



ĐỀ CƯƠNG GIỮA HỌC KỲ II

NĂM HỌC 2021 - 2022

MÔN: TOÁN - KHỐI: 11

I. KIẾN THỨC ÔN TẬP:

1. **ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH:** TỪ DÃY SỐ-CSC-CSN ĐẾN HẾT CÁC DẠNG VÔ ĐỊNH CỦA GIỚI HẠN HÀM SỐ.

2. **HÌNH HỌC:** TỪ HAI MẶT PHẪNG SONG SONG ĐẾN HẾT HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

A. ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH

1. DÃY SỐ - CSC - CSN

Câu 1. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A. Mỗi hàm số là một dãy số.
- B. Dãy số (u_n) được gọi là dãy đơn điệu giảm nếu $u_{n+1} \geq u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- C. Một dãy số được gọi là vô hạn nếu dãy đó có phần tử lớn đến vô hạn.
- D. Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại số M sao cho $u_n < M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 2. Dãy số (u_n) xác định bởi công thức $u_n = 2n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ chính là

- A. dãy số tự nhiên lẻ.
- B. dãy số tự nhiên chẵn.
- C. dãy số 1,3,5,9,13,17,...
- D. cấp số cộng với $u_1 = -1$, công sai $d = 2$.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) biết
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}} \end{cases} (n \geq 2).$$
 Giá trị của u_4 bằng

- A. $\frac{3}{4}$.
- B. $\frac{4}{5}$.
- C. $\frac{5}{6}$.
- D. $\frac{6}{7}$.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2^{n+1} + 1}{2^n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng u_1, u_3, u_5 có giá trị lần lượt là

- A. $\frac{3}{2}, \frac{17}{8}, \frac{65}{32}$.
- B. $\frac{5}{2}, \frac{9}{8}, \frac{65}{32}$.
- C. $\frac{5}{2}, \frac{17}{8}, \frac{65}{32}$.
- D. $\frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \frac{33}{32}$.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n}{n^2 + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số?

- A. 10.
- B. 8.
- C. 9.
- D. 11.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) biết
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases} (n \geq 1).$$
 Số hạng tổng quát của dãy số là

TRƯỜNG THPT XUÂN ĐỊNH

- A. $u_n = 2^{n+1} - 3$. B. $u_n = 3^n + 2$. C. $u_n = 2^n - 1$. D. $u_n = 2n + 3$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

- A. $u_7 = \frac{8}{15}$. B. (u_n) là dãy tăng. C. (u_n) là dãy bị chặn. D. (u_n) là dãy vô hạn.

Câu 8. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ bằng

- A. $\frac{2n}{2n+1}$. B. $\frac{n}{n+1}$. C. $\frac{n+1}{2n}$. D. $\frac{n}{2n+1}$.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ và dãy (v_n) biết $\begin{cases} u_1 = v_1 \\ v_{n+1} = v_n + u_{n+1} \end{cases}$ ($n \geq 1$). Số hạng tổng quát của dãy (v_n) là

- A. $v_n = \frac{n}{n+1}$. B. $v_n = \frac{n}{n+2}$. C. $v_n = \frac{n+1}{n+3}$. D. $v_n = \frac{2n}{2n+1}$.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ ($n \geq 1$). Số 33 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số?

- A. 14. B. 15. C. 16. D. 17.

Câu 11. Biết dãy số 2, 7, 12, ..., x là một cấp số cộng. Tìm x biết $2 + 7 + 12 + \dots + x = 245$?

- A. $x = 45$. B. $x = 42$. C. $x = 52$. D. $x = 47$.

Câu 12. Trong các dãy (u_n) sau, dãy số nào là cấp số cộng ?

- A. $u_n = \frac{2n}{n+1}$. B. $\frac{8}{5}; \frac{18}{5}; \frac{28}{5}; \frac{38}{5}$.
C. $u_n = 2^n$ D. dãy các số nguyên chia hết cho 3.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 + u_3 = 7$ và $u_2 + u_4 = 12$. Tính u_{20} ?

- A. 48,5. B. 47,5. C. 51. D. 49

Câu 14. Cho cấp số cộng với $u_1 = -15$, công sai $d = \frac{1}{3}$ và $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 0$. Tìm n ?

- A. $n = 0$. B. $n = 0$ hoặc $n = 91$. C. $n = 31$. D. $n = 91$.

Câu 15. Cho cấp số cộng 2, a, 6, b. Giá trị của $a.b$ bằng

- A. 32. B. 40. C. 12. D. 22.

Câu 16. Viết 3 số xen giữa các số 2 và 22 để được CSC có 5 số hạng. Ba số đó là

- A. 7;12;17. B. 6,10,14. C. 8,13,18. D. Tất cả đều sai.

Câu 17. Cho CSC có $u_1 = -1, d = 2, s_n = 483$. Hãy tìm số các số hạng của CSC đó ?

- A. $n = 20$. B. $n = 21$. C. $n = 22$. D. $n = 23$.

Câu 18. Cho CSC có tổng 10 số hạng đầu tiên và 100 số hạng đầu tiên lần lượt là 100 và 10. Khi đó tổng của 110 số hạng đầu tiên bằng

- A. 90. B. -90. C. 110. D. -110.

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 31 \\ u_1 + u_3 = 26 \end{cases}$. Giá trị u_1 và q là

TRƯỜNG THPT XUÂN ĐỊNH

A. $u_1 = 2; q = 5$ hoặc $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$. B. $u_1 = 5; q = 1$ hoặc $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$.

C. $u_1 = 25; q = 5$ hoặc $u_1 = 1; q = \frac{1}{5}$. D. $u_1 = 1; q = 5$ hoặc $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$.

Câu 20. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Giá trị u_1 và d là

A. $u_1 = 3; d = 2$. B. $u_1 = 2; d = 2$. C. $u_1 = 2; d = 4$. D. $u_1 = 2; d = 3$.

Câu 21. Cho CSN có $u_1 = -1; q = \frac{-1}{10}$. Giá trị $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ bao nhiêu của CSN đó ?

A. số hạng thứ 103. B. số hạng thứ 104. C. số hạng thứ 105. D. Đáp án khác.

Câu 22. Xen giữa số 3 và số 19683 là 7 số để được một CSN có $u_1 = 3$. Khi đó u_5 bằng

A. -243. B. 729. C. ± 243 . D. 243.

Câu 23. Trong các dãy số sau, dãy số nào là CSN ?

A. $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. B. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. C. $u_n = n + \frac{1}{3}$. D. $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$.

Câu 24. Nếu ba số $\frac{2}{b-a}; \frac{1}{b}; \frac{2}{b-c}$ (với $b \neq 0; b \neq a; b \neq c$) theo thứ tự lập thành một CSC thì

A. ba số a, b, c lập thành cấp số cộng. B. ba số b, a, c lập thành cấp số nhân.
C. ba số b, a, c lập thành cấp số cộng. D. ba số a, b, c lập thành cấp số nhân.

Câu 25. Giá trị của $S = 3 + 8 + 13 + \dots + 2018$ là

A. $S = 2039189$ B. $S = 410263$ C. $S = 408242$ D. $S = 406221$

Câu 26. Xác định x để 3 số $2x-1; x; 2x+1$ lập thành CSN ?

A. $x = \pm \frac{1}{3}$. B. $x = \pm \sqrt{3}$.
C. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. Không có giá trị nào của x .

Câu 27. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

A. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. B. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$. C. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Câu 28. Cho hai cấp số cộng hữu hạn, mỗi cấp số cộng có 100 số hạng là 4, 7, 10, 13, 16, ... và 1, 6, 11, 16, 21, Hỏi có tất cả bao nhiêu số có mặt trong cả hai cấp số cộng trên?

A. 20. B. 18. C. 21. D. 19.

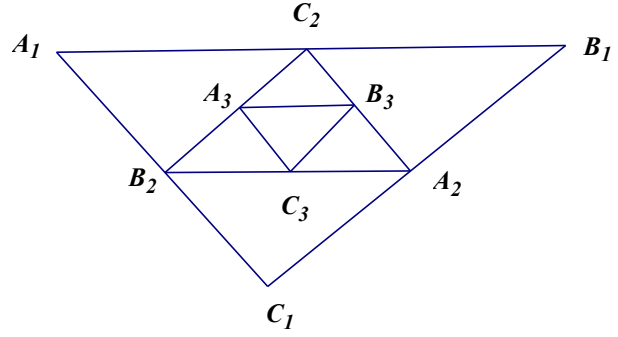
Câu 29. S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 12. B. 8. C. 10. D. 6.

Câu 30. Giải phương trình $1 + 8 + 15 + 22 + \dots + x = 7944$

A. $x = 330$. B. $x = 220$. C. $x = 351$. D. $x = 407$.

Câu 31. Cho tam giác đều $A_1B_1C_1$ có độ dài cạnh bằng 4. Trung điểm của các cạnh tam giác $A_1B_1C_1$ tạo thành tam giác $A_2B_2C_2$, trung điểm của các cạnh tam giác $A_2B_2C_2$ tạo thành tam giác $A_3B_3C_3$,... Gọi $P_1, P_2, P_3, \dots$ lần lượt là chu vi của tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$. Tính tổng chu vi $P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$



- A. $P = 8$. B. $P = 24$. C. $P = 6$. D. $P = 18$.

Câu 32. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A , biết độ dài cạnh đáy BC , đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội q . Giá trị của q^2 bằng

- A. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

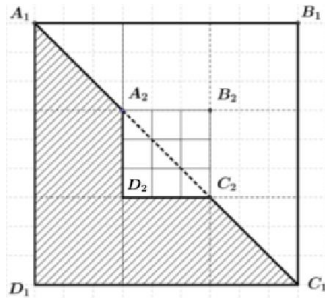
Câu 33. Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

- A. $T = \frac{101}{27}$. B. $T = \frac{100}{27}$. C. $T = -\frac{100}{27}$. D. $T = -\frac{101}{27}$.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $(x-1)(x-3)(x-m) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân tăng?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 35. Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

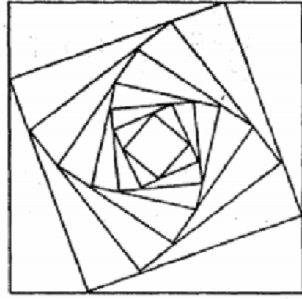
Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

TRƯỜNG THPT XUÂN ĐÌNH

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

- A. 9 bước. B. 4 bước. C. 8 bước. D. 7 bước.

Câu 36. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết

$$T = \frac{32}{3}, \text{ tính } a ?$$

- A. 2. B. $\frac{5}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

2. GIỚI HẠN

Câu 37. $\lim (1 - n - 2n^2)$ bằng

- A. 1. B. $+\infty$. C. -2. D. $-\infty$.

Câu 38. Tìm $\lim \frac{2n-1}{n+1}$?

- A. -2. B. -1. C. 2. D. $+\infty$.

Câu 39. Tìm $\lim \frac{4 \cdot 5^n - 2}{5^{n+1} + 2}$?

- A. -1. B. 4. C. $\frac{4}{5}$. D. 2.

Câu 40. Tìm $\lim (\sqrt{n^2 - n} - n)$?

- A. $-\infty$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 41. Tìm $\lim (\sqrt{n^2 + n + 1} - 2n)$?

- A. $-\frac{3}{2}$. B. 1. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 42. Tìm $\lim \frac{(2n-1)(3n^2+n+2)}{2n^3-3n^2+2}$?

A. 6.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 43. Tính tổng $S = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \dots$?

A. $+\infty$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. - 3.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 44. Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n = 1$. Tìm kết quả **sai** ?

A. $\lim(\sqrt{u_n+1} - \sqrt{2} \cdot u_n) = +\infty$

B. $\lim \frac{u_n^2-1}{u_n-1} = 2$.

C. $\lim(u_n+2) = 3$

D. $\lim \frac{u_n+1}{u_n-2} = -2$

Câu 45. Tính tổng $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$?

A. 2.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Câu 46. Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n = +\infty$. Tìm $\lim \frac{2u_n+3}{4u_n-1}$?

A. - 3.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 47. Giới hạn $\lim \frac{8n^5-2n^3+1}{2n^2-4n^5+2019}$ bằng

A. -2.

B. 4.

C. $+\infty$.

D. 0.

Câu 48. Giá trị của $B = \lim \frac{4n^2+3n+1}{(3n-1)^2}$ bằng:

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 0.

D. 4

Câu 49. Tính $L = \lim \frac{n^3+n^2+1}{2018-3n^3}$.

A. $\frac{1}{2018}$.

B. -3.

C. $+\infty$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 50. Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim \left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a \right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Câu 51. Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim \frac{an^2+a^2n+1}{(n+1)^2} = a^2 - a + 1$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0 < a < 2$.

B. $0 < a < \frac{1}{2}$.

C. $-1 < a < 0$.

D. $1 < a < 3$.

TRƯỜNG THPT XUÂN ĐỊNH

Câu 52. Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a.b$

- A. 192 B. 68 C. 32 D. 128

Câu 53. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

- A. -12. B. -2. C. 0. D. -6.

Câu 54. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\lim u_n = 0$. B. $\lim u_n = \frac{1}{2}$.
C. Dãy số (u_n) không có giới hạn khi $n \rightarrow +\infty$. D. $\lim u_n = 1$.

Câu 55. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2}{n^3 + 2n + 7}$ có giá trị bằng?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. 0. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 56. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+2n+1}{3n^2+4}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 0. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 57. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 58. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{2n-1}{n^2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. $\lim u_n$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1

Câu 59. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right]$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 60. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 - 4n} \right)$.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 61. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 4n + 7} + a - n \right) = 0$?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 62. Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[n \left(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1} \right) \right]$.

- A. $I = +\infty$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = 1,499$. D. $I = 0$.

Câu 63. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 + 3} - \sqrt[3]{8n^3 + n} \right)$.

- A. $+\infty$. B. 1. C. $-\infty$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 64. Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9n^2 + 2n - 1} - \sqrt{4n^2 + 1} \right)$.

- A. $+\infty$. B. 1. C. $-\infty$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 65. Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 + n + 1} - 9n \right)$.

- A. $+\infty$. B. -7. C. $-\infty$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 66. Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A. 5. B. 2. C. -6. D. 3.

Câu 67. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng

- A. $+\infty$. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 68. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3}{x^3 + 4}$ bằng

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{5}{3}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 69. $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{\frac{2x}{x^3 - x - 6}}$ bằng

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 70. $\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt[3]{\frac{x^4 + 27x}{4x^2 - 36}}$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 71. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x^2 - 3}}{\sqrt{2x^2 + 4}}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. 1. C. 0. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 72. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 1)(x^2 + x)}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 2. C. $-\infty$. D. -2.

Câu 73. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5} \right)$ bằng

- A. 0. B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 74. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^3 + 1)$ bằng

- A. 1. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 75. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{x + 1}$ bằng

- A. 2 B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 76. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2 - x - 1}$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{2}{3}$. D. -4.

Câu 77. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 9}{-x^4 + 5x^2 - 5x}$ bằng

- A. -2 B. 2. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 78. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$.

Câu 79. Giả sử $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = -\infty$. Ta xét các mệnh đề sau:

- (1) $\lim_{x \rightarrow a^+} [f(x) - g(x)] = 0$ (2) $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ (3) $\lim_{x \rightarrow a^+} [f(x) + g(x)] = -\infty$

Trong các mệnh đề trên:

- A. Chỉ có hai mệnh đề đúng. B. Cả ba mệnh đề đều đúng.
C. Không có mệnh đề nào đúng. D. Chỉ có 1 mệnh đề đúng.

Câu 80. Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} + ax + b \right) = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b$ bằng

- A. -2. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 81. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a + b$.

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 5.

Câu 82. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x - 2}{x^{2017} + x - 2}$ bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a^2 - b^2$.

- A. 4037. B. 4035. C. -4035. D. 4033.

Câu 83. Tìm $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1 + a^2)x + a}{x^3 - a^3}$.

A. $\frac{2a^2}{a^2+3}$. B. $\frac{2a^2-1}{3a^2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{2a^2-1}{3}$.

Câu 84. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{13}{12}$. C. $+\infty$. D. $\frac{10}{11}$.

Câu 85. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x+8} - x - 17}$.

A. $-\infty$. B. 0. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 86. Tìm giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x})$. Ta được M bằng

A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 87. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{36x^2 + 5ax + 1} - 6x + b) = \frac{20}{3}$ và đường thẳng $\Delta: y = ax + 6b$ đi qua điểm $M(3; 42)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$ là

A. 104. B. 100. C. 41. D. 169.

Câu 88. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1} + 2017}{x + 2018} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 1} - x) = 2$. Tính $P = 4a + b$.

A. $P = 3$. B. $P = -1$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

B. HÌNH HỌC

Câu 89. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.
- B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .
- C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .
- D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a // (P)$.

Câu 90. Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) ; đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai** trong các mệnh đề sau.

- A. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // b$.
- B. Nếu $(P) // (Q)$ thì $b // (P)$.
- C. Nếu $(P) // (Q)$ thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
- D. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // (Q)$.

Câu 91. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng khác thì chúng song song với nhau.
- B. Nếu ba mp phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng quy.

C. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) .

D. Cho hai đường thẳng a, b nằm trong mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (Q) . Khi đó, nếu $a \parallel a'; b \parallel b'$ thì $(P) \parallel (Q)$.

Câu 92. Trong không gian, cho đường thẳng a và hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Nếu (P) và (Q) cùng cắt a thì (P) song song với (Q) .
- B. Nếu (P) và (Q) cùng song song với a thì (P) song song với (Q) .
- C. Nếu (P) song song với (Q) và a nằm trong mp (P) thì a song song với (Q) .
- D. Nếu (P) song song với (Q) và a cắt (P) thì a song song với (Q) .

Câu 93. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mp nào sau đây?

- A. $(BA'C')$.
- B. $(C'BD)$.
- C. (BDA') .
- D. (ACD') .

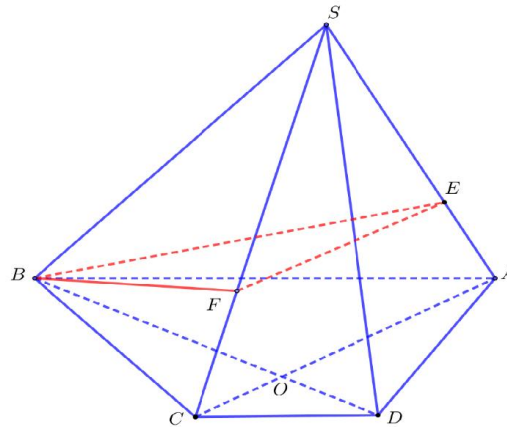
Câu 94. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$.
- B. $(AA'B)$.
- C. $(BB'C)$.
- D. $(CC'A)$.

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) .
- B. (SCD) .
- C. $(ABCD)$.
- D. (SAB) .

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy E thuộc cạnh SA , F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF) . Gọi P là giao điểm của SD với (α) . Tính tỉ số $\frac{SP}{SD}$.

- A. $\frac{SP}{SD} = \frac{3}{7}$.
- B. $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{3}$.
- C. $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{6}$.
- D. $\frac{SP}{SD} = \frac{6}{7}$.

TRƯỜNG THPT XUÂN ĐỊNH

Câu 97. Cho hình tứ diện ABCD. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

- A. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
 B. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$
 C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 98. Cho hình hộp ABCDA'B'C'D'. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = k\overrightarrow{AC'}$?

- A. $k = 0$.
 B. $k = 1$.
 C. $k = 2$.
 D. $k = 4$.

Câu 99. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai** ?

- A. Vì $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} = \vec{0}$ nên N là trung điểm đoạn MP.
 B. Vì I là trung điểm của đoạn AB nên với O bất kỳ ta đều có : $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$.
 C. Từ hệ thức $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{AD}$ ta suy ra ba vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.
 D. Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ nên 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Câu 100. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng** ?

- A. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c.
 B. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c.
 C. Cho ba đường thẳng a, b, c vuông góc nhau từng đôi một. Nếu có một đường thẳng d vuông góc với a thì d song song với b hoặc c.
 D. Cho hai đường thẳng a và b song song nhau. Một đường thẳng c vuông góc với a thì c vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng tạo bởi hai đường thẳng a và b.

Câu 101. Cho tứ diện ABCD có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ, \widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I, J là trung điểm của AB, CD. Khi đó góc giữa AB và IJ bằng

- A. 45° .
 B. 60° .
 C. 90° .
 D. 30° .

Câu 102. Cho biết khẳng định nào sau đây là **sai**

Cho tam giác đều ABC, ABD và ABE, trong đó ABC và ABD cùng thuộc một mặt phẳng còn ABE không thuộc mặt phẳng đó. Gọi I là trung điểm AB ta có

- A. CE vuông góc DE.
 B. CD vuông góc với AB.
 C. BE vuông góc AE.
 D. AB vuông góc EI.

Câu 103. Cho tứ diện ABCD, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD; Đẳng thức nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.
 B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.
 C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$.
 D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Câu 104. Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
 B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.
 C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.
 D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

TRƯỜNG THPT XUÂN ĐỊNH

Câu 105. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ bằng

- A. $\overrightarrow{D'C'}$. B. $\overrightarrow{BA}$. C. $\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Câu 106. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng. B. Ba vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng..
C. $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$.

Câu 107. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.
C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Câu 108. Trong không gian, cho đường thẳng d và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng d ?

- A. 3. B. vô số. C. 1. D. 2.

Câu 109. Trong không gian cho trước điểm M và đường thẳng Δ . Các đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ thì:

- A. vuông góc với nhau. B. song song với nhau.
C. cùng vuông góc với một mặt phẳng. D. cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 110. Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau
C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Câu 111. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c phân biệt và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $a \perp c$ và $(P) \perp c$ thì $a \parallel (P)$. B. Nếu $a \perp c$ và $b \perp c$ thì $a \parallel b$.
C. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \perp c$. D. Nếu $a \perp b$ thì a và b cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 112. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a . Góc giữa hai vector $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 90° .

Câu 113. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ$, $AB = AD = AC$. Gọi φ là góc giữa AB và CD . Chọn mệnh đề **đúng**?

- A. $\varphi = 60^\circ$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$. C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\cos \varphi = \frac{3}{4}$.

Câu 114. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'})$

- A. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 0$. B. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 1$.

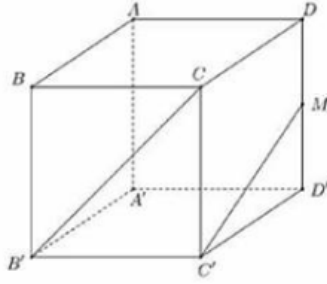
C. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{1}{2}$.

D. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 115. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

- A. 135° . B. 150° . C. 120° . D. 60° .

Câu 116. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của DD' (tham khảo hình vẽ dưới đây). Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $B'C$ và $C'M$.



A. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 117. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 1$, $AA' = \sqrt{2}$. Tính góc giữa AB' và BC'

- A. 30° . B. 45° . C. 120° . D. 60° .

Câu 118. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA , SB , SC vuông góc với nhau đôi một và $SA = SB = SC$. Gọi M là trung điểm của AC . Góc giữa SM và AB bằng:

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 119. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh $4a$, lấy H , K lần lượt trên các cạnh AB , AD sao cho $BH = 3HA$, $AK = 3KD$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại H lấy điểm S sao cho $\widehat{SBH} = 30^\circ$. Gọi E là giao điểm của CH và BK . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SE và BC .

A. $\frac{28}{5\sqrt{39}}$.

B. $\frac{18}{5\sqrt{39}}$.

C. $\frac{36}{5\sqrt{39}}$.

D. $\frac{9}{5\sqrt{39}}$.

Câu 120. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc giữa hai đường thẳng MN và SC là

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

III. BÀI TẬP TỰ LUẬN

A. ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH

Bài 1. Tìm số hạng cuối u_n và số số hạng của một **cấp số cộng** biết:

$$u_1 = 2, d = 5, S_n = 245.$$

Bài 2. Cho một **cấp số nhân** (u_n) có công bội $q < 0$ thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_5 - u_2 = 54 \\ u_3 - u_2 = 18 \end{cases}$$

- Tìm số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân trên.
- Số 3072 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân này?
- Tính tổng $S = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{2016} + u_{2018}$.

TRƯỜNG THPT XUÂN ĐÌNH

Bài 3. Ba số theo thứ tự lập thành một *cấp số nhân* có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ 2 và thứ 5 của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

Bài 4. a. Cho ba số a, b, c lập thành cấp số cộng. Chứng minh rằng : $a^2 + 2bc = c^2 + 2ab$.

b. Cho a, b, c lập thành cấp số nhân . Chứng minh rằng: $(a + b + c)(a - b + c) = a^2 + b^2 + c^2$.

Bài 5. Tìm x, y biết các số $x + 5y, 5x + 2y, 8x + y$ lập thành cấp số cộng và các số

$(y - 1)^2, xy - 1, (x + 1)^2$ lập thành cấp số nhân.

Bài 6. Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n^3 + 3n - 1)}{2n + 3n^4}$

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{3n^2 + 2n}}$

c. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n}{3^n - 2 \cdot 5^n}$

d. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 + n} - \sqrt{4n^2 + 2} \right)$

e. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$

g. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n+4} - \sqrt[3]{n+1} \right)$

h. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 2} + \sqrt[3]{5n^2 - 8n^3} \right)$

k. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n - n^3} + n + 2 \right)$

Bài 7. Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + x + 1)$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{x - 1}$

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x + 2}$

g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x)$

h. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{4x^2 + 1} - x)$

k. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 3x + 4} + 3x}{\sqrt{x^2 + x + 1} - x}$

l. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x - 3}{x - 1}$

m. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x - 1}{x - 2}$

Bài 8. Xét xem các hàm số sau có giới hạn tại các điểm chỉ ra hay không ? Nếu có hãy tìm giới hạn đó ?

a. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -3x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ tại $x = 1$.

b. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ 2x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ tại $x = 2$.

Bài 9. Tìm giá trị của tham số m để hàm số sau

a. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + mx + 2m + 1}{x + 1} & \text{khi } x \geq 0 \\ \frac{2x + 3m - 1}{\sqrt{1 - x} + 2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ có giới hạn khi $x \rightarrow 0$

b. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{1 - x}} + mx + 1 & \text{khi } x < 1 \\ 3mx + 2m - 1 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ có giới hạn khi $x \rightarrow 1$

B. HÌNH HỌC

Bài 10. Cho các hình bình hành ABCD và ABEF nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC, BF theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $MC = 2AM$, $NF = 2BN$. Qua M, N lần lượt kẻ các đường thẳng song song với cạnh AB, cắt các cạnh AD, AF lần lượt tại M_1, N_1 .
CMR:

- a) $MN \parallel DE$. b) $M_1N_1 \parallel (CDEF)$. c) $(MNN_1M_1) \parallel (DEF)$.

Bài 11. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, CD.

- a) Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

b*) Giả sử hai tam giác SAD, ABC đều cân tại A. Gọi AE, AF lần lượt là các đường phân giác trong ứng với đỉnh A của các tam giác ACD, SAB. Chứng minh $EF \parallel (SAD)$.

Bài 12. Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. Gọi I, J, K lần lượt trọng tâm tam giác ABC, ACC', A'B'C'.

- a) CMR: $a_1) IJ \parallel (ABC')$ $a_2) (IJK) \parallel (BB'C'C)$ $a_3) (A'JK) \parallel (AIB')$.

- b) Xác định thiết diện của hình lăng trụ cắt bởi mp(IJK).

Bài 13. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi E, F, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, DD', DC; I là tâm của mặt bên AA'B'B

- a) CMR: $BC' \parallel (EFI)$; $(BJC') \parallel (EFI)$.

- b) Xác định thiết diện của hình hộp cắt bởi mp(EFI).

Bài 14. Cho tứ diện ABCD có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

Bài 15. Cho hình chóp O.ABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc hợp bởi hai véc tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

Bài 16. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC.

Bài 17. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi, tam giác SBD cân tại S. Chứng minh $SA \perp BD$.

Bài 18. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có tất cả các cạnh đều bằng a, $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Chứng minh: A'B'DC là hình chữ nhật.

Bài 6. Cho tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối bằng nhau từng đôi một: $AC = BD = a$, $AB = CD = 2a$, $AD = BC = a\sqrt{6}$. Tính góc giữa cặp đường thẳng AD và BC.

Bài 19. Cho tứ diện ABCD có $AB \perp CD$, $AC \perp BD$. Chứng minh $AD \perp BC$.

Bài 20. Cho tứ diện ABCD thỏa mãn $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$. Chứng minh $AC \perp BD$.

----- **HẾT** -----