



PHÁT TRIỂN ĐỀ THI TN-THPT-QG BGD 2021

MÔN: TOÁN

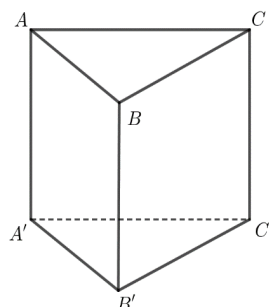
THỜI GIAN: 90 PHÚT

SP ĐƯỢC THỰC HIỆN BỞI TỔ 27-STRONG TEAM

TỔ 27

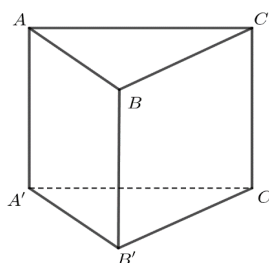
ĐỀ BÀI

- Câu 1.** (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 36) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa AB' và BC' bằng



- A. 30° B. 60° C. 45° D. 120°

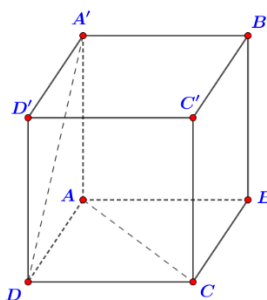
- Câu 2.** (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 36) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên).



Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

- Câu 3.** (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 36) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

- Câu 4. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 37)** Với mọi số thực a, b, c thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_3 b + 3\log_{27}(c+1) = 1$, khẳng định đúng là
- A. $a - 2b + c = 0$. B. $a - 2b + (c+1)^3 = 3$.
 C. $a(c+1) = 3b^2$. D. $a(c+1) = 9b^2$.
- Câu 5. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 37)** Với mọi số thực a, b thỏa mãn $3\log_2 a + 2\log_2 b = 3$, khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a^3b^2 = 8$. B. $a^3b^2 = 6$. C. $3a + 2b = 8$. D. $3a + 2b = 6$.
- Câu 6. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 37)** Cho các số thực dương a, b, x thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{2}{3}\log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5}\log_{\frac{1}{2}} b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $x = a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{5}}$. B. $x = \frac{2}{3}a - \frac{1}{5}b$. C. $x = a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{-1}{5}}$. D. $x = a^{\frac{3}{2}}b^{-5}$.
- Câu 7. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 38)** Nếu $\int_{-1}^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_{-1}^3 [2x - f(x)]dx$ bằng
- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.
- Câu 8. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 38)** Nếu $\int_1^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 [2f(x) - 3x^2 + 1]dx$ bằng
- A. -30. B. -28. C. -26. D. -27.
- Câu 9. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 38)** Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Khi đó $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2\sin x]dx$ bằng
- A. $I = 7$. B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$. C. $I = 3$. D. $I = 5 + \pi$.
- Câu 10. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 38)** Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Khi đó $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$ bằng
- A. $I = \frac{17}{2}$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = \frac{11}{2}$.

Câu 11. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 39) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.

Gọi F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(1) = 4$. Giá trị của $2F(0) - 3F(3)$ bằng

- A. 65. B. 57. C. -61. D. -69.

Câu 12. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 39) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 & \text{khi } x > 0 \\ 1 - x^2 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$.

Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(-2) = \frac{5}{3}$. Giá trị của

$F(-4) + 4F(3)$ nằm trong khoảng nào?

- A. (52;53). B. (53;54). C. (54;55). D. (55;56).

Câu 13. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 39) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x - 1 & \text{khi } x \leq 3 \\ -4x + 32 & \text{khi } x > 3 \end{cases}$.

Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(1) = 4$. Giá trị của $3F(-2) - F(4)$ bằng

- A. -69. B. -25. C. -45. D. -53.

Câu 14. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 40) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$$(8^x - 2^{x^3+2}) \cdot [\log_{\sqrt{3}}(2x+21) - 4] \geq 0?$$

- A. 10. B. 8. C. 6. D. 7.

Câu 15. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 40) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$$(9^{x^2} - 3^x \cdot 9^{x+1}) (\log_2(2x-18) - 5) \leq 0?$$

- A. 1 B. Vô số. C. 17. D. 16.

Câu 16. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 40) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$$\sqrt{\log_3(x+25)} - 2 \cdot (2^{x^3} - 2^{-x} \cdot 4^{3-2x}) < 0?$$

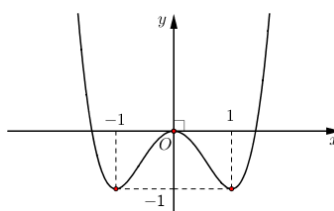
- A. 1 B. 18. C. 16. D. 17.

Câu 17. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 40) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$$(9^{x^2} - 27^x) \left[\log_{\frac{1}{2}}(x+2022) + 1 \right] \geq 0?$$

- A. 2020. B. 2022. C. 5. D. 4.

Câu 18. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 41) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(f(x)) + 1 = 0$ là

A. 9.

B. 4.

C. 8.

D. 7.

Câu 19. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 41) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(4x^2 - 2x^4) = 1$ là

A. 9.

B. 6.

C. 8.

D. 12.

Câu 20. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 41) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		2		0	
	$-\infty$							$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(f(\cos x)) = 2$ là

A. 3.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

Câu 21. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 42) Một hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O và $SO = a$. Một mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt đường tròn (O) theo dây cung AB sao cho góc $AOB = 90^\circ$ và cách O một khoảng $\frac{a}{2}$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{6}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{3\sqrt{3}}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{3}$.

D. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{10}}{3}$.

Câu 22. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 42) Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng (α) đi qua đỉnh và có khoảng cách đến tâm O của đường tròn đáy là $\frac{3a}{2}$ ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Thể tích của (N) bằng

A. $\frac{7\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{13}\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{13}\pi a^3}{3}$.

D. $7\pi a^3$.

Câu 23. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 42) Cho hình trụ đứng có hai đáy là hai đường tròn tâm O và tâm O' , bán kính bằng a , chiều cao hình trụ bằng $2a$. Mặt phẳng đi qua trung điểm OO' và tạo với OO' một góc 30° , cắt đường tròn đáy tâm O theo dây cung AB . Độ dài đoạn AB là

A. a .

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}}{9}a$.

D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$.

- Câu 24. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 42)** Hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)
- A. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.
- Câu 25. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 43)** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m-1)z + m^2 - 5m = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|^3 = 3|\overline{z_0}| + 2$. Tổng các phần tử của tập S là
- A. 8. B. 9. C. 4. D. 7.
- Câu 26. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 43)** Trong tập số phức, cho phương trình $2z^2 + 2(m-1)z + m^2 - 3m - 2 = 0$, $m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong đoạn $[0; 2021]$ để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?
- A. 2016. B. 202 C. 202 D. 2017.
- Câu 27. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 44)** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa $|iz_1 - 1| = 1$ và $|\overline{z_2} + i| = 2$. Khi biểu thức $P = |2z_1 + 3z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z_1 - 2z_2|$ bằng
- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.
- Câu 28. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 44)** Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 2$, $|iw - 2 + 5i| = 1$. Khi $|z^2 - wz - 4|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z| + |w|$ bằng
- A. $2 + \sqrt{5}$. B. $2(1 + \sqrt{5})$. C. $1 + \sqrt{5}$. D. $2\sqrt{5} - 2$.
- Câu 29. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 44)** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 2 - i| = 6$. Khi $T = |2iz_1 + z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z_1 + z_2|$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{5629}}{13}$. B. 13. C. 26. D. $\frac{\sqrt{2259}}{13}$.
- Câu 30. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 44)** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3 - i| = \sqrt{5}$ và $|z_2 - 1 + i| = |\overline{z_2} - 5 + i|$. Khi $T = |z_1 - iz_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì phần thực của $z_1 + 5z_2$ bằng
- A. 19. B. 21. C. -18. D. 5.

Câu 31. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 45) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}. \text{ Hình chiếu vuông góc của } d \text{ trên mặt phẳng } (P): x+y+z-5=0 \text{ là đường}$$

thẳng có phương trình

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}.$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+2}{1}.$

C. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-5}{-3} = \frac{z+2}{-1}.$

D. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z+2}{7}.$

Câu 32. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 45) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}. \text{ Hình chiếu vuông góc của } d \text{ trên mặt phẳng } (Oxz) \text{ là đường thẳng có phương}$$

trình

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=-1+2t \end{cases}.$

Câu 33. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 45) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}. \text{ Hình chiếu vuông góc của } d \text{ trên mặt phẳng } (P): 2x-2y+z-3=0 \text{ là}$$

đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x+2}{17} = \frac{y+1}{10} = \frac{z-5}{14}.$

B. $\frac{x+2}{-17} = \frac{y+1}{10} = \frac{z-5}{-14}.$

C. $\frac{x-2}{17} = \frac{y-1}{10} = \frac{z+5}{-14}.$

D. $\frac{x+2}{-17} = \frac{y+1}{-10} = \frac{z-5}{14}.$

Câu 34. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 45) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{1}. \text{ Hình chiếu vuông góc của } d \text{ trên mặt phẳng } (P): x-y+2z+1=0 \text{ là}$$

đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{1}.$

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-5}{1}.$

C. $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{-3}.$

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-5}{-3}.$

Câu 35. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 46) Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có

đồ thị (C) , đường thẳng $y = mx + n$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = -1$ và cắt

(C) tại điểm có hoành độ bằng 2 (với a, b, c, m và n là các số thực). Diện tích hình phẳng

giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x^2 - 1)2^{f(x)-mx-n}$ và trục hoành bằng

A. $\frac{15}{16 \ln 2}.$

B. $\frac{15}{16}.$

C. $\frac{5}{16} \ln 2.$

D. $\frac{5}{16 \ln 2}.$

- Câu 36. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 46)** Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $g(x) = f(x) \cdot e^{-x}$ có hai giá trị cực trị là 5 và -3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)$ và $h(x) = (2ax + b) \cdot e^{-x}$ bằng
- A. 2. B. 8. C. $e^5 - e^{-3}$. D. $e^5 - e^3$.
- Câu 37. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 46)** Cho hàm số $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x)$ có ba giá trị cực trị là -14 ; 4 ; 6 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x) + 24}$ và $y = 1$ bằng
- A. $2\ln 3$. B. $\ln 10$. C. $\ln 3$. D. $\ln 5$.
- Câu 38. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 46)** Cho hàm số $f(x) = 3x^3 + bx^2 + cx + d$ với $b, c, d \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -12 ; 6 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x) + 18}$ và $y = 1$ bằng
- A. $2\ln 3$. B. $\ln 6$. C. $2\ln 2$. D. $\ln 5$.
- Câu 39. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 46)** Cho hai hàm số $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + 1$ và $g(x) = cx^2 + dx + 3$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -2 ; 1 . Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng
- A. $\frac{45}{5}$. B. 2. C. $\frac{99}{10}$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 40. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 47)** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2 \leq x \leq 2021$ và $2^y - \log_2(x + 2^{y-1}) = 2x - y$?
- A. 2020. B. 10. C. 9. D. 2019.
- Câu 41. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 47)** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại số $x \in \left(\frac{1}{2}; 5\right)$ thỏa mãn $8^{2x^2+xy} = (1+xy) \cdot 8^{4x}$?
- A. 7. B. C. 6. D. 5.
- Câu 42. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 47)** Có bao nhiêu số nguyên $y > 5$ để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_{15}(4x + 3y + 1) = \log_6(x^2 - 2x + y^2)$?
- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

- Câu 43. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 48)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a\sqrt{3}$. Gọi I là trung điểm cạnh AD , góc giữa hai mặt phẳng $(A'BI)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng
- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $3\sqrt{3}a^3$.
- Câu 44. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 48)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , góc giữa hai mặt phẳng $(A'BM)$ và $(ABCD)$ bằng 60° với M là trung điểm CD . Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng
- A. $\frac{2\sqrt{15}}{15}a^3$. B. $\frac{\sqrt{15}}{5}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{15}}{5}a^3$.
- Câu 45. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 48)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là
- A. $64\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $16\sqrt{3}$. D. $8\sqrt{3}$.
- Câu 46. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 49)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;9)$, $B(2;3;4)$ và $C(2;15;9)$. Một mặt cầu (S) luôn đi qua A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại D . Biết rằng khi CD đạt giá trị nhỏ nhất thì tọa độ tâm của mặt cầu (S) là $I(a;b;c)$. Khi đó $a-b+2c$ bằng
- A. -13 . B. 9 . C. 2 . D. 6 .
- Câu 47. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 49)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;1;1)$ và điểm $B(5;0;5)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng $(P): x+z-2=0$ sao cho $MN=2$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng
- A. $3\sqrt{11}$. B. $\sqrt{21}$. C. $\sqrt{17}$. D. $\sqrt{33}$.
- Câu 48. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 49)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+15=0$. Gọi M là điểm di động trên (P) , N là điểm thuộc tia OM sao cho $OM.ON=10$. Khoảng cách nhỏ nhất từ N đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?
- A. 5 . B. 3 . C. 2 . D. 4 .
- Câu 49. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 50)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-7)(x^2-9)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f(|ax^3+bx|+2m+3)$ với $a.b>0$ có ít nhất 3 điểm cực trị?
- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 50. (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 50) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left| f(|6x-5|) + 2021 + m \right|$ có 3 điểm cực đại?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

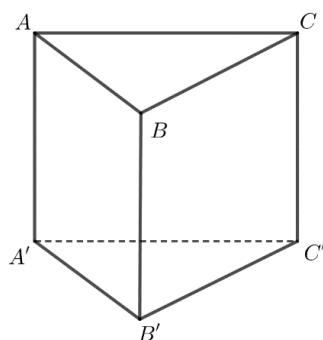
HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7		8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
B	A	D	C	A	C	A		B	A	A	D	A	D	C	D	C	D	C	B	D	C	D	D	C	B
26	27	28	29	30	3	3		3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
1	2				1	2		3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
D	D	B	A	B	D	D		D	A	D	B	C	C	C	B	C	B	D	D	D	D	D	B	A	B

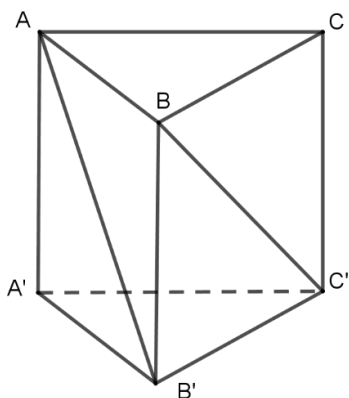
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. [IH3-4.6-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 36) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa AB' và BC' bằng

A. 30° B. 60° C. 45° D. 120°

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Hường

Ta có: $AB' = BC' = a\sqrt{3}$

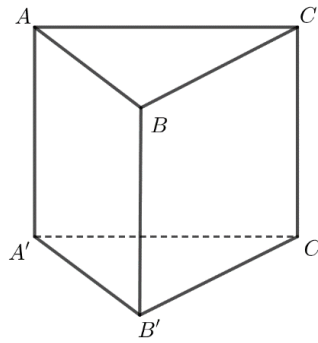
$$\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = (\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{A'B'}) \cdot (\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'}) = B'B^2 + \overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{B'C'} = 2a^2 - \frac{1}{2}a^2 = \frac{3}{2}a^2.$$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = \frac{\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}}{AB' \cdot BC'} = \frac{\frac{3}{2}a^2}{3a^2} = \frac{1}{2}$$

Vậy góc giữa AB' và BC' bằng 60° .

Câu 2. [1H3-4.6-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 36) Cho hình lăng trụ tam giác đều

$ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên).



Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

A. 30° .

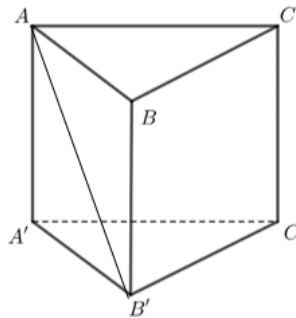
B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải

FB tác giả: Liễu Hoàng



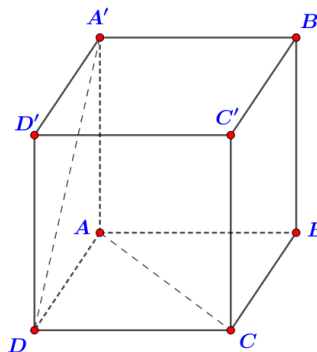
Ta có: $AA' \parallel CC'$ nên góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' là góc giữa hai đường thẳng AB' và AA' và bằng góc $A'AB'$ (do $A'AB'$ nhọn).

Tam giác $AA'B'$ vuông tại A' nên $\tan A'AB' = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow A'AB' = 30^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng 30° .

Câu 3. [1H3-4.6-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 36) Cho hình lập phương

$ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



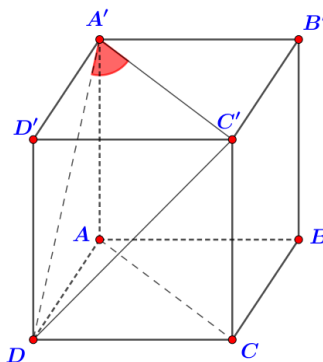
A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải



Ta có: $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = DA'C' = 60^\circ$.

Vì $A'D = A'C' = C'D$.

Câu 4. [2D2-3.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 37) Với mọi số thực a, b, c thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_3 b + 3\log_{27}(c+1) = 1$, khẳng định đúng là

A. $a - 2b + c = 0$.

B. $a - 2b + (c+1)^3 = 3$.

C. $a(c+1) = 3b^2$.

D. $a(c+1) = 9b^2$.

Lời giải

FB tác giả: Hiếu Lưu

Ta có: $\log_3 a - 2\log_3 b + 3\log_{27}(c+1) = 1$

$$\Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b^2 + 3\log_3(c+1) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 a + \log_3(c+1) = \log_3 3 + \log_3 b^2$$

$$\Leftrightarrow \log_3[a(c+1)] = \log_3(3b^2)$$

$$\Leftrightarrow a(c+1) = 3b^2.$$

Câu 5. [2D2-3.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 37) Với mọi số thực a, b thỏa mãn $3\log_2 a + 2\log_2 b = 3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 b^2 = 8$.

B. $a^3 b^2 = 6$.

C. $3a + 2b = 8$.

D. $3a + 2b = 6$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Minh Hưng

Ta có: $3\log_2 a + 2\log_2 b = 3$

$$\Leftrightarrow \log_2 a^3 + \log_2 b^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a^3 b^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow a^3 b^2 = 2^3$$

$$\Leftrightarrow a^3 b^2 = 8.$$

Câu 6. [2D2-3.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 37) Cho các số thực dương a, b, x

thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5} \log_{\frac{1}{2}} b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{5}}$.

B. $x = \frac{2}{3} a - \frac{1}{5} b$.

C. $x = a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{-1}{5}}$.

D. $x = a^{\frac{3}{2}} b^{-5}$.

Lời giải

FB tác giả: Quang Trí

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5} \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} a^{\frac{2}{3}} + \log_{\frac{1}{2}} b^{\frac{-1}{5}}$

$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{-1}{5}}$

$\Rightarrow x = a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{-1}{5}}$.

Câu 7. [2D3-2.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 38) Nếu $\int_{-1}^3 f(x) dx = 2$ thì

$\int_{-1}^3 [2x - f(x)] dx$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Quỳnh Nga

Ta có: $\int_{-1}^3 [2x - f(x)] dx = 2 \int_{-1}^3 x dx - \int_{-1}^3 f(x) dx = 8 - 2 = 6$.

Câu 8. [2D3-2.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 38) Nếu $\int_1^3 f(x) dx = -2$ thì

$\int_1^3 [2f(x) - 3x^2 + 1] dx$ bằng

A. -30.

B. -28.

C. -26.

D. -27.

Lời giải

FB tác giả: Quang Thoại

Ta có $\int_1^3 [2f(x) - 3x^2 + 1] dx = 2 \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 (-3x^2 + 1) dx$.

+ Ta có $2 \int_1^3 f(x) dx = -4$.

+ Mặt khác $\int_1^3 (-3x^2 + 1) dx = (-x^3 + x) \Big|_1^3 = -24$.

Vậy $\int_1^3 [2f(x) - 3x^2 + 1] dx = -4 - 24 = -28$.

Câu 9. [2D3-2.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 38) Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Khi đó

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx \text{ bằng}$$

A. $I = 7$.

B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$.

C. $I = 3$.

D. $I = 5 + \pi$.

Lời giải

FB tác giả: Duyên Nguyễn

$$\text{Ta có: } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx - 2 \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 5 - 2(0 - 1) = 7$$

Vậy: $I = 7$.

Câu 10. [2D3-2.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 38) Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và

$$\int_{-1}^2 g(x) dx = -1. \text{ Khi đó } I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx \text{ bằng}$$

A. $I = \frac{17}{2}$.

B. $I = \frac{7}{2}$.

C. $I = \frac{5}{2}$.

D. $I = \frac{11}{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Duyên Nguyễn

$$\text{Ta có: } I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$$

$$= \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx - 3 \int_{-1}^2 g(x) dx$$

$$= \frac{3}{2} + 2 \cdot 2 - 3(-1)$$

$$= \frac{17}{2}$$

$$\text{Vậy } I = \frac{17}{2}.$$

Câu 11. [2D3-2.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 39) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}. \text{ Gọi } F \text{ là nguyên hàm của } f \text{ trên } \mathbb{R} \text{ thỏa mãn } F(1) = 4. \text{ Giá trị}$$

của $2F(0) - 3F(3)$ bằng

A. 65.

B. 57.

C. -61.

D. -69.

Lời giải**FB tác giả: Son Que Nguyen.**

Ta có:

$$I = 2 \int_1^0 f(x) dx - 3 \int_1^3 f(x) dx = 2F(0) - 2F(1) - [3F(3) - 3F(1)] = 2F(0) - 3F(3) + F(1).$$

$$\text{Do đó } 2F(0) - 3F(3) = I - 4.$$

$$\text{Mà } 2 \int_1^0 f(x) dx = -2 \int_0^1 (2x+3) dx = -8$$

$$\text{và } 3 \int_1^3 f(x) dx = 3 \int_1^2 (2x+3) dx + 3 \int_2^3 (3x^2 - 2x - 1) dx = 57.$$

$$\text{Do đó } I = -65. \text{ Vậy } 2F(0) - 3F(3) = I - 4 = -69.$$

Câu 12. [2D3-2.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 39) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 & \text{khi } x > 0 \\ 1 - x^2 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}. \text{ Biết } F(x) \text{ là một nguyên hàm của hàm số } f(x) \text{ thỏa mãn}$$

$$F(-2) = \frac{5}{3}. \text{ Giá trị của } F(-4) + 4F(3) \text{ nằm trong khoảng nào?}$$

A. (52;53).

B. (53;54).

C. (54;55).

D. (55;56).

Lời giải**FB tác giả: Trịnh Trung Hiếu**

$$\text{Ta có } \int_{-2}^0 f(x) dx = F(0) - F(-2) = \int_{-2}^0 (1 - x^2) dx = \frac{-2}{3}.$$

$$\Rightarrow F(0) = \frac{-2}{3} + F(-2) = \frac{-2}{3} + \frac{5}{3} = 1. \text{ Hàm số } f(x) \text{ liên tục tại } x = 0$$

$$\text{Mặt khác } \int f(x) dx = \int (1 - x^2) dx = x - \frac{1}{3}x^3 + C_1 \text{ khi } x \leq 0.$$

$$F(-2) = \frac{5}{3} \Rightarrow -2 - \frac{1}{3}(-2)^3 + C_1 = \frac{5}{3} \Rightarrow C_1 = 1.$$

$$\text{Vậy } F(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + 1, \text{ khi } x \leq 0. \text{ Từ đó ta tính được } F(-4) = \frac{55}{3}.$$

$$\text{Xét } \int f(x) dx = \int (2x^2 - 3x + 1) dx = \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x + C_2 \text{ khi } x > 0.$$

$$\text{Ta có } F(0) = 1 \Rightarrow C_2 = 1$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x + 1, \text{ khi } x > 0. \text{ Từ đó ta tính được } 4F(3) = 4 \cdot \frac{17}{2} = 34.$$

$$\text{Vậy } F(-4) + 4F(3) = \frac{55}{3} + 34 = \frac{157}{3} \approx 52, (3).$$

Câu 13. [2D3-2.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 39) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x - 1 & \text{khi } x \leq 3 \\ -4x + 32 & \text{khi } x > 3 \end{cases}. \text{ Giả sử } F \text{ là nguyên hàm của } f \text{ trên } \mathbb{R} \text{ thỏa mãn } F(1) = 4. \text{ Giá}$$

trị của $3F(-2) - F(4)$ bằng

A. -69.

B. -25.

C. -45.

D. -53.

Lời giải

FB tác giả: Hiếu Lê

$$\text{Ta có } I = -3 \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx = -3F(1) + 3F(-2) - F(4) + F(1).$$

$$\text{Do đó } I = 3F(-2) - F(4) - 2F(1) = 3F(-2) - F(4) - 8 \Rightarrow 3F(-2) - F(4) = I + 8.$$

$$\text{Mà } -3 \int_{-2}^1 f(x) dx = -3 \int_{-2}^1 (3x^2 - 2x - 1) dx = -27$$

$$\text{và } \int_1^4 f(x) dx = \int_1^3 (3x^2 - 2x - 1) dx + \int_3^4 (-4x + 32) dx = 34.$$

$$\text{Suy ra } I = -27 - 34 = -61.$$

$$\text{Vậy } 3F(-2) - F(4) = -61 + 8 = -53.$$

Câu 14. [2D2-6.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 40) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(8^x - 2^{x^3+2}) \cdot [\log_{\sqrt{3}}(2x+21) - 4] \geq 0$?

A. 10.

B. 8.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

FB tác giả: Quang Thoại

$$\text{Điều kiện: } x > -\frac{21}{2} (*).$$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} 8^x - 2^{x^3+2} \geq 0 \\ \log_{\sqrt{3}}(2x+21) - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{3x} \geq 2^{x^3+2} \\ \log_{\sqrt{3}}(2x+21) \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^3 + 3x - 2 \geq 0 \\ 2x+21 \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x=1 \\ x \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x \leq -2 \\ x=1 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta được $x \in [-6; -2] \cup \{1\}$.

Trường hợp này ta được 6 giá trị nguyên của x thỏa yêu cầu.

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 8^x - 2^{x^3+2} \leq 0 \\ \log_{\sqrt{3}}(2x+21) - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{3x} \leq 2^{x^3+2} \\ \log_{\sqrt{3}}(2x+21) \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^3 + 3x - 2 \leq 0 \\ 2x+21 \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq -6 \end{cases}$$

Trường hợp này không có giá trị nào của x thỏa mãn.

Vậy có 6 giá trị nguyên của x thỏa ycbt gồm $\{-6; -5; -4; -3; -2; 1\}$.

Câu 15. [2D2-6.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 40) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(9^{x^2} - 3^x \cdot 9^{x+1})(\log_2(2x-18) - 5) \leq 0$?

A. 1

B. Vô số.

C. 17.

D. 16.**Lời giải****FB tác giả: Nguyễn Thanh Bằng**

Điều kiện: $x > 9$ (*).

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} 9^{x^2} - 3^x \cdot 9^{x+1} \geq 0 \\ \log_2(2x-18) - 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x^2} \geq 3^{3x+2} \\ 2x-18 \leq 2^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \geq 3x+2 \\ 2x \leq 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{-1}{2} \\ x \geq 2 \\ x \leq 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{-1}{2} \\ 2 \leq x \leq 25 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta được $x \in (9; 25]$

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{10; 11; \dots; 25\} \Rightarrow$ có 16 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 9^{x^2} - 3^x \cdot 9^{x+1} \leq 0 \\ \log_2(2x-18) - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x^2} \leq 3^{3x+2} \\ 2x-18 \geq 2^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \leq 3x+2 \\ 2x \geq 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x \leq 2 \\ x \geq 25 \end{cases}$$

Trường hợp này không có giá trị nào của x thỏa mãn.

Kết hợp các trường hợp, ta có tất cả 16 giá trị nguyên của x thỏa mãn đề.

Câu 16. [2D2-6.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 40) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\sqrt{\log_3(x+25)} - 2 \cdot (2^{x^3} - 2^{-x} \cdot 4^{3-2x}) < 0$?

A. 1

B. 18.

C. 16.

D. 17.

Lời giải**FB tác giả: Nguyễn Thanh Bằng**

Điều kiện: $x > -25$ (*).

Ta có: $\sqrt{\log_3(x+25)} - 2 \cdot (2^{x^3} - 2^{-x} \cdot 4^{3-2x}) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x+25) - 2 > 0 \\ 2^{x^3} - 2^{-x} \cdot 4^{3-2x} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+25 > 3^2 \\ 2^{x^3} < 2^{6-5x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -16 \\ x^3 < 6-5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -16 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -16 < x < 1$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta được $x \in (-16; 1)$

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-15; -14; \dots; 0\} \Rightarrow$ có 16 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Vậy có 16 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 17. [2D2-6.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 40) Có bao nhiêu số nguyên x

$$\text{thỏa mãn } (9^{x^2} - 27^x) \left[\log_{\frac{1}{2}}(x+2022) + 1 \right] \geq 0?$$

A. 2020.

B. 2022.

C. 5.

D. 4.**Lời giải****Tác giả: Hồ Hữu Tình**

Điều kiện $x > -2022(*)$.

Ta có

$$(9^{x^2} - 27^x) \left[\log_{\frac{1}{2}}(x+2022) + 1 \right] \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 9^{x^2} - 27^x \geq 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+2022) + 1 \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9^{x^2} - 27^x \leq 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+2022) + 1 \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Khi đó

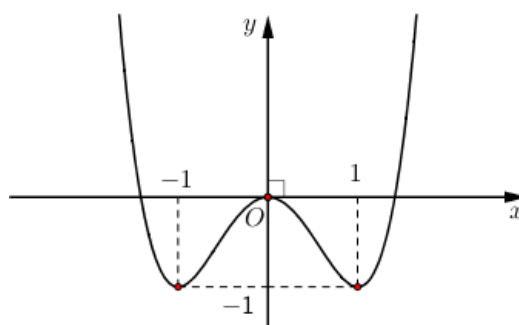
$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x^2} \geq 3^{3x} \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+2022) \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \geq 3x \\ x+2022 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x \geq 0 \\ x+2022 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -2020$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x^2} \leq 3^{3x} \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+2022) \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \leq 3x \\ x+2022 \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x \leq 0 \\ x+2022 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x \geq -2020 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{3}{2}$$

Kết hợp điều kiện $(*)$ ta có tất cả 4 giá trị nguyên của x là $-2021; -2020; 0; 1$.

Câu 18. [2D1-5.3-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 41) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$

có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(f(x)) + 1 = 0$ là

A. 9.

B. 4.

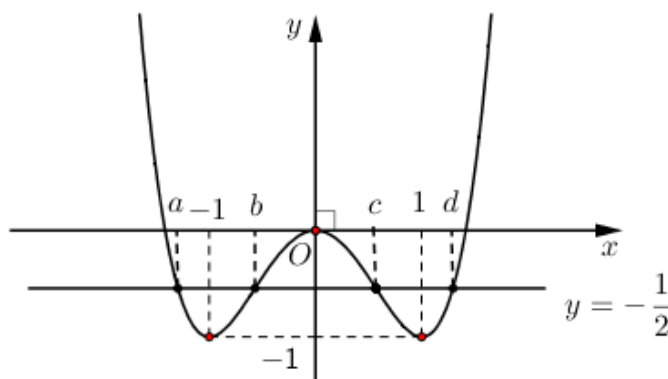
C. 8.

D. 7.

Lời giải

Tác giả: Tăng Văn Vũ

Ta biến đổi: $2f(f(x))+1=0 \Leftrightarrow f(f(x))=-\frac{1}{2}$.



Căn cứ vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy: $f(f(x)) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a \ (a < -1) \\ f(x) = b \ (-1 < b < 0) \\ f(x) = c \ (0 < c < 1) \\ f(x) = d \ (d > 1) \end{cases}$.

Căn cứ vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có:

- + Với $a < -1$, phương trình $f(x) = a$ vô nghiệm.
- + Với $-1 < b < 0$, phương trình $f(x) = b$ có 4 nghiệm thực phân biệt.
- + Với $0 < c < 1$, phương trình $f(x) = c$ có 2 nghiệm thực phân biệt.
- + Với $d > 1$, phương trình $f(x) = d$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

Các nghiệm của các phương trình $f(x) = a$, $f(x) = b$, $f(x) = c$ và $f(x) = d$ là các nghiệm thực phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 8 nghiệm thực phân biệt.

Câu 19. [2D1-5.3-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 41) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(4x^2 - 2x^4) = 1$ là

- A. 9. B. 6. C. 8. D. 12.

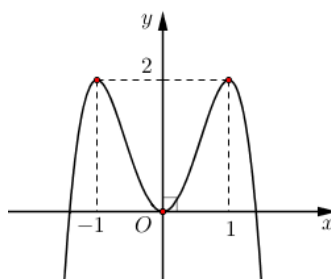
Lời giải

Tác giả: Tăng Văn Vũ

x	$-\infty$	a	0	b	2	c	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: $f(4x^2 - 2x^4) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 2x^4 = a \ (a < 0) \\ 4x^2 - 2x^4 = b \ (0 < b < 2) \\ 4x^2 - 2x^4 = c \ (c > 2) \end{cases}$

Vẽ đồ thị (hoặc bảng biến thiên) của hàm số $y = 4x^2 - 2x^4$:



Căn cứ vào đồ thị hàm số $y = 4x^2 - 2x^4$, ta có:

- + Với $a < 0$, phương trình $4x^2 - 2x^4 = a$ (1) có 2 nghiệm thực phân biệt.
- + Với $0 < b < 2$, phương trình $4x^2 - 2x^4 = b$ (2) có 4 nghiệm thực phân biệt.
- + Với $c > 2$, phương trình $4x^2 - 2x^4 = c$ (3) vô nghiệm.

Các nghiệm của các phương trình (1), (2) và (3) là các nghiệm thực phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thực phân biệt.

Câu 20. [2D1-5.3-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 41) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		2		0	

The graph shows a function $f(x)$ plotted against x . The function has a local maximum at $x = -1$ and $x = 1$, both with a value of $y = 2$. It has a local minimum at $x = 0$ with a value of $y = 0$. The function approaches $-\infty$ as x approaches $-\infty$ or $+\infty$. A horizontal line is drawn at $y = 2$, which intersects the curve at $x = -1$ and $x = 1$.

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(f(\cos x)) = 2$ là

A. 3.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Hùng

Từ bảng biến thiên ta suy ra: $f(f(\cos x)) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(\cos x) = -1 \\ f(\cos x) = 1 \end{cases}$

TH1: $f(\cos x) = -1$

Đặt $t = \cos x$, $t \in [-1; 1]$

Khi đó phương trình $f(\cos x) = -1$ trở thành $f(t) = -1$, với $t \in [-1; 1]$.

Đây là phương trình có hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = -1$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(t) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a < -1 \\ t = b > 1 \end{cases} \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

TH2: $f(\cos x) = 1$

Tương tự TH1: Đặt $t = \cos x$, $t \in [-1; 1]$

$$f(t) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = m \in (-\infty; -1) \text{ (L)} \\ t = n \in (-1; 0) \\ t = p \in (0; 1) \\ t = q \in (1; +\infty) \text{ (L)} \end{cases}$$

+ Với $t = n \in (-1; 0)$

Ứng với mỗi giá trị $t \in (-1; 0)$ thì phương trình $\cos x = t$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$

+ Với $t = p \in (0; 1)$

Ứng với mỗi giá trị $t \in (0; 1)$ thì phương trình $\cos x = t$ có 5 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$.

Hiển nhiên, 9 nghiệm trong những trường hợp trên đều khác nhau.

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$.

Câu 21. [2H2-1.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 42) Một hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O và $SO = a$. Một mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt đường tròn (O) theo dây cung

AB sao cho góc $AOB = 90^\circ$ và cách O một khoảng $\frac{a}{2}$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{6}$.

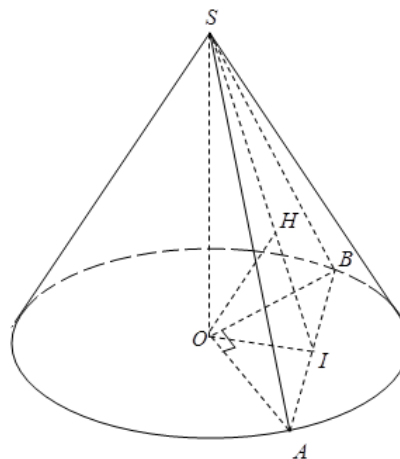
B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{3\sqrt{3}}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{3}$.

D. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{10}}{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Minh Trí



Gọi I là trung điểm của AB . Kẻ $OH \perp SI$

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{4}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác OAB vuông cân tại O nên:

$$AB = 2OI = \frac{2a\sqrt{3}}{3}, R = OA = OB = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Suy ra: } SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{3}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón:

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \frac{a\sqrt{6}}{3} \frac{a\sqrt{15}}{3} = \frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{3}.$$

Câu 22. [2H2-1.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 42) Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng (α) đi qua đỉnh và có khoảng cách đến tâm O của đường tròn đáy là $\frac{3a}{2}$ ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Thể tích của (N) bằng

A. $\frac{7\pi a^3}{3}.$

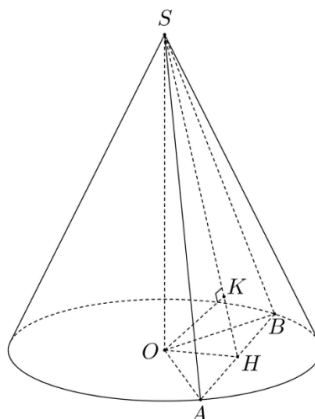
B. $\frac{4\sqrt{13}\pi a^3}{3}.$

C. $\frac{8\sqrt{13}\pi a^3}{3}.$

D. $7\pi a^3.$

Lời giải

FB tác giả: Shangri La



Gọi O là tâm đường tròn đáy và thiết diện là tam giác SAB đều cạnh $4a$.

Gọi H là trung điểm của AB .

$$\text{Kẻ } OK \perp SH, \text{ khi đó } d(O, (\alpha)) = SK = \frac{3a}{2} = \frac{SO \cdot OH}{\sqrt{SO^2 + OH^2}} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } \Delta SAB \text{ đều có cạnh } 4a \text{ suy ra } SH = 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}a.$$

$$\text{Lại có } OH^2 = SH^2 - SO^2 = 12a^2 - SO^2.$$

$$\text{Thay vào (1) ta được } \frac{3a}{2} = \frac{SO \cdot \sqrt{12a^2 - SO^2}}{\sqrt{SO^2 + 12a^2 - SO^2}} = \frac{SO \cdot \sqrt{12a^2 - SO^2}}{2\sqrt{3}a} \Leftrightarrow SO = 3a.$$

$$\text{Ta có } OA = \sqrt{(4a)^2 - (3a)^2} = a\sqrt{7}.$$

$$\text{Vậy } V_{(N)} = \frac{1}{3} \pi \cdot 7a^2 \cdot 3a = 7\pi a^3.$$

Câu 23. [2H2-1.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 42) Cho hình trụ đứng có hai đáy là hai đường tròn tâm O và tâm O' , bán kính bằng a , chiều cao hình trụ bằng $2a$. Mặt phẳng đi qua trung điểm OO' và tạo với OO' một góc 30° , cắt đường tròn đáy tâm O theo dây cung AB . Độ dài đoạn AB là

A. a .

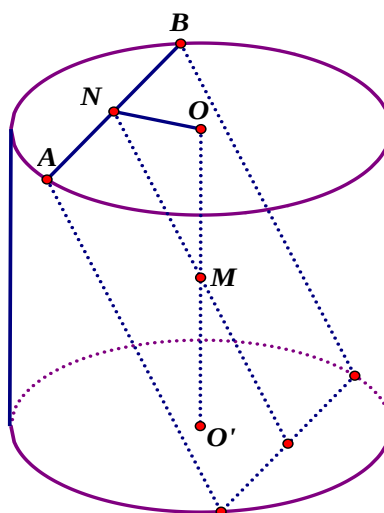
B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}}{9}a$.

D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$.

Lời giải

FB tác giả: Hoàng Yến



Gọi M , N lần lượt là trung điểm của OO' và AB .

$$\text{Ta có } (OO'; (ABM)) = (OO'; MN) = OMN = 30^\circ.$$

$$\text{Tam giác } OMN \text{ vuông tại } O \text{ có } ON = \tan OMN \cdot OM \Leftrightarrow ON = \tan 30^\circ \cdot a = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$AB = 2NB = 2\sqrt{OB^2 - ON^2} = 2\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{2\sqrt{6}a}{3}.$$

Câu 24. [2H2-1.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 42) Hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)

A. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$.

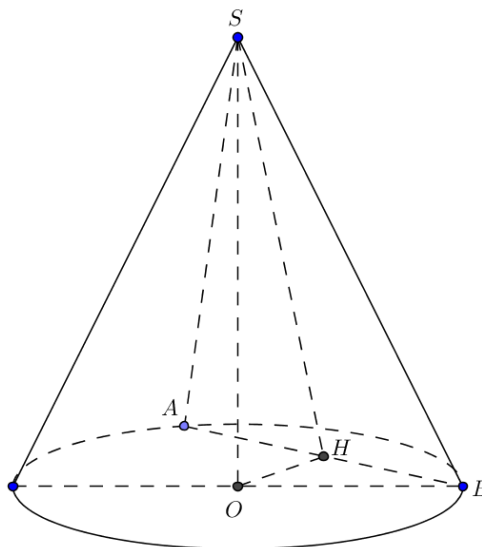
B. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

FB tác giả: Hoàng Yến



Theo giả thiết ta có tam giác SAB vuông tại S và $OH = 3$ và $BSO = 60^\circ$.

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón thì đường sinh $l = SB = \frac{r}{\sin 60^\circ} \Rightarrow l = \frac{2r}{\sqrt{3}}$.

$\triangle SAB$ vuông tại S nên: $AB = l\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}r$. Suy ra $BH = \frac{1}{2}AB = \frac{r\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác OBH vuông tại H , ta có $9 + \frac{6r^2}{9} = r^2 \Leftrightarrow r = 3\sqrt{3}$.

Vậy $S_{xq} = \pi rl = 18\sqrt{3}\pi$

Câu 25. [2D4-4.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 43) Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m-1)z + m^2 - 5m = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|^3 = 3|z_0| + 2$. Tổng các phần tử của tập S là

A. 8.

B. 9.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

FB tác giả: Nam Hồng Lê

Do $|z_0| = |\overline{z_0}|$ nên $|z_0|^3 = 3|z_0| + 2 \Leftrightarrow |z_0|^3 - 3|z_0| - 2 = 0 \Leftrightarrow |z_0| = 2$

$$\Delta' = (m-1)^2 - m^2 + 5m = 3m+1.$$

TH1: Nếu $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 3m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{3}$, phương trình có 2 nghiệm thực

$$\text{Khi đó } |z_0| = 2 \Leftrightarrow z_0 = \pm 2.$$

$$\text{Thay } z_0 = 2 \text{ vào phương trình ta được: } m^2 - 9m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=8 \end{cases} \text{ (TM).}$$

$$\text{Thay } z_0 = -2 \text{ vào phương trình ta được: } m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=1 \end{cases} \text{ (TM).}$$

TH2: Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 3m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{3}$, phương trình có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn

$$z_2 = \overline{z_1}, |z_1| = |z_2| = 2. \text{ Khi đó } z_1 \cdot z_2 = |z_1|^2 = m^2 - 5m = 4 \Leftrightarrow m = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \text{ (Không thỏa mãn).}$$

$$\text{Vậy } S = \{0; 1; 8\}.$$

Suy ra tổng là 9.

Câu 26. [2D4-4.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 43) Trong tập số phức, cho phương trình $2z^2 + 2(m-1)z + m^2 - 3m - 2 = 0, m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong đoạn $[0; 2021]$ để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

A. 2016.

B. 202

C. 202

D. 2017.

Lời giải

FB tác giả: Nhật Lê

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\text{TH1: } \Delta > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m > -1 \end{cases}$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-ét ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = -(m-1) \\ z_1 z_2 = m^2 - 3m - 2 \end{cases}$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } |z_1| = |z_2| \Leftrightarrow z_1 = -z_2 \text{ (vì } z_1 \neq z_2)$$

$$\Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0$$

$$\Rightarrow -(m-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 1 \text{ (nhận)}$$

$$\text{TH2: } \Delta < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < -1 \end{cases}$$

Phương trình luôn có 2 nghiệm phức z_1, z_2 luôn thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$.

Vậy có 2017 giá trị m thỏa mãn.

Câu 27. [2D4-5.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 44) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa

$|iz_1 - 1| = 1$ và $|\overline{z_2} + i| = 2$. Khi biểu thức $P = |2z_1 + 3z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z_1 - 2z_2|$ bằng

A. 4.

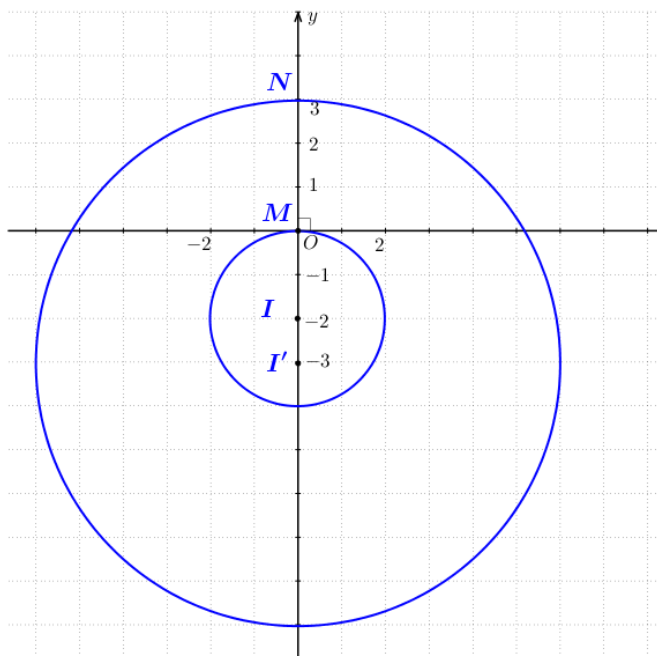
B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Tho Nguyen



Ta có: $|iz_1 - 1| = 1 \Leftrightarrow \left| i \left| z_1 - \frac{1}{i} \right| \right| = 1 \Leftrightarrow |z_1 + i| = 1 \Leftrightarrow |2z_1 + 2i| = 2$

Gọi M là điểm biểu diễn số phức $2z_1$.

$\Rightarrow$ Tập hợp M thuộc đường tròn tâm $I(0; -2)$, $R = 2$.

Ta có: $|\overline{z_2} + i| = 2 \Leftrightarrow |z_2 - i| = 2 \Leftrightarrow |-3z_2 + 3i| = 6$

Gọi N là điểm biểu diễn số phức $-3z_2$.

$\Rightarrow$ Tập hợp N thuộc đường tròn tâm $I'(0; -3)$, $R' = 6$.

Suy ra: $P = |2z_1 + 3z_2| = MN$

$\Rightarrow P_{\min} \Leftrightarrow MN_{\min} \Leftrightarrow M, N, I, I'$ thẳng hàng (M nằm giữa N và I) $MN = 3$ và $\overrightarrow{IM} = -2\overrightarrow{II'}$, M là trung điểm của NI' . Từ đó ta tính được $M(0; 0)$, $N(0; 3)$.

$\Rightarrow 2z_1 = 0, -3z_2 = 3i$. Khi đó, $z_1 - 2z_2 = 2i$. Vậy $|z_1 - 2z_2| = 2$.

Câu 28. [2D4-5.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 44) Xét các số phức z, w thỏa

mãn $|z| = 2$, $|iw - 2 + 5i| = 1$. Khi $|z^2 - wz - 4|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z| + |w|$ bằng

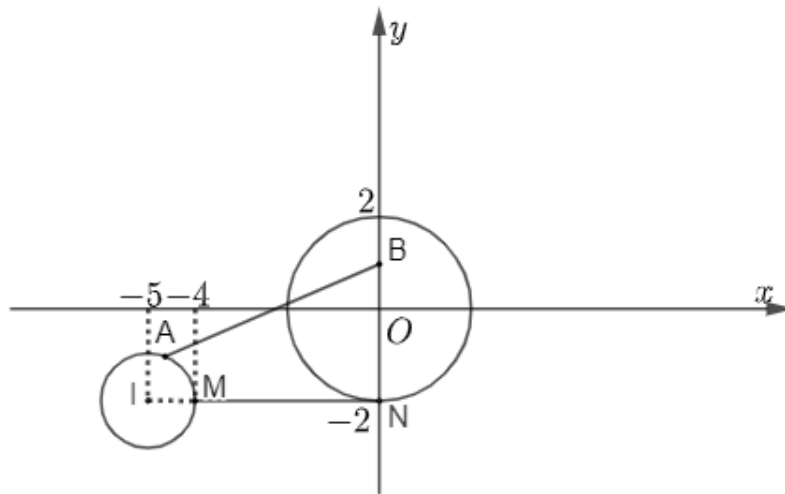
A. $2 + \sqrt{5}$.

B. $2(1 + \sqrt{5})$.

C. $1 + \sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{5} - 2$.

Lời giải



Ta có: $|iw - 2 + 5i| = 1 \Leftrightarrow |i| \cdot \left| w + \frac{-2+5i}{i} \right| = 1 \Leftrightarrow |w + 5 + 2i| = 1$.

Ta có: $T = |z^2 - wz - 4| = |z^2 - wz - |z|^2| = |z^2 - wz - z\bar{z}| = |z| \cdot |z - w - \bar{z}| = 2|z - w - \bar{z}|$.

Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$), suy ra $z - \bar{z} = 2bi$. Vì $|z| = 2 \Rightarrow -2 \leq b \leq 2$.

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của $w, 2bi$ nên:

A thuộc đường tròn tâm $I(-5; -2)$; $R=1$, B thuộc trục Oy và $-4 \leq x_B \leq 4$

$$\Rightarrow T = 2AB \geq 2MN = 2 \cdot 4 = 8$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$$A \equiv M(-4; -2) \Rightarrow w = -4 - 2i \Rightarrow |w| = 2\sqrt{5} \text{ và } B \equiv N(0; -2) \Rightarrow 2bi = -2i \Rightarrow b = -1 \Rightarrow z = a - i$$

$$\Rightarrow |z| = 2 \Rightarrow a^2 + 1 = 4 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3} \Rightarrow z = \pm\sqrt{3} - i \Rightarrow |z| = 2$$

$$\text{Vậy } |z| + |w| = 2 + 2\sqrt{5}.$$

Câu 29. [2D4-5.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 44) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 2 - i| = 6$. Khi $T = |2iz_1 + z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z_1 + z_2|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5629}}{13}$.

B. 13.

C. 26.

D. $\frac{\sqrt{2259}}{13}$.

Lời giải

FB tác giả: Dương Thị Lý

Giả sử M, N lần lượt là điểm biểu diễn cho số phức $2iz_1$ và $-z_2$.

$$\text{Ta có } |z_1 - 3i + 5| = 2 \Leftrightarrow |2i| \cdot |z_1 - 3i + 5| = |2i| \cdot 2 \Leftrightarrow |2iz_1 + 6 + 10i| = 4.$$

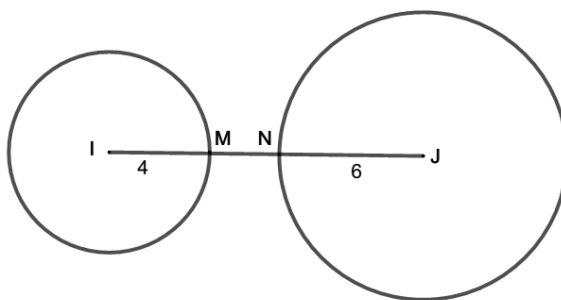
Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn (C_1) tâm $I(-6; -10)$ và bán kính $R_1 = 4$.

$$|iz_2 - 2 - i| = 6 \Leftrightarrow |i| \cdot |iz_2 - 2 - i| = |i| \cdot 6 \Leftrightarrow |-z_2 + 1 - 2i| = 6.$$

Suy ra tập hợp điểm N là đường tròn (C_2) tâm $J(-1;2)$ và bán kính $R_2 = 6$.

Ta có $T = |2iz_1 + z_2| = MN$.

$$\min T = IJ - R_1 - R_2 = 13 - 4 - 6 = 3.$$



$$\text{Đặt được khi } \begin{cases} \overrightarrow{IM} = \frac{4}{13} \overrightarrow{IJ} \\ \overrightarrow{IN} = \frac{7}{13} \overrightarrow{IJ} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(-\frac{58}{13}; -\frac{82}{13}\right) \\ N\left(-\frac{43}{13}; -\frac{46}{13}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2iz_1 = -\frac{58}{13} - \frac{82}{13}i \\ -z_2 = -\frac{43}{13} - \frac{46}{13}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{41}{13} + \frac{29}{13}i \\ z_2 = \frac{43}{13} + \frac{46}{13}i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z_1 + z_2| = \left| \frac{2}{13} + \frac{75}{13}i \right| = \frac{\sqrt{5629}}{13}.$$

Câu 30. [2D4-5.1-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 44) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3 - i| = \sqrt{5}$ và $|z_2 - 1 + i| = |\overline{z_2} - 5 + i|$. Khi $T = |z_1 - iz_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì phần thực của $z_1 + 5z_2$ bằng

A. 19.

B. 21.

C. -18.

D. 5.

Lời giải

FB tác giả: Dương Thị Lý

Giả sử $M(x; y), N(x'; y')$ lần lượt là điểm biểu diễn cho số phức z_1 và iz_2

$$\text{Ta có } |z_1 - 3 - i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |(x-3) + (y-1)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-1)^2 = 5.$$

Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn (C) tâm $I(3;1)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

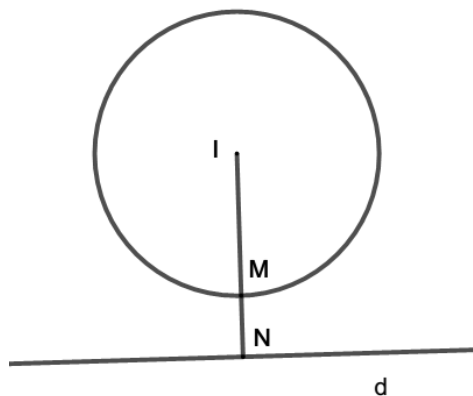
$$|z_2 - 1 + i| = |\overline{z_2} - 5 + i| \Leftrightarrow |iz_2 - i - 1| = |\overline{iz_2} - 5i - 1|$$

$$\Leftrightarrow |(x'-1) + (y'-1)i| = |(-x'-1) + (y'-5)i| \Leftrightarrow x' - 2y' + 6 = 0.$$

Suy ra tập hợp điểm N là đường thẳng $(d): x - 2y + 6 = 0$.

Ta có $T = |z_1 - iz_2| = MN$.

$$\min T = d(I, d) - R = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$



Đạt được khi N là hình chiếu của I trên d và $\overrightarrow{IM} = \frac{5}{7} \overrightarrow{IN}$.

Suy ra $N\left(\frac{8}{5}; \frac{19}{5}\right)$ và $M(2; 3)$

$$\Rightarrow z_1 = 2 + 3i; iz_2 = \frac{8}{5} + \frac{19}{5}i \Rightarrow z_2 = \frac{19}{5} - \frac{8}{5}i \Rightarrow z_1 + 5z_2 = 21 - 5i$$

Vậy phần thực của $z_1 + 5z_2$ là 21.

Câu 31. [2H3-3.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 45) Trong không gian $Oxyz$, cho

đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng

$(P): x + y + z - 5 = 0$ là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

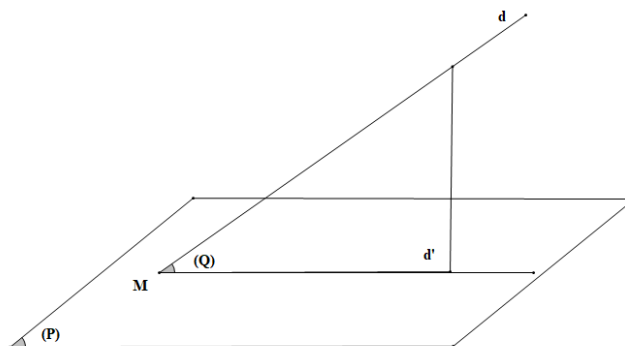
B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-5}{-3} = \frac{z+2}{-1}$.

D. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z+2}{7}$.

Lời giải

FB tác giả: Bùi Tuấn Anh



Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$

Gọi $M = d \cap (P) \Rightarrow M(2t; 2 + 3t; -1 - t)$.

Do $M \in (P): 2t + 2 + 3t - 1 - t - 5 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow M(2; 5; -2)$.

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) . (Q) là mặt phẳng chứa d' và d .

$$\left. \begin{array}{l} (Q) \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_Q \perp \vec{n}_P \\ d \subset (Q) \Rightarrow \vec{n}_Q \perp \vec{u}_d \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (4; -3; -1)$$

$$\left. \begin{array}{l} d' \subset (P) \Rightarrow \vec{u}_{d'} \perp \vec{n}_P \\ d' \subset (Q) \Rightarrow \vec{u}_{d'} \perp \vec{n}_Q \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u}_{d'} = [\vec{n}_Q, \vec{n}_P] = (-2; -5; 7)$$

Đường thẳng d' qua điểm $M(2; 5; -2)$ và nhận $\vec{u}_{d'} = (-2; -5; 7)$ là vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $d': \frac{x-2}{-2} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z+2}{7}$.

Câu 32. [2H3-3.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 45) Trong không gian Oxyz cho

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = -1+2t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oxz) là đường thẳng

có phương trình

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = -1+2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 0 \\ z = -1+2t \end{cases}$

Lời giải

FB tác giả: Phương Tran

Mặt phẳng $(Oxz): y = 0$, d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 2)$

$d \cap (Oxz) = A(1; 0; -1)$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên (Oxz)

$$\Rightarrow A \in \Delta \text{ và } \Delta \text{ có vectơ chỉ phương là } \vec{v} = (1; 0; 2) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 0 \\ z = -1+2t \end{cases}$$

Câu 33. [2H3-3.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 45) Trong không gian Oxyz, cho

đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng

$(P): 2x - 2y + z - 3 = 0$ là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x+2}{17} = \frac{y+1}{10} = \frac{z-5}{14}$

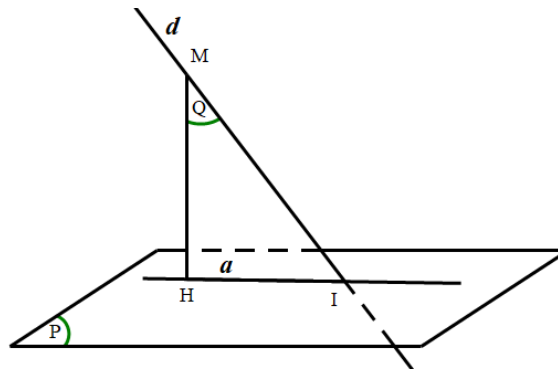
B. $\frac{x+2}{-17} = \frac{y+1}{10} = \frac{z-5}{-14}$

C. $\frac{x-2}{17} = \frac{y-1}{10} = \frac{z+5}{-14}$

D. $\frac{x+2}{-17} = \frac{y+1}{-10} = \frac{z-5}{14}$

Lời giải

FB tác giả: Phương Tran



d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -2)$

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -2; 1)$

Gọi đường thẳng a là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) , (Q) là mặt phẳng chứa a và $d \Rightarrow (Q)$ có vectơ pháp tuyến là $[\vec{u}, \vec{n}]$ và $a = (P) \cap (Q)$

$\Rightarrow a$ có vectơ chỉ phương là $[[\vec{u}, \vec{n}], \vec{n}] = (-17; -10; 14)$

$d \cap (P) = I(-2; -1; 5) \Rightarrow I \in a$

$\Rightarrow a: \frac{x+2}{-17} = \frac{y+1}{-10} = \frac{z-5}{14}$.

Câu 34. [2H3-3.2-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 45) Trong không gian $Oxyz$, cho

đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng

$(P): x - y + 2z + 1 = 0$ là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{1}$.

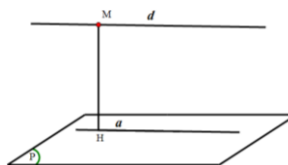
B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-5}{1}$.

C. $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{-3}$.

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-5}{-3}$.

Lời giải

FB tác giả: Phuong Tran



Gọi đường thẳng a là hình chiếu vuông góc của d trên (P)

d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 4; 1)$ và d đi qua $M(1; 2; 3)$

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 2)$

Có $\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Rightarrow d \parallel (P) \Rightarrow a$ nhận $\vec{u} = (2; 4; 1)$ làm vectơ chỉ phương

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên (P)

$$\Rightarrow MH : \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3+2t \end{cases} \text{ mà } H \in (P) \Rightarrow H(0;3;1)$$

$\Rightarrow a$ đi qua $H(0;3;1)$

$$\Rightarrow a : \frac{x}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{1}.$$

Câu 35. [2D3-3.1-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 46) Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) , đường thẳng $y = mx + n$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = -1$ và cắt (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 (với a, b, c, m và n là các số thực). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x^2 - 1)2^{f(x)-mx-n}$ và trục hoành bằng

A. $\frac{15}{16 \ln 2}.$

B. $\frac{15}{16}.$

C. $\frac{5}{16} \ln 2.$

D. $\frac{5}{16 \ln 2}.$

Lời giải

FB tác giả: Dương Thái Bảo

Vì $f(x) - mx - n = x^3 + ax^2 + (b-m)x + c - n$ là hàm số bậc ba có hai nghiệm $x = -1$ (nghiệm kép) và $x = 2$ nên $f(x) - mx - n = (x+1)^2(x-2).$

Đặt $g(x) = f(x) - mx - n = (x+1)^2(x-2)$, suy ra $g'(x) = 3x^2 - 3.$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } (x^2 - 1)2^{g(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \left| \int_{-1}^1 (x^2 - 1) \cdot 2^{g(x)} dx \right| = \frac{1}{3} \left| \int_{-1}^1 g'(x) \cdot 2^{g(x)} dx \right| = \frac{5}{16 \ln 2}.$$

Câu 36. [2D3-3.1-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 46) Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $g(x) = f(x) \cdot e^{-x}$ có hai giá trị cực trị là 5 và -3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)$ và $h(x) = (2ax + b) \cdot e^{-x}$ bằng

A. 2.

B. 8.

C. $e^5 - e^{-3}.$

D. $e^5 - e^3.$

Lời giải

FB tác giả: Dương Thái Bảo

$$\text{Ta có } g'(x) = [f'(x) - f(x)] \cdot e^{-x} = [-ax^2 + (2a - b)x + b - c] \cdot e^{-x}.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $g'(x)$, khi đó $\begin{cases} g'(x_1) = 0 \\ g'(x_2) = 0 \end{cases}$ và $\begin{cases} g(x_1) = 5 \\ g(x_2) = -3 \end{cases}$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$f(x).e^{-x} = (2ax + b).e^{-x} \Leftrightarrow [-ax^2 + (2a - b)x + b - c].e^{-x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$$

Vậy diện tích hình phẳng được giới hạn bằng

$$S = \left| \int_{x_1}^{x_2} [-ax^2 + (2a - b)x + b - c].e^{-x} dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} g'(x) dx \right| = |g(x_2) - g(x_1)| = 8.$$

Câu 37. [2D3-3.1-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 46) Cho hàm số

$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Biết hàm số

$g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x)$ có ba giá trị cực trị là $-14; 4; 6$. Diện tích hình phẳng

giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x) + 24}$ và $y = 1$ bằng

A. $2\ln 3$.

B. $\ln 10$.

C. $\ln 3$.

D. $\ln 5$.

Lời giải

FB tác giả: Luu Le Van

Xét hàm số: $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x)$.

Ta có $g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) + f''''(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) + 24$

Vì $f''''(x) = 24$. Gọi $x_1; x_2; x_3$ là các điểm cực trị của hàm số thì ta có

$$g'(x_1) = g'(x_2) = g'(x_3) = 0 \text{ và có thể giả sử } \begin{cases} g(x_1) = -14 \\ g(x_2) = 4 \\ g(x_3) = 6 \end{cases}$$

Xét phương trình:

$$\frac{f(x)}{g(x) + 24} = 1 \Leftrightarrow f(x) = g(x) + 24 \Leftrightarrow f'(x) + f''(x) + f'''(x) + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_{x_1}^{x_3} \left(\frac{f(x)}{g(x) + 24} - 1 \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{f(x)}{g(x) + 24} - 1 \right) dx \right| + \left| \int_{x_2}^{x_3} \left(\frac{f(x)}{g(x) + 24} - 1 \right) dx \right| \\ &= \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{g'(x)}{g(x) + 24} \right) dx \right| + \left| \int_{x_2}^{x_3} \left(\frac{g'(x)}{g(x) + 24} \right) dx \right| = \left| \ln |g(x) + 24| \Big|_{x_1}^{x_2} \right| + \left| \ln |g(x) + 24| \Big|_{x_2}^{x_3} \right| \\ &= \left| \ln |g(x_2) + 24| - \ln |g(x_1) + 24| \right| + \left| \ln |g(x_3) + 24| - \ln |g(x_2) + 24| \right| \end{aligned}$$

$$= |\ln|4+24| - \ln|-14+24|| + |\ln|6+24| - \ln|4+24|| = \ln 3.$$

Câu 38. [2D3-3.1-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 46) Cho hàm số $f(x) = 3x^3 + bx^2 + cx + d$ với $b, c, d \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là $-12; 6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+18}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$.B. $\ln 6$.C. $2\ln 2$.D. $\ln 5$.**Lời giải****FB tác giả: Luu Le Van**

Xét hàm số: $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$

Ta có $g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) = f'(x) + f''(x) + 18$

Vì $f'''(x) = 18$. Gọi $x_1; x_2$ là các điểm cực trị của hàm số thì ta có $g'(x_1) = g'(x_2) = 0$ và có thể

$$\text{giả sử } \begin{cases} g(x_1) = -12 \\ g(x_2) = 6 \end{cases}$$

Xét phương trình:

$$\frac{f(x)}{g(x)+18} = 1 \Leftrightarrow f(x) = g(x) + 18 \Leftrightarrow f'(x) + f''(x) + 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{f(x)}{g(x)+18} - 1 \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{f(x) - g(x) - 18}{g(x)+18} \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{g'(x)}{g(x)+18} \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{(g(x)+18)'}{g(x)+18} \right) dx \right| \\ &= \left| \ln|g(x)+18| \Big|_{x_1}^{x_2} \right| = \left| \ln|g(x_2)+18| - \ln|g(x_1)+18| \right| = \left| \ln|6+18| - \ln|-12+18| \right| = \ln 4 = 2\ln 2. \end{aligned}$$

Câu 39. [2D3-3.1-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 46) Cho hai hàm số $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + 1$ và $g(x) = cx^2 + dx + 3$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1$. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{45}{5}$.B. 2 .C. $\frac{99}{10}$.D. $\frac{3}{2}$.**Lời giải****FB tác giả: Luu Le Van**

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} f(-2) = g(-2) \\ f(1) = g(1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16 + 4a - 2b + 1 = 4c - 2d + 3 \\ 1 + a + b + 1 = c + d + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(a-c) - 2(b-d) = -14 \\ (a-c) + (b-d) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-c = -2 \\ b-d = 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } f(x) - g(x) = x^4 + (a-c)x^2 + (b-d)x - 2$$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \left| \int_{-2}^1 (f(x) - g(x)) dx \right| = \left| \int_{-2}^1 (x^4 + (a-c)x^2 + (b-d)x - 2) dx \right|$$

$$= \left| \left(\frac{x^5}{5} + (a-c)\frac{x^3}{3} + (b-d)\frac{x^2}{2} - 2x \right) \right|_{-2}^1$$

Thay $\begin{cases} a-c = -2 \\ b-d = 3 \end{cases}$ ta có $S = \left| \frac{1^5 - (-2)^5}{5} - 2 \cdot \frac{1^3 - (-2)^3}{3} + 3 \cdot \frac{1^2 - (-2)^2}{2} - 2(1 - (-2)) \right| = \frac{99}{10}$.

Câu 40. [2D2-5.5-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 47) Có bao nhiêu cặp số nguyên

$(x; y)$ thỏa mãn $2 \leq x \leq 2021$ và $2^y - \log_2(x + 2^{y-1}) = 2x - y$?

A. 2020.

B. 10.

C. 9.

D. 2019.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Vân

Đặt $\log_2(x + 2^{y-1}) = t \Rightarrow x + 2^{y-1} = 2^t \Leftrightarrow x = 2^t - 2^{y-1}$.

Phương trình đã cho trở thành: $2^y - t = 2(2^t - 2^{y-1}) - y \Leftrightarrow 2 \cdot 2^y + y = 2 \cdot 2^t + t$

Xét hàm số $f(x) = 2 \cdot 2^x + x$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow y = t$.

Suy ra phương trình $\log_2(x + 2^{y-1}) = y \Leftrightarrow x + 2^{y-1} = 2^y \Leftrightarrow x = 2^{y-1}$.

$2 \leq x \leq 2021 \Rightarrow 2 \leq 2^{y-1} \leq 2021 \Leftrightarrow 1 \leq y-1 \leq \log_2 2021 \Leftrightarrow 2 \leq y \leq \log_2 2021 + 1$.

Do $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{2; 3; 4; \dots; 11\}$ có 10 giá trị nguyên của y .

Mà $x = 2^{y-1}$ nên với mỗi số nguyên $y \in \{2; 3; 4; \dots; 11\}$ xác định duy nhất một giá trị nguyên của x .

Vậy có 10 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn bài toán.

Câu 41. [2D2-5.5-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 47) Có bao nhiêu số nguyên y sao

cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{2}; 5\right)$ thỏa mãn $8^{2x^2+xy} = (1+xy) \cdot 8^{4x}$?

A. 7.

B.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

FB tác giả: Thao nguyen

$$8^{2x^2+xy} = (1+xy) \cdot 8^{4x} \Leftrightarrow 8^{2x^2+xy-4x} - (1+xy) = 0$$

Xét hàm số $f(x) = 8^{2x^2+xy-4x} - (1+xy)$

Áp dụng BĐT $a^x > x(a-1) + 1$ ta có

$$f(x) = 8^{2x^2+xy-4x} - (1+xy) > 7(2x^2+xy-4x) + 1 - (1+xy) = 14x^2 + 2x(3y-14) > 0, \forall y \geq 5$$

Do đó $y \leq 4$

Với $y \leq -2 \Rightarrow xy < -1 \Rightarrow f(x) > 0$ (loại)

Với $y = -1 \Rightarrow f(x) = 8^{2x^2-5x} + x - 1$

Ta có $f(5) > 0$; $f\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \Rightarrow f(x) = 0$ có nghiệm $x \in \left(\frac{1}{2}; 5\right) \Rightarrow y = 1$ thỏa mãn

Với $y = 0 \Rightarrow 8^{2x^2} = 8^{4x} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \text{ (TM)} \end{cases} \Rightarrow y = 0$ thỏa mãn

Với $y > 0$ có $f(5) = 8^{5y+30} - (1+5y) > 0, \forall y > 0$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 8^{\frac{y}{2} - \frac{3}{2}} - \left(1 + \frac{y}{2}\right) < 0, \forall y = \{1; 2; 3; 4\}$$

$\Rightarrow f(x) = 0$ có nghiệm $x \in \left(\frac{1}{2}; 5\right)$

Vậy $y = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Câu 42. [2D2-5.5-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 47) Có bao nhiêu số nguyên $y > 5$

để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_{15}(4x+3y+1) = \log_6(x^2-2x+y^2)$?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Huỳnh Tấn Trung

$$\text{Đặt } \log_{15}(4x+3y+1) = \log_6(x^2-2x+y^2) = t \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y+1-15^t = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 6^t + 1 \end{cases} (*)$$

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow$ đường thẳng $\Delta: 4x+3y+1-15^t = 0$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 6^t + 1$ có điểm chung, với tâm $I(1;0)$

$$\Leftrightarrow d(I, \Delta) \leq R \Leftrightarrow \frac{|5-15^t|}{5} \leq \sqrt{6^t+1} \Leftrightarrow 22 \cdot 5^t - 10 \cdot 15^t - 25 \cdot 6^t \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 15^t - 6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^t - 10 \leq 0$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 15^t - 6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^t - 10$$

$$\text{Đạo hàm } f'(t) = 15^t \cdot \ln 15 - 6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^t \ln \frac{2}{5} > 0, \forall t$$

Do vậy: hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó $f(t) \leq 0 \Leftrightarrow t \leq 0,9341$

Do $(x-1)^2 + y^2 = 6^t + 1$ nên $|y| \leq \sqrt{6^t + 1}$, dẫn đến $|y| \leq 6$

Kết hợp giả thiết ta suy ra $y = 6$.

Thử lại:

Với $y = 6$, hệ (*) trở thành

$$\begin{cases} 4x + 19 - 15^t = 0 \\ (x-1)^2 = 6^t - 35 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{15^t - 23}{4} \right)^2 = 6^t - 35 \Leftrightarrow 225^t + 1089 = 46 \cdot 15^t + 16 \cdot 6^t (**)$$

Nếu $t < 0$ thì $15^t < 1, 6^t < 1 \Rightarrow 225^t + 1089 > 46 \cdot 15^t + 16 \cdot 6^t$.

Nếu $t \geq 1 \Rightarrow 15^t > 6^t$, ta sẽ chứng minh $225^t + 1089 > 62 \cdot 15^t$.

Thật vậy, ta có $225^t + 1089 - 62 \cdot 15^t = (15^t - 31)^2 + 128 > 0$

Dẫn đến $225^t + 1089 > 62 \cdot 15^t > 46 \cdot 15^t + 16 \cdot 6^t$.

Nếu $0 \leq t \leq 1$ thì $15^t \leq 15, 6^t \leq 6 \Rightarrow 225^t + 1089 > 46 \cdot 15^t + 16 \cdot 6^t$

Vậy (**) vô nghiệm.

Câu 43. [2H1-3.2-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 48) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a\sqrt{3}$. Gọi I là trung điểm cạnh AD , góc giữa hai mặt phẳng $(A'BI)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$.

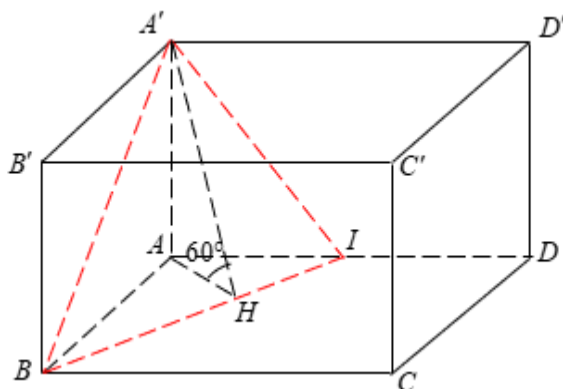
B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $2\sqrt{3}a^3$.

D. $3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Hương Nguyễn



Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BI)$ và $(ABCD)$.

Trong $(ABCD)$: Kẻ $AH \perp BI$ tại H ; $AA' \perp BI$ (do $AA' \perp (ABCD)$) suy ra $A'H \perp BI$

Vậy $\alpha = (A'H, AH) = \angle AHA' = 60^\circ$.

Tam giác ABI vuông tại A , AH là đường cao nên có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Tam giác $A'AH$ vuông tại A có: $AA' = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{3a}{2} \cdot 2\sqrt{3}a^2 = 3\sqrt{3}a^3.$$

Câu 44. [2H1-3.2-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 48) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , góc giữa hai mặt phẳng $(A'BM)$ và $(ABCD)$ bằng 60° với M là trung điểm CD . Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{15}}{15}a^3.$

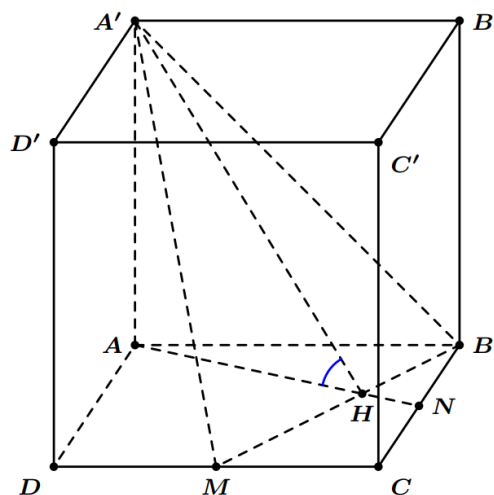
B. $\frac{\sqrt{15}}{5}a^3.$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a^3.$

D. $\frac{2\sqrt{15}}{5}a^3.$

Lời giải

FB tác giả: Dương Thái Bảo



Gọi N là trung điểm của BC , H là giao điểm của MB và AN .

Vì $ABCD$ là hình vuông nên ta có $AN \perp BM$, suy ra $A'H \perp MB$.

Do đó $A'HA = 60^\circ$.

Ta có $AH = \frac{AB^2}{AN} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$, suy ra $AA' = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{2\sqrt{15}}{5}a$.

Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng $V = AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{2\sqrt{15}}{5}a^3$.

Câu 45. [2H1-3.2-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 48) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

A. $64\sqrt{3}.$

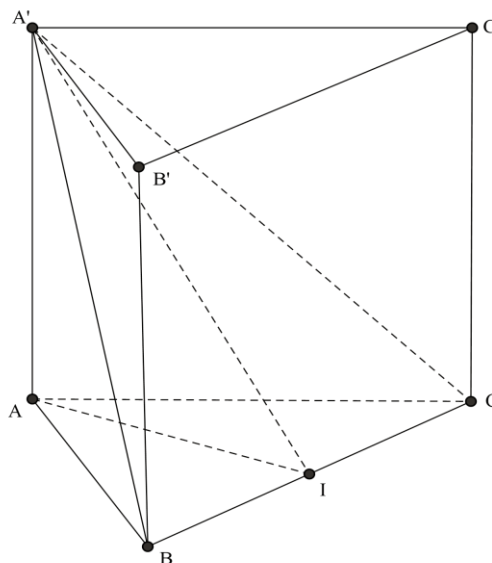
B. $2\sqrt{3}.$

C. $16\sqrt{3}.$

D. $8\sqrt{3}.$

Lời giải

FB tác giả: Sơn Trường



Gọi I là trung điểm cạnh BC .

Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều nên $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đều.

Do đó ta có: $A'B = A'C$. Suy ra tam giác $A'BC$ cân tại $A' \Rightarrow A'I \perp BC$.

Mặt khác: tam giác ABC đều $\Rightarrow AI \perp BC$.

Suy ra $BC \perp (A'IA)$.

Vậy góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt đáy bằng góc $A'IA = 30^\circ$.

Ta có: tam giác ABC là hình chiếu của tam giác $A'BC$ trên mặt đáy

Nên $S_{ABC} = S_{A'BC} \cdot \cos \alpha = 8 \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3}$.

Đặt $AB = x \Rightarrow S_{ABC} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \Rightarrow x = 4$.

Ta có: $AI = \frac{x\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow AA' = AI \cdot \tan AIA' = 2$.

Suy ra: $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2 \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$.

Câu 46. [2H3-2.8-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 49) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;9)$, $B(2;3;4)$ và $C(2;15;9)$. Một mặt cầu (S) luôn đi qua A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại D . Biết rằng khi CD đạt giá trị nhỏ nhất thì tọa độ tâm của mặt cầu (S) là $I(a;b;c)$. Khi đó $a-b+2c$ bằng

A. -13.

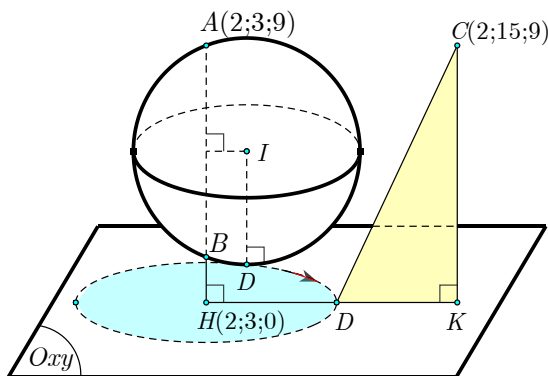
B. 9.

C. 2

D. 6.

Lời giải

FB tác giả: Lê Văn Đoàn



Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 0; -5) \Rightarrow AB \perp (Oxy)$.

Và $H(2; 3; 0)$, D là hình chiếu của A, I lên mặt (Oxy) .

$$\Rightarrow HA = 9, HB = 4.$$

Ta có $HD^2 = HA \cdot HB \Rightarrow KD = \sqrt{HA \cdot HB} = 6$.

$\Rightarrow D$ thuộc đường tròn (C) tâm H , $r = 6$.

Gọi K là hình chiếu của C lên $(Oxy) \Rightarrow K(2; 15; 0)$.

$\Rightarrow HK = 12 > r \Rightarrow K$ nằm ngoài (C) .

Ta có $CD = \sqrt{CK^2 + DK^2} = \sqrt{9^2 + DK^2} \geq \sqrt{81 + (HK - r)^2} = \sqrt{81 + (12 - 6)^2} = 3\sqrt{3}$.

$\Rightarrow CD_{\min} = 3\sqrt{3}$. Dấu "=" xảy ra khi H, K, D và D nằm giữa HK .

Ta có: $r = HD = 6, HK = 12 \Rightarrow \overline{HK} = 2\overline{HD} \Rightarrow D$ là trung điểm $HK \Rightarrow D(2; 9; 0)$.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của (S) , vì D là hình chiếu của I lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow I(2; 9; c)$.

$\Rightarrow I$ nằm trên $(P): z = \frac{13}{2}$ là mặt phẳng trung trực của AB , $(P) \parallel (Oxy) \Rightarrow c = \frac{13}{2}$.

$\Rightarrow a = 2, b = 9, c = \frac{13}{2} \Rightarrow a - b + 2c = 6$.

Câu 47. [2H3-2.8-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 49) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 1; 1)$ và điểm $B(5; 0; 5)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$ sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $3\sqrt{11}$.

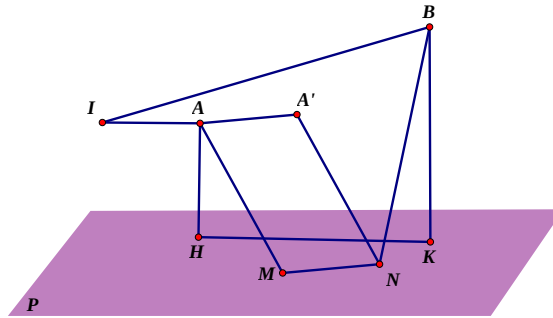
B. $\sqrt{21}$.

C. $\sqrt{17}$.

D. $\sqrt{33}$.

Lời giải

FB tác giả: Tân Ngọc



Ta có A, B cùng phía so với (P) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B lên mặt phẳng (P) . Khi đó $H(3;1;-1), K(1;0;1)$.

Ta có $d_A = d(A, (P)) = 2\sqrt{2}, d_B = d(B, (P)) = 4\sqrt{2}$.

Đặt $A' = T_{\overline{MN}}(A)$, khi đó ta có $|AM - BN| = |A'N - BN| \leq A'B$.

Rõ ràng A' nằm trên đường tròn có tâm A và có bán kính bằng MN , đường tròn này cắt mặt phẳng tạo bởi (AH, BK) tại hai điểm, giả sử I là điểm cách B một khoảng lớn hơn.

Khi đó ta có $|AM - BN|_{\max} \Leftrightarrow A'B_{\max} \Leftrightarrow A' \equiv I$.

Vậy $A'B_{\max} = IB = \sqrt{(d_B - d_A)^2 + (HK + MN)^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (3+2)^2} = \sqrt{33}$.

Câu 48. [2H3-2.8-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 49) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 15 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (P) , N là điểm thuộc tia OM sao cho $OM.ON = 10$. Khoảng cách nhỏ nhất từ N đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?

A. 5.

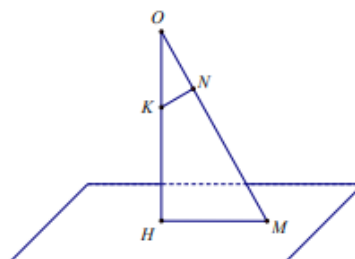
B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Tân Ngọc



Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên (P) và K thuộc tia OH thỏa mãn $OK.OH = 10$.

Do $OH = d(O, (P)) = 5$ nên $OK = 2$.

Lại có: $OK.OH = OM.ON \Rightarrow \Delta ONK$ đồng dạng tam giác OHM . Suy ra $ONK = 90^\circ$. Do đó N thuộc đường tròn đường kính OK . Suy ra $d(N, (P)) \geq d(K, (P))$.

Vậy khi $N \equiv K$ thì khoảng cách từ N đến (P) nhỏ nhất và bằng $KH = 3$.

Câu 49. [2D1-2.6-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 50) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-7)(x^2-9)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|ax^3 + bx| + 2m + 3)$ với $a, b > 0$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

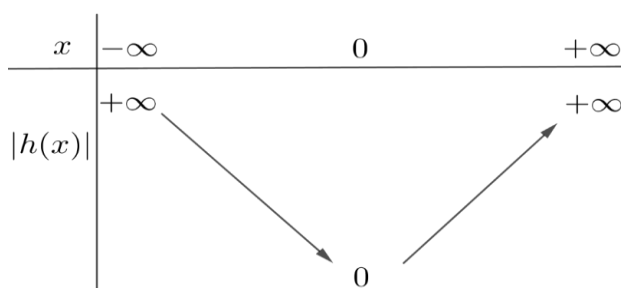
C. 3.

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Văn Nguyễn

Ta có BBT của hàm $y = |h(x)| = |ax^3 + bx|$ như sau



$$\text{Ta có } g'(x) = |ax^3 + bx|' \cdot f'(|ax^3 + bx| + 2m + 3) = \frac{x(3ax^2 + b)(ax^2 + b)}{|ax^3 + bx|} \cdot f'(|ax^3 + bx| + 2m + 3).$$

Rõ ràng $g'(x)$ không xác định tại $x = 0$ và đổi dấu khi x đi qua 0 nên $x = 0$ là 1 điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|ax^3 + bx| + 2m + 3)$.

$$\text{Ta có: } f'(|ax^3 + bx| + 2m + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |ax^3 + bx| + 2m + 3 = 7 \\ |ax^3 + bx| + 2m + 3 = 3 \\ |ax^3 + bx| + 2m + 3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |ax^3 + bx| = 4 - 2m \\ |ax^3 + bx| = -2m \\ |ax^3 + bx| = -6 - 2m \end{cases}.$$

Để hàm số $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì phương trình $g'(x) = 0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt khác 0 và $g'(x)$ đổi dấu khi đi qua ít nhất 2 trong số các nghiệm đó.

Từ BBT ta có $4 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Vì m nguyên dương nên $m = 1$

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 50. [2D1-2.6-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ 101 BGD NĂM 2021 CÂU 50) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-4		$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(|6x-5|) + 2021 + m|$ có 3 điểm cực đại?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

FB tác giả: Nam du

Xét hàm số $y = f(|6x-5|) + 2021 + m$

$$\text{Đặt } u = |6x-5| = \sqrt{(6x-5)^2} \Rightarrow u' = \frac{6(6x-5)}{\sqrt{(6x-5)^2}}$$

Hàm u đạt cực trị tại $x = \frac{5}{6}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{5}{6}$		$+\infty$
u	$+\infty$	2	0	2	$+\infty$
$f(u)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$+\infty$
$f(u) + 2021 + m$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$+\infty$

Suy ra hàm số $y = |f(u) + 2021 + m|$ có 3 điểm cực đại

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2017 < 0 \\ m+2024 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2024 < m < -2017$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2023, -2022, -2021, -2020, -2019, -2018\}$.

HẾT