

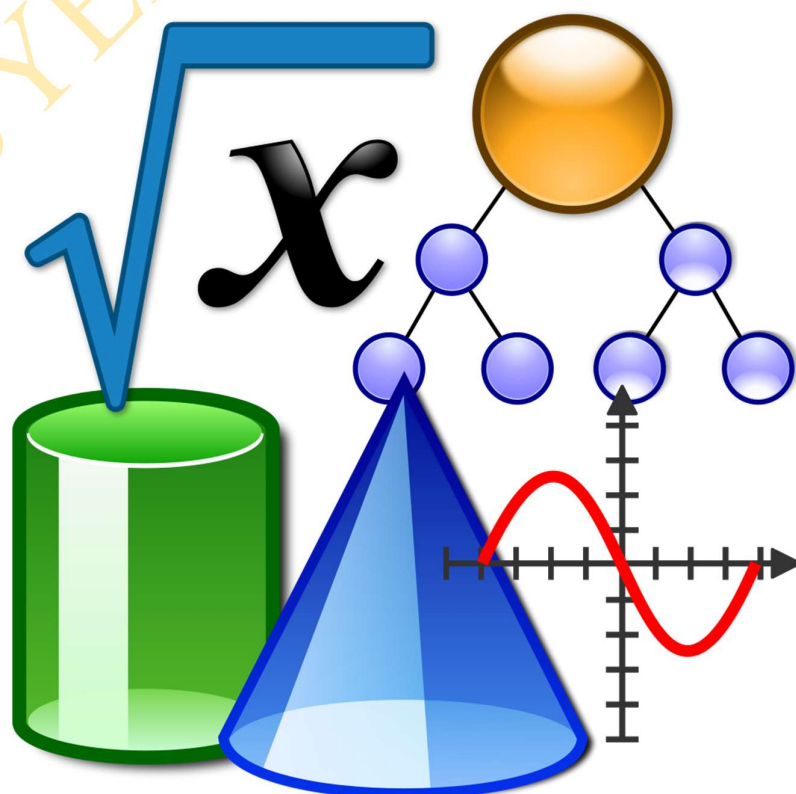


HÌNH GIẢI TÍCH OXYZ

MÔN TOÁN – KHỐI 12

(PHẦN 1)

CÂU HỎI & LỜI GIẢI CHI TIẾT



TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ
NĂM HỌC: 2020 – 2021

MỤC LỤC

Chuyên đề 1: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ OXYZ.

□ DẠNG TOÁN 1: TÌM TỌA ĐỘ ĐIỂM, TỌA ĐỘ VEC TƠ THỎA ĐK.....	5
□ DẠNG TOÁN 2: TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG, VEC TƠ.....	9
□ DẠNG TOÁN 3: XÉT SỰ CÙNG PHƯƠNG, SỰ ĐỒNG PHẪNG	12
□ DẠNG TOÁN 4: BÀI TOÁN VỀ TÍCH VÔ HƯỚNG, GÓC VÀ ỨNG DỤNG	15
□ DẠNG TOÁN 5: BÀI TOÁN VỀ TÍCH CÓ HƯỚNG VÀ ỨNG DỤNG	18

Chuyên đề 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU.

□ DẠNG TOÁN 1: TÌM TÂM – BÁN KÍNH – ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH MẶT CẦU.....	23
□ DẠNG TOÁN 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT TÂM, DỂ TÍNH BÁN KÍNH.....	27
□ DẠNG TOÁN 3: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT 2 ĐẦU MÚT CỦA ĐƯỜNG KÍNH.....	31
□ DẠNG TOÁN 4: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP TỨ DIỆN.....	35
□ DẠNG TOÁN 5: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU QUA NHIỀU ĐIỂM & THỎA ĐK	38
□ DẠNG TOÁN 6: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT TÂM, TIẾP XÚC VỚI MẶT PHẪNG.....	42
□ DẠNG TOÁN 7: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT TÂM VÀ ĐƯỜNG TRÒN TRÊN NÓ.	46
□ DẠNG TOÁN 8: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT TÂM VÀ ĐK CỦA DÂY CUNG.....	50
□ DẠNG TOÁN 9: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT TÂM THUỘC D, THỎA ĐK.....	56

Chuyên đề 3: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG.

□ DẠNG TOÁN 1: TÌM VTPT, CÁC VẤN ĐỀ VỀ LÝ THUYẾT	64
□ DẠNG TOÁN 2: PTMP TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG	66
□ DẠNG TOÁN 3: PTMP QUA 1 ĐIỂM, DỂ TÌM VTPT (KHÔNG DÙNG TÍCH CÓ HƯỚNG)	69
□ DẠNG TOÁN 4: PTMP QUA 1 ĐIỂM, VTPT TÌM BẰNG TÍCH CÓ HƯỚNG.....	72
□ DẠNG TOÁN 5: PTMP QUA 1 ĐIỂM, TIẾP XÚC VỚI MẶT CẦU.....	75
□ DẠNG TOÁN 6: PTMP QUA 2 ĐIỂM, VTPT TÌM BẰNG TÍCH CÓ HƯỚNG.....	79
□ DẠNG TOÁN 7: PTMP QUA 3 ĐIỂM KHÔNG THẲNG HÀNG.	83
□ DẠNG TOÁN 8: PTMP VUÔNG GÓC VỚI ĐƯỜNG THẲNG.	86
□ DẠNG TOÁN 9: PTMP QUA 1 ĐIỂM & CHỨA ĐƯỜNG THẲNG.....	89
□ DẠNG TOÁN 10: PTMP CHỨA 1 ĐƯỜNG THẲNG, THỎA ĐK VỚI ĐƯỜNG THẲNG KHÁC.....	92
□ DẠNG TOÁN 11: PTMP LIÊN QUAN ĐƯỜNG THẲNG & MẶT CẦU (VDC)	96
□ DẠNG TOÁN 12: PTMP SONG SONG VỚI MP, THỎA ĐK	102

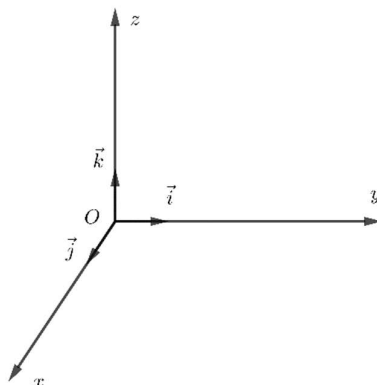
Chuyên đề 4: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG.

□ DẠNG TOÁN 1: TÌM VTCP, CÁC VẤN ĐỀ VỀ LÝ THUYẾT	108
□ DẠNG TOÁN 2: PTĐT QUA 1 ĐIỂM, DỂ TÌM VTCP (KHÔNG DÙNG T.C.H).....	111
□ DẠNG TOÁN 3: PTĐT QUA 1 ĐIỂM, VTCP TÌM BẰNG T.C.H	114
□ DẠNG TOÁN 4: PTĐT QUA 1 ĐIỂM, CẮT ĐƯỜNG NÀY, CÓ LIÊN HỆ VỚI ĐƯỜNG KIA.	119
□ DẠNG TOÁN 5: PTĐT QUA 1 ĐIỂM, CẮT D, CÓ LIÊN HỆ VỚI MP (P).....	124
□ DẠNG TOÁN 6: PTĐT QUA 1 ĐIỂM, CẮT D1 LẦN D2 HOẶC VUÔNG GÓC D2.....	129
□ DẠNG TOÁN 7: PTĐT NẪM TRONG (P), VỪA CẮT VỪA VUÔNG GÓC VỚI D.....	134
□ DẠNG TOÁN 8: GIAO TUYẾN CỦA 2 MẶT PHẪNG.....	139
□ DẠNG TOÁN 9: ĐƯỜNG VUÔNG GÓC CHUNG CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU.	141
□ DẠNG TOÁN 10: HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA D LÊN (P).....	144

HỆ TRỤC TỌA ĐỘ OXYZ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

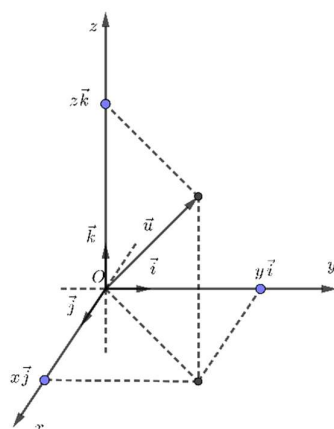
A.1. Hệ tọa độ trong không gian $Oxyz$:



+ Là hệ gồm 3 trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau.

+ Các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là 3 vectơ đơn vị trên Ox, Oy, Oz : $\begin{cases} |\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1 \\ \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{i} \cdot \vec{k} = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} \vec{i} = (1; 0; 0) \\ \vec{j} = (0; 1; 0) \\ \vec{k} = (0; 0; 1) \end{cases}$.

Tọa độ và tính chất của vectơ



Vectơ $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

A.2. Tính chất:

A.2.1. Vectơ:

Cho $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1), \vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$

$$+ |\vec{u}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

$$+ \vec{u} \pm \vec{v} = (x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2; z_1 \pm z_2)$$

$$+ \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \\ z_1 = z_2 \end{cases}$$

$$+ k\vec{u} = (kx_1; ky_1; kz_1)$$

$$+ \vec{u} \text{ cùng phương với } \vec{v} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = kx_2 \\ y_1 = ky_2 \\ z_1 = kz_2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

A.2.2. Tọa độ điểm:

Điểm $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$ và $D(x_D; y_D; z_D)$.

$$+ \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) \\ AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} \end{cases}$$

+ Nếu M là trung điểm của AB thì: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.

+ Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_C}{3}\right)$.

$$+ \text{ Nếu } M \text{ chia } AB \text{ theo tỉ số } k \left(\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \right) \text{ thì: } \begin{cases} x_M = \frac{x_A - kx_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - ky_B}{1 - k} \\ z_M = \frac{z_A - kz_B}{1 - k} \end{cases} (k \neq 1).$$

+ Tích vô hướng của hai vector: Cho $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$.

Tích vô hướng của 2 vector là: $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v})$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$.

Suy ra: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$.

B. BÀI TẬP.

□ DẠNG TOÁN 1: TÌM TỌA ĐỘ ĐIỂM, TỌA ĐỘ VEC TƠ THỎA ĐK

◆ BÀI TẬP NỀN TẢNG ◆

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (3; -2; 1)$, $\vec{b} = (-1; 1; -2)$, $\vec{c} = (2; 1; -3)$, $\vec{u} = (11; -6; 5)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.

B. $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

C. $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b} - 2\vec{c}$.

D. $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

Chọn B

□ $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = 3(3; -2; 1) - 2(-1; 1; -2) + (2; 1; -3) = (13; -7; 4) \neq \vec{u}$. Nên A sai.

□ $2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c} = 2(3; -2; 1) + 3(-1; 1; -2) + (2; 1; -3) = (5; 0; -7) \neq \vec{u}$. Nên B sai.

□ $2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} = 2(3; -2; 1) - 3(-1; 1; -2) + (2; 1; -3) = (11; -6; 5) = \vec{u}$. Nên C đúng.

□ $3\vec{a} - 2\vec{b} - 2\vec{c} = 3(3; -2; 1) - 2(-1; 1; -2) - 2(2; 1; -3) = (7; -10; 13) \neq \vec{u}$. Nên D sai.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$ và $B(-3; 0; 4)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(4; -2; -4)$.

B. $(-4; 2; 4)$.

C. $(-1; -1; 2)$.

D. $(-2; -2; 4)$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 4).$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = (1; 5; 2)$, $\overrightarrow{ON} = (3; 7; -4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Tìm tọa độ điểm P .

A. $P(5; 9; -3)$.

B. $P(2; 6; -1)$.

C. $P(5; 9; -10)$.

D. $P(7; 9; -10)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OM} = (1; 5; 2) \Rightarrow M(1; 5; 2), \overrightarrow{ON} = (3; 7; -4) \Rightarrow N(3; 7; -4).$$

Vì P là điểm đối xứng với M qua N nên N là trung điểm của MP nên ta suy ra được

$$\begin{cases} x_P = 2x_N - x_M = 5 \\ y_P = 2y_N - y_M = 9 \\ z_P = 2z_N - z_M = -10 \end{cases} \Rightarrow P(5; 9; -10)$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(5; -1; 2)$, $C(3; 2; -4)$ Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

A. $M\left(-4; -\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

B. $M\left(4; -\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$.

C. $M\left(4; \frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

D. $M\left(4; -\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x; y; z)$.

$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x + 2(5 - x) - (3 - x) = 0 \\ 1 - y + 2(-1 - y) - (2 - y) = 0 \\ 1 - z + 2(2 - z) - (-4 - z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -\frac{3}{2} \\ z = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow M\left(4; -\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right).$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (2; -1; 0)$, $\vec{b} = (-1; -3; 2)$, $\vec{c} = (-2; -4; -3)$. Tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

A. $(3; 7; 9)$

B. $(-5; -3; 9)$

C. $(-3; -7; -9)$

D. $(5; 3; -9)$

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} = 2(2; -1; 0) - 3(-1; -3; 2) + (-2; -4; -3) = (2 \cdot 2 + 3 - 2; -2 + 9 - 4; -6 - 3) = (5; 3; -9)$$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8; 4; 10)$.

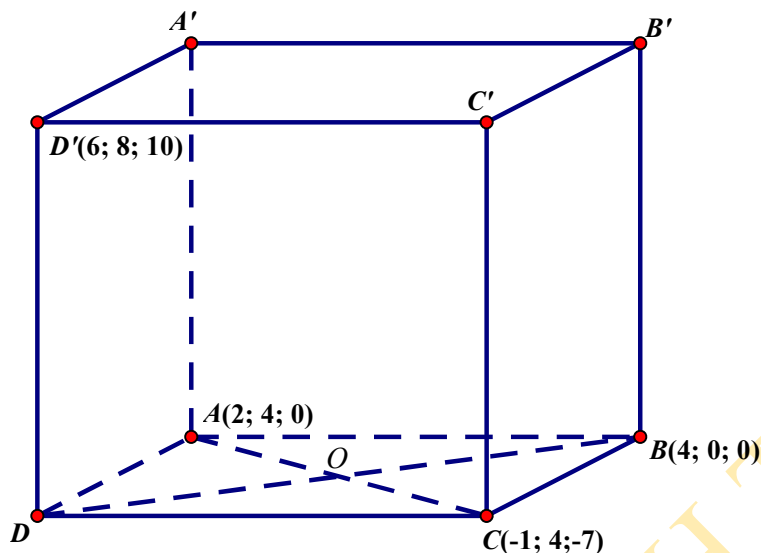
B. $B'(6; 12; 0)$.

C. $B'(10; 8; 6)$.

D. $B'(13; 0; 17)$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử $D(a; b; c)$, $B'(a'; b'; c')$

$$\text{Gọi } O = AC \cap BD \Rightarrow O\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{-7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 8 \\ c = -7 \end{cases}.$$

Vậy $\overrightarrow{DD'} = (9; 0; 17)$, $\overrightarrow{BB'} = (a' - 4; b'; c')$. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BB'}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a' = 13 \\ b' = 0 \\ c' = 17 \end{cases}. \text{ Vậy } B'(13; 0; 17).$$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1; 0; 1)$, $B'(2; 1; 2)$, $D'(1; -1; 1)$, $C(4; 5; -5)$. Gọi tọa độ của đỉnh $A'(a; b; c)$. Khi đó $2a + b + c$ bằng?

A. 7.

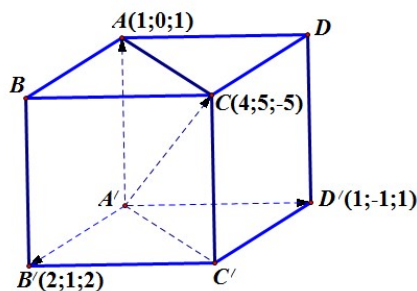
B. 2.

C. 8.

D. 3.

Lời giải

Chọn D



Ta có.

$$\begin{cases} \overrightarrow{A'D'} = (1 - a; -1 - b; 1 - c) \\ \overrightarrow{A'B'} = (2 - a; 1 - b; 2 - c) \\ \overrightarrow{A'A} = (1 - a; -b; 1 - c) \\ \overrightarrow{A'C} = (4 - a; 5 - b; -5 - c) \end{cases}.$$

Theo quy tắc hình hộp, ta có $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}$.

$$\Leftrightarrow (4 - a; 5 - b; -5 - c) = (4 - 3a; 2 - 3b; 3 - 3c).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-a=4-3a \\ 5-b=2-4b \\ -5-c=3-3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-1 \\ c=4 \end{cases}$$

Vậy $2a+b+c=3$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy)

- A. $N(1;0;2)$. B. $P(0;1;2)$. C. $Q(0;0;2)$. D. $M(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng $(Oxy): z=0$. Kiểm tra tọa độ các điểm ta thấy $D \in (Oxy)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-3;4;3)$, $C(3;1;-3)$, số điểm D sao cho 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình bình hành là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;2;4)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-1;-2)$.

Dễ thấy $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}$ nên hai véc tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương do đó ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Khi đó không có điểm D nào để bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình bình hành.

Vậy không có điểm nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{b}(2; 3; -7)$. Tìm tọa độ của $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}$.

- A. $\vec{x}=(-2; 3; 19)$ B. $\vec{x}=(-2; -3; 19)$ C. $\vec{x}=(-2; -1; 19)$ D. $\vec{x}=(2; -1; 19)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a}=(2; 3; -1)$, $\vec{b}=(2; 3; -7) \Rightarrow \vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}=(-2; -3; 19)$.

□ DẠNG TOÁN 2: TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG, VEC TƠ

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;2;0)$. Khi đó:

- A. $|\overline{AB}| = \sqrt{61}$. B. $|\overline{AB}| = 3$. C. $|\overline{AB}| = 5$. D. $|\overline{AB}| = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overline{AB} = (4;0;-3)$. Suy ra: $|\overline{AB}| = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-3)$, $B(3;-1;1)$. Gọi M là trung điểm của AB , đoạn OM có độ dài bằng

- A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có M là trung điểm AB nên $M(2;0;-1) \Rightarrow OM = \sqrt{4+0+1} = \sqrt{5}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$. Tìm độ dài của vectơ $\vec{u}$.

- A. $|\vec{u}| = 5$. B. $|\vec{u}| = 49$. C. $|\vec{u}| = 7$. D. $|\vec{u}| = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} = (2;-3;6)$ nên $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2} = 7$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(3;-4;0); B(0;2;4); C(4;2;1)$. Tọa độ điểm D trên trục Ox sao cho $AD = BC$ là:

- A. $D(0;0;2) \wedge D(0;0;8)$. B. $D(0;0;0) \wedge D(0;0;-6)$.
C. $D(0;0;-3) \wedge D(0;0;3)$. D. $D(0;0;0) \wedge D(6;0;0)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x;0;0)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overline{AD}(x-3;4;0) \\ \overline{BC}(4;0;-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\overline{AD}| = \sqrt{(x-3)^2 + 4^2 + 0^2} \\ |\overline{BC}| = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=6 \end{cases}$$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;-1)$, $B(5;4;3)$. M là điểm thuộc tia đối của tia BA sao cho $\frac{AM}{BM} = 2$. Tìm tọa độ của điểm M .

- A. $(7;6;7)$. B. $\left(\frac{13}{3}; \frac{10}{3}; \frac{5}{3}\right)$. C. $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{11}{3}\right)$. D. $(13;11;5)$.

Lời giải

Chọn A

M là điểm thuộc tia đối của tia BA sao cho $\frac{AM}{BM} = 2$ nên B là trung điểm AM

$$\Rightarrow \begin{cases} 5 = \frac{3+x_M}{2} \\ 4 = \frac{2+y_M}{2} \\ 3 = \frac{-1+z_M}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = 7 \\ y_M = 6 \\ z_M = 7 \end{cases} \Rightarrow M(7; 6; 7).$$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng.

- A. 10. B. $\frac{\sqrt{34}}{2}$. C. $10+3\sqrt{2}$. D. $\sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu của A lên trục Ox là $A_1(3; 0; 0)$ nên $d(A, Ox) = AA_1 = 3$.

Hình chiếu của A lên trục Oy là $A_2(0; -4; 0)$ nên $d(A, Oy) = AA_2 = 4$.

Hình chiếu của A lên trục Oz là $A_3(0; 0; 3)$ nên $d(A, Oz) = AA_3 = 3$.

Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng $10+3\sqrt{2}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3; 0; 8)$, $D(-5; -4; 0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\overline{CA} + \overline{CB}|$ bằng:

- A. $6\sqrt{10}$. B. $10\sqrt{6}$. C. $10\sqrt{5}$. D. $5\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có trung điểm BD là $I(-1; -2; 4)$, $BD = 12$ và điểm A thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $A(a; b; 0)$.

$$ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow \begin{cases} AB^2 = AD^2 \\ AI^2 = \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2 + b^2 + 8^2 = (a+5)^2 + (b+4)^2 \\ (a+1)^2 + (b+2)^2 + 4^2 = 36 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 - 2a \\ (a+1)^2 + (6-2a)^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = \frac{17}{5} \\ b = \frac{-14}{5} \end{cases} \Rightarrow A(1; 2; 0) \text{ hoặc } A\left(\frac{17}{5}; \frac{-14}{5}; 0\right) (\text{loại}).$$

Với $A(1; 2; 0) \Rightarrow C(-3; -6; 8)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(3; 1; 2)$. Chu vi của tam giác ABC bằng:

- A. $4 + \sqrt{5}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $3\sqrt{5}$. D. $2 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $AB = \sqrt{4+0+1} = \sqrt{5}$, $AC = \sqrt{4+0+1} = \sqrt{5}$, $BC = \sqrt{16+0+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Vậy chu vi tam giác ABC là: $AB + AC + BC = 4\sqrt{5}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-1)$; $B(1;1;3)$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AOB , tính độ dài đoạn thẳng OI .

- A. $OI = \frac{\sqrt{17}}{4}$. B. $OI = \frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $OI = \frac{\sqrt{11}}{2}$. D. $OI = \frac{\sqrt{17}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ nên tam giác OAB vuông tại O . Vậy, I chính là trung điểm AB , suy ra:

$$OI = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Giả sử } M(x; y; z) &\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (x; y; z+1) \\ \overrightarrow{BM} = (x+1; y-1; z) \\ \overrightarrow{CM} = (x-1; y; z-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM^2 = x^2 + y^2 + (z+1)^2 \\ BM^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ CM^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \end{cases} \\ \Rightarrow 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 &= 3[x^2 + y^2 + (z+1)^2] + 2[(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2] \\ &\quad - [(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2] \\ &= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6x - 4y + 8z + 6 = \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + (2y-1)^2 + (2z+2)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}. \\ \text{Dấu "=" xảy ra} &\Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}, y = \frac{1}{2}, z = -1, \text{ khi đó } M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right). \end{aligned}$$

❑ DẠNG TOÁN 3: XÉT SỰ CÙNG PHƯƠNG, SỰ ĐỒNG PHẪNG

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(4; 6; -2)$. Điểm nào thuộc đoạn AB trong 4 điểm sau?
A. $N(-2; -6; 4)$. **B.** $Q(2; 2; 0)$. **C.** $P(7; 12; 5)$. **D.** $M(2; -6; -5)$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử C thuộc đoạn $AB \Rightarrow \overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}, (0 < k < 1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}(3; 6; -3)$, $\overrightarrow{AM}(1; -6; -6)$, $\overrightarrow{AN}(-3; -6; 3)$, $\overrightarrow{AQ}(1; 2; -1)$, $\overrightarrow{AP}(6; 12; 4)$.

Do đó chỉ có Q thuộc đoạn AB .

Câu 22: Trong không gian cho các vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng thỏa mãn $(x-y)\vec{a} + (y-z)\vec{b} = (x+z-2)\vec{c}$. Tính $T = x + y + z$.
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Vì các vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng nên:

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 1.$$

Vậy $T = x + y + z = 3$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(1; 0; -1)$ và $C(0; -1; 2)$, $D(0; m; k)$. Hệ thức giữa m và k để bốn điểm $ABCD$ đồng phẳng là
A. $2m + k = 0$. **B.** $m + k = 1$. **C.** $m + 2k = 3$. **D.** $2m - 3k = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (0; 2; -1) \quad \overrightarrow{AC} = (-1; 1; 2) \quad \overrightarrow{AD} = (-1; m+2; k)$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (5; 1; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = m + 2k - 3$$

$$\text{Vậy bốn điểm } ABCD \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow m + 2k = 3$$

Chú ý: Có thể lập phương trình (ABC) sau đó thay D để có kết quả.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(a; b; c)$; $B(m; n; p)$. Điều kiện để A, B nằm về hai phía của mặt phẳng (Oyz) là
A. $am < 0$. **B.** $c + p < 0$. **C.** $cp < 0$. **D.** $bn < 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x = 0$.

Do vậy A và B nằm về hai phía của mặt phẳng (Oyz) khi và chỉ khi hoành độ của điểm A và hoành độ của điểm B trái dấu. Điều này xảy ra khi $am < 0$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau ?

A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

B. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$.

C. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt: $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$, $m, n, p \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow (-3; 22; 5) = m(2; 3; 1) + n(-1; 5; 2) + p(4; -1; 3) \Rightarrow \begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases} (I).$$

Giải hệ phương trình (I) ta được: $\begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \\ p = -1 \end{cases}$.

Vậy $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Tìm mệnh đề đúng.

A. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

B. Hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.

C. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$.

D. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương.

Lời giải

Chọn B

Ta có $[\vec{b}; \vec{c}] = (1; -1; 0) \neq \vec{0}$ suy ra hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.

Câu 27: Cho bốn điểm $O(0; 0; 0)$, $A(0; 1; -2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(4; 3; m)$. Tìm m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng.

A. $m = 14$.

B. $m = 7$.

C. $m = -14$.

D. $m = -7$.

Lời giải

Chọn A

Để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{OA}, \vec{OB}] \cdot \vec{OC} = 0$.

Ta có.

$\vec{OA} = (0; 1; -2)$
 $\vec{OB} = (1; 2; 1)$ suy ra $[\vec{OA}, \vec{OB}] = (5; -2; -1)$.

Mà $\vec{OC} = (4; 3; m)$. Khi đó $[\vec{OA}, \vec{OB}] \cdot \vec{OC} = 0 \Leftrightarrow 20 - 6 - m = 0 \Leftrightarrow m = 14$.

- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-5; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; 2; 1)$, $\vec{c} = (m; 3; -1)$. Giá trị của m sao cho $\vec{a} = [\vec{b}, \vec{c}]$ là
- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = 1$ D. $m = -1$

Lời giải

Chọn A

$$[\vec{b}, \vec{c}] = (-5; m+1; 3-2m)$$

$$\text{Ta có: } \vec{a} = [\vec{b}, \vec{c}] \Leftrightarrow \begin{cases} m+1=3 \\ 3-2m=-1 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(0; -1; 1)$, $C(2; 1; -1)$, $D(3; 1; 4)$. Hỏi khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. Bốn điểm A, B, C, D là bốn điểm của một hình thoi.
 B. Bốn điểm A, B, C, D là bốn điểm của một tứ diện.
 C. Bốn điểm A, B, C, D là bốn điểm của một hình chữ nhật.
 D. Bốn điểm A, B, C, D là bốn điểm của một hình vuông.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1); \overrightarrow{AC} = (1; 3; -1); \overrightarrow{AD} = (2; 3; 4)$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (-4; 0; -4)$$

$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$ suy ra Bốn điểm A, B, C, D là bốn điểm của một tứ diện đúng.

- Câu 30:** Cho bốn điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(5; 1; -1)$, $C(2; 5; 2)$, $D(0; -3; 1)$. Nhận xét nào sau đây là đúng?
- A. A, B, C, D là bốn đỉnh của hình tứ diện. B. $ABCD$ là hình thang.
 C. Ba điểm A, B, C thẳng hàng. D. Ba điểm A, B, D thẳng hàng.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (6; 0; -2); \overrightarrow{AC} = (3; 4; 1); \overrightarrow{AD} = (1; -4; 0).$$

Không có cặp vectơ nào cùng phương nên không có bộ 3 điểm nào thẳng hàng.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 56 \text{ nên 4 điểm tạo thành tứ diện.}$$

❑ DẠNG TOÁN 4: BÀI TOÁN VỀ TÍCH VÔ HƯỚNG, GÓC VÀ ỨNG DỤNG

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho hai vector $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{b} = (1; 0; -3)$ nên $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 - 12 = -10$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ khác $\vec{0}$. $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ là biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. B. $\frac{a_1b_2 + a_2b_3 + a_3b_1}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. C. $\frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. D. $\frac{a_1b_3 + a_2b_1 + a_3b_2}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. C. $\vec{b} \perp \vec{a}$. D. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1.1 + 1.1 + 0.1 = 2 \neq 0 \Rightarrow \vec{b}$ không vuông góc với $\vec{c}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{b}$ biết rằng vectơ $\vec{b}$ ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$.

- A. $\vec{b} = (-2; -2; 3)$. B. $\vec{b} = (2; -2; 3)$. C. $\vec{b} = (2; -4; 6)$. D. $\vec{b} = (-2; 4; -6)$.

Lời giải

Chọn D

Vì vectơ $\vec{b}$ ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ nên ta có $\vec{b} = -2\vec{a} = (-2; 4; -6)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm m để góc giữa hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ bằng 45° .

- A. $m = 2$. B. $m = 2 - \sqrt{6}$. C. $m = 2 + \sqrt{6}$. D. $m = 2 \pm \sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{1 - 2m}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + m^2}} = \frac{1 - 2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1 + m^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow 1 - 2m = \sqrt{3} \sqrt{1 + m^2}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 = 3 + 3m^2 \text{ (điều kiện } m < \frac{1}{2}).$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 - \sqrt{6} \\ m = 2 + \sqrt{6} \end{cases}. \text{ Đối chiếu đk ta có } m = 2 - \sqrt{6}.$$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây vuông góc với cả hai vectơ $\vec{u} = (-1; 0; 2)$, $\vec{v} = (4; 0; -1)$?

- A. $\vec{w} = (1; 7; 1)$. B. $\vec{w} = (0; -1; 0)$. C. $\vec{w} = (-1; 7; -1)$. D. $\vec{w} = (0; 7; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ vuông góc với nhau $\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}, \vec{b}$ có độ dài lần lượt là 1 và 2. Biết $|\vec{a} + \vec{b}| = 3$ khi đó góc giữa 2 vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ là

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. 0. D. $-\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $|\vec{a} + \vec{b}| = 3 \Leftrightarrow \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 9 \Leftrightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 9 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 9 - 1^2 - 2^2 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 2$.

$$\Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2}{1 \cdot 2} = 1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 0.$$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$

- A. 7. B. $\sqrt{39}$. C. $\sqrt{19}$. D. -5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \left(|\vec{u} + \vec{v}| \right)^2 = \left(\vec{u} + \vec{v} \right)^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2 = |\vec{u}|^2 + 2|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v}) + |\vec{v}|^2$$

$$= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + 5^2 = 19.$$

$$\text{Suy ra } |\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{19}.$$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $S(1; 2; 3)$ và các điểm A, B, C thuộc các trục Ox, Oy, Oz sao cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{343}{12}$. B. $\frac{343}{36}$. C. $\frac{343}{6}$. D. $\frac{343}{18}$.

Lời giải

Chọn B

$$A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c).$$

$$\vec{SA} = (a-1; -2; -3); \vec{SB} = (-1; b-2; -3); \vec{SC} = (-1; -2; c-3).$$

Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{SB} \\ \overrightarrow{SB} \perp \overrightarrow{SC} \\ \overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{SC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 0 \\ \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \\ \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 14 \\ 2b + 3c = 14 \\ a + 3c = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = \frac{7}{2} \\ c = \frac{7}{3} \end{cases}$$

Do SA, SB, SC đôi một vuông góc, nên: $V_{SABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot 7 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{343}{36}$.

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -1; 2)$, $B(2; -3; 0)$, $C(-2; 1; 1)$, $D(0; -1; 3)$. Gọi (L) là tập hợp tất cả các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = 1$. Biết rằng (L) là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính r bằng bao nhiêu?

A. $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $r = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

C. $r = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

D. $r = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

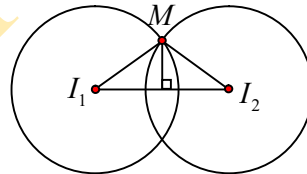
Gọi $M(x; y; z)$ là tập hợp các điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta có

$$\overrightarrow{AM} = (x; y+1; z-2), \overrightarrow{BM} = (x-2; y+3; z), \overrightarrow{CM} = (x+2; y-1; z-1), \overrightarrow{DM} = (x; y+1; z-3).$$

$$\text{Từ giả thiết: } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 1 \\ \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) + (y+1)(y+3) + z(z-2) = 1 \\ x(x+2) + (y+1)(y-1) + (z-1)(z-3) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z + 1 = 0 \end{cases}$$

Suy ra quỹ tích điểm M là đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm $I_1(1; -2; 1)$, $R_1 = 2$ và mặt cầu tâm $I_2(-1; 0; 2)$, $R_2 = 2$.



Ta có: $I_1 I_2 = \sqrt{5}$.

$$\text{Để thấy: } r = \sqrt{R_1^2 - \left(\frac{I_1 I_2}{2}\right)^2} = \sqrt{4 - \frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

DẠNG TOÁN 5: BÀI TOÁN VỀ TÍCH CÓ HƯỚNG VÀ ỨNG DỤNG

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector: $\vec{a} = (-2; 0; 3)$, $\vec{b} = (0; 4; -1)$, $\vec{c} = (m-2; m^2; 5)$. Tính m để $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng?

- A. $m = 2 \vee m = 4$. B. $m = -2 \vee m = -4$. C. $m = 2 \vee m = -4$. D. $m = -2 \vee m = 4$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow -12(m-2) - 2m^2 - 40 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -4 \end{cases}.$$

Câu 42: Cho bốn điểm $A(a; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$ và $D(1; 2; 1)$ thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 30. Giá trị của a là.

- A. 1. B. 2. C. 2 hoặc 32. D. 32.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \vec{BA} = (a+3; 0; 10), \vec{BC} = (8; 0; 4), \vec{BD} = (4; 3; 5).$$

$$\text{Suy ra } [\vec{BC}, \vec{BD}] = (-12; -24; 24).$$

$$\text{Do đó } V_{ABCD} = 30 \Leftrightarrow \frac{1}{6} |[\vec{BC}, \vec{BD}] \cdot \vec{BA}| = 30.$$

$$\Leftrightarrow |-12(a+3) - 24 \cdot 0 + 24 \cdot 10| = 180 \Leftrightarrow |a-17| = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 32 \\ a = 2 \end{cases}.$$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(3; 3; 2)$, $C(-1; 2; 2)$ và $D(3; 3; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{9}{7\sqrt{2}}$ B. $\frac{9}{7}$ C. $\frac{9}{14}$ D. $\frac{9}{\sqrt{2}}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \vec{AB} = (2; 5; 2), \vec{AC} = (-2; 4; 2), \vec{AD} = (2; 5; 1).$$

$$\text{Khoảng cách từ điểm } D \text{ đến mặt phẳng } (ABC) \text{ bằng } \frac{3V_{ABCD}}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|}{\frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|} = \frac{9}{7\sqrt{2}}.$$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$ và D nằm trên trục Oy và thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ của D là.

- A. $\begin{bmatrix} D(0; 7; 0) \\ D(0; -8; 0) \end{bmatrix}$. B. $D(0; 8; 0)$. C. $\begin{bmatrix} D(0; -7; 0) \\ D(0; 8; 0) \end{bmatrix}$. D. $D(0; -7; 0)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Vì } D \in Oy \text{ nên } D(0; y; 0).$$

$$\text{Ta có: } \vec{AB} = (1; -1; 2), \vec{AC} = (0; -2; 4) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (0; -4; -2), \vec{AD} = (-2; y-1; 1).$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = \frac{1}{6} |2 - 4y| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \\ y = 8 \end{cases}.$$

Câu 45: Cho tứ diện $ABCD$ biết $A(0;-1;3)$, $B(2;1;0)$, $C(-1;3;3)$, $D(1;-1;-1)$. Tính chiều cao AH của tứ diện.

- A. $AH = \frac{\sqrt{29}}{2}$. B. $AH = \frac{1}{\sqrt{29}}$. C. $AH = \sqrt{29}$. D. $AH = \frac{14}{\sqrt{29}}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-2; -2; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (-3; 2; 3)$, $\overrightarrow{BD} = (-1; -2; -1)$.

$$\text{Độ dài } AH = \frac{|\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}| \cdot |\overrightarrow{BA}|}{|\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}|} = \frac{14}{\sqrt{29}}.$$

Cách 2.

Mặt phẳng (BCD) nhận vector $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD} = (4; -6; 8)$ làm vector pháp tuyến và đi qua điểm $D(1; -1; -1)$ có phương trình là $2x - 3y + 4z - 1 = 0$.

$$\text{Khi đó } AH = d(A, (BCD)) = \frac{|2 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) + 4 \cdot (-1) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 4^2}} = \frac{14}{\sqrt{29}}.$$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 0)$, $B(3; -1; 1)$, $C(1; 1; 1)$. Tính diện tích S của tam giác ABC .

- A. $S = \sqrt{2}$. B. $S = 1$. C. $S = \frac{1}{2}$. D. $S = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (0; -1; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-2; -2; -2)$.

$$\text{Do đó } S = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{3}.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 1; -6)$, $B(0; 0; -2)$, $C(-5; 1; 2)$ và $D'(2; 1; -1)$. Thể tích khối hộp đã cho bằng

- A. 42. B. 19. C. 38. D. 12.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối hộp đã cho $V = 6V_{ABCD'} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD'}|$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 4)$, $\overrightarrow{AC} = (-6; 0; 8)$ và $\overrightarrow{AD'} = (1; 0; 5)$.

Do đó: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-8; -16; -6)$. Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD'} = -38$. Vậy $V = 38$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 1; -6)$, $B(0; 0; -2)$, $C(-5; 1; 2)$ và $D'(2; 1; -1)$. Thể tích khối hộp đã cho bằng:

- A. 42. B. 12. C. 19. D. 38.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối hộp đa cho $V = 6V_{ABCD'} = \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD'} \right|$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 4)$, $\overrightarrow{AC} = (-6; 0; 8)$ và $\overrightarrow{AD'} = (1; 0; 5)$

Do đó: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-8; -16; -6)$. Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD'} = -38$. Vậy $V = 38$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho cho $\vec{a} = (1; t; 2)$, $\vec{b} = (t+1; 2; 1)$, $\vec{c} = (0; t-2; 2)$. Xác định t để ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

A. $\frac{1}{2}$.

B. -2 .

C. $\frac{2}{5}$.

D. 1 .

Lời giải

Chọn C

Tính $[\vec{a}, \vec{b}] = (t-4; 2t+1; 2-t-t^2)$.

Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$. Vậy chọn

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O . Biết rằng $B(m; 0; 0)$, $D(0; m; 0)$, $A'(0; 0; n)$ với m, n là các số dương và $m+n=4$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $BDA'M$ bằng

A. $\frac{9}{4}$.

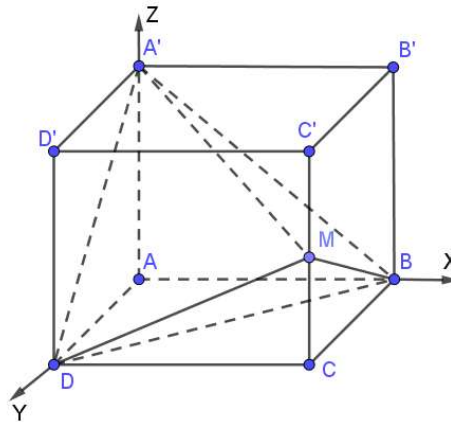
B. $\frac{64}{27}$.

C. $\frac{75}{32}$.

D. $\frac{245}{108}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $A(0; 0; 0)$, $B(m; 0; 0)$, $D(0; m; 0)$, $A'(0; 0; n)$ suy ra $C(m; m; 0)$, $B'(m; 0; n)$, $C'(m; m; n)$, $D'(0; m; n)$, $M\left(m; m; \frac{n}{2}\right)$.

$\overrightarrow{BD} = (-m; m; 0)$, $\overrightarrow{BA'} = (-m; 0; n)$, $\overrightarrow{BM} = \left(0; m; \frac{n}{2}\right)$.

$$V_{BDA'M} = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA'}] \cdot \overrightarrow{BM} \right| = \frac{1}{4} |m^2 \cdot n| = \frac{1}{4} |m^2 \cdot (4-m)| = \frac{1}{8} |m \cdot m \cdot (8-2m)| \leq \frac{1}{8} \left(\frac{m+m+8-2m}{3} \right)^3 = \frac{64}{27}.$$

🌸 HẾT 🌸

CHUYÊN ĐỀ

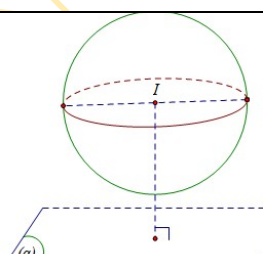
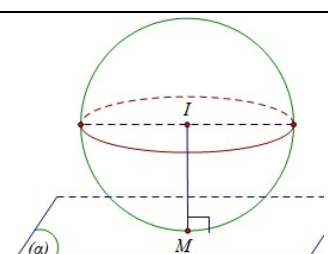
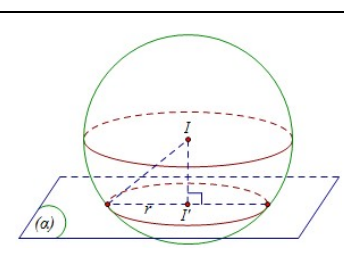
2

PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

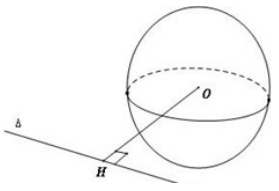
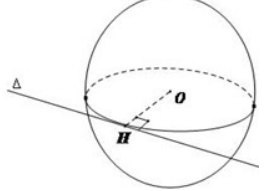
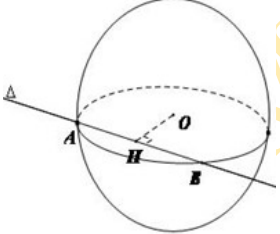
		LOẠI 1	LOẠI 2
Phương Trình		$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$	$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$
Xác Định	Tâm	Lấy hệ số tự do trong ngoặc chia cho -1 .	Lấy hệ số trước $x; y; z$ chia cho -2 .
	Bán Kính	Lấy căn bậc 2 vế phải.	$R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$. Điều kiện tồn tại mặt cầu: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

A. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI:

Trong không gian $Oxyz$, cho $\Delta: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$; mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và mặt cầu $S(I; R)$. Khi đó:

MẶT PHẪNG			
MẶT CẦU	Không cắt $\Leftrightarrow (\alpha) \cap (S) = \emptyset$	Tiếp xúc $\Leftrightarrow (\alpha) \cap (S) = \{M\}$	Cắt theo giao tuyến là đường tròn $\Leftrightarrow (\alpha) \cap (S) = C(I'; r)$
	$d(I; (\alpha)) > R$	$d(I; (\alpha)) = R \Leftrightarrow$ Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu tại điểm M .	$d(I; (\alpha)) < R \Leftrightarrow (\alpha)$ cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có tâm I' và bán kính r . $R = \sqrt{r^2 + d^2(I; (\alpha))}$.
HÌNH MINH HỌA			

ĐƯỜNG THẺ			
MẶT CẦU	Không cắt $\Leftrightarrow \Delta \cap (S) = \emptyset$	Tiếp xúc $\Leftrightarrow \Delta \cap (S) = \{H\}$	Cắt tại hai điểm A; B $\Leftrightarrow \Delta \cap (S) = \{A; B\}$

	$d(I; \Delta) > R$	$d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow$ Đường thẳng tiếp xúc mặt cầu tại điểm H .	$d(I; \Delta) < R \Leftrightarrow$ $R = \sqrt{\frac{AB^2}{4} + d^2(I; \Delta)}.$
HÌNH MINH HỌA			

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP:

LOẠI		HƯỚNG DẪN
LOẠI 1.	(S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R .	Phương trình $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.
LOẠI 2.	(S) có tâm $I(a;b;c)$ và đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$.	– Bán kính mặt cầu $R = IM = \sqrt{(x_0-a)^2 + (y_0-b)^2 + (z_0-c)^2}$. – Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R = IM$.
LOẠI 3.	(S) nhận $M(x_M;y_M;z_M)$ và $N(x_N;y_N;z_N)$.	– Gọi I là tâm mặt cầu $(S) \Rightarrow I$ là trung điểm của $MN \Rightarrow I\left(\frac{x_M+x_N}{2}; \frac{y_M+y_N}{2}; \frac{z_M+z_N}{2}\right)$. – Bán kính mặt cầu $R = \frac{MN}{2} = IM$.
LOẠI 4.	(S) có tâm $I(a;b;c)$ và tiếp xúc với:	– Bán kính mặt cầu $R = \begin{cases} d(I;(\alpha)) = \frac{ Aa+Bb+Cc+D }{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} & \text{Tiếp xúc } (\alpha) \\ d(I;(Oxy)) = \sqrt{z_I^2} & \text{Tiếp xúc } (Oxy) \\ d(I;(Oxz)) = \sqrt{y_I^2} & \text{Tiếp xúc } (Oxz) \\ d(I;(Oyz)) = \sqrt{x_I^2} & \text{Tiếp xúc } (Oyz) \end{cases}$ – Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R = d(I;(\alpha))$.
	$\Delta: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ hoặc trục tọa độ $Ox; Oy; Oz$.	– Bán kính mặt cầu $R = \begin{cases} d(I;\Delta) = \frac{ \vec{u}; \overline{MI} }{ \vec{u} } & \text{Tiếp xúc } \Delta \\ d(I;Ox) = \sqrt{y_I^2 + z_I^2} & \text{Tiếp xúc } Ox \\ d(I;Oy) = \sqrt{x_I^2 + z_I^2} & \text{Tiếp xúc } Oy \\ d(I;Oz) = \sqrt{x_I^2 + y_I^2} & \text{Tiếp xúc } Oz \end{cases}$ – Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R = d(I;\Delta)$.

LOẠI 5.	(S) có tâm $I \in (P): \alpha x + \beta y + \gamma z + \delta = 0$ và đi qua $A; B; C$.	– Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu $I \in (P) \Rightarrow \alpha a + \beta b + \gamma c + \delta = 0$ (1). – Mặt cầu (S) đi qua ba điểm $A; B; C \Leftrightarrow IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 & (2) \\ IA^2 = IC^2 & (3) \end{cases}$ – Từ (1); (2) và (3) $\Rightarrow I$ là thỏa hệ: $\begin{cases} \alpha a + \beta b + \gamma c + \delta = 0 \\ IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \Rightarrow \text{tọa độ } I.$ – Mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = IA$.
LOẠI 6.	(S) đi qua 4 điểm $A; B; C; D$ không đồng phẳng	– Gọi $I(a; b; c)$ là tọa độ tâm mặt cầu cần tìm. – Mặt cầu (S) đi qua 4 điểm $\Leftrightarrow IA = IB = IC = ID \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \\ IA^2 = ID^2 \end{cases} \Rightarrow \text{tọa độ } I.$ – Mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = IA$.

□ DẠNG TOÁN 1: TÌM TÂM – BÁN KÍNH – ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH MẶT CẦU

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$.
A. $I(-1; 0; 1), R = 2$. **B.** $I(1; 0; -1), R = 4$. **C.** $I(1; 0; -1), R = 2$. **D.** $I(-1; 0; 1), R = 4$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y + 6z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).
A. $I(-2; -2; 3)$ và $R = 20$. **B.** $I(2; 2; -3)$ và $R = \sqrt{20}$.
C. $I(4; 4; -6)$ và $R = 71$. **D.** $I(-4; -4; 6)$ và $R = \sqrt{71}$.

Lời giải

Chọn B

Tâm I của mặt cầu (S) là $I = (2; 2; -3)$, bán kính là $R = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-3)^2 + 3} = \sqrt{20}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 2$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).
A. $I(1; -1; 0)$ và $R = \sqrt{2}$. **B.** $I(-1; 1; 0)$ và $R = 2$.
C. $I(-1; 1; 0)$ và $R = \sqrt{2}$. **D.** $I(1; -1; 0)$ và $R = 2$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 2$ có tọa độ tâm $I(1;-1;0)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Hãy xác định tâm I của mặt cầu có phương trình: $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 8x - 4y + 12z - 100 = 0$.

- A. $I(-4;2;-6)$. B. $I(2;-1;3)$. C. $I(-2;1;-3)$. D. $I(4;-2;6)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 50 = 0$.

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 8^2, \text{ suy ra tâm của mặt cầu là } I(-2;1;-3).$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Tìm độ dài đường kính của mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z + 2 = 0$.

- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Có: $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z + 2 = 0$

Ta $a=1, b=0, c=-2, d=2$.

$$a^2 + b^2 + c^2 - d = 3 > 0.$$

Bán kính $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{3}$

Vậy đường kính là $2\sqrt{3}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

- A. 7. B. 5. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-3)^2 - 5} = 3$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

- A. $I(2;-1;1)$ và $R=3$. B. $I(-2;1;-1)$ và $R=3$.
C. $I(-2;1;-1)$ và $R=9$. D. $I(2;-1;1)$ và $R=9$.

Lời giải

Chọn A

Ta viết lại mặt cầu (S) như sau $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R có phương trình.

$$(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2..$$

Dựa vào đó, ta thấy ngay mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm $I(2;-1;1)$ và bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau, phương trình nào **không**

phải là phương trình của mặt cầu?

A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 2y + 2z + 16 = 0$.

B. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y - 24z + 16 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 8 = 0$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

Xét C.

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 2y + 2z + 16 = 0(1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z + 8 = 0.$$

Ta có: $a=1, b=-\frac{1}{2}, c=-\frac{1}{2}, d=8 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = -\frac{13}{2} < 0$.

Suy ra (1) không là phương trình đường tròn.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các phương trình sau, phương trình nào **không phải** là phương trình của một mặt cầu?

A. $-x^2 - y^2 - z^2 - 2x - 2y + 6z - 7 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 2 = 0$.

C. $2x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 6y - 8z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì hệ số của x^2, y^2, z^2 không bằng nhau.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau, phương trình nào **không phải** là phương trình của mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 8 = 0$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 2y + 2z + 16 = 0$.

D. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y - 24z + 16 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Xét C: $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 2y + 2z + 16 = 0(1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z + 8 = 0$

Ta có: $a=1, b=-\frac{1}{2}, c=-\frac{1}{2}, d=8 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = -\frac{13}{2} < 0$

Suy ra (1) không là phương trình đường tròn.

HOÀNG TUYÊN & MINH TÂM

□ DẠNG TOÁN 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT TÂM, ĐỂ TÍNH BÁN KÍNH

Câu 11: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ bán kính $r=1$?

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 1$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^3 = 1$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R > 0$ có phương trình:

$(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Câu 12: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 0; -2)$ bán kính $R = 5$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 + 25 = 0$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D

$(S): \begin{cases} I(1;0;-2) \\ R=5 \end{cases} \Rightarrow (S): (x-1)^2 + y^2 + (y+2)^2 = 25$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-4)$ và thể tích của khối cầu tương ứng bằng 36π .

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-4)$ và bán kính $R = 3$ là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và đi qua $A(1;0;4)$.

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{53}$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 53$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $R = IA = \sqrt{53}$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{53}$ là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua điểm $A(5;-2;1)$ có phương trình là

A. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

B. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

C. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$

D. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và bán kính R có phương trình là:

$$(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = R^2$$

Mà $A(5;-2;1) \in (S)$ nên ta có $(5-3)^2 + (-2+3)^2 + (1-1)^2 = R^2 \Leftrightarrow R^2 = 5$

Vậy Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua điểm $A(5;-2;1)$ có phương trình là

$$(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5.$$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ có đường kính bằng 6 có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 36$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 36$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết mặt cầu có bán kính bằng 6 nên có bán kính $R=3$, Tâm mặt cầu là $I(1;-2;3)$

nên có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$

Câu 17: Mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là.

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 10 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 10 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ tiếp xúc $(Oxz): y=0$ nên có bán kính sẽ là khoảng cách từ

$I(1;2;3)$ đến mặt phẳng (Oxz) bằng 2. Vậy $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Dạng tổng quát là: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-3)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là I và bán kính $R=2$.

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 5 = 0$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu có phương trình.

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4.$$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-3)$ và đi qua điểm $M(2; 2;-1)$.

A. $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9$.

B. $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3$.

C. $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 3$.

D. $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có.

$$R = IM = \sqrt{(x_M - x_I)^2 + (y_M - y_I)^2 + (z_M - z_I)^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (2-0)^2 + [-1-(-3)]^2} = 3.$$

Từ đó ta có phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(2; 2; -1)$ là:

$$(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9.$$

Câu 20: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 4)$, $I(1; 2; -3)$. Mặt cầu (S) có tâm I và đi qua A có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 14$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 53$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 17$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm I và đi qua A suy ra bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{53}$.

Phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

HOÀNG TUYÊN & MINH TÂM

□ DẠNG TOÁN 3: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT 2 ĐẦU MÚT CỦA ĐƯỜNG KÍNH

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5), N(-1; 6; -3)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu có đường kính MN ?

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$.

Lời giải

Chọn B

Trung điểm MN là $I(1; 2; 1), MN = 12 \Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 1)$ và $B(0; -1; 1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn D

Theo đề ta có mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm $I(-1; 0; 1)$ của AB và bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}.$$

Nên phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(2; 1; 1), F(0; 3; -1)$. Mặt cầu (S) đường kính EF có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

- Gọi I là trung điểm $EF \Rightarrow I(1; 2; 0)$.

- Khi đó, mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$ và bán kính $R = IE = \sqrt{3}$.

- Phương trình $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5), N(-1; 6; -3)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu có đường kính MN ?

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Lời giải

Chọn D

Trung điểm MN là $I(1;2;1)$, $MN=12 \Rightarrow (S):(x-1)^2+(x-2)^2+(x-1)^2=36..$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là:

A. $x^2+y^2+(z-1)^2=6.$

B. $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{24}.$

C. $x^2+y^2+(z-1)^2=24.$

D. $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{6}.$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(0;0;1)$ là trung điểm của AB và mặt cầu có bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{4^2+(-2)^2+2^2}}{2} = \sqrt{6}.$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+(z-1)^2=6.$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(1;-1;-4)$. Phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB là

A. $(x+1)^2+y^2+(z+4)^2=5.$

B. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=5.$

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=5.$

D. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5.$

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = (0;-2;-4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}..$$

Vì mặt cầu (S) có đường kính $AB \Rightarrow (S)$ nhận trung điểm $I(1;0;-2)$ làm tâm và bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \sqrt{5} \Rightarrow (S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=5..$$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;-1)$, $B(5;0;-3)$. Viết phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB .

A. $(S):(x-2)^2+y^2+(z+2)^2=4.$

B. $(S):x^2+y^2+z^2-8x+4z+12=0.$

C. $(S):x^2+y^2+z^2-8x+4z+18=0.$

D. $(S):(x-4)^2+y^2+(z+2)^2=8.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (2;0;-2) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{2}.$$

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(4;0;-2)$.

$$\text{Mặt cầu: } (S):(x-4)^2+y^2+(z+2)^2=8.$$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;2;0)$, $B(1;2;4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đường kính AB .

A. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=8.$

B. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=16.$

C. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 8.$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 32.$

Lời giải

Chọn C

Tâm I mặt cầu là trung điểm AB nên $I(-1; 2; 2)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = 2\sqrt{2}.$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 3)$ và $N(-1; 2; -1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 20.$

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}.$

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5.$

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{20}.$

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu đường kính MN có tâm $I(0; 2; 1)$ là trung điểm MN và bán kính $R = IM = \sqrt{5}$

Do đó mặt cầu này có phương trình $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5.$

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 2), B(-1; 2; 4)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{3}.$

B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{12}.$

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 3.$

D. $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 12.$

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(x; y; z)$ là tâm mặt cầu, nên I là trung điểm AB .

Suy ra tọa độ điểm $I(0; 1; 3)$.

Ta có: $\overline{IA} = (1; 1; 1) \Rightarrow R = IA = \sqrt{3}.$

Nên phương trình mặt cầu: $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 3..$

HOÀNG TUYÊN & MINH TÂM

□ DẠNG TOÁN 4: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP TỨ DIỆN

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O, A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;4)$.

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0$.

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z = 0$.

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử phương trình mặt cầu có dạng:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$$

Vì mặt cầu (S) đi qua $O, A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;4)$ nên thay tọa độ bốn điểm lần lượt

$$\text{vào, ta có } \begin{cases} d = 0 \\ 1^2 + 0 + 0 - 2 \cdot 1 \cdot a + d = 0 \\ 0 + (-2)^2 + 0 - 2(-2) \cdot b + d = 0 \\ 0 + 0 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0.$$

Câu 32: Cho điểm $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2), D(2;2;2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. 3

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có dạng $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0, a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Vì A, B, C, D nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4 - 4a + d = 0 \\ 4 - 4b + d = 0 \\ 4 - 4c + d = 0 \\ 12 - 4a - 4b - 4c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 4a - 4 \\ a = b = c \\ 12 - 12a + 4a - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 4a - 4 \\ a = b = c \\ 12 - 12a + 4a - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = b = c = 1 \end{cases}.$$

Suy ra $I(1;1;1)$, do đó bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{3}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;1;1), B(1;2;1), C(1;1;2), D(2;2;1)$. Tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là:

A. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

B. $I(3;3;3)$.

C. $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

D. $I(3;3;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $I(a;b;c)$. Do I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IA = ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \\ IA^2 = ID^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-1)^2 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = (a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 3 \\ 2c = 3 \\ 2a + 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{3}{2}. \text{ Vậy } I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Cho m, n là hai số thực dương thỏa mãn $m + 2n = 1$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(P): mx + ny + mnz - mn = 0$ với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khi mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính nhỏ nhất thì $2m + n$ có giá trị bằng

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. 1. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng $(P): mx + ny + mnz - mn = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{n} + \frac{y}{m} + \frac{z}{1} = 1$.

Do A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz nên $A(n; 0; 0); B(0; m; 0); C(0; 0; 1)$ khi đó tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $I\left(\frac{n}{2}; \frac{m}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Theo đề bài ta có $m + 2n = 1 \Leftrightarrow m = 1 - 2n \Rightarrow I\left(\frac{n}{2}; \frac{1-2n}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC: R = OI = \frac{1}{2} \sqrt{5n^2 - 4n + 2} = \frac{1}{2} \sqrt{5\left(n - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{6}{5}}$
 $\geq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{6}{5}}.$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi $n = \frac{2}{5} \Rightarrow m = \frac{1}{5}$.

$$\Rightarrow 2m + n = \frac{4}{5}.$$

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 6), D(2; 4; 6)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm trùng với tâm của mặt cầu (S) và có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt cầu (S) .

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 12 = 0$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$.

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Vì (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên ta có:

$$\begin{cases} 2^2 + 0^2 + 0^2 - 2.a.2 - 2.b.0 - 2.c.0 + d = 0 \\ 0^2 + 4^2 + 0^2 - 2.a.0 - 2.b.4 - 2.c.0 + d = 0 \\ 0^2 + 0^2 + 6^2 - 2.a.0 - 2.b.0 - 2.c.6 + d = 0 \\ 2^2 + 4^2 + 6^2 - 2.a.2 - 2.b.4 - 2.c.6 + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + d = -4 \\ -8b + d = -16 \\ -12c + d = -36 \\ -4a - 8b - 12c + d = -56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \\ d = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0 \Rightarrow I(1; 2; 3) \text{ và } R = \sqrt{14} \Rightarrow R' = 2\sqrt{14}.$$

Vậy: mặt cầu (S') có tâm $I(1; 2; 3)$ và $R' = 2\sqrt{14} : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56$.

□ DẠNG TOÁN 5: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU QUA NHIỀU ĐIỂM & THỎA ĐK

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O, A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;4)$.

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z = 0$.

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z = 0$.

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử phương trình mặt cầu có dạng:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$$

Vì mặt cầu (S) đi qua $O, A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;4)$ nên thay tọa độ bốn điểm lần lượt

$$\text{vào Ta có } \begin{cases} d = 0 \\ 1^2 + 0 + 0 - 2.1.a + d = 0 \\ 0 + (-2)^2 + 0 - 2(-2).b + d = 0 \\ 0 + 0 + 4^2 - 2.4.c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0.$$

Câu 37: Mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ bán kính R có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$ và đi qua 3 điểm $A(2;0;1); B(1;0;0); C(1;1;1)$ Tìm $(a + 2b + 3c).R$.

A. 12.

B. 8.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Gọi $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu thỏa yêu cầu bài toán.

Vì (S) có tâm $I(a;b;c)$ nằm trên $(P): x + y + z - 2 = 0$ và đi qua ba điểm A, B, C nên ta có

$$\text{hệ phương trình } \begin{cases} a + b + c = 2 \\ -4a - 2c + d = -5 \\ -2a + d = -1 \\ -2a - 2b - 2c + d = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 1 \\ d = 1 \end{cases}.$$

Khi đó (S) có tâm $I(1;0;1)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 1$.

Vậy $(a + 2b + 3c).R = 4$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O, A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;4)$.

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

Lời giải

Chọn A

Tâm $I \in Ox \Rightarrow I(x; 0; 0)$, (S) đi qua A, B nên:

$$IA = IB \Leftrightarrow (x-1)^2 + 1 + 4 = (x-3)^2 + 0 + 1 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow I(1; 0; 0).$$

Bán kính của (S) là $r = IA = \sqrt{5}$.

Phương trình của mặt cầu (S) là: $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $B(0; 2; 0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là:

- A. $R = \sqrt{2}$. B. $R = \sqrt{3}$. C. $R = 3$. D. $R = 2$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $M(x; y; z)$.

Ta có: $MA^2 = (x-1)^2 + y^2 + z^2$; $MB^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2$; $MC^2 = x^2 + y^2 + (z-3)^2$.

$$\begin{aligned} MA^2 = MB^2 + MC^2 &\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z-3)^2 \\ &\Leftrightarrow -2x + 1 = (y-2)^2 + x^2 + (z-3)^2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là $R = \sqrt{2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 4)$, $C(2; 6; 6)$ và $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + b + c$.

- A. $\frac{46}{5}$. B. 10. C. $\frac{63}{5}$. D. $\frac{31}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1)$, $\overrightarrow{BC} = (-1; 2; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (2; -5; 6)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $2x - 5y + 6z - 10 = 0$.

Do $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên

$$\begin{cases} I \in (ABC) \\ IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 5b + 6c - 10 = 0 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = (a-3)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = (a-2)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - 5b + 6c = 10 \\ 4a + 4b + 2c = 27 \\ 2a + 8b + 6c = 62 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{10} \\ b = 4 \\ c = \frac{49}{10} \end{cases}.$$

Vậy $a + b + c = \frac{46}{5}$.

- Câu 41:** Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường tròn lớn cũng là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng.
- A. Điểm O nằm trên (S) . B. Điểm O nằm trong (S) .
C. Điểm O nằm ngoài (S) . D. Điểm O là tâm của (S) .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\triangle ABC$ đều nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $G(1;1;1)$.

Khi đó : $OG = \sqrt{3}$; $R = GA = \sqrt{6}$. Vì $R > OG$ nên điểm O nằm bên trong mặt cầu.

- Câu 42:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm I nằm trên mặt phẳng (Oxy) và đi qua ba điểm $A = (1;2;-4)$, $B = (1;-3;1)$, $C = (2;2;3)$. Tọa độ tâm I là:
- A. $(0;0;1)$. B. $(-2;1;0)$. C. $(0;0;-2)$. D. $(2;-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

$$(I) \in Oxy \Rightarrow I(a;b;0).$$

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2 + (2-b)^2 + 16 = (1-a)^2 + (3+b)^2 + 1 \\ (1-a)^2 + (2-b)^2 + 16 = (2-a)^2 + (2-b)^2 + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}.$$

- Câu 43:** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$, $C(2;6;6)$ và $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a+b+c$.
- A. $\frac{46}{5}$. B. 10. C. $\frac{63}{5}$. D. $\frac{31}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (2;2;1), \overrightarrow{BC} = (-1;2;2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (2;-5;6).$$

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (ABC) \text{ là } 2x - 5y + 6z - 10 = 0.$$

Do $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên

$$\begin{cases} I \in (ABC) \\ IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 5b + 6c - 10 = 0 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = (a-3)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = (a-2)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - 5b + 6c = 10 \\ 4a + 4b + 2c = 27 \\ 2a + 8b + 6c = 62 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{10} \\ b = 4 \\ c = \frac{49}{10} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } a + b + c = \frac{46}{5}.$$

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $l = 2\sqrt{41}$.

B. $l = 2\sqrt{26}$.

C. $l = 2\sqrt{11}$.

D. $l = 2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi tâm mặt cầu là $I(x; y; 0)$.

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2 + 1^2} \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2 + 3^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-2)^2 + 4^2 = (y+3)^2 + 1^2 \\ x^2 - 2x + 1 + 16 = x^2 - 4x + 4 + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 10 \\ 2x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow l = 2R = 2\sqrt{(-3)^2 + (-1)^2 + 4^2} = 2\sqrt{26}.$$

Câu 45: Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 9, 10, 13. Tổng độ dài mỗi đường kính của hai quả bóng đó là:

A. 64.

B. 16.

C. 32.

D. 34.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ gắn với góc tường và các trục là các cạnh góc nhà. Do hai quả cầu đều tiếp xúc với các bức tường và nền nhà nên tương ứng tiếp xúc với ba mặt phẳng tọa độ, vậy tâm cầu sẽ có tọa độ là $I(a; a; a)$ với $a > 0$ và có bán kính $R = a$.

Do tồn tại một điểm trên quả bóng có khoảng cách đến các bức tường và nền nhà lần lượt là 9, 10, 13 nên nói cách khác điểm $A(9; 10; 13)$ thuộc mặt cầu. Từ đó ta có phương trình:

$$(9-a)^2 + (10-a)^2 + (13-a)^2 = a^2.$$

Giải phương trình ta được nghiệm $a = 7$ hoặc $a = 25$.

Vậy có 2 mặt cầu thỏa mãn bài toán và tổng độ dài đường kính là $2(7+25) = 64$.

□ DẠNG TOÁN 6: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT TÂM, TIẾP XÚC VỚI MẶT PHẪNG

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-2=0$.

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$.

D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu là $R = d(I, (P)) = \frac{|-1-4-2-2|}{3} = 3$.

Phương trình của mặt cầu (S) là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và điểm $I(1;2;-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc $mp(P)$ có phương trình:

A. $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

B. $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.

C. $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

D. $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính R .

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ nên ta có

$R = d(I, (P)) = 2$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu tâm $I(4;2;-2)$ bán kính R tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 12x-5z-19=0$. Tính bán kính R .

A. $R = 3\sqrt{13}$.

B. $R = 13$.

C. $R = 39$.

D. $R = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $R = d_{(I,(\alpha))} = \frac{|12 \cdot 4 - 5 \cdot (-2) - 19|}{\sqrt{12^2 + 0^2 + (-5)^2}} = 3$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

B. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi mặt cầu cần tìm là (S) .

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính R .

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$ nên ta có

$$R = d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với (Oyz) ?

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn A

Chọn B

Do mặt cầu tiếp xúc với (Oyz) nên ta có $R = d[I, (Oyz)] = |x_I| = 1$

$$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$$

Câu 51: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y - 2z = 3$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm M tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là hình chiếu của I trên $Oy \Rightarrow M(0; 1; 0)$

Mặt cầu (S) tâm $I(2; 1; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính $IM = \sqrt{13}$

Vậy (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$.

Câu 52: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình là $2x + 2y - z + 16 = 0$. Viết phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 1; 0)$, biết (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(S): (x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$.

B. $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$.

C. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$.

D. $(S): (x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$.

Lời giải

Chọn D

Vì (S) tiếp xúc với (P) nên (S) có bán kính $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot (-3) + 2 \cdot 1 - 0 + 16|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4$.

Phương trình mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$.

Câu 53: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; 4)$ và $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$. Viết

phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn C

Do (P) tiếp xúc (S) nên bán kính $R = d(I; (P)) = 3$

$$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9.$$

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu đi qua điểm $A(1; -1; 4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính $P = a - b + c$.

A. $P = 3$

B. $P = 9$

C. $P = 6$

D. $P = 0$

Lời giải

Chọn B

Vì mặt cầu tâm I tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ nên

$$d(I, (Oyz)) = d(I, (Ozx)) = d(I, (Oxy)) \Leftrightarrow |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = -b = c \\ a = -b = -c \end{cases}$$

Nhận thấy chỉ có trường hợp $a = -b = c$ thì phương trình $AI = d(I, (Oxy))$ có nghiệm, các trường hợp còn lại vô nghiệm.

Thật vậy:

Với $a = -b = c$ thì $I(a; -a; a)$

$$AI = d(I, (Oyx)) \Leftrightarrow (a-1)^2 + (a-1)^2 + (a-4)^2 = a^2 \Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 = 0 \Leftrightarrow a = 3$$

Khi đó $P = a - b + c = 9$.

Câu 55: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua điểm $A(2; -2; 5)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng $(\alpha): x = 1$, $(\beta): y = -1$, $(\gamma): z = 1$. Bán kính mặt cầu (S) bằng.

A. 1.

B. $\sqrt{33}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} |a-1| = |b+1| (*) \\ |a-1| = |c-1| (**) \\ (a-1)^2 = (a-2)^2 + (b+2)^2 + (c-5)^2 (***) \end{cases}$$

$$\text{Từ } (*) (**) \Rightarrow \begin{cases} b = -c \\ b + c + 2 = 0 \end{cases}$$

Xét $b = -c$:

$$\text{- Từ } (**) \Rightarrow \begin{cases} a = c \\ a + c = 2 \end{cases}$$

- Với $a=c$ thay vào (***) $\Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-4 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow R=|a-1|=3.$

Tương tự các trường hợp khác. **Chọn D.**

□ DẠNG TOÁN 7: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT TÂM VÀ ĐƯỜNG TRÒN TRÊN NÓ.

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z = 0$. Bán kính đường tròn giao tuyến của (P) và (S) là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I = (0; 1; 0)$ và bán kính $R = 1$.

Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(P): h = d(I, (P)) = \frac{2}{3}$.

Bán kính đường tròn giao tuyến của (P) và (S) là $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; 4; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Tìm phương trình mặt cầu (S) có tâm I sao cho (S) cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có đường kính bằng 2.

- A. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 3$.
C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d(I, (P)) = \frac{|2+4+1-4|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu, ta có: $R^2 = 3 + 1 = 4$.

$\Rightarrow (S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 58: Đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) tâm $I(3; -1; -4)$, bán kính $R = 4$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 3 = 0$. Tâm H của đường tròn là điểm nào sau đây?

- A. $H(1; 1; -3)$. B. $H(-1; 1; 3)$. C. $H(1; 1; 3)$. D. $H(-3; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d qua $I(3; -1; -4)$ và vuông góc $(P): 2x - 2y - z - 3 = 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = -4 - t \end{cases} \quad H = d \cap (P) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow H(1; 1; -3).$$

Câu 59: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Mặt phẳng (Oxy) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến ấy có bán kính r bằng.

- A. $r = \sqrt{5}$. B. $r = \sqrt{6}$. C. $r = 2$. D. $r = 4$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có bán kính $R = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$ và tâm $I(1;2;3)$.

Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (Oxy) là $d = 3$.

Bán kính đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5}$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 25$. Mặt phẳng (Oxy) cắt mặt cầu (S) có giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng:

- A. $\sqrt{21}$. B. 3. C. 6. D. 8.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm: $I(2; -3; 4)$, $R = 5$.

Gọi H là tâm đường tròn cắt nên H là hình chiếu của I . Vậy $H(2; -3; 0)$.

Bán kính đường tròn: $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

Câu 61: Mặt cầu (S) có tâm $I(-1, 2, -5)$ cắt $(P): 2x - 2y - z + 10 = 0$ theo thiết diện là hình tròn có diện tích 3π có phương trình (S) là:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 16$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 18 = 0$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 12 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi r, R là bán kính thiết diện của (S) với (P) và bán kính mặt cầu.

Ta có $B = \pi r^2 = 3\pi \Rightarrow r^2 = 3 \Rightarrow r = \sqrt{3}$.

Mặt khác khoảng cách từ tâm $I(-1, 2, 5)$ đến $(P): 2x - 2y - z + 10 = 0$ là.

$$h(I, (P)) = \frac{|-2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 5 + 10|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 3 \Rightarrow R = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{9 + 3} = \sqrt{12}.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là.

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 18 = 0.$$

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu tâm I , bán kính 4. Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến.

- A. $K\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right), r = 2\sqrt{3}$. B. $K\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right), r = 2\sqrt{5}$.
C. $K\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right), r = 2$. D. $K\left(-\frac{7}{3}; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right), r = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$d(I, (P)) = 2; r = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}.$$

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) . K là giao điểm của d và (P) suy ra K

là tâm đường tròn giao tuyến. $K\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -2)$ và mặt phẳng

(P): $2x + 2y + z + 5 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 8π .

- A. (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$. B. (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 5$.
C. (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 16$. D. (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là tâm đường tròn (C), khi đó $IA \perp (P) \Rightarrow IA = d(A; (P)) = 3$.

Đường tròn (C) có chu vi bằng 8π . Do đó: $2\pi r = 8\pi \Rightarrow r = 4$.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) $\Rightarrow R = \sqrt{r^2 + IA^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$.

Câu 64: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + x - y + z - 1 = 0$ cắt mặt phẳng Oxy theo giao tuyến là một đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn này.

- A. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
C. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $I(-1; 1; 0), r = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là tâm đường tròn giao tuyến của mặt phẳng Oxy và mặt cầu (S). Khi đó, I là hình chiếu vuông góc của tâm mặt cầu lên mặt phẳng Oxy nên $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Khi mặt phẳng Oxy cắt mặt cầu (S) có tâm M, bán kính R theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r thì ta có mối quan hệ như sau: $[d(M, Oxy)]^2 + r^2 = R^2$.

$$\Rightarrow r^2 = R^2 - [d(M, Oxy)]^2 = \frac{6}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 65: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 1 = 0$. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (P) và (S). Mặt cầu chứa đường tròn (C) và qua điểm A(1; 1; 1) có tâm là I(a; b; c). Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = -1$. C. $S = -\frac{1}{2}$. D. $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình (S') $f(x; y; z) = 0 \{f(x; y; z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0\}$.

Gọi M($x_M; y_M; z_M$) thuộc đường tròn giao tuyến $\Rightarrow f(x_M; y_M; z_M) = 0$.

$$M \in (S) \Rightarrow x_M^2 + y_M^2 + z_M^2 - 1 = 0 \Rightarrow f(x_M; y_M; z_M) - (x_M^2 + y_M^2 + z_M^2) = 0.$$

$$\Rightarrow -2ax_M - 2by_M - 2cz_M + d + 1 = 0.$$

Mà $M \in (P)$; vì đường tròn có nhiều hơn ba điểm không thẳng hàng.

$$\Rightarrow -2ax_M - 2by_M - 2cz_M + d + 1 = 0.$$

$$\text{Mà } (P): x + 2y - 2z + 1 = 0 \Rightarrow -2ax_M - 2by_M - 2cz_M + d + 1 = k(x + 2y - 2z + 1).$$

$$\Rightarrow (S'): x^2 + y^2 + z^2 - 1 + k(x + 2y - 2z + 1) = 0.$$

$$\text{Mà } A(1; 1; 1) \in (S'): 2 + 2k = 0 \Leftrightarrow k = -1.$$

$$\Rightarrow (S'): x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y - 2z - 2 = 0 \text{ nên } I\left(\frac{1}{2}; -1; 1\right). \text{ Vậy } S = a + b + c = \frac{1}{2}.$$

□ DẠNG TOÁN 8: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT TÂM VÀ ĐK CỦA DÂY CUNG.

Câu 66: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; -4; 5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm là A và cắt trục Oz tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông.

A. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 40$.

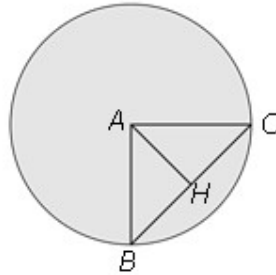
B. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 82$.

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 58$.

D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 90$.

Lời giải

Chọn A



Do $AB = AC$ nên tam giác ABC vuông tại A . Do đó, trung điểm H của đoạn thẳng BC là hình chiếu của điểm A lên trục Oz .

Ta có: $R = AH\sqrt{2} = d(A, Oz) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{10}$

Vậy mặt cầu có phương trình: $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 40$

Câu 67: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(2; 5; 3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $14 + 2\sqrt{31}$. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 31$.

B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 49$.

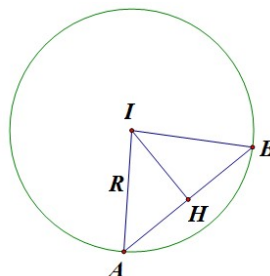
C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 124$.

D. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 196$.

Lời giải

Chọn B

Ta có d đi qua điểm $M(1; 0; 2)$, $\vec{u} = (2; 1; 2)$. Do đó $d(I, d) = \frac{[\vec{u}, \overrightarrow{IM}]}{|\vec{u}|} = 3\sqrt{2}$.



Ta có $AH = \sqrt{R^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{R^2 - 18}$, chu vi tam giác IAB là $2R + 2\sqrt{R^2 - 18} = 14 + 2\sqrt{31}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{R^2 - 18} = 7 + \sqrt{31} - R \Leftrightarrow \begin{cases} R^2 - 18 = 80 + 14\sqrt{31} - 2(7 + \sqrt{31})R + R^2 \\ 7 + \sqrt{31} - R \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (7 + \sqrt{31})R = 49 + 7\sqrt{31} \\ R \leq 7 + \sqrt{31} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R = 7 \\ R \leq 7 + \sqrt{31} \end{cases} \Leftrightarrow R = 7.$$

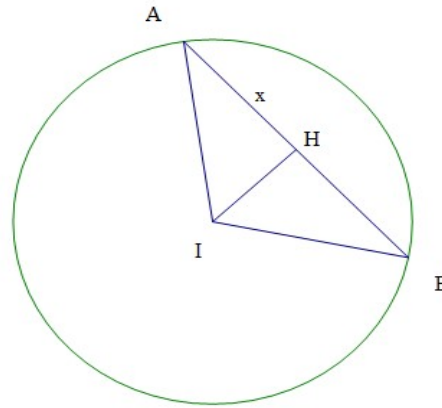
Vậy phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 49$.

Câu 68: Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt $A; B$ với chu vi tam giác IAB bằng $10 + 2\sqrt{7}$ có phương trình:

- A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 7$ B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 28$
C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$ D. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 100$

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của I trên đường thẳng d . Ta có $IH = d(I; d) = \frac{|\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{u_d}|}{|\overrightarrow{u_d}|} = 3\sqrt{2}$.

với $M(1;0;2) \in d; \overrightarrow{u_d} = (2;1;2)$.

đặt $HA = x$ trong tam giác vuông IAH ta có: $IA = \sqrt{HA^2 + IH^2} = \sqrt{x^2 + 18}$

theo giả thiết ta có: $IA + IB + AB = 2\sqrt{x^2 + 18} + 2x = 10 + 2\sqrt{7}$.

$$\Leftrightarrow 2(\sqrt{x^2 + 18} - 5) + 2(x - \sqrt{7}) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 7}{\sqrt{x^2 + 18} + 5} + x - \sqrt{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \sqrt{7}) \left(\frac{x + \sqrt{7}}{\sqrt{x^2 + 18} + 5} + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{7}.$$

$$\Rightarrow R = IA = \sqrt{HA^2 + IH^2} = 5.$$

vậy phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt cầu (S) tâm

I có phương trình $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 18$. Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm A, B . Tính diện tích tam giác IAB .

A. $\frac{\sqrt{11}}{6}$.

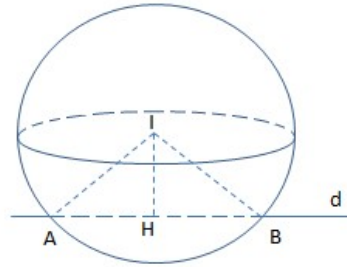
B. $\frac{8\sqrt{11}}{9}$.

C. $\frac{8\sqrt{11}}{3}$.

D. $\frac{16\sqrt{11}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Đường thẳng d đi qua điểm $C(1;0;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;2;-1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$, bán kính $R=3\sqrt{2}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d .

Khi đó: $IH = \frac{|\overrightarrow{IC}, \vec{u}|}{|\vec{u}|}$, với $\overrightarrow{IC} = (0;-2;-2)$; $2x + y - 3z - 4 = 0$

Vậy $IH = \frac{\sqrt{6^2 + 2^2 + 2^2}}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{\sqrt{66}}{3}$

Suy ra $HB = \sqrt{18 - \frac{22}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

Vậy, $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{66}}{3} \cdot \frac{8\sqrt{6}}{3} = \frac{8\sqrt{11}}{3}$.

Câu 70: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$. Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A và B . Tính độ dài

đoạn AB ?

A. $\frac{2\sqrt{17}}{17}$.

B. $\frac{2\sqrt{29}}{29}$.

C. $\frac{\sqrt{17}}{17}$.

D. $\frac{\sqrt{29}}{29}$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ các giao điểm của d và (S) là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Từ $(*)$ ta có: $(2 - 5t)^2 + (4 + 2t)^2 + 1^2 - 2(2 - 5t) - 4(4 + 2t) + 2 - 3 = 0$.

$$\Leftrightarrow 29t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{2}{29} \end{cases}$$

$$\text{Với } t=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(2;4;1) \text{ hoặc } t=\frac{2}{29} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{48}{29} \\ y=\frac{120}{29} \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{48}{29}; \frac{120}{29}; 1\right).$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AB} = \left(-\frac{10}{29}; \frac{4}{29}; 0\right) \Rightarrow AB = \frac{2\sqrt{29}}{29}.$$

Cách 2: Tính khoảng cách d từ tâm đến đường thẳng. Khi đó $AB = 2\sqrt{R^2 - d^2}$.

Câu 71: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A và B với $AB=10$. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

A. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 31$

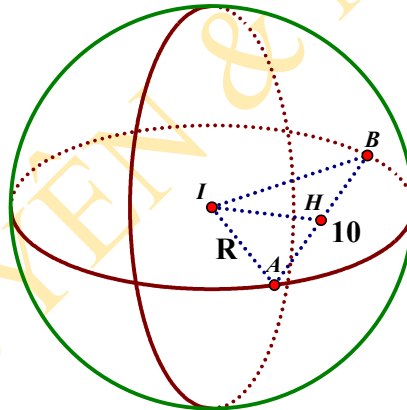
B. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 31$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 27$

D. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 27$

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm AB ta có: $IH = d(I, d)$ và $IH \perp d$.

$$H(1+t; -t; t) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = (t; -t+1; t-2).$$

$$\text{Vì: } IH \perp d \Rightarrow \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

$$\Rightarrow H(2; -1; 1) \Rightarrow d(I, d) = IH = \sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } IAH \text{ vuông tại } H \text{ nên: } IA = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{27}.$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu } (S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 27..$$

Câu 72: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;-2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$.

. Phương trình mặt cầu tâm A , cắt Δ tại hai điểm B và C sao cho $BC=8$ là ?

A. $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$

B. $(S): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 25$

C. $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$

D. $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$

Lời giải

Chọn D

Kẻ $AH \perp \Delta$ ($H \in \Delta$) $\Rightarrow HB = HC = 4$.

Ta có $\Delta: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow H(2t - 2; 3t + 2; 2t - 3) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t - 2; 3t + 2; 2t - 1)$.

Lại có $\overrightarrow{u_\Delta} = (2; 3; 2)$, $AH \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow 2(2t - 2) + 3(3t + 2) + 2(2t - 1) = 0$

$\Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-2; 2; -1) \Rightarrow AH = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3$.

Mặt cầu (S) có tâm $A(0; 0; -2)$, bán kính $R = \sqrt{AH^2 + HB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$\Rightarrow (S): x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 25$.

Câu 73: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho điểm $I(0; 0; 3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông là:

A. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{8}{3}$.

B. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{2}{3}$.

C. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{4}{3}$.

D. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

• Gọi $H(-1 + t; 2t; 2 + t) \in d$ là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d

$\Rightarrow \overrightarrow{IH} = (-1 + t; 2t; -1 + t)$

• Ta có vectơ chỉ phương của $d: \overrightarrow{a_d} = (1; 2; 1)$ và $IH \perp d$

$\Rightarrow \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{a_d} = 0 \Leftrightarrow -1 + t + 4t - 1 + t = 0 \Leftrightarrow -2 + 6t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow H\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$

$\Rightarrow IH = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

• Vì tam giác IAB vuông tại I và $IA = IB = R$. Suy ra tam giác IAB vuông cân tại I , do đó bán kính:

$R = IA = AB \cos 45^\circ = 2IH \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}IH = \sqrt{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

• Vậy phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{8}{3}$.

Câu 74: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho điểm $I(3; 4; 0)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-4}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12.

A. $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 25$.

B. $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 25$.

D. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 5$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là trung điểm AB . Khi đó $S_{IAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(I, \Delta) \Rightarrow AB = 8$.

Do đó, $R^2 = HA^2 + d(I, \Delta)^2 = 4^2 + 3^2 = 25$.

Câu 75: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho điểm $I(1;7;5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z}{3}$. Phương trình mặt cầu có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác diện tích tam giác IAB bằng $2\sqrt{6015}$ là

A. $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2018$. B. $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2017$.

C. $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2016$. D. $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2019$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của $I(1;7;5)$ trên $d \Rightarrow H(0;0;-4) \Rightarrow IH = d(I; d) = 2\sqrt{3}$

$$S_{\Delta IAB} = \frac{IH \cdot AB}{2} \Rightarrow AB = \frac{2S_{\Delta IAB}}{IH} = \sqrt{8020} \Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 2017$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2017$.

□ DẠNG TOÁN 9: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU BIẾT TÂM THUỘC D, THỎA ĐK

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$ và điểm $M(2; -1; 0)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mp (Oxy) tại điểm M . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu thỏa mãn?
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=-2+t \end{cases}$ nên $I \in d \Rightarrow I(3+t; t; -2+t)$, $\overline{IM} = (1+t; t+1; -2+t)$

Mặt phẳng (Oxy) có vtpt $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Ta có: $[\overline{IM}; \vec{k}] = (1+t; -t-1; 0) = \vec{0} \Leftrightarrow t+1=0 \Leftrightarrow t=-1$ nên $I(2; -1; -3)$

$R = d(I, (Oxy)) = \frac{|3|}{1} = 3$. Vậy $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2; 1; 0)$, $B(-2; 3; 2)$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d :

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 16$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

Lời giải

Chọn D

+ Gọi I là tâm của mặt cầu (S) . Vì $I \in d$ nên $I(1+2t; t; -2t)$, $t \in \mathbb{R}$.

+ Do mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên $IA = IB = r \Rightarrow IA^2 = IB^2 \Rightarrow t = -1$

$\Rightarrow I(-1; -1; 2) \Rightarrow r = IA = \sqrt{17}$. Vậy $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(3; -1; 2)$, $B(1; 1; -2)$ và có tâm thuộc trục Oz là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 11$.

C. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 11$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi tâm của mặt cầu là $I(a; b; c)$.

Vì $I \in Oz$ nên $I(0; 0; c)$.

Lại có $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow 9+1+(c-2)^2 = 1+1+(c+2)^2 \Leftrightarrow c=1$.

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{11}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 11 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$.

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng

$\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{2}$. Biết rằng mặt cầu (S) có bán kính bằng $2\sqrt{2}$ và cắt mặt phẳng (Oxz) theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tọa độ của điểm I .

A. $I(1; -2; 2), I(-1; 2; -2)$.

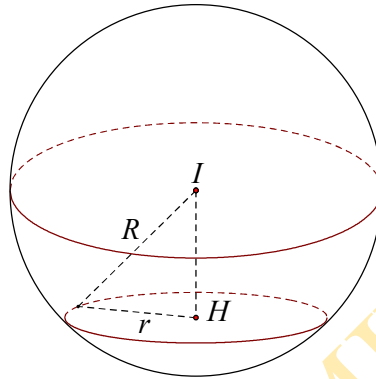
B. $I(1; -2; 2), I(0; -3; 0)$.

C. $I(1; -2; 2), I(5; 2; 10)$.

D. $I(5; 2; 10), I(0; -3; 0)$.

Lời giải

Chọn C



Mặt phẳng $(Oxz): y = 0$. $I \in \Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{2} \Rightarrow I(t; -3+t; 2t)$.

Gọi H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oxz) . R, r lần lượt là bán kính mặt cầu và bán kính đường tròn giao tuyến. Theo bài ta có $IH = d(I, (Oxz)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{8 - 4} = 2$.

$$\Leftrightarrow \frac{|-3+t|}{1} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 5 \end{cases}$$

Với $t = 1 \Rightarrow I(1; -2; 2)$, với $t = 5 \Rightarrow I(5; 2; 10)$.

Câu 80: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$

có bán kính $R = \sqrt{19}$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - y - 3z - 1 = 0$.

Trong các số $\{a; b; c; d\}$ theo thứ tự dưới đây, số nào thỏa mãn $a + b + c + d = 43$, đồng thời tâm I của (S) thuộc đường thẳng d và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) ?

A. $\{-6; -12; -14; 75\}..$

B. $\{6; 10; 20; 7\}..$

C. $\{-10; 4; 2; 47\}..$

D. $\{3; 5; 6; 29\}..$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $I \in d \Rightarrow I(5+t; -2-4t; -1-4t)$.

Do (S) tiếp xúc với (P) nên $d(I; (P)) = R = \sqrt{19} \Leftrightarrow |19 + 19t| = 19 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -2 \end{cases}$

Mặt khác (S) có tâm $I\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right)$; bán kính $R = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} - d} = \sqrt{19}$

Xét khi $t = 0 \Rightarrow I(5; -2; -1) \Rightarrow \{a; b; c; d\} = \{-10; 4; 2; 47\}$

Do $\frac{a^2+b^2+c^2}{4} - d \neq 19$ nên ta loại trường hợp này.

Xét khi $t = 2 \Rightarrow \{a; b; c; d\} = \{-6; -12; -14; 75\}$

Do $\frac{a^2+b^2+c^2}{4} - d = 19$ nên thỏa.

Câu 81: Trong không gian $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu.

- A. $r = \sqrt{2}$ B. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. $r = \sqrt{3}$ D. $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(m; 0; 0)$ là tâm mặt cầu có bán kính R , d_1, d_2 là các khoảng cách từ I đến (P) và

(Q) . Ta có $d_1 = \frac{|m+1|}{\sqrt{6}}$ và $d_2 = \frac{|2m-1|}{\sqrt{6}}$

Theo đề ta có $\sqrt{d_1^2 + 4} = \sqrt{d_2^2 + r^2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{m^2 + 2m + 1}{6} + 4} = \sqrt{\frac{4m^2 - 4m + 1}{6} + r^2}$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 2r^2 - 8 = 0 \quad (1)$.

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình (1) có đúng một nghiệm $m \Leftrightarrow 1 - (2r^2 - 8) = 0$

$\Leftrightarrow r^2 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 82: Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=1, \\ z=t \end{cases}$ $d': \begin{cases} x=2 \\ y=t' \\ z=1+t' \end{cases}$ và $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Gọi

(S) là mặt cầu có tâm thuộc Δ và tiếp xúc với hai đường thẳng d, d' . Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 1$.
C. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$. D. $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ có phương trình tham số là: $\Delta: \begin{cases} x=1+m \\ y=m \\ z=1+m \end{cases}$. Gọi I là tâm mặt cầu (S) ta có

$I(m+1; m; m+1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 1; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (0; 0; 1) \Rightarrow \vec{AI} = (m; m-1, m+1)$.

Đường thẳng d' đi qua $B(2; 0; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (0; 1; 1) \Rightarrow \vec{BI} = (m-1; m, m)$.

Do (S) tiếp xúc với hai đường thẳng d, d' nên ta có: $d(I; d) = d(I; d') = R$

$$\frac{\left[\overrightarrow{IA}; \overrightarrow{u_1} \right]}{\left| \overrightarrow{u_1} \right|} = \frac{\left[\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{u_2} \right]}{\left| \overrightarrow{u_2} \right|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(m-1)^2 + m^2}}{1} = \frac{\sqrt{(m-1)^2 + (m-1)^2}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m = 0$$

$\Rightarrow I(1;0;1)$ và $R=1$. Phương trình của mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ và 2 mặt phẳng (P) và

(Q) lần lượt có phương trình $x + 2y + 2z + 3 = 0$; $x + 2y + 2z + 7 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng d , tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.

D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I \in d \Rightarrow I(t; -1; -t)$. Mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) và (Q) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} d(I; (P)) &= d(I; (Q)) \\ \Leftrightarrow \frac{|t-2-2t+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} &= \frac{|t-2-2t+7|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} \\ \Leftrightarrow |1-t| &= |5-t| \\ \Leftrightarrow t &= 3 \end{aligned}$$

Vậy tọa độ tâm mặt cầu là $I(3; -1; -3)$ với bán kính $R = d(I; (Q)) = \frac{|3-2-2 \times 3+7|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{2}{3}$.

Câu 84: Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$ và đi qua điểm $M(0;3;9)$. Biết điểm I có hoành độ là số nguyên và cách đều hai mặt phẳng $x-2y+2z+2=0$, $3x-2=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z-9)^2 = 5$.

B. $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z-13)^2 = 88$.

C. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 73$. **D.** $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z-13)^2 = \sqrt{88}$.

Lời giải

Chọn B

Vì tâm I thuộc đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$ nên $I = (2t; 3t; 1+4t)$.

Ta có hệ:

$$\begin{aligned} \frac{|(2t)-2(3t)+2(1+4t)+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} &= \frac{|3(2t)-2|}{\sqrt{3^2}} \\ \Leftrightarrow |2t+2| &= |3t-1| \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \Rightarrow I(6;9;13) \\ t=-\frac{1}{5} \Rightarrow I\left(-\frac{2}{5}; -\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right) \end{cases} \end{aligned}$$

Vì điểm I có hoành độ là số nguyên, do đó $I(6;9;13)$

$$\Rightarrow IM = \sqrt{(-6)^2 + (3-9)^2 + (9-13)^2} = \sqrt{88}.$$

Vậy, phương trình mặt cầu cần lập là: $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z-13)^2 = 88$.

Câu 85: Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$ và đi qua điểm $M(0;3;9)$. Biết điểm I có hoành độ là số nguyên và cách đều hai mặt phẳng $x-2y+2z+2=0$, $3x-2=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z-13)^2 = \sqrt{88}$.

B. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z-9)^2 = 5$.

C. $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z-13)^2 = 88$.

D. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 73$.

Lời giải

Chọn C

Vì tâm I thuộc đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$ nên $I = (2t; 3t; 1+4t)$.

Ta có hệ:

$$\frac{|(2t) - 2(3t) + 2(1+4t) + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{|3(2t) - 2|}{\sqrt{3^2}}$$

$$\Leftrightarrow |2t+2| = |3t-1| \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \Rightarrow I(6;9;13) \\ t=-\frac{1}{5} \Rightarrow I\left(-\frac{2}{5}; -\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right) \end{cases}$$

Vì điểm I có hoành độ là số nguyên, do đó $I(6;9;13)$

$$\Rightarrow IM = \sqrt{(-6)^2 + (3-9)^2 + (9-13)^2} = \sqrt{88}.$$

Vậy, phương trình mặt cầu cần lập là: $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z-13)^2 = 88$.

~~~~ HẾT ~~~~

CHUYÊN ĐỀ

3

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

➤ Phương trình mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$. Có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

➤ Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận vectơ $\vec{n} = (A; B; C)$ làm vectơ pháp tuyến có dạng $(P): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

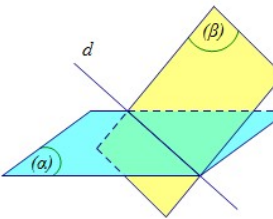
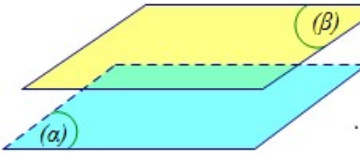
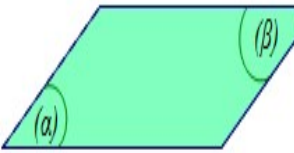
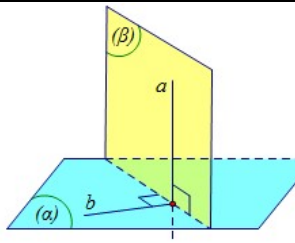
Các mặt phẳng đặc biệt:

TÍNH CHẤT MẶT PHẪNG	PHƯƠNG TRÌNH	HỆ SỐ ĐẶC BIỆT
(α) đi qua/chứa gốc O .	$(\alpha): Ax + By + Cz = 0$	$D = 0$
(α) song song/chứa Ox .	$(\alpha): By + Cz + D = 0$	$A = 0$
(α) song song/chứa Oy .	$(\alpha): Ax + Cz + D = 0$	$B = 0$
(α) song song/chứa Oz .	$(\alpha): Ax + By + D = 0$	$C = 0$
(α) song song/trùng (Oxy) .	$(\alpha): Cz + D = 0$	$A = B = 0$
(α) song song/trùng (Oxz) .	$(\alpha): By + D = 0$	$A = C = 0$
(α) song song/trùng (Oyz) .	$(\alpha): Ax + D = 0$	$B = C = 0$

❖ **Nhận xét:** Mặt phẳng không chứa ẩn nào thì mặt phẳng sẽ song song hoặc chứa trục đó hoặc mặt phẳng không chứa ẩn nào thì mặt phẳng sẽ song song hoặc chứa mặt phẳng đó.

A. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI MẶT PHẪNG:

➤ Cho mặt $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$; $(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$. Khi đó có các trường hợp sau:

	(α) cắt (β)	(α) song song (β)	(α) trùng (β)	(α) vuông góc (β)
TRƯỜNG HỢP				
XẢY RA KHI & CHỈ KHI	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$.	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$.	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.	$A.A' + B.B' + C.C' = 0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP:

LOẠI		HƯỚNG DẪN
LOẠI 1.	(α) qua $M(x_0; y_0; z_0)$ có sẵn vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$	Phương trình $(P): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.
LOẠI 2.	(α) đi qua ba điểm $A; B; C$ không thẳng hàng.	– Tìm vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$. – Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]$.
	(α) đi qua ba điểm $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$. (Phương trình đoạn chắn)	Phương trình $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.
LOẠI 3.	(α) đi qua hai điểm $A; B$ và có vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$.	– Tìm vectơ $\overrightarrow{AB}$ và có sẵn vectơ $\vec{a}$. – Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \vec{a}]$.
LOẠI 4.	(α) qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có cặp vectơ $\begin{cases} \vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \\ \vec{b} = (b_1; b_2; b_3) \end{cases}$.	– Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\vec{a}; \vec{b}]$. – Mặt phẳng (α) qua điểm M .
LOẠI 5.	(α) qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và $// (\beta): Ax + By + Cz + D = 0$.	❖ Cách 1: – Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(\beta)} = (A; B; C)$. – Mặt phẳng (α) qua điểm M . ❖ Cách 2: – Do $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow$ phương trình $(\alpha): Ax + By + Cz + D' = 0$ với $D \neq D'$. – Thay tọa độ điểm M vào $(\alpha) \Rightarrow D' = ? \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (α) .
LOẠI 6.	(α) là mặt phẳng <i>trung trực</i> của đoạn thẳng AB .	– Vectơ pháp tuyến của mặt (α) là: $\vec{n} = \overrightarrow{AB}$. – Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB . – Mặt phẳng (α) qua điểm I .
LOẠI 7.	(α) qua điểm $A; B$ và vuông góc $(\delta): Ax + By + Cz + D = 0$.	– Tìm cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_{(\delta)}]$. – Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_{(\delta)}]$. – Mặt phẳng (α) qua điểm A .
LOẠI 8.	(α) qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và $\perp 2$ mặt $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ & $(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$.	– Tìm cặp vectơ $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{n}_{(Q)}$. – Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\vec{n}_{(Q)}; \vec{n}_{(P)}]$.

		Mặt phẳng (α) qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$.
LOẠI 9.	(α) song song $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và cách (P) một khoảng bằng k .	- Vì $(\alpha) // (P) \Rightarrow$ phương trình mặt $(\alpha): Ax + By + Cz + D' = 0$ với $D \neq D'$. - Vì (α) cách (P) một khoảng bằng $k \Rightarrow d((\alpha); (P)) = m \xrightarrow{M \in (\alpha)} d(M; (P)) = m$ $\Leftrightarrow \frac{ D - D' }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = m \Rightarrow D' = ?$ - Có $D' \Rightarrow$ phương trình mặt (P) hoàn chỉnh.
LOẠI 10.	(α) qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và $\perp d: \frac{x-X}{a} = \frac{y-Y}{b} = \frac{z-Z}{c}$.	- Tìm vectơ $\vec{u}_d = (a; b; c)$. - Vì $(\alpha) \perp d \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = \vec{u}_d$. - Mặt phẳng (α) qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$.
LOẠI 11.	(α) qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và chứa $d: \frac{x-X}{a} = \frac{y-Y}{b} = \frac{z-Z}{c}$.	- Lấy điểm A tùy ý thuộc d, dễ nhất ta nên lấy $A(X; Y; Z)$. - Tìm vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\vec{u}_d$. - Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AM}; \vec{u}_d]$. - Mặt phẳng (α) qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$.
LOẠI 12.	(α) chứa $d: \frac{x-X}{a} = \frac{y-Y}{b} = \frac{z-Z}{c}$ và $d': \frac{x-X'}{a'} = \frac{y-Y'}{b'} = \frac{z-Z'}{c'}$ cắt nhau	- Tìm vectơ $\vec{u}_{d'}$ và $\vec{u}_d$. - Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\vec{u}_{d'}; \vec{u}_d]$. - Mặt phẳng (α) qua điểm $A \in d$ hoặc $B \in d'$.
LOẠI 13.	(α) chứa $d: \frac{x-X}{a} = \frac{y-Y}{b} = \frac{z-Z}{c}$ và $d': \frac{x-X'}{a'} = \frac{y-Y'}{b'} = \frac{z-Z'}{c'}$ song song .	- Tìm $A \in d$ hoặc $B \in d'$ - Tìm vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\vec{u}_{d'}$ và $\vec{u}_d$. - Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \vec{u}_d]$ hoặc $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \vec{u}_{d'}]$. - Mặt phẳng (α) qua điểm $A \in d$ hoặc $B \in d'$
LOẠI 14.	(α) chứa $d: \frac{x-X}{a} = \frac{y-Y}{b} = \frac{z-Z}{c}$ và vuông góc $(P): Ax + By + Cz + D = 0$.	- Tìm $A \in d \Rightarrow A \in (P)$. - Tìm vectơ $\vec{u}_d$ và $\vec{n}_{(P)}$. - Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d]$. - Mặt phẳng (α) qua điểm $A \in d$.

**LOẠI
15.**

(α) chứa $d: \frac{x-X}{a} = \frac{y-Y}{b} = \frac{z-Z}{c}$ và song song với $d': \frac{x-X'}{a'} = \frac{y-Y'}{b'} = \frac{z-Z'}{c'}$.

- Tìm $A \in d$, do $d \subset (\alpha) \Rightarrow A \in (\alpha)$.
- Tìm vectơ $\vec{u}_{d'}$ và $\vec{u}_d$.
- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\vec{u}_{d'}, \vec{u}_d]$.
- Mặt phẳng (α) qua điểm $A \in d$.

❖ CHỮA SỬ DỤNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

❑ DẠNG TOÁN 1: TÌM VTPT, CÁC VẤN ĐỀ VỀ LÝ THUYẾT

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là.

- A. $\vec{n} = (2; 3; -1)$. B. $\vec{n} = (3; 2; -1)$. C. $\vec{n} = (-1; 3; 2)$. D. $\vec{n} = (3; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Nếu $(P): ax + by + cz + d = 0$ thì (P) có VTPT là $\vec{n} = (a; b; c)$ (hoặc là một vectơ cùng phương với $\vec{n}$).

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $\vec{n} = (1; 0; 0)$. B. $\vec{n} = (0; 1; 0)$. C. $\vec{n} = (0; 0; 1)$. D. $\vec{n} = (1; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

- A. $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$. B. $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$. C. $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$. D. $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$.

Lời giải

Chọn B

(P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -4; 3)$ nên $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3) = -\vec{n}$ cũng là vectơ pháp tuyến.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$. B. $\vec{n} = (0; 0; -2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. D. $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm vectơ pháp tuyến?

- A. $2x + 4y + 6z + 1 = 0$. B. $2x - 4y + 6 = 0$.
C. $x + 2y - 3z - 1 = 0$. D. $x - 2y + 3z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $2x + 4y + 6z + 1 = 0$ nhận vectơ $\vec{n} = (2; 4; 6)$ hay vectơ $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng

$$(P): x + y + z - 1 = 0.$$

A. $I(1;0;0)$.

B. $O(0;0;0)$.

C. $K(0;0;1)$.

D. $J(0;1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Với $O(0;0;0)$, thay vào (P) ta được: $-1 \neq 0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3;4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(Q): x - 1 = 0$.

B. $(P): z - 2 = 0$.

C. $(R): x + y - 7 = 0$.

D. $(S): x + y + z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Xét đáp án A ta thấy $3 + 4 - 7 = 0$ vậy M thuộc (R) .

Xét đáp án B ta thấy $3 + 4 - 2 + 5 = 10 \neq 0$ vậy M không thuộc (S) .

Xét đáp án C ta thấy $3 - 1 = 2 \neq 0$ vậy M không thuộc (Q) .

Xét đáp án D ta thấy $-2 - 2 = -4 \neq 0$ vậy M không thuộc (P) .

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Mặt phẳng nào sau đây đi qua điểm $A(1;-3;5)$

A. $(P): 3x - y + z + 5 = 0$.

B. $(P): 2x - y + 3z - 10 = 0$.

C. $(P): 3x - y + z - 5 = 0$.

D. $(P): 2x - y + 3z - 20 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Vì $2.1 - (-3) + 3.5 - 20 = 0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x - y + z - 1 = 0$. Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc (P) .

A. $A(1;-2;-4)$.

B. $C(1;2;-4)$.

C. $D(-1;-2;-4)$.

D. $B(1;-2;4)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng ta thấy điểm A thỏa.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\alpha: x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$. Tìm m để (α) song song với (β) .

A. Không tồn tại m .

B. $m = -2$.

C. $m = 2$.

D. $m = 5$.

Lời giải

Chọn A

(α) có VTPT là $\vec{n}_1 = (1;1;-1)$ và $A(0;0;1) \in (\alpha); (\beta)$ có VTPT là $\vec{n}_2 = (-2;m;2)$.

$$\text{Để } (\alpha) // (\beta) \text{ thì } \vec{n}_1, \vec{n}_2 \text{ cùng phương và } A \notin (\beta) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2}{1} = \frac{m}{1} = \frac{2}{-1} \neq \frac{-2}{1} \\ -2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{không tồn tại } m.$$

Vậy không tồn tại m để $(\alpha) // (\beta)$.

□ DẠNG TOÁN 2: PTMP TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1), B(1; 3; -5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $y - 2z - 6 = 0$. B. $y - 2z + 2 = 0$. C. $y - 3z - 8 = 0$. D. $y - 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$\overline{AB} = (0; 2; -6)$, trung điểm của AB là $M(1; 2; -2)$. Mặt phẳng cần tìm là $y - 3z - 8 = 0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 1), B(3; -1; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- A. $2x - 2y - z + 1 = 0$. B. $2x - 2y - z = 0$.
C. $2x + 2y - z = 0$. D. $2x + 2y + z = 0$.

Lời giải

Chọn B

I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1; 1; 0)$.

Mặt phẳng trung trực của AB là $(\alpha): \begin{cases} \text{qua } I(1; 1; 0) \\ \text{VTPT } \overline{AB} = (4; -4; -2) = 2(2; -2; -1) \end{cases}$.

$\Rightarrow (\alpha): 2x - 2y - z = 0$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(3; -2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB .

- A. $x - 2y + 2z - 4 = 0$. B. $x - 2y + 2z + 4 = 0$.
C. $x + 2y + 2z - 4 = 0$. D. $x + 2y - 2z = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overline{AB} = (2; -4; 4); M(2, 0, 1)$, phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB là $x + 2y + 2z - 4 = 0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 1), B(3; 3; -1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB

- A. $(\alpha): x + 2y - z + 2 = 0$ B. $(\alpha): x + 2y - z - 4 = 0$
C. $(\alpha): x + 2y - z - 3 = 0$ D. $(\alpha): x + 2y + z - 4 = 0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) có vector pháp tuyến là vector $\overline{AB} = (2; 4; -2) = 2(1; 2; -1)$, qua $I(2; 1; 0)$ là trung điểm của cạnh AB nên có phương trình $1(x - 2) + 2(y - 1) - z = 0 \Leftrightarrow x + 2y - z - 4 = 0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB với $A(0;4;-1)$ và $B(2;-2;-3)$ là

A. $(\alpha): x-3y-z-4=0$.

B. $(\alpha): x-3y+z=0$.

C. $(\alpha): x-3y+z-4=0$.

D. $(\alpha): x-3y-z=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của AB , ta có $M(1;1;-2)$.

Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB : $\begin{cases} \text{đi qua } M \\ \text{vpt } \overline{AB} = (2;-6;-2) \end{cases}$

Phương trình $(\alpha): 2(x-1)-6(y-1)-2(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x-6y-2z=0 \Leftrightarrow x-3y-z=0$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $6x-2y-2z-1=0$.

B. $3x-y-z=0$.

C. $3x+y+z-6=0$.

D. $3x-y-z+1=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = \overline{AB} = (-6;2;2)$

(P) đi qua trung điểm M của AB . Tọa độ trung điểm $M(1;1;2)$

Vậy phương trình trung trực của đoạn thẳng AB là: $(P): 3x-y-z=0$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;1); B(3;3;-1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB .

A. $(\alpha): x+2y-z-3=0$

B. $(\alpha): x+2y+z-4=0$

C. $(\alpha): x+2y-z+2=0$

D. $(\alpha): x+2y-z-4=0$

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB , suy ra $I(2;1;0)$.

Ta có $\overline{AB} = (2;4;-2) = 2(1;2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $(x-2)+2(y-1)-(z-0)=0$

$\Leftrightarrow x+2y-z-4=0$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;2)$, $B(5;7;-4)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

A. $2x+2y-3z-19=0$.

B. $2x+2y-3z+19=0$.

C. $2x+2y-3z-38=0$.

D. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{-3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3;5;-1)$.

Mặt phẳng trung trực của AB sẽ đi qua $I(3;5;-1)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (4;4;-6)$ nên phương trình: $4(x-3)+4(y-5)-6(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-3z-19=0$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;6;-7)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn AB là

A. $x-2y+4z+18=0$.

B. $x-2y-3z-1=0$.

C. $x-2y+3z+17=0$.

D. $x-2y+4z+2=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực đoạn AB đi qua trung điểm $I(2;4;-3)$ của đoạn AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (2;-4;8)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình:

$$2(x-2)-4(y-4)+8(z+3)=0 \Leftrightarrow x-2y+4z+18=0.$$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(-3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y+1=0$

B. $x-y+z+3=0$

C. $2x+y-1=0$

D. $x-y+z-3=0$

Lời giải

Chọn A

Trung điểm của đoạn AB là $M(-1;1;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4;-2;0)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của AB .

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là $2(x+1)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+1=0$.

□ DẠNG TOÁN 3: PTMP QUA 1 ĐIỂM, ĐỂ TÌM VTPT (KHÔNG DÙNG TÍCH CÓ HƯỚNG)

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-2)$, $B(1;0;1)$ và $C(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc BC .

A. $x + y + 2z - 1 = 0$.

B. $x - y + 2z - 5 = 0$.

C. $x + y + 2z + 3 = 0$.

D. $x - y + 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(3;2;-2)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{BC} = (1;-1;2)$ là $x - y + 2z + 3 = 0$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;4)$, $B(2;1;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB tại điểm A .

A. $(P): x - 3y - 2z - 1 = 0$.

B. $(P): x - 3y - 2z + 1 = 0$.

C. $(P): x + 3y - 2z - 13 = 0$.

D. $(P): x + 3y - 2z + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;3;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $1.(x-1) + 3.(y+2) - 2.(z-4) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 2z + 13 = 0$.

Câu 23: Mặt phẳng đi qua $A(-2;4;3)$, song song với mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có phương trình dạng.

A. $2x - 3y + 6z - 2 = 0$.

B. $-2x - 3y + 6z + 1 = 0$.

C. $2x - 3y + 6z = 0$.

D. $2x + 3y + 6z + 19 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Loại đáp án B, D vì không song song.

Thử tọa độ điểm A , Chọn C.

Câu 24: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $M(1;1;1)$ song song (Oxy) là.

A. $x + y - 2 = 0$.

B. $x + y + z - 3 = 0$.

C. $z - 1 = 0$.

D. $y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$(P) \in (Oxy) \Rightarrow (P): z + d = 0$.

$M \in (P) \Rightarrow d = -1 \Rightarrow (P): z - 1 = 0$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1), B(2;-1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là.

A. $x - 2y - z + 2 = 0$.

B. $x - z + 2 = 0$.

C. $x - 2y - z = 0$.

D. $x - 2y - z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng: $(x - 1) - 2(y - 1) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - z + 2 = 0$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -3; 4)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 4; 1)$ làm vectơ pháp tuyến.

A. $2x - 4y - z - 12 = 0$.

B. $-2x + 4y + z - 12 = 0$.

C. $2x - 4y - z + 10 = 0$.

D. $-2x + 4y + z + 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng có phương trình là: $(P): -2(x - 2) + 4(y + 3) + 1.(z - 4) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4y + z + 12 = 0$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 5; 7)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 4x - 2y + z - 3 = 0$. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của (α) .

A. $4x - 2y + z + 3 = 0$.

B. $4x - 2y + z + 1 = 0$.

C. $4x - 2y + z - 2 = 0$.

D. $4x - 2y + z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$(\alpha) \in (\beta)$ nên (α) có dạng $4x - 2y + z + c = 0$, (α) đi qua điểm $A(1; 5; 7)$.

Nên $4 - 2.5 + 7 + c = 0 \Rightarrow c = -1$ vậy $(\alpha): 4x - 2y + z - 1 = 0$.

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (3; 2; 1)$ là vectơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $3x + 2y + z + 2 = 0$.

B. $x + 2y + 3z = 0$.

C. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

D. $3x + 2y + z = 0$.

Lời giải

Chọn D

mp (P) qua $O(0; 0; 0)$ và nhận $\vec{n} = (3; 2; 1)$ làm VTPT $\Rightarrow$ PT

$(P): 3(x - 0) + 2(y - 0) + 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z = 0$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(0; -1; 4)$, nhận $\vec{n} = (3; 2; -1)$ là vectơ pháp tuyến là:

A. $3x + 3y - z = 0$.

B. $2x - y + 3z + 1 = 0$.

C. $x + 2y - 3z + 6 = 0$.

D. $3x + 2y - z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M = (1; 0; -1)$, nhận $\vec{n} = (2; -1; 3)$ làm vectơ pháp tuyến là: $2(x-1) - 1(y-0) + 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z + 1 = 0$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $x - 2y + 3z - 1 = 0$ có phương trình là:

A. $x - 2y + 3z - 6 = 0$.

B. $x + 2y - 3z - 6 = 0$.

C. $x + 2y - 3z + 6 = 0$.

D. $x - 2y + 3z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng cần tìm có dạng $x - 2y + 3z + c = 0$.

Vì mặt phẳng cần tìm đi qua M nên $1 - 4 + 9 + c = 0 \Rightarrow c = -6$.

□ DẠNG TOÁN 4: PTMP QUA 1 ĐIỂM, VTPT TÌM BẰNG TÍCH CÓ HƯỚNG.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có phương trình là $x + y - z = 0$, $x - 2y + 3z = 4$ và điểm $M(1; -2; 5)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P) , (Q) .

A. $x - 4y - 3z - 6 = 0$.

B. $5x + 2y - z + 4 = 0$.

C. $5x + 2y - z + 14 = 0$.

D. $x - 4y - 3z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Vecto pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1 = (1; 1; -1)$.

Vecto pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_2 = (1; -2; 3)$.

$$\vec{n} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (1; -4; -3)$$

Vì (α) vuông góc với (P) và (Q) nên (α) có vecto pháp tuyến là $\vec{n}$.

Mặt phẳng (α) có phương trình là $1(x-1) - 4(y+2) - 3(z-5) = 0$ hay $x - 4y - 3z + 6 = 0$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 2)$, $N(-3; -4; 1)$, $P(2; 5; 3)$. Mặt phẳng (MNP) có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n}(-16; 1; 3)$.

B. $\vec{n} = (3; -16; 1)$.

C. $\vec{n} = (1; 3; -16)$.

D. $\vec{n}(1; -3; 16)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{MN} = (-4; -4; -1)$; $\vec{MP} = (1; 5; 1)$.

$$\Rightarrow [\vec{MN}, \vec{MP}] = (1; 3; -16).$$

Vậy mặt phẳng (MNP) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 3; -16)$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 1; 4)$, $B(2; 7; 9)$, $C(0; 9; 13)$.

A. $7x - 2y + z - 9 = 0$

B. $2x + y - z - 2 = 0$

C. $2x + y + z + 1 = 0$

D. $x - y + z - 4 = 0$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{AB} = (1; 6; 5)$, $\vec{AC} = (-1; 8; 9)$,

(ABC) đi qua $A(1; 1; 4)$ có vtpt $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (14; -14; 14) = 14(1; -1; 1)$ có dạng

$$x - y + z - 4 = 0.$$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(\beta_1): 2x - y - z - 1 = 0$, $(\beta_2): 3x - y + z - 1 = 0$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta_3): x - 2y - z + 1 = 0$.

A. $7x - y + 9z - 1 = 0$.

B. $7x + y - 9z - 1 = 0$.

C. $7x + y + 9z - 1 = 0$.

D. $7x - y - 9z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{a} = (2; -1; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; 1)$ và $\vec{c} = (1; -2; -1)$.

Gọi A điểm thuộc (β_1) và (β_2) nên $A(0; -1; 0)$.

Khi đó: $\vec{u} = \vec{a} \wedge \vec{b} = (-2; -5; 1)$ và $\vec{n} = \vec{u} \wedge \vec{c} = (7; -1; 9)$.

Do đó: $(\alpha): 7x - y + 9z - 1 = 0$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $3x - 2z - 1 = 0$.

B. $3x + y - 2z - 2 = 0$.

C. $3x - 2z = 0$.

D. $3x - y + 2z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

$(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 3)$.

$(Q): y = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (0; 1; 0)$.

Do mặt phẳng (R) vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có vectơ pháp tuyến

$$\vec{n}_{(R)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] \Rightarrow \vec{n}_{(R)} = (-3; 0; 2).$$

Vậy phương trình mặt phẳng (R) là: $-3x + 2z + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2z - 1 = 0$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ là:

A. $x + y = 0$.

B. $x - z = 0$.

C. $x + z = 0$.

D. $x - y = 0$.

Lời giải

Chọn B

(P) qua O và có VTPT là $\vec{n} = \left[\vec{j}; \vec{OM} \right] = (1; 0; -1)$.

Vậy phương trình (P) là $x - z = 0$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1; 3; 2)$, $N(5; 2; 4)$, $P(2; -6; -1)$ có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$. Tính tổng $S = A + B + C + D$.

A. $S = -3$.

B. $S = 1$.

C. $S = 6$.

D. $S = -5$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{MN} = (4; -1; 2); \vec{MP} = (1; -9; -3)$$

$$[\vec{MN}, \vec{MP}] = (21; 14; -35) \Rightarrow \vec{n} = (3; 2; -5) \text{ là vectơ pháp tuyến của } (MNP)$$

$$\text{Phương trình } (MNP): 3x + 2y - 5z + 1 = 0$$

$$\Rightarrow A + B + C + D = 1.$$

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là:

A. $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

B. $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$.

C. $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0.$

D. $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0.$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có dạng $3x - y + 4z + D = 0.$

Lấy $M(0; 2; 0) \in (Q_1)$ và $N(0; 8; 0) \in (Q_2)$. Do $(Q_1) // (Q_2)$ trung điểm $I(0; 5; 0)$ của MN phải thuộc vào (P) nên ta tìm được $D = 5.$

Vậy $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0.$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là

A. $2x + y - 3z - 14 = 0.$

B. $4x + 5y - 3z - 22 = 0.$

C. $4x + 5y - 3z + 22 = 0.$

D. $4x - 5y - 3z - 12 = 0.$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ có các vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 1; 3)$ và $\vec{n}_2 = (2; -1; 1).$

Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q) , (R) nên (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4; 5; -3).$

Ta lại có (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$ nên $(P): 4(x - 2) + 5(y - 1) - 3(z + 3) = 0$
 $\Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0.$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, Viết phương trình mặt phẳng qua $A(1; 1; 1)$, vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$, $(\beta): x - y + z - 1 = 0.$

A. $x + y + z - 3 = 0$

B. $x + z - 2 = 0$

C. $x - 2y + z = 0$

D.

$y + z - 2 = 0$

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Ta có: $\vec{n}_p = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (0; 2; 2).$

Phương trình $(P): y + z - 2 = 0.$

□ DẠNG TOÁN 5: PTMP QUA 1 ĐIỂM, TIẾP XÚC VỚI MẶT CẦU.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y - 12z + 7 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm $P(-4; 1; 4)$ có phương trình là.

A. $6x + 3y + 2z + 13 = 0$.

B. $2x - 5y - 10z + 53 = 0$.

C. $9y + 16z - 73 = 0$.

D. $8x + 7y + 8z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm là $I(2; 4; 6)$ và bán kính $R = 7$.

$$\overrightarrow{IP} = (-6; -3; -2).$$

Mặt phẳng cần tìm có phương trình là: $6(x + 4) + 3(y - 1) + 2(z - 4) = 0$.

$$\Leftrightarrow 6x + 3y + 2z + 13 = 0.$$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm $A(3; 4; 3)$ có phương trình.

A. $2x + 2y + z - 17 = 0$.

B. $4x + 4y - 2z - 17 = 0$.

C. $x + y + z - 17 = 0$.

D. $2x + 4y + z - 17 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 2)$, vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{IA} = (2; 2; 1)$ nên phương trình của (P) là $2x + 2y + z - 17 = 0$.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$, mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α) , (P) song song với giá của vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$ và (P) tiếp xúc với (S) . Lập phương trình mặt phẳng (P) .

A. $2x - y + 2z + 3 = 0$ và $2x - y + 2z - 21 = 0$.

B. $2x - y + 2z + 5 = 0$ và $2x - y + 2z - 2 = 0$.

C. $2x - y + 2z - 2 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$.

D. $x - 2y + 2z + 3 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$.

Lời giải

Chọn A

(S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và bán kính $R = 4$. Véc tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = (1; 4; 1)$.

Suy ra VTPT của (P) là $\vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha, \vec{v}] = (2; -1; 2)$.

Do đó (P) có dạng: $2x - y + 2z + d = 0$.

Mặt khác (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I, (P)) = 4$

$$\text{Hay } \frac{|2+3+4+d|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=4 \Rightarrow \begin{cases} d=-21 \\ d=3 \end{cases}.$$

Vậy PTMP (P):

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 12z - 8 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây tiếp xúc với (S) ?

A. $(Q): 2x + y + 4z - 8 = 0$.

B. $(R): 2x - y - 2z + 4 = 0$.

C. $(P): 2x - 2y - z - 5 = 0$.

D. $(T): 2x - y + 2z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+6)^2 = 49..$$

(S) có tâm $I(2; -1; -6)$ và bán kính $R = 7..$

$$\text{Ta thấy } d(I, (R)) = \frac{|4+1+12+4|}{3} = 7 = R.$$

Vậy (R) tiếp xúc với $(S)..$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2; 1; -4)$ có phương trình là:

A. $-x + 2y + 2z + 4 = 0$.

B. $x + 2y + 2z + 8 = 0$.

C. $3x - 4y + 6z + 34 = 0$.

D. $x - 2y - 2z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm $I(-1; 3; -2)$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\overrightarrow{IA} = (-1; -2; -2)$ và đi qua $A(-2; 1; -4)$ nên có phương trình $-(x+2) - 2(y-1) - 2(z+4) = 0$ hay $x + 2y + 2z + 8 = 0$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ và điểm $M(7; -1; 5)$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M là.

A. $6x - 2y - 2z - 34 = 0$.

B. $7x - y + 5z - 55 = 0$.

C. $6x + 2y + 3z - 55 = 0$.

D. $x + 2y + 2z - 15 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2) \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (6; 2; 3)..$

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $M(7; -1; 5)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM} = (6; 2; 3)$ nên có.

phương trình là: $6(x-7) + 2(y+1) + 3(z-5) = 0 \Leftrightarrow 6x + 2y + 3z - 55 = 0$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và song song với $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$.

A. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$(S): \begin{cases} \text{có tâm } I(1; 2; 3) \\ \text{bán kính } R = 4 \end{cases}$

Gọi (β) mặt phẳng tiếp xúc với $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và song song với $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$.

Ta có: $(\beta) // (\alpha)$ nên phương trình mặt phẳng $(\beta): 4x + 3y - 12z + D = 0 (D \neq 10)$.

(β) tiếp xúc với (S) nên $d(I, (\beta)) = R \Leftrightarrow \frac{|-26 + D|}{13} = 4 \Leftrightarrow |-26 + D| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 78(n) \\ D = -26(n) \end{cases}$

Vậy: $(\beta): \begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2; -4; 3)$ có phương trình là

A. $x - 2y - 2z + 4 = 0$.

B. $x - 6y + 8z - 50 = 0$.

C. $3x - 6y + 8z - 54 = 0$.

D. $x - 2y - 2z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 5)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA} = (1; -2; -2)$ và đi qua điểm $A(2; -4; 3)$ nên có phương trình: $1 \cdot (x-2) - 2(y+4) - 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z - 4 = 0$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m = 1$ hoặc $m = 21$.

B. $m = -9$ hoặc $m = 31$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$ hoặc $m = -21$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -2)$, bán kính $R = 2$.

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung khi: $d(I; (P)) = R$.

$$\Leftrightarrow \frac{|11-m|}{5} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 21 \end{cases}.$$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2;1;-4)$?

A. $-x + 2y + 2z + 4 = 0$.

B. $3x - 4y + 6z + 34 = 0$.

C. $x - 2y - 2z - 4 = 0$.

D. $x + 2y + 2z + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn D

(S) có tâm $I(-1;3;-2)$

(P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2;1;-4)$

$\Rightarrow (P)$ có VTPT $\overrightarrow{AI} = (1;2;2)$ và qua $A(-2;1;-4)$

$\Rightarrow (P): 1 \cdot (x+2) + 2 \cdot (y-1) + 2 \cdot (z+4) \Leftrightarrow x + 2y + 2z + 8 = 0$.

□ DẠNG TOÁN 6: PTMP QUA 2 ĐIỂM, VTPT TÌM BẰNG TÍCH CÓ HƯỚNG.

- Câu 51:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz-27=0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.
- A. $S=-2$. B. $S=-12$. C. $S=2$. D. $S=-4$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-6;3;1)$, $\overrightarrow{n_Q}=(3;1;1)$.

Do mặt phẳng (P) qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên $\overrightarrow{n_P}=[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_Q}]=(2;9;-15)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): 2x+9y-15z-27=0$.

Vậy $S=a+b+c=2+9-15=-4$.

- Câu 52:** Trong không gian $(Oxyz)$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y+2z-3=0$ có phương trình là
- A. $11x+7y-2z-7=0$. B. $11x-7y-2z-21=0$.
C. $11x+7y-2z+7=0$. D. $11x-7y-2z+21=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;3;-5)$ và một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) là $\overrightarrow{n'}=(1;1;2)$.

Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ta có $\vec{n}=[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n'}]=(11;-7;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-1;4)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(11;-7;-2)$ là $11x-7y-2z-21=0$.

- Câu 53:** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình là $2x-2y-3z=0$. Viết phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm $H(1;0;0)$ và $K(0;-2;0)$ biết (Q) vuông góc (P) .
- A. $(Q): 2x-y+2z+2=0$. B. $(Q): 2x+y+2z-2=0$.
C. $(Q): 2x-y+2z-2=0$. D. $(Q): 6x+3y+4z+6=0$.

Lời giải

Chọn C

Vì mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm $H(1;0;0)$, $K(0;-2;0)$ và (Q) vuông góc (P) nên mặt phẳng nhận $\vec{n}_{(Q)}=[\overrightarrow{HK}, \vec{n}_{(P)}]$ làm véc tơ pháp tuyến.

Ta có.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{HK} &= (-1; -2; 0) \\ \vec{n}_{(Q)} &= (2; -2; -3) \Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = [\overrightarrow{HK}, \vec{n}_{(P)}] = (6; -3; 6) = 3(2; -1; 2).\end{aligned}$$

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $H(1; 0; 0)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (2; -1; 2)$ là.

$$2(x-1) - y + 2z = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 2z - 2 = 0.$$

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là

A. $11x - 7y - 2z - 21 = 0.$

B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0.$

C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0.$

D. $11x - 7y + 2z + 21 = 0.$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{\beta}] = (11; -7; -2)$

Vậy $(\alpha): 11x - 7y - 2z - 21 = 0$

Câu 55: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là

A. $11x - 7y - 2z - 21 = 0.$

B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0.$

C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0.$

D. $11x - 7y + 2z + 21 = 0.$

Câu 231: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -2; 3)$, $B(0; 2; -1)$, $C(3; 0; -2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với (ABC) là

A. $3x - 2y - z - 4 = 0.$

B. $12x + 13y + 10z + 16 = 0.$

C. $3x - 2y - z + 4 = 0.$

D. $12x + 13y + 10z - 16 = 0.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 4; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (2; 2; -5)$, $G\left(\frac{4}{3}; 0; 0\right)$, $\overrightarrow{AG} = \left(\frac{1}{3}; 2; -3\right)$

$\Rightarrow (ABC)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; 13; 10).$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{k} = [\overrightarrow{AG}, \vec{n}] = \left(59; -\frac{118}{3}; -\frac{59}{3}\right) = \frac{59}{3}(3; -2; -1)$

$(P): 3(x-1) - 2(y+2) - (z-3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z - 4 = 0.$

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là

A. $11x - 7y - 2z - 21 = 0.$

B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0.$

C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0.$

D. $11x - 7y + 2z + 21 = 0.$

Câu 332: Cho hai điểm $A(1;-1;5); B(0;0;1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với Oy có phương trình là:

- A. $4x + y - z + 1 = 0$. B. $y + 4z - 1 = 0$. C. $4x - z + 1 = 0$. D. $2x + z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-1;1;-4)$, đường thẳng Oy có $\overrightarrow{u_d}(0;1;0) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}(4;0;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $4x - z + 1 = 0$.

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho $A(1;0;1); B(2;1;2)$ và $(P): x + 2y + 3z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua 2 điểm A, B và vuông góc (P) .

- A. $(Q): x - 2y + z - 2 = 0$. B. $(Q): x - 2y + z + 2 = 0$.
C. $(Q): x + 2y + z + 2 = 0$. D. $(Q): x - 2y - z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$ và $(P): x + 2y + 3z + 3 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}(1;2;3)$.

Gọi $\vec{v}$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Do mặt phẳng (Q) đi qua 2 điểm A, B và vuông góc (P) nên $\vec{v} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (1; -2; 1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 2 = 0$.

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng là $ax + by + cz - 11 = 0$. Tính $a + b + c$.

- A. $a + b + c = 3$ B. $a + b + c = 5$ C. $a + b + c = -7$ D. $a + b + c = 10$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$, (P) có vtpt $\vec{n} = (1; -3; 2)$, (Q) có vtpt $\vec{k} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (0; 8; 12)$

$\Rightarrow (Q)$ có dạng: $2(y - 4) + 3(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$.

Vậy $a + b + c = 5$.

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng: $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + b = c$. B. $a + b + c = 5$. C. $a \in (b; c)$. D. $a + b > c$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A(2;4;1), B(-1;1;3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$.

Véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n} = (1; -3; 2)$.

Do mặt phẳng (Q) đi qua AB và vuông góc với (P) nên (Q) nhận véc tơ $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (0; -8; -12)$ làm một véc tơ pháp tuyến nên phương trình của (Q) sẽ là:
 $2(y-4) + 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$.

Suy ra $a = 0, b = 2, c = 3 \Rightarrow a + b + c = 5$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $2x + 3y - 11 = 0$. B. $-2y - 3z - 11 = 0$. C. $y - 2z - 1 = 0$. D. $2y + 3z - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-3; -3; 2)$.

Vì $(P) \perp (Q) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{u_{(Q)}} = (1; -3; 2) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(Q)}}(0; 2; 3)$.

Vậy, PT mặt phẳng (P) là $2y + 3z - 11 = 0$.

□ DẠNG TOÁN 7: PTMP QUA 3 ĐIỂM KHÔNG THẲNG HÀNG.

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho 3 điểm $A(0;2;1); B(3;0;1); C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là?

A. $2x - 3y - 4z + 1 = 0$

B. $2x + 3y - 4z - 2 = 0$

C. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$

D. $4x + 6y - 8z + 2 = 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 0); \overrightarrow{AC} = (1; -2; -1)$.

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 3; -4)$.

Vậy ptmp (ABC) là: $2(x-1) - 3y - 4z = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 4z - 2 = 0$.

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1;2;-3)$, $B(2;0;0)$ và $C(-2;4;-5)$ có phương trình là

A. $2x + 7y + 4z + 3 = 0$

B. $2x - 7y + 4z - 4 = 0$

C. $2x - 5y - 4z - 4 = 0$

D. $2x + 7y + 4z - 4 = 0$

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB} = (1; -2; 3); \overrightarrow{AC} = (-3; 2; -2) \Rightarrow (P)$ có VTPT $= [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2; -7; -4) = -(2; 7; 4)$.

Khi đó, do (P) qua $A \Leftrightarrow (P): 2x + 7y + 4z - 4 = 0$.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 3; 5)$, $B(3; 2; 4)$ và $C(4; 1; 2)$ có phương trình là

A. $x + y - 5 = 0$.

B. $y - z + 2 = 0$.

C. $2x + y - 7 = 0$.

D.

$x + y + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \subset (ABC)$ nên (ABC) sẽ nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ làm một vectơ pháp tuyến.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1), \overrightarrow{AC} = (2; -2; -3)$ suy ra $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 1; 0)$.

Hiển nhiên (ABC) đi qua $A(2; 3; 5)$ nên ta có phương trình của (ABC) là

$1(x-2) + 1(y-3) + 0(z-5) = 0 \Leftrightarrow x + y - 5 = 0$.

Câu 64: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $E(0;-2;3)$, $F(0;-3;1), G(1;-4;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) .

A. $(P): 3x + 2y - z + 7 = 0$

B. $(P): 3x - 2y - z - 1 = 0$

C. $(P): 3x + 2y - z - 7 = 0$

D. $(P): 3x + 2y + z + 1 = 0$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{EF} = (0; -1; -2)$, $\overrightarrow{EG} = (1; -2; -1)$, $[\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG}] = (-3; -2; 1)$.

Suy ra VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; 2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $3x + 2(x + 2) - (y - 3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - z + 7 = 0$.

Câu 65: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; 0; 3)$, $C(3; 4; 0)$ là

A. $9x - y - 7z + 13 = 0$.

B. $x - 7y - 9z + 25 = 0$.

C. $9x - y - 7z + 15 = 0$.

D. $-x + 7y + 9z + 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (3; 3; -2)$.

Khi đó phương trình mp (ABC) có VTPT $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; 7; 9)$

Phương trình mp (ABC) là $-1(x - 0) + 7(y - 1) + 9(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 7y - 9z + 25 = 0$.

Câu 66: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -2; -1)$, $B(3; 0; 3)$, $C(-2; 2; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm A, B, C .

A. $(P): 2x + 5y - 3z - 1 = 0$

B. $(P): 2x + 7y - 4z + 6 = 0$

C. $(P): 6x + 5y - 4z + 6 = 0$

D. $(P): 3x - 2y + 4z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm vào chỉ có đáp án $(P): 2x + 7y - 4z + 6 = 0$ thỏa mãn.

Câu 67: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 0)$, $C(1; 1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C .

A. $x + y + z - 4 = 0$

B. $7x + 2y + z - 10 = 0$

C. $7x + 2y + z - 12 = 0$

D. $4x + y + z - 7 = 0$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (0; -1; 2)$ suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-7; -2; -1) = -1(7; 2; 1)$.

Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (7; 2; 1)$ có phương trình là $7x + 2y + z - 12 = 0$.

Câu 68: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

B. $x + 2y + 3z - 6 = 0$.

C. $3x + 2y + z - 6 = 0$.

D. $2x + y + 3z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz .

Suy ra $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$.

Phương trình $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 69: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-1), B(-2;1;0), C(0;1;-2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\vec{n}_4 = (1;2;1)$.

B. $\vec{n}_1 = (1;1;2)$.

C. $\vec{n}_2 = (1;-1;-2)$.

D. $\vec{n}_3 = (-1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

$\vec{AB} = (-3,1,1); \vec{AC} = (-1,1,1) \Rightarrow \vec{AB} \wedge \vec{AC} = (-2,-4,-2)$.

Câu 70: Trong không gian cho điểm $M(1;-3;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Giả sử mặt phẳng (α) cần tìm cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại

$A(a,0,0), B(0,b,0), C(0,0,c)$ ($a, b, c \neq 0$)

$(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1; (\alpha)$ qua $M(1;-3;2)$ nên: $(\alpha): \frac{1}{a} - \frac{3}{b} + \frac{2}{c} = 1(*)$

$$OA = OB = OC \neq 0 \Rightarrow |a| = |b| = |c| \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} a = b = c(1) \\ a = b = -c(2) \\ a = -b = c(3) \\ a = -b = -c(4) \end{cases}$$

Thay (1) vào (*) ta có phương trình vô nghiệm

Thay (2), (3), (4) vào (*) ta được tương ứng $a = -4, a = 6, a = \frac{-3}{4}$

Vậy có 3 mặt phẳng.

❖ SỬ DỤNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

□ DẠNG TOÁN 8: PTMP VUÔNG GÓC VỚI ĐƯỜNG THẲNG.

- Câu 71:** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Trong các mặt phẳng dưới đây, tìm một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d
- A. $2x - 2y + 2z + 4 = 0$. B. $4x - 2y - 2z - 4 = 0$.
C. $4x - 2y + 2z + 4 = 0$. D. $4x + 2y + 2z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Mặt phẳng $4x - 2y + 2z + 4 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; 2)$.

Ta có $\frac{2}{4} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$ do đó đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $4x - 2y + 2z + 4 = 0$.

- Câu 72:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 3my - z + 2 = 0$ và $(Q): mx - y + z + 1 = 0$ và. Tìm m để giao tuyến hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với mặt phẳng $(R): x - y - 2z + 5 = 0$.
- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn C

Các mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là

$$\vec{n}_P = (1; 3m; -1), \vec{n}_Q = (m; -1; 1), \vec{n}_R = (1; -1; -2).$$

khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có vectơ chỉ phương là

$$\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (3m - 1; -m - 1; -1 - 3m^2).$$

Để giao tuyến hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với mặt phẳng (R) thì $\vec{u}, \vec{n}_R$ cùng

$$\text{phương, suy ra: } \frac{3m-1}{1} = \frac{-m-1}{-1} = \frac{-1-3m^2}{-2} \Leftrightarrow m = 1.$$

- Câu 73:** Trong không gian $Oxyz$ Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ có phương trình là :
- A. $2x + y - z - 4 = 0$. B. $2x - y - z + 4 = 0$.
C. $x + 2y - z + 4 = 0$. D. $2x + y + z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Ta có $(P) \perp d \Rightarrow (P)$ nhận $\vec{u} = (2; 1; -1)$ là một VTPT.

Kết hợp với (P) qua $A(1; 2; 0)$

$$\Rightarrow (P): 2(x-1) + 1(y-2) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z - 4 = 0.$$

- Câu 74:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}, \Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=1-t \end{cases}. \text{ Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của } (P)?$$

A. $\vec{n} = (5; -6; 7)$ B. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$ C. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$ D. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$

Lời giải

Chọn B

Vì (P) song song với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 nên $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} = (-5; 6; 7)$.

Câu 75: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng song song với hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}, d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1} \text{ có một vectơ pháp tuyến là:}$$

A. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$ B. $\vec{n} = (5; -6; 7)$ C. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$ D. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{u}_1(2; -3; 4); \vec{u}_2(1; 2; -1)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của d_1, d_2 và $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng. Khi đó: $\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{n} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-5; 6; 7)$.

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d

$$\text{có phương trình } \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}, \text{ tìm vectơ pháp tuyến } \vec{n} \text{ của mặt phẳng } (P) \text{ là.}$$

A. $\vec{n} = (-1; 0; -1)$. B. $\vec{n} = (2; -1; -2)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 2)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là: $\vec{n} = (2; 1; 2)$.

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n} = (2; 1; 2)$.

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$ Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường

$$\text{thẳng } d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1} \text{ có phương trình là:}$$

A. $2x + y + z - 4 = 0$. B. $2x + y - z - 4 = 0$.
C. $2x - y - z + 4 = 0$. D. $x + 2y - z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có VTCP của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

Vì $(P) \perp d$ nên VTPT của (P) là $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

Khi đó phương trình mp (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và có VTPT $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$ là

$$2x + y - z - 4 = 0.$$

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; 0; -2)$ và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}. \text{ Viết phương trình mặt phẳng } (P) \text{ đi qua điểm } M \text{ và vuông góc với}$$

đường thẳng Δ .

A. $3x + y - 2z - 4 = 0$.

B. $4x + 3y + z + 7 = 0$.

C. $4x + 3y + z + 2 = 0$.

D. $3x + y - 2z - 13 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; 3; 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 0; -2)$ và vuông góc với Δ nên nhận $\vec{u} = (4; 3; 1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $4(x - 0) + 3(y - 0) + 1(z + 2) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y + z + 2 = 0$.

Câu 79: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) có phương trình là $\frac{x}{-8} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng (d) , biết (P) đi qua điểm $M(0; -8; 1)$

A. $(P): 8x - 3y - 5z - 27 = 0$.

B. $(P): 8x - 3y - 5z - 19 = 0$.

C. $(P): -8x + 3y - 5z - 19 = 0$.

D. $(P): 8x - 3y - 5z + 19 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$(P) \perp (d)$ nên VTCP $\vec{u}_d = (-8; 3; 5)$ của (d) là một VTPT của (P) .

Khi đó $(P): \begin{cases} \text{qua } M(0; -8; 1) \\ \text{VPTN } \vec{n} = (-8; 3; 5) \end{cases} \Rightarrow (P): -8x + 3y + 5z + 19 = 0 \Leftrightarrow (P): 8x - 3y - 5z - 19 = 0$.

Câu 80: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $D(-2; 1; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{3}$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm D và vuông góc d có phương trình là

A. $2x + y + 3z + 6 = 0$.

B. $2x - y + 3z + 8 = 0$.

C. $2x - y + 3z - 8 = 0$.

D. $2x - y - 3z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) vuông góc d nên VTPT của $mp(\alpha)$ là: $\vec{n}_\alpha = (2; -1; 3)$.

Vậy phương trình $mp(\alpha): 2x - y + 3z + 8 = 0$.

□ DẠNG TOÁN 9: PTMP QUA 1 ĐIỂM & CHỨA ĐƯỜNG THẲNG.

Câu 81: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1} \text{ và đi qua điểm } A'(0;2;2)..$$

A. $5x - 2y + z + 2 = 0.$

B. $5x + 2y - z + 2 = 0.$

C. $5x + 5z - 2 = 0..$

D. $x + z - 2 = 0.$

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u}_d = (1; 2; -1). \text{ Gọi } M(1; -1; 1) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1; -3; -1)..$$

$$\text{Vì } \begin{cases} d \subset (P) \\ A \in (P) \end{cases} \text{ nên } \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_d; \overrightarrow{AM}] = (-5; 0; -5)..$$

$$(P): \begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (-5; 0; -5) \\ A(0; 2; 2) \in (P) \end{cases} \Rightarrow (P): -5(x-0) - 5(z-2) = 0 \Rightarrow x + z - 2 = 0..$$

Câu 82: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = z+3. \text{ Phương trình mặt phẳng chứa điểm } A \text{ và đường thẳng } d \text{ là.}$$

A. $23x + 17y + z - 60 = 0.$

B. $23x - 17y + z - 14 = 0.$

C. $23x - 17y - z + 14 = 0.$

D. $23x + 17y - z + 14 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d qua điểm $I(0;1;-3)$. Véc tơ pháp tuyến của (P) là

$$\vec{n} = [\vec{u}_d; \overrightarrow{IA}] = (23; -17; -1). \text{ Phương trình của } (P) \text{ là } 23x - 17y - z + 14 = 0..$$

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-4;7)$ và chứa trục Oz.

A. $(P): 4x + 3y = 0.$

B. $(P): 3x + 4y = 0.$

C. $(P): 4y + 3z = 0.$

D. $(P): 3x + 4z = 0.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{OM} = (3; -4; 7)$, vectơ chỉ phương của trục Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Mặt phẳng (P) qua $M(3; -4; 7)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{k}, \overrightarrow{OM}] = (4; 3; 0)$

Phương trình mặt phẳng (P): $4x + 3y = 0$

Câu 84: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1;0;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $x + y + z = 0.$

B. $y = 0.$

C. $x + z = 0.$

$y + z + 1 = 0.$

Lời giải

Chọn B

Do mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox nên (α) có một véc tơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\vec{i}, \overrightarrow{OM}] \text{ với } \vec{i} = (1; 0; 0) \text{ và } \overrightarrow{OM} = (1; 0; -1) \Rightarrow \vec{n} = (0; 1; 0).$$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(1; 0; -1)$ và có một véc tơ pháp tuyến

$$\vec{n} = (0; 1; 0) \text{ là } y = 0.$$

Câu 85: Trong không gian $Oxyz$; phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; -3)$ và chứa đường thẳng $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{4}$ là.

A. $x + 11y + 8z + 1 = 0$.

B. $x - 11y + 8z - 45 = 0$.

C. $x - 11y + 8z + 45 = 0$.

D. $x - 11y - 8z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Lấy điểm $N(-2; 1; -4) \in d \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-3; -1; -1)$.

d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 3; 4)$.

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \vec{u}] = (-1; 11; -8) = -(1; -11; 8)$.

Khi đó, $(P): 1(x-1) - 11(y-2) + 8(z+3) = 0 \Leftrightarrow x - 11y + 8z + 45 = 0$.

Câu 86: Trong không gian $Oxyz$ Mặt phẳng đi qua $A(2; 3; 1)$ và giao tuyến hai mặt phẳng $x + y = 0$ và $x - y + z + 4 = 0$ có phương trình là.

A. $x - 3y + 6z - 1 = 0$.

B. $x - 9y + 5z + 20 = 0$.

C. $x + y + 2z - 7 = 0$.

D. $2x - y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là giao tuyến của 2 mặt phẳng. Ta có: $M(0; 0; -4) \in d$, $\vec{u}_d = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (1; -1; -2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (2; 3; 5)$, $\vec{n}_p = [\vec{u}_d; \overrightarrow{MA}] = (1; -9; 5) \Rightarrow (P): x - 9y + 5z + 20 = 0$.

Câu 87: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1; 3; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và đi qua A .

A. $x + y + 5z + 1 = 0$.

B. $x - y - z + 1 = 0$.

C. $2x - y + z - 4 = 0$.

D. $x + y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có d đi qua $M(3; 1; -1)$ và có vtcp $\vec{u} = (2; 3; -1)$.

$$\overrightarrow{MA} = (-2; 2; 0).$$

(P) có vtpt $\vec{n} = \frac{1}{2}[\vec{u}, \overrightarrow{MA}] = (1; 1; 5)$.

Phương trình $(P): x + y + 5z + 1 = 0$.

Câu 88: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 4; -3)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa trục tung và đi qua điểm A .

- A. $3x - z = 0$. B. $4x - y = 0$. C. $3x + z + 1 = 0$. D. $3x + z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Trục tung có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Phương trình mặt phẳng chứa trục tung và đi qua điểm A có vectơ pháp tuyến là.

$$[\vec{j}, \overrightarrow{OA}] = (-3; 0; -1) = -(3; 0; 1).$$

Vậy phương mặt phẳng đó là $3(x-1) + (z+3) = 0 \Leftrightarrow 3x + z = 0$.

Câu 89: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây chứa trục Ox ?

- A. $2y + z = 0$. B. $x + 2y = 0$. C. $x + 2y - z = 0$. D. $x - 2z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có Ox nhận $\vec{i}(1; 0; 0)$ làm vectơ chỉ phương.

Gọi $\vec{n}(0; 2; 1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 2y + z = 0$.

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{i} = 0 \\ O \in (\alpha) \end{cases} \text{ suy ra mặt phẳng } (\alpha) \text{ chứa } Ox.$$

Câu 90: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$ và điểm $A(-1; 1; 0)$, mp (P) chứa

(d) và điểm A có phương trình là.

- A. $x + y - z = 0$. B. $x - z + 1 = 0$. C. $y - z + 2 = 0$. D. $x + y = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-1; 2; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; -1; 1)$. Ta có:

$$\overrightarrow{AM} = (0; 1; 0).$$

Vì mp (P) chứa (d) và điểm A nên vectơ pháp tuyến của mp (P) là $\vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{AM}] = (-1; 0; 1)$.

Suy ra phương trình tổng quát của mp (P) là.

$$-(x+1) + 0(y-1) + z = 0 \Leftrightarrow -x + z - 1 = 0 \Leftrightarrow x - z + 1 = 0.$$

DẠNG TOÁN 10: PTMP CHỨA 1 ĐƯỜNG THẲNG, THỎA ĐK VỚI ĐƯỜNG THẲNG KHÁC.

Câu 91: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3} \text{ có phương trình là}$$

A. $-2x - y + 9z - 36 = 0$

B. $2x - y - z = 0$

C. $6x + 9y + z + 8 = 0$

D. $6x + 9y + z - 8 = 0$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ đi qua điểm $M(1; -2; 4)$, có một VTCP là $\vec{u}_1 = (-2; 1; 3)$.

Đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có một VTCP là $\vec{u}_2 = (1; -1; 3)$.

Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau $d_1, d_2 \Rightarrow (P)$ qua điểm $M(1; -2; 4)$, có một VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (6; 9; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

$$(P): 6(x-1) + 9(y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0.$$

Câu 92: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và $(d_2):$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}. \text{ Khi đó mặt phẳng } (P) \text{ chứa 2 đường thẳng trên có phương trình là.}$$

A. $5x + 3y + 7z + 4 = 0$

B. $5x + 3y - 7z + 4 = 0$

C. $7x + 3y - 5z - 4 = 0$

D. $7x + 3y - 5z + 4 = 0$

Lời giải

Chọn D

Ta có $d_1: \begin{cases} \text{qua } M(-1; 1; 0) \\ VTCP \vec{u} = (1; 1; 2) \end{cases}, d_2: \begin{cases} \text{qua } N(1; -2; 1) \\ VTCP \vec{u} = (1; 1; 2) \end{cases}.$

Ta có $d_1 // d_2$.

$$\overrightarrow{MN} = (2; -3; 1).$$

Ta có $\vec{n}_p = [\vec{u}, \overrightarrow{MN}] = (7; 3; -5)$.

$$\Rightarrow (P): 7x + 3y - 5z + d = 0.$$

$$\text{Qua } M(-1; 1; 0) \Rightarrow d = 4.$$

Câu 93: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 3; 2)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $x + 2y + z - 9 = 0$.

B. $x + 2y + z - 3 = 0$.

C. $x + 4y + 3z - 7 = 0$.

D. $y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; 2; 1).$$

Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB nên nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là :

$$(x-0) + 2(y-1) + (z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 3 = 0.$$

Câu 94: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 3y + 5z = 0$ và $(\beta): xy + 2z + 7 = 0$ đồng thời song song với trục Oy là:

- A. $4x + z + 17 = 0$. B. $y + 3 = 0$. C. $z = 0$. D. $4xz + 17 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là điểm thuộc giao tuyến của $(\alpha), (\beta)$ thì $M(0; -27; 17)$.

$(\alpha), (\beta)$ lần lượt có vectơ pháp tuyến $\vec{a} = (1; 3; 5)$, $\vec{b} = (1; -1; -2)$. Suy ra giao tuyến của $(\alpha), (\beta)$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-1; 7; -4)$.

(P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{j}] = (4; 0; -1)$ và đi qua M nên có phương trình $4xz + 17 = 0$.

Câu 95: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$, gọi d_2 là giao tuyến

của hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d_1 và song song với d_2 .

- A. $(\alpha): 19x - 13y - 3z - 28 = 0$. B. $(\alpha): 19x - 13y - 3z - 80 = 0$.
C. $(\alpha): 19x + 13y - 3z - 80 = 0$. D. $(\alpha): 19x + 13y - 3z - 28 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d_1, d_2 có VTPT lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$, $\vec{u}_2 = (-5; 8; 3)$. Mặt phẳng (α) có VTPT là $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = (-19; -13; 3)$. PTMP $(\alpha): 19x + 13y - 3z - 28 = 0$.

Câu 96: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z - 3 = 0$, $(\beta): 2x - y + 5 = 0$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) song song với trục Oz và chứa giao tuyến của (α) và (β) .

- A. $(P): x - 2y + 5 = 0$. B. $(P): 2x - y + 5 = 0$.
C. $(P): 2x - y - 5 = 0$. D. $(P): 2x + y + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) chứa giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) nên có dạng.

$$m(2x + y - z - 3) + n(2x - y + 5) = 0 \Leftrightarrow (2m + 2n)x + (m - n)y - mz - 3m + 5n = 0.$$

Mặt phẳng (P) song song với trục Oz nên $m = 0$.

Chọn $n = 1$ ta có phương trình mặt phẳng (P) là $(P): 2x - y + 5 = 0$.

Câu 97: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z - 3 = 0$,

$(\beta): 2x - y + 5 = 0$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) song song với trục Oz và chứa giao tuyến của (α) và (β) .

A. $(P): x - 2y + 5 = 0$.

B. $(P): 2x - y + 5 = 0$.

C. $(P): 2x + y + 5 = 0$.

D. $(P): 2x - y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) chứa giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) nên có dạng.

$$m(2x + y - z - 3) + n(2x - y + 5) = 0 \Leftrightarrow (2m + 2n)x + (m - n)y - mz - 3m + 5n = 0.$$

Mặt phẳng (P) song song với trục Oz nên $m = 0$.

Chọn $n = 1$ ta có phương trình mặt phẳng (P) là $(P): 2x - y + 5 = 0$.

Câu 98: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 qua điểm $M(3; -2; 1)$ và có VTCP $\vec{u}(1; -1; 2)$, gọi d_2 là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d_1 và song song với d_2 .

A. $(\alpha): 5x - 13y + 4z - 45 = 0$.

B. $(\alpha): 5x + 13y + 4z + 7 = 0$.

C. $(\alpha): 5x - 13y + 4z + 45 = 0$.

D. $(\alpha): 5x + 13y + 4z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P): x - y + 2z = 0$ có một VTPT $\vec{n}_1(1; -1; 2)$.

Mặt phẳng $(Q): x + 2y + z - 3 = 0$ có một VTPT $\vec{n}_2(1; 1; 1)$.

Đường thẳng d_2 có một VTCP $\vec{a} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-5; 1; 3)$.

Mặt phẳng (α) chứa d_1 và song song với d_2 có một VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{a}] = (-5; -13; -4)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(3; -2; 1)$ và có VTPT $\vec{n} = (-5; -13; -4)$ có phương trình.

$$(\alpha): 5x + 13y + 4z + 7 = 0.$$

Câu 99: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 0; 2)$, $D(1; 1; 1)$ Mặt phẳng (α) đi qua $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, (α) song song với đường thẳng CD . Phương trình mặt phẳng (α) là.

A. $x + y - 2 = 0$.

B. $x + y + z - 3 = 0$.

C. $2x + y + z - 3 = 0$.

D. $2x - y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1), \overrightarrow{CD} = (0; 1; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (-2; -1; -1).$$

Suy ra mặt phẳng cần tìm có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; 1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng: $2x + y + z - 3 = 0$.

Thử lại thay tọa độ điểm C vào phương trình mặt phẳng thấy không thỏa mãn.

Câu 100: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d song song với trục Ox .

A. $(P): y - z + 2 = 0$.

B. $(P): x - 2y + 1 = 0$.

C. $(P): x - 2z + 5 = 0.$

D. $(P): y + z - 1 = 0.$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;0;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;1;1)$; trục Ox có vectơ đơn vị $\vec{i}(1;0;0)$.

Vì (P) chứa đường thẳng d song song với trục Ox nên (P) đi qua điểm $M(-1;0;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{i}] = (0;1;-1)$.

$\Rightarrow$ Phương trình của (P) là: $y - z + 2 = 0.$

□ DẠNG TOÁN 11: PTMP LIÊN QUAN ĐƯỜNG THẲNG & MẶT CẦU (VDC)

Câu 101: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1), B(2;0;2), C(-1;-1;0), D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' thỏa: $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất?

A. $16x - 40y - 44z - 39 = 0$.

B. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

C. $16x + 40y + 44z - 39 = 0$.

D. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$ ta có: $4 = \frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} \geq 3\sqrt[3]{\frac{AB \cdot AC \cdot AD}{AB' \cdot AC' \cdot AD'}}$

$\Rightarrow \frac{AB' \cdot AC' \cdot AD'}{AB \cdot AC \cdot AD} \geq \frac{27}{64} \Rightarrow \frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{AB' \cdot AC' \cdot AD'}{AB \cdot AC \cdot AD} \geq \frac{27}{64} \Rightarrow V_{AB'C'D'} \geq \frac{27}{64} V_{ABCD}$

Để $V_{AB'C'D'}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{AD'}{AD} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overrightarrow{AB'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} \Rightarrow B' \left(\frac{7}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4} \right)$

Lúc đó mặt phẳng $(B'C'D')$ song song với mặt phẳng (BCD) và đi qua $B' \left(\frac{7}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4} \right)$

$\Rightarrow (B'C'D'): 16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

Câu 102: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;-1), B(0;2;1), C(4;3;-2)$. Trong các mặt phẳng chứa đường thẳng AB , xác định mặt phẳng mà khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng đó là lớn nhất.

A. $13x - 5y + 4z + 6 = 0$.

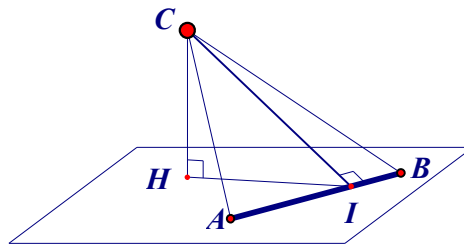
B. $13x - 5y + 4z - 6 = 0$.

C. $13x - 5y - 4z + 14 = 0$.

D. $13x + 5y + 4z - 14 = 0$.

Lời giải

Chọn A



Gọi (P) là mặt phẳng chứa AB và d là khoảng cách từ C đến mặt phẳng (P) .

Gọi I, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên (P) và AB .

Ta có: $d = CI \leq CH$, dấu "=" xảy ra khi $I \equiv H$.

$\Rightarrow d$ lớn nhất khi (P) nhận $\overrightarrow{CH}$ là véc tơ pháp tuyến.

Để thấy $H\left(\frac{11}{6}; \frac{23}{6}; -\frac{8}{3}\right) \Rightarrow \overline{CH}\left(-\frac{13}{6}; \frac{5}{6}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow$ Phương trình $(P): 13x - 5y + 4z + 6 = 0$.

Câu 103: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 4)$, $B(0; 0; 1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = \frac{27}{4}$.

B. $T = \frac{31}{5}$.

C. $T = -\frac{3}{4}$.

D. $T = \frac{33}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; 0)$ và bán kính $R = 2$.

Đường thẳng AB đi qua điểm B , có một VTCP là $\overline{BA} = (1; 2; 3) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

$\overline{IB} = (1; -1; 1) \Rightarrow IB = \sqrt{3} < R \Rightarrow (P)$ luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, (P))$ lớn nhất.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và AB , ta có:

$$d(I, (P)) = IH \leq IK$$

Do đó $d(I, (P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv K$ hay mặt phẳng (P) vuông góc với IK

Tìm $K: K \in AB \Rightarrow K(t; 2t; 1+3t) \Rightarrow \overline{IK} = (t+1; 2t-1; 3t+1)$

Ta có $IK \perp AB \Leftrightarrow \overline{IK} \cdot \overline{AB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{7} \Rightarrow \overline{IK} = \left(\frac{6}{7}; -\frac{9}{7}; \frac{4}{7}\right) = \frac{1}{7}(6; -9; 4)$

Mặt phẳng (P) đi qua $B(0; 0; 1)$, có một VTPT là $\vec{n} = (6; -9; 4)$

$\Rightarrow (P): 6x - 9y + 4z - 4 = 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{2}x + \frac{27}{4}y - 3z + 3 = 0$. Vậy $T = -\frac{3}{4}$.

Câu 104: Trong không gian $Oxyz$, Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-3}$

và tạo với mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$ góc 45° .

A. $(\alpha): x - y - 3z = 0$.

B. $(\alpha): x + 3z = 0$.

C. $(\alpha): 3x + z = 0$ hay $(\alpha): 8x + 5y + z = 0$.

D. $(\alpha): 3x + z = 0$.

Lời giải

Chọn C

d đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ có vtcp $\vec{u} = (1; -1; -3)$.

(α) qua O có vtpt $\vec{n} = (a; b; c)$ có dạng $ax + by + cz = 0$, do $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow a - b - 3c = 0$.

$$(P): 2x - z + 1 = 0 \text{ vtppt } \vec{k} = (2; 0; -1).$$

$$\text{Ta có } \cos 45^\circ = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| |\vec{k}|} = \frac{|2a - c|}{\sqrt{5(a^2 + b^2 + c^2)}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 10(a^2 + b^2 + c^2) = (4a - 2c)^2$$

$$\Leftrightarrow 10(b^2 + 6bc + 9c^2 + b^2 + c^2) = (4b + 12c - 2c)^2 \Leftrightarrow 10(2b^2 + 6bc + 10c^2) = (4b + 10c)^2$$

$$\Leftrightarrow 4b^2 - 20bc = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = 5c \end{cases}.$$

$$+ b = 0 \Rightarrow a = 3c \Rightarrow (\alpha): x + 3z = 0.$$

$$+ b = 5c, \text{ chọn } c = 1 \Rightarrow b = 5, a = 8 \Rightarrow (\alpha): 8x + 5y + z = 0.$$

Câu 105: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0, (Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P), (Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều.

A. $x + y + z + 6 = 0$. **B.** $x + y + z - 6 = 0$. **C.** $x + y - z - 6 = 0$. **D.** $x + y + z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Chọn $M(6; 0; 0), N(2; 2; 2)$ thuộc giao tuyến của $(P), (Q)$

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ lần lượt là giao điểm của (α) với các trục Ox, Oy, Oz

$$\Rightarrow (\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 (a, b, c \neq 0)$$

$$(\alpha) \text{ chứa } M, N \Rightarrow \begin{cases} \frac{6}{a} = 1 \\ \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1 \end{cases}$$

Hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều $\Rightarrow OA = OB = OC \Rightarrow |a| = |b| = |c|$

Vậy phương trình $x + y + z - 6 = 0$.

Câu 106: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc của hệ trục tọa độ, $B(a; 0; 0), D(0; a; 0), A'(0; 0; b)$ ($a > 0, b > 0$). Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Giá trị của tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -1 . **D.** 1 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow C(a; a; 0) \Rightarrow C'(a; a; b) \Rightarrow M\left(a; a; \frac{b}{2}\right)$$

Cách 1.

Ta có $\overrightarrow{MB} = \left(0; -a; -\frac{b}{2}\right)$; $\overrightarrow{BD} = (-a; a; 0)$ và $\overrightarrow{A'B} = (a; 0; -b)$

Ta có $\vec{u} = [\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{BD}] = \left(\frac{ab}{2}; \frac{ab}{2}; -a^2\right)$ và $[\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{A'B}] = (-a^2; -a^2; -a^2)$

Chọn $\vec{v} = (1; 1; 1)$ là VTPT của $(A'BD)$

$$(A'BD) \perp (MBD) \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} - a^2 = 0 \Leftrightarrow a = b \Rightarrow \frac{a}{b} = 1$$

Cách 2.

$$AB = AD = BC = CD = a \Rightarrow \begin{cases} A'B = A'D \\ MB = MD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'X \perp BD \\ MX \perp BD \end{cases} \text{ với } X \text{ là trung điểm } BD$$

$$\Rightarrow \left[\widehat{(A'BD); (MBD)} \right] = \left(\widehat{A'X; MX} \right)$$

$X\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ là trung điểm BD

$$\overrightarrow{A'X} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; -b\right)$$

$$\overrightarrow{MX} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}\right)$$

$$(A'BD) \perp (MBD) \Rightarrow A'X \perp MX$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{A'X} \cdot \overrightarrow{MX} = 0$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{b^2}{2} = 0 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1$$

Câu 107: Trong không gian $Oxyz$, Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt

mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z - 3 = 0$ theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất là?

A. $-4x + 11y + 7z = 0$.

B. $6x - y + 5z = 0$.

C. $4x - 11y + 7z = 0$.

D. $6x - y - 5z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-3)^2 + 3} = 5$.

Gọi H là hình chiếu của tâm I lên đường thẳng. Khi đó, mặt phẳng cần tìm sẽ vuông góc với IH tại H .

$$\text{Gọi } H(t; t; -t) \in d. \text{ Ta có: } \overrightarrow{IH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow (t-2; t+3; -t+3) \cdot (1; 1; -1) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}.$$

Mặt phẳng (P) cần tìm qua $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ có vectơ pháp tuyến là $\overline{HH} = \left(-\frac{4}{3}; \frac{11}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Vậy $(P): -4\left(x - \frac{2}{3}\right) + 11\left(y - \frac{2}{3}\right) + 7\left(z + \frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow (P): -4x + 11y + 7z = 0$.

Câu 108: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

A. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$. B. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$.
C. $(P): 2x - 2y + 1 = 0$. D. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Do (P) cách đều hai đường thẳng nên $d_1 // (P)$, $d_2 // (P)$.

Gọi $\vec{a}_1 = (-1; 1; 1)$ là VTCP của d_1 , $\vec{a}_2 = (2; -1; -1)$ là VTCP của d_2 suy ra $[\vec{a}_1, \vec{a}_2] = (0; 1; -1)$ là VTPT của mặt phẳng (P) loại đáp án B và

C.

Lấy $M(2; 0; 0) \in d_1$, $N(0; 1; 2) \in d_2$ do $d_{(d_1, (P))} = d_{(d_2, (P))} \Rightarrow d_{(M, (P))} = d_{(N, (P))}$ thay vào ta thấy đáp án D thỏa mãn.

Câu 109: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 2)$, $B(3; 0; 2)$ và mặt cầu $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn bán kính nhỏ nhất là

A. $3x - 2y + z - 7 = 0$. B. $x - 4y + 5z - 13 = 0$.
C. $3x + 2y + z - 11 = 0$. D. $x - 4y - 5z + 17 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$, bán kính $R = 5$. Do $IA = \sqrt{17} < R$ nên AB luôn cắt (S) . Do đó (α) luôn cắt (S) theo đường tròn (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - (d(I, (\alpha)))^2}$. Để bán kính r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, (\alpha))$ lớn nhất.

Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với $mp(ABC)$.

Ta có $\overline{AB} = (1; -1; -1)$, $\overline{AC} = (-2; -3; -2)$ suy ra (ABC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (-1; 4; -5)$

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}, \overline{AB}] = (-9 - 6; -3) = -3(3; 2; 1)$

Phương trình $(\alpha): 3(x-2) + 2(y-1) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z - 11 = 0$.

Câu 110: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình:

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$, và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = z$. Mặt phẳng (P) vuông góc

với Δ và tiếp xúc với (S) có phương trình là.

- A. $2x - 2y + z - 2 = 0$ và $2x - 2y + z + 16 = 0$.
- B. $2x - 2y + 3\sqrt{8} - 6 = 0$ và $2x - 2y - 3\sqrt{8} - 6 = 0$.
- C. $2x - 2y - 3\sqrt{8} + 6 = 0$ và $2x - 2y - 3\sqrt{8} - 6 = 0$.
- D. $2x - 2y + z + 2 = 0$ và $2x - 2y + z - 16 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) vuông góc với Δ nên (P) có VTPT $\vec{n} = (2; -2; 1)$.

$\Rightarrow (P): 2x - 2y + z + D = 0$.

(S) có tâm $I(1; -2; 1)$, bán kính $R = 3$.

(P) tiếp xúc $(S) \Leftrightarrow d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) + 1 + D|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 3$.

$\Leftrightarrow |7 + D| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 7 + D = 9 \\ 7 + D = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 2 \\ D = -16 \end{cases}$.

Vậy phương trình (P) là $2x - 2y + z + 2 = 0$ và $2x - 2y + z - 16 = 0$.

□ DẠNG TOÁN 12: PTMP SONG SONG VỚI MP, THỎA ĐK

Câu 111: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 6π có phương trình là

- A. $(P): 2x + 2y - z - 19 = 0$ B. $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0$
C. $(P): 2x + 2y - z - 17 = 0$ D. $(P): 2x + 2y - z + 7 = 0$

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$; bán kính đường tròn giao tuyến là $r = 3$. Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$ có phương trình là $2x + 2y - z + m = 0$ ($m \neq -7$).

$$\text{Ta có } d(I; (Q)) = \sqrt{R^2 - r^2} \Leftrightarrow \frac{|2 - 4 - 3 + m|}{3} = \sqrt{25 - 9} \Leftrightarrow |m - 5| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 17 \\ m = -7 \end{cases}$$

Do $m \neq -7$ nên $m = 17$. Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 2x + 2y - z + 17 = 0$.

Câu 112: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Hai mặt phẳng nào sau đây tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$ và song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 6 = 0$?

- A. $x - 2y + 2z + 10 = 0$ và $x - 2y + 2z - 10 = 0$.
B. $x - 2y + 2z + 6 = 0$ và $x - 2y + 2z - 12 = 0$.
C. $x - 2y + 2z + 6 = 0$ và $x - 2y + 2z - 6 = 0$.
D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$ và $x + 2y - 2z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn B

(S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$.

(Q) song song với (P) nên $(Q): x - 2y + 2z + m = 0$, $m \neq -6$.

(Q) tiếp xúc (S) khi và chỉ khi $d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -12 \end{cases}$.

Câu 113: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$ đồng thời tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$?

- A. 0. B. 2. C. Vô số. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Gọi (β) là mặt phẳng cần tìm.

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0 \Rightarrow I(1; 1; 1); R = \sqrt{3}$.

$(\beta) \parallel (\alpha): x + y + z = 0 \Rightarrow (\beta): x + y + z + c = 0$ ($c \neq 0$).

(β) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow \frac{|3 + c|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow |3 + c| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0(Nh) \\ c = -6(L) \end{cases}$.

$\Rightarrow (\beta): x + y + z - 6 = 0$ vậy có 1 mặt phẳng (β) .

Chú ý: Ta có thể làm trắc nghiệm như sau:

Ta có: $d[I;(\alpha)] = \sqrt{3} = R$ nên (α) tiếp xúc với (S) . Do đó chỉ còn có 1 mặt phẳng song song với (α) và tiếp xúc với (S) .

Câu 114: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình là $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ và cho mặt phẳng (P) có phương trình là $(P): 2x + 2y - z - 18 = 0$. Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) đồng thời (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) , (Q) có phương trình là:

A. $(Q): 2x + 2y - z + 12 = 0$.

B. $(Q): 2x + 2y - z - 28 = 0$.

C. $(Q): 2x + 2y - z - 18 = 0$.

D. $(Q): 2x + 2y - z + 22 = 0$.

Lời giải

Chọn A

mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ có bán kính $R = 5$.

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên (Q) có phương trình là $(Q): 2x + 2y - z + D = 0; D \neq -18$.

Mặt phẳng (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I, (Q)) = R$.

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 1 \cdot 3 + D|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 5 \Leftrightarrow |3 + D| = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -18 \\ D = 12 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta có phương trình của mặt phẳng (Q) là $(Q): 2x + 2y - z + 12 = 0$.

Câu 115: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(0;-1;1)$, $C(2;1;-1)$ và $D(3;1;4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

A. 7.

B. Có vô số mặt phẳng.

C. 1.

D. 4.

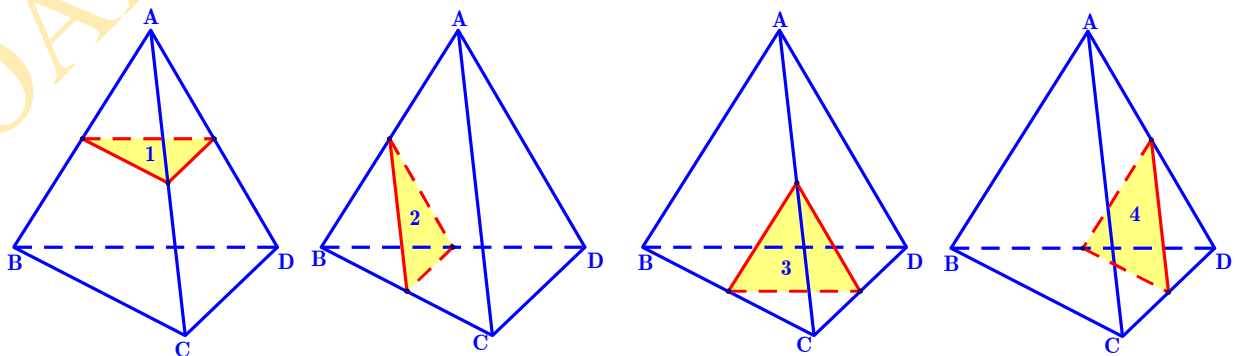
Lời giải

Chọn A

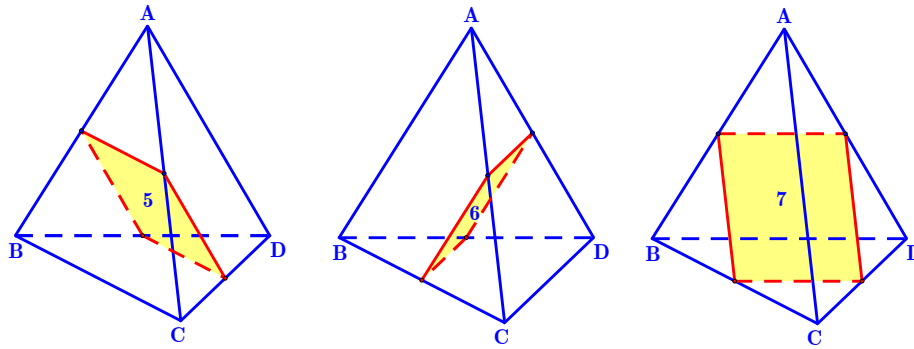
Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1;1;1)$, $\overrightarrow{AC} = (1;3;-1)$, $\overrightarrow{AD} = (2;3;4)$. Suy ra: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-4;0;-4) \Rightarrow 4$ điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

Khi đó, mặt phẳng cách đều cả 4 điểm A, B, C, D sẽ có hai loại:

Loại 1: Có 1 điểm nằm khác phía với 3 điểm còn lại (đi qua các trung điểm của 3 cạnh chung đỉnh) $\Rightarrow$ có 4 mặt phẳng như thế.



Loại 2: Có 2 điểm nằm khác phía với 2 điểm còn lại (đi qua các trung điểm của 4 cạnh thuộc hai cặp cạnh chéo nhau) $\Rightarrow$ có 3 mặt phẳng như thế.



Vậy có tất cả 7 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 116: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x - y + 2z - 3 = 0$. Mặt phẳng (R) song song với (Q) và cách điểm $M(1; 0; 2)$ một khoảng bằng $\frac{2}{\sqrt{6}}$ có phương trình:

A. $x - y - 2z - 3 = 0$

B. $x + y - 2z - 7 = 0$.

C. $x - y + 2z = 0$.

D. $x - y + 2z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$(R): x - y + 2z + d = 0$.

$$d[M, (R)] = \frac{2}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow \frac{|5 + d|}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -3 \\ d = -7 \end{cases}$$

Câu 117: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) , biết (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $2x - y - 2z - 7 = 0$.

B. $2x + y - 2z - 5 = 0$.

C. $2x + y - 2z - 7 = 0$.

D. $2x + y - 2z + 11 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 11} = 5$.

Chu vi thiết diện bằng 8π nên bán kính r của đường tròn thỏa mãn $8\pi = 2\pi r \Leftrightarrow r = 4$

$$d(I, (\alpha)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 3.$$

Phương trình mặt phẳng (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ có dạng

$$(\alpha): 2x + y - 2z + m = 0 (m \neq 11).$$

$$d(I, (\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2 - 2 \cdot 3 + m|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3 \Leftrightarrow |m - 2| = 9 \Leftrightarrow m = 11 \vee m = -7. \text{ Đối chiếu điều kiện suy}$$

$$\text{ra } (\alpha): 2x + y - 2z - 7 = 0.$$

Câu 118: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) song song với giá của vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với (α) và tiếp xúc với (S) .

A. $\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 4x - 3y - z + 5 = 0 \\ 4x - 3y - z - 27 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 3x + y + 4z + 1 = 0 \\ 3x + y + 4z - 2 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ x - 2y + z - 21 = 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và bán kính $R = 4$.

Vì mặt phẳng (P) song song với giá của vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với (α) nên có vec to pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{v}] = (2; -1; 2)$.

Mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + D = 0$.

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên ta có:

$$d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 3 + 2 \cdot 2 + D|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 4 \Leftrightarrow |D + 9| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -21 \\ D = 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là: $\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases}$

Câu 119: Cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 10 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ mặt phẳng (Q) song song với (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là?

A. $2x + 2y - z + 10 = 0$.

B. $2x + 2y - z = 0$.

C. $2x + 2y - z + 20 = 0$.

D. $2x + 2y - z - 20 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ bán kính $R = 5$.

Mặt phẳng (Q) có dạng $(Q): 2x + 2y - z + d = 0$.

Do (Q) tiếp xúc với (S) nên $d(I, (Q)) = R$.

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + d|}{3} = 5 \Leftrightarrow |d - 5| = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 20 \\ d = -10 \end{cases}$$

Câu 120: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và hai điểm $A(3; -2; 6), B(0; 1; 0)$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ chứa đường thẳng AB và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $M = 2a + b - c$.

A. $M = 1$.

B. $M = 4$.

C. $M = 2$.

D. $M = 3$.

Lời giải

Chọn A

* Ta có: $(P) \perp \vec{n} = (a; b; c)$ trong đó $a; b; c$ không đồng thời bằng 0. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Do mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AB nên ta có: $\begin{cases} 3a - 2b + 6c - 2 = 0 \\ b - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 2 - 2c \end{cases} \quad (1)$

* Bán kính đường tròn giao tuyến là: $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ trong đó

$$d = d(I; (P)) = \frac{|c+4|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{\frac{c^2 + 8c + 16}{5c^2 - 8c + 8}}. \text{ Để bán kính đường tròn nhỏ nhất điều kiện là}$$

$$d \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \frac{c^2 + 8c + 16}{5c^2 - 8c + 8} = \frac{1}{5} + \frac{24}{5} \cdot \frac{2c+3}{5c^2 - 8c + 8} \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow m = \frac{2c+3}{5c^2 - 8c + 8} \text{ lớn nhất.}$$

* Coi hàm số $m = \frac{2c+3}{5c^2 - 8c + 8}$ là một phương trình ẩn c ta được

$$5mc^2 - 2(4m+1)c + (8m-3) = 0,$$

$$\text{phương trình có nghiệm } c \Leftrightarrow \Delta' = -24m^2 + 23m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{24} \leq m \leq 1 \Rightarrow m \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow c = 1.$$

$$\Rightarrow a = 0 \Rightarrow M = 2a + b - c = 1.$$

❧❧❧ HẾT ❧❧❧

CHUYÊN ĐỀ

4

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

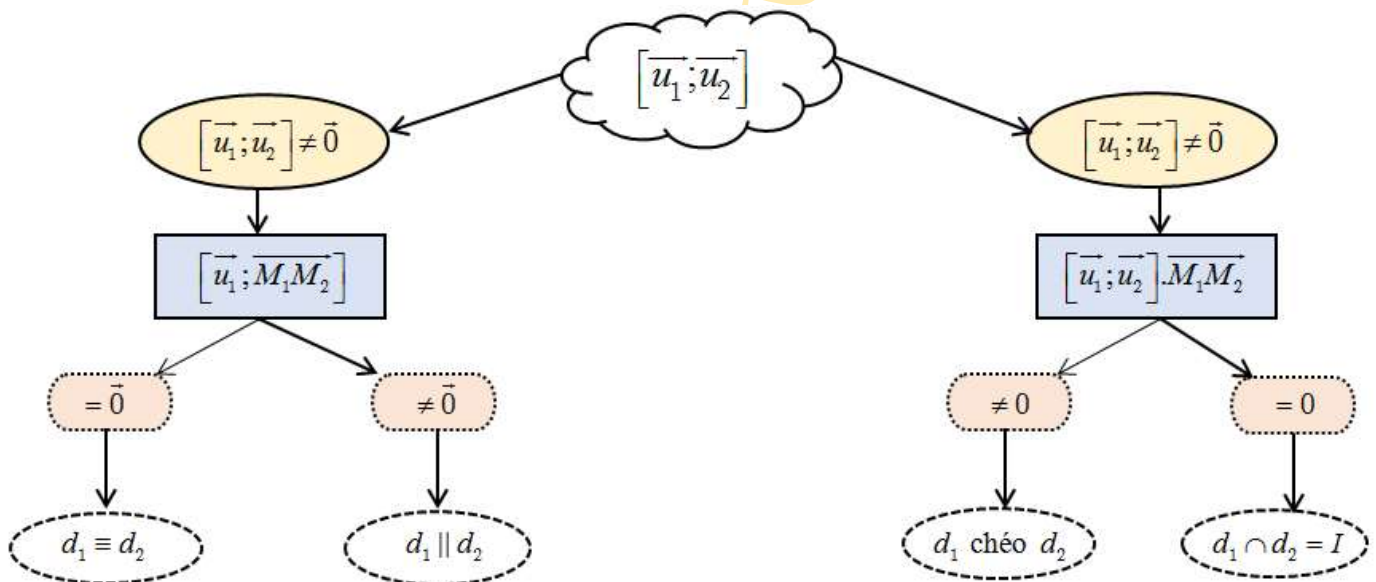
PHƯƠNG TRÌNH	Tham số	$\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in \Delta$ Véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.
	Chính tắc	$\Delta: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ có điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in \Delta$ Véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ nếu $\{a; b; c\} \neq 0$.

Giao tuyến hai mặt phẳng:

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(\gamma): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ cắt nhau.

Gọi Δ là giao tuyến của chúng. Khi đó, đường thẳng Δ có VTCP là $\vec{u} = [\vec{n}_{(\alpha)}; \vec{n}_{(\gamma)}]$.

A. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG:



B. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA ĐƯỜNG THẲNG & MẶT CẦU: (xem lại Chuyên Đề Phương Trình Mặt Cầu).

C. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA ĐƯỜNG THẲNG & MẶT PHẲNG:

❖ Trong không gian $Oxyz$, cho $\Delta: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$.

– Ta viết lại phương trình Δ dưới dạng tham số: $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ thay $x; y; z$ vào mặt phẳng (α). – Được phương trình: $A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D = 0$. Đặt $f(t) = A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D$. – Khi đó: $A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D = 0 \Leftrightarrow f(t) = 0$.		
Ta có các trường hợp sau:		
Nếu $f(t) = 0$ vô nghiệm → Đường thẳng $\Delta // (\alpha)$.	Nếu $f(t) = 0$ có 1 nghiệm → Đường thẳng $\Delta \cap (\alpha) = I$.	Nếu $f(t) = 0$ vô số nghiệm → Đường thẳng $\Delta \subset (\alpha)$.

D. KHOẢNG CÁCH LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG:

	PHƯƠNG PHÁP 1	PHƯƠNG PHÁP 2
Khoảng cách từ $M(x_M; y_M; z_M)$ đến đường thẳng $\Delta: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$.	– Lập (α) đi qua $M(x_M; y_M; z_M)$ và vuông góc với Δ. – Tìm tọa độ giao điểm $H = (\alpha) \cap \Delta$. – Khi đó, $d(M; \Delta) = MH$.	$d(M; \Delta) = \frac{ \overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{u} }{ \vec{u} }$
Khoảng cách hai đường $\Delta_1: \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{b_1} = \frac{z-z_0}{c_1}$ và $\Delta_2: \frac{x-x'_0}{a_2} = \frac{y-y'_0}{b_2} = \frac{z-z'_0}{c_2}$ chéo nhau.	– Lập (α) chứa Δ_1 và song song Δ_2. – Khi đó, $d(\Delta_1; \Delta_2) = d(N; (\alpha))$ → công thức khoảng cách từ điểm đến mặt.	$d(\Delta_1; \Delta_2) = \frac{ \overrightarrow{u_1} \cdot \overrightarrow{u_2} \cdot \overrightarrow{MN} }{ \overrightarrow{u_1} \times \overrightarrow{u_2} } = \frac{V_{hop}}{S_{day}}$

□ DẠNG TOÁN 1: TÌM VTCP, CÁC VẤN ĐỀ VỀ LÝ THUYẾT

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (1; 0; -1)$. B. $\vec{u} = (0; 0; 2)$. C. $\vec{u} = (0; 1; 2)$. D. $\vec{u} = (0; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (0; 1; -1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là:

A. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} \text{qua } A(1; -2; 1) \\ \text{VTCP } \vec{n}_{(P)} = (2; -1; 1) \end{cases} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-4}{7} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+7}{-5}$.

A. $\vec{u} = (7; -4; -5)$. B. $\vec{u} = (5; -4; -7)$. C. $\vec{u} = (4; 5; -7)$. D. $\vec{u} = (7; 4; -5)$.

Lời giải

Chọn D

$d: \frac{x-4}{7} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+7}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (7; 4; -5)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua những điểm nào sau đây?

A. $A(-2; 2; 0)$ B. $B(2; 2; 0)$ C. $C(-3; 0; 3)$ D. $D(3; 0; 3)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{3-2}{1} = \frac{0+2}{2} = \frac{3}{3} = 1$ nên đường thẳng d đi qua điểm D .

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A. $Q(-1; 0; -5)$ B. $M(-2; 1; 3)$ C. $N(2; -1; -3)$ D. $P(5; -2; -1)$

Lời giải

Chọn B

Nhận xét N, P, Q thuộc đường thẳng d . Tọa độ điểm M không thuộc đường thẳng d .

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$; $B(-1; 1; 0)$; $C(1; 3; 2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?

A. $\vec{a} = (-1; 1; 0)$. B. $\vec{a} = (-2; 2; 2)$. C. $\vec{a} = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{a} = (1; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Trung điểm BC có tọa độ $I(0; 2; 1)$ nên trung tuyến từ A có một VTCP là $\vec{AI} = (-1; 1; 0)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$.

- B. d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.
 C. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P) .
 D. $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P) .

Lời giải

Chọn D

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$. Phương trình đường thẳng nào được cho dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng AB .

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-5}$.
 B. $\begin{cases} x=2-t \\ y=3-t \\ z=-1+5t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=4+5t \end{cases}$.
 D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{AB} = (-1; -1; 5).$$

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng AB đi qua điểm A và nhận $\vec{AB} = (-1; -1; 5)$ làm vector chỉ phương là: $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{5}$. Vậy chọn đáp án D.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc d ?

- A. $N(1;0;1)$. B. $F(3;-4;5)$. C. $M(0;2;1)$. D. $E(2;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm $E(2;-2;3)$ vào $d \Rightarrow \frac{2-1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{3-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại A.

Thay tọa độ điểm $N(1;0;1)$ vào $d \Rightarrow \frac{1-1}{1} = \frac{0}{-2} = \frac{1-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại B.

Thay tọa độ điểm $F(3;-4;5)$ vào $d \Rightarrow \frac{3-1}{1} = \frac{-4}{-2} = \frac{5-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại C.

Thay tọa độ điểm $M(0;2;1)$ vào $d \Rightarrow \frac{0-1}{1} = \frac{2}{-2} = \frac{1-1}{2} \Rightarrow$ không thỏa mãn nên chọn D.

Câu 10: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{2-z}{1}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) ?

- A. $\vec{u_d} = (-2; 3; 1)$. B. $\vec{u_d} = (-1; 1; 2)$. C. $\vec{u_d} = (2; -3; 1)$. D. $\vec{u_d} = (-2; -3; -1)$.

Lời giải

Chọn C

$$(d): \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-1} \text{ suy ra } \vec{u_d} = (2; -3; 1).$$

□ DẠNG TOÁN 2: PTĐT QUA 1 ĐIỂM, DỄ TÌM VTCP (KHÔNG DÙNG T.C.H)

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+3y-z+2=0$. Đường thẳng d qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-3-3t \\ z=1-t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-3t \\ z=-1+t \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-3+3t \\ z=1+t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=-3-3t \\ z=1+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

d qua điểm $M(2;-3;1)$ nhận $\vec{n}=(1;3;-1)$ là vtcp nên d có dạng $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=-3-3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;-2;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;6)$ có phương trình

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{6}$ B. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{6}$
C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{6}$ D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-6}{4}$

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(3;-2;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;6)$ là:
 $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{6}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Đường thẳng d đi qua $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$ có phương trình

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \\ z=1+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-6t \\ z=1+2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-3t \\ z=2+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{a}=(4;-6;2)=2(2;-3;1)$.

$d: \begin{cases} \text{qua } M(2;0;-1) \\ \text{VTCP } \vec{u}=(2;-3;1) \end{cases}$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x-3y+6z+19=0$ có phương trình là

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+6}{3}$ B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$
C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{3}$ D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+3}{6}$

Lời giải

Chọn B

Ta có một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ là $\vec{n} = (2; -3; 6)$.

Đường thẳng đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; 6)$ nên có phương trình là $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $B(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 3z - 4 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm B và vuông góc $mp(P)$ có phương trình là

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+3}{1}$.

D. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

Do Δ vuông góc với $mp(P)$ nên véc tơ chỉ phương của Δ : $\vec{u}_{\Delta} = (2; -3; 1)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ : $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng qua $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$ là

A. $\frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+7}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$.

C. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -3; 3)$.

Đường thẳng cần tìm có vectơ chỉ phương $\vec{n}$ và đi qua A nên chọn B.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 4 = 0$, Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng qua $A(-1; -3; 2)$ vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 4 = 0$ nên có một

vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; -3)$, có phương trình: $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho đường thẳng d có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases} \text{ . Viết phương trình chính tắc của đường thẳng } d \text{ .}$$

A. $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

B. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

D. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình tham số ta thấy đường thẳng d đi qua điểm tọa độ $(1; 2; -3)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Suy ra phương trình chính tắc của d là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$..

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$, $B(2; -3; 1)$..

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \\ z = 5 - 4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{AB} = (1; -5; 4)$.

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương $\vec{AB} = (1; -5; 4)$ nên loại đáp án A, B.

Thay tọa độ $A(1; 2; -3)$ vào đáp án C được $\begin{cases} 1 = 1 + t \\ 2 = 2 - 5t \\ -3 = 3 + 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{3}{5} \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases}$ hay điểm A không thuộc

đường thẳng ở đáp C nên loại đáp án C, còn lại là D.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z = 0$. Đường thẳng d đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với (P) có phương trình

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 - t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

$\vec{n}_P = \vec{u}_d = (2; -1; 3)$.

□ DẠNG TOÁN 3: PTĐT QUA 1 ĐIỂM, VTCP TÌM BẰNG T.C.H

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;-5)$, hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 4 = 0$ và $(Q): 2x + y + z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A đồng thời Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-3}$.

B. $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$.

C. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-3}$.

D. $\Delta: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_1 = (1; -1; 1)$.

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$.

$\Rightarrow \frac{1}{2} \neq \frac{-1}{1} \neq \frac{1}{1} \Rightarrow \vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương.

$\Rightarrow (P)$ và (Q) cắt nhau.

Mặt khác: $A \notin (P), A \notin (Q)$.

Ta có: $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-2; 1; 3)$.

Đường thẳng Δ đi qua $A(3;1;-5)$ và nhận vectơ $\vec{n} = (2; -1; -3)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-3}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 2z + 2 = 0$ và $(Q): x - 3y + 2z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là

A. $\frac{x}{9} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{-2}$.

B. $\frac{x}{12} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-9}$.

C. $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{-2}$.

D. $\frac{x}{12} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-9}$.

Lời giải

Chọn C

(P) có VTPT $\vec{n} = (2; 3; 2)$, (Q) có VTPT $\vec{n}' = (1; -3; 2)$.

Do đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ nên đường thẳng có VTCP $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{n}'] = (12; -2; -9)$.

Vậy phương trình đường thẳng là $\frac{x}{12} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-9}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;3;2), B(1;2;1), C(1;1;3)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$.

C. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 \end{cases}$.

D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Δ qua $G(1;2;2)$ và có một vectơ pháp tuyến là: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; 0; 0)$.

$$\text{Do đó: } \Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}.$$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;0), B(1;1;3), C(5;2;1)$. Tìm tất cả các điểm cách đều ba điểm A, B, C .

- A. Tập hợp tất cả các điểm cách đều ba điểm A, B, C là đường thẳng $\frac{x-3}{3} = \frac{y-\frac{3}{2}}{-10} = \frac{z-2}{1}$.
- B. Tập hợp tất cả các điểm cách đều ba điểm A, B, C là đường thẳng $\frac{x-3}{3} = \frac{y-\frac{3}{2}}{-10} = \frac{2-z}{1}$.
- C. Tập hợp tất cả các điểm cách đều ba điểm A, B, C là đường thẳng $\frac{x-3}{3} = \frac{y-\frac{3}{2}}{10} = \frac{z-2}{1}$.
- D. Tập hợp tất cả các điểm cách đều ba điểm A, B, C là đường thẳng $\frac{3-x}{3} = \frac{y-\frac{3}{2}}{-10} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 3), \overrightarrow{AC} = (3; 1; 1).$$

Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ suy ra tam giác ABC vuông tại A , suy ra tất cả các điểm cách đều ba điểm A, B, C nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại $I\left(3; \frac{3}{2}; 2\right)$ (với I là trung điểm cạnh BC). VTCP của đường thẳng $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (3; 10; -1)$.

$$\text{Suy ra phương trình của đường thẳng là } \frac{x-3}{3} = \frac{y-\frac{3}{2}}{10} = \frac{z-2}{-1}.$$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .

- A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.
- B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$.
- C. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.
- D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}_d = (3; -5; -1)$ và mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}_p = (2; 0; 1)$.

$$\text{Suy ra } \vec{u}_d \wedge \vec{n}_p = (-5; -5; 10).$$

Khi đó chọn VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -2)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}.$$

Câu 26: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-1)$, $B(2;3;-1)$, $C(-2;1;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{5}$.

B. $\frac{x}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;3;0)$; $\overrightarrow{BC} = (-4;-2;2)$, $\overrightarrow{AC} = (-3;1;2)$

$\Rightarrow AB^2 = 10$, $BC^2 = 24$, $AC^2 = 14 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A .

Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của $BC \Rightarrow I(0;2;0)$.

Đường thẳng d cần tìm đi qua $I(0;2;0)$ và nhận vectơ $\vec{u} = \frac{1}{2}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3;-1;5)$ làm véc tơ

chỉ phương. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{5}$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ . Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$.

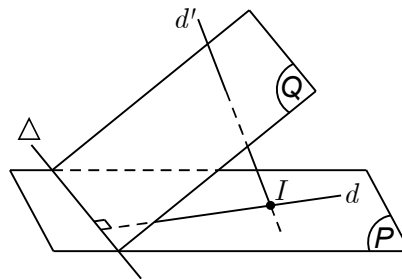
B. $\begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $\vec{n}_P = (0;0;1)$ và $\vec{n}_Q = (1;1;1)$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của (P) và (Q) .

Do $\Delta = (P) \cap (Q)$ nên Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-1;1;0)$.

Đường thẳng d nằm trong (P) và $d \perp \Delta$ nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{u}_\Delta] = (-1;-1;0)$.

Gọi $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và $A = d' \cap d \Rightarrow A = d' \cap (P)$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} z-1=0 \\ \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ y=0 \\ x=3 \end{cases} \Rightarrow A(3;0;1)$.

Do đó phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$. Viết pt đường thẳng (Δ) đi qua điểm $A(1; 1; -2)$, biết $(\Delta) \parallel (P)$ và (Δ) cắt d .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$.

C. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{5}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M = (d) \cap (\Delta) \Rightarrow M(-1+2t; 1+t; 2+3t)$.

Khi đó $\overrightarrow{AM} = (2t-2; t; 3t+4)$ là một vectơ chỉ phương của (Δ) .

$(\Delta) \parallel (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{n_{(P)}}$ với $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; -1; -1)$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} = 0 \Leftrightarrow 2t-2-t-3t-4=0 \Leftrightarrow t=-3 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-8; -3; -5)$.

Vậy $(\Delta): \frac{x-1}{8} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{5}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+t \\ z = 2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 6 = 0$.

Phương trình đường thẳng qua điểm $M(0; 2; -1)$ cắt d và song song với (P) là.

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = -1-t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2t \\ z = -1-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-3t \\ z = 1-t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2 \\ z = 1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy tọa độ điểm $M(0; 2; -1)$ thay vào các phương án.

$\begin{cases} 0 = 1+2t \\ 2 = 2-3t \\ -1 = 1-t \end{cases}$ vô nghiệm nên loại phương án A.

$\begin{cases} 0 = 1-t \\ 2 = 2 \\ -1 = 1-t \end{cases}$ vô nghiệm nên loại phương án B.

$\begin{cases} 0 = 1-t \\ 2 = 2t \\ -1 = -1-t \end{cases}$ vô nghiệm nên loại phương án C.

Đường thẳng $\begin{cases} x=t \\ y=2 \\ z=-1-t \end{cases}$ qua điểm $M(0;2;-1)$ cắt d và song song với (P) .

Câu 30: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng (Δ) đi qua A , cắt (d) và song song với mặt phẳng (P) có phương trình:

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B = (d) \cap (\Delta) \Rightarrow B(3+t; 3+3t; 2t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t+2; 3t+1; 2t+1)$ là một vectơ chỉ phương của (Δ) . Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

$(\Delta) \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow t+2+3t+1-2t-1=0 \Leftrightarrow t=-1$. Ta được $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$.

Do $A \notin (P)$ nên đường thẳng đi qua A nhận $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$ làm một vectơ chỉ phương thỏa bài toán.

□ DẠNG TOÁN 4: PTĐT QUA 1 ĐIỂM, CẮT ĐƯỜNG NÀY, CÓ LIÊN HỆ VỚI ĐƯỜNG KIA.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}; d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 .

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

D. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi B là giao điểm của d và d_2 . $B \in d_2 \Rightarrow B(1-t; 1+2t; -1+t)$.

$d \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Rightarrow t = -1$ suy ra $B(2; -1; -2)$.

PT d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; -3; -5): \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = z-3$;

$d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ và $A(1;2;3)$. Đường thẳng qua A vuông góc d_1 , cắt d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử đường thẳng d cần tìm cắt đường thẳng d_2 tại $B \Rightarrow B(1-t; 1+2t; -1+t), t \in \mathbb{R}$.

Vì $d \perp d_1 \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -3t - 3 = 0 \Rightarrow t = -1$.

Vậy đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vtcp $\overrightarrow{AB}(1; -3; -5)$ nên có phương trình là.

$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 33: Trong không gian Oxy , cho điểm $M(-1;1;2)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$,

$d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm M , cắt d và vuông góc với d' ?

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=1+t \\ z=2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-1-7t \\ y=1+7t \\ z=2+7t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ , A là giao của Δ và d .

Khi đó: $A(2+3t; -3+2t; 1+t)$, $\overrightarrow{MA} = (3+3t; -4+2t; -1+t)$.

Do Δ vuông góc với d' nên: $\overrightarrow{MA} \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow 7t - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Khi đó $\overrightarrow{MA} = (6; -2; 0)$, hay vector chỉ phương của Δ là $(3; -1; 0)$.

Vậy phương trình Δ :
$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vector chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ .

A. $\vec{u} = (1; -2; 0)$. B. $\vec{u} = (1; 0; 1)$. C. $\vec{u} = (2; 2; 3)$. D. $\vec{u} = (0; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Δ là đường thẳng đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d nên Δ nằm trong mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với d .

Phương trình mặt phẳng (P) : $2(x-1) + (y-2) - 2(z-3) = 0$ hay $2x + y - 2z + 2 = 0$.

Giao điểm B của trục hoành và (P) có tọa độ là $B(-1; 0; 0)$.

Khi đó $\overrightarrow{BA} = (2; 2; 3)$.

Vậy một vector chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (2; 2; 3)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm M , cắt và vuông góc với Δ .

A. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

B. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$.

C. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$. D. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Lời giải

Chọn D

* Gọi $N = d \cap \Delta \Rightarrow N \in \Delta$ nên $N(1+2t; -1+t; -t)$. Khi đó ta có $\overrightarrow{MN} = (2t-1; t-2; -t)$. Đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{a} = (2; 1; -1)$.

* Vì $d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) - 2 + t - t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. Chọn vector chỉ phương của d là $\vec{a}_d = (1; -4; -2)$.

* Vậy phương trình của $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$; $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là.

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.

B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}_{d_1} = (2; -1; 1)$.

Đáp án B có $\vec{u}_{\Delta} = (1; -3; -5)$.

Nhận thấy $\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 - 1 \cdot 5 = 0 \Rightarrow d_1 \perp \Delta$.

Các đáp án khác không thỏa mãn điều kiện vuông góc.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_2 = (1; -1; 0)$.

B. $\vec{u}_4 = (0; 1; -1)$.

C. $\vec{u}_1 = (1; 2; 1)$.

D. $\vec{u}_3 = (2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc C là $CD: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Gọi $C = (2 + 2t; 4 - t; 2 - t)$, suy ra tọa độ trung điểm M của AC là $M = \left(2 + t; \frac{7-t}{2}; \frac{5-t}{2}\right)$. Vì

$M \in BM$ nên:

$$\frac{(2+t)-3}{-1} = \frac{\left(\frac{7-t}{2}\right)-3}{2} = \frac{\left(\frac{5-t}{2}\right)-2}{-1} \Leftrightarrow \frac{t-1}{-1} = \frac{1-t}{4} = \frac{1-t}{-2} \Rightarrow t = 1.$$

Do đó $C = (4; 3; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc CD là

$$2 \cdot (x-2) - 1 \cdot (y-3) - 1 \cdot (z-3) = 0 \text{ hay } 2x - y - z + 2 = 0.$$

Tọa độ giao điểm H của (P) và CD là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \\ 2x - y - z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \\ 2(2 + 2t) - (4 - t) - (2 - t) + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 2 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow H(2; 4; 2).$$

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường phân giác CD , suy ra H là trung điểm AA' , bởi vậy:

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 2 \cdot 2 - 2 = 2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 2 \cdot 4 - 3 = 5 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = 2 \cdot 2 - 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow A'(2; 5; 1).$$

Do $A' \in BC$ nên đường thẳng BC có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{CA'} = (-2; 2; 0) = 2(-1; 1; 0)$, nên

$$\text{phương trình đường thẳng } BC \text{ là } \begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \end{cases}.$$

Vì $B = BM \cap BC$ nên tọa độ B là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \\ \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5; 1) \equiv A'.$$

Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (0; 2; -2) = 2(0; 1; -1)$; hay $\vec{u}_4 = (0; 1; -1)$ là một véc-tơ chỉ của phương đường thẳng AB .

Câu 38: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn D

$$M \in d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases} \Rightarrow M(1 - t; 1 + 2t; -1 + t).$$

Vecto chỉ phương của d_1 là $\vec{u}(2; -1; 1)$; $\overrightarrow{AM}(-t; 2t - 1; -4 + t)$

Theo yêu cầu bài toán: $\vec{u} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -2t - (2t - 1) - 4 + t = 0 \Leftrightarrow t = -1$ nên $\overrightarrow{AM}(1; -3; -5)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ nhận $\overrightarrow{AM}(1; -3; -5)$ làm vectơ chỉ phương nên:

$$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}.$$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d và cắt trục Ox .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi B là giao điểm của đường thẳng Δ và trục Ox . Khi đó $B(b; 0; 0)$.

Vì Δ vuông góc với đường thẳng d nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_d$ (với $\overrightarrow{AB} = (b-1; -2; -3)$, $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$).

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow b = -1$. Do đó $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; -3)$.

Chọn VTCP cho đường thẳng Δ là $\overrightarrow{u_\Delta} = (2; 2; 3)$. Phương trình Δ là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$; $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ và

điểm $A(1; 2; 3)$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là.

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M = \Delta \cap d_2 \Rightarrow M(1-t; 1+2t; -1+t)$.

$$\overrightarrow{AM} = (-t; 2t-1; t-4).$$

Có $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{u_{d_1}} \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1; -3; -5)$.

□ DẠNG TOÁN 5: PTĐT QUA 1 ĐIỂM, CẮT D, CÓ LIÊN HỆ VỚI MP (P).

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ đồng thời cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ . Gọi $I = \Delta \cap d \Rightarrow I \in d \Leftrightarrow I(1+t; 2+t; 3+t)$.

$\overrightarrow{MI} = (t; t; 1+t)$ mà $MI \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{MI} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow t - t + (1+t) = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow \overrightarrow{MI} = (-1; -1; 0)$

Đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;2)$ và I có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MI} = (-1; -1; 0)$ có phương

trình tham số là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt phẳng $(R): x + y - 2z + 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Gọi $I(x; y; z)$ là giao điểm của Δ_1 và (R) . Khi đó tọa độ của I là thỏa mãn

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 - t \\ x + y - 2z + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I = (0; 0; 1).$$

Mặt phẳng (R) có VTPT $\vec{n} = (1; 1; -2)$; Đường thẳng Δ_1 có VTCP $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Ta có $[\vec{n}, \vec{u}] = (1; -3; -1)$.

Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 .

Do đó Δ_2 đi qua $I = (0; 0; 1)$ và nhận $[\vec{n}, \vec{u}]$ làm một VTCP.

Vậy phương trình của Δ_2 là $\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+3y+z=0$. Đường thẳng (Δ) đi qua $M(1;1;2)$, song song với mặt phẳng (P) đồng thời cắt đường thẳng (d) có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-6}{2}$ B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ D. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-9}{2}$

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của $(d): \begin{cases} x=1+t \\ y=1-t, t \in \mathbb{R} \\ z=3t \end{cases}$.

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;3;1)$.

Giả sử $\Delta \cap d = A(1+t;1-t;3t)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}=(t;-t;3t-2)$ là véc tơ chỉ phương của $\Delta \Rightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \vec{n}=0 \Leftrightarrow t-3t+3t-2=0 \Leftrightarrow t=2$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}=(2;-2;4)=2(1;-1;2)$. Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=3-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ . Gọi $I = \Delta \cap d \Rightarrow I \in d \Leftrightarrow I(1+t;2+t;3+t)$.

$\overrightarrow{MI}=(t;t;1+t)$ mà $MI \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{MI} \cdot \vec{n}_{(P)}=0 \Leftrightarrow t-t+(1+t)=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow \overrightarrow{MI}=(-1;-1;0)$

Đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;2)$ và I có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MI}=(-1;-1;0)$ có phương

trình tham số là $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=2 \end{cases}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+9=0$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$

Lời giải

Chọn D

Ta có một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Gọi $B = \Delta \cap d$ thì $B(3+t; 3+3t; 2t) \Rightarrow \overline{AB} = (2+t; 3t+1; 2t+1)$.

Do đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) nên ta có $\overline{AB} \cdot \vec{n} = 0$
 $\Leftrightarrow 2+t+3t+1-2t-1=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Với $t=-1$ thì $\overline{AB} = (1; -2; -1) \Rightarrow$ một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-6=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\frac{x+8}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-7}{11}$.

B. $\frac{x+4}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{-1}$.

C. $\frac{x-8}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+7}{11}$. D. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-3}{11}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = -1+t \\ z = -5-t \end{cases}$

Tọa độ giao điểm M của d và (P) $2(2+3t)-3(-1+t)-5-t-6=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M(8; 1; -7)$

VTCP của Δ $\vec{u} = [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}] = (-2; -5; -11) = -1 \cdot (2; 5; 11)$

Δ nằm trong (P) cắt và vuông góc với d suy ra Δ đi qua M có VTCP $\vec{a} = (2; 5; 11)$ nên có

phương trình: $\frac{x-8}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+7}{11}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$. Đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 2+t \end{cases}$

Xét phương trình $2(1+t)-(-t)-2(2+t)+1=0 \Leftrightarrow t=1$.

Vậy đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại $M(2; -1; 3)$.

Gọi $\vec{a}_d = (1; -1; 1)$ và $\vec{n} = (2; -1; -2)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của d và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Khi đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm là $\vec{a} = [\vec{a}_d, \vec{n}] = (3; 4; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt

tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm cạnh MN .

A. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.

B. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$. D. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $M = (d) \cap (\Delta) \Rightarrow M \in (d)$. Giả sử $M(-2+2t, 1+t, 1-t)$, $t \in \mathbb{R}$

Do A là trung điểm MN nên $N(4-2t; 5-t; t+3)$.

Mà $N \in (P)$ nên ta có phương trình $2(4-2t) - (5-t) + (t+3) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Do đó, $M(-6; -1; 3)$.

$\vec{AM} = (-7; -4; 1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$, đồng thời đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ và cắt đường thẳng

$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{3}$. Một véc tơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u} = (1; 1; -2)$.

B. $\vec{u} = (1; -1; -2)$.

C. $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

D. $\vec{u} = (1; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $N = d \cap (\alpha)$ khi đó ta có $\vec{MN}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Do $N \in d$ nên $N(2+2t; 2+t; 3+t)$. Mà $N \in (\alpha)$ nên $2+2t+2+t+3+t-3=0 \Rightarrow t = -1$

$\Rightarrow N(0; 1; 2) \Rightarrow \vec{MN} = (-1; -1; 2)$.

Vậy một véc tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (1; 1; -2)$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng d có phương trình

$\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua

điểm A , cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

$$\text{C. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$$

Lời giải

Chọn B

Gọi $B(3+t; 3+3t; 2t)$ là giao điểm của d và Δ . Đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{AB}(2+t; 1+3t; 2t+1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Vì $\Delta \perp (\alpha)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_\alpha = 0$. Suy ra

$$(2+t) + (1+3t) - (2t+1) = 0 \Leftrightarrow 2+2t = 0 \Leftrightarrow t = -1. \text{ Suy ra } B(2; 0; -2).$$

Vec tơ chỉ phương của đường thẳng Δ : $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$

$$\text{Phương trình đường thẳng } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}.$$

□ DẠNG TOÁN 6: PTĐT QUA 1 ĐIỂM, CẮT D1 LẦN D2 HOẶC VUÔNG GÓC D2.

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$ và

$$d': \frac{x}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}. \text{ Có bao nhiêu đường thẳng đi qua } M \text{ và cắt cả hai đường thẳng } d \text{ và } d'.$$

A. 1.

B. 0.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Với $A(2t+1; -t+1; -t+1) \in d$ và $B(3t'; -2t'; t'+1) \in d'$, ta có A, B, M thẳng hàng khi.

$$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t = k(-1+2t') \\ 2-t = k(1-2t') \\ -2-t = k(-2+t') \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t+k-2kt' = 0 \\ -t-k+2kt' = -2 \\ -t+2k-kt' = 2 \end{cases} \text{ hệ vô nghiệm.}$$

Vậy không có đường thẳng nào thỏa yêu cầu đề.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1+t \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Phương trình đường thẳng vuông góc với } (P): 7x+y-4z=0 \text{ và cắt hai}$$

đường thẳng d_1, d_2 là

A. $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}.$

B. $\frac{x+2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{4}.$

C. $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{4}.$

D. $\frac{x-7}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{1}.$

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng cần tìm

Gọi $A = d \cap d_1, B = d \cap d_2$

$$A \in d_1 \Rightarrow A(2a; 1-a; -2+a)$$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(-1+2b; 1+b; 3)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-2a+2b-1; a+b; -a+5)$$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (7; 1; -4)$

$d \perp (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \vec{n}_p$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \text{có một số } k \text{ thỏa } \overrightarrow{AB} = k\vec{n}_p \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+2b-1 = 7k \\ a+b = k \\ -a+5 = -4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+2b-7k = 1 \\ a+b-k = 0 \\ -a+4k = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ k = -1 \end{cases}$$

d đi qua điểm $A(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = \vec{n}_p = (7; 1; -4)$

Vậy phương trình của d là $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}.$

Câu 53: Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}, d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}. \text{ Phương trình đường thẳng đi qua } M, \text{ cắt cả}$$

d_1 và d_2 là

A. $\frac{x}{-\frac{9}{2}} = \frac{y+1}{\frac{9}{2}} = \frac{z+3}{8}$.

B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$.

C. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$.

D. $\frac{x}{-9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

$\Delta \cap d_1 = A(t_1 + 1; -t_1 - 2; 2t_1 + 3); \Delta \cap d_2 = B(2t_2 - 1; -t_2 + 4; 4t_2 + 2).$

$\overrightarrow{MA} = (t_1 + 1; -t_1 - 1; 2t_1 + 1); \overrightarrow{MB} = (2t_2 - 1; -t_2 + 5; 4t_2).$

Ta có: M, A, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + 1 = k(2t_2 - 1) \\ -t_1 - 1 = k(-t_2 + 5) \\ 2t_1 + 1 = 4kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \\ kt_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ t_2 = -4 \end{cases}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MB} = (-9; 9; -16).$

Đường thẳng Δ đi qua $M(0; -1; 2)$, một VTCP là $\vec{u} = (9; -9; 16)$ có phương trình là:

$\Delta: \frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}.$

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; -5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$ là

A. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -4 - 5t \end{cases}$.

B. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$.

C. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 - 4t \end{cases}$.

D. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; -5)$ và vuông góc với mặt phẳng

$(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$ nên nhận $\vec{u} = (2; 3; -4)$ là vectơ chỉ phương

Phương trình đường thẳng d là $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 - 4t \end{cases}$.

Câu 55: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-4}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc và cắt đường thẳng d .

A. $\frac{x}{13} = \frac{y-1}{28} = \frac{z+1}{-20}$.

B. $\frac{x}{-13} = \frac{y-1}{28} = \frac{z+1}{20}$.

C. $\frac{x}{13} = \frac{y-1}{-28} = \frac{z+1}{20}$.

D. $\frac{x}{13} = \frac{y-1}{-28} = \frac{z+1}{20}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi B là giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng Δ .

$$\text{Đường thẳng } d \text{ có phương trình tham số } \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 3 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

$$B \in d \Rightarrow B(-3 + 4t; 1 - t; 3 - 4t).$$

$$\overrightarrow{AB} = (-3 + 4t; -t; 4 - 4t).$$

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; -1; -4)$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4(-3 + 4t) - 1(-t) - 4(4 - 4t) = 0 \Leftrightarrow 33t = 28 \Leftrightarrow t = \frac{28}{33}.$$

$$\overrightarrow{AB} = \left(\frac{13}{33}; -\frac{28}{33}; \frac{20}{33} \right).$$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; 1; -1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}$ hay $\vec{u}_d = (13; -28; 20)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x}{13} = \frac{y-1}{-28} = \frac{z+1}{20}$.

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; 2; 0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$ C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-2}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } d: \begin{cases} \text{qua } N(4; 2; -1) \\ \text{vtcp } \vec{u}_d = (3; 1; 1) \end{cases}$$

$$\text{Gọi } H \text{ là hình chiếu vuông góc của } M \text{ lên } d \Leftrightarrow \begin{cases} MH \perp d \\ H \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0 \\ H \in d \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \\ 3x + y - 2 + z = 0 \end{cases} \Rightarrow H(1; 1; -2).$$

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MH} = (1; -1; -2)$.

$$\text{Phương trình } \Delta: \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}.$$

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$ B. $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

C. $d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

D. $d: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải

Chọn C

Vecto chỉ phương của $\Delta: \vec{u}_\Delta(1;1;-1)$, vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1;2;2)$.

Vì $\begin{cases} d \perp \Delta \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{u}_\Delta; \vec{n}_{(P)}] = (4;-3;1).$

Tọa độ giao điểm $H = \Delta \cap (P)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \\ x + 2y + 2z - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -2 \Rightarrow H(-2;-1;4).$

Lại có $(d; \Delta) \cap (P) = d$, mà $H = \Delta \cap (P)$. Suy ra $H \in d$.

Vậy đường thẳng d đi qua $H(-2;-1;4)$ và có VTCP $\vec{u}_d = (4;-3;1)$ nên có phương trình

$d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{x} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Do Δ cắt d nên tồn tại giao điểm giữa chúng. Gọi $B = \Delta \cap d \Rightarrow \begin{cases} B \in \Delta \\ B \in d \end{cases}$.

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t \\ z = t - 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Do $B \in d$, suy ra $B(t+1; t; t-1) \Rightarrow \overline{AB} = (t; t; 2t-3)$.

Do $A, B \in \Delta$ nên $\overline{AB}$ là vectơ chỉ phương của Δ .

Theo đề bài, Δ vuông góc d nên $\overline{AB} \perp \vec{u} (\vec{u} = (1,1,2))$ là vectơ chỉ phương của d .

Suy ra $\overline{AB} \cdot \vec{u} = 0$. Giải được $t = 1 \Rightarrow \overline{AB} = (1,1,-1)$.

Câu 59: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

B. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

C. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$.

D. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của M lên Δ .

Nên $H(1+2t; -1+t; -t) \in \Delta \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (2t-1; -2+t; -t)$.

Và $\vec{a} = (2; 1; -1)$ là véc tơ chỉ phương của Δ .

Dó đó: $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) - 2 + t + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.

Khi đó: $\overrightarrow{MH} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \vec{u} = (1; -4; -2)$ là véc tơ chỉ phương của d .

Vậy $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Do Δ cắt d nên tồn tại giao điểm giữa chúng. Gọi $B = \Delta \cap d \Leftrightarrow \begin{cases} B \in \Delta \\ B \in d \end{cases}$

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = t+1 \\ y = t \\ z = t-1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Do $B \in d$, suy ra $B(t+1; t; t-1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t; t; 2t-3)$.

Do $A, B \in \Delta$ nên $\overrightarrow{AB}$ là vectơ chỉ phương của Δ .

Theo đề bài, Δ vuông góc d nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u}$, ($\vec{u} = (1; 1; 2)$) ($\vec{u} = (1; 1; 2)$ là vector chỉ phương của

d). Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0$. Giải được $t = 1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$. Vậy $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

□ DẠNG TOÁN 7: PTĐT NẸM TRONG (P), VỪA CẮT VỪA VUÔNG GÓC VỚI D.

Câu 61: Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trên (α) sao cho mọi điểm của d cách đều 2 điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Mọi điểm trên d cách đều hai điểm A, B nên d nằm trên mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

Có $\overrightarrow{AB} = (-3; -1; 0)$ và trung điểm AB là $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$ nên mặt phẳng trung trực của AB là:

$$-3\left(x - \frac{3}{2}\right) - \left(y - \frac{5}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 7 = 0.$$

Mặt khác $d \subset (\alpha)$ nên d là giao tuyến của hai mặt phẳng:

$$\begin{cases} 3x + y - 7 = 0 \\ x + y + z - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 3x \\ z = 2x \end{cases}.$$

Vậy phương trình d : $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Câu 62: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng a nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d là.

A. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

$d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 1; -1)$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1; 2; 2)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d : $\vec{v} = [\vec{u}; \vec{n}] = (4; -3; 1)$.

Tọa độ giao điểm của d và (P) là:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - t \\ x + 2y + 2z + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 1 \\ y = -4 \\ z = 2 \end{cases}.$$

Đường thẳng d cần tìm là: $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Lập phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Giao điểm của d với (P) là $H(1;1;1)$.

$\Rightarrow \Delta$ đi qua H và nhận $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P; \vec{u}_d]$ làm véc tơ chỉ phương

$\Rightarrow \vec{u}_\Delta(5; -1; -3) \Rightarrow \Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 64: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ . Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$.

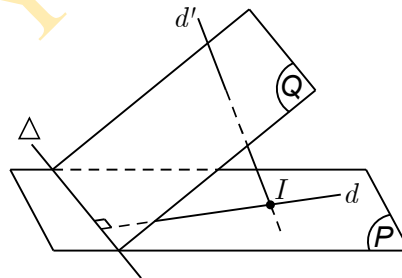
B. $\begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $\vec{n}_P = (0;0;1)$ và $\vec{n}_Q = (1;1;1)$ lần lượt là véc tơ pháp tuyến của (P) và (Q) .

Do $\Delta = (P) \cap (Q)$ nên Δ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-1;1;0)$.

Đường thẳng d nằm trong (P) và $d \perp \Delta$ nên d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{u}_\Delta] = (-1; -1; 0)$.

Gọi $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và $A = d' \cap d \Rightarrow A = d' \cap (P)$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} z-1=0 \\ \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ y=0 \\ x=3 \end{cases} \Rightarrow A(3;0;1)$.

Do đó phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 65: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm của hệ $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3} \\ x - y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = -6 \\ 3y + z = 11 \\ x - y + 2z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow M(-2; 2; 5).$$

$(P): x - y + 2z - 6 = 0$ có vtpt $\vec{n} = (1; -1; 2)$, d có vtcp $\vec{u} = (2; 1; -3)$

Ta có Δ đi qua $M(-2; 2; 5)$ nhận $\vec{k} = [\vec{n}, \vec{u}] = (1; 7; 3)$ là một vector chỉ phương có dạng

$$\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}.$$

Câu 66: Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là.

A. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là giao điểm của d và Δ . Khi đó, $M(-1+2t; t; -2+3t)$.

Do điểm $M \in (P)$ nên $M(1; 1; 1)$.

Đường thẳng Δ có $\vec{u}_{\Delta} = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (-5; 1; 3)$. Vậy $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 67: Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là:

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có VTPT của mp(P) là $\vec{n} = (1; 2; 1)$; VTCP của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$.

Vì $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases}$ nên VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = (5; -1; -3)$.

Lại có $\begin{cases} d \cap \Delta = \{M\} \\ \Delta \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \{M\} = d \cap (P)$.

Khi đó $M(1; 1; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 68: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) cắt và vuông góc với d ?

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d tham số $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Gọi $M = d \cap (P)$. Tọa độ M là nghiệm hệ $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - 3t \\ x - y + 2z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = -2 \\ y = 2 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow M(-2; 2; 5)$.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm $\Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (1; 7; 3)$.

Vậy đường thẳng Δ cần tìm $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Lời giải

Chọn D

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 1)$.

Vecto chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \end{cases}.$$

Xét phương trình: $-1 + 2t + 2t - 2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow 7t - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Suy ra giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $A(1; 1; 1)$. Ta có: $A \in \Delta$.

Vecto chỉ phương của đường thẳng Δ là: $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = (5; -1; -3)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ : $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 70: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0$. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

B. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

C. $\vec{u} = (-1; -2; 1)$.

D. $\vec{u} = (-1; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -1)$.

Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

$[\vec{u}_\Delta, \vec{n}] = (-1; 2; 1)$.

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ nên d nhận $\vec{u}_d = (-1; 2; 1)$ làm vectơ chỉ phương.

□ DẠNG TOÁN 8: GIAO TUYẾN CỦA 2 MẶT PHẪNG.

Câu 71: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-2z-1=0$. Giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào trong các điểm sau.

- A. $A(2;1;1)$. B. $D(2;1;0)$. C. $B(0;1;0)$. D. $C(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}(1;1;2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\beta): x+y-2z-1=0$ là $\vec{n}(1;1;-2)$.

Vì (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-2z-1=0$ nên (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta = [\vec{u}, \vec{n}] = (-4; 4; 0) = 4(1; -1; 0) = 4\vec{a}$.

Gọi $d = (\alpha) \cap (\beta)$, suy ra d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = [\vec{a}, \vec{n}] = (2; 2; 2) = 2(1; 1; 1)$.

Giao điểm của đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(\beta): x+y-2z-1=0$ là $I(3; 2; 2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Vậy $A(2; 1; 1)$ thuộc đường thẳng d .

Câu 72: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x-2y+2z-5=0$ và $(Q): 4x+5y-z+1=0$. Các điểm A, B phân biệt cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Khi đó $\overline{AB}$ cùng phương với vectơ nào sau đây?

- A. $\vec{w} = (3; -2; 2)$. B. $\vec{v} = (-8; 11; -23)$. C. $\vec{k} = (4; 5; -1)$. D. $\vec{u} = (8; -11; -23)$.

Lời giải

Chọn D

* Ta có: $(P) \perp \vec{n}_{(P)} = (3; -2; 2)$, $(Q) \perp \vec{n}_{(Q)} = (4; 5; -1)$.

* Do $\begin{cases} AB \subset (P) \\ AB \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB \perp \vec{n}_{(P)} \\ AB \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases}$ nên đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là:

$$\vec{u} = [\vec{n}_{(Q)}; \vec{n}_{(P)}] = (8; -11; -23)$$

* Do $\overline{AB}$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của AB nên $\overline{AB} // \vec{u} = (8; -11; -23)$.

Câu 73: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; 1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -1; 0)$; $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$ là trung điểm của AB và A, B nằm ở hai phía của mặt phẳng (P) .

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB và $\Delta = (\alpha) \cap (P)$. Khi đó Δ chính là đường thẳng thuộc mặt phẳng (P) và cách đều hai điểm A, B .

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (-3; -1; 0)$ là:

$$-3\left(x - \frac{3}{2}\right) - \left(y - \frac{5}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 7 = 0.$$

Khi đó d là đường giao tuyến của (α) và (P) .

Véc tơ chỉ phương của $d: \overrightarrow{u_d} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{n_{(\alpha)}}] = (-1; 3; -2) = -(1; -3; 2)$, d đi qua $A(0; 7; 0)$.

Vậy d có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$ (t là tham số).

Câu 74: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z + 1 = 0$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z}{2}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$ đi qua $M(2; 1; 0)$ và có vtcp: $\vec{u} = (1; 1; -2)$.

$(\beta): x + y + 2z + 1 = 0$ có vtp: $\vec{n} = (1; 1; 2)$.

$(\alpha): \begin{cases} \text{đi qua } M \\ \text{vtp} [\vec{u}, \vec{n}] = (4; -4; 0) = 4(1; -1; 0) \end{cases}$

Phương trình $(\alpha): (x-2) - (y-1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.

Gọi (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Ta có:

$(d): \begin{cases} \text{đi qua } N(0; -1; 0) \\ \text{vtcp} [\vec{n}, \vec{n}_\alpha] = (2; 2; -2) = 2(1; 1; -1) \end{cases}$

Phương trình $(d): \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

Câu 75: Trong không gian $Oxyz$, Viết phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + z - 1 = 0$ và $(\beta): x - y - z + 2 = 0$

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$(\alpha): x + 2y + z - 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}_\alpha = (1; 2; 1)$.

$(\beta): x - y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}_\beta = (1; -1; -1)$.

Khi đó: $[\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (-1; 2; -3)$.

Vì đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + z - 1 = 0$ và $(\beta): x - y - z + 2 = 0$ nên vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}$ cùng phương với $[\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta]$. Do đó chọn $\vec{u} = (1; -2; 3)$.

Tọa độ $M(x; y; z) \in \Delta$ thỏa hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ x - y - z + 2 = 0 \end{cases}$.

Cho $x = -1$ ta được: $\begin{cases} 2y + z = 2 \\ y + z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 1; 0)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; 1; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 3)$

là: $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3t \end{cases}$.

□ DẠNG TOÁN 9: ĐƯỜNG VUÔNG GÓC CHUNG CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU.

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-2}$ và $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{1}$. Giả sử $M \in \Delta_1, N \in \Delta_2$ sao cho MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Tính $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN} = (5; -5; 10)$ B. $\overrightarrow{MN} = (2; -2; 4)$ C. $\overrightarrow{MN} = (3; -3; 6)$ D. $\overrightarrow{MN} = (1; -1; 2)$

Lời giải

Chọn B

Δ_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (3; -1; -2)$ và Δ_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$.

Gọi $M(4+3t; 1-t; -5-2t)$ và $N(2+s; -3+3s; s)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = (-2-3t+s; t+3s-4; 2t+s+5)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2s-t-3=0 \\ s-8t-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s=1 \\ t=-1 \end{cases}$.

Vậy $\overrightarrow{MN} = (2; -2; 4)$.

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$ và $d': \frac{x}{-6} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng vuông góc

chung của d và d' ?

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\begin{cases} A(3-4a; -2+a; -1+a) \in d \\ B(-6b; 1+b; 2+2b) \in d' \end{cases}$ sao cho $\begin{cases} AB \perp d \\ AB \perp d' \end{cases}$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4a-6b-3; b-a+3; 2b-a+3)$; $\overrightarrow{u_d} = (-4; 1; 1)$; $\overrightarrow{u_{d'}} = (-6; 1; 2)$;

$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_{d'}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4(4a-6b-3) + b-a+3 + 2b-a+3 = 0 \\ -6(4a-6b-3) + b-a+3 + 2(2b-a+3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases}$

$\Rightarrow A(-1; -1; 0)$, $B(0; 1; 2)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$.

Vậy phương trình đường thẳng vuông góc chung của d và d' là $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$.

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M \in d$ suy ra $M(2+2m; 3+3m; -4-5m)$. Tương tự $N \in d'$ suy ra $N(-1+3n; 4-2n; 4-n)$. Từ đó ta có $\overrightarrow{MN} = (-3+3n-2m; 1-2n-3m; 8-n+5m)$.

Mà do MN là đường vuông góc chung của d và d' nên $\begin{cases} MN \perp d \\ MN \perp d' \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3+3n-2m) + 3(1-2n-3m) - 5(8-n+5m) = 0 \\ 3(-3+3n-2m) - 2(1-2n-3m) - 1(8-n+5m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -38m + 5n = 43 \\ -5m + 14n = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = 1 \end{cases}$

Suy ra $M(0; 0; 1)$, $N(2; 2; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; 2; 2)$ nên đường vuông góc chung MN là $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-3}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 lần lượt cắt d_1 , d_2 tại A và B . Tính diện tích S của tam giác OAB .

A. $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $S = \sqrt{6}$.

C. $S = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

D. $S = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = -t_1 \\ z = -2 + t_1 \end{cases}$, $\vec{a}_1 = (2; -1; 1)$ là VTCP của d_1 .

Phương trình tham số $d_2: \begin{cases} x = -1 + t_2 \\ y = 1 + 7t_2 \\ z = 3 - t_2 \end{cases}$, $\vec{a}_2 = (1; 7; -1)$ là VTCP của d_2 .

$A = d_1 \cap d \Rightarrow A(1 + 2a; -a; -2 + a)$.

$B = d_2 \cap d \Rightarrow B(-1 + b; 1 + 7b; 3 - b)$.

$\vec{AB} = (-2 + b - 2a; 1 + 7b + a; 5 - b - a)$

AB là đường vuông góc chung của d_1 và d_2

$\Leftrightarrow \begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{a}_1 = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{a}_2 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2(-2 + b - 2a) - (1 + 7b + a) + (5 - b - a) = 0 \\ (-2 + b - 2a) + 7(1 + 7b + a) - (5 - b - a) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} -6b - 6a = 0 \\ 52b + 6a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 0 \Rightarrow \begin{cases} A(1; 0; -2) \\ B(-1; 1; 3) \end{cases}$.

Ta có

$\vec{OA} = (1; 0; -2); \vec{OB} = (-1; 1; 3); [\vec{OA}, \vec{OB}] = (2; -1; 1)$. Vậy $S_{OAB} = \frac{1}{2} \|\vec{OA}, \vec{OB}\| = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 80: Trong không gian $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = -5 + t \end{cases}$ và

$d': \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 - 2t' \\ z = 5 + 3t' \end{cases}$ có phương trình là

A. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$.

B. $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x+4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{2}$.

D. $\frac{x-4}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử AB là đường vuông góc chung của d và d' với $A \in d, B \in d'$.

Ta có $\vec{u}_d = (1; 0; 1), \vec{u}_{d'} = (0; -2; 3), \begin{cases} A(a+1; 0; a-5) \\ B(0; 4-2b; 3b+5) \end{cases} \Rightarrow \vec{BA} = (a+1; 2b-4; a-3b-10)$.

Khi đó $\begin{cases} d \perp AB \\ d' \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \cdot \vec{BA} = 0 \\ \vec{u}_{d'} \cdot \vec{BA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1) + (a-3b-10) = 0 \\ -2(2b-4) + 3(a-3b-10) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} A(4; 0; -2) \\ B(0; 6; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{BA} = (4; -6; -4) \Rightarrow \vec{u} = (-2; 3; 2)$ là một VTCP của AB .

Kết hợp với AB qua $A(4; 0; -2) \Rightarrow AB: \frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$.

□ DẠNG TOÁN 10: HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA D LÊN (P).

Câu 81: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu của đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+3t \\ z=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-3t \\ z=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$ qua $M(1;-2;3)$ và $N(3;1;4)$.

Gọi M' và N' lần lượt là hình chiếu của M và N trên (Oxy) ta có $M'(1;-2;0)$, $N'(3;1;0)$.

Phương trình hình chiếu cần tìm là: $M'N': \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=0 \end{cases}$

Câu 82: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (0;1;3)$. B. $\vec{u} = (0;1;-3)$. C. $\vec{u} = (2;1;-3)$. D. $\vec{u} = (2;0;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có d cắt mặt phẳng (Oyz) tại $M \Rightarrow M\left(0; \frac{5}{2}; -\frac{7}{2}\right)$, chọn $A(-3;1;1) \in d$ và gọi B là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow B(0;1;1)$.

Lại có $\overrightarrow{BM} = \left(0; \frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$. Khi đó, vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm sẽ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{BM}$ nên chọn đáp án B.

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-5y+2z+8=0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x=7+5t \\ y=-7+t \\ z=6-5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng

d qua mặt phẳng (P) .

- A. $\Delta: \begin{cases} x=-11+5t \\ y=23+t \\ z=32-5t \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x=13+5t \\ y=-17+t \\ z=-104-5t \end{cases}$
- C. $\Delta: \begin{cases} x=-5+5t \\ y=13+t \\ z=-2-5t \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x=-17+5t \\ y=33+t \\ z=66-5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(7; -7; 6) \in d$. Gọi $N(x; y; z)$ là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P) và I là trung điểm MN .

Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{n_p} \\ I \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-7; y+7; z-6) = k(3; -5; 2) \\ 3x-5y+2z+84=0 \end{cases}$$

Giải hệ, ta có: $k = -4 \Rightarrow M(-5; 13; -2)$. Do đó: $\Delta: \begin{cases} x = -5 + 5t \\ y = 13 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$

Câu 84: Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ trên mặt phẳng Oyz .

A. $d': \begin{cases} x = 1-t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. B. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = 4+2t \\ z = 1+t \end{cases}$. C. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = 4+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. D. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -4+2t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+2t \\ z = -t \end{cases} \Rightarrow$ Hình chiếu d' của d lên mặt phẳng Oyz là: $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -2+2t \\ z = -t \end{cases}$

Cho $t = -1$, ta được $A(0; -4; 1) \in d' \Rightarrow d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -4+2t \\ z = 1-t \end{cases}$

Câu 85: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = y+1 = z-2$. Hình chiếu của d lên mặt phẳng (Oxy) là

A. $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = -1+t \\ z = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1+t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1-t \\ z = 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

☐ Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 2+t \end{cases}$

☐ Do mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ nên hình chiếu của d lên (Oxy) là $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 86: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2+4t \\ z = 3+t \end{cases}$. Hình chiếu song

song của d lên mặt phẳng (Oxz) theo phương $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-2}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 0 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 0 \\ z = 5 - 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 - 4t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Giao điểm của d và mặt phẳng (Oxz) là $M_0(5;0;5)$.

Trên d : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$ chọn M bất kỳ không trùng với $M_0(5;0;5)$; ví dụ: $M(1;-2;3)$. Gọi A là

hình chiếu song song của M lên mặt phẳng (Oxz) theo phương $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

+/- Lập phương trình d' đi qua M và song song hoặc trùng với $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

+/- Điểm A chính là giao điểm của d' và (Oxz)

+/- Ta tìm được $A(3;0;1)$

Hình chiếu song song của d : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$ lên mặt phẳng (Oxz) theo phương

$\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-2}{1}$ là đường thẳng đi qua $M_0(5;0;5)$ và $A(3;0;1)$.

Vậy phương trình là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 0 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

~~~~ HẾT ~~~~