

**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ .

**Câu 2 (1,0 điểm).** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-3}{x+1}$ , biết tiếp tuyến đi qua điểm  $M(4;2)$ .

**Câu 3 (1,0 điểm).**

a) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+2i)z - 5 - 5i = 0$ . Tìm phần thực và phần ảo của số phức  $w = \bar{z} + \frac{10}{z}$ .

b) Giải phương trình sau:  $\log_{\sqrt{3}}(5-x) + \log_{\frac{1}{3}}(x-1) - \log_3(x+1) = 1$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).** Tính tích phân:  $I = \int_0^1 x \left[ (x+1)^2 + e^{x+1} \right] dx$

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{1}$ , mặt phẳng  $(P): x + y + 2z - 5 = 0$  và điểm  $A(1;2;3)$ . Tìm tọa độ hình chiếu của  $A$  lên mặt phẳng  $(P)$  và tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $d$ ,  $N$  thuộc  $(P)$  sao cho  $A$  là trung điểm  $MN$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).**

a) Cho  $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ . Tính giá trị biểu thức:  $P = \cos^2 \alpha + \frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{\sin(\pi - \alpha)}$ .

b) Để kỷ niệm ngày thành lập Đoàn Thanh niên, một trường THPT tổ chức cho học sinh các hoạt động ngoại khóa và hội diễn văn nghệ. Có tất cả 5 tiết mục hát, 3 tiết mục múa và 2 tiết mục kịch. Ban tổ chức sắp xếp thứ tự các tiết mục để biểu diễn một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để tiết mục biểu diễn đầu tiên và cuối cùng đều là tiết mục múa.

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Biết  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $S.ABC$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $SB$ .

**Câu 8 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$  cho hình chữ nhật  $ABCD$  ( $AB < BC$ ),  $E$  là điểm đối xứng của  $D$  qua  $C$  và đường tròn đường kính  $DE$  cắt đoạn thẳng  $BE$  tại điểm thứ hai là  $I\left(\frac{4}{5}; -\frac{2}{5}\right)$

( $I$  khác  $B, E$ ). Đường thẳng  $CI$  cắt đường thẳng  $AB$  tại  $T\left(-\frac{5}{2}; -1\right)$ . Biết điểm  $A$  thuộc đường thẳng  $d: x + y - 4 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật  $ABCD$ .

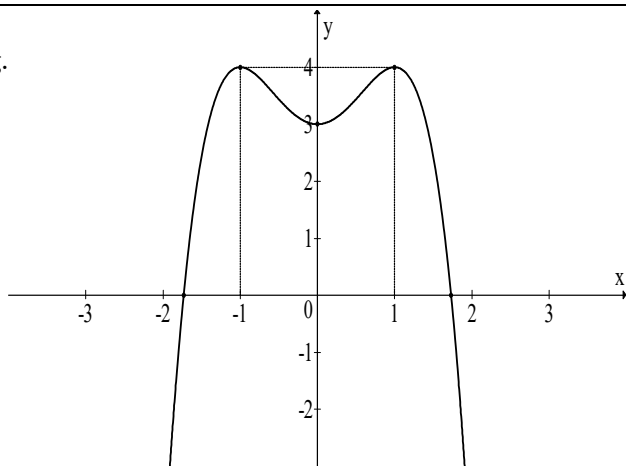
**Câu 9 (1,0 điểm).** Giải phương trình:  $x^4 + 1 + 2\sqrt{x+1} = (x^2 + x)(\sqrt{x+1} + 1)$  trên tập số thực.

**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thay đổi thỏa mãn  $x + y + z^2 = xy + 2$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{2x}{x^2 + y^2 + 6} + \frac{y}{x + y + 2z} - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{4\sqrt{2}z}$ .

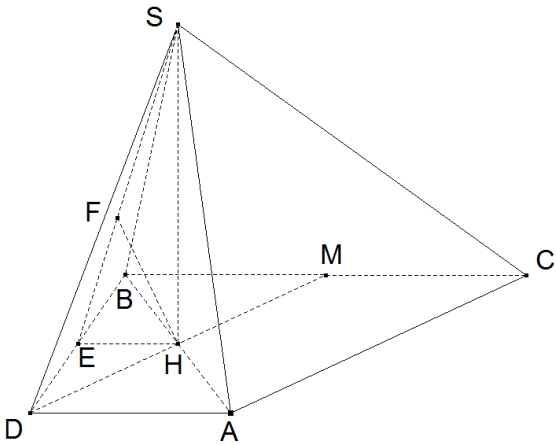
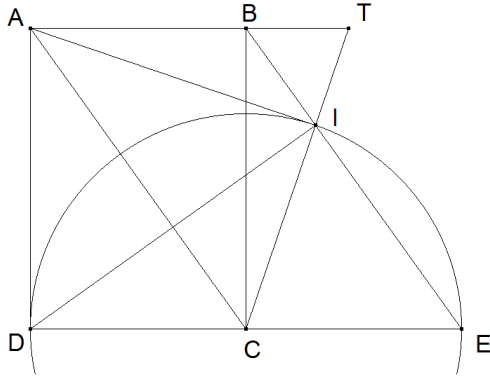
-----HẾT-----

Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

| Câu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Điểm      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|------|-----------|-----------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|-----------|------|
| Câu 1<br>(1 điểm)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <ul style="list-style-type: none"><li>• Tập xác định: <math>D = \mathbb{R}</math></li><li>• Sự biến thiên:<br/>- Chiều biến thiên: <math>y' = -4x^3 + 4x</math>; <math>y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}</math>.</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>- Các khoảng đồng biến: <math>(-\infty; -1)</math> và <math>(0; 1)</math>.<br/>Các khoảng nghịch biến: <math>(-1; 0)</math> và <math>(1; +\infty)</math>.</li><li>- Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại hai điểm <math>x = -1</math> và <math>x = 1</math>; <math>y_{CD} = y(\pm 1) = 4</math>.<br/>Hàm số đạt cực tiểu tại <math>x = 0</math>; <math>y_{CT} = y(0) = 3</math>.</li><li>- Giới hạn: <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty</math>, <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty</math>.</li></ul>         | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>• Bảng biến thiên:</li></ul> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>0</math></td><td><math>1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>4</math></td><td><math>3</math></td><td><math>4</math></td><td><math>-\infty</math></td></tr></table> | $x$       | $-\infty$ | $-1$ | $0$       | $1$       | $+\infty$ | $y'$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $y$ | $-\infty$ | $4$ | $3$ | $4$ | $-\infty$ | 0,25 |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $-\infty$ | $-1$      | $0$  | $1$       | $+\infty$ |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $y'$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $+$       | $0$       | $-$  | $0$       | $-$       |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
| $y$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | $4$       | $3$       | $4$  | $-\infty$ |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Đồ thị:</li><li>- Nhận trục <math>Oy</math> làm trục đối xứng.</li><li>- Cắt trục hoành tại các điểm có tọa độ là <math>(\sqrt{3}; 0)</math> và <math>(-\sqrt{3}; 0)</math>.</li><li>- Cắt trục tung tại điểm có tọa độ <math>(0; 3)</math>.</li></ul>  | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |           |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |           |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
| Câu 2<br>(1 điểm)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <p>Tập xác định của hàm số <math>D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}</math>, <math>f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}</math>.</p> <p>Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm <math>(x_0; y_0)</math> có dạng:</p> $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = \frac{4}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 - 3}{x_0 + 1}.$                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p>Tiếp tuyến đi qua điểm <math>M(4; 2)</math> nên ta có:</p> $2 = \frac{4}{(x_0 + 1)^2}(4 - x_0) + \frac{x_0 - 3}{x_0 + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -11 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p>Với <math>x_0 = 1</math>: Phương trình tiếp tuyến là <math>y = x - 2</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p>Với <math>x_0 = -11</math>: Phương trình tiếp tuyến là <math>y = \frac{1}{25}x + \frac{46}{25}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |     |     |           |      |

|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>Câu 3<br/>(1 điểm)</b> | <b>a)</b> Ta có $(1+2i)z-5-5i=0 \Leftrightarrow z=3-i$                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
|                           | $w = \frac{-10}{z} = 3+i + \frac{10}{3-i} = 6+2i$<br>Do đó số phức $w$ có phần thực là 6, phần ảo là 2.                                                                                                                                                                                    | 0,25 |
|                           | <b>b)</b> Điều kiện xác định của phương trình là: $1 < x < 5$<br>Với điều kiện đó phương trình tương đương với: $\log_3 \frac{(5-x)^2}{x^2-1} = 1$                                                                                                                                         | 0,25 |
|                           | $\Leftrightarrow \frac{(5-x)^2}{x^2-1} = 3 \Leftrightarrow x^2+5x-14=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-7 \end{cases}$<br>Kết hợp điều kiện ta được nghiệm $x=2$ .                                                                                                                  | 0,25 |
| <b>Câu 4<br/>(1 điểm)</b> | Biến đổi $I = \int_0^1 x \left[ (x+1)^2 + e^{x+1} \right] dx = \int_0^1 x(x+1)^2 dx + \int_0^1 x e^{x+1} dx$                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|                           | $\int_0^1 x(x+1)^2 dx = \int_0^1 (x^3+2x^2+x) dx = \left( \frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} \right) \Big _0^1 = \frac{17}{12}$                                                                                                                                                | 0,25 |
|                           | $\int_0^1 x e^{x+1} dx = x e^{x+1} \Big _0^1 - \int_0^1 e^{x+1} dx = e^2 - e^{x+1} \Big _0^1 = e^2 - (e^2 - e) = e$                                                                                                                                                                        | 0,25 |
|                           | Do đó $I = \frac{17}{12} + e$ .                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
| <b>Câu 5<br/>(1 điểm)</b> | <b>a)</b> Gọi $H$ là hình chiếu của $A$ lên mặt phẳng $(P)$ . Do $AH \perp (P)$ , nên $AH$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{AH} = (1; 1; 2) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $AH$ : $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3+2t \end{cases}$                                          | 0,25 |
|                           | $H \in AH \Rightarrow H(1+t; 2+t; 3+2t)$<br>Do $H \in (P)$ nên: $(1+t) + (2+t) + 2.(3+2t) - 5 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3}$<br>Suy ra $H\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$ .                                                                                      | 0,25 |
|                           | <b>b)</b> $M \in d \Rightarrow M(1+3m; -3m; -2+m)$<br>Do $A$ là trung điểm đoạn $MN$ nên tọa độ $N$ là $N(1-3m; 4+3m; 8-m)$                                                                                                                                                                | 0,25 |
|                           | Ta có $N \in (P)$ nên: $(1-3m) + (4+3m) + 2(8-m) - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 8$<br>Vậy $M(25; -24; 6)$ , $N(-23; 28; 0)$ .                                                                                                                                                                 | 0,25 |
| <b>Câu 6<br/>(1 điểm)</b> | <b>a)</b> Ta có $P = \cos^2 \alpha + \frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{\sin(\pi - \alpha)} = \cos^2 \alpha + \frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = \cos^2 \alpha + 1 + 2 \cot \alpha$                                                                                         | 0,25 |
|                           | $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$<br>$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{4}{3}$<br>Suy ra $P = \frac{16}{25} + 1 + 2 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{77}{75}$ . | 0,25 |
|                           | <b>b)</b> Số phần tử của không gian mẫu $\Omega$ là $n(\Omega) = 10!$                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
|                           | Gọi $A$ là biến cố “Tiết mục đầu tiên và cuối cùng là tiết mục múa”, $n(A) = 3.2.8!$<br>Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3.2.8!}{10!} = \frac{1}{15}$ .                                                                                                         | 0,25 |

|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |
| <b>Câu 7</b><br>(1 điểm) | <p>Gọi <math>H</math> là trung điểm <math>AB</math>. Do tam giác <math>ABC</math> đều nên <math>SH \perp AB</math>.</p> <p>Lại có <math>(SAB) \perp (ABC)</math>, suy ra <math>SH \perp (ABC)</math>, tính <math>SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|                          | <p>Tam giác <math>ABC</math> vuông tại <math>A</math> nên <math>AC = a\sqrt{2}</math>, <math>S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}</math></p> <p>Thể tích <math>V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|                          | <p>Gọi <math>D</math> là điểm sao cho <math>AMBD</math> là hình bình hành.</p> <p>Ta có: <math>d(AM, SB) = d(AM, (SBD)) = d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD))</math>,</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|                          | <p><math>AMBD</math> là hình bình hành, lại có <math>MA = MB</math> nên <math>AMBD</math> là hình thoi. Do đó <math>M, H, D</math> thẳng hàng và <math>HD \perp HB</math>.</p> <p>Gọi <math>E</math> là hình chiếu vuông góc của <math>H</math> lên <math>BD</math>, <math>F</math> là hình chiếu vuông góc của <math>H</math> lên <math>SE</math>, ta có <math>HF \perp (SBD)</math>, <math>d(H, (SBD)) = HF</math>.</p> $\frac{1}{HF^2} = \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{1}{HB^2} + \frac{1}{HD^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{22}{3a^2} \Rightarrow d(H, (SBD)) = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{22}}$ $d(AM, SB) = 2d(H, (SBD)) = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{22}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$ | 0,25 |
|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
| <b>Câu 8</b><br>(1 điểm) |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|                          | <p>Do <math>DI \perp IE \Rightarrow BI \perp DI</math>, suy ra 5 điểm <math>A, B, C, D, I</math> cùng thuộc một đường tròn.</p> <p>Do đó <math>AI \perp TI \Rightarrow</math> Phương trình đường thẳng <math>AI</math> là: <math>11x + 2y - 8 = 0</math>.</p> <p>Vì <math>A</math> là giao điểm của <math>d</math> và <math>AI</math> nên suy ra <math>A(0; 4)</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
|                          | <p>Đường thẳng <math>AD</math> đi qua <math>A</math> và vuông góc với <math>AT</math> nên có phương trình <math>x + 2y - 8 = 0</math>.</p> <p>Điểm <math>D</math> thuộc <math>AD</math> nên tọa độ <math>D(-2t + 8; t)</math>.</p> <p>Do <math>AD, AI</math> là 2 tiếp tuyến với đường tròn đường kính <math>DE</math> nên ta có <math>AI = AD</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |

|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |               |           |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-----------|---|-----------|---------|---|---|---|--------|--|---------------|--|
|                            | $\Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{4}{5}-0\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}-4\right)^2} = \sqrt{(-2t+8)^2 + (t-4)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=6 \end{cases}$ <p>Do đó <math>D(4;2)</math> hoặc <math>D(-4;6)</math>.</p> <p>Mặt khác do <math>D</math> và <math>T</math> nằm khác phía so với đường thẳng <math>AI</math> nên <math>D(4;2)</math>.</p> <p>Đường thẳng <math>CD</math> đi qua <math>D</math> và vuông góc với <math>AD \Rightarrow CD: 2x - y - 6 = 0</math>.</p> <p><math>C</math> là giao điểm của 2 đường thẳng <math>CD</math> và <math>IT: 2x - 11y - 6 = 0 \Rightarrow C(3;0)</math>.</p> <p><math>\overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow B(-1;2)</math>.</p> | 0,25          |           |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
| <b>Câu 9<br/>(1 điểm)</b>  | Điều kiện: $x \geq -1$ , phương trình đã cho tương đương với:<br>$x^4 - x^2 - x + 1 = \sqrt{x+1}(x^2 + x - 2) \Leftrightarrow (x-1)(x^3 + x^2 - 1) = (x-1)(x+2)\sqrt{x+1}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^3 + x^2 - 1 = \sqrt{x+1}(x+2) \end{cases} \quad (1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25          |           |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
|                            | (1) $\Leftrightarrow x^3 + x^2 + x = \sqrt{x+1}[(x+1)+1] + (x+1)$<br>$\Leftrightarrow x^3 + x^2 + x = (\sqrt{x+1})^3 + (\sqrt{x+1})^2 + \sqrt{x+1} \quad (2)$ <p>Xét hàm <math>f(t) = t^3 + t^2 + t</math> với <math>t \in R</math></p> <p>Ta có <math>f'(t) = 3t^2 + 2t + 1 &gt; 0 \forall t \in R</math> nên <math>f(t)</math> đồng biến trên <math>R</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25          |           |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
|                            | Do đó: (2) $\Leftrightarrow f(x) = f(\sqrt{x+1}) \Leftrightarrow x = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25          |           |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
|                            | Đổi chiều điều kiện, ta được 2 nghiệm của phương trình là $x=1; x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25          |           |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |               |           |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
| <b>Câu 10<br/>(1 điểm)</b> | Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta có:<br>$x^2 + y^2 + 6 \geq 2xy + 6 = 2(x + y + z^2 - 2) + 6 = 2(x + y + z^2 + 1) \geq 2(x + y + 2z)$ $\Rightarrow \frac{2x}{x^2 + y^2 + 6} \leq \frac{2x}{2(x + y + 2z)} = \frac{x}{x + y + 2z}$ $\sqrt{x^2 + y^2} \geq \frac{x+y}{\sqrt{2}} \Rightarrow -\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{4\sqrt{2}z} \leq -\frac{x+y}{8z}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25          |           |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
|                            | Khi đó $P \leq \frac{x}{x + y + 2z} + \frac{y}{x + y + 2z} - \frac{x+y}{8z} = \frac{x+y}{x + y + 2z} - \frac{x+y}{8z}$<br>$= \frac{\frac{x+y}{z}}{\frac{x+y}{z} + 2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{x+y}{z} = \frac{t}{t+2} - \frac{t}{8} = f(t), \text{ với } t = \frac{x+y}{z} > 0.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25          |           |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
|                            | Xét $f(t) = \frac{t}{t+2} - \frac{t}{8}$ với $t > 0$ .<br>$f'(t) = \frac{2}{(t+2)^2} - \frac{1}{8} = \frac{16 - (t+2)^2}{8(t+2)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > 0 \\ (t+2)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$ <p>Ta có:</p> <table><tr><td><math>t</math></td><td>0</td><td>2</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(t)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td><math>f(t)</math></td><td></td><td><math>\frac{1}{4}</math></td><td></td></tr></table>                                                                                                                                                                                      | $t$           | 0         | 2 | $+\infty$ | $f'(t)$ | + | 0 | - | $f(t)$ |  | $\frac{1}{4}$ |  |
| $t$                        | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 2             | $+\infty$ |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
| $f'(t)$                    | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0             | -         |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |
| $f(t)$                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $\frac{1}{4}$ |           |   |           |         |   |   |   |        |  |               |  |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|  | <p>Suy ra <math>f(t) \leq f(2) = \frac{1}{4} \Rightarrow P \leq \frac{1}{4}</math>.</p> <p>Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: <math>\begin{cases} x + y = 2z \\ x = y; z = 1 \\ x + y + z^2 = xy + 2 \\ x, y, z &gt; 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 1.</math></p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của <math>P</math> là <math>\frac{1}{4}</math>.</p> | 0,25 |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|

-----**HẾT**-----