

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề kiểm tra có 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm). Tính giới hạn của các hàm số sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 5x + 1}{-x^2 - 6x + 3}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - x + 7} - 3}{4x - 8}$.

Câu 2 (2,0 điểm). Tìm đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

b) $y = x^4 - 5x + \sqrt{x}$.

c) $y = (\sin 2x - 1)(\cos x + 1)$.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$. Giải bất phương trình $y' + x - 6 \leq 0$.

b) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 8x - 7$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với (C) , biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng -1 .

Câu 4 (1,0 điểm). Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2-10)x - m - 1$, (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

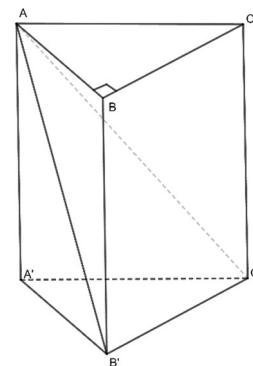
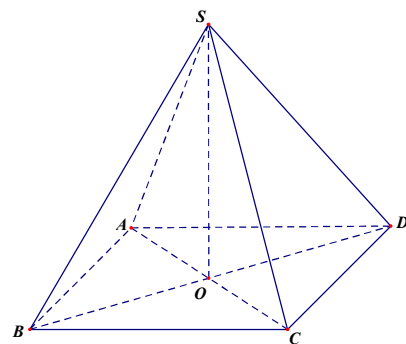
Câu 5 (2,5 điểm). Cho hình chóp đều tứ giác $S.ABCD$ (hình vẽ bên),

$AB = a, SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; gọi M là trung điểm của cạnh BC .

a) Chứng minh $BC \perp (SMO)$ và $(SAC) \perp (SBD)$.

b) Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy của hình chóp đã cho.

c) Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) , từ đó suy ra khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .



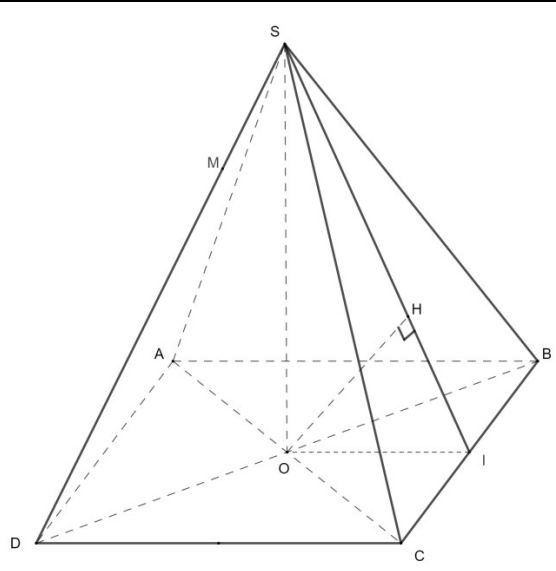
Câu 6 (0,5 điểm). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ (hình vẽ bên) có đáy là tam giác vuông tại B , $AC = 5a$, $BC = 3a$, góc giữa mặt phẳng $(AB'C')$ và mặt đáy bằng 45° . Tính độ dài đường cao của lăng trụ đã cho.

-----**HẾT**-----

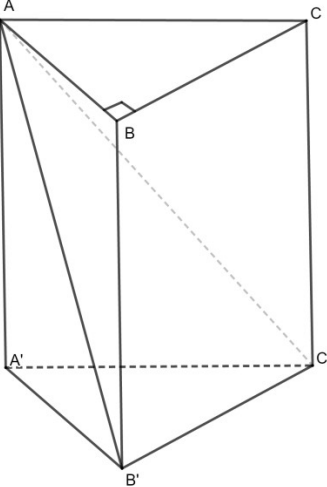
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....; Lớp:.....

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Tính các giới hạn sau	(2,0 điểm)
a)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 5x + 1}{-x^2 - 6x + 3}$	
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(4 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left(-1 - \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2} \right)}$	0.25
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}{-1 - \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2}}$	0.25
	$= -4$	0.25
b)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - x + 7} - 3}{4x - 8}$	
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\left(\sqrt{x^2 - x + 7} \right)^2 - 3^2}{(4x - 8) \left(\sqrt{x^2 - x + 7} + 3 \right)}$	0.25
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 1)}{(x - 2) \cdot 4 \cdot \left(\sqrt{x^2 - x + 7} + 3 \right)}$	0.25
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 1}{4 \cdot \left(\sqrt{x^2 - x + 7} + 3 \right)} = \frac{1}{8}.$	0.25
Câu 2	Tính đạo hàm của hàm số	2 điểm
a)	$y = \frac{2x + 1}{x - 1} \dots$	
	$y' = \frac{2(x - 1) - (2x + 1)}{(x - 1)^2} = \frac{-3}{(x - 1)^2}$	0.25+0.25
b)	$y = x^4 - 5x + \sqrt{x}$	
	$y' = 4x^3 - 5 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$	0.25 +0.25+0.25
c)	$y = (\sin 2x - 1)(\cos x + 1)$	
	$y' = (\sin 2x - 1)'(\cos x + 1) + (\cos x + 1)'(\sin 2x - 1)$	0.25
	$y' = 2 \cos 2x (\cos x + 1) - \sin x (\sin 2x - 1)$	0.25+0.25
Câu 3		2 điểm

a)	Cho $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$. Tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình $y' + x - 6 \leq 0$.	1 điểm
	$y' = x^2 - 2x$.	0.25
	$y' + x - 6 \leq 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2x) + x - 6 \leq 0$ $\Leftrightarrow x^2 - x - 6 \leq 0$	0.25
	$\Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.	0.5
	Kết luận: $S = [-2; 3]$.	
b)	Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 8x - 7$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng -1 .	1 điểm
	$y' = f'(x) = x^2 + 6x + 8$.	0.25
	Vì tiếp tuyến có hệ số góc bằng -1 nên $f'(x_0) = -1$.	0.25
	Từ đó ta có $x_0^2 + 6x_0 + 9 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -3$	0.25
	Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = -x - 16$.	0.25
Câu 4	Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2 - 10)x - m - 1$, (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$	(1 điểm).
	Đkbt khi $f'(x) = -x^2 - 2(m+2)x + m^2 - 10 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = 2m^2 + 4m - 6 \leq 0 \end{cases}$	0.5
	$\Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$.	0.25
Câu 5	Cho hình chóp đều tứ giác $S.ABCD$ (hình vẽ bên), $AB = a$, $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; gọi M là trung điểm của cạnh BC .	2.5 điểm
		

	Ta có: O là tâm của hình vuông $ABCD$. Mà $S.ABCD$ là hình chóp đều. Suy ra $SO \perp (ABCD)$.	
a)	Chứng minh $BC \perp (SMO)$ và $(SAC) \perp (SBD)$.	1.0
	$\begin{cases} BC \perp OM \\ BC \perp SO \end{cases}$ $\Rightarrow BC \perp (SOM).$	0.5
	$\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases}$ $\Rightarrow AC \perp (SBD).$ Mà $AC \subset (SAC)$. Suy ra $(SAC) \perp (SBD)$.	0.25 0.25
b)	Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy của hình chóp đã cho.	0.5
	Hình chiếu vuông góc của SB lên $mp(ABCD)$ là OB. Suy ra góc giữa SB và $mp(ABCD)$ là $\widehat{SBO}$.	0.25
	$OB = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ $\cos \widehat{SBO} = \frac{OB}{SB} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ $\Rightarrow \widehat{SBO} = 30^\circ.$	0.25
c)	Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC), từ đó suy ra khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).	1.0
	Kẻ $OH \perp SM$ tại H. Ta có: $\begin{cases} OH \perp SH \\ OH \perp BC \text{ (vì } BC \perp (SOI) \supset OH) \end{cases}$ $\Rightarrow OH \perp (SBC)$ $\Rightarrow d[O, (SBC)] = OH.$	0.25
	$OH = \frac{SO \cdot OM}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} = \frac{a\sqrt{10}}{10}.$ Vậy $d[O, (SBC)] = \frac{a\sqrt{10}}{10}.$	0.25
	Ta có: $AC = 2 \cdot OC \Rightarrow d(A, (SBC)) = 2 \cdot d(O, (SBC)).$ $\Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$	0.25 0.25

Câu 6	Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AC = 5a$, $BC = 3a$, góc giữa mặt phẳng $(AB'C')$ mặt đáy bằng 45°. Tính độ dài đường cao của lăng trụ đã cho. 	(0,5 điểm)
	$+(AB'C') \cap (A'B'C') = B'C'$. $+A'B' \subset (A'B'C'), A'B' \perp B'C'$. $AB' \subset (AB'C'), AB' \perp B'C' \text{ (vì } B'C' \perp (ABB'A') \supset AB')$ $+[\widehat{(AB'C'), (A'B'C')}] = \widehat{(A'B', AB')} = \widehat{AB'A'} = 45^\circ$.	0.25
	$A'B' = \sqrt{A'C'^2 - B'C'^2} = 4a$. $AA' = A'B' \cdot \tan 45^\circ = 4a$. Vậy độ dài đường cao của lăng trụ đã cho bằng $4a$.	0.25