 5. **Viết phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0.$**

Phương pháp.



Ta có $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)\end{cases}$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$?

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{-2}$ **C.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{-2}$ **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{1}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=t\\y=t\left(t\in\mathbb{R}\right)\\z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=0\\y=2+t\left(t\in\mathbb{R}\right)\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=0\left(t\in\mathbb{R}\right)\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=0\left(t\in\mathbb{R}\right)\\z=0\end{cases}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là

A. $z=0$. **B.** $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, trục Ox có phương trình tham số

A. $x=0$. **B.** $y+z=0$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\frac{x+2}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=2-3t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2-3t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2+3t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=2+t\\z=-1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 13. Đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$ **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-1}$ **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-1}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=4-t \\ z=5+4t \end{cases}$

B. Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$

C. Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$

D. Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$.

B. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

D. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng có phương trình tham số là $(d):\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+t \end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$

B. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$

C. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{1}$

D. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{1-x}{-2}=\dfrac{2-y}{1}=\dfrac{-z-3}{-1}$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+4}{-2}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z-3}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là: $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-3t \\ z=3+t \end{cases}$.

B. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=3-t \end{cases}$.

C. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

D. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-1}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;3)$; $B(1;3;4)$ và $C(3;-1;5)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-2+4t \\ z=3-t \end{cases}$

B. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{9}$.

D. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0), B(1;0;1), C(3;1;0)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

B. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\dfrac{z+1}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

C. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

D. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\begin{cases} x=1-4t \\ y=1-2t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$.

B. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

C. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$.

D. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+4z+1=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

B. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\begin{cases} x=-1-t \\ y=3+2t \\ z=2-4t \end{cases}$.

C. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{1-x}{-1}=\dfrac{-y-3}{2}=\dfrac{-z-2}{-4}$.

D. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;2)$, $B(1;-1;-2)$, $C(-1;1;0)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\begin{cases} x=2+6t \\ y=-10t \\ z=2+4t \end{cases}$.

B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\frac{x+2}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+2}{-2}$.

C. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\frac{x-2}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z-2}{-2}$.

D. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\frac{x-2}{-3}=\frac{y}{5}=\frac{z-2}{2}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0), B(2;0;2), C(2;-1;3), D(1;1;3)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$.

B. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là $\begin{cases} x=-2-8t \\ y=-4-6t \\ z=2-2t \end{cases}$.

C. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$.

D. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+3y-z+1=0$, $(\beta): 2x-y+z-7=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) là $\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+3}{-7}$

B. Phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) là $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{-7}$

C. Phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) là $\frac{x}{-2}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z-10}{7}$

D. Phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) là $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{7}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, lập phương trình tham số của đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;2)$.

Trả lời: ……..

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua A và song song với BC.

Trả lời: ……..

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Lập phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d?

Trả lời: ……..

Câu 28. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Lập phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

Trả lời: ……..

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Lập phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).

Trả lời: ……..

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Trả lời: ……..

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Trả lời: ……..

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, lập hương trình đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$.

Trả lời: ……..

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

Trả lời: ……..

CHỦ ĐỀ 2
LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG DẠNG CƠ BẢN

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ.
  Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]$.

Dạng 1. Lập phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(a;b;c)$

Phương pháp.

Ta có: $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=(a;b;c)\end{cases}$

- Phương trình tham số đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\\ z=z_0+ct\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$
- Phương trình chính tắc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c},(a_1a_2a_3\neq 0).$

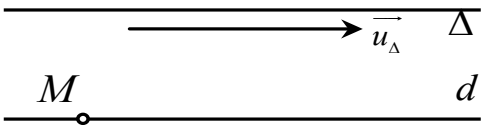
Dạng 2. Lập phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B.

Phương pháp.

Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ A\ (hay\ B)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=\overrightarrow{AB}\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

Dạng 3. **Viết phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm M và song song với đường thẳng d**

Phương pháp.



Ta có $\Delta:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=\vec{u}_d\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

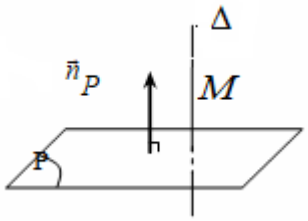
Dạng 4. **Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và song song với hai mặt phẳng (P), (Q).**

Phương pháp.

Ta có $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

Dạng 5. **Viết phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0.$**

Phương pháp.



Ta có $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)\end{cases}$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$, phương trình của d là

$\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng MN nhận $\overrightarrow{MN}=(2;2;-2)$ hoặc $\vec{u}(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương nên ta loại ngay phương án A, B và **C.**

Thay tọa độ điểm $M(1;0;1)$ vào phương trình ở phương án D ta thấy thỏa mãn.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$?

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$ **C.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$ đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;1)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=0\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Oy đi qua điểm $A(0\,;\,2\,;\,0)$ và nhận vectơ đơn vị $\vec{j}=(0;\,1;\,0)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=0+0.t \\ y=2+1.t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=0+0.t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2+t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là

A. $z=0$. **B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Trục Oz đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và nhận vectơ đơn vị $\vec{k}=(0;0;1)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, trục Ox có phương trình tham số

A. $x=0$. **B.** $y+z=0$. **C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Trục Ox đi qua $O(0;0;0)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{i}(1;0;0)$ nên có phương trình tham số là:

$\begin{cases} x=0+1.t \\ y=0+0.t \\ z=0+0.t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng song song với đường thẳng d nên nó có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;-1)$ hoặc $\vec{u}=(1;-2;1)$ nên loại phương án **C** và **D.**

Vì điểm $M(2;1;-1)$ thuộc đường thẳng $\frac{x}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+3}{1}$ nên chọn phương án **B.**

Vậy phương trình của đường thẳng là $\frac{x}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+3}{1}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=2-3t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2-3t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2+3t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).

Do d vuông góc với (P) nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;-1)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2-3t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) nên nhận $\vec{k}=(0;0;1)$ làm vectơ chỉ phương. Mặt khác d đi qua $A(1;1;1)$ nên:

$\Rightarrow$ Đường thẳng d có phương trình là: $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \\ z=-1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng $(P): x+z-2=0$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;0;1)$

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ. Vì đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

$\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;0;1)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(3;2;-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;0;1)$ là:

$\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;0;-1)$.

Mặt phẳng (ABC) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;2)$.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;1)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2),B(2;1;0),C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD).

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;1;-1); \overrightarrow{BD}=(0;-1;-2)$.

Mặt phẳng (BCD) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(BCD)}=\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}\right]=(3;2;-1)$.

Gọi $\vec{u}_d$ là vec tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Vì $d \perp (BCD)$ nên $\overrightarrow{u_d}=\vec{n}_{(BCD)}=(3;2;-1)$.

Đáp **A** và **C** có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(3;2;-1)$ nên loại **B** và **D.**

Ta thấy điểm $A(0;0;2)$ thuộc đáp án **C** nên loại **A.**

Câu 13. Đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$ **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$ **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$

Lời giải

Chọn C

$(P): x+z-5=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_1}=(1;0;1)$

$(Q): x-2y-z+3=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;-1)$

Gọi Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng thì Δ có 1 vtcp $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;2;-2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=4-t \\ z=5+4t \end{cases}$

B. Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$

C. Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$

D. Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	SAI	ĐÚNG

Đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{2}$.

B. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

C. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$.

D. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-3}{-2}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

$\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)=-1(1;-3;-2)$.

Đường thẳng MN qua N nhận $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$ làm vectơ chỉ phương có PT: $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$

Đường thẳng MN qua N nhận $\overrightarrow{MN}=(1;-3;-2)$ làm vectơ chỉ phương có PT: $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng có phương trình tham số là $(d):\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3+t\end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{1}$

B. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$

C. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{1}$

D. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\frac{1-x}{-2}=\frac{2-y}{1}=\frac{-z-3}{-1}$

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	**SAI**	**SAI**	**ĐÚNG**

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-3)$ nhận véc tơ $\vec{u}=(2;-1;1)$ nên có phương trình dạng chính tắc là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{1}$

Ta có $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{1}\Leftrightarrow\frac{1-x}{-2}=\frac{2-y}{1}=\frac{-z-3}{-1}$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+4}{-2}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z-3}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là: $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-3t\\z=3+t\end{cases}$.

B. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=3-t\end{cases}$.

C. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$.

D. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-1}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

Ta có đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta}=\vec{u}_{d}=(-2;-3;1)=-(2;3;-1)$

Do vậy đường thẳng đi qua A và song song với d có phương trình là:

$$\begin{cases}x=1-2t\\y=2-3t\\z=3+t\end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=3-t\end{cases} \text{ hoặc } \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;3)$; $B(1;3;4)$ và $C(3;-1;5)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\begin{cases}x=2-2t\\y=-2+4t\\z=3-t\end{cases}$

B. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{9}$.

D. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

Véctơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm: $\overrightarrow{BC}=(2;-4;1)=-(-2;4;-1)$.

Phương trình cần tìm là: $\begin{cases}x=2-2t\\y=-2+4t\\z=3-t\end{cases}$ hoặc $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0), B(1;0;1), C(3;1;0)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$.

B. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\frac{z+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$.

C. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$.

D. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $\begin{cases}x=1-4t\\y=1-2t\\z=2t\end{cases}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

Đường thẳng đi qua $A(1;1;0)$, song song với BC nên nhận $\overrightarrow{BC}=(2;1;-1)=-\frac{1}{2}(-4;-2;2)$ là véc tơ chỉ phương

do đó có phương trình là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$ hoặc $\begin{cases}x=2-2t\\y=-2+4t\\z=3-t\end{cases}$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+y-1=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$.

B. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1\end{cases}$.

C. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$.

D. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

Ta có: $\vec{n}_{(Oxy)}=(1;1;0)$, $\vec{n}_{(Oxy)}=(0;0;1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy). Khi đó:

$\begin{cases}\vec{u}_d\perp\vec{n}_{(P)}\\ \vec{u}_d\perp\vec{n}_{(\mathrm{Oxy})}\end{cases}\Rightarrow\vec{u}_d=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Oxy)}\right]=(1;-1;0)$. Vậy $d:\begin{cases}x=2+t\\ y=-t\\ z=-1\end{cases}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+4z+1=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

B. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\begin{cases}x=-1-t\\ y=3+2t\\ z=2-4t\end{cases}$.

C. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{1-x}{-1}=\dfrac{-y-3}{2}=\dfrac{-z-2}{-4}$.

D. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

$(P):x-2y+4z+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;4)=-(-1;2;-4)$

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) nhận $\vec{n}=(1;-2;4)=-(-1;2;-4)$ làm vectơ chỉ phương nên có

phương trình $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$ hoặc $\begin{cases}x=-1-t\\ y=3+2t\\ z=2-4t\end{cases}$

$\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}\Leftrightarrow\dfrac{1-x}{-1}=\dfrac{-y-3}{2}=\dfrac{-z-2}{-4}$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;2)$, $B(1;-1;-2)$, $C(-1;1;0)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\begin{cases} x=2+6t \\ y=-10t \\ z=2+4t \end{cases}$.

B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\frac{x+2}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+2}{-2}$.

C. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\frac{x-2}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z-2}{-2}$.

D. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\frac{x-2}{-3}=\frac{y}{5}=\frac{z-2}{2}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;-4)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;1;-2)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-6;-10;4)$. $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(6;-10;-4)=-2(-3;5;2)$

Mặt phẳng (ABC) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(6;-10;-4)=-2(-3;5;2)$.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(-3;5;2)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x-2}{-3}=\frac{y}{5}=\frac{z-2}{2}$ hoặc $\frac{x-2}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z-2}{-2}$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0),B(2;0;2),C(2;-1;3),D(1;1;3)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$.

B. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là $\begin{cases} x=-2-8t \\ y=-4-6t \\ z=2-2t \end{cases}$.

C. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$.

D. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

$\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$

$\overrightarrow{AD}=(0;-1;3)$

$\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}=(-4;-3;-1)=\frac{1}{2}(-8;-6;-2)$

Đường thẳng qua $C(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$ hoặc

$\begin{cases} x=-2-8t \\ y=-4-6t \\ z=2-2t \end{cases}$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):x+3y-z+1=0$, $(\beta):2x-y+z-7=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) là $\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+3}{-7}$

B. Phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) là $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{-7}$

C. Phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) là $\frac{x}{-2}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z-10}{7}$

D. Phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) là $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{7}$

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	SAI	ĐÚNG

Tọa độ các điểm thuộc giao tuyến d của hai mặt phẳng thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x+3y-z+1=0 \\ 2x-y+z-7=0 \end{cases}$.

Với $y=0\Rightarrow\begin{cases} x-z=-1 \\ 2x+z=7 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=2 \\ z=3 \end{cases}\Rightarrow A(2;0;3)\in d$

Với $y=3\Rightarrow\begin{cases} x-z=-10 \\ 2x+z=10 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=0 \\ z=10 \end{cases}\Rightarrow B(0;3;10)\in d$.

Vậy đường thẳng d đi qua $A(2;0;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;3;7)$ làm vecto chỉ phương có phương trình chính tắc là: $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{7}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, lập phương trình tham số của đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;2)$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $d:\begin{cases}x=t\\y=3t\\z=2t\end{cases}$

Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;3;2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là $d:\begin{cases}x=t\\y=3t\\z=2t\end{cases}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua A và song song với BC.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$

Đường thẳng d đi qua A và song song với BC nhận $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$ làm một véc tơ chỉ phương.

Phương trình của đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{2}$. Lập phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d?

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{2}$

Trung điểm của AB là $I(0;1;-1)$

$d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{2}$ có VTCP là $\vec{u}(1;-1;2)$ nên đường thẳng Δ cần tìm cũng có VTCP $\vec{u}(1;-1;2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{x+1}{2}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Lập phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)\\\vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1)\end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)=2(1;0;-1)$.

Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng, nên nhận véc tơ $(1;0;-1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Lập phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là: $\overrightarrow{u_d}=\vec{n}_{(P)}=(3;2;-1)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) là: $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\begin{cases}x=1\\y=1+2t\\z=2-2t\end{cases}$

Ta có $\overrightarrow{BC}=(0;-2;-2)$, $\overrightarrow{BD}=(-1;-1;-1)$;

Mặt phẳng (BCD) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(0;2;-2)$;

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;2;-2)$.

Đường thẳng đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là $\begin{cases} x=1 \\ y=1+2t \\ z=2-2t \end{cases}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;0;-1), \overrightarrow{BD}=(0;-1;2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_{BCD}}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(-1;-4;-2)$

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) nhận vectơ pháp tuyến của (BCD) là vectơ chỉ phương $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, lập hương trình đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$

$(P): x+z-5=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(1;0;1)$.

$(Q): x-2y-z+3=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;-1)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;2;-2)$.

Gọi $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của Δ, thì $\vec{u}\perp\overrightarrow{n_1}$ và $\vec{u}\perp\overrightarrow{n_2}$.

Suy ra $\vec{u}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]$. Chọn $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Lấy $M(2;1;3)$ thuộc mặt phẳng (P) và (Q).

Đường thẳng Δ đi qua $M(2;1;3)$ có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Vậy phương trình Δ là: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $AM:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$

Gọi $M(x;y;z)$ là trung điểm BC. Khi đó $M(1;-1;3)$

Ta có $\overrightarrow{AM}=vtcp\vec{u}=(2;-4;1)$

PTĐT $AM:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$

CHỦ ĐỀ 3
LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN SONG SONG VÀ VUÔNG GÓC
(Dạng nâng cao)

DẠNG 1
LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN SONG SONG

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$.
B. $\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.
C. $\dfrac{x+4}{-4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.
D. $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+9=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
D. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A. $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
B. $\Delta: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
C. $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
D. $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z+4}{2}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$.
B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng (P): $x-y+z-4=0$, (Q): $2x+y+z+4=0$.

A. d: $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-5}{-3}$.

C. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-3}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+z-1=0$, $(\beta):2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$; $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+4}{-1}$ và $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$. **B.** $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

C. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P):2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là:

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$. **B.** $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-3}$. **D.** $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}; d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+3}{1}$. Xét các điểm A,B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;8;-5)$

B. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-5;9;8)$

C. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;-5)$

D. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;5;-2)$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-2}$.

B. $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{2}$.

D. $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là:

A. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-5}{2}$

B. $\frac{x-2}{6}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{2}$

C. $\frac{x-5}{6}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-5}{2}$

D. $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-5}{2}$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d:\frac{x-2}{3}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song (P) và cắt đường thẳng d?

A. $\begin{cases}x=3+11t\\y=2-54t\\z=-4+47t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=3+54t\\y=2+11t\\z=-4-47t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=3+47t\\y=2+54t\\z=-4+11t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=3-11t\\y=2-47t\\z=-4+54t\end{cases}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2z-6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-1-t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

B. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

D. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2: \begin{cases} x=-1+3t \\ y=-2t \\ z=-4-t \end{cases}$, $d_3: \dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$.

B. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

C. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$.

D. $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Câu 17. Trong không gian, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P), biết Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz. Tính $\dfrac{a}{c}$.

A. $\dfrac{a}{c}=2$.

B. $\dfrac{a}{c}=-2$.

C. $\dfrac{a}{c}=-\dfrac{1}{2}$.

D. $\dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$.

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3-t \\ z=-2+t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=3+t \\ z=-2+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ **B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

A. $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một vectơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u}=(4;5;-13)$. **B.** $\vec{u}=(2;3;2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-1;2)$. **D.** $\vec{u}=(-3;5;1)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1\begin{cases}x=4+t\\y=-4-t\\z=6+2t\end{cases}$; $d_2:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-11}{4}=\dfrac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt $d_1;d_2$ lần lượt ở B,C. Tính tỉ số $\dfrac{AB}{AC}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

DẠNG 2
LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN VUÔNG GÓC

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2t\\y=-3+3t\\z=2t\end{cases}$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$ **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

Câu 26. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$ **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{4}$.

C. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$, $d':\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và d'?

A. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{14}=\dfrac{z-2}{9}$. **B.** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z+2}{9}$.

C. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{9}=\dfrac{z-2}{14}$. **D.** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ?

A. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=3-5t \\ z=3-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=5-5t \\ z=4-7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=1-5t \\ z=-4-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=7-5t \\ z=2-7t \end{cases}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng: $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

B. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$; $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1;d_2$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+7}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{3}$

B. $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$

C. $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+1}{3}$

D. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+2}{3}$

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\y=1-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và cắt đường thẳng $(d_2):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

A. $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1+t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=0\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

B. $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

D. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d. Đường thẳng d' có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 40. Cho hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ và $(d_2):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-7}{-3}=\dfrac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2). Phương trình nào sau đâu là phương trình của (Δ)

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta):x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

A. $(0;1;3)$. **B.** $(2;3;3)$. **C.** $(5;6;8)$ **D.** $(1;-2;0)$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có phương trình là

A. $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

D. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

A. $2x-y+2z+13=0$ **B.** $2x+y+2z-22=0$ **C.** $2x-y+2z-13=0$ **D.** $2x-y+2z+22=0$

Câu 46. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(2;2;1),B(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\dfrac{x+\frac{2}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\dfrac{z+\frac{5}{9}}{2}$

B. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$

C. $\dfrac{x+\frac{1}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\dfrac{z-\frac{11}{6}}{2}$

D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là?

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z+5}{3}$.

B. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{7}=\dfrac{z+1}{3}$.

D. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+\frac{13}{5}}{1}=\dfrac{y-\frac{9}{5}}{1}=\dfrac{z-\frac{4}{5}}{1}$.

B. $\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

C. $\dfrac{x-\frac{7}{5}}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-\frac{2}{5}}{1}$.

D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+9=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta:\begin{cases}x=5t\\y=-1+t\\z=4+5t\end{cases}$.

B. $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4-2t\end{cases}$.

C. $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$.

D. $\Delta:\begin{cases}x=-t\\y=-1+2t\\z=4+t\end{cases}$.

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $\Delta_2:\dfrac{x+2}{-4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(0;-2;-5)$.

B. $N(1;-1;-4)$.

C. $P(2;0;1)$.

D. $Q(3;1;-4)$.

Câu 52. Trong không gian $(Oxyz)$ cho hai đường thẳng $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính đoạn OM.

A. $OM=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

B. $OM=\sqrt{5}$.

C. $OM=2\sqrt{35}$.

D. $OM=\sqrt{35}$.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(2;-1;1)$.

B. $Q(0;-1;1)$.

C. $N(0;-1;2)$.

D. $M(-1;-1;1)$.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$,đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(6;-7;0)$ **B.** $(3;-2;-1)$ **C.** $(-3;8;-3)$ **D.** $(0;3;-2)$

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P):x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2016a+b-c$ là

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2017. **D.** 2020.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C. Độ dài BC là

A. $\sqrt{19}$. **B.** 19. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M căt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 58. Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$.

Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a>0$ thuộc mặt phẳng (ABC) sao cho $AM\perp\Delta$ và $AM=\sqrt{14}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

A. $T=-1$. **B.** $T=5$. **C.** $T=7$. **D.** $T=-6$.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(3;-2;-1)$. **B.** $(-3;8;-3)$. **C.** $(0;3;-2)$. **D.** $(6;-7;0)$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$. Giá trị của a sao cho đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 là

A. $a=-1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=0$. **D.** $a=1$.

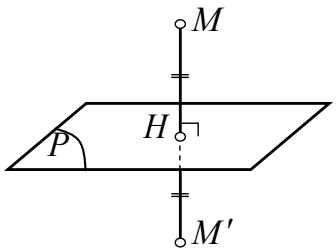
DẠNG 3

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐIỂM ĐỐI XỨNG VÀ HÌNH CHIẾU

1. Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$

Viết phương trình đường thẳng MH qua M và vuông góc với (P), khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t \\ z = z_\circ + a_3 t \\ ax+by+cz+d=0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x=? \\ y=? \end{cases} \Rightarrow H.$$

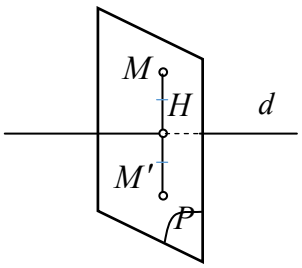


Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

2. Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d, khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t \\ z = z_\circ + a_3 t \\ ax+by+cz+d=0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x=? \\ y=? \end{cases} \Rightarrow H.$$



Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** $2\sqrt{14}$ **D.** $2\sqrt{6}$

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(1;0;1)$ lên đường thẳng $(\Delta):\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ là

A. $(2;4;6)$. **B.** $\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$. **C.** $(0;0;0)$. **D.** $\left(\frac{2}{7};\frac{4}{7};\frac{6}{7}\right)$.

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+3t\\z=-2t\end{cases}$.

Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên Δ. Tính $a+b+c$.

A. 5. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 7.

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$ là:

A. $(-2;1;1)$. **B.** $\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right)$. **C.** $(1;1;-2)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$.

Câu 65. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương vectơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P):x-y+z+2=0$ có tọa độ là

A. $(2;-2;-2)$. **B.** $(-1;0;1)$. **C.** $(-2;2;2)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA'=5\sqrt{3}$ **B.** $OA'=\sqrt{46}$ **C.** $OA'=\sqrt{186}$ **D.** $OA'=3\sqrt{26}$

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P), véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

A. $\overrightarrow{u_3}=(5;-6;-13)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(5;-4;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(5;16;13)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(5;16;-13)$.

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+4}{3}=\frac{y-3}{-6}=\frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α).

A. $\frac{x}{11}=\frac{y+5}{-17}=\frac{z-4}{-2}$.

B. $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z+4}{-2}$.

C. $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z-4}{-2}$.

D. $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z-4}{2}$.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+5}{-1}=\frac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases}x=-3\\y=-5+2t\\z=3-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=-3+4t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-3\\y=-5+t\\z=3+4t\end{cases}$

Câu 70. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$

B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+5}{1}$

C. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$

D. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

A. $d':\frac{x+2}{7}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{2}$.

B. $d':\frac{x-2}{7}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{2}$.

C. $d':\frac{x+2}{7}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{2}$.

D. $d':\frac{x-2}{7}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{2}$.

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+4}{3}=\frac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+4}{3}=\frac{z-1}{5}$.

B. $\frac{x}{2}=\frac{y+5}{3}=\frac{z-1}{5}$.

C. $\frac{x+5}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{5}$.

D. $\frac{x}{2}=\frac{y-5}{3}=\frac{z-1}{5}$.

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d'. Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng d':

A. $M(2;5;-4)$.

B. $P(1;3;-1)$.

C. $N(1;-1;3)$.

D. $Q(2;7;-6)$.

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng

$(P): x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P); d' nhận $\vec{u}(a;b;2019)$ làm một véctơ chỉ phương. Xác định tổng $a+b$.

A. 2019 **B.** –2019 **C.** 2018 **D.** –2020

Câu 75. Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2 \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$, $\Delta: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$. Gọi d', Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Biểu thức $a+b.c$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 76. Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(1;1;1)$ lên đường thẳng $\mathrm{d}: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases}$.

A. $H(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3})$. **B.** $H(1;1;1)$. **C.** $H(0;0;-1)$. **D.** $H(1;1;0)$.

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x=6-4t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Tìm tọa độ hình chiếu A' của A trên (d).

A. $A'(2;3;1)$. **B.** $A'(-2;3;1)$. **C.** $A'(2;-3;1)$. **D.** $A'(2;-3;-1)$.

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-1;0;4)$. **B.** $(7;1;-1)$. **C.** $(2;1;-2)$. **D.** $(0;2;-5)$.

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z=0$.

A. $M'\left(2;\dfrac{5}{2};3\right)$. **B.** $M'(1;3;5)$. **C.** $M'\left(\dfrac{5}{2};2;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $M'(3;1;2)$.

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+2z-3=0$ có tọa độ là

A. $(-3;0;0)$. **B.** $(-1;1;2)$. **C.** $(-1;-2;-4)$. **D.** $(2;1;2)$.

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{7}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+1}{7}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+1}{7}$.

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+4}{1}=\frac{z+5}{1}$.

Câu 83. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Gọi $M(a;\ b;\ c)$ thuộc đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{3}$. Biết điểm M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T=a+b+c$.

A. $T=-1$. **B.** $T=11$. **C.** $T=-13$. **D.** $T=1$.

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A. $M\left(\frac{1}{6};\ \frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$ **B.** $M\left(-\frac{1}{6};\ -\frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$ **C.** $M(-1;\ 0;\ -3)$ **D.** $M(2;\ 3;\ 3)$

CHỦ ĐỀ 3
LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN SONG SONG VÀ VUÔNG GÓC
(Dạng nâng cao)

DẠNG 1
LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN SONG SONG

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$.

B. $\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x+4}{-4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.

D. $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần lập.

Mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n}=(1;1;1)$.

Theo đề, ta có $\Delta \cap Oz = B(0;0;c) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(4;3;c-3)$ là một VTCP của Δ.

Khi đó $\overrightarrow{AB} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{n}=0 \Leftrightarrow 4.1+3.1+(c-3).1=0 \Leftrightarrow c-3=-7$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(4;3;-7)$.

Vậy $\Delta: \dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$ hay $\Delta: \dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+9=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có: (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(1;1;-1)$.

d có vectơ chỉ phương là: $\vec{u}=(1;3;2)$ và $B(3;3;0)\in d$.

Δ có vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;c)$ và $A(1;2;-1)\in\Delta$ (trong đó $a^2+b^2+c^2>0$).

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;1;1); d\,||(P)\Leftrightarrow \overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0\Leftrightarrow a+b-c=0\Leftrightarrow c=a+b \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;a+b).$

Do d cắt $\Delta \Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right].\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow 2a+b=0\Leftrightarrow b=-2a.$

Chọn $a=-1\Rightarrow b=2\Rightarrow c=1\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=(-1;2;1)\Rightarrow \Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}.$

Kết luận: $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}.$

Cách 2:

Ta có: (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Δ có vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;c)$ và $A(1;2;-1)\in\Delta$ (trong đó $a^2+b^2+c^2>0$).

Do Δ song song với mặt phẳng $(P)\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0$.

Nhận xét đáp án A: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0$.

Nhận xét đáp án B: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=4\neq 0\Rightarrow$ loại đáp án **B.**

đáp án C: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=2\neq 0\Rightarrow$ loại đáp án **C.**

đáp án D: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=2\neq 0\Rightarrow$ loại đáp án **D.**

Câu 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}.$ **B.** $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}.$

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}.$ **D.** $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z+4}{2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}_d=(3;-5;-1)$ là véc tơ chỉ phương của d.

$\vec{n}_{(P)}=(2;0;1)$ là véc tơ pháp tuyến của (P).

$\left[\overrightarrow{u_d},n_{(p)}\right]=(-5;-5;10).$

Do Δ vuông góc với d và song song với (P) nên $\vec{u}=(1;1;-2)$ là vécto chỉ phương của Δ.

Khi đó, phương trình của Δ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}.$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn B

mp(α) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n_1}=(1;-2;1)$, mp(β) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n_2}=(2;1;-1)$.

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{n_1};\vec{n_2}\right]=(1;3;5)$.

Phương trình của đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.

Câu 5. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{n}_{(Oxy)}=(1;1;0)$, $\vec{n}_{(Oxy)}=(0;0;1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy). Khi đó:

$\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(Oxy)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Oxy)}\right]=(1;-1;0)$. Vậy $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$, $(Q): 2x+y+z+4=0$.

A. $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{-3}$.

B. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-5}{-3}$.

C. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{-3}$.

D. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;1)$; mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(2;1;1)$.

Nhận thấy $A\notin(P)$ và $A\notin(Q)$.

Gọi đường thẳng cần lập là d và $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của nó.

Ta chọn $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{n_P}\right]=(2;-1;-3)$.

Mặt khác, d qua $A(3;-1;5)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-5}{-3}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+z-1=0$, $(\beta):2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn B

mp(α) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;1)$, mp$(\beta)$ có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;1;-1)$.

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right]=(1;3;5)$.

Phương trình của đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{5}$.

Câu 8. Trong không gian Oxyz, cho ba đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-2}$; $d_2:\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z+4}{-1}$ và $d_3:\frac{x+3}{4}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{6}$.

B. $\frac{x-3}{-4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-6}$.

C. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{-1}=\frac{z-4}{6}$.

D. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{-1}=\frac{z+4}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Từ $d_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-2}\Rightarrow d_1:\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+t\\z=2-2t\end{cases}$; từ $d_2:\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z+4}{-1}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_2}=(3;-2;-1)\\A(-1;0;-4)\end{cases}$;

Từ $d_3:\frac{x+3}{4}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{6}\Rightarrow\overrightarrow{u_3}=(4;-1;6)$

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_2 và song song với d_3

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{u_2};\overrightarrow{u_3}\right] = \left(\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}\right) = (-13;-22;5) \\ A(-1;0;-4) \in (\mathrm{P}) \end{cases}$$

$\Rightarrow (P): -13(x+1) - 22y + 5(z+4) = 0 \Leftrightarrow (P): 13x + 22y - 5z - 7 = 0$

Gọi B là giao điểm của (P) và d_1. Đường thẳng đi qua B và song song với d_3 chính là đường thẳng cần tìm.

Gọi $B(3+2t; -1+t; 2-2t)$. Thay tọa độ B vào (P): $13(3+2t) + 22(-1+t) - 5(2-2t) - 7 = 0$

$\Rightarrow t = 0 \Rightarrow B(3; -1; 2)$

Vì đường thẳng cần tìm song song với (d_3) nên có các véc tơ chỉ phương là $n.\overrightarrow{u_3}$ $(n \neq 0; n \in \mathbb{Z})$

Như vậy chỉ có đáp án B là hợp lý.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là:

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2} \Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;2;2)$.

$(P): 2x + y + 2z - 5 = 0 \Rightarrow (P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;1;2)$.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d

$\Rightarrow \Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{v} = \left[\vec{u}, \vec{n}\right] = (2;2;-3)$, và đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;1;-2) \Rightarrow$

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}; d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Xét các điểm A, B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-9;8;-5)$

B. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-5;9;8)$

C. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;-5)$

D. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;5;-2)$

Lời giải

Chọn A

$A\in d_1\Rightarrow A(3a;1-a;-1+a)$; $B\in d_2\Rightarrow B(2+b;1-2b;-3+b)$.

$\overrightarrow{AB}=(2+b-3a;-2b+a;b-2-a)$; $\vec{n}_P=(2;-1;2)$.

Do $AB//(P)$ nên $\overrightarrow{AB}.\vec{n}_P=0\Leftrightarrow a=\frac{2}{3}b$.

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

$I\left(\frac{3a+2+b}{2};\frac{2-2b-a}{2};\frac{-4+a+b}{2}\right)$ hay $I\left(1+\frac{3}{2}b;1-\frac{8}{6}b;-2+\frac{5}{6}b\right)$

Suy ra tập hợp điểm I là một đường thẳng $\begin{cases}x=1+\frac{3}{2}b\\ y=1-\frac{8}{6}b\\ z=-2+\frac{5}{6}b\end{cases}$

Suy ra tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là một đường thẳng có vectơ chỉ phương

$\vec{u}=(-9;8;-5)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\ y=1+2t\\ z=4-2t\end{cases}$ và $d':\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-2}$.

B. $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{2}$.

D. $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

Lời giải

Chọn C

d đi qua $A(2;1;4)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;-2)$.

d' đi qua $B(4;-1;0)$ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$.

Ta có $\overrightarrow{u_1}=-\overrightarrow{u_2}$ và $\frac{2-4}{1}\neq\frac{1+1}{-2}\neq\frac{4}{2}$ nên $d//d'$.

Đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta // d // d' \\ d(\Delta,d)=d(\Delta,d')\end{cases}$ hay Δ qua trung điểm $I(3;0;2)$ và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;2)$. Khi đó phương trình của Δ: $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là:

A. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-5}{2}$ **B.** $\dfrac{x-2}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$

C. $\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-5}{2}$ **D.** $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-5}{2}$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có phương trình tham số: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$

Điểm M thuộc đường thẳng d nên $M(-1+2t;t;2+t)$.

Điểm A là trung điểm của MN nên:

$A(2;-1;3)$

$\begin{cases}x_N=2x_A-x_M=5-2t\\y_N=2y_A-y_M=-2-t\Rightarrow N(5-2t;-2-t;4-t)\\z_N=2z_A-z_M=4-t\end{cases}$

Mặt khác điểm $N\in(P)$ nên: $5-2t-2-t-8+2t+8=0\Leftrightarrow t=3$

Suy ra: $M(5;3;5)$.

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM}(3;4;2)$ và đi qua điểm $M(5;3;5)$ nên có phương trình: $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-5}{2}$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song (P) và cắt đường thẳng d?

A. $\begin{cases}x=3+11t\\y=2-54t\\z=-4+47t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+54t\\y=2+11t\\z=-4-47t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+47t\\y=2+54t\\z=-4+11t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-11t\\y=2-47t\\z=-4+54t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\overrightarrow{n_{(P)}}=(3;-2;-3)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-4;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(3;-2;2)$.

Giả sử $\Delta\cap d=M$ nên $M(2+3t;-4-2t;1+2t)$ khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

$\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AM}=(3t-1;-2t-6;2t+5)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0$ nên $3(3t-1)-2(-2t-6)-3(2t+5)=0\Leftrightarrow t=\frac{6}{7}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}=\left(\frac{11}{7};-\frac{54}{7};\frac{47}{7}\right)$

Chọn vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ có tọa độ là $(11;-54;47)$ do đó phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=3+11t\\y=2-54t\\z=-4+47t\end{cases}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x-2z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-1-t\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+2}{1}$.

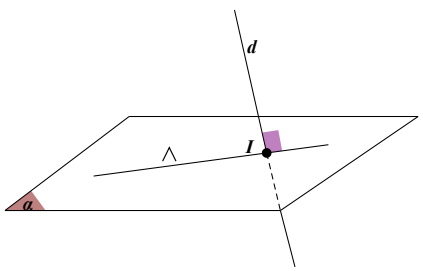
B. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+2}{1}$.

D. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn B



Giao điểm I của d và (α) là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-1-t\\x-2z-6=0\end{cases}\Rightarrow I(2;4;-2)$.

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;-2)$; đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $[\vec{n},\vec{u}]=(2;-1;1)$.

Đường thẳng Δ qua điểm $I(2;4;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $[\vec{n},\vec{u}]=(2;-1;1)$ nên có phương trình chính tắc: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)\\\vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1)\end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q), nên d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;-2;3)$ nên có phương trình: $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$

Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng, nên nhận véc tơ $(1;0;-1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2:\begin{cases}x=-1+3t\\y=-2t\\z=-4-t\end{cases}$, $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

C. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$. **D.** $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ đường thẳng song song với d_3 và cắt d_1 và d_2.

$\vec{u}_\Delta;\vec{u}_3$ lần lượt là véctơ chỉ phương của Δ và d_3.

Ta có $\Delta\cap d_1=A\Rightarrow A(2x+3;x-1;-2x+2)$; $\Delta\cap d_2=B\Rightarrow B(-1+3y;-2y;-4-y)$.

$\overrightarrow{AB}=(3y-2x-4;-2y-x+1;-y+2x-6)$.

Vì $\Delta//d_3\Rightarrow\vec{u}_\Delta=k\vec{u}_3\Rightarrow\dfrac{3y-2x-4}{4}=\dfrac{-2y-x+1}{-1}=\dfrac{-y+2x-6}{6}$.

$\Rightarrow\begin{cases}2x-3y+4=-8y-4x+4\\-12y-6x+6=y-2x+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x+5y=0\\-13y+4x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=0$.

Từ đó suy ra: $A(3;-1;2);B(-1;0;-4)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-4;1;-6)$ là véctơ chỉ phương của Δ.

Phương trình Δ là: $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Câu 17. Trong không gian, cho mặt phẳng (P): $x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P), biết Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz. Tính $\dfrac{a}{c}$.

A. $\dfrac{a}{c}=2$. **B.** $\dfrac{a}{c}=-2$. **C.** $\dfrac{a}{c}=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

(P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Δ đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

Oz đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Δ không song song với $Oz\Leftrightarrow a:b:c\neq 0:0:1$.

Δ đồng phẳng với $Oz\Leftrightarrow$ Ba vectơ $\vec{u};\vec{k};\overrightarrow{OA}$ đồng phẳng

$\Leftrightarrow\left[\vec{k},\overrightarrow{OA}\right]\vec{u}=0\Leftrightarrow a+2b=0\Leftrightarrow a=-2b$.

Do $\Delta//(P)\Rightarrow\vec{u}\perp\vec{n}\Leftrightarrow\vec{u}.\vec{n}=\vec{0}\Leftrightarrow a+b-c=0\Rightarrow c=-b$. Suy ra $\dfrac{a}{c}=2$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $x+y-3=0$ và (Q): $2x-y+z-3=0$.

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=3-t\\z=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=3+t\\z=-2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là:

$\overrightarrow{n_P}=(1;1;0)$; $\overrightarrow{n_Q}=(2;-1;1)$.

Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có vectơ chỉ phương: $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;-1;-3)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$ nhận vectơ $\vec{u}$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ **B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy hai đường thẳng d và d' có cùng véctơ chỉ phương hay $d//d'$

Vậy đường thẳng cần tìm có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;1;-2)$ và đi qua trung điểm $I(3;-2;2)$ của AB với $A(2;-3;4)\in d$ và $B(4;-1;0)\in d'$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

A. $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết: $N\in d\Rightarrow N(2t-2;t+1;1-t)$.

Mà A là trung điểm $MN\Rightarrow M(4-2t;5-t;3+t)$.

Mặt khác, $M\in(P)\Leftrightarrow 2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0\Leftrightarrow t=-2$.

$\Rightarrow N(-6;-1;3)\Rightarrow \overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$.

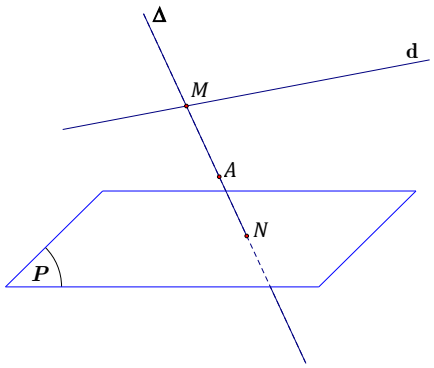
Đường thẳng Δ đi qua $N(-6;-1;3)$ và có một VTCP là $\vec{u}=\overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$ nên có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một vectơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u}=(4;5;-13)$. **B.** $\vec{u}=(2;3;2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-1;2)$. **D.** $\vec{u}=(-3;5;1)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}\Rightarrow\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$. Do đó $M\in d\Rightarrow M(-1+2t;t;2+t)$.

Vì $A(1;-1;2)$ là trung điểm $MN\Rightarrow N(3-2t;-2-t;2-t)$.

Mặt khác $N\in(P)\Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M(3;2;4)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;3;2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1\begin{cases}x=4+t\\y=-4-t\\z=6+2t\end{cases}; d_2: \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-11}{4}=\dfrac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt $d_1;d_2$ lần lượt ở B,C. Tính tỉ số $\dfrac{AB}{AC}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

$B\in d_1 \Rightarrow B(4+t;-4-t;6+2t)$. PT tham số của $d_2: \begin{cases}x=5+2s\\y=11+4s\\z=5+2s\end{cases}$.

$C\in d_2 \Rightarrow C(5+2s;11+4s;5+2s)$. Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(1-t;-1-t;2t+1); \overrightarrow{AC}=(2s;4s+14;2s)$.

Do A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k\in\mathbb{R}: \overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}t-1=2ks\\-t-1=4ks+14k\\2t+1=2ks\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=-2\\s=-3\\k=\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Do đó: $\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \dfrac{AB}{AC}=\dfrac{1}{2}$.

DẠNG 2
LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN VUÔNG GÓC

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;3)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz.

Gọi $N(0;0;t)=\Delta\cap Oz \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(-1;0;t-1)$.

$\Delta\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{4}{3}\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-1;0;\dfrac{1}{3}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{u_1}=(-3;0;1)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có một vectơ chỉ phương $(-3;0;1)$ nên có phương trình là

$\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2t\\y=-3+3t\\z=2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$.

Gọi $M(0;m;0)\in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM}=(-2;m-1;-3)$

Do $\Delta\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow -2-2(m-1)-6=0\Leftrightarrow m=-3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$ **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+t+2(-1+2t)-5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Cách 2:

Gọi $d\cap\Delta=B\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

$\overrightarrow{AB}=(t;t;-3+2t)$, Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$

Vì $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t+t+2(-3+2t)=0\Leftrightarrow t=1$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$.Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận véc tơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 26. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-t\\z=-2+2t\end{cases}$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d.

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(-1;4;3)$

Gọi A là giao điểm của d và (P). Tọa độ A là nghiệm của phương trình:

$$(-1+2t)+(-t)-(-2+2t)+1=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow A(3;-2;2)$$

Phương trình Δ qua $A(3;-2;2)$ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(-1;4;3)$ có dạng: $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2-4t \\ z=2-3t \end{cases}$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$ **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $d_1:\begin{cases} x=3-t_1 \\ y=3-2t_1 \\ z=-2+t_1 \end{cases}$ và $d_2:\begin{cases} x=5-3t_2 \\ y=-1+2t_2 \\ z=2+t_2 \end{cases}$.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.

Gọi $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$, $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.

$\overrightarrow{AB}=(2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên $\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2} \\ \dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=2 \\ t_2=1 \end{cases}$. Do đó $A(1;-1;0)$, $B(2;-1;3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n}=(1;2;3)$ là

$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=1+t\end{cases}$

Gọi $M=\Delta\cap(P)\Rightarrow M\in\Delta\Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$

$M\in(P)\Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0\Leftrightarrow 4-4t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;2)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;-1)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(1;2;1)$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ

$\Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\frac{1}{2}\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(0;-1;2)$ làm véc tơ chỉ phương và $M(1;1;2)\in d$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là đường thẳng qua A và d cắt d_2 tại K. Khi đó $K(2+t;-1-t;1+t)$.

Ta có $\overrightarrow{AK}=(1+t;-t;t-2)$.

Đường $AK\perp d_1\Leftrightarrow\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{u_1}=0$, với $\vec{u}_1=(1;4;-2)$ là một vectơ chỉ phương của d_1.

Do đó $1+t-4t-2t+4=0 \Leftrightarrow t=1$, suy ra $\overrightarrow{AK}=(2;-1;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{2}$.

B. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$.

D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(2+t;-1-t;1+t)=d\cap d_2$ với $t\in\mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1+t;-t;-2+t)$ và $\overrightarrow{u_1}=(3;3;-1)$ là vectơ chỉ phương của d_1

Mặt khác $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_1}=0$ nên $3.(1+t)+3.(-t)-1.(-2+t)=0\Leftrightarrow t=5$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(6;-5;3)$ là 1 vectơ chỉ phương của d.

Vậy phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$, $d':\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và d'?

A. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{14}=\dfrac{z-2}{9}$.

B. $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z+2}{9}$.

C. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{9}=\dfrac{z-2}{14}$.

D. $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;6)$.

Đường thẳng d' có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}=(2;1;-5)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M, vuông góc với d và d' nên có một vectơ chỉ phương là:

$\vec{u}_\Delta=\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]=(14;17;9)$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y+z=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ?

A. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=3-5t \\ z=3-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=5-5t \\ z=4-7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=1-5t \\ z=-4-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=7-5t \\ z=2-7t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Do Δ nằm trong nằm trong (P) và vuông góc với d nên Δ có véctơ chỉ phương là

$$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_d}\right]=(4;-5;-7)$$

Gọi $A=\Delta\cap d$ thì $A=(P)\cap d \Rightarrow A(1;0;-3)$

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=1+4t \\ y=0-5t \\ z=-3-7t \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=5-5t \\ z=4-7t \end{cases}$

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng: $d_1: \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{u}_{d_1}=(1;4;-2)$

$d_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ nên phương trình tham số của $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1-t \\ z=1+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

Gọi đường thẳng d cắt đường thẳng d_2 tại $M(2+t;-1-t;1+t)$

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(1+t;-t;t-2)$

Đường thẳng d đi qua $A;M$ nên vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1+t;-t;t-2)$

Theo đề bài d vuông góc $d_1 \Rightarrow \vec{u}_d\perp\vec{u}_{d_1} \Leftrightarrow \vec{u}_d.\vec{u}_{d_1}=0 \Leftrightarrow 1.(1+t)+4(-t)-2(t-2)=0 \Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow \vec{u}_d = (2;-1;-1)$

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-1;3)$ và có $\vec{u}_d = (2;-1;-1)$ có dạng:

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{-4}$; $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1; d_2$ có phương trình là

A. $\frac{x+7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{3}$

B. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$

C. $\frac{x+4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$

D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

$\Delta \cap d_1 = M$ nên $M(-3+2t;-2-t;-2-4t)$

$\Delta \cap d_2 = N$ nên $N(-1+3u;-1+2u;2+3u)$

$\overrightarrow{MN} = (2+3u-2t;1+2u+t;4+3u+4t)$

Ta có $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$

Nên $\frac{2+3u-2t}{1} = \frac{1+2u+t}{2} = \frac{4+3u+4t}{3}$ ta giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases} u=-2 \\ t=-1 \end{cases}$

Khi đó tọa độ điểm $M(-5;-1;2)$ và VTCP $\overrightarrow{MN} = (-2;-4-6) = -2(1;2;3)$

Phương trình tham số Δ là $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=-1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và cắt đường thẳng $(d_2): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=0 \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(2t';1+t';t') \in (d_2)$ là giao điểm giữa đường thẳng (Δ) và đường thẳng (d_2)

Ta có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_{d_1}}=(1;-1;0)$, $\overrightarrow{MA}=(2t';t';t'-1)$

Theo đề bài: $\overrightarrow{u_{d_1}}.\overrightarrow{MA}=0\Leftrightarrow 2t'-t'=0\Leftrightarrow t'=0$

Suy ra $A(0;1;0)$

Khi đó vecto chỉ phương của đường thẳng (Δ) là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AM}=(0;0;1)$

Phương trình đường thẳng (Δ) qua $M(0;1;1)$ có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(0;0;1)$ có dạng:

$$\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$ **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+t+2(-1+2t)-5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{5}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-3}$. **D.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M = d \cap \Delta \Rightarrow M \in d : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{3} \Rightarrow M(2t-1;t;3t-2)$.

$M \in \Delta \subset (P) \Rightarrow M \in (P) : x+2y+z-4=0 \Rightarrow 2t-1+2t+3t-2-4=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow M(1;1;1)$.

Vì $\Delta \perp d$ và $\Delta \subset (P) \Rightarrow \Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \left[\vec{n};\vec{u}_d\right] = (5;-1;-3)$.

Vậy phương trình Δ là $\Delta : \dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d. Đường thẳng d' có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của $d : \begin{cases} x = -3+2t \\ y = -1+t \\ z = \quad -t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x=-3+2t \\ y=-1+t \\ z=\quad -t \\ x+y-3z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3+2t \\ y=-1+t \\ z=\quad -t \\ -3+2t-1+t+3t-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ x=-1 \\ y=0 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow d \cap (P) = M(-1;0;-1).$$

Vì d' nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d nên d' đi qua M và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'} = \vec{n}_P \wedge \vec{u}_d = (2;-5;-1)$ hay d' nhận véc tơ $\vec{v} = (-2;5;1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Phương trình của d': $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{1}$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1 : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2 : \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình

A. $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A = \Delta \cap d_1 ; B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow A(2+2t;3+3t;-4-5t), B(-1+3t';4-2t';4-t')$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3t'-2t-3;-2t'-3t+1;-t'+5t+8)$.

Gọi $\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_{d_1}}=(2;3;-5),\overrightarrow{u_{d_2}}=(3;-2;-1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của Δ,d_1,d_2 ta có:

$\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_{d_1}}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_{d_2}}\end{cases}$.Chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_{d_1}},\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(-13;-13;-13)=-13(1;1;1)=-13\vec{u}$.

Vì $\overrightarrow{AB},\vec{u}$ đều là véc tơ chỉ phương của Δ nên ta có:

$$\overrightarrow{AB}=k\vec{u}\Leftrightarrow\begin{cases}3t'-2t-3=k\\-2t'-3t+1=k\\-t'+5t+8=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3t'-2t-k=3\\-2t'-3t-k=-1\\-t'+5t-k=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=1\\t=-1\\k=2\end{cases}\Rightarrow A(0;0;1).$$

$\Rightarrow\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 40. Cho hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ và $(d_2):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-7}{-3}=\dfrac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2). Phương trình nào sau đâu là phương trình của (Δ)

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$.

D. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy điểm $M\in(d_1)$: $M(2+t_1;1+t_1;1+t_1)$

$N\in(d_2)$: $N(t_2;7-3t_2;-t_2)$

$\overrightarrow{MN}=(t_2-t_1-2;-3t_2-t_1+6;-t_2-t_1-1)$

Đường thẳng MN là đường vuông góc chung $\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\\\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_2+t_1=1\\11t_2+3t_1=19\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_2=2\\t_1=-1\end{cases}$

Suy ra $M(1;0;0),N(2;1;-2)$ và $\overrightarrow{MN}(1;1;-2)$

Phương trình đường thẳng (Δ) đi qua M,N là: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta):x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

A. $(0;1;3)$.

B. $(2;3;3)$.

C. $(5;6;8)$

D. $(1;-2;0)$

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{u_d}(1;1;2)$ là một VTCP của đường thẳng d

$\overrightarrow{n_\beta}(1;1;-2)$ là một VTPT của (β)

$\Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_\beta}\right] = (-4;4;0)$

$A(2;3;0) \in d \Rightarrow A \in (\alpha)$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): -4(x-2)+4(y-3)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow -4x+4y-4=0 \Leftrightarrow x-y+1=0$.

Giả sử $M(x;y;z) \in (\alpha)\cap(\beta)$. Khi đó tọa độ M thỏa mãn hệ $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x+y-2z+1=0 \end{cases}$

Thay các đáp án vào hệ trên ta thấy $M(2;3;3)$ thỏa mãn. Chọn đáp án B

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $M = \Delta \cap Ox$. Suy ra $M(a;0;0)$.

$\overrightarrow{AM} = (a-1;-2;-3)$.

d có VTCP: $\overrightarrow{u_d} = (2;1;-2)$.

Vì $\Delta \perp d$ nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2a-2-2+6=0 \Leftrightarrow a=-1$.

Vậy Δ qua $M(-1;0;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{AM} = (-2;-2;-3) = -(2;2;3)$ nên Δ có phương trình:

$\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}$.

Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có phương trình là

A. $\Delta: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\Delta: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{1}$.

C. $\Delta: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\Delta: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi giao điểm của Δ và d là $B(t+1;t;2t-1)$. Khi đó $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AB}=(t,t,2t-3)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d có $\overrightarrow{u_d}=(1,1,2)$ thì:

$t+t+2(2t-3)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=(1,1,-1)$.

Phương trình đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

+) VTCP của Δ,Δ' lần lượt là $\vec{u}=(3;2;1)$ và $\vec{v}=(1;3;-2)$; $[\vec{u},\vec{v}]=(-7;7;7)$

+) Vì d vuông góc với Δ và Δ' nên $\vec{u}_d=(-1;1;1)$.

+) d đi qua $M(-1;1;3)$ nên $d:\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

A. $2x-y+2z+13=0$ **B.** $2x+y+2z-22=0$ **C.** $2x-y+2z-13=0$ **D.** $2x-y+2z+22=0$

Lời giải

Chọn C

Tọa độ giao điểm của d_1 và (P) là $A(4;-1;2)$

Mặt phẳng cần tìm đi qua A và nhận $\vec{u}_2(2;-1;2)$ làm VTCP có phương trình $2x-y+2z-13=0$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1),B(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3})$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\dfrac{x+\frac{2}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\dfrac{z+\frac{5}{9}}{2}$

B. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$

C. $\dfrac{x+\frac{1}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\dfrac{z-\frac{11}{6}}{2}$

D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=(4;-8;8)$

Gọi d là đường thẳng thỏa mãn khi đó d có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$

Ta có $OA=3, OB=4, AB=5$. Gọi $I(x;y;z)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Áp dụng hệ thức $OB.\overrightarrow{IA}+OA.\overrightarrow{IB}+AB.\overrightarrow{IO}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 4.(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OI})+3.(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OI})+5.\overrightarrow{IO}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{OI}=\dfrac{1}{12}\left(4\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}\right)\Rightarrow I(0;1;1)$

Suy ra $d:\begin{cases}x=t\\ y=1-2t\\ z=1+2t\end{cases}$ cho $t=-1\Rightarrow d$ đi qua điểm $M(-1;3;-1)$

Do đó d đi qua $M(-1;3;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên đường thẳng có phương trình

$\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là?

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z+5}{3}$.

B. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{7}=\dfrac{z+1}{3}$.

D. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải

$\overrightarrow{n_P}=(1;-1;2)$, $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-3)$, Gọi $I=d\cap(P)$, $I\in d\Rightarrow I(2t;3+t;2-3t)$

$I\in(P)\Rightarrow 2t-(3+t)+2(2-3t)-6=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow I(-2;2;5)$

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Theo giả thiết $\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_d}\right]=(1;7;3)$

Và đường thẳng Δ đi qua điểm I. Vậy $\Delta:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+\frac{13}{5}}{1}=\dfrac{y-\frac{9}{5}}{1}=\dfrac{z-\frac{4}{5}}{1}$.

B. $\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

C. $\dfrac{x-\frac{7}{5}}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-\frac{2}{5}}{1}$.

D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử đường thẳng (d) vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 tai M,N

Ta có: $M(1+2a;-1-a;a)$, $N(-1+t;-1;-t)$, $\overrightarrow{NM}=(2a-t+2;-a;a+t)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;1;1)$

Vì MN vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\overrightarrow{NM}$ cùng phương $\vec{n}$ $\Leftrightarrow\dfrac{2a-t}{1}=\dfrac{-a}{1}=\dfrac{a+t}{1}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{2}{5}\Rightarrow M\left(\dfrac{1}{5};-\dfrac{3}{5};-\dfrac{2}{5}\right)\\t=\dfrac{4}{5}\end{cases}$$

Đường thẳng (d) qua điểm M nhận $\vec{n}$ làm vec tơ chỉ phương

Phương trình $d:\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $N=\Delta\cap Oz$.

Ta có $N(0;0;c)$. Vì Δ qua M,N và $M\notin Oz$ nên $\overrightarrow{MN}(-1;0;c-1)$ là VTCP của Δ.

d có 1 VTCP $\vec{u}(1;2;3)$ và $\Delta\perp d$ nên

$\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow-1+3(c-1)=0\Leftrightarrow c=\dfrac{4}{3}\Rightarrow\overrightarrow{MN}(-1;0;\dfrac{1}{3})$.

Chọn $\vec{v}(-3;0;1)$ là 1 VTCP của Δ, phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+9=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta: \begin{cases} x=5t \\ y=-1+t \\ z=4+5t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4-2t \end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=4+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

$\begin{cases} \Delta \perp d \\ \Delta \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{u_d} \\ \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{n_{(P)}} \end{cases}$

$\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = (5;0;5)$. Do đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = (1;0;1) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \dfrac{x+2}{-4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(0;-2;-5)$. **B.** $N(1;-1;-4)$. **C.** $P(2;0;1)$. **D.** $Q(3;1;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(-1+2t;-2+t;1+t)$ và $B(-2-4t';1+t';-2-t')$ là hai điểm lần lượt thuộc Δ_1 và Δ_2.

$\overrightarrow{AB} = (-1-2t-4t';3-t+t';-3-t-t')$. Δ_1 có VTCP $\vec{u}=(2;1;1)$; Δ_2 có VTCP $\vec{u'}=(-4;1;-1)$.

AB là đoạn vuông góc chung của Δ_1 và $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}.\vec{u}=0 \\ \overrightarrow{AB}.\vec{u'}=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-1-2t-4t')+(3-t+t')+(-3-t-t')=0 \\ -4(-1-2t-4t')+(3-t+t')-(-3-t-t')=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6t-8t'=2 \\ 8t+18t'=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t'=-1 \end{cases}$

Suy ra $A(1;-1;2)$ và $\overrightarrow{AB}=(1;1;-3)$.

Phương trình đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 là: $\begin{cases} x=1+t_1 \\ y=-1+t_1 \\ z=2-3t_1 \end{cases}$.

Chỉ có điểm $Q(3;1;-4)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình.

Câu 52. Trong không gian $(Oxyz)$ cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-1}$.

Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính đoạn OM.

A. $OM=\frac{\sqrt{14}}{2}$. **B.** $OM=\sqrt{5}$. **C.** $OM=2\sqrt{35}$. **D.** $OM=\sqrt{35}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=4+t\\z=-2t\end{cases}$ nhận véctơ $\vec{u}=(1;1;-2)$ làm véctơ chỉ phương.

Đường thẳng $d':\begin{cases}x=3+2m\\y=-1-m\\z=-2-m\end{cases}$ nhận véctơ $\vec{v}=(2;-1;-1)$ làm véctơ chỉ phương.

Gọi AB là đoạn vuông góc chung với $A\in d$ và $B\in d'$.

Khi đó $A(2+t;4+t;-2t)$ và $B(3+2m;-1-m;-2-m)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(2m-t+1;-m-t-5;-m+2t-2)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}\\\overrightarrow{AB}\perp\vec{v}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0\\\overrightarrow{AB}.\vec{v}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m-6t=0\\6m-3t=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\t=-1\end{cases}$. Suy ra $A(1;3;2)$ và $B(-1;1;0)$.

Suy ra trung điểm của AB là $M(0;2;1)$. Vậy $OM=\sqrt{5}$.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(2;-1;1)$. **B.** $Q(0;-1;1)$. **C.** $N(0;-1;2)$. **D.** $M(-1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 có VTCP là $\vec{u}=(1;1;-2)$.

Gọi H là giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng d_1. Vì $H\in d_1:H(1+t;t;5-2t)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH}=(t;t;3-2t)$.

d vuông góc với $d_1\Leftrightarrow\vec{u}.\overrightarrow{AH}=0\Leftrightarrow t+t-2(3-2t)=0\Leftrightarrow 6t=6\Leftrightarrow t=1$.

Lúc đó, đường thẳng d qua $A(1;0;2)$ và có VTCP $\overrightarrow{AH}=(1;1;1)$ có phương trình: $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$.

Lúc đó, điểm $Q(0;-1;1)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$,đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(6;-7;0)$ **B.** $(3;-2;-1)$ **C.** $(-3;8;-3)$ **D.** $(0;3;-2)$

Lời giải

Chọn D

Ta gọi AB cắt d tại điểm $M(1+2m;-1+m;2-m)\in d$

$\overrightarrow{AM}(2m;m-3;3-m)$, theo yêu cầu bài toán AB vuông góc d, ta có

$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0\Rightarrow 2.2m+m-3+m-3=0\Rightarrow m=1\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-2;2)$

Đường thẳng AB đi qua A nhận $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AM}=(1;-1;1)$ là VTCP, ta có phương trình AB là

$AB:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$. Gọi $B(1+t;2-t;-1+t)\in AB$

Lại có điểm $B\in(P)\Rightarrow 1+t+2-t+2(-1+t)+1=0\Rightarrow t=-1$. Vậy $B(0;3;-2)$.

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P):x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2016a+b-c$ là

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2017. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Tìm A từ hệ $\begin{cases}x-2y+z=0\\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2y+z=0\\ x-2y=1\\ y+z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=-1\\ z=-1\end{cases}\Rightarrow A(-1;-1;-1)$.

Gọi $M(1+2t;t;-2-t)$, $t>\dfrac{-1}{2}$ ta có $AM=\sqrt{6t^2+12t+6}=\sqrt{6}\Leftrightarrow t=0;t=-2$

Với $t=0\Rightarrow M(1;0;-2)\Rightarrow a=1;b=0;c=-2\Rightarrow S=2018.$

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C. Độ dài BC là

A. $\sqrt{19}$. **B.** 19. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d \cap d_1 = B \Rightarrow B(1+t_1;-1-t_1;2t_1)$.

$d \cap d_2 = C \Rightarrow C(t_2;1+2t_2;t_2)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (t_1-4;-t_1+2;2t_1-5)$ và $\overrightarrow{AC} = (t_2-5;2t_2+4;t_2-5)$.

Vì $A \notin d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AC} \neq \vec{0}$.

Ba điểm A, B, C cùng thuộc đường thẳng $d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 - 4 = k(t_2-5) \\ -t_1+2 = k(2t_2+4) \\ 2t_1-5 = k(t_2-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = -1 \\ k = \dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

Do đó $B(2;-2;2)$, $C(-1;-1;-1) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-3;1;-3)$.

Vậy $BC = \sqrt{19}$.

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{1}$; $d_2 : \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

phương trình tham số của $d_1 : \begin{cases} x = 1+t_1 \\ y = 2+3t_1 ; t_1 \in \mathbb{R} \\ z = t_1 \end{cases}$, $A \in d_1 \Rightarrow A(1+t_1;2+3t_1;t_1)$;

phương trình tham số của $d_2 : \begin{cases} x = -1-t_2 \\ y = 1+2t_2 ; t_2 \in \mathbb{R} \\ z = 2+4t_2 \end{cases}$, $B \in d_2 \Rightarrow B(-1-t_2;1+2t_2;2+4t_2)$;

$\overrightarrow{MA} = (t_1-2;3t_1-1;t_1+2); \overrightarrow{MB} = (-4-4t_2;-2+2t_2;4+4t_2)$.

Vì A, B, M thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}, k \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1-2 = -4k-kt_2 \\ 3t_1-1 = -2k+2kt_2 \\ t_1+2 = 4k+4kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1+4k+kt_2 = 2 \\ 3t_1+2k-2kt_2 = 1 \\ t_1-4k-4kt_2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \\ k = \dfrac{1}{2} \\ kt_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \\ k = \dfrac{1}{2} \\ t_2 = 0 \end{cases}.$$

Vậy, $A(1;2;0)$ và $B(-1;1;2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2;-1;2)$.

Độ dài đoạn thẳng $AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = 3$.

Câu 58. Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$.

Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a>0$ thuộc mặt phẳng (ABC) sao cho $AM\perp\Delta$ và $AM=\sqrt{14}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

A. $T=-1$. **B.** $T=5$. **C.** $T=7$. **D.** $T=-6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có Δ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-1;1)$.

$\overrightarrow{AB}=(-1;-1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(1;2;-3)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-2;-1)$.

Mặt phẳng (ABC) nhận vectơ $\overrightarrow{n_{(ABC)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng Δ

$\Rightarrow$ mặt phẳng (Q) nhận vectơ $\overrightarrow{n_Q}=\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-1;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Khi đó $AM\perp\Delta\Leftrightarrow AM\subset(Q)\Rightarrow M\in(Q)$.

Mặt khác theo giả thiết $M\in(ABC)\Rightarrow M\in$ giao tuyến d của hai mặt phẳng (ABC) và (Q).

Đường thẳng d nhận vectơ $\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{n_{(ABC)}}\right]=(3;2;-1)$ làm vectơ chỉ phương, đồng thời đi qua A

$\Rightarrow$ PT $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Ta có $M\in d\Rightarrow M=(1+3t;1+2t;1-t)$.

Theo giả thiết $AM^2=14\Leftrightarrow(3t)^2+(2t)^2+(-t)^2=14\Leftrightarrow 14t^2=14\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=1\end{array}\right.$.

Với $t=-1\Rightarrow M=(-2;-1;2)$ (loại).

Với $t=1\Rightarrow M=(4;3;0)$ (nhận)

Khi đó $a=4;b=3;c=0$.

Vậy $a+b+c=7$.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(3;-2;-1)$. **B.** $(-3;8;-3)$. **C.** $(0;3;-2)$. **D.** $(6;-7;0)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1)$.

Gọi $M=AB\cap d\Rightarrow M(1+2t;-1+t;2-t)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2t;t-3;3-t)$.

$AB\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 4t+t-3-3+t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-2;2)=2(1;-1;1)$

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2;-1)$, có một VTCP là $\vec{u}=(1;-1;1)$

$\Rightarrow AB:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Ta có: $B=AB\cap(P)$ nên tọa độ của B là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+t\\x+y+2z+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\x=0\\y=3\\z=-2\end{cases}$

$\Rightarrow B(0;3;-2)$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$. Giá trị của a sao cho đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 là

A. $a=-1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=0$. **D.** $a=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường thẳng d_1 là: $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+t\end{cases}$.

Phương trình tham số đường thẳng d_2 qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$ là:

$d_2:\begin{cases}x=1+at'\\y=0+t'\\z=-1+2t'\end{cases}$

d_1 nhận $\vec{u}=(1;-2;1)$ làm vectơ chỉ phương và d_2 nhận $\vec{v}=(a;1;2)$ làm vectơ chỉ phương

Đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases}1+t=1+at'\\2-2t=0+t'\\3+t=-1+2t'\end{cases}$ có đúng một nghiệm.

Ta có:

$$\begin{cases}1+t=1+at'\\2-2t=0+t'\\3+t=-1+2t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t-at'=0\\-2t-t'=-2\\t-2t'=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t'=2\\0-a.2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t'=2\cdot\\a=0\end{cases}$$

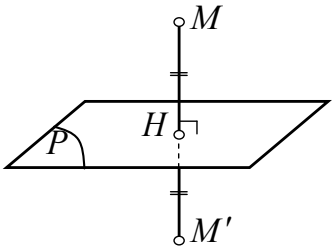
Vậy $a=0$.

DẠNG 3
PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐIỂM ĐỐI XỨNG VÀ HÌNH CHIẾU

1. Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$

Viết phương trình đường thẳng MH qua M và vuông góc với (P), khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t \\ z = z_\circ + a_3 t \\ ax+by+cz+d=0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x=? \\ y=? \Rightarrow H. \\ z=? \end{cases}$$

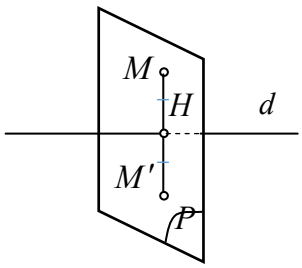


Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

2. Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d, khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t \\ z = z_\circ + a_3 t \\ ax+by+cz+d=0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x=? \\ y=? \Rightarrow H. \\ z=? \end{cases}$$



Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** $2\sqrt{14}$ **D.** $2\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua $N(0;2;3)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$

$\overrightarrow{MN}=(-2;6;4);\ \left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]=(16;8;-4).$

$d(M,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{14}.$

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(1;0;1)$ lên đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$ là

A. $(2;4;6)$. **B.** $\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $(0;0;0)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4}{7};\dfrac{6}{7}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ có vtcp $\vec{u}=(1;2;3)$ và có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Gọi $N(t;2t;3t)\in\Delta$ là hình chiếu vuông góc của M lên Δ, khi đó:

$\overrightarrow{MN}.\vec{u}=0\Leftrightarrow(t-1)+(2t-0).2+(3t-1).3=0\Leftrightarrow 14t-4=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{7}\Rightarrow N\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4}{7};\dfrac{6}{7}\right).$

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+3t\\z=-2t\end{cases}$.

Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên Δ. Tính $a+b+c$.

A. 5. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của M lên Δ nên tọa độ của H có dạng $H(1-t;-2+3t;-2t)$ và $\overrightarrow{MH}\perp\overrightarrow{u_\Delta}$

$\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow 14t-11=0\Leftrightarrow t=\dfrac{11}{14}\Rightarrow H(\dfrac{3}{14};\dfrac{5}{14};\dfrac{-22}{14})\Rightarrow a+b+c=-1$

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$ là:

A. $(-2;1;1)$. **B.** $\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right)$. **C.** $(1;1;-2)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$. Khi đó: AH nhận $\vec{n}(1;1;1)$ là vectơ chỉ phương suy ra phương trình $AH: \frac{x-3}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$.

Do $H \in AH \Rightarrow H(3+t;\ 2+t;-1+t)$.

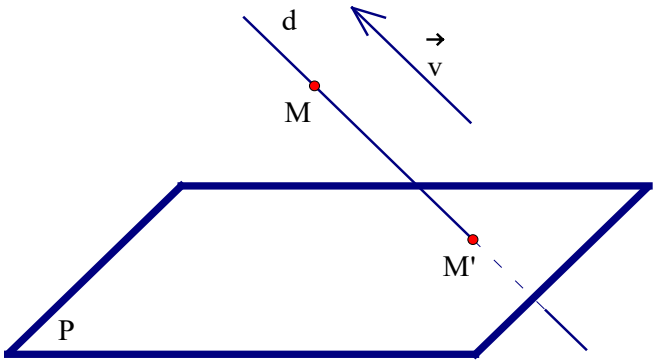
Do $H \in (\alpha) \Rightarrow 3+t+2+t-1+t=0 \Leftrightarrow t=-\frac{4}{3} \Rightarrow H\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right)$.

Câu 65. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương vectơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$ có tọa độ là

A. $(2;-2;-2)$. **B.** $(-1;0;1)$. **C.** $(-2;2;2)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Lời giải

Chọn C



Đường thẳng d đi qua $M(-1;0;3)$, có véctơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;1)$ có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=3+t \end{cases}.$$

Gọi M' là hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương véctơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$.

$\Rightarrow M' = d \cap (P) \Rightarrow$ tọa độ M' là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = -1+t \\ y = -2t \\ z = 3+t \\ x-y+z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1+t \\ y = -2t \\ z = 3+t \\ -1+t+2t+3+t+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ z = 2 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;2;2).$$

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA' = 5\sqrt{3}$ **B.** $OA' = \sqrt{46}$ **C.** $OA' = \sqrt{186}$ **D.** $OA' = 3\sqrt{26}$

Lời giải

Chọn C

+ A' đối xứng với A qua (P) nên AA' vuông góc với (P)

+Suy ra phương trình đường thẳng $AA': \begin{cases} x = -1+6t \\ y = 3-2t \\ z = 6+t \end{cases}$

+Gọi H là giao điểm của AA' và mặt phẳng $(P) \Rightarrow H(-1+6t;3-2t;6+t)$

+ Do H thuộc $(P) \Rightarrow 6(-1+6t)-2(3-2t)+1(6+t)-35=0 \Leftrightarrow 41t-41=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(5;1;7)$

+ A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của AA'

$\Rightarrow A'(11;-1;8) \Rightarrow OA' = \sqrt{11^2+(-1)^2+8^2} = \sqrt{186}$

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P), véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

A. $\overrightarrow{u_3} = (5;-6;-13)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (5;-4;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_4} = (5;16;13)$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (5;16;-13)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có 1 véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (1;2;-1)$.

Mặt phẳng (P) có 1 véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}} = (2;1;2)$.

Gọi $\overrightarrow{u_{d'}}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d'.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P). Khi đó (Q) đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có 1 véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(5;-4;-3)$.

d' là hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng $(P)\Leftrightarrow d'=(P)\cap(Q)$ nên $\begin{cases}\overrightarrow{u_{d'}}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\\ \overrightarrow{u_{d'}}\perp\overrightarrow{n_Q}\end{cases}$. Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là $\overrightarrow{u_{d'}}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(5;16;-13)$.

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y+5}{-17}=\dfrac{z-4}{-2}$.

B. $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z+4}{-2}$.

C. $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z-4}{-2}$.

D. $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z-4}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;1;1)$.

Gọi tọa độ giao điểm của d và (α) là I thì $I(-22;39;8)$.

Lấy $A(-4;3;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α).

Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=-4+2t\\ y=3+t\\ z=2+t\end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của A lên (α) thì $H=\Delta\cap(\alpha)\Rightarrow H(-2;4;3)$.

A' đối xứng với A qua $(\alpha)\Leftrightarrow H$ là trung điểm $AA'\Rightarrow A'(0;5;4)$.

Đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng $(\alpha)\Rightarrow d'$ đi qua điểm I,A' có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{A'I}=(22;-34;-4)=2(11;-17;-2)$ có phương trình là: $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases}x=-3\\ y=-5+2t\\ z=3-t\end{cases}$

B. $\begin{cases}x=-3\\ y=-6-t\\ z=7+4t\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=-3\\ y=-5-t\\ z=-3+4t\end{cases}$

D. $\begin{cases}x=-3\\ y=-5+t\\ z=3+4t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;4)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P):x+3=0$.

Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTPT là $[\vec{n}_P;\vec{u}_d]=(0;4;1)$

$\Rightarrow (Q):4y+z+17=0$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$$\begin{cases}4y+z+17=0\\x+3=0\end{cases} \text{ hay } \begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t\end{cases}$$

Cách 2: Ta có $M\in d\Rightarrow M(1+2t;-5-t;3+4t)$. Gọi M' là hình chiếu của M trên $(P):x+3=0$. Suy ra $M'(-3;-5-t;3+4t)$. Suy ra $d':\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=3+4t\end{cases}$

So sánh với các phương án, ta chọn D là đáp án đúng.

Câu 70. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$ **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$

Lời giải

Chọn A

Gọi M là giao điểm của d với (P).

Tọa độ của M là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x+y+z-3=0\\\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+z=3\\2x-y=1\\x+z=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\end{cases}\Rightarrow M(1;1;1)$

Lấy điểm $N(0;-1;2)\in d$.

Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}=(1;1;1)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua N và nhận $\vec{n}=(1;1;1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$

Gọi N' là giao điểm của Δ với (P).

Tọa độ của N' là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y=1 \\ x-z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2}{3} \\ y=-\dfrac{1}{3} \\ z=\dfrac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow N'\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$

$\overrightarrow{MN'}=\left(-\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};\dfrac{5}{3}\right)=-\dfrac{1}{3}\vec{u}(1;4;-5)$

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;1)$ và nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm vec tơ chỉ phương nên có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

A. $d': \dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{2}$.

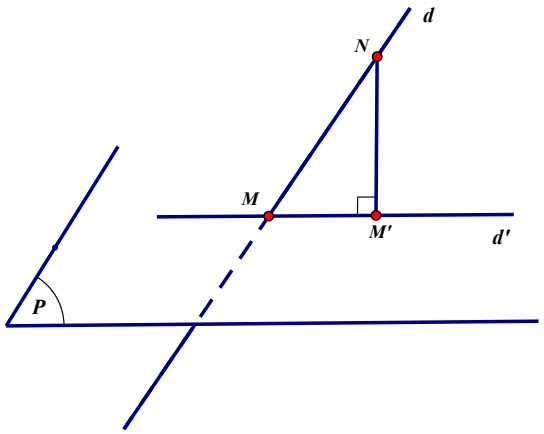
B. $d': \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $d': \dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{2}$.

D. $d': \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



+) Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x=-2+2t \\ y=4-2t \\ z=-1+t \end{cases}$, $t \in R$. Gọi $M=(-2+2t;4-2t;-1+t)$ là giao điểm của d và $(P) \Rightarrow (-2+2t)+(4-2t)-(-1+t)-1=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M=(2;0;1)$.

+) Mặt phẳng (P) có 1 vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$. Điểm $N=(0;2;0) \in d$.

Gọi Δ là đường thẳng qua $N(0;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow \Delta$ nhận vector $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$ làm vector chỉ phương. Suy ra phương trình của Δ là:

$(\Delta):\dfrac{x-0}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-0}{-1}\Leftrightarrow(\Delta):\begin{cases}x=c\\y=2+c\\z=-c\end{cases}$, $c\in R$. Gọi $M'=(c;2+c;-c)$ là giao điểm của Δ với mặt phẳng (P) $\Rightarrow c+(2+c)-(-c)-1=0\Leftrightarrow c=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow M'\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

+) $\overrightarrow{MM'}=\left(-\dfrac{7}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) nên d' chính là đường thẳng MM', suy ra d' đi qua $M(2;0;1)$ và nhận vector $\vec{u}=-3\overrightarrow{MM'}=(7;-5;2)$ làm vector chỉ phương nên phương trình của d' là:

$d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

B. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

C. $\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

D. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;-1)$.

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;5)$.

Vì $\vec{n}.\vec{u}=1.2+1.3+(-1).5=0$ nên $d//(\alpha)$.

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(\alpha)\Rightarrow d'//d$.

Lấy $A(1;-4;0)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α).

Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+t\\y=-4+t\\z=-t\end{cases}$.

Gọi A' là hình chiếu của A lên (α) thì $A'=\Delta\cap(\alpha)\Rightarrow A'(0;-5;1)$.

Đường thẳng d' là đường thẳng đi qua $A'(0;-5;1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;5)$ có phương trình là

$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d'. Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng d':

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $P(1;3;-1)$. **C.** $N(1;-1;3)$. **D.** $Q(2;7;-6)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A=d\cap(P)$. Vì $A\in d:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=2-t\end{cases}\Rightarrow A(t;-1+2t;2-t)$.

Mặt khác $A\in(P)\Rightarrow t-1+2t+2-t-3=0\Leftrightarrow t=1$. Vậy $A(1;1;1)$.

Lấy $B(0;-1;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng qua B và vuông góc (P).

Thì $\Delta:\begin{cases}x=t'\\y=-1+t'\\z=2+t'\end{cases}$. Gọi C là hình chiếu của B lên (P).

Suy ra $C\in\Delta\Rightarrow C(t';-1+t';2+t')$.

Mặt khác $C\in(P)\Rightarrow t'-1+t'+2+t'-3=0\Leftrightarrow t'=\dfrac{2}{3}$. Vậy $C\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{-1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Lúc này d' qua $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC}=\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{-4}{3};\dfrac{5}{3}\right)$. Hay d' nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm một vectơ chỉ phương.

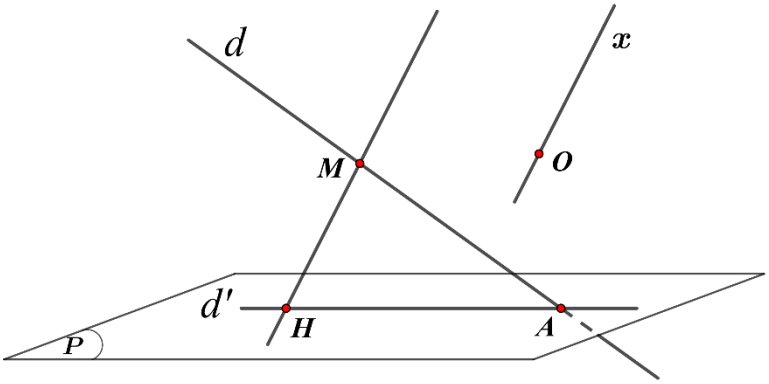
Suy ra $d':\begin{cases}x=1+s\\y=1+4s\\z=1-5s\end{cases}$. Vậy điểm thuộc đường thẳng d' là $M(2;5;-4)$.

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P); d' nhận $\vec{u}(a;b;2019)$ làm một véctơ chỉ phương. Xác định tổng $a+b$.

A. 2019 **B.** –2019 **C.** 2018 **D.** –2020

Lời giải

ChọnB



• Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$.

Đường thẳng d có véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;1;3)$, đường thẳng chứa trục Ox có có véctơ chỉ phương $\vec{i}=(1;0;0)$.

• Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song (hoặc chứa) trục Ox.

Khi đó (Q) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{i}\right]=(0;3;-1)$.

• Đường thẳng d' chính là giao tuyến của (P) và (Q).

$\Rightarrow$ Vectơ chỉ phương của d' là $\vec{u}_1=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(-4;1;3)$.

Suy ra: $\vec{u}(-2692;673;2019)$ cũng là chỉ phương của d'.

Ta có: $a+b=-2692+673=-2019$.

Câu 75. Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2\\y=t\\z=2+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$, $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$. Gọi d', Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Biểu thức $a+b.c$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Do d' là hình chiếu của d lên mặt phẳng (P) khi đó d' là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (α) chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P).

$\Rightarrow$ một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_P}\right]=(-3;2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(-2;0;2)$ và có một vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(-3;2;-1)$ là $3x-2y+z+4=0$.

Do Δ' là hình chiếu của Δ lên mặt phẳng (P) khi đó Δ' là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (β) chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng (P).

$\Rightarrow$ một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) là $\overrightarrow{n_{(\beta)}}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{n_P}\right]=(0;-2;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (β) đi qua $B(3;1;4)$ và có một vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(\beta)}}=(0;-2;-2)$ là $y+z-5=0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x+y-z+2=0\\3x-2y+z+4=0\\y+z-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=2\\z=3\end{cases}$.

Vậy $M(-1;2;3)\Rightarrow a+b.c=-1+2.3=5$.

Câu 76. Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(1;1;1)$ lên đường thẳng $\text{d}:\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=t\end{cases}$.

A. $H(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3})$. **B.** $H(1;1;1)$. **C.** $H(0;0;-1)$. **D.** $H(1;1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;1)$. Do $H\in d\Rightarrow \text{H}(1+\text{t};1+\text{t};\text{t})$.

Ta có: $\overrightarrow{AH}=(\text{t};\text{t};\text{t}-1)$. Do H là hình chiếu của điểm A lên đường thẳng d nên suy ra

$\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow \text{t}+\text{t}+\text{t}-1=0\Leftrightarrow \text{t}=\frac{1}{3}\Rightarrow H(\frac{4}{3};\frac{4}{3};1)$.

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d):\begin{cases}x=6-4t\\y=-2-t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Tìm tọa độ hình chiếu A' của A trên (d).

A. $A'(2;3;1)$. **B.** $A'(-2;3;1)$. **C.** $A'(2;-3;1)$. **D.** $A'(2;-3;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A'\in(d)$ nên gọi $A'(6-4t;-2-t;-1+2t)$; $\overrightarrow{AA'}=(5-4t;-3-t;-2+2t)$;

đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-4;-1;2)$.

$AA'\perp(d)\Leftrightarrow\overrightarrow{AA'}.\vec{u}=0\Leftrightarrow(5-4t).(-4)+(-3-t).(-1)+(-2+2t).2=0\Leftrightarrow t=1$.

$\Rightarrow A'(2;-3;1)$.

Vậy $A'(2;-3;1)$.

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-1;0;4)$. **B.** $(7;1;-1)$. **C.** $(2;1;-2)$. **D.** $(0;2;-5)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Phương trình của mặt phẳng (P) là:

$1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-7=0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, khi đó $H=d\cap(P)$

Suy ra $H\in d\Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$, mặt khác $H\in(P) \Rightarrow -1+t-6+4t-4+4t-7=0 \Rightarrow t=2$.

Vậy $H(1;1;2)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA' suy ra $A'(-1;0;4)$.

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z=0$.

A. $M'\left(2;\frac{5}{2};3\right)$. **B.** $M'(1;3;5)$. **C.** $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $M'(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với (α).

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases}x=2+t\\y=3-2t\\z=1+t\end{cases}$. Ta có $M'=\Delta\cap(\alpha)$.

Xét phương trình: $2+t-2(3-2t)+1+t=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Vậy $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+2z-3=0$ có tọa độ là

A. $(-3;0;0)$. **B.** $(-1;1;2)$. **C.** $(-1;-2;-4)$. **D.** $(2;1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;2)$.

MM' vuông góc với mặt phẳng (α) nên đường thẳng MM' nhận $\vec{n}=(2;1;2)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng MM' là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=4+2t\end{cases}$.

Gọi H là giao điểm của đường thẳng MM' và mặt phẳng (α).

$H \in MM' \Leftrightarrow H(1+2t;2+t;4+2t)$.

$H \in (\alpha) \Leftrightarrow 2(1+2t)+2+t+2(4+2t)-3=0 \Leftrightarrow 9t+9=0 \Leftrightarrow t=-1 \Leftrightarrow H(-1;1;2)$.

M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (α) nên H là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-3;0;0)$.

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{7}$.

B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{7}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+1}{7}$.

D. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

+ d không vuông góc với (P).

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm I của d và mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I(1;1;1)$.

+ Lấy điểm $M(0;-1;2) \in d$.

Đường thẳng Δ qua M và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=-1+t \\ z=2+t \end{cases}$.

$\Delta \cap (P) = H \Rightarrow H\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$.

M' đối xứng với M qua $(P) \Leftrightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{10}{3}\right)$.

+ Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P)

$\Rightarrow d'$ đi qua $I(1;1;1)$ và $M'\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{10}{3}\right)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{IM'}=\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)=\frac{1}{3}(1;-2;7)$, phương trình d' là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{7}$.

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$.

B. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+4}{1}=\frac{z+5}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).

(Q) đi qua điểm $M(0;-1;2)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_P}\right]=(3;-2;-1)$.

$\Rightarrow (Q): 3x-2y-z=0$.

Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên (P), khi đó tập hợp các điểm thuộc Δ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y-z=0\\x+y+z-3=0\end{cases}$ (I).

Trong hệ (I) cho $z=1$, ta được $x=1$, $y=1$. Vậy điểm $A(1;1;1)$ thuộc Δ.

Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;4;-5)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

Cách 2: Gọi $A=d\cap(P)$.

$A\in d\Rightarrow A(t;-1+2t;2-t)$.

$A\in(P)\Rightarrow t+(-1+2t)+(2-t)-3=0\Rightarrow 2t-2=0\Rightarrow t=1\Rightarrow A(1;1;1)$.

Lấy điểm $M(0;-1;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Khi đó Δ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=t\\y=-1+t\\z=2+t\end{cases}$.

Gọi $B=\Delta\cap(P)$.

$B\in\Delta\Rightarrow B(t;-1+t;2+t)$.

$B\in(P)\Rightarrow t+(-1+t)+(2+t)-3=0\Rightarrow 3t-2=0\Rightarrow t=\frac{2}{3}\Rightarrow B\left(\frac{2}{3};\frac{-1}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=-3.\overrightarrow{AB}=-3.\left(\frac{-1}{3};\frac{-4}{3};\frac{5}{3}\right)=(1;4;-5)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

Câu 83. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Gọi $M(a;\ b;\ c)$ thuộc đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{3}$. Biết điểm M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T=a+b+c$.

A. $T=-1$. **B.** $T=11$. **C.** $T=-13$. **D.** $T=1$.

Lời giải

Chọn C

$M\in\Delta\Rightarrow M(t;\ 1+2t;\ -2+3t)$.

Ta có $d(M;(Oyz))=|t|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\Rightarrow 1+2t=5\\ t=-2\Rightarrow 1+2t=-2\end{array}\right.$.

Suy ra $t=-2$. Do đó $M(-2;\ -3;\ -8)$.

Vậy $a=-2;\ b=-3;\ c=-8\Rightarrow T=a+b+c=-13$.

trình $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=t\\ z=1+2t\\ 2x+y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\ x=1\\ y=1\\ z=3\end{cases}$. Do đó $M(1;1;3)$, $a+b+c=5$.

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A. $M\left(\frac{1}{6};\ \frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$ **B.** $M\left(-\frac{1}{6};\ -\frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$ **C.** $M(-1;\ 0;\ -3)$ **D.** $M(2;\ 3;\ 3)$

Lời giải

Chọn A

Ta có : $M\in d$ nên $\exists t\in\mathbb{R}:M(1+t;\ 2+t;\ 1+2t)$.Đk :$1+2t<0\Rightarrow t<\frac{-1}{2}\ (*)$

$MA^2+MB^2=28$

$\Leftrightarrow(-t)^2+(-3-t)^2+(1-2t)^2+(-2-t)^2+(-t)^2+(2-2t)^2=28$

$\Leftrightarrow 12t^2-2t-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(L)\\ t=-\frac{5}{6}(T/m)\end{array}\right.$

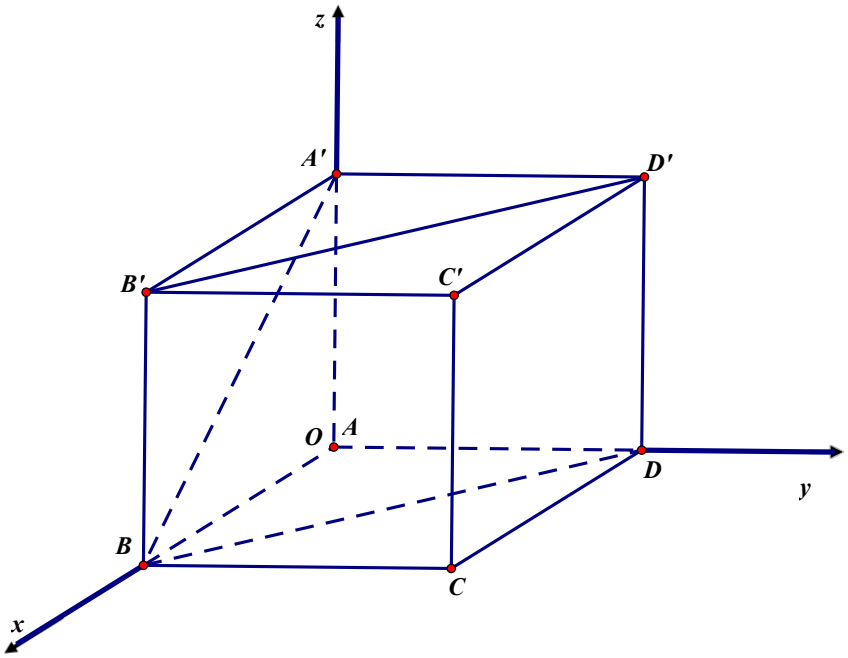
Với $t=-\frac{5}{6}$, ta có $M\left(\frac{1}{6};\frac{7}{6};-\frac{2}{3}\right)$.

CHỦ ĐỀ 4
ỨNG DỤNG ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

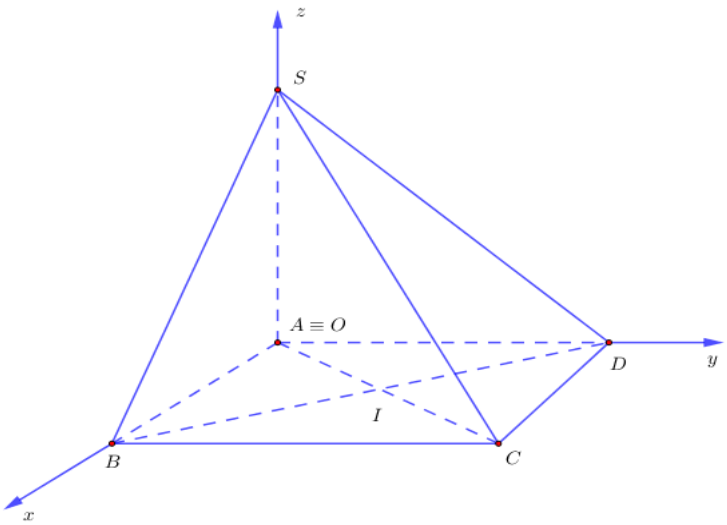
Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, gọi α là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tính $\sin\alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Nếu $\tan\alpha=\sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tính tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB, SD. Côsin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. $135°$. **B.** $150°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$, $SA=a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng:

A. $\arccos\frac{\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\arccos\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\arccos\frac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\arccos\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 7. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác ABD đều. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $C'D'$, biết rằng $MN\perp B'D$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó $\cos\alpha$ bằng:

A. $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{10}}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{1}{2}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác đều và (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Tính $\cos\varphi$ với φ là góc tạp bởi (SAC) và (SCD).

A. $\frac{\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{7}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{7}$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $75°$.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC, biết $MN=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB'. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN).

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}}{13}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Biết $SA\perp(ABCD)$, $SA=a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{55}}{10}$.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng $60°$, côsin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{41}}{41}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông. Cho tam giác SAB vuông tại S và góc SBA bằng 30^0. Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi M,N là trung điểm AB,BC. Tìm cosin góc tạo bởi hai đường thẳng (SM,DN).

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

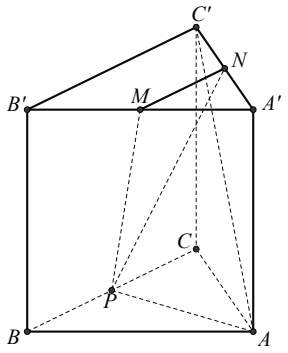
Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD. Góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB bằng

A. 45^o. **B.** 90^o. **C.** 120^o. **D.** 60^o.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin\alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC).

A. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 18. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2\sqrt{3}$ và $AA'=2$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B',A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng



A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$ **B.** $\frac{18\sqrt{13}}{65}$ **C.** $\frac{6\sqrt{13}}{65}$ **D.** $\frac{\sqrt{13}}{65}$

Câu 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a$, góc $\widehat{BAC}=120°$, $AA'=a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\arccos\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M,N lần lượt là trung điểm của SC,SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

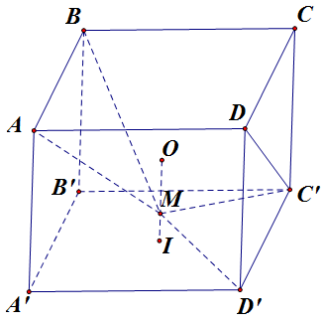
A. $\frac{2\sqrt{39}}{39}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

Câu 22. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$ và góc $\widehat{BAC}=120^o$ và cạnh bên $BB'=a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{30}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{30}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO=2MI$ (tham khảo hình vẽ). Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB).



Trả lời: ……..

Câu 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, $A'H=a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos\varphi$.

Trả lời: ……..

Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB=a, AD=a\sqrt{2}$, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'B$ và K là hình chiếu vuông góc của A trên $A'D$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$.

Trả lời: ……..

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a$, $BAC=120°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC), tính $\cos\alpha$.

Trả lời: ……..

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC=2a$, tam giác SAB và tam giác SCB lần lượt vuông tại A, C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$. Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB),

Trả lời: ……..

Câu 28. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân đỉnh A. Biết $BC=a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC}=30^o$, cạnh bên $AA'=a$. Gọi M là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{CC'}$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$, khi đó tính $\sin\alpha$.

Trả lời: ……..

Câu 29. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC=3$, $CD=4$, $\widehat{ABC}=\widehat{ADC}=\widehat{BCD}=90^0$. Góc giữa đường thẳng AD và BC bằng 60^0. Tính côsin góc giữa hai phẳng (ABC) và (ACD).

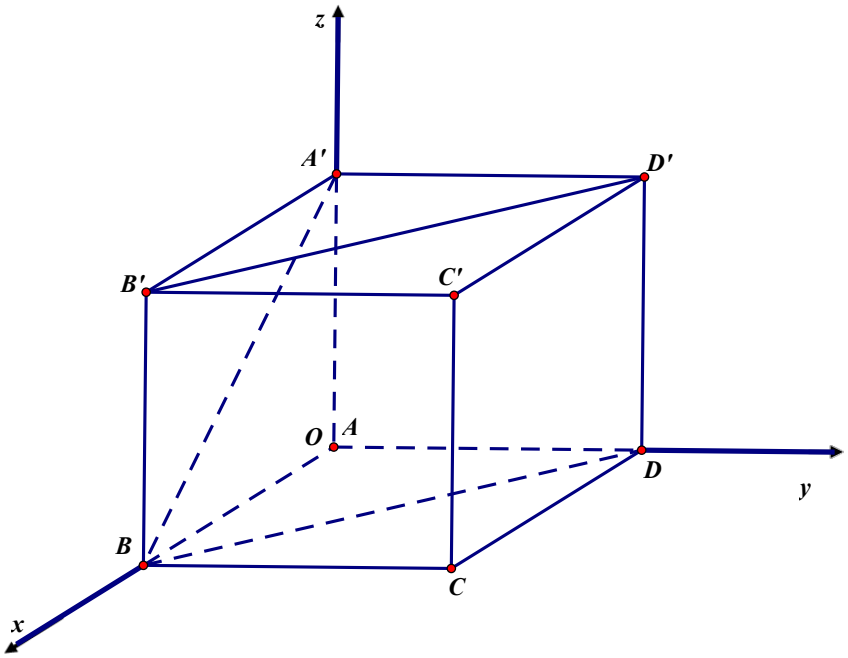
Trả lời: ……..

CHỦ ĐỀ 4
ỨNG DỤNG ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

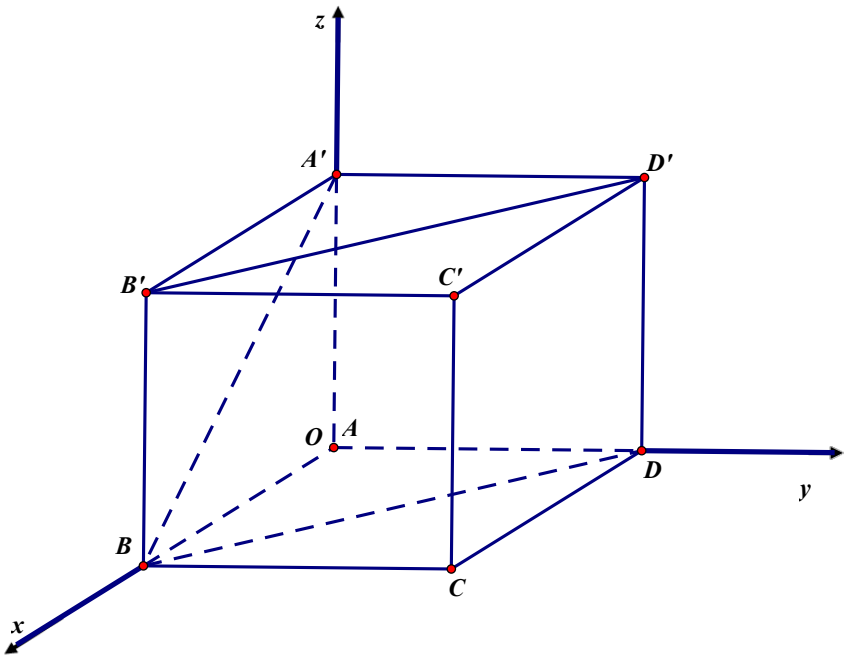
Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, gọi α là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tính $\sin\alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.



Lời giải

Chọn C



+ Từ hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $A \equiv O(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a;0), D(0;a;0), A'(0;0;a)$,

$B'(a;0;a)$, $C'(a;a;a), D'(0;a;a)$.

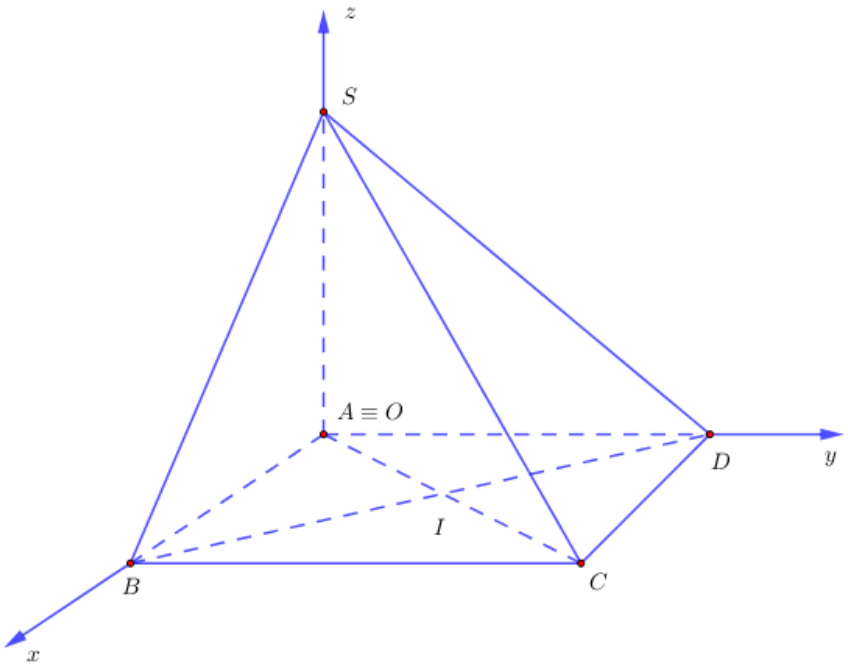
+Ta thấy $OC \perp (BB'D'D)$ và $\overrightarrow{OC} = (a;a;0)$ nên suy ra mặt phẳng $(BB'D'D)$ có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;0.)$.

+Đường thẳng $A'B$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{A'B} = (a;0;-a)$ ta chọn $\vec{u} = (1;0;-1)$.

+Ta có $\sin\alpha = \dfrac{|\vec{n}.\vec{u}|}{|\vec{n}|.|\vec{u}|} = \dfrac{|1.1+1.0+0.(-1)|}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}.\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}} = \dfrac{1}{2}$.

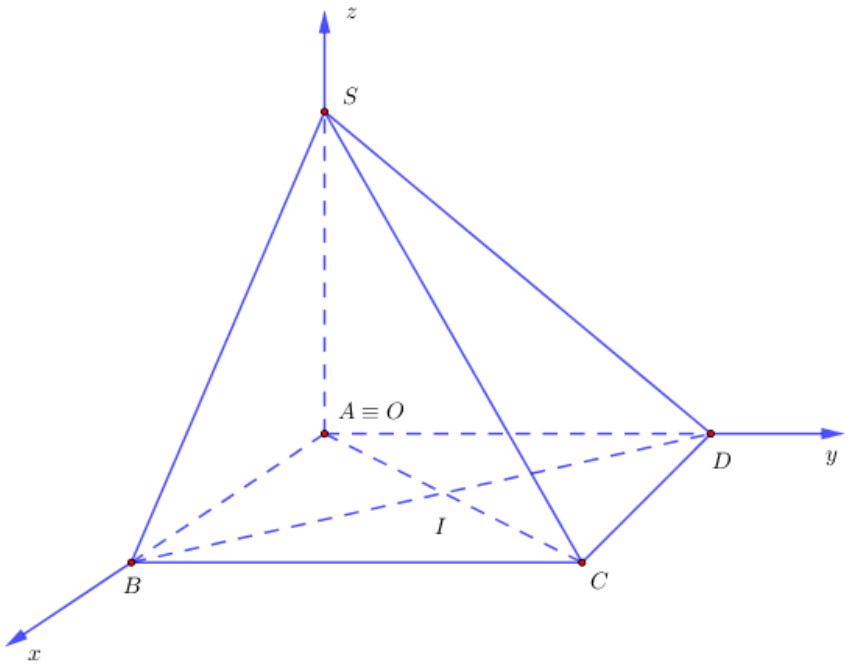
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Nếu $\tan\alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.



Lời giải

Chọn B



Gọi $I = AC \cap BD$.

Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng a.

Ta có $\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ SI \perp BD \\ AI \perp BD \end{cases} \Rightarrow \widehat{((SBD);(ABCD))} = \widehat{(SI;AI)} = \widehat{SIA}$.

Ta có $\tan\alpha = \tan\widehat{SIA} = \dfrac{SA}{AI} \Leftrightarrow SA = a$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $S(0;0;a)$.

Khi đó $\overrightarrow{SA} = (0;0;-a)$; $\overrightarrow{SC} = (a;a;-a)$; $\overrightarrow{SB} = (a;0;-a)$.

Mặt phẳng (SAC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (-1;1;0)$.

Mặt phẳng (SBC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1;0;1)$.

Suy ra $\cos\left(\widehat{(SAC);(SBC)}\right) = \dfrac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \left(\widehat{(SAC);(SBC)}\right) = 60°$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tính tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Sử dụng phương pháp tọa độ trong không gian

Gắn hình chóp vào hệ trục tọa độ Oxyz. $O \equiv A(0;0;0)$; $B(1;0;0)$; $D(0;1;0)$; $C(1;1;0)$; $S(0;0;2)$

Do M là trung điểm của SD nên $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$

$\overrightarrow{BC}=(0;1;0); \overrightarrow{SB}=(1;0;-2) \Rightarrow \left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{SB}\right]=(2;0;1)$

$\overrightarrow{MA}=\left(0;\frac{1}{2};1\right); \overrightarrow{AC}=(1;1;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{MA};\overrightarrow{AC}\right]=\left(-1;1;-\frac{1}{2}\right)$. VTPT của (AMC) là: $\vec{n}=(2;-2;1)$

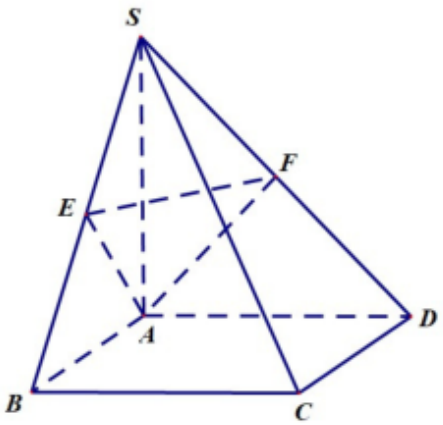
$\cos\left((SBC);(AMC)\right)=\frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \tan\left((SBC);(AMC)\right)=\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2}-1}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA=a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB, SD. Côsin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A \equiv O$, $B \in Ox$, $D \in Oy$, $S \in Oz$.

$\Rightarrow B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $S(0;0;a)$. Khi đó $E\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$, $F\left(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AE}=\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{AF}=\left(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$.

Vectơ pháp tuyến của mp(AEF) là $\vec{n_1}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF}\right]=\left(\frac{-a}{4};\frac{-a}{4};\frac{a}{4}\right) \Rightarrow \vec{n_1}=(1;1;-1)$..

Vectơ pháp tuyến của mp$(ABCD)$ là $\vec{n_2}=\overrightarrow{AS}=(0;0;a) \Rightarrow \vec{n_2}=(0;0;1)$..

Vậy côsin góc giữa 2 mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là.

$\cos\left((AEF),(ABCD)\right)=\frac{\left|\vec{n_1}.\vec{n_2}\right|}{\left|\vec{n_1}\right|.\left|\vec{n_2}\right|}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$..

Câu 5. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$.

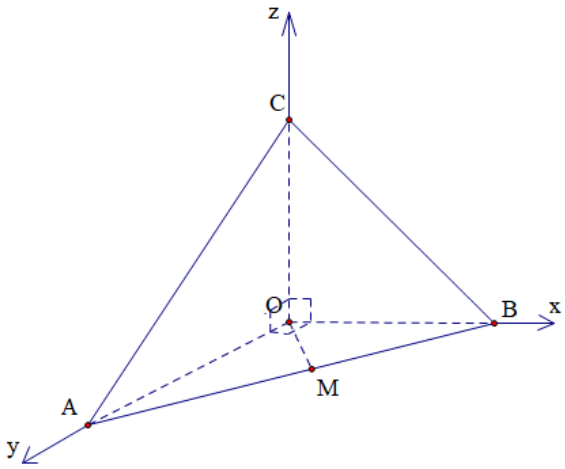
Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. $135°$. **B.** $150°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:



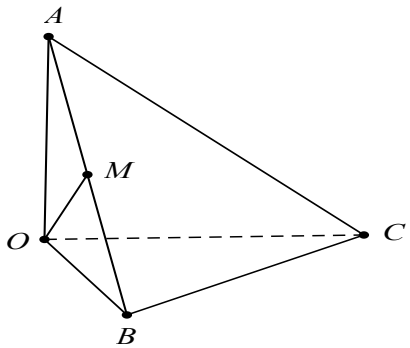
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Ta có: $O(0;0;0)$, $A(0;a;0)$, $B(a;0;0)$, $C(0;0;a)$, $M\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$.

Khi đó ta có: $\overrightarrow{BC}=(-a;0;a), \overrightarrow{OM}=\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$

$$\Rightarrow \cos\left(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{OM}}\right)=\frac{\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{OM}}{BC.OM}=\frac{-\frac{a^2}{2}}{a.\sqrt{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}}=-\frac{1}{2}\Rightarrow\left(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{OM}}\right)=120°.$$

Cách 2:



Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)\\ \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{2}OB^2=-\frac{a^2}{2}$.

$BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=a\sqrt{2}$ và $OM=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{OA^2+OB^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó: $\cos\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{BC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}}{OM.BC}=\dfrac{-\dfrac{a^2}{2}}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\left(\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}\right)=120°$.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$, $SA=a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng:

A. $\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\arccos\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\arccos\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\arccos\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

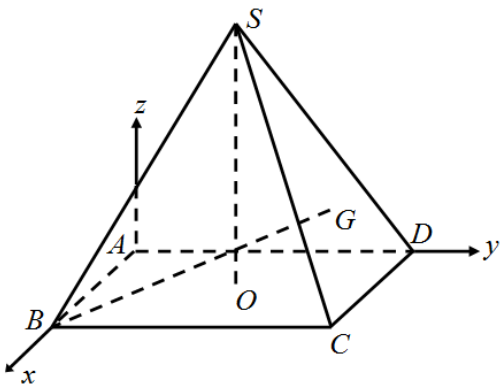
Lời giải

Chọn B

Gọi $O=AC\cap BD$.

Tam giác SAO vuông : $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Gắn tọa độ như hình vẽ



$A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;a;0)$, $O\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};0\right)$, $S\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)$.

Vì G là trọng tâm tam giác SCD nên $G\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{5a}{6};\dfrac{a\sqrt{6}}{6}\right)$.

Ta có : $\overrightarrow{AS}=\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)=\dfrac{a}{2}\left(1;1;\sqrt{6}\right)$, $\overrightarrow{BG}=\left(\dfrac{-a}{2};\dfrac{5a}{6};\dfrac{a\sqrt{6}}{6}\right)=\dfrac{a}{6}\left(-3;5;\sqrt{6}\right)$.

Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng:

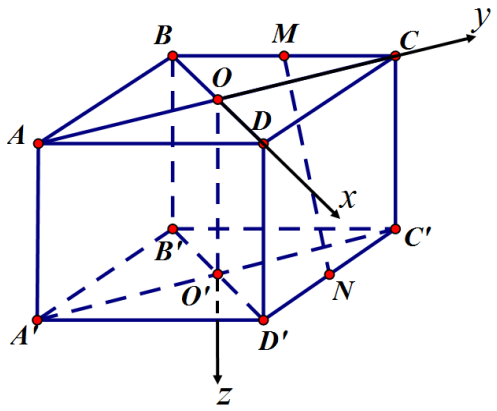
$\cos\left(BG;SA\right)=\dfrac{\left|\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{AS}\right|}{BG.AS}=\dfrac{\left|-3+5+6\right|}{\sqrt{40}.\sqrt{8}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 7. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác ABD đều. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $C'D'$, biết rằng $MN\perp B'D$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó $\cos\alpha$ bằng:

A. $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



* Chọn $AB=2\Rightarrow BD=2;AC=2\sqrt{3}$, đặt

$AA'=h$, chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ta có: $D(1;0;0)$, $B(-1;0;0)$, $C(0;\sqrt{3};0)$, $D'(1;0;h)$,

$C'(0;\sqrt{3};h)$, $B'(-1;0;h)$.

$\Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right),N\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};h\right)$, $\overrightarrow{MN}=(1;0;h)$, $\overrightarrow{B'D}=(2;0;-h)$.

* Do $MN\perp B'D\Rightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{B'D}=0\Leftrightarrow 2-h^2=0\Rightarrow h=\sqrt{2}\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(1;0;\sqrt{2})$. Ta có:

$MN//\vec{u}=\overrightarrow{MN}=(1;0;\sqrt{2})$, $(ABCD)\perp\vec{n}=\vec{j}=(0;0;1)$.

* Do α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$ nên ta có:

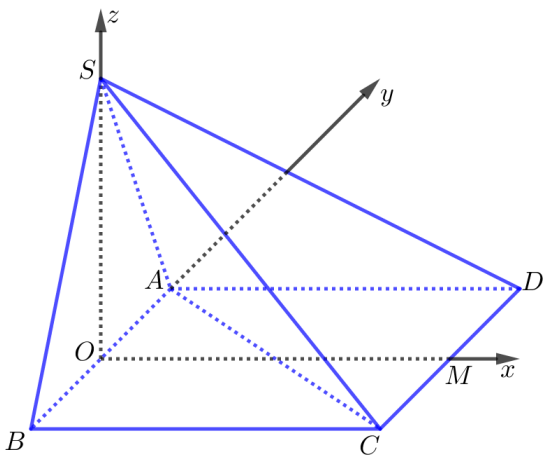
$$\sin\alpha=\left|\cos(\vec{u};\vec{n})\right|=\frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\Rightarrow\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác đều và (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Tính $\cos\varphi$ với φ là góc tạp bởi (SAC) và (SCD).

A. $\frac{\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{7}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Chú ý: Ta có thể giải bài toán với cạnh hình vuông $a=1$.

Gọi O,M lần lượt là trung điểm của AB,CD. Vì SAB là tam giác đều và (SAB) vuông góc với $(ABCD)$ nên $SO\perp(ABCD)$.

Xét hệ trục $Oxyz$ có $O(0;0;0),M(1;0;0),A\left(0;\frac{1}{2};0\right),S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Khi đó $C\left(1;\frac{-1}{2};0\right),D\left(1;\frac{1}{2};0\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{SA}=\left(0;\frac{1}{2};\frac{-\sqrt{3}}{2}\right),\overrightarrow{AC}(1;-1;0),\overrightarrow{SC}=\left(1;\frac{-1}{2};\frac{-\sqrt{3}}{2}\right),\overrightarrow{CD}=(0;1;0)$.

Mặt phẳng (SAC) có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\frac{-\sqrt{3}}{2};\frac{-\sqrt{3}}{2};\frac{-1}{2}\right)$.

Mặt phẳng (SAD) có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{CD}\right]=\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;1\right)$.

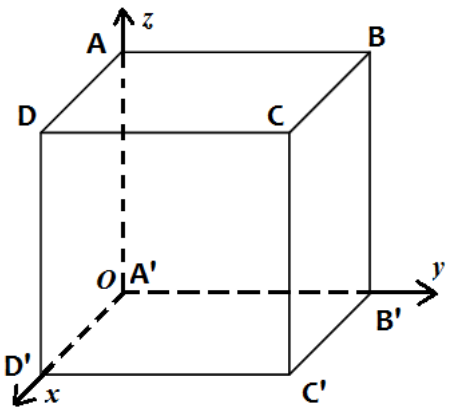
Vậy $\cos\varphi=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{5}{7}$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 75°.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho gốc tọa độ $O\equiv A',Ox\equiv A'D',Oy\equiv A'B',Oz\equiv A'A.$

Khi đó: $A'(0;0;0)$, $D'(a;0;0)$, $B'(0;a;0)$, $C'(a;a;0)$,

$A(0;0;a)$, $D(a;0;a)$, $B(0;a;a)$, $C(a;a;a)$.

$\Rightarrow\overrightarrow{A'B'}=(0;a;0),\overrightarrow{A'D}=(a;0;a),\overrightarrow{A'A}=(0;0;a),\overrightarrow{A'C'}=(a;a;0).$

$\left[\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{A'D}\right]=(a^2;0;-a^2).$

Chọn $\overrightarrow{n_1}=(1;0;-1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'B'CD)$.

$\left[\overrightarrow{A'A},\overrightarrow{A'C}\right]=(-a^2;a^2;0).$

Chọn $\overrightarrow{n_2}=(-1;1;0)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ACC'A')$.

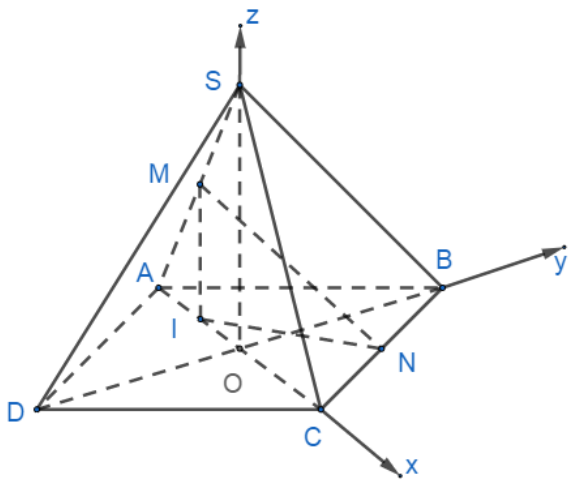
Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ là:

$$\cos\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{|-1|}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=60°.$$

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC, biết $MN=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi I hình chiếu của M lên $(ABCD)$, suy ra I là trung điểm của AO.

Khi đó $CI=\frac{3}{4}AC=\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Xét ΔCNI có: $CN=\frac{a}{2}$, $\widehat{NCI}=45^o$.

Áp dụng định lý cosin ta có:

$$NI=\sqrt{CN^2+CI^2-2CN.CI.\cos 45^o}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{9a^2}{8}-2.\frac{a}{2}.\frac{3a\sqrt{2}}{4}.\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

Xét ΔMIN vuông tại I nên $MI=\sqrt{MN^2-NI^2}=\sqrt{\frac{3a^2}{2}-\frac{5a^2}{8}}=\frac{a\sqrt{14}}{4}$.

Mà $MI//SO, MI=\frac{1}{2}SO\Rightarrow SO=\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ:

Ta có: $O(0;0;0)$, $B\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$, $D\left(0;-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$, $C\left(\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $N\left(\frac{\sqrt{2}}{4};\frac{\sqrt{2}}{4};0\right)$,

$A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $S\left(0;0;\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$, $M\left(-\frac{\sqrt{2}}{4};0;\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{4};-\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$, $\overrightarrow{SB}=\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$, $\overrightarrow{SD}=\left(0;-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$.

Vectơ pháp tuyến mặt phẳng (SBD): $\vec{n}=\overrightarrow{SB}\wedge\overrightarrow{SD}=\left(-\sqrt{7};0;0\right)$.

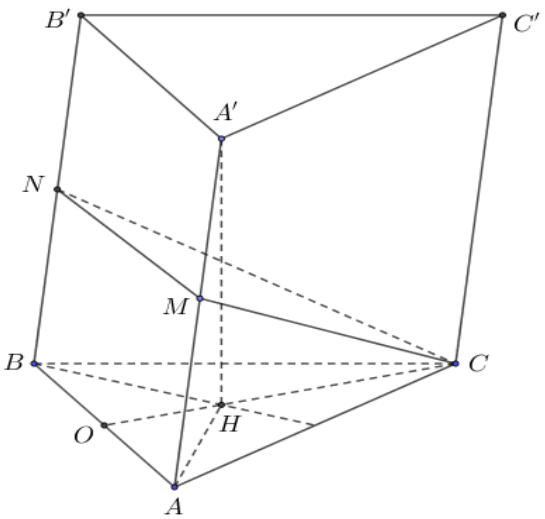
Suy ra $\sin\left(MN,(SBD)\right)=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|-\sqrt{7}.\frac{\sqrt{2}}{2}\right|}{\sqrt{7}.\frac{\sqrt{6}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB'. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN).

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}}{13}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là trung điểm của AB. Chuẩn hóa và chọn hệ trục tọa độ sao cho $O(0;0;0)$,

$A\left(\frac{1}{2};0;0\right)$, $B\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$, $C\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $H\left(0;\frac{\sqrt{3}}{6};0\right)$, $A'H=\frac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow A'\left(0;\frac{\sqrt{3}}{6};\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A'B'}\Rightarrow B'\left(-1;\frac{\sqrt{3}}{6};\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$. Dễ thấy (ABC) có vtpt $\overrightarrow{n_1}=(0;0;1)$.

M là trung điểm $AA'\Rightarrow M\left(\frac{1}{4};\frac{\sqrt{3}}{12};\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$, N là trung điểm $BB'\Rightarrow N\left(\frac{-3}{4};\frac{\sqrt{3}}{12};\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$

$\overrightarrow{MN}=(-1;0;0)$, $\overrightarrow{CM}=\left(\frac{1}{4};\frac{-5\sqrt{3}}{12};\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$

$\Rightarrow (CMN)$ có vtpt $\overrightarrow{n_2}=\left(0;\frac{\sqrt{6}}{6};\frac{5\sqrt{3}}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}}{12}\left(0;2\sqrt{2};5\right)$

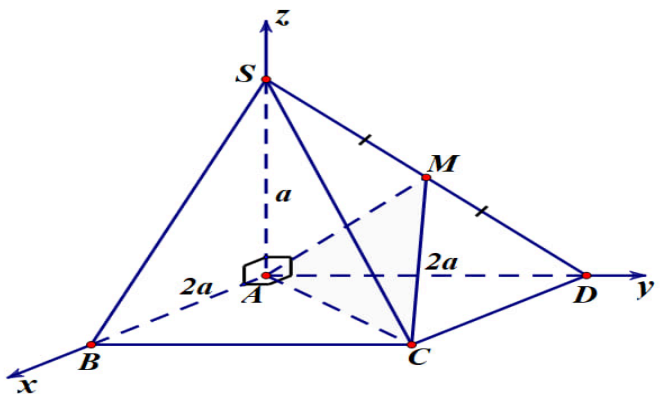
$\cos\varphi=\frac{5}{\sqrt{33}}\Rightarrow\tan\varphi=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\varphi}-1}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A\equiv O$, như hình vẽ:

Khi đó ta có:

$A(0;0;0)$, $B(2a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $C(2a;2a;0)$, $S(0;0;a)$, $M\left(0;a;\frac{a}{2}\right)$.

$\overrightarrow{SB}=(2a;0;-a),\overrightarrow{SC}=(2a;2a;-a),\overrightarrow{MA}=\left(0;-a;-\frac{a}{2}\right),\overrightarrow{MC}=\left(2a;a;-\frac{a}{2}\right)$.

$\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right]=\left(2a^2;0;4a^2\right)$ và $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MC}\right]=\left(a^2;-a^2;2a^2\right)$.

Gọi $\alpha\ (0°\le\alpha\le 90°)$ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC).

ta có $\cos\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{\left|2a^2.a^2+4a^2.2a^2\right|}{\sqrt{\left(2a^2\right)^2+\left(4a^2\right)^2}.\sqrt{\left(a^2\right)^2+\left(-a^2\right)^2+\left(2a^2\right)^2}}$

$=\frac{10a^4}{\sqrt{20.\left(a^4\right)^2}}=\frac{5}{\sqrt{30}}$.

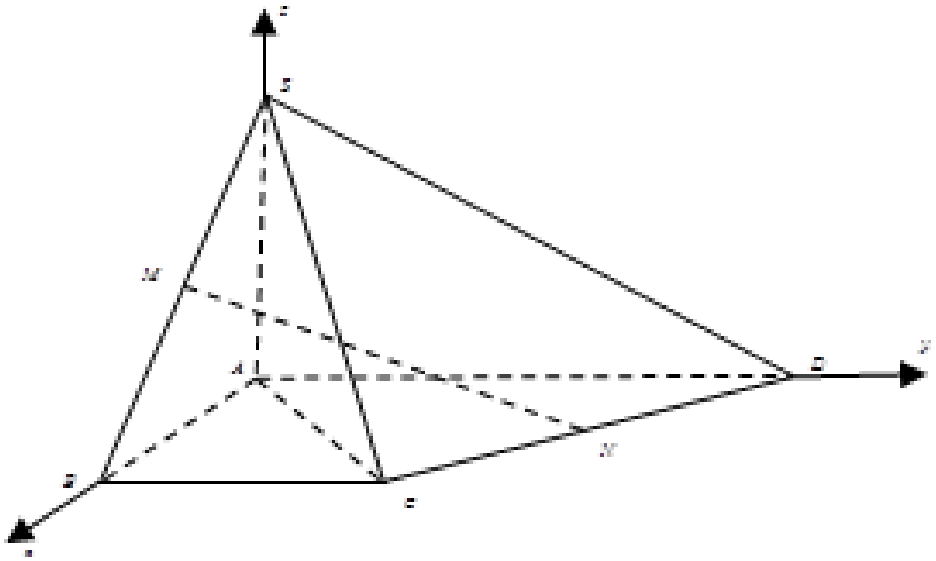
Mà $\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}-1=\left(\frac{\sqrt{30}}{5}\right)^2-1=\frac{5}{25}$. Suy ra $\tan\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Biết $SA\perp(ABCD)$, $SA=a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{55}}{10}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt không gian $Oxyz$ với $A\equiv O(0;0;0)$, $AB\equiv Ox$, $AD\equiv Oy$, $AS\equiv Oz$.

Ta có: $S(0;0;a)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $C(a;a;0)$.

$M(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2})$, $N(\frac{a}{2};\frac{3a}{2};0)$

$\overrightarrow{MN}=(0;\frac{3a}{2};\frac{-a}{2})$

$\overrightarrow{AS}=(0;0;a)$, $\overrightarrow{AC}=(a;a;0)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{AS},\overrightarrow{AC}\right]=(-a^2;a^2;0)$ là vtpt của mặt phẳng (SAC).

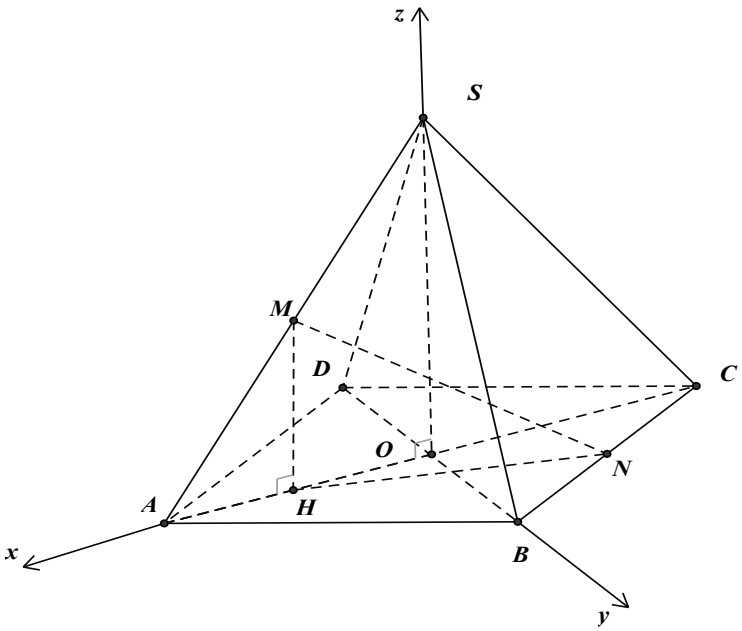
$$\sin(MN;(SAC))=\frac{\overrightarrow{MN}.\vec{n}_{(SAC)}}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\left|\vec{n}_{(SAC)}\right|}=\frac{\frac{3a^3}{2}}{\sqrt{\frac{9a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}.\sqrt{a^4+a^4}}=\frac{3\sqrt{5}}{10}.$$

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng $60°$, côsin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{41}}{41}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Đặt $SO=m,\left(m>0\right)$.

$A\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right);S\left(0;0;m\right);N\left(-\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{a\sqrt{2}}{4};0\right)\Rightarrow M\left(\frac{a\sqrt{2}}{4};0;\frac{m}{2}\right).\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{4};-\frac{m}{2}\right)$. Mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{k}=\left(0;0;1\right)$.

$$\Rightarrow \sin\left(MN,\left(ABCD\right)\right)=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\vec{k}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\left|\vec{k}\right|}=\frac{\frac{m}{2}}{\sqrt{\frac{5a^2}{8}+\frac{m^2}{4}}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow m^2=\frac{15a^2}{8}+\frac{3m^2}{4}.$$

$$\Rightarrow 2m^2=15a^2\Rightarrow m=\frac{a\sqrt{30}}{2}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{4};-\frac{a\sqrt{30}}{4}\right)$, mặt phẳng $\left(SBD\right)$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{i}=\left(1;0;0\right)$.

$$\Rightarrow \sin\left(MN,\left(SBD\right)\right)=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\vec{i}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\left|\vec{i}\right|}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+\frac{a^2}{8}+\frac{30a^2}{16}}}=\frac{\sqrt{5}}{5}\Rightarrow \cos\left(MN,\left(SBD\right)\right)=\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông. Cho tam giác SAB vuông tại S và góc SBA bằng 30^0. Mặt phẳng $\left(SAB\right)$ vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi M,N là trung điểm AB,BC. Tìm cosin góc tạo bởi hai đường thẳng $\left(SM,DN\right)$.

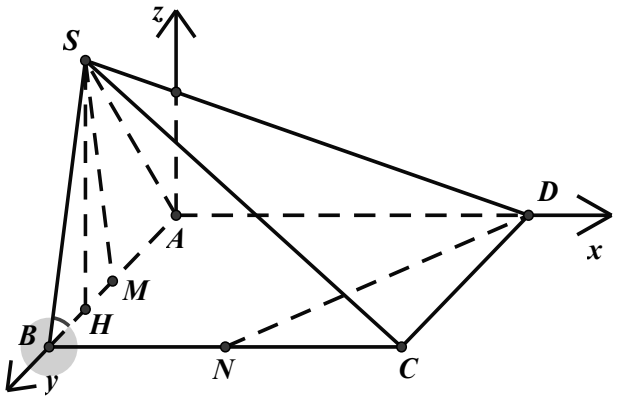
A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Trong (SAB), kẻ $SH \perp AB$ tại H. Ta có: $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\Rightarrow SH\perp(ABCD).\\SH\subset(SAB),SH\perp AB\end{cases}$

Kẻ tia $Az // SH$ và chọn hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ sau đây.



Trong tam giác SAB vuông tại S, $SB = AB.\cos\widehat{SBA} = a.\cos 30^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác SBH vuông tại H, $BH = SB.\cos\widehat{SBH} = \dfrac{3a}{4}$ và $SH = BH.\sin\widehat{SBA} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

$AH = AB - BH = a - \dfrac{3a}{4} = \dfrac{a}{4} \Rightarrow H\left(0;\dfrac{a}{4};0\right)\Rightarrow S\left(0;\dfrac{a}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right).$

$M\left(0;\dfrac{a}{2};0\right)$, $D(a;0;0)$, $N\left(\dfrac{a}{2};a;0\right)$.

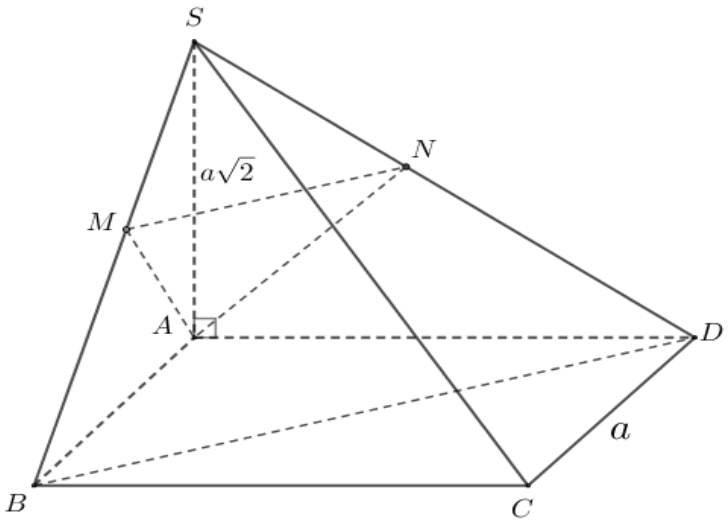
Ta có: $\overrightarrow{SM} = \left(0;\dfrac{a}{4};-\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$, $\overrightarrow{DN} = \left(-\dfrac{a}{2};a;0\right) \Rightarrow \cos(SM,DN) = \dfrac{\left|\overrightarrow{SM}.\overrightarrow{DN}\right|}{SN.DN} = \dfrac{\dfrac{a^2}{4}}{\dfrac{a}{2}.\dfrac{a\sqrt{5}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD. Góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB bằng

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 120°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn D



Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$. Tương tự ta cũng có $AN \perp SC \Rightarrow (AMN) \perp SC$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng SB và (AMN).

Chuẩn hóa và chọn hệ trục tọa độ sao cho $A(0;0;0)$, $B(0;1;0)$, $D(1;0;0)$, $S(0;0;\sqrt{2})$, $C(1;1;0)$, $\overrightarrow{SC} = (1;1;-\sqrt{2})$, $\overrightarrow{SB} = (0;1;-\sqrt{2})$. Do $(AMN) \perp SC$ nên (AMN) có vtpt $\overrightarrow{SC}$

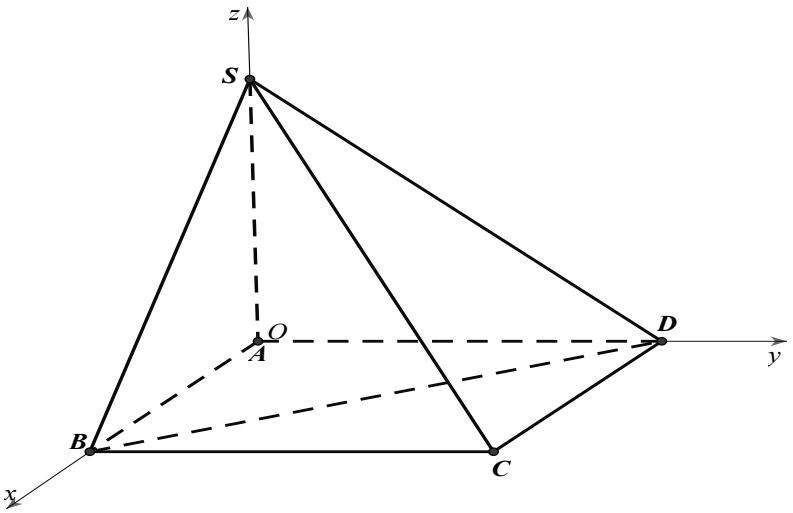
$\sin\varphi = \dfrac{|3|}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin\alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC).

A. $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a\sqrt{3};0)$, $S(0;0;a)$.

Ta có $\overrightarrow{BD} = (-a;a\sqrt{3};0) = a(-1;\sqrt{3};0)$, nên đường thẳng BD có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1;\sqrt{3};0)$.

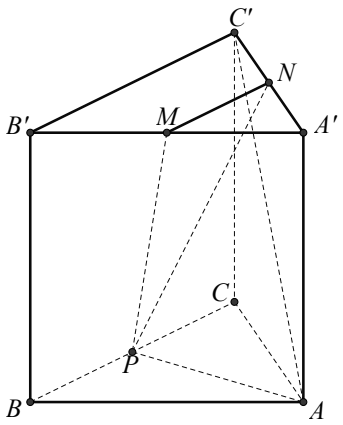
Ta có $\overrightarrow{SB}=(a;0;-a)$, $\overrightarrow{BC}=\left(0;a\sqrt{3};0\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{BC}\right]=\left(a^2\sqrt{3};0;a^2\sqrt{3}\right)=a^2\sqrt{3}(1;0;1)$.

Như vậy, mặt phẳng (SBC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;0;1)$.

Do đó, α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) thì

$$\sin\alpha=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|(-1).1+\sqrt{3}.0+0.1\right|}{\sqrt{(-1)^2+\sqrt{3}^2+0^2}.\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

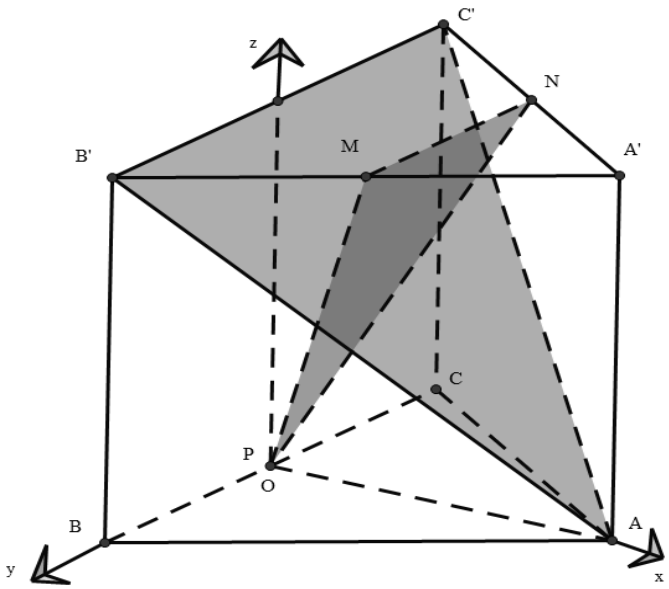
Câu 18. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2\sqrt{3}$ và $AA'=2$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B',A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng



A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$ **B.** $\frac{18\sqrt{13}}{65}$ **C.** $\frac{6\sqrt{13}}{65}$ **D.** $\frac{\sqrt{13}}{65}$

Lời giải

Chọn D



Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

$$\Rightarrow P(0;0;0),A(3;0;0),B\left(0;\sqrt{3};0\right),C\left(0;-\sqrt{3};0\right),A'(3;0;2),B'\left(0;\sqrt{3};2\right),C'\left(0;-\sqrt{3};2\right)$$

nên $M\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};2\right), N\left(\frac{3}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};2\right)$

Ta có vtpt của mp$\left(AB'C'\right)$ là $\overrightarrow{n_1}=\frac{1}{2\sqrt{3}}\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AC'}\right]=\left(2;0;3\right)$ và vtpt của mp$\left(MNP\right)$ là $\overrightarrow{n_2}=\left(4;0;-3\right)$

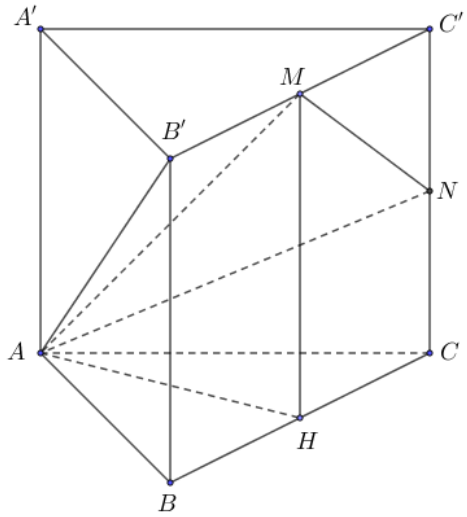
Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ và mp$\left(MNP\right)\Rightarrow \cos\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{|8-9|}{\sqrt{13}\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{13}}{65}$

Câu 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a$, góc $\widehat{BAC}=120°$, $AA'=a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Số đo góc giữa mặt phẳng$\left(AMN\right)$ và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\arccos\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm BC, $BC=a\sqrt{3}$, $AH=\frac{a}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $H\left(0;0;0\right)$, $A\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $C\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$,

$M\left(0;0;a\right)$, $N\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2}\right)$. Gọi φ là góc giữa mặt phẳng$\left(AMN\right)$ và mặt phẳng $\left(ABC\right)$.

$\left(AMN\right)$ có một vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right]=\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{-1}{4};\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

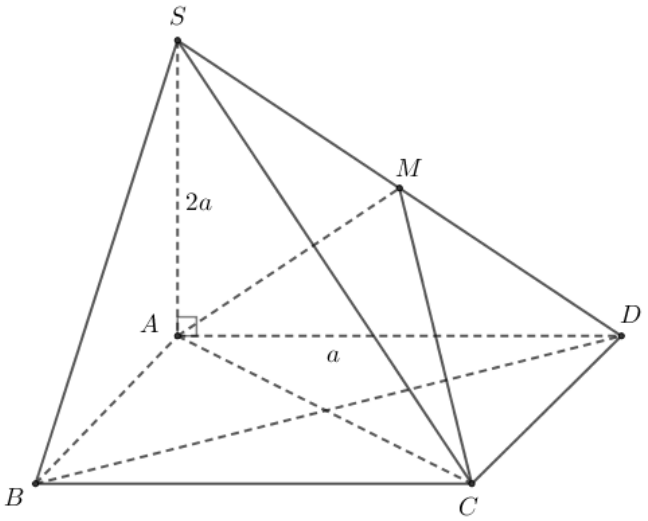
$\left(ABC\right)$ có một vtpt $\overrightarrow{HM}=\left(0;0;1\right)$, từ đó $\cos\varphi=\frac{\left|\vec{n}.\overrightarrow{HM}\right|}{|\vec{n}|HM}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{1.1}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng $\left(AMC\right)$ và $\left(SBC\right)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ và chuẩn hóa cho $a=1$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(0;1;0)$, $D(1;0;0)$, $S(0;0;2)$

Ta có M là trung điểm $SD \Rightarrow M\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $C(1;1;0)$.

$\overrightarrow{AM}=\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $\overrightarrow{AC}=(1;1;0)$, $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-1;1;\frac{1}{2}\right)\Rightarrow(AMC)$ có một vtpt $\vec{n}=(-2;2;1)$

$\overrightarrow{SB}=(0;1;-2)$, $\overrightarrow{SC}=(1;1;-2)$, $\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right]=(0;2;1)\Rightarrow(SBC)$ có một vtpt $\vec{k}=(0;2;1)$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) thì $\cos\alpha=\frac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}|.|\vec{n}|}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

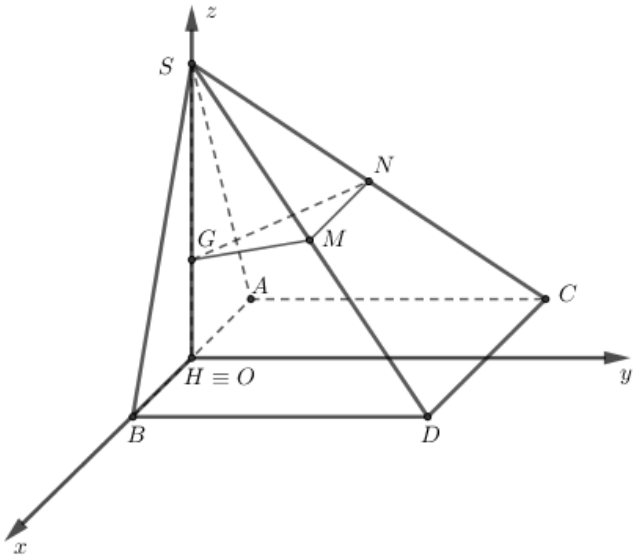
Do $\tan\alpha>0$ nên $\tan\alpha=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}-1}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M,N lần lượt là trung điểm của SC,SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

A. $\frac{2\sqrt{39}}{39}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải

Chọn D



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó

$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $A\left(\frac{-a}{2};0;0\right)$; $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$; $C\left(\frac{a}{2};a;0\right)$; $D\left(\frac{-a}{2};a;0\right)$

suy ra $G\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$; $M\left(\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$; $N\left(-\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$

Ta có mặt phẳng $(ABCD)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$, mặt phẳng (GMN) có vectơ pháp tuyến là

$\vec{n}=\left[\overrightarrow{GM};\overrightarrow{GN}\right]=\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{24};\frac{a}{4}\right)$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$, ta có

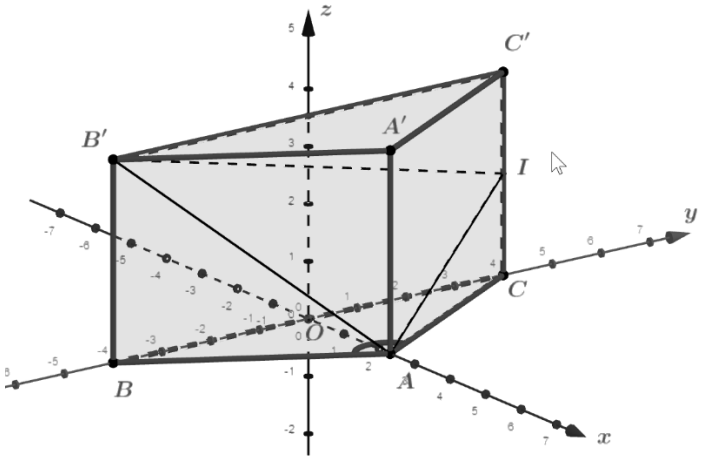
$\cos\alpha=\frac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}|.|\vec{k}|}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{39}}{24}}=\frac{2\sqrt{39}}{13}$.

Câu 22. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$ và góc $\widehat{BAC}=120^o$ và cạnh bên $BB'=a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{30}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{30}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là trung điểm của BC. Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có: $OB = AB\sin 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $OA = AB\cos 60° = \dfrac{a}{2}$.

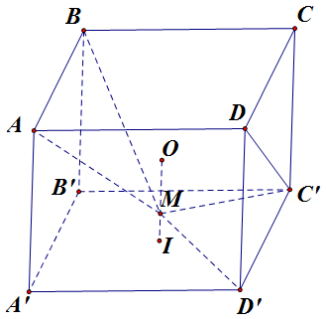
Giả sử $a = 1$ suy ra $A\left(\dfrac{1}{2};0;0\right)$, $B\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $C\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $I\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2}\right)$, $B'\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}}{2};1\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = \left(0;0;-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AI}\right] = \left(-\dfrac{3\sqrt{3}}{4};-\dfrac{1}{4};-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

· Gọi α là góc giữa $\left(ABC\right)$ và $\left(AB'I\right)$. Suy ra: $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \sqrt{\dfrac{3}{10}} = \dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

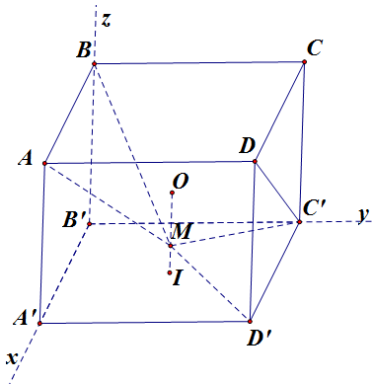
Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO=2MI$ (tham khảo hình vẽ). Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB).



Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, cạnh hình lập phương là 1, ta được tọa độ các điểm như sau :

$M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{6}\right), C'(0;1;0), D'(1;1;0)$ và $A(1;0;1), B(0;0;1)$.

Khi đó $\vec{n}_{(MC'D')}=(0;1;3)$; $\vec{n}_{(MAB)}=(0;5;3)$ nên $\cos\widehat{((MAB),(MC'D'))}=\dfrac{|5.1+3.3|}{\sqrt{5^2+3^2}.\sqrt{1^2+3^2}}=\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$.

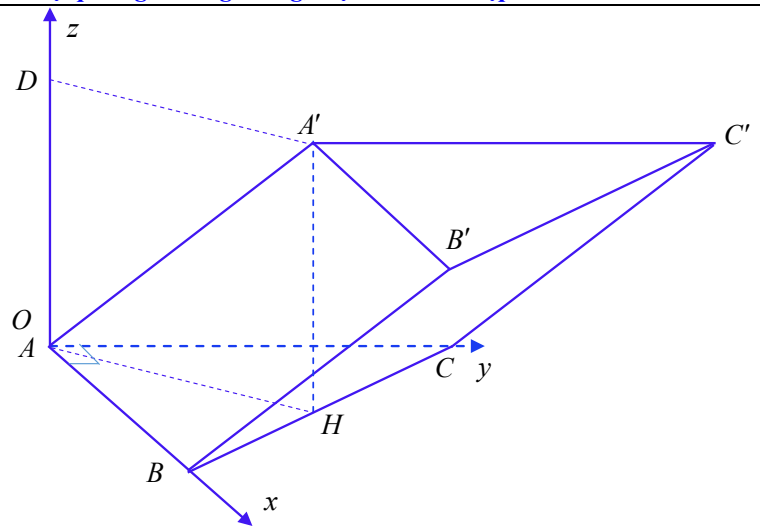
Suy ra $\sin\widehat{((MAB),(MC'D'))}=\sqrt{1-\left(\dfrac{7\sqrt{85}}{85}\right)^2}=\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, $A'H=a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos\varphi$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\cos\varphi=\dfrac{7\sqrt{3}}{24}$



Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $O \equiv A$ như hình vẽ, chọn $a=1$ đơn vị, khi đó ta có tọa độ điểm $B(1;0;0)$, $C(0;\sqrt{3};0)$ suy ra trung điểm của BC là $H\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, vì H là hình chiếu của A' nên suy ra tọa độ của $A'\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{5}\right)$. Ta tìm tọa độ B', gọi tọa độ $B'(x;y;z)$ khi đó ta có $\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{OB}$ nên tọa độ $B'\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{5}\right)$. Ta cũng có $\overrightarrow{B'C}=\left(-\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};-\sqrt{5}\right)$ và $\overrightarrow{A'B}=\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};-\sqrt{5}\right)$. Từ đó ta có

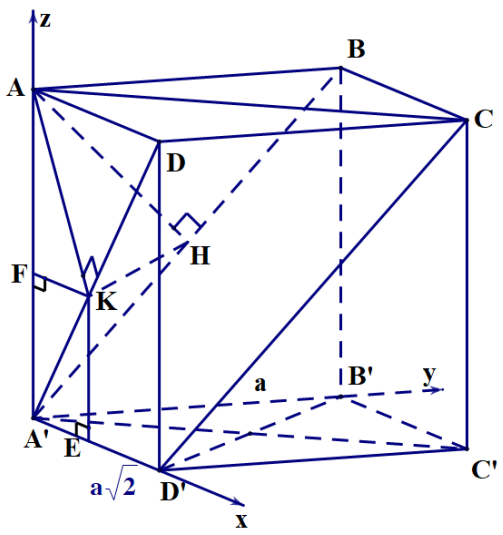
$$\cos\varphi=\frac{\left|\overrightarrow{A'B}.\overrightarrow{B'C}\right|}{\left|\overrightarrow{A'B}\right|.\left|\overrightarrow{B'C}\right|}=\frac{7}{2.\sqrt{6}.\sqrt{8}}=\frac{7\sqrt{3}}{24}.$$

Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB=a, AD=a\sqrt{2}$, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'B$ và K là hình chiếu vuông góc của A trên $A'D$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: 45°



Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $A'C'$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên

$(ABCD) \Rightarrow (A'C,(ABCD)) = (A'C,A'C') = \widehat{CA'C'} = 30^0.$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{3}; \tan\widehat{CA'C'} = \dfrac{CC'}{A'C'} \Rightarrow CC' = a.$

Kết hợp với giả thiết ta được $ABB'A'$ là hình vuông và có H là tâm.

Gọi E,F lần lượt là hình chiếu vuông góc của K trên $A'D' \& A'A.$

Ta có $\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{1}{A'A^2} + \dfrac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \dfrac{a\sqrt{6}}{3};\ A'K = \sqrt{A'A^2 - AK^2} = \dfrac{a}{\sqrt{3}};$

$\dfrac{1}{KF^2} = \dfrac{1}{KA^2} + \dfrac{1}{A'K^2} \Rightarrow KF = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}; KE = \sqrt{A'K^2 - KF^2} \Rightarrow KE = \dfrac{a}{3}.$

Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thỏa mãn $O \equiv A'$ còn D', B', A theo thứ tự thuộc các tia Ox, Oy, Oz. Khi đó ta có tọa độ các điểm lần lượt là:

$A(0;0;a), B'(0;a;0), H(0;\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}), K(\dfrac{a\sqrt{2}}{3};0;\dfrac{a}{3}), E(\dfrac{a\sqrt{2}}{3};0;0), F(0;0;\dfrac{a\sqrt{2}}{3}).$

Mặt phẳng $(ABB'A')$ là mặt phẳng (yOz) nên có VTPT là $\vec{n}_1 = (1;0;0);$

Ta có $\left[\overrightarrow{AK},\overrightarrow{AH}\right] = \dfrac{a^2}{6}\vec{n}_2,\ \vec{n}_2(2;\sqrt{2};\sqrt{2}).$

Mặt phẳng (AKH) có VTPT là $\vec{n}_2 = (2;\sqrt{2};\sqrt{2});$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$.

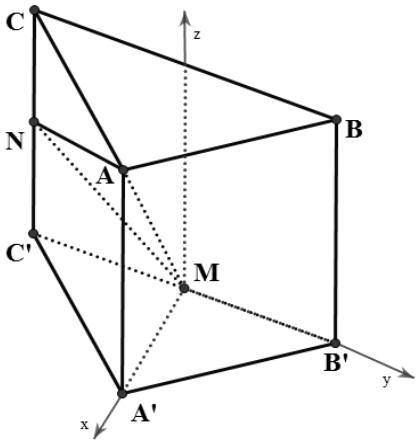
Ta có $\cos\alpha = \left|\cos(\vec{n}_1,\vec{n}_2)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^0.$

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BAC = 120°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC), tính $\cos\alpha$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$



Lấy H là trung điểm của BC.

Ta có: $V_{ABC.A'BC'} = CC'.S_{\Delta ABC} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{4} \Rightarrow CC = a$ vì $S_{\Delta ABC} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có $M \equiv O$.

$M\left(0;0;0\right)$, $A'\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $B'\left(0;\dfrac{\sqrt{3}a}{2};0\right)$, $C'\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}a}{2};0\right)$; $A\left(\dfrac{a}{2};0;a\right)$; $N\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

Ta có: $\left(ABC\right) \perp Oz$ nên $\left(ABC\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = \left(0;0;1\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = \left(\dfrac{a}{2};0;a\right)$, $\overrightarrow{MN} = \left(0;-\dfrac{\sqrt{3}a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

Gọi $\vec{v}_1 = \dfrac{a}{2}\overrightarrow{MA} \Rightarrow \vec{v}_1 = \left(1;0;2\right)$, $\vec{v}_2 = \dfrac{a}{2}\overrightarrow{MN} \Rightarrow \vec{v}_2 = \left(0;-\sqrt{3};1\right)$.

Khi đó mặt phẳng $\left(AMN\right)$ song song hoặc chứa giá của hai vectơ không cùng phương là $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\vec{v}_1, \vec{v}_2\right] = \left(2\sqrt{3};-1;-\sqrt{3}\right)$.

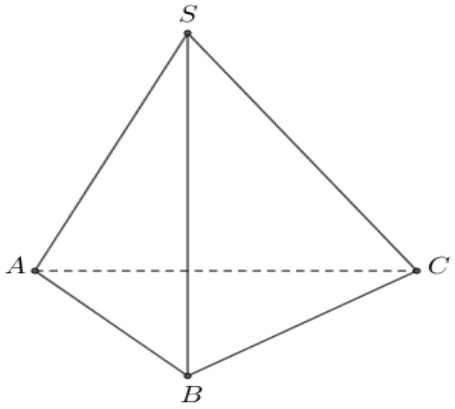
Vậy $\cos\alpha = \left|\cos\left(\vec{k},\vec{n}\right)\right| = \dfrac{\left|\vec{k}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{k}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$, tam giác SAB và tam giác SCB lần lượt vuông tại A, C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng $2a$. Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng $\left(SAB\right)$ và $\left(SCB\right)$,

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\dfrac{1}{3}$



Chọn hệ trục tọa độ sao cho $B(0;0;0)$, $A\left(a\sqrt{2};0;0\right)$, $C\left(0;a\sqrt{2};0\right)$, $S(x;y;z)$.

Ta có $(ABC):z=0$, $\overrightarrow{AS}=\left(x-a\sqrt{2};y;z\right)$, $\overrightarrow{CS}=\left(x;y-a\sqrt{2};z\right)$

Do $\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AB}=0\Rightarrow\left(x-a\sqrt{2}\right)a\sqrt{2}=0\Rightarrow x=a\sqrt{2}$, $d\left(S,(ABC)\right)=2a\Rightarrow z=2a\ \ (z>0)$

$\overrightarrow{CS}.\overrightarrow{CB}=0\Rightarrow\left(y-a\sqrt{2}\right)a\sqrt{2}=0\Rightarrow y=a\sqrt{2}\Rightarrow S\left(a\sqrt{2};a\sqrt{2};2a\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AS}=\left(0;a\sqrt{2};2a\right)$, $\overrightarrow{CS}=\left(a\sqrt{2};0;2a\right)$, $\overrightarrow{BS}=\left(a\sqrt{2};a\sqrt{2};2a\right)$.

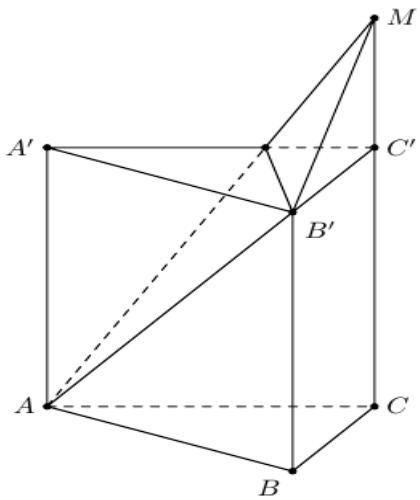
(SBC) có 1 vtpt $\vec{n}=\left(-\sqrt{2};0;1\right)$, (SAB) có 1 vtpt $\vec{m}=\left(0;\sqrt{2};-1\right)\Rightarrow\cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{3}.\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}$.

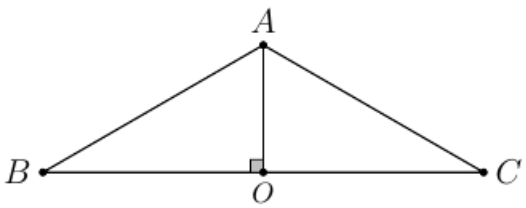
Câu 28. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân đỉnh A. Biết $BC=a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC}=30^o$, cạnh bên $AA'=a$. Gọi M là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{CC'}$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$, khi đó tính $\sin\alpha$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{418}}{22}$



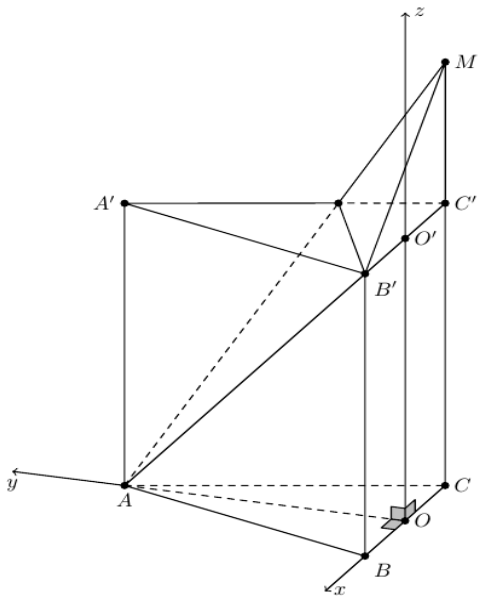


Gọi O là trung điểm BC.

Ta có: $BO = AB.\cos 30^o \Leftrightarrow AB = \dfrac{BO}{\cos 30^o} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = a = AC$ và $AO = AB.\sin 30^o = \dfrac{a}{2}$.

Theo đề bài:

$2\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'M} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{C'M} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{CC'} \Rightarrow C'M = \dfrac{a}{2}$.



Coi $a = 1$.

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với $O(0;0;0)$, $A\left(0;\dfrac{1}{2};0\right)$, $B\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$, $C\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$,

$B'\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};0;1\right)$, $M\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};0;\dfrac{3}{2}\right)$.

Khi đó $(ABC) \equiv (Oxy): z = 0 \Rightarrow (ABC)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB'} = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2};1\right)$, $\overrightarrow{AM} = \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(AB'M)}} = 4\left[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AM}\right] = \left(1;5\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$.

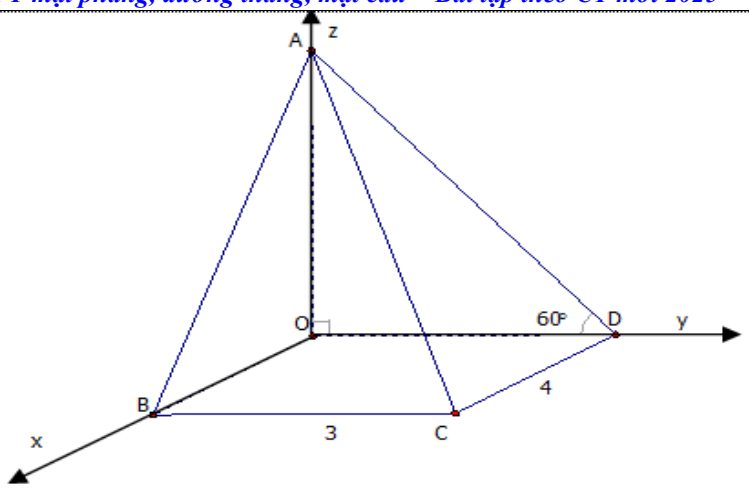
Vậy $\cos\alpha = \dfrac{\left|\vec{k}.\overrightarrow{n_{(AB'M)}}\right|}{\left|\vec{k}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(AB'M)}}\right|} = \dfrac{\left|2\sqrt{3}\right|}{1.2\sqrt{22}} = \sqrt{\dfrac{3}{22}} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{\dfrac{19}{22}} = \dfrac{\sqrt{418}}{22}$.

Câu 29. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC = 3$, $CD = 4$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^0$. Góc giữa đường thẳng AD và BC bằng 60^0. Tính côsin góc giữa hai phẳng (ABC) và (ACD).

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $\dfrac{2\sqrt{43}}{43}$



Dựng $AO \perp (BCD)$ khi đó O là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật $BCDO$.

Góc giữa đường thẳng AD và BC là góc giữa đường thẳng AD và OD và bằng $\widehat{ADO} = 60^0$

Xét tam giác ADO vuông tại O: $\tan 60^0 = \dfrac{OA}{OD} \Rightarrow OA = 3\sqrt{3}.$

Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào hình chóp như hình vẽ.

Ta có:

$O(0;0;0)$; $B(4;0;0)$; $D(0;3;0)$; $C(4;3;0)$; $A(0;0;3\sqrt{3})$.

$\overrightarrow{AB} = (4;0;-3\sqrt{3})$; $\overrightarrow{BC} = (0;3;0)$; $\overrightarrow{AD} = (0;3;-3\sqrt{3})$; $\overrightarrow{CD} = (-4;0;0)$.

Mặt phẳng (ABC) nhận véctơ $\overrightarrow{n_1} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (9\sqrt{3};0;12)$ làm véctơ pháp tuyến.

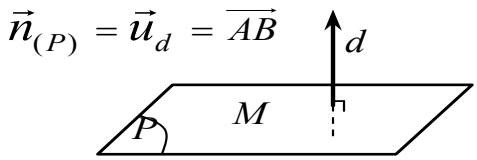
Mặt phẳng (ADC) nhận véctơ $\overrightarrow{n_2} = [\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}] = (0;12\sqrt{3};12)$ làm véctơ pháp tuyến.

Nên $\cos((ABC);(ADC)) = \dfrac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|} = \dfrac{4}{\sqrt{43}.2} = \dfrac{2\sqrt{43}}{43}.$

CHỦ ĐỀ 5
LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1. **Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng d (hoặc vuông góc với đường thẳng AB)**

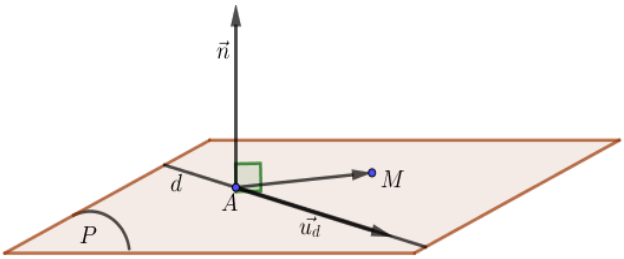
Phương pháp



Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \ Qua\ M(x_\circ; y_\circ; z_\circ) \\ \bullet \ VTPT: \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$

Dạng 2. **Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.**

Phương pháp



Bước 1: Chọn điểm $A \in d$ và một VTCP $\overrightarrow{u_d}$. Tính $\left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_d}\right]$.

Bước 2: Phương trình $\text{mp}(P)\begin{cases} \text{qua } M \\ \text{VTPT } \vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_d}\right] \end{cases}$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d.

A. $(T):x+y+2z+1=0$. **B.** $(P):x-2y+z+1=0$.

C. $(Q):x-2y-z+1=0$. **D.** $(R):x+y+z+1=0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ là:

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z=1$. **C.** $x+y+z=1$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $2x-y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-6=0$. **C.** $2x-y+z+3=0$. **D.** $2x-y-z+3=0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $m=2$ **B.** $m=-52$ **C.** $m=52$ **D.** $m=-2$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$, $d_2:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax+by+cz+11=0$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng

A. -42. **B.** -32. **C.** 11. **D.** 20.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $-2x-y+9z-36=0$. **B.** $2x-y-z=0$.

C. $6x+9y+z+8=0$. **D.** $6x+9y+z-8=0$.

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q):x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=3\\y=3+t\\z=5-t\end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là :

A. $3x+y+z-1=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$. **C.** $x+3y+z-3=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P):x+5y+8z-16=0$. **B.** $(P):x+5y+8z+16=0$.

C. $(P):x+4y+6z-12=0$. **D.** $(P):2x+y-6=0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là một vectơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n}=(1;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;5)$. **D.** $\vec{n}=(1;-1;-5)$.

Câu 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d ?

A. $(P):5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P):2x+1y+2z-1=0$.

C. $(P):5x-2y-4z-5=0$. **D.** $(P):2x+1y+2z-2=0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1;d_2$ là:

A. $2y-2z+1=0$. **B.** $2y-2z-1=0$. **C.** $2x-2z+1=0$. **D.** $2x-2z-1=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d.

Trả lời: ……..

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Trả lời: ……..

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=1-4t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm A và vuông góc đường thẳng d.

Trả lời: ……..

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ $(P):2y-2z+1=0$ và $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$.

Trả lời: ……..

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng: $(d):\begin{cases} x=t+2 \\ y=3t-1 \\ z=2t+1 \end{cases}$ và $(\Delta):\begin{cases} x=m+3 \\ y=3m-2 \\ z=2m+1 \end{cases}$ có dạng $x+ay+bz+c=0$. Tính $P=a+2b+3c$.

Trả lời: ……..

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=-2+3t \end{cases}$ cắt nhau. Lập phương trình mặt phẳng chứa d và d'.

Trả lời: ……..

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7), B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM.

Trả lời: ……..

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$, $\Delta_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1,Δ_2 tương ứng tại H,K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h;k;1)$. Tính giá trị $h-k$.

Trả lời: ……..

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy).

Trả lời: ……..

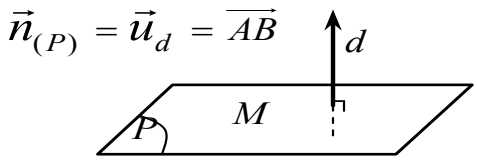
Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

Trả lời: ……..

CHỦ ĐỀ 5
LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1. **Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng d (hoặc vuông góc với đường thẳng AB)**

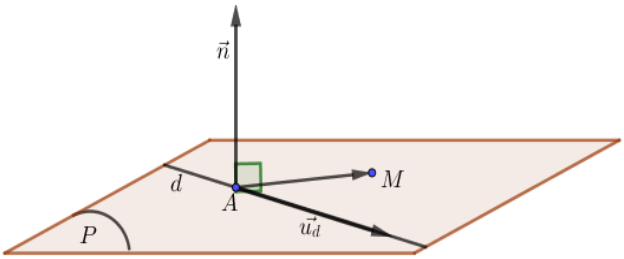
Phương pháp



Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \ Qua\ M(x_\circ; y_\circ; z_\circ) \\ \bullet \ VTPT: \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$

Dạng 2. **Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.**

Phương pháp



Bước 1: Chọn điểm $A \in d$ và một VTCP $\overrightarrow{u_d}$. Tính $\left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_d}\right]$.

Bước 2: Phương trình $\text{mp}(P)\begin{cases} \text{qua } M \\ \text{VTPT } \vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_d}\right] \end{cases}$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d.

A. $(T):x+y+2z+1=0$. **B.** $(P):x-2y+z+1=0$.

C. $(Q):x-2y-z+1=0$. **D.** $(R):x+y+z+1=0$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu vectơ chỉ phương của đường thẳng cùng phương với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1\,;\,-2\,;\,1)$.

Mặt phẳng (T) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_T}=(1\,;\,1\,;\,2)$. Do $\dfrac{1}{1}\neq\dfrac{-2}{1}\neq\dfrac{1}{2}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_T}$. Do đó d không vuông góc với (T).

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1\,;\,-2\,;\,1)$. Do $\dfrac{1}{1}=\dfrac{-2}{-2}=\dfrac{1}{1}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_P}$. Do đó d vuông góc với (P).

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(1\,;\,-2\,;\,-1)$. Do $\dfrac{1}{1}=\dfrac{-2}{-2}\neq\dfrac{1}{-1}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_Q}$. Do đó (d) không vuông góc với (Q).

Mặt phẳng (R) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_R}=(1\,;\,1\,;\,1)$. Do $\dfrac{1}{1}\neq\dfrac{-2}{1}\neq\dfrac{1}{1}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_R}$. Do đó (d) không vuông góc với (R).

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ là:

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z=1$. **C.** $x+y+z=1$. **D.** $x+y+z=0$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $(d):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ nên nhận véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x+y+z+D=0$, mặt khác (P) đi qua gốc tọa độ nên $D=0$.

Vậy phương trình (P) là: $x+y+z=0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $2x-y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-6=0$. **C.** $2x-y+z+3=0$. **D.** $2x-y-z+3=0$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(0;0;3)$ và vuông góc với đường thẳng d nên nhận véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(2;-1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Do đó phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x-y+z-3=0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\frac{x-10}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $m=2$ **B.** $m=-52$ **C.** $m=52$ **D.** $m=-2$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $\Delta:\frac{x-10}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;1)$

Mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(10;2;m)$

Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì $\vec{u}$ phải cùng phương với $\vec{n}$

$\Rightarrow\frac{5}{10}=\frac{1}{2}=\frac{1}{m}\Leftrightarrow m=2$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.

Lời giải

Chọn A

Δ có VTCP $\vec{u}=(-1;2;-3)$ và (P) có VTPT là $\vec{n}=(1;-1;1)$.

(α) qua O và nhận $\vec{n'}=-\left[\vec{u};\vec{n}\right]=(1;2;1)$

Suy ra $(\alpha):x+2y+z=0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$, $d_2:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax+by+cz+11=0$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng

A. -42. **B.** -32. **C.** 11. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d_2 có véctơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;3)$ và đi qua điểm $N(-3;1;-4)$

Ta có: $[\vec{v},\vec{u}]=(4;5;2)\neq\vec{0}$; $\overrightarrow{MN}=(-4;4;-6)$; $[\vec{v},\vec{u}].\overrightarrow{MN}=-16+20-12=-8\neq 0$

$\Rightarrow$ d_1 và d_2 chéo nhau.

Mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 nên (P) nhận $[\vec{v},\vec{u}]=(4;5;2)$ làm một vectơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(-1;-1;-1)$ của đoạn MN

Suy ra phương trình của (P): $4(x+1)+5(y+1)+2(z+1)=0\Leftrightarrow 4x+5y+2z+11=0$

$\Rightarrow a=4;b=5;c=2\Rightarrow a+2b+3c=20$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $-2x-y+9z-36=0$. **B.** $2x-y-z=0$.

C. $6x+9y+z+8=0$. **D.** $6x+9y+z-8=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ đi qua điểm $M(1;-2;4)$, có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;3)$.

Đường thẳng $d_2:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;3)$.

Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau $d_1,d_2\Rightarrow(P)$ qua điểm $M(1;-2;4)$, có một VTPT là $\vec{n}=[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]=(6;9;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là :

$(P):6(x-1)+9(y+2)+(z-4)=0\Leftrightarrow 6x+9y+z+8=0$.

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q):x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=3\\y=3+t\\z=5-t\end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là :

A. $3x+y+z-1=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$. **C.** $x+3y+z-3=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(1;1;-4)$.

Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(0;1;-1)$.

Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}$.

Ta có: $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}$ và $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{u_d}$ nên chọn $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{u_d}\right]=(3;1;1)$.

(P) đi qua điểm $A(0;1;0)$, VTPT $\overrightarrow{n_P}=(3;1;1)$ có phương trình là: $3x+y+z-1=0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P)song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P):x+5y+8z-16=0$. **B.** $(P):x+5y+8z+16=0$.

C. $(P):x+4y+6z-12=0$. **D.** $(P):2x+y-6=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 có một véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;3;-2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P)song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(1;5;8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;5;8)$ là $x+5y+8z-16=0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là một vectơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n}=(1;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;5)$. **D.** $\vec{n}=(1;-1;-5)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng qua hai điểm A, O có dạng $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=0\\z=0\end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O nên (P): $m(x-y)+nz=0$, $m^2+n^2>0$. Khi đó véctơ pháp tuyến của (P) có dạng $\vec{n}=(m;-m;n)$.

Ta có $d(B,(P))=\sqrt{3}\Leftrightarrow\dfrac{|m+2n|}{\sqrt{m^2+m^2+n^2}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow 2m^2-4mn-n^2=0\Leftrightarrow\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{n}=1\\ \dfrac{m}{n}=\dfrac{1}{5}\end{array}\right.$.

Vậy một véctơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó là $\vec{n}=\left(\dfrac{1}{5}n;\dfrac{-1}{5}n;n\right)=\dfrac{n}{5}(1;-1;5)$.

Câu 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d?

A. $(P):5x+2y+4z-5=0$.

B. $(P):2x+1y+2z-1=0$.

C. $(P):5x-2y-4z-5=0$.

D. $(P):2x+1y+2z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

VTCP của d là $\vec{a}=(2;1;2)$ và $B(1;-2;1)\in d$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;1)$.

Do đó véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{a}\right]=(5,-2;-4)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $5(x-1)-2(y-0)-4(z-0)=0$ hay

$5x-2y-4z-5=0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1;d_2$ là:

A. $2y-2z+1=0$.

B. $2y-2z-1=0$.

C. $2x-2z+1=0$.

D. $2x-2z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ có VTCP là $\vec{u_1}=(-1;1;1)$ và đường thẳng d_2 đi qua điểm $A(0;1;2)$ có VTCP là $\vec{u_1}=(-2;1;1)$

Mặt phẳng (P) song song $d_1;d_2$ nên (P) có VTPT là $n=\left[\vec{u_1};\vec{u_2}\right]=(0;-1;1)$

Do đó: Mặt phẳng (P) có dạng $y-z+m=0$

Mặt khác: (P) cách đều hai đường thẳng $d_1;d_2$ nên

$d(d_1;(P))=d(d_2;(P))\Leftrightarrow d(A;(P))=d(B;(P))\Leftrightarrow|m|=|m-1|\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$

Vậy $(P): y-z+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow 2y-2z+1=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-1}$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $3x+2y-z+1=0$

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d.

Ta có: $\vec{n}_P=\vec{u}_d=(3;2;-1)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Phương trình mặt phẳng (P) là: $3(x-2)+2(y+2)-1(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta): \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{1}$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $3x+y-2z-1=0$

Ta lấy điểm $M(2;1;3)\in(\Delta) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM}=(2;0;3) \\ vtcp\ \overrightarrow{u_{(\Delta)}}=(1;-1;1) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_{(\Delta)}}\right]=(3;1;-2)$

Mặt phẳng cần tìm qua $A(0;1;0)$ và nhận $\vec{n}=(3;1;-2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là:

$3.(x-0)+1.(y-1)-2.(z-0)=0 \Leftrightarrow 3x+y-2z-1=0$.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=1-4t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm A và vuông góc đường thẳng d.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $-3x-2y-10z+23=0.$

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-4;1;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(2;-3;0)$; $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=(-3;-2;-10)$.

Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=(-3;-2;-10)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $-3(x+1)-2(y-3)-10(z-2)=0 \Leftrightarrow -3x-2y-10z+23=0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ $(P):2y-2z+1=0$ và $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $(P):2y-2z+1=0$

Ta có: d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(-1;1;1)$

d_2 đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1)$

Khi đó (P) có dạng $y-z+D=0\Rightarrow$ loại đáp án A và C

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$ của AB

Do đó $(P):2y-2z+1=0$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng: $(d):\begin{cases}x=t+2\\y=3t-1\\z=2t+1\end{cases}$ và $(\Delta):\begin{cases}x=m+3\\y=3m-2\\z=2m+1\end{cases}$ có dạng $x+ay+bz+c=0$. Tính $P=a+2b+3c$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $P=0$

Ta có $d//\Delta$.

Chọn $A(2;-1;1)\in(d),B(3;-2;1)\in(\Delta)$.

$\overrightarrow{AB}=(1;-1;0)$

Phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng (d) và (Δ) qua $A(2;-1;1)$ và có VTPT

$\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_{(d)}}\right]=(-2;-2;4)=-2(1;1;-2)$ là:

$1(x-2)+1(y+1)-2(z-1)=0\Leftrightarrow x+y-2z+1=0$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}$ cắt nhau. Lập phương trình mặt phẳng chứa d và d'.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $6x+9y+z+8=0$

d có VTCP $\vec{u}=(-2;1;3)$ và đi qua $M(1;-2;4)$

d' có VTCP $\vec{u'}=(1;-1;3)$ và đi qua $M'(-1;0;-2)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(-2;2;-6)$

$[\vec{u},\vec{u'}]=(6;9;1)\neq\vec{0}$ và $[\vec{u},\vec{u'}].\overrightarrow{MM'}=0$

Suy ra d cắt d'.

Mặt phẳng (P) chứa d và d' đi qua giao điểm của d và d'; có VTPT $\vec{n}=[\vec{u},\vec{u'}]$

Từ phương trình đường thẳng d và d', ta có:

$$\frac{-1+t-1}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-2+3t-4}{3}$$
$$\Leftrightarrow \frac{-2+t}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-6+3t}{3}$$
$$\Leftrightarrow t=2$$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1;-2;4)$.

Khi đó ta có (P) đi qua $I(1;-2;4)$ và có VTPT $\vec{n}=[\vec{u},\vec{u'}]=(6;9;1)$

Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là

$$6(x-1)+9(y+2)+(z-4)=0\Leftrightarrow 6x+9y+z+8=0\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\Rightarrow P=a+2b+3c=1+2.(-2)+3.1=0\\c=1\end{cases}.$$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7),B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $OM=2\sqrt{2}$

* Ta có : $\overrightarrow{AB}=(2;4;-6)=2(1;2;-3)$

Gọi $I(4;3;4)$ là trung điểm của AB

Phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của AB là : $(x-4)+2(y-3)-3(z-4)=0$

$\Leftrightarrow x+2y-3z+2=0$

Gọi $d=(P)\cap(Q)$. Đường thẳng d có 1 vpcp là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(1;1;1)$ và đi qua điểm $N(-2;0;0)$, có

phương trình là $d:\begin{cases}x=-2+t\\y=t\\z=t\end{cases}$

* Gọi $M \in (P): MA = MB$. Khi đó $M \in$ d và $M(-2+t;t;t)$

Theo giả thiết, ta có : $MA = \sqrt{35} \Leftrightarrow \sqrt{(t-5)^2+(t-1)^2+(t-7)^2} = \sqrt{35}$

$$\Leftrightarrow 3t^2 - 26t + 40 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{20}{3} \\ t = 2 \Rightarrow M(0;2;2) \end{array}\right.$$

Vậy $OM = 2\sqrt{2}$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h;k;1)$. Tính giá trị $h-k$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $h-k=0$

$H \in \Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t;t;1+t)$.

$K \in \Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m;2+2m;m)$.

Ta có $\overrightarrow{HK} = (m-2t-2;2m-t+2;m-t-1)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d} = (1;1;-2)$.

$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{HK} = 0 \Leftrightarrow m-t+2=0 \Leftrightarrow m = t-2 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-t-4;t-2;-3)$.

Ta có $HK^2 = (-t-4)^2 + (t-2)^2 + (-3)^2 = 2(t+1)^2 + 27 \geq 27, \forall t \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow minHK = \sqrt{27}$, đạt được khi $t=-1$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{HK} = (-3;-3;-3)$, suy ra $\vec{u}(1;1;1) \Rightarrow h = k = 1 \Rightarrow h-k=0$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy).

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $d(M,(Oxy)) = 4$

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm cần tìm.

$\overrightarrow{AM} = (x-3;y-1;z-2)$, $\overrightarrow{BM} = (x+3;y+1;z)$.

Vì ΔMAB vuông tại M nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3)+(y-1)(y+1)+z(z-2)=0$

$\Leftrightarrow x^2-9+y^2-1+z^2-2z=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+(z-1)^2=11$.

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$ và bán kính $R=\sqrt{11}$.

Nhận xét thấy $d(I,(P))=\dfrac{|0+0+3.1-14|}{\sqrt{1^2+1^2+3^3}}=\sqrt{11}=R$.

$\Rightarrow (P)$ tiếp xúc với (S) tại M

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P)

$\Rightarrow \begin{cases} M\in(P) \\ \overrightarrow{IM} \text{ cïng ph-¬ng } \overrightarrow{n_{(P)}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+3z=14 \\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;4)$.

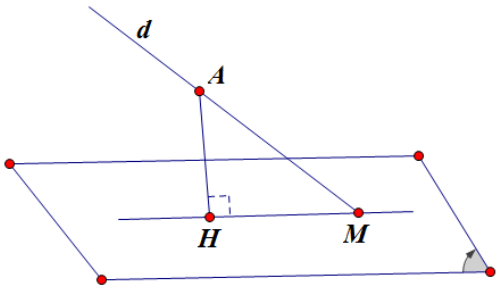
Vậy $d(M,(Oxy))=|4|=4$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng 3.



Đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$.

Ta có: $\sin(d;(\alpha))=\dfrac{|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_\alpha}|}{|\overrightarrow{u_d}|.|\overrightarrow{n_\alpha}|}=\dfrac{3\sqrt{14}}{14}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (α).

Khi đó tam giác ΔMAH vuông tại H nên $\sin(d;(\alpha))=\sin\widehat{AMH}=\dfrac{AH}{AM}$.

$\Rightarrow AH=AM.\sin(d;(\alpha))=3$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng 3.

CHỦ ĐỀ 6
ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

DẠNG 1
LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN GÓC

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;0;1)$, đường thẳng d qua điểm A và tạo với trục Oy góc 45°. Phương trình đường thẳng d là

A. $\left[\begin{array}{l}\frac{x+2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1}\\ \frac{x+2}{2}=\frac{y}{-\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1}\end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l}\frac{x-2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z+1}{-1}\\ \frac{x-2}{2}=\frac{y}{-\sqrt{5}}=\frac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}\frac{x+2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1}\\ \frac{x-2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l}\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1}\\ \frac{x-2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x=7y+z+25=0$ và đường thẳng $d_1:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P). Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1, d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(a;b;c)$. Tính $\frac{a+2b}{c}$.

A. $\frac{a+2b}{c}=\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{a+2b}{c}=0$. **C.** $\frac{a+2b}{c}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{a+2b}{c}=1$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$, $d_2:\left\{\begin{array}{l}x=t\\ y=0\\ z=-t\end{array}\right.$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45^0 và nhận vectơ $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc.

A. -4 hoặc 0. **B.** 4 hoặc 0. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$ và $d_2:\left\{\begin{array}{l}x=t\\ y=0\\ z=-t\end{array}\right.$. Mặt phẳng (P) qua d_1, tạo với d_2 một góc $45°$ và nhận vectơ $\vec{n}(1;b;c)$ làm một vec tơ pháp tuyến. Xác định tích $b.c$.

A. -4. **B.** 4. **C.** 4 hoặc 0. **D.** -4 hoặc 0.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\y=3-t\\z=t\end{cases}$.Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $45°$.Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(3;2;1)$. **B.** $N(3;2;-1)$. **C.** $P(3;-1;2)$. **D.** $M(3;-1;-2)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC}=30^0$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-4}{1}=\frac{y-5}{1}=\frac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha):x+z-3=0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh A.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua $A(2;\ 1;\ -1)$ tạo với trục Oz một góc $30°$?

A. $\sqrt{2}(x-2)+(y-1)-(z-2)-3=0$. **B.** $(x-2)+\sqrt{2}(y-1)-(z+1)-2=0$.

C. $2(x-2)+(y-1)-(z-2)=0$. **D.** $2(x-2)+(y-1)-(z-1)-2=0$.

Câu 8. Cho mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z-5=0$. Điểm $A(1;-2;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc $45°$.

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 9. Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng (P): $2x-z+1=0$ góc $45°$.

Trả lời: ……..

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45^o và nhận véctơ $\vec{n}(1;b;c)$ làm một véctơ pháp tuyến. Xác định tích bc .

Trả lời: ……..

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất.

Trả lời: ……..

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$, $(Q): x+my+(m-1)z+2024=0$. Khi hai mặt phẳng (P), (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì giá trị của bằng bao nhiêu?

Trả lời: ……..

Câu 13. Cho hai điểm $A(1;-1;1)$; $B(2;-2;4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa A, B và tạo với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-7=0$ một góc $60°$.

Trả lời: ……..

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;1), B(6;-2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\frac{2}{7}$.

Trả lời: ……..

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ với $c<0$ đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc $60°$. Tính giá trị $a+b+c$.

Trả lời: ……..

DẠNG 2
KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

- **Khoảng cách từ điểm** M **đến một đường thẳng** d qua điểm $M_\circ$ có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức $\boxed{d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_\circ M},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}}$.

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau**: d đi qua điểm M và có véctơ chỉ phương $\vec{u}$ và d' đi qua điểm M' và có véctơ chỉ phương $\vec{u}'$ là $\boxed{d(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_\circ M}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{14}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

Câu 18. Khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3+t\end{cases}$, $t\in R$ và mặt phẳng $(P):z-3=0$ lần lượt là $d(H,d_1)$ và $d(H,(P))$. Chọn khẳng định **đúng**trong các khẳng định sau:

A $d\left(H,d_1\right)>d\left(H,(P)\right)$. **B.** $d\left(H,(P)\right)>d\left(H,d_1\right)$.

C. $d\left(H,d_1\right)=6.d\left(H,(P)\right)$. **D.** $d\left(H,(P)\right)=1$.

Câu 19. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng $(\alpha):\ 2x-y-2z-4=0$ và đường thẳng d: $\begin{cases}x=1+t\\y=2+4t\\z=-t\end{cases}$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

A. $d=2$ **B.** $d=\dfrac{5}{3}$ **C.** $d=\dfrac{2}{3}$ **D.** $d=\dfrac{1}{3}$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$ bằng:

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+4=0$

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;4)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là

A. $(5;1;2)$ và $(6;9;2)$. **B.** $(5;1;2)$ và $(-1;-8;-4)$.

C. $(5;-1;2)$ và $(1;-5;6)$. **D.** $(5;1;2)$ và $(1;-5;6)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$; $d_2:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=m\end{cases}$.

Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -11. **B.** 12. **C.** -12. **D.** 11.

Câu 25. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{12}{5}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** 3.

Câu 26. Cho $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2+2t\end{cases}$, $d':\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa d và d' là

A. $\dfrac{13\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$. **D.** 0.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+4t\\y=-1-2t\\z=2+2t\end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng?

A. $\dfrac{\sqrt{87}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{174}}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{174}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{87}}{3}$.

Câu 28. Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1;d_2$ tới mặt phẳng (P) trong đó: $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{3};d_2:\dfrac{-x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1};(P):2x+4y-4z-3=0$.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{6}$. **C.** $\dfrac{13}{6}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa (Δ) và (P) là

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{9}$ **D.** 1

Câu 30. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z+4}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+5}{1}$. **D.** Đáp án khác.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0),B(0;3;0),C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A,B,C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(4;3;7)$. **B.** $(-1;-2;1)$. **C.** $(7;5;3)$. **D.** $(3;4;3)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O, thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P): x-z-1=0$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases}$. Gọi $d_1; d_2$ là các đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A, cắt (d) và song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ)

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t, t\in\mathbb{R}, \\ z=2-t \end{cases}$ cắt mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ tại điểm I. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) của điểm I trên đường thẳng Δ.

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $M(6;-3;0)$. **C.** $M(5;2;-4)$. **D.** $M(-3;6;0)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=4t \end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): x+ay+bz+c=0 (c>0)$ song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P). Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 14. **B.** 6. **C.** –4. **D.** –6.

CHỦ ĐỀ 6
ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

DẠNG 1
LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN GÓC

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;0;1)$, đường thẳng d qua điểm A và tạo với trục Oy góc 45°. Phương trình đường thẳng d là

A. $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\\ \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Điểm $M(0;m;0)\in Oy$, $\vec{j}(0;1;0)$ là vectơ chỉ phương của trục Oy, $\overrightarrow{AM}(2;-m;-1)$ $\left|\cos\left(\overrightarrow{AM},\vec{j}\right)\right|=\cos 45^{\circ}\Leftrightarrow\dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+5}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{5}$ nên có 2 đường thẳng:

$$\frac{x+2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1};\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1}$$

Cách 2: $\vec{u_1}\left(2;\sqrt{5};-1\right)\Rightarrow\left|\cos\left(\vec{u_1},\vec{j}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $\vec{u_2}\left(2;-\sqrt{5};-1\right)\Rightarrow\left|\cos\left(\vec{u_2},\vec{j}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;0;1)$ nên chọn đáp án A.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x=7y+z+25=0$ và đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P). Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1,d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u_2}(a;b;c)$. Tính $\dfrac{a+2b}{c}$.

A. $\dfrac{a+2b}{c}=\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{a+2b}{c}=0$. **C.** $\dfrac{a+2b}{c}=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{a+2b}{c}=1$.

Lời giải

Cách 1:

Gọi $(Q)=(d_1,d_1')$ khi đó (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_1}\right]=(5;5;15)$.

Đường thẳng d_1' có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}'=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_1}\right]=(22;11;-11)$ hay một vecto chỉ phương khác $\vec{u}=(2;1;-1)$.

Vì $\overrightarrow{n_p}.\overrightarrow{u_2}=0\Rightarrow 4a-7b+c=0\Rightarrow c=7b-4a\Rightarrow\overrightarrow{u_2}=(a;b;7b-4a)$.

Ta lại có $(d_1;d_2)=(d_1';d_2)\Leftrightarrow\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1}',\overrightarrow{u_2}\right)\right|$

$\Leftrightarrow|a+2b+4a-7b|=|2a+b+4a-7b|\Leftrightarrow|5a-5b|=|6a-6b|\Leftrightarrow|a-b|=0\Leftrightarrow a=b$

Chọn $a=1\Rightarrow b=1,c=3\Rightarrow\dfrac{a+2b}{c}=1$.

Cách 2:

Gọi $(Q)=(d_1,d_1')$ khi đó $(P)\perp(Q)$. Các đường thẳng nằm trong (P) mà vuông góc với (Q) thì vuông góc với tất cả các đường thẳng trong (Q) hay chúng cùng tạo với d_1,d_1' các góc 90°. Do đó, các đường thẳng này thỏa mãn yêu cầu đề bài. Chúng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{n_Q}(1;1;3)\Rightarrow\dfrac{a+2b}{c}=1$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45^0 và nhận vecto $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một vecto pháp tuyến. Xác định tích bc.

A. -4 hoặc 0. **B.** 4 hoặc 0. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có vectơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1=(2;-2;-1)$ và $\vec{u}_2=(1;0;-1)$.

Mặt phẳng (P) qua $d_1\Rightarrow\vec{n}.\vec{u}_1=0\Leftrightarrow 2-2b-c=0.\quad(1)$

$\sin\left(d_2,(P)\right)=\dfrac{|\vec{u}_2.\vec{n}|}{|\vec{u}_2|.|\vec{n}|}=\sin 45°\Leftrightarrow\dfrac{|1-c|}{\sqrt{b^2+c^2+1}.\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow|1-c|=\sqrt{b^2+c^2+1}\Leftrightarrow b^2+2c=0.(2)$ Từ (1) và $(2)\Rightarrow\begin{cases}b=2\\c=-2\end{cases}\Rightarrow b.c=-4.$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1, tạo với d_2 một góc $45°$ và nhận vecto $\vec{n}(1;b;c)$ làm một vec tơ pháp tuyến. Xác định tích $b.c$.

A. -4. **B.** 4. **C.** 4 hoặc 0. **D.** -4 hoặc 0.

Lời giải.

Chọn A

$\overrightarrow{u_1}=(2;-2;-1)$, $\overrightarrow{u_2}=(1;0;-1)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của d_1, d_2.

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{u_1}=0\\ \left|\cos\left(\vec{n};\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\sin\left(d_2;(P)\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2.1+(-2)b+(-1)c=0\\ \dfrac{|1.1+0.b+(-1)c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}.\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=2-2b\\ (c-1)^2=1+b^2+c^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\ c=-2\end{cases}.$$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\ y=3-t\\ z=t\end{cases}$.Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $45°$.Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(3;2;1)$. **B.** $N(3;2;-1)$. **C.** $P(3;-1;2)$. **D.** $M(3;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta viết phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\ y+z-3=0\end{cases}$.

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d nên có dạng: $mx+n(y+z-3)=0, m^2+n^2\neq 0$

$\Leftrightarrow mx+ny+nz-3n=0\Rightarrow(P)$ có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(m;n;n)$.

Mặt phẳng (Oxy) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Ta có: $\cos\left((P);(Oxy)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_P};\vec{k}\right)\right|\Leftrightarrow\cos 45°=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_P}.\vec{k}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\vec{k}\right|}\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{|n|}{\sqrt{m^2+n^2+n^2}}$

$\Leftrightarrow\sqrt{m^2+2n^2}=\sqrt{2}|n|\Leftrightarrow m^2=0\Leftrightarrow m=0$.

Chọn $n=1\Rightarrow(P):y+z-3=0$.

Do đó: $M(3;2;1)\in(P)$.

Bình luận: Đối với những bài toán viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng cho trước ta nên sử dụng khái niệm chùm mặt phẳng như sau: Mặt phẳng (α) qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và $(Q):a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$ có phương trình dạng $m(a_1x+b_1y+c_1z+d_1)+n(a_2x+b_2y+c_2z+d_2)=0, m^2+n^2\neq 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^0$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-4}{1}=\frac{y-5}{1}=\frac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha):x+z-3=0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh A.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $C\in BC$ nên $C(4+t;5+t;-7-4t)$.

BC có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-4)$. Mặt phẳng (α) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;1)$.

Gọi φ là góc giữa BC và (α). Ta có $\sin\varphi=\left|\cos(\vec{u};\vec{n})\right|=\frac{1}{2}\Rightarrow\varphi=30^0$. Tức là A là hình chiếu của C lên (α).

Vậy $\frac{3\sqrt{2}}{2}=CA=d(C;(\alpha))=\frac{|4+t-7-4t-3|}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}C(3;4;-3)\\C(1;2;5)\end{array}\right.$

Mà C có cao độ âm, suy ra $C(1;2;5)$.

Lúc này AC qua $C(1;2;5)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{n}=(1;0;1)$. Nên $A(3+t;4;-3+t)$.

Mặt khác A nằm trong mặt phẳng $(\alpha):x+z-3=0\Rightarrow t=\frac{3}{2}\Rightarrow x_A=\frac{9}{2}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua $A(2;\ 1;\ -1)$ tạo với trục Oz một góc $30°$?

A. $\sqrt{2}(x-2)+(y-1)-(z-2)-3=0$. **B.** $(x-2)+\sqrt{2}(y-1)-(z+1)-2=0$.

C. $2(x-2)+(y-1)-(z-2)=0$. **D.** $2(x-2)+(y-1)-(z-1)-2=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình mặt phẳng (α) cần lập có dạng $A(x-2)+B(y-1)+C(z+1)=0;\ \vec{n}(A;B;C)$

Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}(0;0;1)$.

Áp dụng công thức $\sin((\alpha),Oz)=\frac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}|.|\vec{k}|}=\sin 30°$

Sau khi tìm được các vectơ pháp tuyến thỏa mãn, thay giá trị của A vào để viết phương trình mặt phẳng.

Câu 8. Cho mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z-5=0$. Điểm $A(1;-2;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc $45°$.

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

[Phương pháp tự luận]

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập.

$$\cos\left((\alpha),(\beta)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|}=\frac{\left|3.a-2.b+2.c\right|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+2^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow 2(3a-2b+2c)^2=17(a^2+b^2+c^2)$

Phương trình trên có vô số nghiệm.

Suy ra có vô số vectơ $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ là véc tơ pháp tuyến của (β). Suy ra có vô số mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dựng hình.

Giả sử tồn tại mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán. (Đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc $45°$). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (α). Sử dụng phép quay theo trục Δ với mặt phẳng (β). Ta được vô số mặt phẳng (β') thỏa mãn điều kiện bài toán.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 9. Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng (P): $2x-z+1=0$ góc $45°$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: (α): $3x+z=0$ hay (α): $8x+5y+z=0$.

d đi qua điểm $O(0;0;0)$ có vtcp $\vec{u}=(1;-1;-3)$.

(α) qua O có vtpt $\vec{n}=(a;b;c)$ có dạng $ax+by+cz=0$, do $\vec{n}.\vec{u}=0\Rightarrow a-b-3c=0$.

(P): $2x-z+1=0$ vtpt $\vec{k}=(2;0;-1)$.

Ta có $\cos 45°=\frac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|\left|\vec{k}\right|}=\frac{|2a-c|}{\sqrt{5\left(a^2+b^2+c^2\right)}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow 10\left(a^2+b^2+c^2\right)=(4a-2c)^2$

$\Leftrightarrow 10\left(b^2+6bc+9c^2+b^2+c^2\right)=(4b+12c-2c)^2\Leftrightarrow 10\left(2b^2+6bc+10c^2\right)=(4b+10c)^2$

$\Leftrightarrow 4b^2-20bc=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\b=5c\end{array}\right.$.

+ $b=0\Rightarrow a=3c\Rightarrow(\alpha)$: $x+3z=0$.

+ $b=5c$, chọn $c=1\Rightarrow b=5$, $a=8\Rightarrow(\alpha)$: $8x+5y+z=0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận véctơ $\vec{n}(1;b;c)$ làm một véctơ pháp tuyến. Xác định tích bc.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $bc=-4$

Đường thẳng d_1 và d_2 có véctơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1=(2;-2;-1)$ và $\vec{u}_2=(1;0;-1)$.

Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;b;c)$.

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases}\vec{u}_1\perp\vec{n}\\\left|\dfrac{\vec{u}_2.\vec{n}}{|\vec{u}_2|.|\vec{n}|}\right|=\sin 45^\circ\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}_1.\vec{n}=0\\\left|\dfrac{1.1+0.b+(-1).c}{\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+b^2+c^2}}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2-2b-c=0\\|1-c|=\sqrt{1+b^2+c^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b+c=2\\(1-c)^2=1+b^2+c^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b+c=2\\b^2+2c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\c=-2\end{cases}$

Vậy $b.c=-4$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $x+y-z=0$

Gọi H là hình chiếu của A đến d. Khi đó $H(2-t;-1+2t;1+t)\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(-1-t;2t;1+t)$.

Do $AH\perp d\Rightarrow-(-1-t)+2.2t+1+t=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH}=\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất khi $AH\perp(\alpha)$.

Do đó (α) có vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Vậy (α): $1(x-2)+1(y+1)-1(z-1)=0\Leftrightarrow x+y-z=0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$, $(Q):x+my+(m-1)z+2024=0$. Khi hai mặt phẳng (P), (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì giá trị của bằng bao nhiêu?

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $m=\dfrac{1}{2}$

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

Khi đó: $\cos\varphi=\dfrac{|1.1+2.m-2.(m-1)|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}.\sqrt{1^2+m^2+(m-1)^2}}=\dfrac{1}{3\sqrt{2m^2-2m+2}}=\dfrac{1}{3.\sqrt{2\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}}}\le\dfrac{1}{3\sqrt{\dfrac{3}{2}}}$

Góc φ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $\cos\varphi$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 13. Cho hai điểm $A(1;-1;1)$; $B(2;-2;4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa A, B và tạo với mặt phẳng $(\alpha):x-2y+z-7=0$ một góc $60°$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: có 2 mặt phẳng.

$\overrightarrow{AB}(1;-1;3)$, $\overrightarrow{n_\alpha}(1;-2;1)$

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập.

$$\cos\left((\alpha),(\beta)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|}$$

$$=\frac{|1.a-2.b+1.c|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow 2(a-2b+c)^2=3(a^2+b^2+c^2)$ (1)

Mặt khác vì mặt phẳng (β) chứa A, B nên:

$\overrightarrow{n_\beta}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow a-b+3c=0\Leftrightarrow a=b-3c$

Thế vào (1) ta được: $2b^2-13bc+11c^2=0$ (2)

Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt. Suy ra có 2 vectơ $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ thỏa mãn.

Suy ra có 2 mặt phẳng.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;1),B(6;-2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\dfrac{2}{7}$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $2x+3y-6z=0$ hoặc $2x+3y+6z-12=0$

Giả sử (P) có VTPT $\overrightarrow{n_1}=(a;b;c)$

(P) có VTCP $\overrightarrow{AB}=(3;-2;0)$ suy ra $\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{AB}\Rightarrow\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{AB}=0$

$\Rightarrow 3a+b(-2)+0.c=0\Rightarrow 3a-2b=0\Rightarrow a=\dfrac{2}{3}b \qquad (1)$

(Oyz) có phương trình $x=0$ nên có VTPT $\overrightarrow{n_2}=(1;0;0)$

Mà $\cos\alpha=\dfrac{2}{7}\Leftrightarrow\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{2}{7}\Leftrightarrow\dfrac{|a.1+b.0+c.0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1^2+0^2+0^2}}=\dfrac{2}{7}$

$\dfrac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.}=\dfrac{2}{7}\Leftrightarrow 7|a|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2}\Leftrightarrow 49a^2=4(a^2+b^2+c^2)$

$\Leftrightarrow 45a^2-4b^2-4c^2=0 \qquad (2)$

Thay (1) vào (2) ta được $4b^2-c^2=0$

Chọn $c=2$ ta có $4b^2-2^2=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}b=1\\b=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{2}{3}\\a=\dfrac{-2}{3}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\vec{n}=\left(\dfrac{2}{3};1;2\right)\\\vec{n}=\left(-\dfrac{2}{3};-1;2\right)\end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l}\vec{n}=(2;3;6)\\\vec{n}=(2;3;-6)\end{array}\right.$

Vậy (P): $2x+3y-6z=0$ hoặc $2x+3y+6z-12=0$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$ với $c<0$ đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc $60°$. Tính giá trị $a+b+c$.

Trả lời: ……..

Lời giải

Đáp án: $a+b+c=2-\sqrt{2}$

Ta có: $A,B\in(P)$ nên $\begin{cases}b+d=0\\a+d=0\end{cases}$. Suy ra (P) có dạng $ax+ay+cz-a=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;a;c)$.

Măt phẳng (yOz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

Ta có: $\cos 60°=\dfrac{\left|\vec{n}.\vec{i}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{i}\right|}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{|a|}{\sqrt{2a^2+c^2}.1}\Leftrightarrow 2a^2+c^2=4a^2\Leftrightarrow 2a^2-c^2=0$.

Chọn $a=1$, ta có: $c^2=2\Rightarrow c=-\sqrt{2}$ do $c<0$.

Ta có: $a+b+c=a+a+c=1+1-\sqrt{2}=2-\sqrt{2}$.

DẠNG 2
KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

- **Khoảng cách từ điểm** M **đến một đường thẳng** d qua điểm $M_\circ$ có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức $\boxed{d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_\circ M},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}}$.

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.
- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau**: d đi qua điểm M và có véctơ chỉ phương $\vec{u}$ và d' đi qua điểm M' và có véctơ chỉ phương $\vec{u}'$ là $\boxed{d(d,d')=\dfrac{\left|[\vec{u},\vec{u}'].\overrightarrow{M_{\circ}M}\right|}{\left|[\vec{u},\vec{u}']\right|}}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{14}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua $N(0;2;3)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$

$\overrightarrow{MN}=(-2;6;4)$; $\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]=(16;8;-4)$.

$d(M,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{14}$..

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(3;0;1)\in d$.

$\overrightarrow{AM}(1;1;1);\overrightarrow{u_d}(-2;-1;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]=(2;-3;1)\Rightarrow\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]\right|=\sqrt{14}$.

Vậy khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng $d(A,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

Câu 18. Khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3+t\end{cases}$, $t\in R$ và mặt phẳng $(P):z-3=0$ lần lượt là $d(H,d_1)$ và $d(H,(P))$. Chọn khẳng định **đúng**trong các khẳng định sau:

A $d\left(H,d_1\right)>d\left(H,(P)\right)$. **B.** $d\left(H,(P)\right)>d\left(H,d_1\right)$.

C. $d\left(H,d_1\right)=6.d\left(H,(P)\right)$. **D.** $d\left(H,(P)\right)=1$.

Lời giải

Chọn C

Vì H thuộc đường thẳng d_1 và H thuộc mặt phẳng (P) nên khoảng cách từ điểm H đến đường thẳng d_1 bằng 0 và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (P) bằng 0.

Câu 19. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng $(\alpha):\ 2x-y-2z-4=0$ và đường thẳng d: $\begin{cases}x=1+t\\y=2+4t\\z=-t\end{cases}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d song song với mặt phẳng (α).

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của đường thẳng đến mặt phẳng.

Ta lấy điểm $H\left(1;\ 2;\ 0\right)$ thuộc đường thẳng d. Khi đó:

$$d(d,(\alpha))=d(H,(\alpha))=\frac{\left|2.1-1.2-2.0-4\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=\frac{4}{3}.$$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và $\left(P\right)$.

A. $d=2$ **B.** $d=\frac{5}{3}$ **C.** $d=\frac{2}{3}$ **D.** $d=\frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn A

(P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}(2;-2;-1)$ và đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}(2;1;2)$ thỏa mãn $\vec{n}.\vec{u}=0$ nên $\Delta//(P)$ hoặc $\Delta\subset(P)$.

Do đó: lấy $A(1;-2;1)\in\Delta$ ta có: $d(\Delta(P))=d(A;(P))=\frac{\left|2.1-2.(-2)-1+1\right|}{\sqrt{4+4+1}}=2$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y+z+2=0$ bằng:

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng d qua $M(1;0;0)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{a}=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.

Ta có: $\begin{cases}\vec{a}.\vec{n}=1.1+1.1-2.1=0\\ M\notin(P)\end{cases}\Rightarrow d//(P).$

$$d(d,(P))=d(M,(P))=\frac{|1+0+0+2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}.$$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+4=0$

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Vì đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) nên : Chọn $M(1;3;2)\in d$

$$d(d;(P))=d(\mathrm{M};(\mathrm{P}))=\frac{|1-6+4+4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=1$$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;4)$ và đường thẳng $d:\frac{x-5}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{-2}$.

Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là

A. $(5;1;2)$ và $(6;9;2)$. **B.** $(5;1;2)$ và $(-1;-8;-4)$.

C. $(5;-1;2)$ và $(1;-5;6)$. **D.** $(5;1;2)$ và $(1;-5;6)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: $M(5+2t;1+3t;2-2t)\in d$; $\overrightarrow{AM}(2+2m;3+3m;-2-2m)$

$$\Rightarrow AM=\sqrt{17}\Leftrightarrow 17(1+m)^2=17\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m=0\\ m=-2\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}M(5;1;2)\\ M(1;-5;6)\end{bmatrix}$$

Cách 2: Kiểm tra các điểm thuộc đường thẳng d có 2 cặp điểm trong đáp án B và C thuộcđường thẳng d . Dùng công thức tính độ dài AM suy ra đáp án C thỏa mãn.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$; $d_2:\begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=m\end{cases}$.

Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -11. **B.** 12. **C.** -12. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

d_1 đi qua điểm $M(1;0;0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(2;1;3)$.

d_2 đi qua điểm $N(1;2;m)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(1;1;0)$.

$[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-3;3;1)$; $\overrightarrow{MN}=(0;2;m)$.

d_1 và d_2 chéo nhau khi và chỉ khi $[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{MN}\neq 0\Leftrightarrow m\neq -6$.

Mặt khác $d(d_1,d_2)=\dfrac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\dfrac{\left|[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\right|}=\dfrac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\dfrac{|m+6|}{\sqrt{19}}=\dfrac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-11\end{array}\right.$.

Khi đó tổng các phần tử của m là -12.

Câu 25. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{12}{5}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

d_1 qua $M(0;3;2)$ có vtcp $\vec{u}=(1;2;1)$, d_2 qua $N(3;-1;2)$ có vtcp $\vec{v}=(1;-2;1)$.

$[\vec{u},\vec{v}]=(4;0;-4)$, $\overrightarrow{MN}=(3;-4;0)$.

$$d(d_1,d_2)=\frac{\left|[\vec{u},\vec{v}].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|}=\frac{12}{4\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 26. Cho $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2+2t\end{cases}$, $d':\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa d và d' là

A. $\dfrac{13\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A(1;-3;2)\in d$, $B(0;3;1)\in d'$ và $\vec{u}(1;-1;2),\vec{u'}(3;-1;1)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của d,d'

Ta có $d(d,d')=\dfrac{\left|[\vec{u},\vec{u'}].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\vec{u},\vec{u'}]\right|}=\dfrac{27}{\sqrt{30}}=\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+4t\\y=-1-2t\\z=2+2t\end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng?

A. $\frac{\sqrt{87}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{174}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{174}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{87}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M(1;-2;0)$ và nhận $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;1)$ làm VTCP.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N(1;-1;2)$ và nhận $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;2)$ làm VTCP.

Dễ thấy: $\overrightarrow{u_2}=2.\overrightarrow{u_1}$ nên đường thẳng d_1 song song hoặc trùng với đường thẳng d_2.

Lại có điểm $M(1;-2;0)\in d_1$ nhưng $M(1;-2;0)\notin d_2$ nên suy ra $d_1 \,//\, d_2$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng khoảng cách từ điểm $M(1;-2;0)$ đến đường thẳng d_2.

$$\mathrm{d}(M;d_2)=\frac{\left|\overrightarrow{MN}\wedge\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|}.$$

Ta có $\overrightarrow{MN}=(0;1;2)$, $\overrightarrow{MN}\wedge\overrightarrow{u_2}=(6;8;-4)$.

Câu 28. Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1;d_2$ tới mặt phẳng (P) trong đó: $d_1:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{3}; d_2:\frac{-x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}; (P):2x+4y-4z-3=0$.

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{13}{6}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của hai đường thẳng d_1,d_2 như sau:

$$d_1:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3t\\z=1+3t\end{cases}, d_2:\begin{cases}x=1-2t'\\y=t'\\z=1+t'\end{cases}.$$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}-1+2t=1-2t'\\3t=t'\\1+3t=1+t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2t+2t'=2\\3t-t'=0\\3t-t'=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\frac{1}{4}\\t'=\frac{3}{4}\end{cases}$.

Suy ra giao điểm của d_1,d_2 là $A\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{4};\frac{7}{4}\right)$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) là: $d(A;(P))=\frac{\left|2.\left(-\frac{1}{2}\right)+4.\left(\frac{3}{4}\right)-4.\left(\frac{7}{4}\right)-3\right|}{\sqrt{2^2+4^2+(-4)^2}}=\frac{4}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa (Δ) và (P) là

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{9}$ **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$ và đi qua điểm $M=(1;-1;1)$.

Ta có $\begin{cases}\vec{n}.\vec{u}=0\\ M\notin(P)\end{cases}$ suy ra (Δ) song song với (P).

Khi đó $d\big((\Delta),(P)\big)=d\big(M,(P)\big)=\dfrac{|2+1+2-3|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{3}$.

$$\Rightarrow d\left(M;d_2\right)=\frac{\sqrt{6^2+8^2+(-4)^2}}{\sqrt{4^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{\sqrt{174}}{6}\Rightarrow d(d_1;d_2)=\frac{\sqrt{174}}{6}.$$

Câu 30. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z+4}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+5}{1}$. **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M=d\cap(P)$. Suy ra $M\in d\Rightarrow M(3+2t;-2+t;-1-t);M\in(P)\Rightarrow t=-1\Rightarrow M(1;-3;0)$

(P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;1;1)$. d có véc tơ chỉ phương $\vec{a}_d=(2;1;-1)$. Δ có véc tơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta=\left[\vec{a}_d,\vec{n}_P\right]=(2;-3;1)$. Gọi $N(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của M trên Δ, khi đó $MN=(x-1;y+3;z)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{a_\Delta}\\ N\in(P)\\ MN=\sqrt{42}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y+z-11=0\\ x+y+z+2=0\\ (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=42\end{cases}$.

Giải hệ ta tìm được $N(5;-2;-5)$ và $N(-3;-4;5)$.

Với $N(5;-2;-5)$, ta có $\Delta:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z+5}{1}$.

Với $N(-3;-4;5)$, ta có $\Delta:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z-5}{1}$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0),B(0;3;0),C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A,B,C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(4;3;7)$. **B.** $(-1;-2;1)$. **C.** $(7;5;3)$. **D.** $(3;4;3)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{6}=1\Leftrightarrow 3x+2y+z-6=0$, dễ thấy $D\in(ABC)$.

Ta thấy $P=d(A,\Delta)+d(B,\Delta)+d(C,\Delta)\le AD+BD+CD$.

Vậy P lớn nhất khi và chỉ khi các hình chiếu vuông góc của các điểm A,B,C trên Δ trùng D hay $\Delta\perp(ABC)$ tại D.

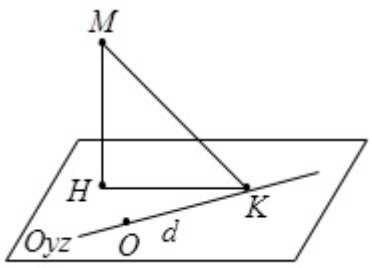
Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+3t\\y=1+2t\\z=1+t\end{cases}$, ta thấy Δ đi qua điểm có tọa độ $(7;5;3)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O, thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oyz) và trên đường thẳng d.

Ta có: $d(M,d)=MK\ge MH=1$, $H(0;-2;1)$.

Suy ra $d(M,d)$ nhỏ nhất khi $K\equiv H$. Khi đó d có một vecto chỉ phương là $\overrightarrow{OH}=(0;-2;1)$.

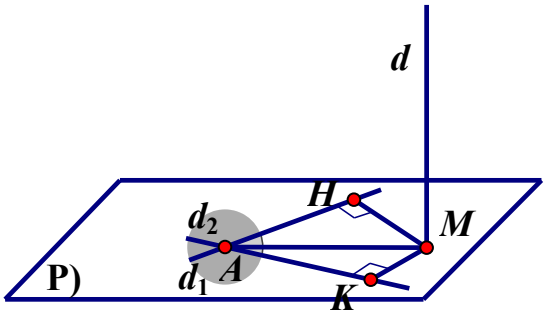
$\cos(d,Oy)=\dfrac{\left|\overrightarrow{OH}.\vec{j}\right|}{\left|\overrightarrow{OH}\right|\left|\vec{j}\right|}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P):x-z-1=0$ và đường thẳng $(d):\begin{cases}x=1-t\\y=2\\z=-2+t\end{cases}$. Gọi $d_1;d_2$ là các đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



* Ta có: $\vec{n}_P=(1;0;-1)$, $\vec{u}_d=(-1;0;1)\Rightarrow d\perp(P)$ và $d\cap(P)=M(0;2;-1)$

$\Rightarrow\overrightarrow{MA}=(2;-1;2)\Rightarrow MA=3$

* Gọi H; K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên d_1 và d_2, ta có

$d(d_1;d)=d(M;d_1)=MH$, $d(d_2;d)=d(M;d_2)=MK\Rightarrow MH=MK=\sqrt{6}$

$\Rightarrow\sin\widehat{MAK}=\sin\widehat{MAH}=\dfrac{HM}{AM}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\Rightarrow\cos(d_1;d_2)=\left|\cos\left(2.\widehat{MAH}\right)\right|=\left|1-2\sin^2\widehat{MAH}\right|=\left|1-\dfrac{4}{3}\right|=\dfrac{1}{3}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(P):x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A, cắt (d) và song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ)

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M=(\Delta)\cap(d)\Rightarrow M(t+3;3t+3;2t)(t\in R)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(t+2;3t+1;2t+1)$.

Gọi $\vec{n}(1;1;-1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Ta có $(\Delta)//(P) \Rightarrow \overrightarrow{AM} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow t+2+3t+1-2t-1=0 \Leftrightarrow t=-1$

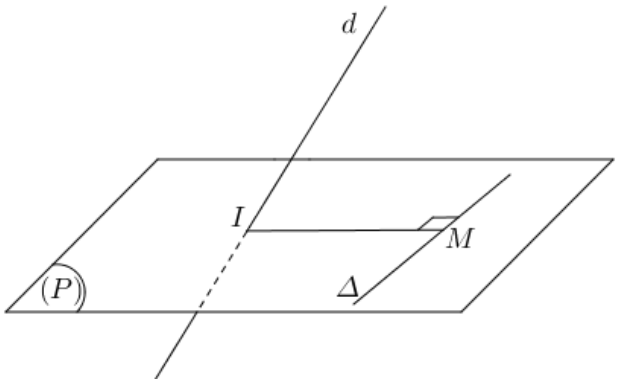
$\Rightarrow \overrightarrow{AM}(1;-2;-1) \Rightarrow d(O;\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{OA}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AM}\right|} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=2-t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$, cắt mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ tại điểm I. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) của điểm I trên đường thẳng Δ.

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $M(6;-3;0)$. **C.** $M(5;2;-4)$. **D.** $M(-3;6;0)$.

Lời giải

Chọn A



(P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$ và d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-1)$. $I=d\cap(P)\Rightarrow I(1;1;1)$.

Vì $\Delta\subset(P); \Delta\perp d \Rightarrow \Delta$ có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(-3;2;1)$.

M là hình chiếu của I trên Δ nên M thuộc mặt phẳng (Q) đi qua I và vuông góc với Δ.

Mặt phẳng (Q) nhận $\overrightarrow{u_\Delta}=(-3;2;1)$ làm véctơ pháp tuyến nên ta có phương trình của

$(Q): -3(x-1)+2(y-1)+1(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-z=0$.

Gọi $d_1=(P)\cap(Q)\Rightarrow d_1$ có véctơ chỉ phương $\vec{v}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\vec{n}\right]=(1;4;-5)$ và d_1 đi qua I, phương trình của

$d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}$.

Mặt khác $M\in\Delta\Rightarrow M\in(P)\Rightarrow M\in d_1$.

Giả sử $M(1+t;1+4t;1-5t)\Rightarrow \overrightarrow{IM}=(t;4t;-5t)$.

Ta có: $IM=\sqrt{42}\Leftrightarrow\sqrt{t^2+16t^2+25t^2}=\sqrt{42}\Leftrightarrow t=\pm1$.

+) Với $t=1\Rightarrow M\left(2;5;-4\right)$.

+) Với $t=-1\Rightarrow M\left(0;-3;6\right)$.

Vì $M\left(a;b;c\right)$ (với $a+b>c$) nên $M\left(2;5;-4\right)$.

Cách 2: Vì $M\left(a;b;c\right)$ là hình chiếu vuông góc của I lên Δ.

Khi đó ta có

$$\begin{cases}M\in(P)\\ \overrightarrow{IM}\perp\vec{u}_{\Delta}\\ IM=\sqrt{42}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c-3=0\\ -3(a-1)+2(b-1)+(c-1)=0\\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c-3=0\\ -3a+2b+c=0\\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4a-b=3\\ a+b+c-3=0\\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=4a-3\\ c=-5a+6\\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{cases}a=0\\ b=-3\\ c=6\end{cases}\right.\left.\begin{cases}a=2\\ b=5\\ c=-4\end{cases}\right.$$

Vì $M\left(a;b;c\right)$ (với $a+b>c$) nên $M\left(2;5;-4\right)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1),B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A,B có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=2t\\ y=7-3t\\ z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\ y=7+3t\\ z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\ y=7-3t\\ z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-t\\ y=7-3t\\ z=4t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

+ Các điểm cách đều hai điểm A,B thì nằm trên mặt phẳng (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

+ Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$

+ Phương trình mặt phẳng (α) là $3x+y-7=0$.

Do đó đường thẳng d là giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (α)

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(0;7;0)\in(P)\cap(\alpha)$ và nhận $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(1;-3;2)$ làm một vectơ chỉ phương là $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P):x+ay+bz+c=0(c>0)$ song song với d_1,d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P). Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 14. **B.** 6. **C.** –4. **D.** –6.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{u}_1=(1;1;2)$, $\vec{u}_2=(2;1;1)$ lần lượt là một vectơ chỉ phương của d_1, d_2.

Gọi $\vec{n}_1=\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=(-1;3;-1)$, có $\vec{n}_1$ cùng phương $\vec{n}_2=(1;-3;1)$.

$\vec{n}=(1;a;b)$ là một vec-tơ chỉ phương của (P).

Do (P) song song với d_1,d_2 nên chọn $\vec{n}=(1;-3;1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x-3y+z+c=0$.

Lấy $M_1(1;-2;1)\in d_1$, $M_2(1;1;-2)\in d_2$

Có $d(d_1;(P))=2d(d_2;(P))\Leftrightarrow d(M_1;(P))=2d(M_2;(P))$

$$\Leftrightarrow\frac{|1-3(-2)+1+c|}{\sqrt{11}}=2\frac{|1-3-2+c|}{\sqrt{11}}\Leftrightarrow|8+c|=2|-4+c|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}8+c=2(-4+c)\\8+c=2(4-c)\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=16\ (\text{nhận})\\c=0\ \ (\text{loại})\end{array}\right.$$

Nên $(P):x-3y+z+16=0$, suy ra $a=-3$, $b=1$, $c=16$.

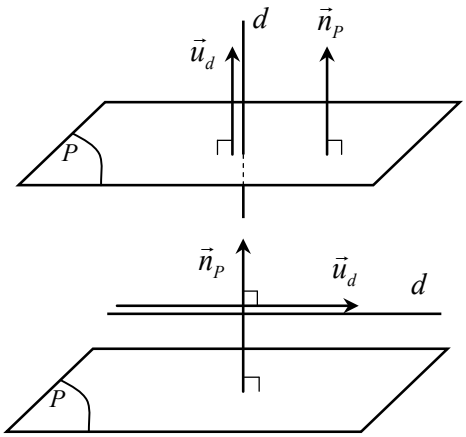
Vậy $a+b+c=14$.

CHỦ ĐỀ 7
VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG

Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)

Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\y=y_\circ+a_2t\\z=z_\circ+a_3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}x=x_\circ+a_1t & (1)\\y=y_\circ+a_2t & (2)\\z=z_\circ+a_3t & (3)\\Ax+By+Cz+D=0 & (4)\end{cases}$ (*)



- Nếu (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).
- Nếu (*) có vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$.
- Nếu (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2;0;-1)$. **B.** $M(5;-1;-3)$. **C.** $M(1;0;1)$. **D.** $M(-1;1;1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** –2.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (ABC). Tổng $S=a+b+c$ là:

A. -7. **B.** 11. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).

C. d song song với (P). **D.** d nằm trong (P).

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d\subset(P)$. **B.** $d//(P)$. **C.** d cắt (P). **D.** $d\perp(P)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-3y+2z-5=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3+4t\\z=3t\end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d//(P)$. **B.** $d\subset(P)$. **C.** d cắt (P). **D.** $d\perp(P)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$.

Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là:

A. Vô số. **B.** 1. **C.** Không có. **D.** 2.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):\ 3x+\ 5y-z-2=0$ là

A. $(0;2;3)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(0;-2;-3)$.

Câu 9. Giao điểm của mặt phẳng $(P):x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=3+3t\end{cases}$

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;2;4)$. **C.** $(0;4;2)$. **D.** $(2;0;3)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=1-t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. $A(3;5;3)$. **B.** $A(1;3;1)$. **C.** $A(-3;5;3)$. **D.** $A(1;2;-3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4-2t\\y=-3+t\\z=1-t\end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(4;-3;0)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-1;-1)$. **D.** $(-2;0;-2)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC). Tính tổng $S=a+b-c$.

A. 6. **B.** 5. **C.** -7. **D.** 11.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P):y+1=0$ là điểm có tọa độ

A. $(-4;-1;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(1;1;6)$. **D.** $(12;9;1)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):11x+my+nz-16=0$. Biết $\Delta\subset(P)$, tính giá trị của $T=m+n$.

A. $T=2$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=14$. **D.** $T=-14$.

Câu 17. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d\,//(\alpha)$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{1;2\}$. **D.** $\{2\}$.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):2x+y-m^2z+m=0$

A. $m=1$. **B.** $m\in\varnothing$ **C.** $m\in\{-1;1\}$. **D.** $m=-1$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+3z+-4=0$ và đường thẳng d: $\frac{x-m}{1}=\frac{y+2m}{3}=\frac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz).

A. $m=\frac{4}{5}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\frac{12}{17}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+my-3z+m-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+4t\\y=1-t\\z=1+3t\end{cases}$. Với giá trị nào của m thì d cắt (P)

A. $m\neq\frac{1}{2}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m\neq-1$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=-3+t\\z=1+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):m^2x-2my+(6-3m)z-5=0$.

Tìm m để $d//(P)$

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-6\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=6\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=6\end{array}\right.$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 22. Gọi m,n là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m):mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m):x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):4x-y-6z+3=0$.

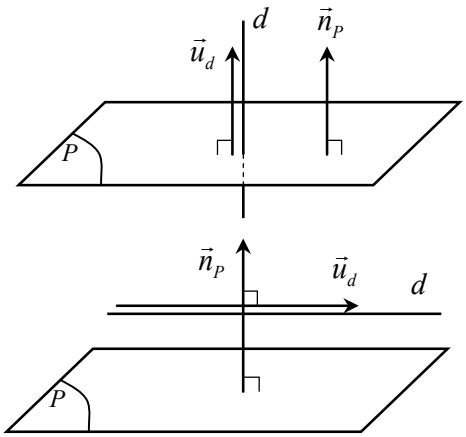
A. $m+n=0$. **B.** $m+n=2$. **C.** $m+n=1$. **D.** $m+n=3$.

CHỦ ĐỀ 7
VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG

Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)

Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t\\y=y_{\circ}+a_2t\\z=z_{\circ}+a_3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t & (1)\\y=y_{\circ}+a_2t & (2)\\z=z_{\circ}+a_3t & (3)\\Ax+By+Cz+D=0 & (4)\end{cases}$ (*)



- Nếu (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).
- Nếu (*) có vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$.
- Nếu (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2;0;-1)$. **B.** $M(5;-1;-3)$. **C.** $M(1;0;1)$. **D.** $M(-1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases}\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}\\\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}\\x+2y-3z+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y=2\\2y-z=1\\x+2y-3z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=1\\z=1\end{cases}$

Vậy $M(-1;1;1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** –2.

Lời giải

Chọn D

$M\in\Delta\Rightarrow M(12+4t;9+3t;1+t)$.

$M\in(P)\Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0\Leftrightarrow t=-3$.

$M(0;0;-2)\Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (ABC). Tổng $S=a+b+c$ là:

A. -7. **B.** 11. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (ABC) qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ nằm trên các trục Ox, Oy, Oz có phương trình là: $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Điểm $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của của d và mặt phẳng (ABC).

Suy ra $\dfrac{-t}{1}+\dfrac{2+t}{2}+\dfrac{3+t}{3}=1\Leftrightarrow t=6$ suy ra $\begin{cases}a=-6\\b=8\\c=9\end{cases}$.

Vậy $S=-6+8+9=11$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).

C. d song song với (P). **D.** d nằm trong (P).

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có vtcp $\vec{u}(1;-3;-1)$

Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}(3;-3;2)$

Ta có $\vec{u}.\vec{n}=3+9-2=10\neq 0$ nên loại trường hợp $d//(P)$ và $d\subset(P)$.

Lại có $\vec{u}$ và $\vec{n}$ không cùng phương nên loại trường hợp $d \perp (P)$.

Vậy d cắt và không vuông góc với (P).

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d \subset (P)$. **B.** $d \,//\, (P)$. **C.** d cắt (P). **D.** $d \perp (P)$.

Lời giải

Chọn C

$(P): 3x+5y-z-2=0$ có VTPT $\vec{a}=(3;5;-1)$

$d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ có VTCP $\vec{b}=(4;3;1)$

$\vec{a}.\vec{b} \neq 0 \Rightarrow d$ không song song với (P) và $d \not\subset (P)$

$\left[\vec{a};\vec{b}\right] \neq \vec{0} \Rightarrow d$ không vuông góc (P)

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z-5=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3+4t \\ z=3t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d \,//\, (P)$. **B.** $d \subset (P)$. **C.** d cắt (P). **D.** $d \perp (P)$.

Lời giải

Chọn A

$(P): 3x-3y+2z-5=0$ có VTPT $\vec{a}=(3;-3;2)$

$d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3+4t \\ z=3t \end{cases}$ có VTCP $\vec{b}=(2;4;3)$

Ta có $\begin{cases} \vec{a}.\vec{b}=0 \\ A(-1;3;3) \in d \Rightarrow d \,//\, (P) \\ A \notin (P) \end{cases}$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$.

Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là:

A. Vô số. **B.** 1. **C.** Không có. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$(P): x+y+z-4=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;1;1)$

$d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$ có VTCP $\vec{b}=(1;2;-3)$

Ta có $\begin{cases}\vec{a}.\vec{b}=0\\A(1;1;2)\in d\Rightarrow d\subset(P)\\A\in P\end{cases}$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):\ 3x+\ 5y-z-2=0$ là

A. $(0;2;3)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(0;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Giải hệ $\begin{cases}x-4t=9\\y-3t=9\\z-t=1\\3x+5y-z=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\\z=-2\\t=-3\end{cases}$.

Câu 9. Giao điểm của mặt phẳng $(P):x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=3+3t\end{cases}$

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;2;4)$. **C.** $(0;4;2)$. **D.** $(2;0;3)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(x;y;z)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Ta có: $2+t-t-(3+3t)-2=0\Leftrightarrow -3t-3=0\Leftrightarrow t=-1$.

$\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\\z=0\end{cases}\Rightarrow A(1;1;0)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=1-t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. $A(3;5;3)$. **B.** $A(1;3;1)$. **C.** $A(-3;5;3)$. **D.** $A(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Vì A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) nên

$+ A \in d \Rightarrow A(1+2t;3-t;1-t).$

$+ A \in (P) \Rightarrow (1+2t)+2(3-t)-3(1-t)+2=0 \Rightarrow t=-2.$

Vậy tọa độ điểm $A(-3;5;3).$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

$M \in \Delta \Rightarrow M(12+4t;9+3t;1+t).$

$M \in (P) \Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow t=-3.$

$M(0;0;-2) \Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2.$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=4-2t \\ y=-3+t \\ z=1-t \end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(4;-3;0)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-1;-1)$. **D.** $(-2;0;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$.

Gọi $M(4-2m;-3+m;1-m)$ là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) thì ta có:

$$1-m=0 \Leftrightarrow m=1.$$

Vậy $M(2;-2;0)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC).

Tính tổng $S=a+b-c$.

A. 6. **B.** 5. **C.** -7. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$

Điểm $M\in(d)\Rightarrow M(-t;2+t;3+t)$. Lại vì $M=d\cap(ABC)$ nên ta có

$6(-t)+3(2+t)+2(3+t)-6=0\Leftrightarrow -t=-6\Leftrightarrow t=6\Rightarrow M(-6;8;9)$

Vậy ta có $S=a+b-c=-6+8-9=-7$

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P):y+1=0$ là điểm có tọa độ

A. $(-4;-1;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H à hình chiếu vuông góc của M lên $(P)\Rightarrow MH:\begin{cases}x=-4\\y=5+t\\z=2\end{cases}$

$H\in MH\Rightarrow H(-4;5+t;2)$

$H\in(P)\Leftrightarrow 5+t+1=0\Leftrightarrow t=-6\Rightarrow H(-4;-1;2)$

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(1;1;6)$. **D.** $(12;9;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}\Rightarrow d:\begin{cases}x=12+4t\\y=9+3t\\z=1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Thay $x=12+4t$, $y=9+3t$, $z=1+t$ vào $(P):3x+5y-z-2=0$, ta được:

$3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0\Leftrightarrow t=-3$.

Với $t=-3\Rightarrow x=0$, $y=0$, $z=-2$.

Vậy tọa độ giao điểm của d và (P) là $(0;0;-2)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):11x+my+nz-16=0$. Biết $\Delta\subset(P)$, tính giá trị của $T=m+n$.

A. $T=2$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=14$. **D.** $T=-14$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Lấy $\begin{cases} A(0;2;-1)\in\Delta \\ B(-2;3;2)\in\Delta \end{cases}$

Mà $\Delta\subset(P)\Rightarrow\begin{cases} A\in(P) \\ B\in(P) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2m-n-16=0 \\ 11.(-2)+3m+2n-16=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m=10 \\ n=4 \end{cases}$

$\Rightarrow T=m+n=14$.

Cách 2: Đường thẳng Δ đi qua $A(0;2;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(-2;1;3)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(11;m;n)$.

$\Delta\subset(P)\Rightarrow\begin{cases} A\in(P) \\ \vec{n}.\vec{u}=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2m-n-16=0 \\ -22+m+3n=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m=10 \\ n=4 \end{cases}$.

$\Rightarrow T=m+n=14$.

Câu 17. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d//(\alpha)$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{1;2\}$. **D.** $\{2\}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;3;-1)$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(m^2;-m;-2)$.

Để $d//(\alpha)$ thì $\begin{cases} \vec{u}.\vec{n}=0 \\ M(1;2;9)\in(\alpha) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m^2-3m+2=0 \\ m^2-2m-18+19\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right. \\ m\neq 1 \end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):2x+y-m^2z+m=0$

A. $m=1$. **B.** $m\in\varnothing$ **C.** $m\in\{-1;1\}$. **D.** $m=-1$

Lời giải

Chọn D

Một véctơ chỉ phương của d: $\vec{u}=(1;-1;1)$; $A(1;-1;2)\in d$.

Một véctơ pháp tuyến của (P): $\vec{n}=(2;1;-m^2)$.

$d//(P)\Leftrightarrow\begin{cases} \vec{u}\perp\vec{n} \\ A\notin(P) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 1\cdot 2-1\cdot 1-1\cdot m^2=0 \\ 2\cdot 1-1-2m^2+m\neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} 1-m^2=0 \\ 1-2m^2+m\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m=\pm 1 \\ 1-2m^2+m\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+3z+-4=0$ và đường thẳng d: $\frac{x-m}{1}=\frac{y+2m}{3}=\frac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz).

A. $m=\frac{4}{5}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\frac{12}{17}$.

Lời giải

Chọn C

$d\cap(P)=A\in(Oyz)\Rightarrow A\left(0;\frac{3}{2}a-2;a\right)$

$A\in d\Rightarrow 0-m=\frac{\frac{3}{2}a-2+2m}{3}=\frac{a}{2}$

$\Rightarrow\begin{cases}a=-2m\\ \frac{3}{2}a-2+2m=-3m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\ m=1\end{cases}$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+my-3z+m-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+4t\\ y=1-t\\ z=1+3t\end{cases}$. Với giá trị nào của m thì d cắt (P)

A. $m\neq\frac{1}{2}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m\neq-1$.

Lời giải

Chọn D

$(P):2x+my-3z+m-2=0$ có VTPT $\vec{a}=(2;m;-3)$

$d:\begin{cases}x=2+4t\\ y=1-t\\ z=1+3t\end{cases}$ có VTCP $\vec{b}=(4;-1;3)$

d cắt $(P)\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}\neq 0\Leftrightarrow 2.4-m+(-3).3\neq 0\Leftrightarrow m\neq-1$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\ y=-3+t\\ z=1+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):m^2x-2my+(6-3m)z-5=0$.

Tìm m để $d//(P)$

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-6\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=6\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=6\end{array}\right.$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

Ta có d đi qua $M(2;-3;1)$ và có VTCP $\vec{u}(-1;1;1)$

Và (P) có VTPT $\vec{n}(m^2;-2m;6-3m)$

Để d song song với (P) thì

$$\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n} \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}.\vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1).m^2 - 2m + 6 - 3m = 0 \\ 2m^2 - 2.(-3)m + 6 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - 5m + 6 = 0 \\ 2m^2 - m - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases}$$

Câu 22. Gọi m,n là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_m): x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$.

A. $m + n = 0$. **B.** $m + n = 2$. **C.** $m + n = 1$. **D.** $m + n = 3$.

Lời giải

Chọn D

$(P_m): mx + 2y + nz + 1 = 0$ có VTPT $\overrightarrow{n_P} = (m;2;n)$.

$(Q_m): x - my + nz + 2 = 0$ có VTPT $\overrightarrow{n_Q} = (1;-m;n)$.

$(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$ có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha} = (4;-1;-6)$.

Do giao tuyến của (P_m) và (Q_n) vuông góc với (α)

$$\Rightarrow \begin{cases} (P_m) \perp (\alpha) \\ (Q_n) \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{n_\alpha} \\ \overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{n_\alpha} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4m - 2 - 6n = 0 \\ 4 + m - 6n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4m - 6n = 2 \\ m - 6n = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$$

Vậy $m + n = 3$.