

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Bài 1. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

Định lí:

Giả sử $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Thế thì;

- a) $f'(x) > 0, \forall x \in (a;b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.
 $f'(x) < 0, \forall x \in (a;b) \Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.
- b) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b) \Rightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (a;b)$.
 $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b) \Rightarrow f'(x) \leq 0, \forall x \in (a;b)$.

Khoảng $(a;b)$ được gọi là khoảng đơn điệu của hàm số.

B. CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ.

Bài toán 1. Cho hàm số $y = f(x)$ tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số trên các khoảng $(a;b)$ nào đó.

Phương pháp:

Bước 1: Tìm tập xác định.

Bước 2: Cho $y' = 0$ (1). Tìm nghiệm x của (1).

Bước 3: Lập bảng biến thiên và kết luận.

Bài toán 2. Bài toán liên quan đến tham số m

Bài toán 2.1. Tìm m để $y = f(x)$ đơn điệu trên tập xác định của nó.

Phương pháp: Để làm được dạng toán này ta cần nhớ:

► Để $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' = f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

► Để $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' = f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

• Dấu của tam thức bậc hai: $f(x) = ax^2 + bx + c$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

$$+ f(x) \leq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \text{ hay } f(x) \geq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}.$$

Bài toán 2.2. Tìm m để $y = f(x)$ đơn điệu trên miền D cho trước?

Phương pháp chung: (chú ý ở các bài toán dạng này có khá nhiều cách suy luận, và hướng dẫn tôi chỉ trích cho các bạn đọc một phương pháp thuần túy nên tôi gọi là phương pháp chung).

Bước 1: Ghi điều kiện để hàm số đơn điệu trên D . Chẳng hạn:

$$\text{Hàm đồng biến trên } D \Leftrightarrow y' = f'(x; m) \geq 0.$$

$$\text{Hàm nghịch biến trên } D \Leftrightarrow y' = f'(x; m) \leq 0.$$

Bước 2: Tách m ra khỏi biến và đặt $\begin{cases} m \geq g(x) \\ m \leq g(x) \end{cases}$.

Bước 3: Khảo sát tính đơn điệu của hàm số $g(x)$ trên D .

Bước 4: Từ BBT kết luận: $\begin{cases} m \geq g(x) \Rightarrow m \geq \max_D g(x) \\ m \leq g(x) \Rightarrow m \leq \min_D g(x) \end{cases}$.

Bài toán 2.3. Tìm m để hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến (nghịch biến), trên từng khoảng xác định của nó

Phương pháp:

Bước 1: TXĐ

Bước 2: tính $y' = \frac{ac-bd}{(cx+d)^2}$, xét $D = ac - bd$

Nếu đồng biến thì $D > 0$, nghịch biến thì $D < 0$, chú ý đây là hàm phân thức nên chỉ xét như trên, không nhầm lẫn qua các dạng hàm khác, nhiều bạn nhầm lẫn là xảy ra dấu bằng $D \geq 0, D \leq 0$ là **sai** nhé

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Bài toán 2.4 Tìm m để $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến trên (α, β) tương tự nghịch biến.

Phương pháp:

Bước 1: Tìm TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$ và tính $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Bước 2: Hàm số đồng biến trên (α, β)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ x \neq -\frac{d}{c} \\ x \in (\alpha, \beta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ad-bc > 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (\alpha, \beta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ad-bc > 0 \\ \left[-\frac{d}{c} \leq \alpha \right. \\ \left. -\frac{d}{c} \geq \beta \right] \end{cases} \Rightarrow m?$$

Bài toán 2.5 Tìm m để hàm số bậc ba đơn điệu 1 chiều trên đoạn thẳng bằng k ?

Phương pháp:

Bước 1: Tính $y' = f'(x; m) = ax^2 + bx + c$.

Bước 2: Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ |x_1 - x_2| = k \end{cases}$.

Lời bình: Tôi viết và phân loại các dạng bài toán như trên để bạn đọc khi giải bài, hoặc tôi gợi ý bài giải, tôi sẽ gợi ý đại loại giống với bài toán 1, có nghĩa là phương pháp là dùng cách giải bài toán 1, hoặc khi tôi nói giải giống bài toán 2.4 có nghĩa là phương pháp giải giống bài toán 2.4 tôi đã nêu trên, tôi làm như vậy, vì tôi muốn các bạn lật tung quyển tài liệu lên, đi tìm sự thật...!

“Chẳng có gì xảy ra, cho đến khi bạn hành động!!!”

C. VÍ DỤ VÀ CÁCH SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Lời bình: như các bạn đã biết, môn toán hiện tại là trắc nghiệm 100%, tuy nhiên lối xây dựng bài viết này của tôi vẫn thiên theo hướng tư duy, suy luận, tôi kiểm nghiệm bản thân, dù toán là trắc nghiệm, hay toán là tự luận, chúng ta đều có chung một cái gốc rễ, một cái bản chất sơ khai ban đầu, đều bắt nguồn từ một lý luận căn bản, có khác là trắc nghiệm thì không phải trình bày, và người chấm chẳng quan tâm tới việc bạn giải bài toán đó bằng cách nào thôi. Xong các ví dụ của tôi dưới đây, sẽ thiên về các trình bày, vì thực ra trình bày chính là cách diễn đạt suy luận ra giấy, mong các bạn chân thành tiếp nhận nó một cách cởi mở và thành thật nhất, và được tôi chia ra 4 mức độ khác nhau **Nhận Biết – Thông Hiểu – Vận Dụng Thấp – Vận Dụng Cao**. Để các bạn có thể học tăng level dần.

Nhận Biết – LEVEL 1

Ví dụ 1. Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $-\infty; -1$ và $1; +\infty$ B. $1; +\infty$
C. $-1; 1$ D. $\mathbb{R}$.

Phân tích: chúng ta dễ dàng thấy bài toán này giống **bài toán 1** vậy nên áp dụng phương pháp đó ngay thôi!

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 3, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Bảng biến thiên:

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+	0	0	
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$

Dựa bảng biến thiên

ta thấy, hàm số đồng biến trên các khoảng $-\infty;-1$ và $1;+\infty$,
 nghịch biến trên khoảng $-1;1$. **Vậy đáp án là C.**

Mẹo, nếu hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0)$ và $f'(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1,x_2(x_1<x_2)$ thì khi đó nếu $a>0\Rightarrow (-\infty;x_1),(x_2;+\infty)$ là các khoảng đồng biến và $(x_1;x_2)$ là khoảng nghịch biến, ngược lại $a<0\Rightarrow (-\infty;x_1),(x_2;+\infty)$ là các khoảng nghịch biến và $(x_1;x_2)$ là khoảng đồng biến

Ví dụ 2. Hàm số $y=x^3-3x^2+3x-2$ khẳng định nào đúng

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- B. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $1;+\infty$
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $-\infty;1$

Phân tích: Bài toán này giống **bài toán 1** vì vậy, chúng ta sử dụng phương pháp bài toán 1, đã được nêu ở trên để giải...

Lời giải:

TXĐ: $D=R$

$y'=3x^2-6x+3\Leftrightarrow y'=3(x-1)^2\geq 0,\forall x\in R$

Đến đây chúng ta chẳng cần xét bảng biến thiên mà kết luận luôn, hàm số luôn đồng biến trên R , chọn đáp án **B**

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Ví dụ 3. Hàm số $y = \frac{x-5}{-2x+2}$ luôn:

- A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$
- B. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- C. Nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
- D. Đồng biến trên khoảng $(-4; 6)$.

Phân tích: Bài toán này vẫn là **bài toán 1**, chúng ta làm như **bài toán 1**

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$y' = \frac{-8}{(-2x+2)^2} < 0, \forall x \in D$$

Suy ra hàm số này luôn nghịch biến trên D thôi... **đáp án C, chú ý câu này nhiều bạn sai lầm khi chọn B, bởi vì tại $x = 1$ hàm số không xác định nên chúng ta phải chú khi chọn nhé!**

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = x^4 + 4x - 3$. Chọn khẳng định đúng

- A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$
- B. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- C. Hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
- D. Hàm số luôn nghịch biến trên $(-1; 1)$

Phân tích: bài toán này cũng là **bài toán 1**, chắc đến giờ các bạn đã hiểu được và nhận biết được cách làm rồi đúng không, thôi kết thúc nó rồi chúng ta chiến level 2 xem thế nào nhé

Lời giải:

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

TXĐ: $D = R$

 $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

 Dựa vào bảng biến thiên dễ dàng nhận đáp án C

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	2	$+\infty$

Chúng ta đã xong level 1, nếu bạn đọc chưa thấu hiểu hết 4 ví dụ trên, và phương pháp làm thì tôi yêu cầu các bạn đừng đọc xuống trang tiếp theo, vì nó sẽ vô ích lắm, tôi muốn các bạn đọc lại lý thuyết thật to đọc đến khi nhớ, sau đó đọc lại 4 ví dụ trên, rồi viết và làm, lúc đầu tôi không cần tốc độ, mà tôi cần các bạn làm đúng đã, khi đúng rồi thì các bạn mới có thể nhanh được, việc làm toán trắc nghiệm, nó giống như một đứa trẻ mới tập nói vậy, lúc đầu nó nói ngọng, "ba má" không rõ ràng, nhưng sau một khi luyện tập đúng cách, và **lặp** lại đủ lâu, thì nó đã thành công, toán cũng vậy mà, chúng ta hãy cùng **lặp, lặp** chúng đến khi bạn thực sự không ngại nó nữa, thì bạn thành công, **Kỹ Năng >>Kỹ Xảo >> Phản Xạ**

“Ngựa chạy đường dài mới biết ngựa hay!!!”

Thông Hiểu – LEVEL 2

Ví dụ 1. Hàm số $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ nghịch biến trên khoảng?

- A. (2;3)
 B. $(\sqrt{2};3)$
 C. (3;4]
 D. (3;4)

Phân tích: Chúng ta thấy, bài này cũng là **bài toán 1**, tuy nhiên, ở đây chúng ta phải xét điều kiện chắc, tìm ra tập xác định đúng, thì khi đó chúng ta lập bảng biến thiên sẽ đúng, và cách giải quyết sẽ nhanh hơn.

LỜI GIẢI:

TXĐ: $D = [2;4]$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-2}} - \frac{1}{2\sqrt{4-x}}$ (chú ý sau khi đạo hàm thì tại $x=2, x=4$ thì y'

không xác định, vậy nên khi lập bảng xét dấu chúng ta chỉ xét bảng xét dấu trên khoảng $(2;4)$)

$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{x-2}}{2\sqrt{x-2}\sqrt{4-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x} = \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x = 3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	2	3	4	$+\infty$
y'			+	0	-
y				2	
			$\swarrow$	$\searrow$	
			$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	

Dựa vào bảng biến thiên chúng ta thấy được hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;4)$, nếu chúng ta không điều kiện chắc ở trên, thì đáp án C rất có nhiều bạn phân vân, vậy đáp án đúng cho bài này là đáp án D.

Ví dụ 2. Hàm số $y = \frac{x^2 - x + 3}{x^2 + x + 7}$ khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. Đồng biến trên khoảng $(-5;0)$ và $(0;5)$.
- B. Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
- C. Nghịch biến trên khoảng $(-5;1)$.
- D. Nghịch biến trên khoảng $(-6;0)$.

Phân tích: bài toán này cũng chỉ đơn giản như **bài toán 1** thôi, chỉ khác là hàm số hơi phức tạp, tuy vậy các bạn đọc không cần phải mơ hoàn hay hoang man gì cả, chúng ta cứ nhẹ nhà đạo hàm, chắc cái điều kiện nữa là ok thôi mà, còn phương pháp là cách giải **bài toán 1**.

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Lời giải:

TXĐ: $D = R$ (tại sao mình lại viết thế này, thực ra rất nhanh nếu chúng ta để ý đến mẫu thức của hàm y , rõ ràng nhầm nhanh đenta bằng $-27 < 0$, và như thế thì không tồn tại x để mẫu thức bằng 0, cho nên D bằng R)

$$y' = \frac{(2x-1)(x^2+x+7)-(2x+1)(x^2-x+3)}{(x^2+x+7)^2}$$
$$y' = \frac{2x^3+2x^2+14x-x^2-x-7-2x^3+2x^2-6x-x^2+x-3}{(x^2+x+7)^2} = \frac{2x^2+8x-10}{(x^2+x+7)^2}$$
$$y' = 0 \Rightarrow 2x^2+8x-10=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-5 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-5	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow \frac{11}{9}$	$\searrow \frac{1}{3}$	$\nearrow +\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên chúng ta dễ dàng thấy được đáp án đúng là **C**

Ví dụ 3. Hàm số $y = x^4 + \frac{1}{3}x^3$ có khoảng đồng biến là:

- A. $(-\infty; -\frac{1}{4})$ B. $(-\frac{1}{4}; +\infty)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(-\frac{1}{4}; 0)$

Phân tích: Chắc không có gì để nói nhiều, chúng ta thấy vẫn là *bài toán 1*

Lời giải:

TXĐ: $D = R$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

$$y' = 4x^3 + x^2, y' = 0 \Leftrightarrow x^2(4x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	0	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	$\frac{1}{768}$	0	$+\infty$	

Đáp án: B

Lời bình: ở đây các em chú ý, vào cách giải tìm nghiệm của bảng biến thiên mà tôi có trình bày, tôi có giải một nghiệm kép là $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$,

Và các bạn đọc xem xét tại bảng biến thiên, thấy lạ so với các bảng biến thiên khác đúng không, rõ ràng qua nghiệm đổi dấu, tại sao ở trường hợp này lại không đổi dấu, tại vì $x = 0$ chính là **nghiệm kép**, chúng ta chú ý **qua nghiệm kép**, thì **không đổi dấu** nhé, như vậy chúng ta có thể tránh nhầm lẫn và sai sót trong việc chọn đáp án, khi vẽ sai bảng biến thiên, tôi tin sẽ có nhiều bạn, bạn đâu vội vã chọn đáp án D, bởi vì các bạn xét dấu sai, dẫn đến sai lầm đúng ko nào, hãy cố gắng lưu ý trường hợp này nhé.

Ví dụ 4. Trong mỗi hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y = \frac{x^2}{x+1}$ B. $y = \cot x$ C. $y = \frac{x-1}{x+5}$ D. $y = \tan x$

Phân tích: đây là câu hỏi tôi chọn trong gói 4 câu hỏi level-2 vì tôi đánh giá mức độ thông hiểu được thể hiện rõ ràng ở đây nhất, các bạn chú ý, dạng câu hỏi loại này, nếu chúng ta giải bằng cách lập bảng biến thiên, rồi tìm tập xác định, hay đại loại các bước làm như **bài toán 1** thì nó sẽ khiến chúng ta mất

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

khá nhiều thời gian trong thời gian 90' làm đề, vậy mấu chốt là gì, chúng ta không cần vẽ bảng biến thiên, chúng ta chỉ cần tìm đạo hàm các hàm số A, B, C, D là được, sau đó so sánh với 0, để đưa ra đáp án nhanh nhất

$A.y' = \frac{2x(x+1)-x^2}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$ rõ ràng hàm số này, có $y' = 0$ có 2 nghiệm $x=0, x=-2$ như vậy, thì hàm này không thể nghịch biến trên tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ được.

$B.y' = -\frac{1}{\sin^2 x} < 0$ như vậy **đáp án là B**, vì hàm số này có đạo hàm nhỏ hơn 0, trên tập xác định D của nó.

$C.y' = \frac{6}{(x+5)^2} > 0$ như vậy, hàm số này đồng biến trên tập xác định của nó, vì đạo hàm của nó lớn hơn 0, trên tập xác định D của nó.

$D.y' = \frac{1}{\cos^2 x} > 0$ như vậy, hàm số này đồng biến trên tập xác định của nó, vì đạo hàm của nó lớn hơn 0, trên tập xác định D của nó.

Xong, chúc mừng các bạn đọc đã hoàn thành xong 4 ví dụ cho level 2, tương tự như vậy, các bạn cố gắng rèn luyện nhuần nhuyễn 4 ví dụ trên, sau khi làm được xong chúng ta qua level 3 nhé.

Lời bình: qua 8 bài ví dụ, chắc hẳn các bạn đã nắm vững kiến thức cần thiết nhất để giải quyết bài tập, đồng thời phương pháp để giải quyết dạng toán đơn rồi đúng không, tuy nhiên tôi xin mạn phép hỏi các bạn một điều nho nhỏ, điều mà tôi cũng hay hỏi học sinh của tôi, các bạn hãy trả lời cho tôi, học toán làm gì?.... chắc không ít trong các bạn không trả lời được, một ít thì trả lời là: học toán để thi; học toán để tư duy; học toán để tính toán; học toán để đếm tiền;... vân vân và vân vân ... Đúng thế các bạn có quyền trả lời, các bạn có quyền được phát biểu, và tôi tôn trọng các bạn đọc, tôi tôn trọng suy nghĩ các bạn, vậy nên, các bạn suy nghĩ đúng đấy, song vậy, dưới một góc nhìn khác, tôi xin ý kiến cá nhân, với tôi học toán là học cách ứng xử văn hoá, học toán là để làm

người chắc các bạn nghĩ tôi nói mơ hồ đúng không nào, vậy các bạn hãy quay lại ví dụ 2 ở trên, các bạn thấy, ôi sao đạo hàm gì mà dài vậy, nhìn đã ngán rồi, uhm... đúng rồi đó, đó là tính toán cẩn thận, và tôi lại suy nghĩ rộng ra, nhờ có toán đã cho tôi một cách làm việc cẩn thận hơn, nhờ có toán, mà tôi đã biết kiên trì hơn, nhờ có toán, mà tôi đạt được nhiều điều tốt đẹp hơn trong cuộc sống này, mọi người không thấy, thực ra điều đó luôn ở xung quanh ta, chỉ có khác là ở góc nhìn khác nhau, tôi có góc nhìn của tôi, các bạn có góc nhìn của các bạn, tuy vậy, tôi vẫn muốn cho các thấy góc nhìn của tôi về toán, toán đơn thuần cũng chỉ là một các môn học dạy chúng ta làm người mà thôi. Chúng ta hãy nhẹ nhàng, đón nhận bằng tâm hồn, và hãy cẩn thận trong từng bước khai triển, thì tôi tin rằng các bạn đọc sẽ tiến xa hơn trong toán, tiến xa hơn trong cuộc sống.

Chúng ta tiếp tục thôi nào, tiếp tục học cách làm người...

Vận Dụng Thấp – LEVEL 3

Ví dụ 1. Tìm tham số m thì hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $m = 2$ B. $m > 1$ C. $m = 1$ D. $m < 1$

Phân tích: đây là **bài toán 2.1**, không tin thì các bạn hãy lật lại đầu trang, đọc phương pháp và xem xét có đúng không nào. Tôi giải luôn nhé. Để hàm số đồng biến trên tập xác định của nó thì đạo hàm của nó luôn lớn hơn hoặc bằng 0, đơn giản vậy thôi.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$$

Để hàm số đồng biến trên tập xác định thì:

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

$$y' \geq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 \leq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 2m + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m-1)^2 \leq 0 \Rightarrow m=1$$

Đáp án: C

Lời bình: dễ hay khó các bạn?, khá khó với người không biết làm, còn lại đơn giản với người biết và hiểu thôi, tôi xin nhắc lại một lần nữa “**Để hàm số đồng biến trên tập xác định của nó thì đạo hàm của nó luôn lớn hơn hoặc bằng không (≥ 0), nghịch biến thì đạo hàm của nó luôn bé hơn hoặc bằng không (≤ 0)**”

Ví dụ 2. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - (m+1)x + 1$ đồng biến trên tập xác định của nó khi

A. $-2 < m \leq -1$

B. $-2 \leq m \leq -1$

C. $-2 \leq m < -1$

D. $-2 < m < -1$

Phân tích: Vâng, thưa các bạn, nó là **bài toán 2.1** nhẹ nhàn đạo hàm, cho đạo hàm lớn hơn hoặc bằng không, là xong thôi

Lời giải:

TXĐ: $D = R$

$$y' = x^2 + 2(m+1)x - (m+1)$$

Để hàm số đồng biến trên tập xác định của nó thì:

$$y' \geq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow x^2 + 2(m+1)x - (m+1) \geq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (m+1)^2 + (m+1) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m^2 + 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1$$

Đáp án B

Ví dụ 3. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \frac{mx+3}{3x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $-3 < m \leq 3$ B. $-3 \leq m < 3$
C. $-3 \leq m \leq 3$ D. $-3 < m < 3$

Phân tích: Đây là hàm số phân thức có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ vậy nên chúng ta nghĩ ngay đến **bài toán 2.3**, bạn đọc nên lật lại và xem phương pháp giải một lần nữa nhé. Sau khi các bạn đọc xong phương pháp, các bạn hãy đọc lời giải của tôi.

Lời giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{3} \right\}$$

$y' = \frac{m^2 - 9}{(3x+m)^2}$, để hàm số này nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó thì $m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$ chọn đáp án D

Ví dụ 4. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 + mx^2 + (3m-2)x$ là hàm đồng biến trên tập xác định của nó

- A. $m \geq 2$ B. $m < 0$ C. $m < 1$ D. $m = \emptyset$

Phân tích: ở bài ví dụ này, tôi giới thiệu hệ số a chứa m , thì cách giải quyết chúng ta vẫn làm như lối cũ, **bài toán 2.1**

Lời giải:

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = (m-1)x^2 + 2mx + (3m-2)$$

Để hàm số đồng biến trên tập xác định của nó thì:

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (m-1)x^2 + 2mx + 3m-2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ m^2 - (m-1)(3m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -2m^2 + 5m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \geq 2 \\ m \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow m \geq 2$$

chọn A

Chúc mừng các bạn, chúng ta đã qua hoàn thành xong level 3, hơi một chút mệt mỏi, nhưng các bạn tin tôi đi, "đường thương đau đây ả nhân gian, ai chưa qua chưa phải là người mà", vậy nên các em cũng phải trải qua thôi, hãy mạnh mẽ lên, đừng bỏ cuộc nhé, cảm ơn các bạn đã đọc, giờ thì hãy uống ly nước, ăn một trái gì đó nếu bạn đói, và tiếp tục qua Level 4, Vận Dụng Cao .

Vận Dụng Cao – LEVEL 4

Đây là loại level 4, nên các bài tập khó, và yêu cầu tư duy cao, các bạn cố gắng đọc thật kĩ nhé, phải tập trung cao độ 200% nhé

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

- A. $m \leq -3$ B. $m > 3$ C. $m \geq 3$ D. $m < 3$

Phân tích: Nhìn nhận rằng, đây là bài toán giống về nội dung của bài toán 2.2

Lời giải :

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 + 6x - m$$

Như vậy để hàm số này đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ thì

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0) .$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0) \Rightarrow m \leq 3x^2 + 6x, \forall x \in (-\infty; 0) .$$

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 + 6x$ trên $(-\infty; 0)$ có $g'(x) = 6x + 6$,
 $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$g'(x)$		- 0 +		
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$ -3 $\nearrow$	0	

Dựa vào bảng biến thiên, chúng ta dễ dàng suy luận $m \leq g(x)$
 $\Leftrightarrow m \leq \min_{(-\infty; 0)} g(x) = -3 .$

chọn đáp án A.

Ngoài ra chúng ta có thể giải như sau

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. $y' = 3x^2 + 6x - m$. Trong đó $\Delta'_{y'} = 3(m + 3)$

(TH1)+ Nếu $m \leq -3$ thì $\Delta' \leq 0 \Rightarrow y' \geq 0, \forall x \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow m \leq -3$ thỏa YCBT.

(TH2)+ Nếu $m > -3$ thì $\Delta' > 0 \Rightarrow$ PT: $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$. Khi đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; x_1), (x_2; +\infty)$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0) \Leftrightarrow 0 \leq x_1 < x_2 \Leftrightarrow$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P \geq 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ -m \geq 0 \text{ (VN)} \\ -2 > 0 \end{cases}$$

Vậy: $m \leq -3$.

Lời bình: với cách giải trên, không giống trong phương pháp nào mà tôi có nêu lên cho các bạn, bài toán này tôi sẽ gọi là **bài toán 2.2.1** thực ra, tôi muốn làm cách này, vì tôi nghĩ nó nhanh hơn, và đơn giản hơn, sử dụng **định lí vi-ét** chúng ta dễ dàng tìm được điều kiện tham số m , ở **lớp bài toán tương tự** khi đề tìm tham số m sao cho đơn điệu trên khoảng $(0; +\infty), (-\infty; 0)$ chúng ta đều áp dụng nhanh, có điều nhớ rằng nếu Δ_y chứa tham số m , thì chúng ta phân ra 2 trường hợp giải như ví dụ 1. Còn nếu Δ_y không chứa tham số m , thì chúng ta làm luôn TH2, sau đây tôi sẽ giải bài toán này theo phương pháp **bài toán 2.2** như tôi đã giới thiệu các bạn ở trên nhé. Nói tóm lại, trong toán, sống như đời sống, tùy cơ ứng biến, lúc nào thì nên cách này, lúc nào thì nên cách kia, tuy nhiên tôi muốn các bạn nên chọn cho mình một phương pháp nhanh nhất, và chắc chắn phương pháp nhanh hay chậm chúng ta phải thường xuyên luyện tập rồi đúng không nào.

Ví dụ 2. Tìm m để $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ nghịch biến trên $0; +\infty$

Đại học khối A – A₁ năm 2013

A. $m \leq 1$ B. $m \leq 2$ C. $m \leq -1$ D. $m > -1$

Phân tích: bài này là **bài toán 2.2** đúng không nào, vậy chúng ta cùng nhau áp dụng phương pháp giải của **bài toán 2.2** thôi

Lời giải:

Để hàm số nghịch biến trên $0; +\infty$

$$\Leftrightarrow y' = -3x^2 + 6x + 3m \leq 0, \forall x > 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq x^2 - 2x = g(x), \forall x \in 0; +\infty.$$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 2x$ trên $[0; +\infty)$ có

$$g'(x) = 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$			- 0 +	
$g(x)$			0 -1	$+\infty$

Do $m \leq g(x), \forall x \in (0; +\infty)$

Nên $m \leq \min_{(0; +\infty)} g(x) = -1$

Đáp án C

Ví dụ 3.

Tìm m để $y = x^3 - 2mx^2 - m + 1$ nghịch biến trên $[0; 2]$?

- A. $m < \frac{11}{9}$ B. $m > \frac{11}{9}$ C. $m \geq \frac{11}{9}$ D. $m \leq \frac{11}{9}$

Lời giải: (Th.S Lê Văn Đoàn – Trích từ Cẩm nang luyện thi đại học)

- Để hàm số nghịch biến trên $[0; 2]$
 $\Leftrightarrow y' = 3x^2 - 4mx - m - 1 \leq 0, \forall x \in [0; 2]$
 $\Leftrightarrow 3x^2 - 1 \leq m(4x + 1), \forall x \in [0; 2]$
 $\Leftrightarrow m \geq \frac{3x^2 - 1}{4x + 1} = g(x), \forall x \in [0; 2].$

- Xét $g(x) = \frac{3x^2 - 1}{4x + 1}$ trên $[0; 2]$ có
 $g'(x) = \frac{12x^2 + 6x + 4}{(4x + 1)^2} > 0, \forall x \in [0; 2].$

$$\Rightarrow g(x) \text{ đơn điệu tăng trên } [0; 2] \Rightarrow \begin{cases} \min_{[0; 2]} g(x) = g(0) = -1 \\ \max_{[0; 2]} g(x) = g(2) = \frac{11}{9} \end{cases}$$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

- Do $m \geq g(x)$, $\forall x \in [0; 2] \Rightarrow m \geq \max_{[0; 2]} g(x) = \frac{11}{9}$

Chọn đáp án C

Lời bình: đây là mức độ level 4, nên kiến thức khó mà bao quát hết được, nên tôi đưa ra các bài tập để các bạn tham khảo liên quan đến BÀI 1. ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ này, tuy nhiên, về phương pháp chúng ta vẫn chỉ đang sử dụng phương pháp cho dạng **bài toán 2.2** một phương pháp được dùng nhiều bài thì các bạn thấy đơn giản đúng không nào.

Ví dụ 4.

Tìm m để hàm số: $y = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

Đề thi thử Đại học năm 2014 – THPT Lục Ngạn số 1 – Bắc Giang

Phân tích: nếu các bạn để ý bài này chúng ta không tách được m , thì như vậy đây là ví dụ để các bạn sử dụng cho các bài toán khi không thể tách được tham số m để chúng ta sử dụng phương pháp cho **bài toán 2.2**. Các bạn đọc thật kỹ lời giải nhé, đây là lời giải **Th.S Lê Văn Đoàn**, bài toán được tôi trích từ quyển Cẩm nang luyện thi đại học. Tôi nghĩ đây là cách giải phù hợp rồi nên không muốn bình luận thêm.

Lời giải:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 6x^2 - 6(2m + 1)x + 6m^2 + 6m \geq 0$, $\forall x > 2$.

Ta có: $\Delta_{y'} = 1$ và $y' = 0$ sẽ có hai nghiệm $x = m \vee x = m + 1$.

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	m	$m + 1$	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu để $y' \geq 0$, $\forall x > 2 \Leftrightarrow m + 1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Lời bình:

Để có bảng xét dấu y' , ta suy luận như sau: nếu $m + 1$ hoặc cả m và $m + 1$ đều nằm trong khoảng $2; +\infty$ thì lúc đó trong khoảng này có nhiều hơn một khoảng đơn điệu, điều này trái với yêu cầu bài toán. Tương tự như các bài toán **Ví dụ 4**, khi các bạn không thể quy về bài toán **ví dụ 4** này nhé.

Ví dụ 5. Tìm tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx - 10$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 1 ?

Phân tích : đây là bài toán giống **bài toán 2.5**, vậy chúng ta áp dụng nó thôi . nhắc lại định lí vi-et nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2

$$\text{phân biệt thì } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Lời giải:

Để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 1 $\Leftrightarrow y' = x^2 + 4x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2|^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + m > 0 \\ x_1 + x_2^2 - 4x_1x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m = -\frac{15}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{15}{4}$$

Ví dụ 5. Tìm tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ đồng biến trên đoạn có độ dài bằng 2 ?

Phân tích: đây cũng là **bài toán 2.5** chúng ta cứ nhẹ nhàng khai triển thôi, biến đổi cẩn thận một xíu thì ok nhé

Lời giải:

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng

$$2 \Leftrightarrow y' = 3x^2 + 6x + m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ sao cho } |x_1 - x_2| = 2.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 3m > 0 \\ x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ 4 - \frac{4m}{3} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = 0.$$

Lời bình: ví dụ 4, và ví dụ 5, tôi không muốn đưa cho các bạn câu trắc nghiệm, tuy nhiên tôi nghĩ rằng, nếu tôi làm câu trắc nghiệm sẽ khiến các em hoang mang hơn trong việc tính toán đến khai triển, vì vậy đây là lời tôi muốn nói, các em hãy cố gắng nhuần nhuyễn tự luận đã, hãy cứ lặp lại nhiều bài tập trên mạng, thầy cô, các đề mới các em sẽ nhanh chóng tìm được khả năng nhanh nhẹn, trong giải toán này thôi. Chúc các em một ngày học vui vẻ nhé.

Khoảng cách giữa ước mơ và thực tế là hành động!

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (CÓ ĐÁP ÁN)

Tôi cần các bạn thực sự tìm hiểu kỹ lưỡng về các bài toán trên, một khi đã thấm nhuần bản chất, thì dù có khó như thế nào, nó cũng đều bắt nguồn từ cái căn bản nhất, bài tập của tôi phân thành phiếu, 1 phiếu 20 câu, và cũng được phân bố theo các mức độ level khác nhau, chúc các em vượt qua bài 1. ĐƠN ĐIỀU HÀM SỐ, một cách mạnh mẽ nhất !

Phiếu I:(câu 1-câu 19)

Câu 1: Hỏi hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$ B. $(-\infty; 0)$ và $(0; 2)$
C. $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$ D. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$

Câu 2: Hỏi hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào?

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

- A.** $(-1; 3)$ **B.** $(0; 2)$
- C.** $(-2; 0)$ **D.** $(0; 1)$

Câu 3: Trong các khẳng định sau về hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 3$, khẳng định nào là đúng?

- A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$; **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$;
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$; **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 4: Hàm số: $y = x^3 + 3x^2 - 4$ nghịch biến khi x thuộc khoảng nào sau đây:

- A.** $(-2; 0)$ **B.** $(-3; 0)$
C. $(-\infty; -2)$ **D.** $(0; +\infty)$

Câu 5: Hàm số nào sau đây đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

- A.** $y = \frac{2x}{x+1}$ **B.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$
- C.** $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ **D.** $y = \sin x - 2x$

Câu 6: Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$;
- B. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$;
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$;
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.**

Câu 7: Hàm số nào sau đây đồng biến trên từng khoảng xác định của chúng?

A. $y = \frac{1}{x}$

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$

C. $y = \frac{x^2 - 2x}{x-1}$

D. $y = x + \frac{9}{x}$

Câu 8: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số luôn nghịch biến;

B. Hàm số luôn đồng biến;

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$;

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 9: Trong các khẳng định sau về hàm số $y = \frac{2x-4}{x-1}$, hãy tìm khẳng định đúng?

A. Hàm số có một điểm cực trị;

B. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu;

C. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định;

D. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 10: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$-$
y	2	$ $	2

A. $y = \frac{2x-5}{x-2}$ B. $y = \frac{2x-3}{x+2}$

C. $y = \frac{x+3}{x-2}$ D. $y = \frac{2x-1}{x-2}$

Câu 11: Tìm m để hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của chúng

- A. $m \geq -1$ B. $m > -1$
C. $m \geq 1$ D. $m > 1$

Câu 12: Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3m^2x$ đồng biến trên các khoảng xác định của nó

- A. $m \geq 0$ B. $m \leq 0$
C. $m < 0$ D. $m = 0$

Câu 13: Tìm m để hàm số $y = \sin x - mx$ nghịch biến trên các khoảng xác định của nó

- A. $m \geq -1$ B. $m \leq -1$
C. $-1 \leq m \leq 1$ D. $m \geq 1$

Câu 14: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - (m+1)x + 1$ đồng biến trên tập xác định của nó khi:

- A. $m > 4$ B. $-2 \leq m \leq -1$
C. $m < 2$ D. $m < 4$

Câu 15: Tìm m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

- A. $m > 0$ B. $m \leq -1$
C. $m \leq 1$ D. $m \geq 2$

Câu 16: Hàm số $y = \frac{mx+1}{x-m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định khi giá trị của m bằng

- A. $m < 1$ B. $m > 1$
C. $\forall m \in \mathbb{R}$ D. $-1 < m < 1$

Câu 17: Hàm số $y = \frac{x+2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ khi

- A. $m < 2$ B. $m > 2$
 C. $m < 2$ **D.** $m < -2$

Câu 18: Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3m^2x$ nghịch biến trên khoảng có độ dài bằng 2

- A. $-1 \leq m \leq 1$ **B.** $m = \pm 1$
 C. $-2 \leq m \leq 2$ D. $m = \pm 2$

Câu 19: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(3m-1)x^2 + 6(2m^2 - m)x + 3$. Tìm m để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4

- A. $m = 5$ hoặc $m = 3$ B. $m = -5$ hoặc $m = 3$
C. = hoặc $m = -3$ D. = hoặc $m = 3$

Phiếu II .(câu 21 - câu 40)

Câu 21. Hàm số $y = x^3 - 4$ đồng biến trên:

- A.** $\mathbb{R}$ B. $0; +\infty$
 C. $3; +\infty$ D $-\infty; 0$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 22. Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ nghịch biến trên:

- A. $-\infty; -1$; $1; +\infty$ B. $1; +\infty$
 C. $-1; 1$ D. $\mathbb{R}$.

Câu 23: Đồ thị của hàm số nào luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$:

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ B. $y = 3x^2 - 4x + 1$
 C. $y = 2x + 1$ D. $y = -3x^3 - 2x + 1$

Câu 24. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ nghịch biến trên:

- A. $-\infty; -1$; $0; 1$ B. $-1; 0$; $1; +\infty$
 C. $-1; 1$ D. $\mathbb{R}$.

Câu 25. Hàm số $y = x^4 + x^2 - 4$ đồng biến trên:

- A. $0; +\infty$ B. $-\infty; 0$
 C. $-1; 1$ D. $\mathbb{R}$.

Câu 26. Hàm số nào sau đây là đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x + 2$ B. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$
 C. $y = \frac{x + 1}{x - 2}$ D. $y = x^4 + 2$

Câu 27. Hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ đồng biến trên:

- A. $(-\infty; 0)$ và $(1; 2)$ B. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$
 C. $(0; 1)$ và $(1; 2)$ D. $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$

Câu 28. Hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ nhận xét nào sau đây là đúng.

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- B. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $-\infty; -1$ và $-1; +\infty$
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $-\infty; -1$ và $-1; +\infty$**

Câu 29. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ nhận xét nào sau đây đúng.

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- B. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$**
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $1; +\infty$
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $-\infty; 1$

Câu 30. Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ đồng biến trên:

- A.** 1;2 **B.** 0;2
C. 0;1 **D.** $\mathbb{R}$

Câu 31. Hàm số $y = x + \cos x$ nhận xét nào sau đây đúng

- A.** Đồng biến trên $\mathbb{R}$
- B.** Đồng biến trên $-\infty; 0$
- C.** Nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- D.** Nghịch biến trên $0; +\infty$

Câu 32. Hàm số $y = \sin x - x$ nhận xét nào sau đây đúng

- A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$
B. Đồng biến trên $-\infty; 0$
C. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$
D. Nghịch biến trên $0; +\infty$

Câu 33. Hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m+1)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi:

- A.** $\forall m$
B. $-1 < m < 0$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

C. $-1 \leq m \leq 0$ **D.** $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 0 \end{cases}$

Câu 34. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - 2x + 1$ đồng biến trên tập xác định khi:

A. $m < -2\sqrt{2}$ **B.** $-8 \leq m \leq 1$
C. $m > 2\sqrt{2}$ **D.** không có giá trị m

Câu 35. Với giá trị nào của m hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên

từng khoảng xác định của nó:

A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$ **B.** $-2 < m < 2$
C. $-2 \leq m \leq 2$ **D.** $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của m để hàm số

$y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - mx - m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $m = -1$ **B.** $m = 0$
C. $m = 1$ **D.** $m = -2$

Câu 37. Với giá trị nào của m hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ nghịch biến trên một khoảng có độ dài bằng 1:

A. $m = \frac{9}{4}$ **B.** $m = -\frac{9}{4}$
C. $m = \frac{9}{2}$ **D.** $m = -\frac{9}{2}$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 38. Với giá trị nào của m hàm số

$y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 + mx^2 + (3m-2)x$ đồng biến trên tập xác định của nó:

- A. $m \leq \frac{1}{2}$ B. $m \leq 2$
C. $m \geq 1$ D. $m \geq 2$

Câu 39. Với giá trị nào của m hàm số $y = \frac{mx + 7m - 8}{x - m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó:

- A. $-8 < m < 1$ B. $-8 \leq m \leq 1$
C. $-4 < m < 1$ D. $-4 \leq m \leq 1$

Câu 40. Với giá trị nào của m hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $0; +\infty$?

- A. $m < 0$ B. $m > 0$
C. $m \leq 0$ D. $m \geq 0$

Phiếu III. (câu 41 – Câu 60)

Câu 41. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 2$ là:

- A. $(-\infty; -3)$ B. $(-3; -1)$
C. $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$ D. $(-\infty; 3)$

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
B. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

C. Đồng biến trên từng khoảng xác định

D. Nghịch biến trên từng khoảng xác định

Câu 43. Hàm số $y = 2x^2 - 4x + 3$ tăng trên khoảng nào?

A. $(1; +\infty)$

B. $(-\infty; 1)$

C. $(-\infty; +\infty)$

D. Một kết quả khác

Câu 44. Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y = 2x^4 + x^2 - 3$ **B.** $y = 2x^3 + x + 1$

C. $y = x^3 + x^2 - 7$ **D.** $y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - x + 2$

Câu 45. Hàm số $y = \frac{-x^2 + mx - 2}{x + 1}$ giảm trên từng khoảng xác định khi:

A. $m < -3$

B. $m \geq 3$

C. $m \leq -3$

D. $m \in \emptyset$

Câu 46. Trong các hàm số sau, những hàm số nào luôn đồng biến trên

từng khoảng xác định của nó: $y = \frac{2x+1}{x+3}$ (I), $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ (II),

$y = 3x^3 + x - 3$ (III)

A. (I) và (II)

B. Chỉ (I)

C. (II) và (III)

D. (I) và (III)

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 47. Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên khoảng $(1;3)$

A. $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x + 1$

B. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$

C. $y = x^2 - 4x + 2$

D. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$

Câu 48. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = \sqrt{2x - 4x^2}$

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$

B. $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$

C. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

D. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$

Câu 49. Hàm số $y = \frac{kx + 3}{x + 1}$ giảm trên từng khoảng xác định khi

A. $k > -3$

B. $k \geq -3$

C. $k > 3$

D. $k < -3$

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$

Câu 51. Cho hàm số $y = 3x^3 - 3x^2 + 9x + 11$. Độ dài khoảng đồng biến là:

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. 2

B. 4

C. 0

D. 1

Câu 52. Hàm số $y = 3x^3 + mx^2 - 2x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $m \in \mathbb{R}$

B. $m \leq 3\sqrt{2}$

C. $m \in \emptyset$

D. $-3\sqrt{2} \leq m \leq 3\sqrt{2}$

Câu 53. Hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 3$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

(I). $(-1; 0)$; (II). $(-1; 1)$; (III). $(2; +\infty)$

A. (I) và (II)

B. (I) và (III)

C. chỉ (I)

D. (II) và (III)

Câu 54. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{mx^2 + x + m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó

A. $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$

B. $m < 0$

C. $m \neq 0$

D. $m = 0$ hoặc $m = \frac{1}{2}$

Câu 55. Hàm số $y = x^2 + 2(m-2)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi:

A. $m \geq 1$

B. $m < 1$

C. $m \geq 0$

D. $m < 0$

Câu 56. Hàm số $y = \frac{x^2 - (m+1)x + 4m^2 - 4m - 2}{x - m + 1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó khi:

- A.** $0 \leq m \leq \frac{3}{2}$ **B.** $m \geq 0$ **C.** $m < \frac{1}{2}$ **D.** $m \in \emptyset$

Câu 57. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3x + 1$. Kết luận nào sau đây **sai**

- A.** Đạo hàm cấp hai là $y'' = 6(1 - x)$
B. Hàm số có hai cực trị
C. Tổng các hoành độ hai điểm cực trị bằng 0
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$

Câu 58. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2mx + m^2 + 3}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

- A.** $m \geq 2$ **B.** $m \geq -2$ **C.** $m \leq 2$ **D.** $m \geq 0$

Câu 59. Cho hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 1$. Kết luận nào sau đây **đúng**

- A.** Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$
B. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$
C. Hàm số không đơn điệu trên $\mathbb{R}$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

D. Hàm số có hai cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng 1 với mọi m

Câu 60. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + 4x - 2$ có độ dài khoảng đồng biến là $2\sqrt{5}$

A. $m \in \{2; -4\}$ B. $m \in \{-2; 4\}$

C. $m \in \{1; 3\}$ D. $m \in \{3; 1\}$

Phiếu IV (câu 61 – câu 80)

Câu 61. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + 7x$ nhận xét nào sau đây là đúng

- A. Luôn đồng biến trên R
- B. Luôn nghịch biến trên R
- C. Có khoảng đồng biến và nghịch biến.
- D. Nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 62. Cho hàm số $y = -x^3 + x^2 - 7x$ nhận xét nào sau đây là đúng

- A. Luôn đồng biến trên R
- B. Luôn nghịch biến trên R
- C. Có khoảng đồng biến và nghịch biến.
- D. Đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 63. Hàm số $y = -x^3 + x^2 + x$ có khoảng đồng biến là:

- A. $(1; 3)$
- B. $\left(\frac{-1}{3}; 1\right)$

- C. $(-1; 3)$ D. $(-\infty; \frac{-1}{3}), (1; +\infty)$

Câu 64. Cho hàm số $y = \frac{x-5}{-2x+2}$ nhận xét nào sau đây là đúng

- A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$
 B. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$
 C. Nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
 D. Đồng biến trên khoảng $(-4; 6)$.

Câu 65. Cho hàm số $y = \sqrt{25-x^2}$ nhận xét nào sau đây là đúng

- A. Đồng biến trên khoảng $(-5; 0)$ và $(0; 5)$.
 B. Đồng biến trên khoảng $(-5; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; 5)$.
 C. Nghịch biến trên khoảng $(-5; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; 5)$.
 D. Nghịch biến trên khoảng $(-6; 6)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x^2-x+3}{x^2+x+7}$ nhận xét nào sau đây là đúng

- A. Đồng biến trên khoảng $(-5; 0)$ và $(0; 5)$.
 B. Đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
 C. Nghịch biến trên khoảng $(-5; 1)$.
 D. Nghịch biến trên khoảng $(-6; 0)$.

Câu 67. Hàm số $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ nghịch biến trên khoảng.

- A. $(2; 3)$ B. $(\sqrt{2}; 3)$
 C. $(2; 4)$ D. $(3; 4)$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 68. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ nhận xét nào sau đây là đúng

A. $y(2) = 5$

B. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$

D. Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 69. Trong mỗi hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y = \frac{x^2}{x+1}$

B. $y = \cot x$

C. $y = \frac{x-1}{x+5}$

D. $y = \tan x$

Câu 70. Hàm số $y = x^4 + \frac{1}{3}x^3$ có khoảng đồng biến là:

A. $(-\infty; -\frac{1}{4})$

B. $(-\frac{1}{4}; +\infty)$

C. $(0; +\infty)$

D. $(-\frac{1}{4}; 0)$

Câu 71. Tìm tham số m thì hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ đồng biến trên khoảng xác định của nó

A. $m = 2$

B. $m > 1$

C. $m = 1$

D. $m < 1$

Câu 72. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \frac{mx+3}{3x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. $-3 < m \leq 3$

B. $-3 \leq m < 3$

C. $-3 \leq m \leq 3$

D. $-3 < m < 3$

Câu 73. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - (m+1)x + 1$ đồng biến trên tập xác định của nó khi:

A. $-2 < m \leq -1$

B. $-2 \leq m \leq -1$

C. $-2 \leq m < -1$

D. $-2 < m < -1$

Câu 74. Hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m}{x - 1}$ tăng trên từng khoảng xác định của nó khi:

A. $m \geq 1$

B. $m \leq 1$

C. $m \neq 1$

D. $m \geq -1$

Câu 75. Tìm tham số m để hàm số $f(x) = mx^3 + 2mx^2 + mx + m$ là hàm đồng biến trên tập xác định của nó.

A. $m > 2$

B. $m < 0$

C. $m < 1$

D. $m > 0$

Câu 76. Tìm tham số m để hàm số $f(x) = -\frac{x^3}{3} + (m-1)x^2 + (m+3)x$ tăng trên khoảng $(0;3)$

A. $m \geq \frac{12}{7}$

B. $m > \frac{12}{7}$

C. $m \leq \frac{12}{7}$

D. $m = \frac{12}{7}$

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 77. Tìm tham số m để hàm số $f(x) = \frac{mx+4}{x+m}$ tăng trên khoảng $(2; +\infty)$

A. $m \geq 2$

B. $m < 0$

C. $m > 2$

D. $m > 0$

Câu 78. Tìm tham số m để hàm số $f(x) = \frac{mx+4}{x+m}$ giảm trên khoảng $(-\infty; 1)$

A. $-2 < m < -1$

B. $-2 > m \geq -1$

C. $-2 < m \leq -1$

D. $-2 \leq m \leq -1$

Câu 79. Tìm tham số m để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + (m-2)x^2 - m(m-3)x - \frac{1}{3}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$

A. $\begin{cases} m < 4 \\ m > \frac{5-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

B. $\begin{cases} m \geq 4 \\ m \leq \frac{5-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m \geq 4 \\ m \leq \frac{5-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} m > 4 \\ m < \frac{5-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

Câu 80. Tìm tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ nghịch biến trên một khoảng có độ dài bằng 1

A. $m = \frac{9}{4}$

B. $m > \frac{9}{4}$

C. $m < \frac{9}{4}$

D. $m \geq \frac{9}{4}$

Lời cảm ơn: Trước tiên tôi xin các ơn anh Thắng, facebook: L Toan KN đã cho tôi kinh nghiệm khi viết tài liệu, tôi thực sự chẳng dám dấu, tôi rất tự ti vào khả năng viết tài liệu để các bạn bài đọc và làm, nhưng tại vì đam mê, tôi muốn viết tặng các bạn, tất cả học sinh khoá 2016-2017 một cái gì đó thật sự ý nghĩa, thật sự hay, để được các bạn đón nhận, tài liệu này tôi đã cố gắng hết sức, nếu cái gì sai sót, các bạn hãy phản hồi facebook Nguyễn Vương (Thầy Giáo Làng) tôi sẽ cảm ơn và chân thành ghi nhận. Tôi cũng muốn, cảm ơn tình yêu của tôi, người đã luôn động viên giúp đỡ tôi trong lúc tôi mệt mỏi nhất, cảm ơn em Hải Nhi.

Tôi cũng muốn cảm ơn anh Đoàn, Th.s Lê Văn Đoàn, anh đã tặng em một quyển sách vô cùng quý giá, nếu đâu đó trong tài liệu này, có chứa gì đó về phong cách viết của anh, chắc tại vì em đã quá hâm mộ anh thôi nhé, cảm ơn anh và cũng mong anh bỏ qua, vì em có viết vài bài mà chưa xin phép anh, mà biết đâu, anh phải khao bia em nhé, vì em giới thiệu sách cho anh mà hi.

Và điều cuối cùng, tôi cảm ơn tất cả các bạn đọc, các thầy cô cả nước, các học sinh, đã luôn theo dõi tôi, đồng hành cùng tôi trong những chặng đường qua.

Đây là bài viết về một tính đơn điệu đã 39 trang, vậy thì các bạn hãy cố gắng học thật tốt để xem như cảm ơn tôi nhé. Thân ái.

Thầy Giáo Làng: Nguyễn Bảo Vương

Kính tặng.....

