

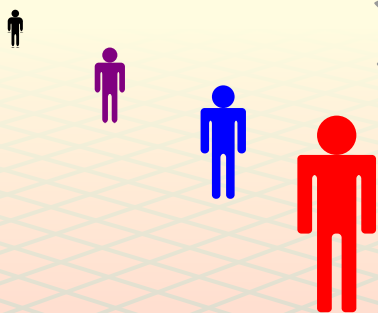
LÊ QUANG XE

VỞ HỌC

TOÁN

CHUYÊN ĐỀ






THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT



TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

Mục lục

Chương 6. THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT	1
Bài 1. SỐ GẦN ĐÚNG VÀ SAI SỐ	1
(A) Tóm tắt lý thuyết	1
(B) Các dạng toán thường gặp	2
Dạng 1. Xác định sai số tuyệt đối của số gần đúng	2
Dạng 2. Xác định sai số tương đối của số gần đúng	3
Dạng 3. Xác định số quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước	4
(C) Bài tập trắc nghiệm	5
Bài 2. CÁC SỐ ĐẶC TRƯỞNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM	9
(A) Tóm tắt lý thuyết	9
(B) Các dạng toán thường gặp	10
Dạng 1. Xác định số trung bình của mẫu số liệu	10
Dạng 2. Xác định số trung vị của mẫu số liệu	11
Dạng 3. Xác định tứ phân vị dựa vào mẫu số liệu	12
Dạng 4. Xác định một dựa vào mẫu số liệu	13
(C) Bài tập trắc nghiệm	14
Bài 3. CÁC SỐ ĐẶC TRƯỞNG ĐO ĐỘ PHÂN TÁN	20
(A) Tóm tắt lý thuyết	20
(B) Các dạng toán thường gặp	21
Dạng 1. Xác định khoảng biến thiên dựa vào mẫu số liệu	21
Dạng 2. Xác định khoảng tứ phân vị dựa vào mẫu số liệu	22
Dạng 3. Xác định phương sai, độ lệch chuẩn dựa vào mẫu số liệu	23
(C) Bài tập trắc nghiệm	27
Bài 4. BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂM CỦA XÁC SUẤT	34
(A) Tóm tắt lý thuyết	34
(B) Các dạng toán thường gặp	37
Dạng 1. Mô tả không gian mẫu, biến cố	37
Dạng 2. Tính xác suất bằng định nghĩa	39
(C) Bài tập tự luận	42
(D) Bài tập trắc nghiệm	46
Bài 5. THỰC HÀNH TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂM	75
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	75
(B) Các dạng toán thường gặp	83
Dạng 1. Các câu hỏi lý thuyết tổng hợp	83
Dạng 2. Tính xác suất bằng định nghĩa	84
Dạng 3. Tính xác suất bằng công thức cộng	86
Dạng 4. Tính xác suất bằng công thức nhân	88

	Dạng 5. Bài toán kết hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân xác suất.....	90
	Bài tập tự luận.....	93
Bài 6.	BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG V	98
	Bài tập trắc nghiệm.....	98
Bài 7.	BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IX	107
	Bài tập tự luận.....	107
	Bài tập trắc nghiệm.....	110

THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

§1. SỐ GẦN ĐÚNG VÀ SAI SỐ

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số gần đúng và sai số

Ví dụ 1

Dân số trung bình năm 2021 của cả nước ước tính 98,51 triệu người, tăng 922,7 nghìn người, tương đương tăng 0,95% so với năm 2020. Trong tổng dân số, dân số thành thị 36,57 triệu người, chiếm 37,1%; dân số nông thôn 61,94 triệu người, chiếm 62,9%; nam 49,1 triệu người, chiếm 49,8%; nữ 49,41 triệu người, chiếm 50,2%. Tỷ số giới tính của dân số năm 2021 là 99,4 nam/100nữ. (Nguồn: baodansinh.vn)

Ví dụ 2

Cầu Cần Thơ bắc qua sông Hậu, nối tỉnh Vĩnh Long và thành phố Cần Thơ, cách bến phà Cần Thơ hiện hữu khoảng 3,2 km về phía hạ lưu. Tổng chiều dài của toàn tuyến là 15,85 km, trong đó phần cầu chính vượt sông Hậu dài 2,75 km, rộng 23,1 m; tốc độ thiết kế 80 km/h với 4 làn xe cơ giới (rộng 4,5m) và 2 làn thô sơ (rộng 2,75m). Phần đường dẫn vào cầu dài 13,1 km với 9 cầu, trong đó 4 cầu trên đất Vĩnh Long và 5 cầu trên địa phận Thành phố Cần Thơ. (Nguồn: mt.gov.vn)

Trong thực tế, khi đo đạc và tính toán bằng những dụng cụ, phương pháp khác nhau sẽ cho ra các kết quả khác nhau. Vì vậy kết quả thu được chỉ là những *số gần đúng*.

Định nghĩa 1.1. Số \bar{a} biểu thị giá trị thực của một đại lượng gọi là số đúng. Số a có giá trị ít, nhiều sai lệch với số đúng \bar{a} . Ta gọi a là số gần đúng của số \bar{a} .

Định nghĩa 1.2. Nếu a là số gần đúng của số đúng \bar{a} thì $\Delta_a = |\bar{a} - a|$ là sai số tuyệt đối của số gần đúng a .

Bây giờ ta giả sử a là số gần đúng của số đúng \bar{a} với sai số tuyệt đối không vượt quá $d > 0$. Khi đó

$$\Delta_a = |\bar{a} - a| \leq d \Leftrightarrow -d \leq \bar{a} - a \leq d \Leftrightarrow a - d \leq \bar{a} \leq a + d.$$

Định nghĩa 1.3. Ta nói a là số gần đúng của \bar{a} với độ chính xác d nếu $\Delta_a = |\bar{a} - a| \leq d$ và quy ước viết gọn là $\bar{a} = a \pm d$.

Nếu biết số gần đúng a và độ chính xác d , ta suy ra số gần đúng nằm trong đoạn $[a - d; a + d]$.

Định nghĩa 1.4. Tỷ số $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$ được gọi là sai số tương đối của số gần đúng a .

Định nghĩa 1.5. Khi quy tròn một số nguyên hoặc một số thập phân đến một hàng nào đó thì số nhận được gọi là số quy tròn của số ban đầu.

Ví dụ 3

Quy tròn các số sau:

- a) 10072022 đến hàng chục ngàn.
- b) 13,505 đến hàng đơn vị.
- c) π đến hàng phần ngàn.

Lời giải.

- a) Quy tròn số 10072022 đến hàng chục ngàn ta được số 10070000.
- b) Quy tròn số 13,505 đến hàng đơn vị ta được số 14.
- c) Quy tròn số π đến hàng phần ngàn ta được số 3,142.

□

Ví dụ 4

Chiều dài của một cái cầu là $l = 1745,25 \pm 0,01$ m. Hãy cho biết số quy tròn của số gần đúng 1745,25.

Lời giải.

Ta có $l = 1745,25 \pm 0,01$ nên $d = 0,01$.

Vì độ chính xác đến hàng phần trăm nên ta quy tròn đến hàng phần chục. Vậy số quy tròn của l là 1745,3.

□

B CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP**Dạng 1** Xác định sai số tuyệt đối của số gần đúng

Nếu a là số gần đúng của số đúng \bar{a} thì $\Delta_a = |\bar{a} - a|$ là sai số tuyệt đối của số gần đúng a .

Ví dụ 1

Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là 0,47 thì sai số tuyệt đối không vượt quá bao nhiêu?

Lời giải.

Ta có $\frac{8}{17} = 0,4705882\dots$

Do $0,47 < \frac{8}{17} = 0,4705882\dots < 0,48$ nên

$$\Delta = \left| \frac{8}{17} - 0,47 \right| < |0,48 - 0,47| = 0,01.$$

Vậy sai số tuyệt đối không quá 0,01.

□

Dạng 2 Xác định sai số tương đối của số gần đúng

☑ Ước lượng sai số tương đối $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$.

Nếu $\bar{a} = a \pm d$ thì $\delta_a \leq \frac{d}{|a|}$.

☑ Nếu $\frac{d}{|a|}$ càng nhỏ thì chất lượng của phép đo đạc hay tính toán càng cao.

Ví dụ 1

Trong một cuộc điều tra dân số, người ta viết dân số của một tỉnh là

$$3574625 \text{ người} \pm 50000 \text{ người}$$

Hãy đánh giá sai số tương đối của số gần đúng này.

🗨️ Lời giải.

Ta có $a = 3574625$ người và $d = 50000$ người, do đó sai số tương đối là

$$\delta_a \leq \frac{d}{|a|} \approx 0,014.$$

□

Ví dụ 2

Cho số gần đúng $a = 2841331$ với độ chính xác $d = 400$. Hãy viết số quy tròn của a .

🗨️ Lời giải.

Vì độ chính xác $100 < d = 400 < 1000$ nên ta quy tròn a đến hàng nghìn. Chữ số ngay sau hàng quy tròn là chữ số 3.

Vì $3 < 5$ nên số quy tròn của a là 2841000.

□

Ví dụ 3

Hãy viết số quy tròn của số gần đúng của số gần đúng $a = 4,1463$ biết $\bar{a} = 4,1463 \pm 0,01$

🗨️ Lời giải.

Vì độ chính xác $d = 0,01 < 0,1$ nên ta quy tròn số 4,1463 đến hàng phần chục. Chữ số ngay sau hàng quy tròn là số 4 < 5.

Vậy số quy tròn của a là 4,1.

□

Ví dụ 4

Ước lượng sai số tương đối ứng với mỗi số gần đúng sau

a) $\bar{a} = 100 \pm 5$;

b) $\bar{a} = 12,44 \pm 0,05$.

🗨️ Lời giải.

a) Sai số tương đối là $\delta = \frac{d}{|a|} = \frac{5}{100} = 0,05 = 5\%$.

b) Sai số tương đối là $\delta = \frac{d}{|a|} = \frac{0,05}{12,44} \approx 0,004 = 0,4\%$.

Ví dụ 5

Một vật có thể tích $V = 180,37 \text{ cm}^3 \pm 0,05 \text{ cm}^3$. Tính sai số tương đối của giá trị gần đúng đó.

Lời giải.

Ta có thể tích gần đúng của vật là $a = 180,37$ và độ chính xác là $0,05$.

Sai số tương đối của thể tích vật là $\delta \leq \frac{d}{|a|} \approx 0,03\%$.

Ví dụ 6

Độ dài của cầu bến thủy hai (Nghệ An) người ta đo được là $996 \text{ m} \pm 0,5 \text{ m}$. Sai số tương đối tối đa cho phép trong phép đo là bao nhiêu?

Lời giải.

Ta có độ dài gần đúng của cầu là $a = 996$ và độ chính xác là $d = 0,5$.

Vì sai số tuyệt đối $\Delta_a \leq d = 0,5$ nên sai số tương đối là $\delta_a \leq \frac{d}{|a|} = \frac{0,5}{996} \approx 0,05\%$.

Vậy sai số tương đối tối đa cho phép trong phép đo trên là $0,05\%$.

Ví dụ 7

Một người thợ cần biết chiều cao của một ngôi nhà. Anh ta thực hiện các phép đo trong ba lần và được kết quả như sau: $h_1 = 10,23 \pm 0,43 \text{ (m)}$, $h_2 = 10,58 \pm 0,2 \text{ (m)}$, $h_3 = 9,92 \pm 0,63 \text{ (m)}$. Hỏi trong ba số liệu đó, người thợ nên chọn số nào làm chiều cao ngôi nhà.

Lời giải.

Phép đo lần 1 có sai số tương đối $\delta_1 \leq \frac{0,43}{10,23} \approx 0,042 = 4,2\%$.

Phép đo lần 2 có sai số tương đối $\delta_2 \leq \frac{0,2}{10,58} \approx 0,0189 = 1,89\%$.

Phép đo lần 3 có sai số tương đối $\delta_3 \leq \frac{0,63}{9,92} \approx 0,0635 = 6,35\%$.

Như vậy người thợ nên chọn $h_2 = 10,58 \pm 0,2 \text{ (m)}$ làm chiều cao ngôi nhà.

Dạng 3 Xác định số quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước

- ✔ Nếu chữ số sau hàng quy tròn nhỏ hơn 5 thì ta thay nó và các chữ số bên phải nó bởi chữ số 0.
- ✔ Nếu chữ số sau hàng quy tròn lớn hơn hoặc bằng 5 thì ta cũng làm như trên, nhưng cộng thêm một đơn vị vào chữ số hàng quy tròn.
- ✔ Chẳng hạn, số quy tròn đến hàng nghìn của $x = 2841675$ là $x = 2842000$, của $y = 432415$ là $y \approx 432000$.

☑ Số quy tròn đến hàng trăm của $x = 12,4253$ là $x \approx 12,43$, của $y = 4,1521$ là $y \approx 4,15$.

Ví dụ 1

Cho số gần đúng $a = 2841275$ có độ chính xác $d = 300$. Hãy viết số quy tròn của a .

Lời giải.

Vì độ chính xác đến hàng trăm ($d = 300$) nên ta quy tròn a đến hàng nghìn theo quy tắc làm tròn ở trên.

Vậy số quy tròn của a là 2841000. □

Ví dụ 2

Hãy viết số quy tròn của số gần đúng $a = 3,1463$ biết $\bar{a} = 3,1463 \pm 0,001$.

Lời giải.

Vì độ chính xác đến hàng phần nghìn ($d = 0,001$) nên ta quy tròn a đến hàng phần trăm theo quy tắc làm tròn ở trên.

Vậy số quy tròn của a là 3,15. □

C BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Cho a là số gần đúng của số đúng \bar{a} . Khi đó $\Delta_a = |\bar{a} - a|$ được gọi là

- A số quy tròn của \bar{a} .
- B sai số tương đối của số gần đúng a .
- C sai số tuyệt đối của số gần đúng a .
- D số quy tròn của a .

Câu 2

Cho giá trị gần đúng của $\frac{3}{7}$ là 0,429 thì sai số tuyệt đối không vượt quá

- A 0,002.
- B 0,001.
- C 0,003.
- D 0,004.

Lời giải.

Câu 3

Kết quả đo chiều dài của một cây cầu được ghi là $152 \pm 0,2$ m. Tìm sai số tương đối của phép đo chiều dài cây cầu.

- A $\delta_a < 0,1316\%$.
- B $\delta_a < 1,316\%$.
- C $\delta_a = 0,1316\%$.
- D $\delta_a > 0,1316\%$.

Lời giải.

Câu 4

Bạn A đo chiều dài của một sân bóng ghi được $250 \pm 0,2$ m. Bạn B đo chiều cao của một cột cờ được $15 \pm 0,1$ m. Hỏi trong hai bạn A và B, bạn nào có phép đo chính xác hơn và sai số tương đối trong phép đo của bạn đó là bao nhiêu?

- A) Bạn A đo chính xác hơn bạn B với sai số tương đối là 0,08%.
 B) Bạn B đo chính xác hơn bạn A với sai số tương đối là 0,08%.
 C) Hai bạn đo chính xác như nhau với sai số tương đối bằng nhau là 0,08%.
 D) Bạn A đo chính xác hơn bạn B với sai số tương đối là 0,06%.

 **Lời giải.**

Câu 5

Biết số gần đúng $a = 7975421$ có độ chính xác $d = 150$. Hãy ước lượng sai số tương đối của a .

- A) $\delta_a \leq 0,15\%$. B) $\delta_a \leq 0,19\%$. C) $\delta_a \leq 0,25\%$. D) $\delta_a \leq 0,21\%$.

 **Lời giải.**

Câu 6

Bác nông dân đo mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài $5 \pm 0,03$ m và chiều rộng $3 \pm 0,01$ m. Xác định sai số tương đối của phép đo diện tích mảnh vườn.

- A) 0,75%. B) 0,85%. C) 0,95%. D) 0,1%.

 **Lời giải.**

Câu 7

Một công ty sử dụng dây chuyền A để đóng gạo vào bao với khối lượng mong muốn là 5 kg. Trên bao bì ghi thông tin khối lượng là $5 \pm 0,2$ kg. Công ty cũng sử dụng dây chuyền B để đóng gạo với khối lượng chính xác là 20 kg. Trên bao bì ghi thông tin khối lượng là $20 \pm 0,5$ kg. Hỏi dây chuyền nào đóng gói tốt hơn?

- A Dây chuyền A đóng gói tốt hơn dây chuyền B.
- B Dây chuyền B đóng gói tốt hơn dây chuyền A.
- C Hai dây chuyền đóng gói tốt như nhau.
- D Không có dây chuyền nào đóng gói tốt.

 Lời giải.

Câu 8

Nếu lấy 3, 14 làm giá trị gần đúng cho số π thì sai số tuyệt đối không vượt quá

- A 0,01.
- B 0,02.
- C 0,03.
- D 0,04.

 Lời giải.

Câu 9

Cho số a là số gần đúng của số \bar{a} . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A $a > \bar{a}$.
- B $a < \bar{a}$.
- C $|\bar{a} - a| > 0$.
- D $-a < \bar{a} < a$.

Câu 10

Cho số gần đúng $a = 23748023$ có độ chính xác $d = 101$. Hãy viết số quy tròn của a .

- A 23749000.
- B 23748000.
- C 23746000.
- D 237487000.

 Lời giải.

Câu 11

Cho số gần đúng $\pi = 3,141592653589$ có độ chính xác 10^{-10} . Hãy viết số quy tròn của a .

- A $a \approx 3,141592654$.
- B $a \approx 3,1415926536$.
- C $a \approx 3,141592653$.
- D $a \approx 3,1415926535$.

 Lời giải.

Câu 12

Sử dụng máy tính bỏ túi, hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt{3}$ chính xác đến hàng phần nghìn.

- A 1,7320.
- B 1,732.
- C 1,733.
- D 1,731.

 Lời giải.

Câu 13

Sử dụng máy tính bỏ túi, hãy viết giá trị gần đúng của π^2 chính xác đến hàng phần nghìn.

A 9,873.

B 9,870.

C 9,872.

D 9,871.

 Lời giải.

Câu 14

Hãy viết số quy tròn của số gần đúng $a = 17658$ biết $\bar{a} = 17658 \pm 16$.

A 17700.

B 17800.

C 17500.

D 17600.

 Lời giải.

Câu 15

Hãy viết số quy tròn của số gần đúng $a = 17658$ biết $\bar{a} = 17658 \pm 16$.

A 15,3.

B 15,31.

C 15,32.

D 15,4.

 Lời giải.

§2. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa 2.1. Số trung bình cộng của một mẫu n số liệu thống kê bằng tổng các số liệu chia cho số các số liệu đó. Số trung bình cộng của mẫu số liệu x_1, x_2, \dots, x_n bằng

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

- Số trung bình cộng của mẫu số liệu thống kê trong bảng phân bố tần số là:

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_kx_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

Giá trị	x_1	x_2	\dots	x_k
Tần số	n_1	n_2	\dots	n_k

- Số trung bình cộng của mẫu số liệu thống kê trong bảng phân bố tần số tương đối là:

$$\bar{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_kx_k,$$

trong đó $f_1 = \frac{n_1}{n}, f_2 = \frac{n_2}{n}, \dots, f_k = \frac{n_k}{n}$, với $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$

Giá trị	x_1	x_2	\dots	x_k
Tần số tương đối	f_1	f_2	\dots	f_k

- Số trung bình là giá trị trung bình cộng của các số trong mẫu số liệu, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu.

Định nghĩa 2.2. Sắp thứ tự mẫu số liệu gồm n số liệu thành một dãy không giảm (hoặc không tăng).

- Nếu n là lẻ thì số liệu đứng ở vị trí thứ $\frac{n+1}{2}$ (số đứng chính giữa) gọi là trung vị.
- Nếu n là chẵn thì số trung bình cộng của hai số liệu đứng ở vị trí thứ $\frac{n}{2}$ và $\frac{n}{2} + 1$ gọi là trung vị.

Trung vị kí hiệu là M_e .

- Trung vị là giá trị chia đôi mẫu số liệu, nghĩa là trong mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm thì giá trị trung vị ở vị trí chính giữa. Trung vị không bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường, trong khi đó số trung bình bị ảnh hưởng bởi giá trị trung bình.
- Trung vị không nhất thiết là một số trong mẫu số liệu và dễ tính toán.
- Khi các số liệu trong mẫu không có sự chênh lệch lớn thì số trung bình cộng và trung vị xấp xỉ nhau.

Định nghĩa 2.3. Sắp thứ tự mẫu số liệu gồm N số liệu thành một dãy không giảm.

Tứ phân vị của mẫu số liệu trên là bộ ba giá trị: tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai và tứ phân vị thứ ba; ba giá trị này chia mẫu số liệu thành bốn phần có số lượng phần tử bằng nhau.

- Tứ phân vị thứ hai Q_2 bằng trung vị.
- Nếu N là số chẵn thì tứ phân vị thứ nhất Q_1 bằng trung vị của nửa dãy phía dưới và tứ phân vị thứ ba Q_3 bằng trung vị của nửa dãy phía trên.
- Nếu N là số lẻ thì tứ phân vị thứ nhất Q_1 bằng trung vị của nửa dãy phía dưới (không bao gồm Q_2) và tứ phân vị thứ ba Q_3 bằng trung vị của nửa dãy phía trên (không bao gồm Q_2).

- Các điểm Q_1, Q_2, Q_3 chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn thành bốn phần, mỗi phần đều chứa 25% giá trị.

Định nghĩa 2.4. Một của một mẫu số liệu là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng phân bố tần số và kí hiệu là M_0 .

- !**
- a) Một mẫu số liệu có thể có một hoặc nhiều một.
 - b) Có thể dùng một để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu khi mẫu số liệu có nhiều giá trị trùng nhau.

B CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1 Xác định số trung bình của mẫu số liệu

- ✔ **Số trung bình** (số trung bình cộng) của mẫu số liệu x_1, x_2, \dots, x_n , kí hiệu là \bar{x} được tính bằng công thức

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$

- ✔ Trong trường hợp mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số thì số trung bình được tính theo công thức

$$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_kx_k}{n},$$

trong đó m_k là tần số của giá trị x_k và $n = m_1 + m_2 + \dots + m_k$.

Ví dụ 1

Kết quả bốn lần kiểm tra môn toán của bạn Hoa là: 7, 9, 8, 9. Tính số trung bình cộng \bar{x} của mẫu số liệu trên.

! Lời giải.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x} = \frac{7 + 9 + 8 + 9}{4} = \frac{33}{4} = 8,25.$$

- !** Số trung bình là giá trị trung bình cộng của các số trong mẫu số liệu, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu. □

Ví dụ 2

Thông kê số sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, An thu được kết quả như bảng bên. Hỏi trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc bao nhiêu cuốn sách?

Số cuốn sách	1	2	3	4	5
Số bạn	3	5	15	10	7

! Lời giải.

Số bạn trong lớp là $n = 3 + 5 + 15 + 10 + 7 = 40$ (bạn).

Trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc số cuốn sách là

$$\frac{3 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 7 \cdot 5}{40} = 3,325 \text{ (cuốn).}$$



Ví dụ 3

Điểm kiểm tra môn Toán của một nhóm gồm 9 học sinh như sau

1 1 3 6 7 8 9 10

Tính số trung bình cộng của mẫu số liệu trên và nêu nhận xét.

Lời giải.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x} = \frac{1 + 1 + 3 + 6 + 7 + 8 + 8 + 9 + 10}{9} \approx 5,9.$$

⚠ Quan sát mẫu số liệu trên, ta thấy nhiều số liệu có sự chênh lệch lớn so với số trung bình cộng. Vì vậy, ta không thể lấy số trung bình cộng làm đại diện cho mẫu số liệu.



Ví dụ 4

Bảng sau cho ta biết thời gian chạy cự li 100m của các bạn trong lớp (đơn vị giây)

Thời gian	12	13	14	15	16
Số bạn	5	7	10	8	6

Hãy tính thời gian chạy trung bình cự li 100m của các bạn trong lớp.

Lời giải.

Số bạn trong lớp là $n = 5 + 7 + 10 + 8 + 6 = 36$ (bạn).

Thời gian chạy trung bình cự li 100m của các bạn trong lớp là

$$\frac{12 \cdot 5 + 13 \cdot 7 + 14 \cdot 10 + 15 \cdot 8 + 16 \cdot 6}{36} \approx 14,083 \text{ (giây).}$$



Dạng 2 Xác định số trung vị của mẫu số liệu

Để tìm trung vị của một mẫu số liệu, ta thực hiện các bước sau:

- ✔ Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
- ✔ Nếu số giá trị của mẫu số liệu là số lẻ thì giá trị chính giữa của mẫu là trung vị. Nếu là số chẵn thì trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa của mẫu.

Ví dụ 1

Một công ty nhỏ gồm 1 giám đốc và 5 nhân viên, thu nhập mỗi tháng của giám đốc là 20 triệu đồng, của nhân viên là 4 triệu đồng. Tìm trung vị cho mẫu số liệu về lương của giám đốc và lương của nhân viên công ty.



Lời giải.

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm

4 4 4 4 4 20

Dãy trên có hai giá trị chính giữa cùng bằng 4. Vậy trung vị của mẫu số liệu cũng bằng 4.

! Trung vị là giá trị chia đôi mẫu số liệu, nghĩa là trong mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm thì giá trị trung vị nằm ở vị trí chính giữa. Trung vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường trong kho số trung bình bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường.



Ví dụ 2

Thời gian (tính theo phút) mà 10 người đợi ở bến xe buýt là

2,8 1,2 3,4 14,6 1,3 2,5 4,2 1,9 3,5 0,8

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

Lời giải.

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm

0,8 1,2 1,3 1,9 2,5 2,8 3,4 3,5 4,2 14,6

Dãy trên có hai giá trị chính giữa là 2,5 và 2,8. Vì vậy $M_e = \frac{2,5 + 2,8}{2} = 2,65$ (phút).



Dạng 3 Xác định tứ phân vị dựa vào mẫu số liệu

Để tìm các **tứ phân vị** của mẫu số liệu có n giá trị, ta làm như sau:

- ✔ Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
- ✔ Tìm trung vị. Giá trị này là Q_2 .
- ✔ Tìm trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_1 .
- ✔ Tìm trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_3 .
- ✔ Khi đó, Q_1, Q_2, Q_3 được gọi là các **tứ phân vị** của mẫu số liệu.

Ví dụ 1

Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau

21 35 17 43 8 59 72 119

Lời giải.

Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần

8 17 21 35 43 59 72 119

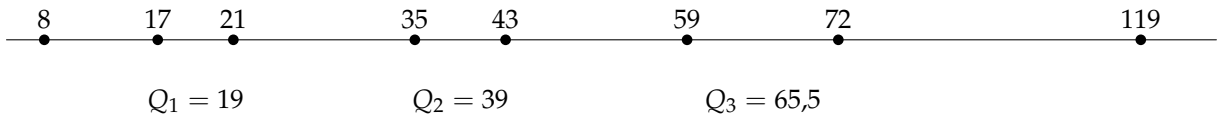
Trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{35 + 43}{2} = 39$.

Trung vị của dãy 8, 17, 21, 35 là $\frac{17 + 21}{2} = 19$.

Trung vị của dãy 43, 59, 72, 119 là $\frac{59 + 72}{2} = 65,5$.

Vậy $Q_1 = 19, Q_2 = 39, Q_3 = 65,5$.

Tứ phân vị được biểu diễn trên trục số như sau



Ví dụ 2

Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, 1 mg = 0,001 g) trong 100g một số loại ngũ cốc được cho như sau

0	340	70	140	200	180	210	150	100	130
140	180	190	160	290	50	220	180	200	210

Hãy tìm các tứ phân vị. Các tứ phân vị này cho ta thông tin gì?

Lời giải.

Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần

0 50 70 100 130 140 140 150 160 180 180 180 190 200 200 210 210 220 290 340

Hai giá trị chính giữa của mẫu số liệu là 180 và 180.

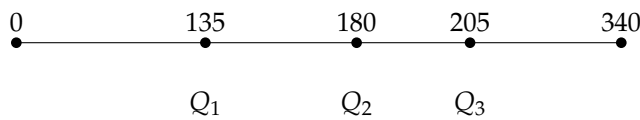
Trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{180 + 180}{2} = 180$.

Trung vị của dãy 0, 50, 70, 100, 130, 140, 140, 150, 160, 180 là $\frac{130 + 140}{2} = 135$.

Trung vị của dãy 180, 180, 190, 200, 200, 210, 210, 220, 290, 340 là $\frac{200 + 210}{2} = 205$.

Vậy $Q_1 = 135, Q_2 = 180, Q_3 = 205$.

Tứ phân vị được biểu diễn trên trục số như sau



Các tứ phân vị cho ta hình ảnh phân bố của mẫu số liệu. Khoảng cách từ Q_1 đến Q_2 là 45 trong khi khoảng cách từ Q_2 đến Q_3 là 25. Điều này cho thấy mẫu số liệu tập trung với mật độ cao ở bên phải của Q_2 và mật độ thấp ở bên trái của Q_2 .



Dạng 4 Xác định một dựa vào mẫu số liệu

Mốt của mẫu số liệu là giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất.

Ví dụ 1

Thời gian truy cập internet (đơn vị giờ) trong một ngày của một số học sinh lớp 10 được cho như sau

0 0 1 1 1 3 4 4 5 6



Tìm một của mẫu số liệu này.

 **Lời giải.**

Vì số học sinh truy cập internet 1 giờ mỗi ngày là lớn nhất (có 3 học sinh) nên một là 1.

Ví dụ 2

Số áo của một cửa hàng đã bán ra trong một tháng được thống kê trong bảng tần số sau

Cỡ áo	37	38	39	40	41	42	43
Số áo bán được (tần số)	15	46	62	81	51	20	3

Tìm một của mẫu số liệu này.

 **Lời giải.**

Vì tần số lớn nhất là 81 và 81 tương ứng với cỡ áo 40 nên một của bảng trên là 40.

C BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Khối lượng 30 chi tiết máy được cho bởi bảng sau

Khối lượng(gam)	250	300	350	400	450	500	Cộng
Tần số	4	4	5	6	4	7	30

Tính số trung bình \bar{x} (làm tròn đến hàng phần trăm) của bảng nói trên.

- A 388,33. B 388,3. C 75. D 75,33.

 **Lời giải.**

Câu 2

Điểm học kì một của một học sinh được cho bởi bảng số liệu sau (Đơn vị: điểm)

5	6	6	7	7	8	8	8,5	9
---	---	---	---	---	---	---	-----	---

Tính số trung vị của bảng nói trên.

- A 5. B 6. C 7. D 8,5.

 **Lời giải.**

Câu 3

Bảng số liệu sau đây thống kê thời gian nảy mầm một loại hạt mới trong các điều kiện khác nhau

Thời gian(phút)	420	440	450	480	500	540
Số hạt nảy mầm	8	17	18	16	11	10

Tính giá trị trung bình \bar{x} (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy) về thời gian nảy mầm loại hạt mới nói trên.

- A 469.
 B 350.
 C 540.
 D 435.

Lời giải.

Câu 4

Điều tra số học sinh giỏi khối 10 của 15 trường cấp ba trên địa bàn tỉnh A, ta được bảng số liệu như sau

22	29	29	29	30	31	32	32	33	34	34	35	35	35	36
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Tính số trung vị của bảng nói trên.

- A 6.
 B 7.
 C 8.
 D 10.

Lời giải.

Câu 5

Tốc độ phát triển của một loại Vi-rút trong 10 ngày với các điều kiện khác nhau (đơn vị nghìn con) được thống kê như sau

20	100	30	980	440	20	20	150	60	270
----	-----	----	-----	-----	----	----	-----	----	-----

Trong trường hợp này ta chọn số nào dưới đây làm giá trị đại diện là tốt nhất? Tính giá trị đại diện đó.

- A Trung vị, giá trị đại diện là 80.
 B Trung bình, giá trị đại diện là 60.
- C Mốt, giá trị đại diện là 100.
 D Tứ phân vị, giá trị đại diện là 150.

Lời giải.



Câu 6

Bảng sau đây cho biết số lần học tiếng Anh trên Internet trong một tuần của một số học sinh lớp 10

Số lần	0	1	2	3	4	5
Số học sinh	2	4	6	12	8	3

Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu này.

A $Q_1 = 2, Q_2 = 3, Q_3 = 5.$

B $Q_1 = 1, Q_2 = 2, Q_3 = 3.$

C $Q_1 = 2, Q_2 = 3, Q_3 = 4.$

D $Q_1 = 3, Q_2 = 4, Q_3 = 5.$

Lời giải.

Câu 7

Số điểm của năm vận động viên bóng rổ được ghi trong trận đấu

9 8 15 8 20

Tính tứ phân vị dưới của mẫu số liệu trên.

A $Q_1 = 8.$

B $Q_1 = 8,5.$

C $Q_1 = 9.$

D $Q_1 = 20.$

Lời giải.

Câu 8

Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp

36 38 33 34 32 30 34 35

Hãy tìm tứ phân vị trên của mẫu số liệu.

A 35,5.

B 32.

C 35.

D 33.

Lời giải.

Câu 9

Tuổi thọ của 30 bóng đèn được sắp thứ (đơn vị: giờ) được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới đây

1180	1150	1190	1170	1180	1170	1160	1170	1160	1150
1190	1180	1170	1170	1170	1190	1170	1170	1170	1180
1170	1160	1160	1160	1170	1160	1180	1180	1150	1170.

Hãy tính một của bảng số liệu thống kê trên.

A 1170.

B 1160.

C 1180.

D 1150.

Lời giải.

Câu 10

Kết quả kiểm tra chất lượng đầu năm (thang điểm 30) của 41 học sinh của một lớp được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới đây

Điểm	9	11	14	16	17	18	20	21	23	25	Tổng
Số học sinh	3	7	4	4	6	7	3	3	2	2	41

Hãy tính một của bảng số liệu thống kê trên.

- A 11 và 18.
 B 14 và 18.
 C 11 và 16.
 D 14 và 16.

 **Lời giải.**

Câu 11

Một bác sĩ mắt ghi lại tuổi của 30 bệnh nhân mắc bệnh đau mắt hột. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau

21	17	22	18	20	17	15	13	15	20
15	12	18	17	25	17	21	15	12	18
16	23	14	18	19	13	16	19	18	17.

Tính một của bảng số liệu đã cho.

- A 17 và 18.
 B 25 và 16.
 C 16 và 17.
 D 25 và 18.

 **Lời giải.**

Câu 12

Điểm bài kiểm tra một tiết môn toán của 40 học sinh lớp 11A1 được thống kê bằng bảng số liệu dưới đây

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	$3n - 8$	$2n + 4$	3	2	4	5	40

Trong đó $n \in \mathbb{N}, n \geq 4$. Tính một của bảng số liệu thống kê đã cho.

- A 4.
 B 5.
 C 6.
 D 10.

Lời giải.

Câu 13

Số đôi giày bán ra trong Quý IV năm 2020 của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số sau

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43	44
Số đôi giày bán được	40	48	52	70	54	47	28	3

Cửa hàng đó nên nhập về nhiều hơn cỡ giày nào để bán trong tháng tiếp theo?

- A** 70. **B** 40. **C** 44. **D** 39.

Lời giải.

Câu 14

Chỉ số IQ của một nhóm học sinh

60 72 63 83 68
74 90 86 74 80

Hãy chọn số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu trên.

- A** Một. **B** Trung vị. **C** Tứ phân vị. **D** Số trung bình.

Lời giải.

Câu 15

Số lượng học sinh giỏi Quốc gia năm học 2018 - 2019 của 10 trường Trung học phổ thông được cho như sau

0 0 4 0 0 0 10 0 6 0.

Tìm một của mẫu số liệu trên

- A** 7. **B** 0. **C** 4. **D** 10.

Lời giải.

§3. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO ĐỘ PHÂN TÁN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa 3.1. Khoảng biến thiên, kí hiệu là R , là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

- A** a) Khoảng biến thiên dùng để đo độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- b) Sử dụng khoảng biến thiên có ưu điểm là đơn giản, dễ tính toán song khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất mà bỏ qua thông tin từ tất cả các giá trị khác. Do đó, khoảng biến thiên rất dễ bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.

Định nghĩa 3.2. Khoảng tứ phân vị, kí hiệu là Δ_Q , là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1.$$

- A** a) Khoảng tứ phân vị cũng là một số đo độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- b) Về bản chất, khoảng tứ phân vị là khoảng biến thiên của 50% số liệu chính giữa của mẫu số liệu đã sắp xếp.

A Một số tài liệu gọi khoảng biến thiên là biên độ, và khoảng tứ phân vị là độ trải giữa.

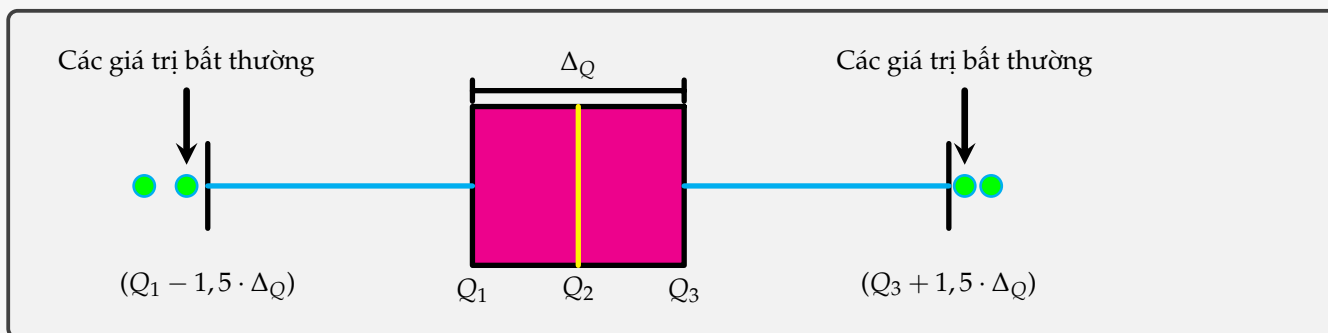
Ta xét mẫu số liệu x_1, x_2, \dots, x_n , nếu gọi số trung bình là \bar{x} thì với mỗi giá trị x_i , độ lệch của nó so với giá trị trung bình là $x_i - \bar{x}$.

Định nghĩa 3.3. Phương sai là giá trị $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$.
Căn bậc hai của phương sai, $s = \sqrt{s^2}$ được gọi là độ lệch chuẩn.

- A** a) Nếu số liệu càng phân tán thì phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn.
- b) Ngoài ra, người ta còn sử dụng đại lượng sau để đo độ phân tán của mẫu số liệu

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Định nghĩa 3.4. Trong mẫu thống kê, đôi khi ta gặp những giá trị quá lớn hoặc quá nhỏ so với đa số các giá trị khác. Những giá trị này được gọi là giá trị bất thường. Những giá trị này xuất hiện trong mẫu số liệu có thể do nhầm lẫn hay sai sót nào đó. Ta có thể dùng biểu đồ hộp để phát hiện những giá trị bất thường này (xem hình sau).



B CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1 Xác định khoảng biến thiên dựa vào mẫu số liệu

Khoảng biến thiên, kí hiệu là R , là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

Ví dụ 1

Điểm trung bình môn học kì của hai bạn An và Bình được cho bảng sau

	Toán	Vật lí	Hóa học	Ngữ văn	Lịch sử	Địa lí	Tin học	Tiếng Anh
An	9,2	8,7	9,5	6,8	8,0	8,0	7,3	6,5
Bình	8,2	8,1	8,0	7,8	8,3	7,9	7,6	8,1

- Điểm trung bình môn học kì của hai bạn có như nhau không?
- Tính các khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu. Căn cứ trên mẫu số này, bạn nào học đồng đều hơn?

Lời giải.

- Điểm trung bình môn học kì của An và Bình đều là 8,0.
- Đối với bạn An: Điểm trung bình môn thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6,5; 9,5. Do đó khoảng biến thiên là $R_1 = 9,5 - 6,5 = 3$.
 Đối với bạn Bình: Điểm trung bình môn thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7,6; 8,2. Do đó khoảng biến thiên là $R_2 = 8,2 - 7,6 = 0,6$.
 Do $R_1 > R_2$ nên ta nói bạn Bình học đồng đều hơn bạn An. □

Ví dụ 2

Điểm kiểm tra học kì môn Toán của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 10A được cho như sau

Tổ 1	7	8	8	9	8	8	8		
Tổ 2	10	6	8	9	9	7	8	7	8

- Điểm kiểm tra trung bình của hai tổ có như nhau không?
- Tính các khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu. Căn cứ trên mẫu số này, các bạn tổ nào học đồng đều hơn?

Lời giải.

- Điểm kiểm tra trung bình của hai tổ đều bằng 8.
- Đối với Tổ 1: Điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7; 9. Do đó khoảng biến thiên là $R_1 = 9 - 7 = 2$.
 Đối với Tổ 2: Điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6; 10. Do đó khoảng biến thiên là $R_2 = 10 - 6 = 4$.
 Do $R_2 > R_1$ nên ta nói Tổ 1 học đồng đều hơn Tổ 2.



Dạng 2 Xác định khoảng tứ phân vị dựa vào mẫu số liệu

- ✔ Khoảng tứ phân vị, kí hiệu là Δ_Q là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.
- ✔ Một giá trị trong mẫu số liệu được coi là bất thường nếu nó nhỏ hơn $Q_1 - \frac{3}{2}\Delta_Q$ hoặc lớn hơn $Q_3 + \frac{3}{2}\Delta_Q$. Khoảng tứ phân vị cho ta cách nhận ra giá trị bất thường của mẫu số liệu.

Ví dụ 1

Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày là

7 8 22 20 15 18 19 13 11.

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này.

Lời giải.

Trước hết, ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm như sau

7 8 11 13 15 18 19 20 22.

Mẫu số liệu gồm 9 giá trị nên trung vị là số ở vị trí chính giữa $Q_2 = 15$.

Nửa số liệu bên trái là 7, 8, 11, 13 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 8, 11.

Do đó, $Q_1 = \frac{8+11}{2} = 9,5$.

Nửa số liệu bên phải là 18, 19, 20, 22 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 19, 20.

Do đó, $Q_3 = \frac{19+20}{2} = 19,5$.

Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là $\Delta_Q = 19,5 - 9,5 = 10$.



Ví dụ 2

Mẫu số liệu sau đây cho biết số bài hát ở mỗi album trong bộ sưu tập của An là

12 7 10 9 12 9 10 11 10 14.

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này.

Lời giải.

Trước hết, ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm như sau

7 9 9 10 10 10 11 12 12 14.

Mẫu số liệu gồm 10 giá trị nên trung vị là số ở vị trí chính giữa $Q_2 = \frac{10+10}{2} = 10$.

Nửa số liệu bên trái là 7, 9, 9, 10, 10 gồm 5 giá trị, phần tử chính giữa là 9.

Do đó, $Q_1 = 9$.

Nửa số liệu bên phải là 10, 11, 12, 12, 14 gồm 5 giá trị, phần tử chính giữa là 12.

Do đó, $Q_3 = 12$.

Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là $\Delta_Q = 12 - 9 = 3$.



Ví dụ 3

Nêu các giá trị bất thường của mẫu số liệu thống kê sau

5 6 19 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 48 49

Lời giải.

Mẫu số liệu gồm 19 giá trị nên $Q_1 = 22$; $Q_2 = 27$; $Q_3 = 32$.

Suy ra $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 32 - 22 = 10$.

Các giá trị 5; 6 (nhỏ hơn $Q_1 - \frac{3}{2}\Delta_Q = 22 - \frac{3}{2} \cdot 10 = 7$) và các giá trị 48; 49 (lớn hơn $Q_3 + \frac{3}{2}\Delta_Q = 32 + \frac{3}{2} \cdot 10 = 47$) là các giá trị bất thường của mẫu số liệu. □

Dạng 3 Xác định phương sai, độ lệch chuẩn dựa vào mẫu số liệu

☑ Phương sai là giá trị $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$.

☑ Căn bậc hai của phương sai, $s = \sqrt{s^2}$, được gọi là độ lệch chuẩn.

Ví dụ 1

Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 5 lớp khối 10 tại một trường Trung học

43 45 46 41 40.

Tìm phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

Lời giải.

Số trung bình của mẫu số liệu là $\bar{X} = \frac{43 + 45 + 46 + 41 + 40}{5} = 43$.

Ta có bảng sau

Giá trị	Độ lệch	Bình phương độ lệch
43	$43 - 43 = 0$	0
45	$45 - 43 = 2$	4
46	$46 - 43 = 3$	9
41	$41 - 43 = -2$	4
40	$40 - 43 = -3$	9
Tổng		26

Mẫu số liệu trên gồm 5 giá trị nên $n = 5$. Do đó phương sai là $s^2 = \frac{26}{5} = 5,2$.

Độ lệch chuẩn là $s = \sqrt{5,2} \approx 2,28$. □

Ví dụ 2

Số liệu thống kê kết quả 5 bài kiểm tra môn Toán của bạn Dũng và bạn Huy như sau

Bạn Dũng (1)	8	6	7	5	9
Bạn Huy (2)	6	7	7	8	7

- a) Tính phương sai của mẫu số liệu trên.
- b) So sánh phương sai của mẫu số liệu (Bạn Dũng) với phương sai của mẫu số liệu (Bạn Huy). Từ đó cho biết bạn nào có kết quả kiểm tra môn Toán đồng đều hơn?

 **Lời giải.**

Số trung bình của mẫu số liệu (1) và (2) tương ứng là

$$\bar{X}_1 = \frac{8 + 6 + 7 + 5 + 9}{5} = 7; \quad \bar{X}_2 = \frac{6 + 7 + 7 + 8 + 7}{5} = 7.$$

Ta có hai bảng sau

Giá trị	Độ lệch	Bình phương độ lệch
8	$8 - 7 = 1$	1
6	$6 - 7 = -1$	1
7	$7 - 7 = 0$	0
5	$5 - 7 = -2$	4
9	$9 - 7 = 2$	4
Tổng		10

Giá trị	Độ lệch	Bình phương độ lệch
6	$6 - 7 = -1$	1
7	$7 - 7 = 0$	0
7	$7 - 7 = 0$	0
8	$8 - 7 = 1$	1
7	$7 - 7 = 0$	0
Tổng		2

a) Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$s_1^2 = \frac{10}{5} = 2; \quad s_2^2 = \frac{2}{5} = 0,4.$$

b) Do $s_2^2 = 0,4 < s_1^2 = 2$ nên bạn Huy có kết quả kiểm tra môn Toán đồng đều hơn bạn Dũng.

□

Ví dụ 3

Mẫu số liệu thống kê chiều cao (đơn vị: mét) của 15 cây bạch đàn là

6,3 6,6 7,5 8,2 8,3 7,8 7,9 9,0 8,9 7,2 7,5 8,7 7,7 8,8 7,6.

- a) Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.
- b) Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

 **Lời giải.**

- a) Trong mẫu số liệu trên, số lớn nhất là 9,0 và số nhỏ nhất là 6,3. Do đó khoảng biến thiên là $R = 9,0 - 6,3 = 2,7$ (m).
- b) Sắp xếp mẫu số liệu trên theo thứ tự tăng dần ta được

6,3 6,6 7,2 7,5 7,5 7,6 7,7 7,8 7,9 8,2 8,3 8,7 8,8 8,9 9,0.

Mẫu số liệu gồm 15 giá trị nên $Q_1 = 7,5; Q_2 = 7,8; Q_3 = 8,7$.
 Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,7 - 7,5 = 1,2$. □

Ví dụ 4

Mỗi khẳng định sau đúng hay sai?

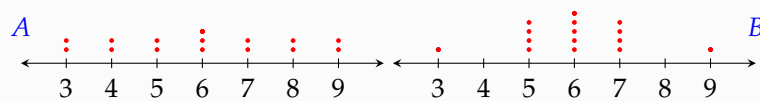
- (1) Nếu các giá trị của mẫu số liệu càng tập trung quanh giá trị trung bình thì độ lệch chuẩn càng lớn.
- (2) Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và bé nhất, bỏ qua thông tin của các giá trị còn lại.
- (3) Khoảng tứ phân vị có sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất, giá trị bé nhất.
- (4) Khoảng tứ phân vị chính là khoảng biến thiên của nửa dưới mẫu số liệu đã sắp xếp.
- (5) Các số đo độ phân tán đều không âm.

Lời giải.

Phương án đúng: (2),(5).
 Phương án (1) sai vì nếu số liệu càng phân tán thì độ lệch chuẩn càng lớn.
 Phương án (3),(4) sai vì khoảng tứ phân vị chỉ sử dụng thông tin của 50% số liệu chính giữa. □

Ví dụ 5

Cho hai biểu đồ chấm điểm biểu diễn hai mẫu số liệu A, B như sau:



Số chấm trên mỗi giá trị biểu diễn cho tần số của giá trị đó.

Không tính toán, hãy cho biết:

- a) Hai mẫu số liệu này có cùng khoảng biến thiên và số trung bình không?
- b) Mẫu số liệu nào có phương sai lớn hơn?

Lời giải.

- a) Hai mẫu số liệu này có cùng khoảng biến thiên và số trung bình.
- b) Mẫu số liệu A phân tán nhiều hơn nên sẽ có phương sai lớn hơn.





Ví dụ 6

Cho mẫu số liệu gồm 10 số dương không hoàn toàn giống nhau. Các số đo độ phân tán (khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, độ lệch chuẩn) sẽ thay đổi như thế nào nếu:

- Nhân mỗi giá trị của mẫu số liệu với 2.
- Cộng mỗi giá trị của mẫu số liệu với 2.

🗨️ Lời giải.

- Khi nhân mỗi giá trị của mẫu số liệu với 2 thì các số đo độ phân tán (khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, độ lệch chuẩn) sẽ tăng gấp 2 so với giá trị ban đầu.
- Khi cộng mỗi giá trị của mẫu số liệu với 2 thì các số đo độ phân tán (khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, độ lệch chuẩn) không thay đổi.

□

Ví dụ 7

Từ mẫu số liệu về thuế thuốc lá của 51 thành phố tại một quốc gia, người ta tính được: Giá trị nhỏ nhất bằng 2,5; $Q_1 = 36$; $Q_2 = 60$; $Q_3 = 100$; giá trị lớn nhất bằng 205.

- Tỉ lệ thành phố có thuế thuốc lá lớn hơn 36 là bao nhiêu?
- Chỉ ra hai giá trị sao cho có 50% giá trị của mẫu số liệu nằm giữa hai giá trị này.
- Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

🗨️ Lời giải.

- Tỉ lệ thành phố có thuế thuốc lá lớn hơn $Q_1 = 36$ là 75%.
- Hai giá trị sao cho có 50% giá trị của mẫu số liệu nằm giữa hai giá trị này, tức là có thể từ Q_1 đến Q_3 sẽ nằm giữa hai giá trị này. Vậy ta có thể chọn những giá trị nhỏ hơn 36 và lớn hơn 100 ví dụ như 35 và 102.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 100 - 36 = 64$.

□

Ví dụ 8

Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg)

2,977	3,155	3,920	3,412	4,236
2,593	3,270	3,813	4,042	3,387

Hãy tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

🗨️ Lời giải.

- Cân nặng cao nhất, thấp nhất tương ứng là 4,236; 2,593. Do đó khoảng biến thiên là: $R = 4,236 - 2,593 = 1,643$.

b) Sắp xếp cân nặng theo thứ tự không giảm ta được

2,593 2,977 3,155 3,270 3,387 3,412 3,813 3,920 4,042 4,236

Mẫu số liệu gồm 10 giá trị, hai phần tử chính giữa là 3,387; 3,412. Do đó $Q_2 = (3,387 + 3,412) : 2 = 3,3995$.

Nửa số liệu bên trái là 2,593; 2,977; 3,155; 3,270 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 2,977; 3,155. Do đó $Q_1 = (2,977 + 3,155) : 2 = 3,066$.

Nửa số liệu bên phải là 3,813; 3,920; 4,042; 4,236 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 3,920; 4,042. Do đó $Q_3 = (3,920 + 4,042) : 2 = 3,981$.

Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là $\Delta_Q = 3,981 - 3,066 = 0,915$.

c) Số trung bình của mẫu số liệu là $\bar{x} = 3,4805$.

Phương sai $s^2 = 0,23946425$. Do đó độ lệch chuẩn $s \approx 0,49$.

□

Ví dụ 9

Tỉ lệ thất nghiệp ở một số quốc gia vào năm 2017 (đơn vị %) được cho như sau:

7,8 3,2 7,7 8,7 8,6 8,4 7,2 3,6
5,0 4,4 6,7 7,0 4,5 6,0 5,4

Hãy tìm các giá trị bất thường (nếu có) của mẫu số liệu trên.

Lời giải.

Sắp xếp các giá trị theo thứ tự không giảm ta được:

3,2 3,6 4,4 4,5 5,0 5,4 6,0 6,7 7,0 7,2 7,7 7,8 8,4 8,6 8,7

Từ mẫu số liệu ta tính được $Q_2 = 6,7$; $Q_1 = 4,5$; $Q_3 = 7,8$; $\Delta_Q = 3,3$.

Ta có $Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q = -0,45$; $Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q = 12,75$ nên mẫu số liệu không có giá trị bất thường. □

C BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Điểm số của câu lạc bộ Chelsea đạt được tại giải ngoại hạng, từ mùa giải 2012-2013 đến mùa giải 2020-2021 như sau:

75 82 87 50 93 70 72 66 67

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

- (A) 27. (B) 23. (C) 50. (D) 43.

Lời giải.

.....
.....
.....



Câu 2

Điểm thi HK1 của một học sinh lớp 10 như sau:

9 9 7 8 9 7 10 8 8

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

- A 1. B 2. C 3. D 0.

 **Lời giải.**

Câu 3

Sản lượng gạo của Việt Nam từ 2007 đến 2017 như sau:

2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
4,53	4,68	6,05	6,75	7,18	7,72	6,68	6,32	6,57	4,89	5,77

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

- A 2,81. B 3,11. C 1,92. D 3,19.

 **Lời giải.**

Câu 4

Tìm khoảng phân vị của mẫu số liệu

162 165 168 170 164 172 160 162 172 168 160 166 165 167 168 170 172 164 165 172

- A 4. B 5. C 6. D 7.

 **Lời giải.**

Câu 5

Điểm kiểm tra HK2 môn toán của một nhóm 12 học sinh lớp 10 như sau:

4 5 5 9 9 8 7 10 7 7 8 6

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

- A 3,5.
 B 2,5.
 C 3.
 D 4.

Lời giải.

Câu 6

Mẫu số liệu sau đây cho biết chiều cao (đơn vị: cm) của một nhóm học sinh nữ lớp 10:

151 152 153 154 155 160 160 162 163 165 165 165 166 167 167

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

- A 9.
 B 10.
 C 11.
 D 12.

Lời giải.

Câu 7

Cho mẫu số liệu 10; 8; 6; 2; 4. Độ lệch chuẩn của mẫu là

- A 8.
 B 2,4.
 C 2,8.
 D 6.

Lời giải.

Câu 8

Cho mẫu số liệu 6; 7; 8; 9; 9. Phương sai của mẫu là

- A 1,72.
 B 1,25.
 C 1,45.
 D 1,36.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9

Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra của lớp 10A1:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1

Tính phương sai của mẫu số liệu.

- A 2,21.
 B 2,49.
 C 2,55.
 D 2,64.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10

Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 10 thửa ruộng thí nghiệm được trình bày trong bảng

Sản lượng	4	4,5	5	5,5	6
Tần số	1	3	4	1	1

Tính độ lệch chuẩn s của dãy số liệu.

- A $s \approx 0,54$.
 B $s \approx 0,51$.
 C $s \approx 0,44$.
 D $s \approx 0,31$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11

Tìm phương sai của mẫu số liệu sau đây

26 27 28 24 29 40 31 24 37 33 31 36 37 30 22 33 22 24 26 28 30 31 27 30 36

- A 21,18.
 B 23,34.
 C 25,28.
 D 24,14.

Lời giải.

Câu 12

Một nhà nghiên cứu ghi lại tuổi của 30 bệnh nhân mắc bệnh đau mắt. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau:

21 18 22 18 20 17 15 14 15 20 15 12 18 17 25 17 21 15 12 18 16 23 14 18 19 12 16 19 18 19.

Tính độ lệch chuẩn s của mẫu số liệu.

- A 3,51.
 B 3,11.
 C 3,15.
 D 3,55.

Lời giải.

Câu 13

Đo kích thước các quả đậu Hà Lan ta thu được kết quả:

Kích thước	111	112	113	114	115	116	117	118	119
Số quả	3	8	30	68	81	36	18	5	1

Tính phương sai của mẫu số liệu.

- A 1,82.
 B 1,71.
 C 2,12.
 D 1,07.

Lời giải.

Câu 14

Bảng thông kê nhiệt độ (đơn vị $^{\circ}\text{C}$) tại Hà Nội:

Giờ đo	1 h	4 h	7 h	10 h	13 h	16 h	19 h	22 h
Nhiệt độ	18	19	20	23	25	26	22	20

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

A 2,61.

B 2,69.

C 2,55.

D 2,58.

 **Lời giải.**

Câu 15

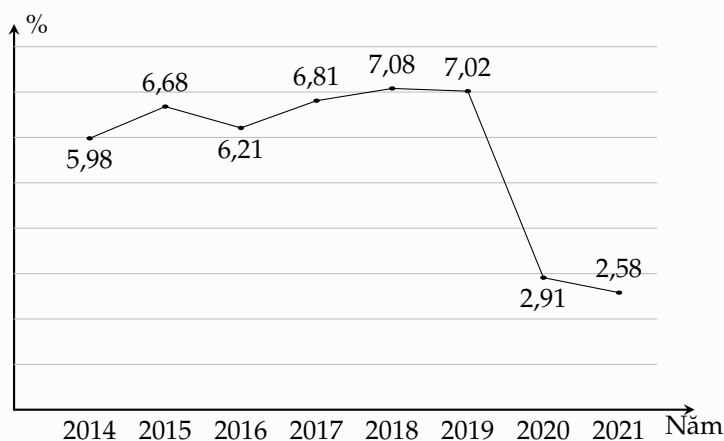
Tốc độ tăng trưởng GDP của Việt Nam giai đoạn 2014 – 2021 được biểu diễn trong hình vẽ bên. Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

A 1,72.

B 1,77.

C 1,81.

D 1,64.



 **Lời giải.**

Câu 16

Điểm thi HK2 môn Toán của một lớp 30 học sinh như sau:

4	5	3	5	9	5,5	6	7	10	9	5	6,5	7	8	6
7	9	8	5	7,5	8	6	2	9	7	6	5,5	5	6	7

Có bao nhiêu giá trị bất thường trong mẫu số liệu đã cho?

A 0.

B 1.

C 2.

D 3.

 **Lời giải.**

Câu 17

Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg):

2,681	2,955	3,112	3,425	4,318
3,017	3,382	2,842	3,172	3,921

Có bao nhiêu giá trị bất thường trong mẫu số liệu đã cho?

A 3.

B 2.

C 0.

D 1.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....



§4. BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂM CỦA XÁC SUẤT

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Biến cố

Định nghĩa 4.1. Ở lớp 9 ta đã biết những khái niệm quan trọng sau:

- ✔ Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà kết quả của nó không thể biết được trước khi phép thử được thực hiện.
- ✔ Không gian mẫu của phép thử là tập hợp tất cả các kết quả có thể khi thực hiện phép thử. Không gian mẫu của phép thử được kí hiệu là Ω .
- ✔ Kết quả thuận lợi cho một biến cố E liên quan tới phép thử T là kết quả của phép thử T làm cho biến cố đó xảy ra.

Chú ý: Ta chỉ xét các phép thử mà không gian mẫu gồm hữu hạn kết quả.

Ví dụ 1

Xếp ba người ngồi thành hàng ngang. Phép thử ngẫu nhiên là gì? Mô tả không gian mẫu của phép thử đó.

Lời giải.

Phép thử ngẫu nhiên là xếp ba người bất kì thành hàng ngang. Đặt tên ba người theo thứ tự là A, B, C . Khi đó không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{ABC; ACB; BAC; BCA; CAB; CBA\}.$$

□

Định nghĩa 4.2. Mỗi biến cố là một tập con của không gian mẫu Ω . Tập con này là tập tất cả các kết quả thuận lợi cho biến cố đó.

Nhận xét. Biến cố chắc chắn là tập Ω , biến cố không thể là tập \emptyset .

Ví dụ 2

Gieo một đồng xu 5 lần liên tiếp. Xác định các biến cố:

A: “Trong cả 5 lần gieo đều được kết quả như nhau”.

B: “Trong 5 lần gieo được đúng 2 lần mặt sấp”.

C: “Trong 5 lần gieo có ít nhất 4 lần sấp”.

Lời giải.

$$A = \{SSSSS, NNNNN\}.$$

$$B = \{SSNNN, SNSNN, SNNSN, SNNNS, NSSNN, NSNSN, NSNNS, NNSSN, NNSNS, NNNSS\}.$$

$$C = \{SSSSN, SSSNS, SSNSS, SNSSS, NSSSS, SSSSS\}.$$

□

✔ **Biến cố đối** của biến cố E là biến cố “ E không xảy ra”.

✔ Biến cố đối của E được kí hiệu là \bar{E} .

Nhận xét. Nếu biến cố E là tập con của không gian mẫu Ω thì biến cố đối \bar{E} là tập tất cả các phần tử của Ω mà không là phần tử của E . Vậy biến cố \bar{E} là phần bù của E trong Ω : $\bar{E} = C_{\Omega}E$.

Ví dụ 3

Gieo một con súc sắc hai lần, biến cố A : “Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần gieo là số chẵn”, và biến cố B là biến cố đối của biến cố A . Xác định biến cố B và liệt kê các kết quả thuận lợi cho B .

Lời giải.

B : “Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần gieo là số lẻ”.

$B = \{(1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (4, 1), (4, 3), (4, 5), (5, 2), (5, 4), (5, 6), (6, 1), (6, 3), (6, 5)\}$. □

2. Định nghĩa cổ điển của xác suất

Định nghĩa 4.3. Ở lớp 9 ta đã học những kiến thức cơ bản sau:

- ✔ Các kết quả có thể của phép thử T gọi là đồng khả năng nếu chúng có khả năng xuất hiện như nhau.
- ✔ Giả sử các kết quả có thể của phép thử T là đồng khả năng. Khi đó xác suất của biến cố E bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi của E và số kết quả có thể.

Ta đã biết không gian mẫu Ω của phép thử T là tập hợp tất cả các kết quả có thể của T ; biến cố E liên quan đến phép thử T là tập con của Ω . Vì thế số kết quả có thể của phép thử T chính là số phần tử tập Ω ; số kết quả thuận lợi của biến cố E chính là số phần tử của tập E . Do đó, ta có định nghĩa cổ điển của xác suất như sau:

Định nghĩa 4.4. Cho phép thử T có không gian mẫu là Ω . Giả thiết rằng các kết quả có thể của T là đồng khả năng. Khi đó nếu E là một biến cố liên quan đến phép thử T thì **xác suất** của E được cho bởi công thức

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

trong đó $n(\Omega)$ và $n(E)$ tương ứng là số phần tử của tập Ω và tập E .

Nhận xét:

- ✔ Với mỗi biến cố E , ta có $0 \leq P(E) \leq 1$.
- ✔ Với biến cố chắc chắn (là tập Ω), ta có $P(\Omega) = 1$.
- ✔ Với biến cố không thể (là tập \emptyset), ta có $P(\emptyset) = 0$.

Ví dụ 4

Gieo đồng xu ba lần liên tiếp. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử. Gọi A là biến cố “Có 2 lần xuất hiện mặt ngửa và một lần xuất hiện mặt sấp”. Tính xác suất của biến cố A .

Lời giải.

Kí hiệu S - là mặt sấp, N - là mặt ngửa. Khi đó không gian mẫu của phép thử

$$\Omega = \{SSS; SSN; SNS; SNN; NSS; NSN; NNS; NNN\}.$$

$$A = \{NNS; NSN; SNN\}.$$

Ta có $n(\Omega) = 8; n(A) = 3$. Do đồng xu cân đối nên các kết quả là đồng khả năng. Vậy

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{8}.$$

□

Ví dụ 5

Xét phép thử T : "Gieo hai con súc sắc". Xét biến cố A : "Tổng số chấm xuất hiện trên mặt là 7". Tính xác suất của biến cố A .

Số chấm	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Không gian mẫu T là $\Omega = \{(1;1); (1;2); (1;3); \dots; (6;5); (6;6)\}$
 $\Rightarrow n(\Omega) = 36$.

Các mặt của con súc sắc có cùng khả năng xuất hiện nên 36 kết quả của T là đồng khả năng xảy ra.

Lúc này ta có: $\Omega_A = \{(1;6); (2;5); (3;4); (4;3); (5;2); (6;1)\} \Rightarrow n(A) = 6$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Chú ý. Trong những phép thử đơn giản, ta đếm số phần tử của tập Ω và số phần tử của biến cố E bằng cách liệt kê ra tất cả các phần tử của hai tập hợp này.

3. Nguyên lí xác suất bé

Qua thực tế người ta thấy rằng một biến cố có xác suất rất bé thì sẽ không xảy ra khi ta thực hiện một phép thử hay một vài phép thử. Từ đó người ta đã thừa nhận nguyên lí sau đây gọi là *nguyên lí xác suất bé*:

Định nghĩa 4.5. Nếu một biến cố có xác suất rất bé thì trong một phép thử biến cố đó sẽ không xảy ra.

Chẳng hạn, xác suất một chiếc máy bay rơi là rất bé, khoảng 0,00000027. Mỗi hành khách khi đi máy bay đều tin rằng biến cố: "Máy bay rơi" sẽ không xảy ra trong chuyến bay của mình, do đó người ta vẫn không ngần ngại đi máy bay.

Chú ý. Trong thực tế, xác suất của một biến cố được coi là bé phụ thuộc vào từng trường hợp cụ thể. Chẳng hạn, xác suất một chiếc điện thoại bị lỗi kĩ thuật là 0,001 được coi là rất bé, nhưng nếu xác suất cháy nổ động cơ của một máy bay là 0,001 thì xác suất này không được coi là rất bé.

B CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1 Mô tả không gian mẫu, biến cố

- ✔ Tập hợp mọi kết quả của một phép thử T được gọi là **không gian mẫu** của T và được kí hiệu là Ω . Số phần tử của không gian mẫu được kí hiệu là $n(\Omega)$.
- ✔ Biến cố A liên quan đến phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tùy thuộc vào kết quả của T .
- ✔ Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra, được gọi là một kết quả thuận lợi cho A .
- ✔ Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A .

Ví dụ 1

Xét phép thử “Gieo hai đồng xu phân biệt”. Nếu kí hiệu S để chỉ đồng xu sấp, kí hiệu N để chỉ đồng xu ngửa. Tìm không gian mẫu của phép thử trên.

🗨️ Lời giải.

$$\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}.$$

Ví dụ 2

Xét phép thử T là “Gieo ba đồng xu phân biệt”. Hãy cho biết không gian mẫu và số phần tử của không gian mẫu đó.

🗨️ Lời giải.

Kí hiệu S là mặt sấp, N là mặt ngửa. Khi đó không gian mẫu của phép thử $\Omega = \{SSS; SSN; SNS; SNN; NSS; NSN; NNS; NNN\}$ và $|\Omega| = 8$.

Ví dụ 3

Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba con bài từ cỗ bài tứ lơ khơ 52 con”. Số phần tử không gian mẫu là

- A 140608.
 B 156.
 C 132600.
 D 22100.

🗨️ Lời giải.

Mỗi cách rút 3 con bài từ bộ bài tứ lơ khơ 52 con là một tổ hợp chập 3 của 52. Do đó số phần tử của không gian mẫu là $C_{52}^3 = 22100$.

Chọn đáp án D

Ví dụ 4

Trong một chiếc hộp có 7 viên bi trắng, 8 viên bi đỏ và 10 viên bi vàng. Xét phép thử lấy ngẫu nhiên ra 6 viên bi. Khi đó số phần tử của không gian mẫu Ω là

- A 177100.
 B 650.
 C 35455.
 D 53130.

🗨️ Lời giải.

Trong hộp có tổng cộng $7 + 8 + 10 = 25$ viên bi. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi ra khỏi hộp là một

tổ hợp chập 6 của 25 phần tử, số tổ hợp này chính là số phần tử của không gian mẫu Ω . Vậy $n(\Omega) = C_{25}^6 = 177100$.

Chọn đáp án (A) □

Ví dụ 5

Một đội thanh niên tình nguyện có gồm 12 nam và 3 nữ được phân công ngẫu nhiên về 3 tỉnh, mỗi tỉnh 5 người. Tính số phần tử của không gian mẫu

- (A) $C_{15}^5 \cdot C_{14}^5 \cdot C_{13}^5$. (B) $C_{15}^5 \cdot C_{10}^5 \cdot C_5^5$. (C) C_{15}^5 . (D) $C_{12}^4 \cdot C_3^1$.

Lời giải.

Ban đầu chọn 5 trong 15 người đi tỉnh thứ nhất có C_{15}^5 cách chọn.

Chọn 5 trong 10 người còn lại đi tỉnh thứ hai có C_{10}^5 cách chọn.

Chọn 5 trong 5 người còn lại đi tỉnh thứ ba có C_5^5 cách chọn.

Vậy có $C_{15}^5 \cdot C_{10}^5 \cdot C_5^5$ cách chọn mỗi tỉnh 5 người.

Chọn đáp án (B) □

Ví dụ 6

Xét phép thử T tung con súc sắc 6 mặt một lần và biến cố B : “Số chấm trên mặt xuất hiện là một số lẻ” và biến cố C : “Số chấm xuất hiện trên mặt là số nguyên tố”. Hãy mô tả biến cố B và C .

Lời giải.

Các phần tử của biến cố B là $\Omega_B = \{1; 3; 5\}$.

Các phần tử của biến cố C là $\Omega_C = \{2; 3; 5\}$.

□

Ví dụ 7

Xét phép thử tung con súc sắc 6 mặt hai lần. Số phần tử của biến cố B : “Tổng số chấm xuất hiện ở hai lần tung chia hết cho 3” là

- (A) $n(B) = 14$. (B) $n(B) = 13$. (C) $n(B) = 15$. (D) $n(B) = 11$.

Lời giải.

Xét các cặp (i, j) với $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ mà $(i + j):3$.

Ta có các cặp có tổng chia hết cho 3 là $(1, 2); (1, 5); (2, 4); (3, 3); (3, 6); (4, 5)$.

Hơn nữa mỗi cặp (trừ cặp $(3, 3)$) khi hoán vị ta được một cặp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy $n(B) = 11$.

Chọn đáp án (D) □

Ví dụ 8

Xét phép thử tung con súc sắc 6 mặt hai lần. Số phần tử của biến cố C : “Số chấm xuất hiện ở lần một lớn hơn số chấm xuất hiện ở lần hai” là

- (A) $n(C) = 16$. (B) $n(C) = 17$. (C) $n(C) = 18$. (D) $n(C) = 15$.

Lời giải.

Các cặp $(i, j); i > j$ là $(2, 1); (3, 1); (3, 2); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (5, 1); (5, 2); (5, 3); (5, 4); (6, 1); (6, 2); (6, 3); (6, 4); (6, 5)$.

Vậy $n(C) = 15$.

Chọn đáp án **(D)** □

Ví dụ 9

Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1, 2, 3, ..., 9. Xét phép thử rút ngẫu nhiên 5 thẻ. Số phần tử của biến cố B: "Rút được các thẻ ghi số 1, 2, 3" là

- (A)** 15. **(B)** 13. **(C)** 84. **(D)** 10.

Lời giải.

Do rút 5 thẻ trong đó rút được 3 thẻ 1, 2, 3 nên 2 thẻ còn lại có thể rút bất kỳ trong số 6 thẻ còn lại. Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $C_6^2 = 15$.

Chọn đáp án **(A)** □

Ví dụ 10

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Gọi A là biến cố "Phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt". Số phần tử của biến cố A là

- (A)** 4. **(B)** 3. **(C)** 5. **(D)** 6.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = b^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow b > 2\sqrt{2}$. Do b là số chấm của súc sắc nên $b \in \{3, 4, 5, 6\}$. Do đó A có 4 phần tử.

Chọn đáp án **(A)** □

Ví dụ 11

Một nhóm 4 bạn gồm 2 nam là Mạnh, Dũng và hai nữ là Hoa, Lan được xếp ngẫu nhiên vào ngồi trên một ghế dài. Số phần tử của biến cố A: "Xếp nam và nữ ngồi xen kẽ nhau" là

- (A)** 4. **(B)** 6. **(C)** 8. **(D)** 24.

Lời giải.

Gọi biến cố A: "Xếp nam và nữ ngồi xen kẽ nhau" $\Rightarrow n(A) = 2 \cdot (2! \cdot 2!) = 8$.

Chọn đáp án **(C)** □

Dạng 2 Tính xác suất bằng định nghĩa

(C)
$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\text{Số phần tử của } A}{\text{Số phần tử của } \Omega}$$

(C) Từ định nghĩa, suy ra: $0 \leq P(A) \leq 1, P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0$.

Ví dụ 1

Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất các biến cố sau:

- a) A: "mặt lẻ xuất hiện".
- b) B: "xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3".



c) C: "mặt xuất hiện có số chấm lớn hơn 2".

🗨️ Lời giải.

Ta có các trường hợp xuất hiện khi gieo con súc sắc là

a) Các phần tử của biến cố A là $\Omega_A = \{1; 3; 5\}$.

$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

b) Các phần tử của biến cố B là $\Omega_B = \{3; 6\}$.

$$P(B) = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

c) Các phần tử của biến cố C là $\Omega_C = \{3; 4; 5; 6\}$.

$$P(C) = \frac{|\Omega_C|}{|\Omega|} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

□

Ví dụ 2

Từ hộp chứa 4 quả cầu trắng, 6 quả cầu xanh kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để 3 quả cầu lấy được có đúng 1 màu?

🗨️ Lời giải.

Chọn 3 quả cầu trong 10 quả cầu, suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A là biến cố: "ba quả lấy cùng màu".

Trường hợp 1: Chọn 3 quả cầu màu trắng có C_4^3 cách.

Trường hợp 2: Chọn 3 quả cầu màu xanh có C_6^3 cách.

Theo quy tắc cộng $\Rightarrow n(A) = C_4^3 + C_6^3 = 24$.

Do đó xác suất cần tìm của biến cố A là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}.$$

□

Ví dụ 3

Từ hộp chứa 5 quả cầu trắng, 4 quả cầu xanh kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để 3 quả cầu lấy được có đúng 1 màu?

🗨️ Lời giải.

Chọn 3 quả cầu trong 9 quả cầu, suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến cố: "ba quả lấy cùng màu".

Trường hợp 1: Chọn 3 quả cầu màu trắng có C_5^3 cách.

Trường hợp 2: Chọn 3 quả cầu màu xanh có C_4^3 cách.

Theo quy tắc cộng $\Rightarrow n(A) = C_5^3 + C_4^3 = 14$.

Do đó xác suất cần tìm của biến cố A là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}.$$

□

Ví dụ 4

Từ hộp chứa 15 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất để 2 quả cầu lấy được khác màu.

🗨️ Lời giải.

Chọn 2 quả cầu trong 20 quả cầu, suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^2 = 190$.

Gọi A là biến cố: "lấy được hai quả cầu khác màu".

Chọn 1 quả cầu xanh và 1 quả cầu đỏ có $C_{15}^1 \cdot C_5^1 = 75$.

Do đó xác suất cần tìm của biến cố A là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{75}{190} = \frac{15}{38}.$$

□

Ví dụ 5

Một bể cá gồm 5 con cá 7 màu và 7 con cá vàng. Một người vớt ngẫu nhiên 4 con cá từ bể cá trên. Tính xác suất để vớt được 2 con cá bảy màu và 2 con cá vàng.

🗨️ Lời giải.

Chọn 4 con cá từ 12 con cá, suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố "vớt được 2 con cá bảy màu và 2 con cá vàng".

Vớt được 2 con cá bảy màu và 2 con cá vàng có $C_5^2 \cdot C_7^2 = 210$ cách.

Do đó xác suất cần tìm của biến cố A là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{210}{495} = \frac{14}{33}.$$

□

Ví dụ 6

Một hộp chứa 12 quả cầu, trong đó có 7 quả cầu đỏ, 5 quả cầu xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 quả cầu đỏ.

🗨️ Lời giải.

Chọn 3 quả cầu trong 12 quả cầu, suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố "ít nhất 2 quả cầu đỏ".

Trường hợp 1: Chọn 2 quả cầu màu đỏ và 1 quả cầu xanh có $C_7^2 \cdot C_5^1 = 105$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 3 quả cầu màu đỏ có $C_7^3 = 35$ cách.

Theo quy tắc cộng $\Rightarrow n(A) = 105 + 35 = 140$ cách.

Do đó xác suất cần tìm của biến cố A là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{140}{220} = \frac{7}{11}.$$

**Ví dụ 7**

Một hộp có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ.

Lời giải.

Chọn 3 viên bi trong 15 viên bi, suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố: "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ".

Chọn 3 viên bi mà không có viên bi đỏ nào tức là 3 viên bi xanh có $C_7^3 = 35$ cách.

Chọn 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ có $455 - 35 = 420$ cách.

Do đó xác suất cần tìm của biến cố A là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{420}{455} = \frac{12}{13}.$$

Ví dụ 8

Một bể cá gồm 5 con cá 7 màu và 7 con cá vàng. Một người vớt ngẫu nhiên 4 con cá từ bể cá trên. Tính xác suất để vớt được 2 con cá bảy màu và 2 con cá vàng.

Lời giải.

Chọn 4 con cá từ 12 con cá, suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố: "vớt được 2 con cá bảy màu và 2 con cá vàng".

Vớt được 2 con cá bảy màu và 2 con cá vàng có $C_5^2 \cdot C_7^2 = 210$ cách.

Do đó xác suất cần tìm của biến cố A là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{210}{495} = \frac{14}{33}.$$

C BÀI TẬP TỰ LUẬN**Bài tập 1**

Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 30.

- Mô tả không gian mẫu.
- Gọi A là biến cố: "Số được chọn là số nguyên tố". Các biến cố A, \bar{A} là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải.

a) Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; \dots; 30\}$.

b) Ta có $A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29\}$.

$\bar{A} = C_{\Omega}A = \{1; 4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30\}$.

Bài tập 2

Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 22.

- Mô tả không gian mẫu.
- Gọi B là biến cố: "Số được chọn chia hết cho 3". Các biến cố B, \bar{B} là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải.

- Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; \dots; 22\}$.
- Ta có $B = \{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21\}$.
 $\bar{B} = C_{\Omega}B = \{1; 2; 4; 5; 7; 8; 10; 11; 13; 14; 16; 17; 19; 20; 22\}$.

□

Bài tập 3

Gieo đồng thời một con xúc xắc và một đồng xu.

- Mô tả không gian mẫu.
- Xét các biến cố sau:
 C : "Đồng xu xuất hiện mặt sấp".
 D : "Đồng xu xuất hiện mặt ngửa hoặc số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 5".
 Các biến cố C, \bar{C}, D và \bar{D} là các tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải.

- Không gian mẫu $\Omega = \{1S; 2S; 3S; 4S; 5S; 6S; 1N; 2N; 3N; 4N; 5N; 6N\}$.
- Ta có $C = \{31S; 2S; 3S; 4S; 5S; 6S\}$.
 $\bar{C} = \{1N; 2N; 3N; 4N; 5N; 6N\}$.
 $D = \{1N; 2N; 3N; 4N; 5N; 6N; 5S\}$.
 $\bar{D} = \{1S; 2S; 3S; 4S; 6S; \}$.

□

Bài tập 4

Một túi có chứa một số bi xanh, bi đỏ, bi đen và bi trắng. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong túi.

- Gọi H là biến cố: "Bi lấy ra có màu đỏ". Biến cố: "Bi lấy ra có màu xanh hoặc màu đen hoặc màu trắng" có phải là biến cố \bar{H} hay không?
- Gọi K là biến cố: "Bi lấy ra có màu xanh hoặc màu trắng". Biến cố: "Bi lấy ra có màu đen" có phải là biến cố \bar{K} hay không?

Lời giải.

- Biến cố: "Bi lấy ra có màu xanh hoặc màu đen hoặc màu trắng" là biến cố \bar{H} .
- Biến cố: "Bi lấy ra có màu đen" không phải là biến cố \bar{K} .

□

Bài tập 5

Hai bạn An và Bình mỗi người gieo một con xúc xắc cân đối. Tính xác suất để:

- Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bé hơn 3.
- Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc mà An gieo lớn hơn hoặc bằng 5.
- Tích hai số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bé hơn 6.
- Tổng hai số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số nguyên tố.

🗨️ Lời giải.

Không gian mẫu $\Omega = \{(i; j) \mid i, j \in \mathbb{N}, 1 \leq i \leq 6, 1 \leq j \leq 6\}$
 $n(\Omega) = 36$.

- Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bé hơn 3".
 Ta có $A = \{(1; 1); (1; 2); (2; 1); (2; 2)\} \Rightarrow n(A) = 4$.
 Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{9}$.
- Gọi B là biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc mà An gieo lớn hơn hoặc bằng 5".
 Ta có $A = \{(5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6); (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6); \}$
 $\Rightarrow n(B) = 12$.
 Vậy $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{3}$.
- Gọi C là biến cố "Tích hai số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bé hơn 6".
 Ta có $C = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (2; 1); (2; 2); (3; 1); (4; 1); (5; 1)\}$
 $\Rightarrow n(C) = 10$.
 Vậy $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{5}{18}$.
- Gọi D là biến cố "Tổng hai số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số nguyên tố".
 Ta có $D = \{(1; 1); (1; 2); (1; 4); (1; 6); (2; 1); (2; 3); (2; 5); (3; 2); (3; 4); (4; 1); (4; 3); (5; 2); (5; 6); (6; 1); (6; 5)\}$
 $\Rightarrow n(D) = 15$.
 Vậy $P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{5}{12}$.

□

Bài tập 6

Tung một đồng xu hai lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố "Kết quả hai lần gieo như nhau".

🗨️ Lời giải.

Không gian mẫu $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\} \Rightarrow n(\Omega) = 4$.

Gọi A là biến cố: "Kết quả hai lần gieo như nhau".

Ta có $A = \{SS, NN\} \Rightarrow n(A) = 2$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$.

□

Bài tập 7

Tung một đồng xu ba lần liên tiếp.

- Viết tập hợp Ω là không gian mẫu của trò chơi trên.
- Xác định mỗi biến cố
 A : “Lần đầu xuất hiện mặt ngửa”.
 B : “Mặt ngửa xảy ra đúng một lần”.

🗨️ Lời giải.

- Không gian mẫu $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS, NNN\}$.
- Ta có $A = \{NSS, NSN, NNS, NNN\}$.
 $B = \{SSN, SNS, NSS, NSS\}$.

□

Bài tập 8

Gieo một con xúc xắc hai lần liên tiếp.

- Tìm số phần tử của tập hợp Ω là không gian mẫu của trò chơi trên.
- Phát biểu mỗi biến cố sau dưới dạng mệnh đề sự kiện:
 $A = \{(6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}$
 $B = \{(1; 6); (2; 5); (3; 4); (4; 3); (5; 2); (6; 1)\}$
 $C = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6)\}$

🗨️ Lời giải.

- Không gian mẫu $\Omega = \{(i; j) \mid i, j \in \mathbb{N}, 1 \leq i \leq 6, 1 \leq j \leq 6\}$.
 Vậy $n(\Omega) = 36$.
- Phát biểu các biến cố dưới dạng mệnh đề sự kiện:
 A : “Lần đầu xuất hiện mặt có số chấm bằng 6”.
 B : “Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 7”.
 C : “Số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng nhau”.

□

Bài tập 9

Gieo một con xúc xắc hai lần liên tiếp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo không bé hơn 10.
- Mặt 6 chấm xuất hiện ít nhất một lần.

🗨️ Lời giải.

Không gian mẫu $\Omega = \{(i; j) \mid i, j \in \mathbb{N}, 1 \leq i \leq 6, 1 \leq j \leq 6\}$.
 Vậy $n(\Omega) = 36$.

- Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo không bé hơn 10”.
 Ta có $A = \{(4; 6); (5; 5); (5; 6); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\} \Rightarrow n(A) = 6$.
 Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$.

b) Gọi B là biến cố “Mặt 6 chấm xuất hiện ít nhất một lần”.

Ta có $B = \{(1; 6); (2; 6); (3; 6); (4; 6); (5; 6); (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}$

$\Rightarrow n(B) = 11$.

Vậy $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{11}{36}$.

□

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

- A** $\{NN, NS, SN, SS\}$.
- B** $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.
- C** $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.
- D** $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.

 Lời giải.

Câu 2

Cho phép thử có không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Các cặp biến cố không đối nhau là:

- A** $A = \{1\}$ và $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.
- B** $C = \{1, 4, 5\}$ và $D = \{2, 3, 6\}$.
- C** $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$.
- D** Ω và \emptyset .

 Lời giải.

Câu 3

Gieo đồng tiền hai lần. Xác suất để sau hai lần gieo thì mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần

- A** $\frac{1}{4}$.
- B** $\frac{1}{2}$.
- C** $\frac{3}{4}$.
- D** $\frac{1}{3}$.

 Lời giải.

Câu 4

Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá át A là

A $\frac{2}{13}$

B $\frac{1}{169}$

C $\frac{1}{13}$

D $\frac{3}{4}$

Lời giải.

Câu 5

Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là:

A $\frac{3}{10}$

B $\frac{2}{5}$

C $\frac{1}{3}$

D $\frac{1}{5}$

Lời giải.

Câu 6

Xác suất sinh con trai ở một vùng là 0,514 và xác suất sinh con gái là 0,486. Vận dụng ý nghĩa thực tế của xác suất hãy ước tính trong số trẻ mới sinh với 75000 bé gái, thì số bé trai xấp xỉ bằng

A 79321.

B 78500.

C 76987.

D 80832.

Lời giải.

Câu 7

Có 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Chọn ngẫu nhiên đồng thời ra 2 thẻ. Gọi A là biến cố "Tích 2 số ghi trên 2 thẻ là một số chẵn". Số phần tử của biến cố A là

A $n(A) = 6$.

B $n(A) = 36$.

C $n(A) = 24$.

D $n(A) = 26$.

Lời giải.



Câu 8

Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc 6 mặt cân đối và đồng chất liên tiếp 3 lần thì số phần tử của không gian mẫu là

- A 6.
 B 216.
 C 18.
 D 36.

Lời giải.

Câu 9

Cho hai đường thẳng song song a và b . Trên đường thẳng a lấy 7 điểm phân biệt; trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm trong 12 điểm trên tính xác suất để 3 điểm được chọn tạo thành một tam giác.

- A $\frac{3}{5}$.
 B $\frac{1}{4}$.
 C $\frac{31}{66}$.
 D $\frac{35}{44}$.

Lời giải.

Câu 10

Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ một chiếc hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Tính xác suất của biến cố "Lấy được thẻ là một số nguyên tố".

- A $\frac{7}{20}$.
 B $\frac{9}{20}$.
 C $\frac{2}{5}$.
 D $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Câu 11

Trong một đề thi trắc nghiệm môn Toán gồm 50 câu, mỗi câu hỏi gồm có 4 phương án trả lời và chỉ có 1 phương án đúng. Nếu trả lời đúng một câu hỏi sẽ được 0,2 điểm, trả lời sai sẽ không có điểm. Biến cố A : "học sinh được 0 điểm môn Toán". Phát biểu sau đây là đúng?

- A Xác suất của biến cố A là rất bé.
 B $0,1 < P(A) < 0,2$.
 C $0,8 < P(A) < 0,9$.
 D $0,2 < P(A) < 0,3$.

Lời giải.

Câu 12

Giải đặc biệt của kết quả xổ số miền trung và miền nam bao gồm 06 chữ số. Vậy nên trong một lần phát hành, các Công ty TNHH Xổ số kiến thiết tại hai miền sẽ phát hành tương đương 1.000.000 vé/ngày ra thị trường, trong đó chắc chắn sẽ có 1 giải độc đắc 2 tỷ đồng. Biến cố A: “Mua được 1 vé đạt giải độc đắc”. Phát biểu sau đây là đúng?

- A Xác suất của biến cố A là rất bé.
- B $0,1 < P(A) < 0,2$.
- C $0,8 < P(A) < 0,9$.
- D $0,2 < P(A) < 0,3$.

Lời giải.

Câu 13

Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 chỉ có 2 ước số là 1 và chính nó. Gọi A là biến cố: “Chọn được 1 số nguyên tố có 2 chữ số và nhỏ hơn 100”. Số kết quả thuận lợi của biến cố A là

- A 20.
- B 25.
- C 24.
- D 21.

Lời giải.

Câu 14

Có 5 học sinh nam và 10 học sinh nữ, trong các học sinh nữ có Vy và Quyên, Lan. Xếp những học sinh này thành một hàng ngang. Xác suất để mỗi bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng thời Vy, Quyên, Lan đứng cạnh nhau bằng

- A $\frac{1}{5405400}$.
- B $\frac{1}{2145}$.
- C $\frac{1}{257400}$.
- D $\frac{1}{2154}$.

Lời giải.

Câu 15

Đề thi trung học phổ thông quốc gia môn toán có 50 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi trắc nghiệm có bốn lựa chọn, trong đó có một đáp án đúng và mỗi câu trả lời đúng đạt được 0.2 điểm. Giả sử bạn Hoàng có học lực trung bình và có khả năng làm chắc chắn đúng được 20 câu đầu tiên còn lại 30 câu bạn tô ngẫu nhiên đáp án. Xác suất để bạn Hoàng đạt được số điểm lớn hơn 9 là

A $\frac{341}{1152921504606846976}$

B $\frac{1}{1152921504606846976}$

C $\frac{431}{1152921504606846976}$

D $\frac{432}{1152921504606846976}$

 **Lời giải.**

Câu 16

Phát biểu nào dưới đây là phát biểu **sai**?

- A** Biến cố chắc chắn là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.
- B** Biến cố chắc chắn là biến cố đối của biến cố “không”.
- C** Biến cố chắc chắn là không gian mẫu của phép thử.
- D** Biến cố chắc chắn là một tập hợp không có phần tử nào.

 **Lời giải.**

Câu 17

Trong phép thử gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc. Biến cố “Con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm không nhỏ hơn 5” có bao nhiêu phần tử?

- A** 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

 **Lời giải.**

Câu 18

Trong một phép thử, xác suất của biến cố chắc chắn bằng

- A $\frac{1}{3}$
 B 0
 C $\frac{1}{2}$
 D 1.

Lời giải.

Câu 19

Kí hiệu $P(A)$ là xác suất của biến cố A trong một phép thử. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$
 B $P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(A)}{n(\Omega)}$
 C $0 < P(A) < 1$
 D $0 \leq P(A) \leq 1$.

Lời giải.

Câu 20

Phát biểu nào dưới đây là phát biểu đúng?

- A Xác suất của biến cố nào nhỏ hơn 0,5 được coi là xác suất bé.
 B Xác suất của mọi biến cố đều được coi là xác suất bé.
 C Xác suất của một biến cố bằng 0,001 được coi là xác suất bé.
 D Xác suất của một biến cố được coi là xác suất bé phụ thuộc vào từng trường hợp cụ thể.

Lời giải.

Câu 21

Chọn phát biểu đúng

- A Nếu một biến cố có xác suất rất bé thì trong một phép thử, biến cố đó sẽ có thể xảy ra.
 B Nếu một biến cố có xác suất lớn hơn 0,5 thì trong một phép thử, biến cố đó sẽ chắc chắn xảy ra.
 C Nếu một biến cố có xác suất bé thì trong một phép thử, biến cố đó sẽ không xảy ra.
 D Nếu một biến cố có xác suất rất bé thì trong một phép thử, biến cố đó sẽ không xảy ra.



Lời giải.

Câu 22

Xét phép thử T "Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất". Gọi A là biến cố "Số chấm trên mặt xuất hiện là số chẵn". Tất cả các kết quả thuận lợi của biến cố A là

- A $A = \{2, 4, 6\}$. B $A = \{3, 5, 7\}$. C $A = \{1, 2, 3\}$. D $A = \{0, 2, 4, 6\}$.

Lời giải.

Câu 23

Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ (biết rằng mỗi người ném bóng vào rổ của mình). Gọi A là biến cố "cả hai người không ném trúng bóng vào rổ". Gọi B là biến cố "có ít nhất một người ném trúng bóng vào rổ". Khẳng định nào sau đây đúng?

- A A và B là hai biến cố chắc chắn.
 B A và B là hai biến cố không thể.
 C A và B là hai biến cố đối nhau.
 D A và B là hai biến cố xung khắc và không phải đối nhau.

Lời giải.

Câu 24

Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Xác suất cả 3 lần gieo đều xuất hiện mặt lẻ là

- A $\frac{7}{8}$. B $\frac{3}{27}$. C $\frac{1}{8}$. D $\frac{1}{216}$.

Lời giải.

Câu 25

Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 sữa dâu và 3 sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm lấy ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp được chọn có cả 3 loại là

- A $\frac{3}{55}$
 B $\frac{3}{11}$
 C $\frac{1}{220}$
 D $\frac{1}{11}$

Lời giải.

Câu 26

Trong hộp có 200 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 200. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ. Xét biến cố A: “Tấm thẻ mang số 100”. Phát biểu nào dưới đây là phát biểu **sai**?

- A $P(A) = 0,005$.
 B Xác suất của biến cố A là rất bé.
 C $0 \leq P(A)$.
 D $P(A) \leq 1$.

Lời giải.

Câu 27

Phát biểu nào dưới đây là phát biểu đúng?

- A Trong thực tế, xác suất để một chiếc tàu xảy ra tai nạn trên biển là rất bé.
 B Một lớp có 40 học sinh trong đó có bạn A, xác suất để bạn A được gọi tên là rất bé.
 C Trong thí nghiệm gieo con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần, xác suất để tổng số chấm của hai lần gieo là số chẵn là rất bé.
 D Trong cuộc thi bắn súng, xác suất để một vận động viên bắn trúng bia ngắm là rất bé.

Lời giải.

Câu 28

Một nhóm học sinh gồm 6 nam, 4 nữ. Xếp ngẫu nhiên nhóm học sinh này thành một hàng ngang. Tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố A: “2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau”.

- A $6! \cdot 4!$.
 B $10!$.
 C $6! \cdot A_7^4$.
 D $6! \cdot C_7^4$.

 Lời giải.

Câu 29

Một hộp chứa 6 quả bóng màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6; 5 quả bóng màu vàng được đánh số từ 1 đến 5 và 4 quả bóng màu xanh được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng trong hộp. Tính xác suất để 4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu đồng thời không có hai quả bóng nào được đánh số trùng nhau.

A $\frac{74}{455}$.

B $\frac{6}{65}$.

C $\frac{10}{91}$.

D $\frac{48}{91}$.

 Lời giải.

Câu 30

Giả sử tỉ lệ giới tính khi sinh ở Việt Nam là 105 bé trai trên 100 bé gái. Khi đó xác suất hai đứa trẻ sinh ra có cùng giới tính xấp xỉ bằng

A 0,5122.

B 0,4878.

C 0,5003.

D 0,4997.

 Lời giải.

Câu 31

Xét phép thử gieo 1 con súc sắc và A là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Số phần tử của biến cố A là

A 2.

B 4.

C 3.

D 6.

🗨️ Lời giải.

Câu 32

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 1 số tự nhiên bé hơn 12 và A là biến cố chọn được số chia hết cho 5. Số phần tử của biến cố A là

- A 2.
 B 4.
 C 3.
 D 5.

🗨️ Lời giải.

Câu 33

Một hộp đựng 3 quả cầu trắng và 2 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 1 quả, tính xác suất để bốc được quả màu đen.

- A $\frac{1}{2}$.
 B $\frac{2}{5}$.
 C $\frac{3}{5}$.
 D $\frac{2}{3}$.

🗨️ Lời giải.

Câu 34

Gieo 1 đồng xu cân đối, đồng chất liên tiếp 2 lần. Tính xác suất hai lần gieo được hai mặt giống nhau.

- A 0.
 B 1.
 C $\frac{1}{2}$.
 D $\frac{1}{4}$.

🗨️ Lời giải.

Câu 35

Nguyên lí xác suất bé được phát biểu là:

- A Nếu một biến cố có xác suất bé thì trong một phép thử biến cố đó có thể xảy ra.
 B Nếu một biến cố có xác suất bé thì trong một phép thử biến cố đó sẽ không xảy ra.



- C Nếu một biến cố có xác suất bé và ta thực hiện phép thử nhiều lần thì biến cố đó vẫn sẽ không xảy ra.
- D Nếu một biến cố có xác suất bé thì khi ta thực hiện một phép thử, biến cố đối của nó có thể sẽ xảy ra.

Lời giải.

Câu 36

Xác suất sinh con trai của một vùng là 0,612 và xác suất sinh con gái là 0,388. Vận dụng ý nghĩa thực tế của xác suất, hãy ước tính trong số trẻ mới sinh với 15000 bé trai thì có bao nhiêu bé gái?

- A 9609.
- B 9509.
- C 9709.
- D 9809.

Lời giải.

Câu 37

Lấy ngẫu nhiên một lúc 2 thẻ từ một chiếc hộp chứa các thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Số phần tử của biến cố A: "Lấy được 2 thẻ ghi số lẻ" là

- A 190.
- B 45.
- C 380.
- D 90.

Lời giải.

Câu 38

Gieo một đồng tiền liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần gieo đều ngửa thì dừng lại. Số kết quả của phép thử là

- A 7.
- B 4.
- C 6.
- D 5.

Lời giải.

Câu 39

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện là một số chia hết cho 5 là:

A $\frac{6}{36}$.

B $\frac{4}{36}$.

C $\frac{8}{36}$.

D $\frac{7}{36}$.

Lời giải.

Câu 40

Một tổ gồm 4 học sinh nam, 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh đi làm trực nhật. Tính xác suất để chọn được 3 bạn gồm cả nam và nữ?

A $\frac{6}{7}$.

B $\frac{1}{7}$.

C $\frac{4}{7}$.

D $\frac{5}{7}$.

Lời giải.

Câu 41

Một xưởng sản xuất bóng đèn với xác suất hỏng mỗi bóng khi sản xuất là 3%. Xưởng sản xuất 100 bóng đèn, gọi P là xác suất để 100 bóng sản xuất ra đều bị hỏng. Khi đó khẳng định nào dưới đây là đúng?

A $P = \frac{3}{100}$.

B $0,1 < P < 0,2$.

C P rất bé.

D $0,01 < P < 0,02$.

Lời giải.

Câu 42

Trong kỳ thi THPT Quốc Gia 2023, môn Toán thi theo hình thức trắc nghiệm 50 câu với 4 phương án A, B, C, D trong đó chỉ có một đáp án đúng. Một học sinh không học gì và chọn ngẫu nhiên một phương án để hoàn thành câu hỏi. Gọi A là biến cố "Học sinh đạt điểm 10 môn Toán". Khẳng định nào sau đây là đúng khi nói về $P(A)$?

A $P(A)$ rất bé.

B $0,1 < P(A) < 0,2$.

C $0,01 < P(A) < 0,02$.

D $P(A) > \left(\frac{1}{50}\right)^4$.

 Lời giải.

Câu 43

Cho 15 số tự nhiên từ 1 đến 15, chọn ngẫu nhiên 3 số tự nhiên trong 15 số tự nhiên đó. Gọi A là biến cố “tổng của 3 số được chọn chia hết cho 3”. Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là

- A 155.
 B 455.
 C 45.
 D 15^3 .

 Lời giải.

Câu 44

Cho một đa giác đều gồm $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là $\frac{1}{5}$. Tìm n

- A 4.
 B 5.
 C 10.
 D 8.

 Lời giải.

Câu 45

Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một

phương án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 trở lên.

A $\frac{463}{4^{10}}$

B $\frac{436}{10^4}$

C $\frac{463}{10^4}$

D $\frac{436}{4^{10}}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 46

Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên:

- A** Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp.
- B** Gieo 3 đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật ngửa.
- C** Chọn bất kì 1 học sinh trong lớp và xem là nam hay nữ.
- D** Bỏ hai viên bi xanh và ba viên bi đỏ trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 47

Phép thử bạn An chọn một ngày trong tuần để đá bóng. Có tất cả bao nhiêu kết quả có thể xảy ra của phép thử này.

A 5.

B 6.

C 7.

D 8.

Lời giải.

.....

.....

Câu 48

Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

- A** {NN, NS, SN, SS}.
- B** {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS}.
- C** {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, NSS, SNN}.



D $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.

 Lời giải.

Câu 49

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất có không gian mẫu là

A $\Omega = \{2; 4; 6\}$.

B $\Omega = \{1; 3; 5\}$.

C $\Omega = \{1; 2; 3; 4\}$.

D $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

 Lời giải.

Câu 50

Xét phép thử T có không gian mẫu Ω và biến cố E . Biến cố chắc chắn của phép thử T có kí hiệu là

A Ω .

B \emptyset .

C E .

D T .

 Lời giải.

Câu 51

Xét phép thử T có không gian mẫu Ω và biến cố E . Biến cố đối của biến cố của phép thử T có kí hiệu là

A Ω .

B \emptyset .

C \bar{E} .

D E .

 Lời giải.

Câu 52

Khi thực hiện phép thử T , gọi E, M là hai biến cố liên quan đến phép thử T . Khẳng định nào sau đây sai?

A $E \cap M = \emptyset \Rightarrow M = \bar{E}$.

B $P(E) = 0$ thì E là biến cố không thể.

C $P(E) = 1$ thì E là biến cố chắc chắn.

D $P(E) + P(\bar{E}) = 1$.

 Lời giải.

Câu 53

Khi thực hiện phép thử T chỉ có một số hữu hạn các kết quả đồng khả năng xuất hiện. Gọi $n(\Omega)$ là tất cả kết quả có thể xảy ra của phép thử T , A là biến cố liên quan đến phép thử T , $n(A)$ là số kết quả thuận lợi cho biến cố A , $P(A)$ là xác suất của biến cố A . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A $P(A) = \frac{n(\Omega)}{n(A)}$.
 B $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.
 C $P(A) = n(A)$.
 D $P(A) = n(\Omega)$.

Lời giải.

Câu 54

Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương nhỏ hơn 35. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 5

- A $\frac{1}{7}$.
 B $\frac{1}{5}$.
 C $\frac{6}{35}$.
 D $\frac{3}{17}$.

Lời giải.

Câu 55

Một hộp chứa 9 viên bi được đánh số từ 1 đến 9. Bạn An bốc ngẫu nhiên hai viên bi từ trong hộp. Xác suất để bạn An bốc được hai viên bi đều đánh số lẻ.

- A $\frac{1}{2}$.
 B $\frac{5}{9}$.
 C $\frac{5}{18}$.
 D $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Câu 56

Xét phép thử bốc 2 thẻ từ một hộp đựng 9 thẻ đánh số từ 1 đến 9 và A là biến cố xuất bốc được ít nhất 1 thẻ chẵn. Tính xác suất của biến cố A .

- A $\frac{1}{9}$.
 B $\frac{5}{36}$.
 C $\frac{13}{18}$.
 D $\frac{5}{9}$.

Lời giải.

**Câu 57**

Bốc ngẫu nhiên 2 lá bài từ bộ bài tứ lơ khơ, tính xác suất bốc được 1 lá K đỏ và 1 lá Át đen.

A $\frac{1}{1326}$

B $\frac{1}{663}$

C $\frac{2}{663}$

D $\frac{4}{663}$

Lời giải.

Câu 58

Biến cố nào sau đây có thể xem là không thể xảy ra

A Biến cố xuất hiện mặt sấp trong phép thử gieo đồng xu 1 lần.

B Biến cố máy bay rơi trong phép thử bay một chuyến bay biết xác suất máy bay rơi là 0,00000027.

C Biến cố bốc được 1 con Hai cơ trong phép thử bốc 2 con ngẫu nhiên từ 1 bộ bài..

D Biến cố mặt 6 chấm xuất hiện trong phép thử gieo 1 con súc sắc 1 lần.

Lời giải.

Câu 59

Gieo một đồng xu cân đối, đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố E: “có ít nhất 1 lần xuất hiện mặt ngửa”.

A $\frac{3}{4}$

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{1}{2}$

D 1.

Lời giải.

Câu 60

Xác suất nào sau đây được coi là rất bé.

- A** Xác suất để động cơ máy bay hỏng là 0,001.
- B** Xác suất người có nhóm máu O là 0,421.
- C** Xác suất người có nhóm máu AB là 0,066.
- D** Xác suất để lỗi màn hình iphone 11 là 0,001.

Lời giải.

Câu 61

Xác suất nào sau đây được coi là rất bé?

- A** Tổng lượng mưa cao ở Trung Bộ vào tháng 9/2022 ở mức thấp hơn so với trung bình nhiều năm từ 10 – 20% với xác suất khoảng 60 – 70%.
- B** Tổng lượng mưa cao hơn trung bình nhiều năm ở Miền Bắc vào tháng 9/2022 từ 10 – 20% với xác suất khoảng 70 – 80%.
- C** Xác suất để nhận được giao bóng trước trong một trận bóng đá là 0,5.
- D** Xác suất để trúng Jackpot Vietlott $\frac{6}{55}$ là $\frac{1}{28\,989\,675} \approx 0,000\,000\,034$.

Lời giải.

Câu 62

Một lớp học có 18 học sinh nam và 21 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp đó. Tính xác suất chọn được một học sinh nam.

- A** $\frac{1}{18}$
- B** $\frac{6}{13}$
- C** $\frac{1}{39}$
- D** $\frac{7}{13}$

 Lời giải.

Câu 63

Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để chọn ra 2 quả cùng màu bằng

A $\frac{5}{22}$.

B $\frac{8}{11}$.

C $\frac{6}{11}$.

D $\frac{5}{11}$.

 Lời giải.

Câu 64

Một phép thử có không gian mẫu Ω và A là một biến cố của phép thử đó. Phát biểu nào sau đây là sai?

A Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

B $0 \leq P(A) \leq 1$.

C $P(\Omega) = 1$.

D $P(A) = 1 + P(\bar{A})$.

 Lời giải.

Câu 65

Lớp 11A có 25 đoàn viên trong đó 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có ít nhất một nữ?

A $\frac{5}{115}$.

B $\frac{6}{115}$.

C $\frac{109}{115}$.

D $\frac{103}{115}$.

 Lời giải.

Câu 66

Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào không phải phép thử ngẫu nhiên?

- A Gieo đồng xu cân đối xem nó mặt sấp hay mặt ngửa.
- B Gieo một xúc xắc 6 mặt và quan sát số chấm xuất hiện.
- C Quan sát vận động viên bơi lội xem bơi được bao nhiêu km.
- D Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá và quan sát lá bài rút được.

 Lời giải.

Câu 67

Gieo ngẫu nhiên hai con xúc sắc cân đối và đồng chất. Số kết quả có thể xảy ra là

- A 12.
- B 36.
- C 6.
- D 64.

 Lời giải.

Câu 68

Gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối và đồng chất gồm 2 mặt sấp và ngửa 4 lần. Số phần tử không gian mẫu là

- A 16.
- B 8.
- C 10.
- D 12.

 Lời giải.

Câu 69

Tổ 1 lớp 10A có 7 học sinh nữ và 3 học sinh nam. Giáo viên cần chọn ngẫu nhiên ba bạn, mỗi bạn mang một trong ba dụng cụ lao động: chổi lau nhà, xô, giẻ lau. Tính số phần tử của không gian mẫu.

- A 120.
- B 720.
- C 30.
- D 360.

 Lời giải.

**Câu 70**

Một lớp có 25 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 8 bạn đi lao động. Hỏi giáo viên đó có bao nhiêu cách chọn sao cho có ít nhất một bạn nam?

- A 7210500. B 7582310. C 75823110. D 76904685.

Lời giải.

Câu 71

Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc ba lần liên tiếp. Hỏi có bao nhiêu cách gieo xuất hiện ít nhất một lần mặt sấp?

- A 17. B 165. C 72. D 195.

Lời giải.

Câu 72

Trong hộp có 40 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến A . Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ. Tính xác suất của biến cố: "Tấm thẻ mang số chẵn".

- A $\frac{1}{40}$. B $\frac{1}{2}$. C $\frac{39}{40}$. D $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Câu 73

Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm xuất hiện trên con súc sắc trong 3 lần gieo là một số lẻ.

- A $\frac{1}{2}$. B $\frac{1}{4}$. C $\frac{1}{8}$. D $\frac{7}{8}$.

Lời giải.

Câu 74

Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

A $\frac{4}{19}$.

B $\frac{15}{19}$.

C $\frac{5}{9}$.

D $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Câu 75

Một hộp chứa 10 thẻ được đánh số $1, 2, \dots, 10$. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ. Tính xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ rút được là một số lẻ.

A $\frac{7}{9}$.

B $\frac{1}{2}$.

C $\frac{2}{9}$.

D $\frac{5}{18}$.

Lời giải.

Câu 76

Một hộp đựng 7 quả cầu màu trắng và 3 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu lấy được có đúng 2 quả cầu màu đỏ.

A $\frac{21}{71}$.

B $\frac{20}{71}$.

C $\frac{62}{211}$.

D $\frac{3}{10}$.

Lời giải.

Câu 77

An có một hộp bi gồm 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. An chọn ngẫu nhiên 3 viên bi để cho Bình. Xác suất để 3 viên bi Bình nhận được có cả bi đỏ và bi xanh là

A $\frac{10}{11}$.

B $\frac{2}{11}$.

C $\frac{7}{11}$.

D $\frac{9}{11}$.

Lời giải.



Câu 78

Gieo một đồng xu cân đối, đồng chất ba lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố E “có ít nhất 2 lần liên tiếp xuất hiện mặt ngửa”.

A $\frac{3}{8}$.

B $\frac{5}{8}$.

C $\frac{1}{2}$.

D $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Câu 79

Gieo đồng thời ba con xúc xắc cân đối, đồng chất. Hỏi xác suất để trong ba con xúc xắc, xuất hiện ít nhất một mặt 6 chấm gần nhất với kết quả nào sau đây?

A 0,579.

B 0,421.

C 0,556.

D 0,369.

Lời giải.

Câu 80

Đội thanh niên tình nguyện của trường A gồm 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi làm nhiệm vụ. Hỏi xác suất để chọn được ít nhất 1 học sinh nữ gần nhất với kết quả nào sau đây?

A 0,812.

B 0,728.

C 0,861.

D 0,93.

🗨️ Lời giải.

Câu 81

Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số đó chia hết cho 30 được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 4, 6, 7. Chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S , hỏi có bao nhiêu cách lấy?

- A 16.
 B 24.
 C 32.
 D 18.

🗨️ Lời giải.

Câu 82

Đội thanh niên xung kích của một trường THPT gồm 15 học sinh, trong đó có khối 12 có 4 học sinh, khối 11 có 5 học sinh và khối 10 có 6 học sinh. Chọn ngẫu nhiên ra 6 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho đủ cả ba khối. Hỏi có bao nhiêu cách lấy như vậy?

- A 4510.
 B 755.
 C 4250.
 D 754.

🗨️ Lời giải.

Câu 83

Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện một học sinh nữ.

- A $\frac{1}{252}$.
 B $\frac{1}{945}$.
 C $\frac{8}{63}$.
 D $\frac{4}{63}$.

🗨️ Lời giải.

Câu 84

Một lớp có 45 học sinh trong đó có 25 học sinh nữ và 20 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Xác suất để 3 học sinh được chọn có nam và nữ bằng

A $\frac{C_{25}^2 \cdot C_{20}^1 + C_{25}^1 \cdot C_{20}^2}{C_{45}^3}$

B $\frac{A_{25}^3}{C_{45}^3}$

C $\frac{C_{25}^3}{A_{45}^3}$

D $\frac{C_{25}^2 \cdot C_{20}^1}{C_{45}^3}$

 **Lời giải.**

Câu 85

Trên các cạnh AB, BC, CD, DA tứ giác $ABCD$ ta lấy lần lượt 1; 3; 12; 20 điểm phân biệt không trùng với các đỉnh A, B, C, D . Chọn ngẫu nhiên 3 trong 36 điểm này. Xác suất để 3 điểm được chọn tạo thành một tam giác bằng

A $\frac{5779}{7140}$

B $\frac{11}{357}$

C $\frac{19}{119}$

D $\frac{1361}{7140}$

 **Lời giải.**

Câu 86

Có 3 khách hàng (không quen biết nhau) cùng đến một cửa hàng có 5 quầy phục vụ. Xác suất để có 2 khách hàng cùng vào 1 quầy và khách hàng còn lại vào 1 quầy khác bằng

A $\frac{12}{25}$

B $\frac{3}{125}$

C $\frac{3}{25}$

D $\frac{12}{125}$

🗨️ Lời giải.

Câu 87

Có ba hộp đựng thẻ. Hộp I đựng các tấm thẻ đánh số $\{1; 2; 3; 4\}$. Hộp II đựng các tấm thẻ đánh số $\{5; 6; 7; 8; 9\}$. Hộp III đựng các tấm thẻ đánh số $\{10; 11; 12; 13; 14; 15; 16\}$. Rút ngẫu nhiên 6 thẻ, gọi A là biến cố: “6 tấm thẻ được rút ra có cả trong ba hộp”. Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là:

- A 8008.
 B 6538.
 C 6554.
 D 6545.

🗨️ Lời giải.

Câu 88

Một câu lạc bộ Khoa học của trường THPT có 40 học sinh thuộc 36 lớp khác nhau. Trong 36 lớp đó chỉ có 4 lớp, mỗi lớp có 2 học sinh. Câu lạc bộ Khoa học cần chọn ra 3 người để bầu vào chức vụ Hội trưởng, Hội phó và Ủy viên. Gọi B là biến cố: “3 người được chọn không có 2 học sinh nào cùng một lớp”. Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là

- A 8968.
 B 9728.
 C 8816.
 D 58368.

🗨️ Lời giải.

Câu 89

Cho một đa giác đều 40 cạnh. Chọn 4 đỉnh của đa giác đó, tính xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của hình chữ nhật nhưng không phải là hình vuông.

- A $\frac{C_{20}^2 - 10}{C_{40}^4}$.
 B $\frac{A_{20}^2 - 10}{A_{40}^4}$.
 C $\frac{C_{20}^2}{C_{40}^4}$.
 D $\frac{C_{20}^2 - 10}{A_{40}^4}$.

🗨️ Lời giải.

**Câu 90**

Cho một đa giác đều gồm $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là $\frac{1}{5}$. Tìm n

A 4.**B** 5.**C** 10.**D** 8.**Lời giải.****Câu 91**

Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 trở lên.

A $\frac{463}{4^{10}}$.**B** $\frac{436}{10^4}$.**C** $\frac{463}{10^4}$.**D** $\frac{436}{4^{10}}$.**Lời giải.**

Câu 92

Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi X là tập các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ A . Chọn một số từ X , tính xác suất sao cho số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn

A $\frac{4}{7}$

B $\frac{17}{35}$

C $\frac{17}{30}$

D $\frac{2}{3}$

Lời giải.

Câu 93

Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; \dots; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 1400.

A $\frac{7}{15000}$

B $\frac{7}{5000}$

C $\frac{1}{37500}$

D $\frac{1}{1500}$

Lời giải.

Câu 94

Cho tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 39; 40\}$ gồm 40 số tự nhiên từ 1 đến 40. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc tập S . Biết rằng ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng nếu $a + c = 2b$. Xác suất để ba số lấy được

lập thành một cặp số cộng là

A $\frac{1}{13}$

B $\frac{1}{26}$

C $\frac{2}{13}$

D $\frac{3}{13}$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 95

Có 4 bà mẹ cùng với 4 đứa con của mình. Trao ngẫu nhiên 4 đứa trẻ cho 4 bà mẹ sao cho mỗi người nhận được đứa trẻ. Tính xác suất để không có một đứa trẻ là được trao đúng bà mẹ.

A $\frac{1}{24}$

B $\frac{3}{8}$

C $\frac{7}{24}$

D $\frac{5}{24}$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

§5. THỰC HÀNH TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Kiến thức, kỹ năng

- ✔ Tính xác suất trong một số bài toán đơn giản bằng phương pháp tổ hợp.
- ✔ Tính xác suất trong một số bài toán đơn giản bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây.
- ✔ Nắm và vận dụng quy tắc tính xác suất của biến cố đối.

2. Tính chất

Tính chất 5.1. Giả sử Ω là không gian mẫu, A và B là các biến cố.

- ✔ $\Omega \setminus A = \bar{A}$ được gọi là biến cố đối của biến cố A .
- ✔ $A \cup B$ là biến cố xảy ra khi và chỉ khi A hoặc B xảy ra.
- ✔ $A \cap B$ là biến cố xảy ra khi và chỉ khi A và B cùng xảy ra. $A \cap B$ còn được viết là AB .
- ✔ Nếu $AB = \emptyset$, ta nói A và B xung khắc.

3. Các quy tắc tính xác suất

a) Định nghĩa cổ điển của xác suất.

$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho } A}{\text{Số kết quả có thể xảy ra}}$$

⚠ **Chú ý:**

- ✔ $0 \leq P(A) \leq 1$.
- ✔ $P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0$.

b) Quy tắc cộng xác suất.

- ✔ Nếu hai biến cố A, B xung khắc nhau thì

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

- ✔ Nếu các biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ xung khắc nhau thì

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k).$$

- ✔ Xác suất của biến cố \bar{A} của biến cố A là

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

- ✔ Nếu hai biến cố A, B không xung khắc nhau thì

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

c) Quy tắc nhân xác suất.

- ✔ Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

- ✔ Một cách tổng quát, nếu k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ là độc lập thì

$$P(A_1 A_2 A_3 \dots A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \dots P(A_k).$$

Ví dụ 1

Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần ngửa thì dừng lại

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Xác định các biến cố:
 A : “Số lần gieo không vượt quá ba”.
 B : “Có ít nhất 2 lần gieo xuất hiện mặt ngửa”.

🗨️ Lời giải.

Kí hiệu mặt sấp là S , mặt ngửa là N . Ta có

- a) $\Omega = \{S; NS; NNS; NNNS; NNNNS; NNNNN\} \Rightarrow |\Omega| = 6.$
- b) $A = \{S; NS; NNS\} \Rightarrow |\Omega_A| = 3.$
 $B = \{NNS; NNNS; NNNNS; NNNNN\} \Rightarrow |\Omega_B| = 4.$

□

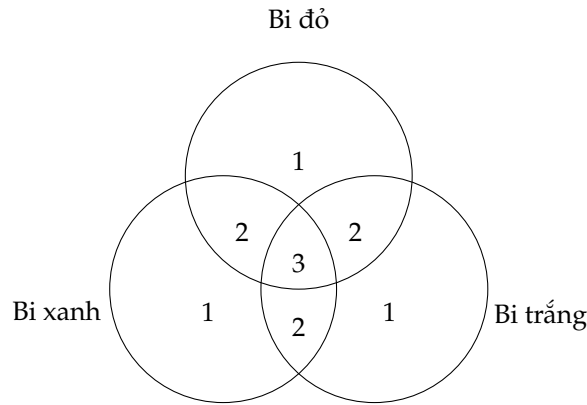
Ví dụ 2

Trong một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh, 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính số phần tử của.

- a) Không gian mẫu
- b) Các biến cố
 - ✔ A : “4 viên bi lấy ra có đúng hai viên bi màu trắng”.
 - ✔ B : “4 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu đỏ”.
 - ✔ C : “4 viên bi lấy ra có đủ 3 màu”.

🗨️ Lời giải.

- a) Ta có $|\Omega| = C_{24}^4 = 10626.$
- b)
 - ✔ Số cách chọn 4 viên bi trong đó có đúng hai viên bi màu trắng là $C_{10}^2 \cdot C_{14}^2 = 4095.$
 Suy ra $|\Omega_A| = 4095.$
 - ✔ Số cách lấy 4 viên bi mà không có viên bi màu đỏ được chọn là $C_{18}^4.$
 Suy ra $|\Omega_B| = C_{24}^4 - C_{18}^4 = 7566.$
 - ✔ **Cách 1:** Áp dụng biểu đồ Ven



Số cách lấy 4 viên bi bất kì là C_{24}^4 .

Số cách lấy 4 viên bi chỉ có một màu (1) là $C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4 = 295$.

Số cách lấy 4 viên bi có đúng hai màu (2) là

$$C_{14}^4 + C_{16}^4 + C_{18}^4 - 2(C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4) = 5291.$$

Số cách lấy 4 viên bi có đủ ba màu (3) là $C_{24}^4 - 5291 - 295 = 5040$. Suy ra $|\Omega_C| = 5040$.

Cách 2: Ta có các trường hợp sau thỏa yêu cầu

- Hai bi đỏ, một bi xanh, một bi trắng: $C_6^1 \cdot C_8^1 \cdot C_{10}^2$.
- Một bi đỏ, hai bi xanh, một bi trắng: $C_6^1 \cdot C_8^2 \cdot C_{10}^1$.
- Một bi đỏ, một bi xanh, hai bi trắng: $C_6^2 \cdot C_8^1 \cdot C_{10}^1$.

Suy ra $|\Omega_C| = C_6^1 \cdot C_8^1 \cdot C_{10}^2 + C_6^1 \cdot C_8^2 \cdot C_{10}^1 + C_6^2 \cdot C_8^1 \cdot C_{10}^1 = 5040$.

□

Ví dụ 3

Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau. Tính số phần tử của.

- a) Không gian mẫu.
- b) Các biến cố.
 - a) A: “Số được chọn chia hết cho 5”.
 - b) B: “Số được chọn có đúng 2 chữ số lẻ và hai chữ số lẻ không đứng kề nhau”.

Lời giải.

a) Số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau là $9 \cdot A_9^3 = 4536$. Suy ra $|\Omega| = 4536$.

b) Gọi \overline{abcd} là số có bốn chữ số đôi một khác nhau và thỏa yêu cầu bài toán ($a \neq 0$).

- a) TH1: $d = 5$. Ta có $8 \cdot A_8^2 = 448$ (số).
 - TH2: $d = 0$. Ta có $A_9^3 = 504$ (số).
- Suy ra $|\Omega_A| = 952$.

b) **Cách 1.**

- TH1: Chỉ có chữ số a, c lẻ: Có $A_5^2 \cdot A_5^2 = 400$ (số).
 - TH2: Chỉ có chữ số a, d lẻ: Có $A_5^2 \cdot A_5^2 = 400$ (số).
 - TH3: Chỉ có chữ số b, d lẻ: Có $A_5^2 \cdot 4 \cdot 4 = 320$ (số).
- Suy ra $|\Omega_B| = 1120$.



Cách 2.

Chọn từ 5 chữ số lẻ ra có 2 chữ số lẻ và sắp theo thứ tự trên hàng ngang, có $A_5^2 = 20$ cách. Với mỗi cách xếp trên ta xem như có 3 khoảng trống được tạo ra (một khoảng trống ở giữa và hai khoảng trống ở hai đầu).

Chọn ra 2 trong 5 chữ số chẵn và xếp vào 2 trong 4 ô trống đó (mỗi ô 1 chữ số) để được số thỏa yêu cầu đề bài, có $C_5^2 \cdot A_3^2 - C_4^1 = 56$ cách.

Suy ra $|\Omega_B| = 20 \cdot 56 = 1120$.

□

Ví dụ 4

Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của.

- a) Không gian mẫu
- b) Các biến cố:
 - a) A : “Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số chẵn”.
 - b) B : “Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

Lời giải.

- a) Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{100}^5$.
- b) a) Từ 1 đến 100 có 50 số chẵn, suy ra $|\Omega_A| = C_{50}^5$.
- b) Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3, 67 số không chia hết cho 3. Ta có \bar{B} : “Cả 5 số trên 5 thẻ được chọn đều không chia hết cho 3”. Suy ra $|\Omega_{\bar{B}}| = C_{67}^5$, do đó $|\Omega_B| = C_{100}^5 - C_{67}^5$.

□

Ví dụ 5

Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để:

- a) 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ.
- b) 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu.

Lời giải.

Gọi các biến cố:

- ☑ A : “3 viên bi lấy ra đều màu đỏ”.
- ☑ B : “3 viên bi lấy ra có đúng hai màu”.

Số cách lấy 3 viên bi từ 20 viên bi là C_{20}^3 nên ta có $|\Omega| = C_{20}^3 = 1140$.

- a) Số cách lấy 3 viên bi màu đỏ là C_8^3 nên $|\Omega_A| = 56$.

Do đó: $P(A) = \frac{56}{1140} = \frac{14}{285}$.

- b) Ta có số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu:

- ✔ Đỏ và xanh: $C_{15}^3 - (C_8^3 + C_7^3)$.
- ✔ Đỏ và vàng: $C_{13}^3 - (C_8^3 + C_5^3)$.
- ✔ Vàng và xanh: $C_{12}^3 - (C_5^3 + C_7^3)$.

Nên số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu là 759, suy ra $|\Omega_B| = 759$.

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{253}{380}.$$

□

Ví dụ 6

Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 80 số tự nhiên $1, 2, 3, \dots, 80$. Tính xác suất của các biến cố:

- a) A: “Trong 3 số đó có đúng hai số là bội số của 5”.
- b) B: “Trong 3 số đó có ít nhất một số chính phương”.

🗨️ Lời giải.

Số cách chọn 3 số từ 80 số là $|\Omega| = C_{80}^3 = 82160$.

a) Từ 1 đến 80 có $\left\lfloor \frac{80}{5} \right\rfloor = 16$ số chia hết cho 5 và có $80 - 16 = 64$ số không chia hết cho 5. Do đó

$$|\Omega_A| = C_{64}^1 \cdot C_{16}^2 \Rightarrow P(A) = \frac{C_{64}^1 \cdot C_{16}^2}{C_{80}^3} = \frac{96}{1027}.$$

b) Từ 1 đến 80 có 8 số chính phương là $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64$.

Số cách chọn 3 số không có số chính phương nào được chọn là C_{72}^3 .

$$\text{Suy ra } |\Omega_B| = C_{80}^3 - C_{72}^3 \Rightarrow P(B) = \frac{C_{80}^3 - C_{72}^3}{C_{80}^3} = \frac{563}{2054}.$$

□

Ví dụ 7

Xếp 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 8 ghế. Tính xác suất sao cho:

- a) Các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau.
- b) Không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau.

🗨️ Lời giải.

Ta có $|\Omega| = 8! = 40320$.

Gọi các biến cố

- ✔ A: “Các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau”.
- ✔ B: “Không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau”.

a) Số cách xếp 5 học sinh nam thành hàng ngang là $5! = 120$.

Ứng với mỗi cách sắp xếp này, ta có $4! = 24$ cách sắp xếp thêm 3 bạn nữ vào sao cho thỏa yêu cầu bài toán.

$$\text{Suy ra } |\Omega_A| = 120 \cdot 24 = 2880. \text{ Do đó } P(A) = \frac{2880}{40320} = \frac{1}{14}.$$



- b) Số cách xếp 5 học sinh nam thành hàng ngang là $5! = 120$.
 Ứng với mỗi cách sắp xếp này, ta có 6 khoảng trống (2 khoảng trống ở hai đầu và 4 khoảng trống ở giữa).
 Xếp 3 học sinh nữ vào các khoảng trống đó, có $A_6^3 = 120$ cách.
 Suy ra $|\Omega_B| = 120 \cdot 120 = 14400$. Do đó $P(A) = \frac{14400}{40320} = \frac{5}{14}$.

□

Ví dụ 8

Xếp ngẫu nhiên 8 chữ cái trong cụm từ “THANH HOA” thành một hàng ngang. Tính xác suất để có ít nhất hai chữ cái H đứng cạnh nhau.

🗨️ Lời giải.

Cách 1. Xét trường hợp các chữ cái được xếp bất kì, khi đó ta xếp các chữ cái lần lượt như sau.

- ✔️ Có C_8^3 cách chọn vị trí và xếp có 3 chữ cái H.
- ✔️ Có C_5^2 cách chọn vị trí và xếp có 2 chữ cái A.
- ✔️ Có $3!$ cách xếp 3 chữ cái T, O, N.
- ✔️ Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^3 \cdot C_5^2 \cdot 3! = 3360$.

Gọi A là biến cố đã cho.

- ✔️ Nếu có 3 chữ H đứng cạnh nhau thì ta có 6 cách xếp 3 chữ H.
- ✔️ Nếu có đúng 2 chữ H đứng cạnh nhau: Khi 2 chữ H ở 2 vị trí đầu (hoặc cuối) thì có 5 cách xếp chữ cái H còn lại, còn khi 2 chữ H đứng ở các vị trí giữa thì có 4 cách xếp chữ cái H còn lại. Do đó có $2 \cdot 5 + 5 \cdot 4 = 30$ cách xếp 3 chữ H sao cho có đúng 2 chữ H đứng cạnh nhau.

Như vậy có $30 + 6 = 36$ cách xếp 3 chữ H, ứng với cách xếp trên ta có C_5^2 cách chọn vị trí và xếp 2 chữ cái A và $3!$ cách xếp 3 chữ cái T, O, N.

Suy ra $n(A) = 36 \cdot C_5^2 \cdot 3! = 2160$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2160}{3360} = \frac{9}{14}$.

Cách 2.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \frac{8!}{2!3!} = 3360$.

Gọi A là biến cố đã cho, ta sẽ tìm số phần tử của \bar{A} .

Đầu tiên ta xếp 2 chữ cái A và 3 chữ cái T, O, N, có $\frac{5!}{2!} = 60$ cách xếp.

Tiếp theo ta có 6 vị trí (xen giữa và ở hai đầu) để xếp 3 chữ cái H, có C_6^3 cách xếp.

Do đó $n(\bar{A}) = 60 \cdot C_6^3 = 1200$, suy ra $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 3360 - 1200 = 2160$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2160}{3360} = \frac{9}{14}$.

□

Ví dụ 9

Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,3; P(B) = 0,4$ và $P(AB) = 0,2$. Hỏi hai biến cố A và B có

- a) Xung khắc không?
- b) Độc lập với nhau không?

Lời giải.

- a) Vì $P(AB) = 0,2 \neq 0$ nên hai biến cố A và B không xung khắc.
- b) Ta có $P(A) \cdot P(B) = 0,12 \neq 0,2 = P(AB)$ nên hai biến cố A và B không độc lập với nhau.

□

Ví dụ 10

Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong 15 viên bi, số cách chọn là $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố “trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ”. Các trường hợp thuận lợi cho biến cố A

- ✔ Trường hợp 1: Lấy được 1 bi đỏ và 2 bi xanh, số cách lấy $C_8^1 \cdot C_7^2$.
- ✔ Trường hợp 2: Lấy được 2 bi đỏ và 1 bi xanh, số cách lấy $C_8^2 \cdot C_7^1$.
- ✔ Trường hợp 3: Lấy được 3 bi đều đỏ, số cách lấy C_8^3 .

Số trường hợp thuận lợi cho A , $n(A) = C_8^1 \cdot C_7^2 + C_8^2 \cdot C_7^1 + C_8^3 = 420$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{420}{455} = \frac{12}{13}$

Cách khác: Gọi biến cố “Cả 3 bi lấy ra đều không có đỏ”, nghĩa là ba bi lấy ra đều bi xanh.

$n(\bar{A}) = C_7^3 = 35$.

Suy ra $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{35}{455} = \frac{12}{13}$.

□

Ví dụ 11

Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để

- a) Khi gieo 2 đồng xu một lần thì cả hai đều ngửa.
- b) Khi gieo 2 lần thì 2 lần cả hai đồng xu đều lật ngửa.

Lời giải.

- a) Gọi X là biến cố “Đồng xu A xuất hiện mặt ngửa”.
Gọi Y là biến cố “Đồng xu B xuất hiện mặt ngửa”.

Vì đồng xu A chế tạo cân đối nên $P(X) = \frac{1}{2}$.

Theo giả thuyết thì xác suất xuất hiện mặt sấp của đồng xu B gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa do đó $P(Y) = \frac{1}{4}$.

Biến cố cần tính cả hai đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa là XY . Vì X, Y là hai biến cố độc lập

nên $P(XY) = P(X) \cdot P(Y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.



b) Xác suất để trong một lần gieo cả hai đồng xu đều ngửa là $\frac{1}{8}$.

Suy ra xác suất khi gieo hai lần thì cả hai lần hai đồng xu đều ngửa là $\left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64}$.

□

Ví dụ 12

Gieo đồng thời 2 con súc sắc cân đối đồng chất, một con màu đỏ và một con màu xanh. Tính xác suất của các biến cố sau

- a) Biến cố A “Con đỏ xuất hiện mặt 6 chấm”.
- b) Biến cố B “Con xanh xuất hiện mặt 6 chấm”.
- c) Biến cố C “Ít nhất một con xuất hiện mặt 6 chấm”.
- d) Biến cố D “Không có con nào xuất hiện mặt 6 chấm”.
- e) Biến cố E “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con bằng 8”.
- f) Biến cố F “Số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc hơn kém nhau 2”.

Lời giải.

Không gian mẫu $\Omega = \{(a, b) : 1 \leq a, b \leq 6\}$.

Trong đó a là số chấm trên con đỏ, b là số chấm trên con xanh. Như vậy không gian mẫu Ω có 36 phần tử.

a) Ta có $\Omega = \{(6, b) : 1 \leq b \leq 6\}$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

b) Hoàn toàn tương tự câu a) có $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

c) Ta có $A \cup B = \{6, 6\}$ nên $P(A \cup B) = \frac{1}{36}$.

$$\text{Do đó } P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}.$$

d) Dễ thấy D chính là biến cố đối của C nên $P(D) = 1 - P(C) = 1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$.

e) Các trường hợp thuận lợi của biến cố E

$$E = \{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\}.$$

$$\text{Suy ra } n(E) = 5 \text{ nên } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}.$$

f) Ta có

$$\begin{aligned} F &= \{(a, b) : 1 \leq a, b \leq 6, |a - b| = 2\} \\ &= \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)\}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } n(F) = 8 \text{ nên } P(F) = \frac{n(F)}{n(\Omega)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}.$$

□

Ví dụ 13

An và Bình học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn toán trong kỳ thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88.

- a) Tính xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi.
- b) Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.
- c) Tính xác suất để có ít nhất một trong hai bạn An và Bình đạt điểm giỏi.

Lời giải.

- a) Gọi A là biến cố "An đạt điểm giỏi về môn toán".
Gọi B là biến cố "Bình đạt điểm giỏi về môn toán".
Vì hai biến cố độc lập nhau nên $P(AB) = 0,92 \cdot 0,88 = 0,8096$.
- b) Xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi: $P(\overline{AB}) = 0,08 \cdot 0,12 = 0,0096$.
- c) Xác suất để có ít nhất một trong hai bạn An và Bình đạt điểm giỏi.
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,92 + 0,88 - 0,8096 = 0,9904$.

□

B CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1 Các câu hỏi lý thuyết tổng hợp

Cần hiểu và nắm chắc các khái niệm không gian mẫu, biến cố, các phép toán ...

Ví dụ 1

Xét phép thử T là "Gieo ba đồng xu phân biệt". Hãy cho biết không gian mẫu và số phần tử của không gian mẫu đó?

Lời giải.

Ta có $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS, NNN\}$ suy ra $n(\Omega) = 8$.

□

Ví dụ 2

Xét phép thử T "Gieo một con súc sắc" có không gian mẫu là $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Xét biến cố A "Số chấm trên mặt xuất hiện là số chẵn".

Lời giải.

- ✔ Biến cố A xảy ra khi kết quả của phép thử T là 2; 4; 6.
- ✔ Các kết quả này được gọi là kết quả thuận lợi cho A được mô tả bởi $A = \{2; 4; 6\}$ là một tập con của Ω .
- ✔ Số phần tử thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 3$.

□

Ví dụ 3

Xét phép thử T “Gieo một con súc sắc” và biến cố B “Số chấm trên mặt xuất hiện là một số lẻ”; biến cố C “Số chấm xuất hiện trên mặt là nguyên tố”. Hãy mô tả biến cố B và C .

Lời giải.

✔ $B = \{1; 3; 5\} \Rightarrow n(B) = 3.$

✔ $C = \{2; 3; 5\} \Rightarrow n(C) = 3.$

□

Ví dụ 4

Xét phép thử T “Gieo một con súc sắc” có không gian mẫu là $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Xét biến cố A “Số chấm trên mặt xuất hiện là số chẵn” và B “Số chấm trên mặt xuất hiện là số chia hết cho 3”. Mô tả các biến cố $\bar{A}, A \cup B, AB$.

Lời giải.

✔ $A = \{2; 4; 6\}; B = \{3; 6\}.$

✔ \bar{A} là biến cố “Số chấm trên mặt xuất hiện là số lẻ” suy ra $\bar{A} = \{1; 3; 5\}.$

✔ $A \cup B$ là biến cố “Số chấm trên mặt xuất hiện là số chẵn hoặc chia hết cho 3”.
Suy ra $A \cup B = \{2; 3; 4; 6\}.$

✔ AB là biến cố “Số chấm trên mặt xuất hiện là số chẵn và chia hết cho 3”.
Suy ra $AB = \{6\}.$

□

Dạng 2 Tính xác suất bằng định nghĩa

Xác suất của biến cố A được tính theo công thức $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$. Trong đó

✔ $n(A)$ là số kết quả thuận lợi cho biến cố A .

✔ $n(\Omega)$ là số phần tử của không gian mẫu.

⚠ Với mọi biến cố A , ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Ví dụ 1

Từ hộp chứa 4 quả cầu trắng, 6 quả cầu xanh kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để 3 quả cầu lấy được có đúng 1 màu?

Lời giải.

Chọn 3 quả cầu trong 10 quả cầu, suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.
Gọi A là biến cố “ba quả lấy cùng màu”.

Trường hợp 1: Chọn 3 quả cầu màu trắng có C_4^3 cách.

Trường hợp 2: Chọn 3 quả cầu màu xanh có C_6^3 cách.

Theo quy tắc cộng $\Rightarrow n(A) = C_4^3 + C_6^3 = 24$.

Do đó xác suất cần tìm của biến cố A là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}.$$

□

Ví dụ 2

Một hộp có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ.

🗨️ Lời giải.

Chọn 3 viên bi trong 15 viên bi, suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố “trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ”.

Chọn 3 viên bi mà không có viên bi đỏ nào tức là 3 viên bi xanh có $C_7^3 = 35$ cách.

Chọn 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ có $n(A) = 455 - 35 = 420$ cách.

Do đó xác suất cần tìm của biến cố A là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{420}{455} = \frac{12}{13}.$$

□

Ví dụ 3

Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

🗨️ Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong 35 học sinh trong lớp lên bảng giải bài tập nên số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{35}^4$.

Gọi A là biến cố “4 học sinh được gọi có cả nam và nữ” thì

\bar{A} là biến cố “4 học sinh được gọi chỉ có nam hoặc chỉ có nữ”.

Ta có $n(\bar{A}) = C_{20}^4 + C_{15}^4$ nên $P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{621}{5236}$

Suy ra xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{4615}{5236}$.

□

Ví dụ 4

Một chiếc hộp gồm có 9 thẻ được đánh số liên tiếp từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ trong hộp. Tính xác suất để 2 thẻ lấy được có tích của nó là số chẵn.

🗨️ Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_9^2$.

Biến cố A “2 thẻ lấy được có tích của nó là số chẵn”.

Biến cố \bar{A} “2 thẻ lấy được có tích là số lẻ”.

Khi đó $n(\bar{A}) = C_5^2$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{13}{18}$.

□



Ví dụ 5

Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên đường thẳng d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên đường thẳng d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó lại với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, tính xác suất để thu được một tam giác có hai đỉnh màu đỏ.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên một tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó lại với nhau có $6 \cdot C_4^2 + 4 \cdot C_6^2 = 96$ cách.

Vậy $n(\Omega) = 96$.

Gọi A là biến cố "thu được một tam giác có hai đỉnh màu đỏ".

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 4 \cdot C_6^2 = 60$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{60}{96} = \frac{5}{8}$. □

Dạng 3 Tính xác suất bằng công thức cộng

☑ Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì xác suất biến cố $A \cup B$ là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

☑ Cho n là biến cố A_1, A_2, \dots, A_n đôi một là các biến cố xung khắc với nhau. Khi đó

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n)$$

Ví dụ 1

Cho A, B, C, D là các biến cố đôi một xung khắc và $A \cup B \cup C \cup D$ là biến cố chắc chắn. Biết $P(A) = 3P(B), P(B) = 3P(C), P(C) = 3P(D)$. Tính xác suất của mỗi biến cố A, B, C và D .

Lời giải.

☑ Đặt $x = P(D)$, theo giả thiết ta có $P(C) = 3x, P(B) = 9x, P(A) = 27x$.

☑ Vì $A \cup B \cup C \cup D$ là biến cố chắc chắn nên $P(A \cup B \cup C \cup D) = 1$.

☑ Mặt khác A, B, C, D là các biến cố đôi một xung khắc nên

$$P(A \cup B \cup C \cup D) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D).$$

$$\Rightarrow 1 = 27x + 9x + 3x + x \Leftrightarrow 1 = 40x \Leftrightarrow x = \frac{1}{40}.$$

☑ Vậy $P(D) = \frac{1}{40}, P(C) = \frac{3}{40}, P(B) = \frac{9}{40}, P(A) = \frac{27}{40}$. □

Ví dụ 2

Một hộp đựng 4 bi xanh và 3 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 bi. Tính xác suất để có ít nhất 2 bi xanh.

Lời giải.

Gọi A là biến cố lấy được 3 bi xanh.

Gọi B là biến cố lấy được 2 bi xanh và 1 bi đỏ.

Gọi C là biến cố lấy được ít nhất 2 bi xanh.

Ta có $C = A \cup B$.

Ta có $P(A) = \frac{C_4^3}{C_7^3} = \frac{4}{35}$ và $P(B) = \frac{C_4^2 \cdot C_3^1}{C_7^3} = \frac{6 \cdot 3}{35} = \frac{18}{35}$.

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(C) = P(A) + P(B) = \frac{4}{35} + \frac{18}{35} = \frac{22}{35}$. □

Ví dụ 3

Trong một buổi tọa đàm nhân ngày 8/3, có 20 đại biểu nữ và 10 đại biểu nam. Ban tổ chức mời 5 đại biểu phát biểu ý kiến. Tính xác suất để trong 5 phát biểu được mời có một hoặc hai phát biểu là của đại biểu nam.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_{30}^5$.

- ✔ Gọi A là biến cố “Trong 5 phát biểu được mời có đúng một phát biểu là của đại biểu nam”.
 $\Rightarrow n(A) = C_{10}^1 \cdot C_{20}^4$.
- ✔ Gọi B là biến cố “Trong 5 phát biểu được mời có đúng hai phát biểu là của đại biểu nam”.
 $\Rightarrow n(B) = C_{10}^2 \cdot C_{20}^3$.
- ✔ Biến cố $A \cup B$ là “Trong 5 phát biểu được mời có một hoặc hai phát biểu là của đại biểu nam”.
 Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ta có $P(A) = \frac{C_{10}^1 \cdot C_{20}^4}{C_{30}^5}, P(B) = \frac{C_{10}^2 \cdot C_{20}^3}{C_{30}^5}$.

Vậy $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \approx 0,7$. □

Ví dụ 4

Một hộp đựng 8 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để

- a) Lấy được ba viên bi cùng màu.
- b) Lấy được ba viên bi khác màu.
- c) Lấy được ít nhất hai viên bi xanh.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_{12}^3$.

- a) Lấy được ba viên bi cùng màu.
 - ✔ Gọi A là biến cố “Lấy được 3 viên bi xanh” $\Rightarrow n(A) = C_8^3$.
 - ✔ Gọi B là biến cố “Lấy được 3 viên bi đỏ” $\Rightarrow n(B) = C_4^3$.
 - ✔ Gọi H là biến cố “Lấy được 3 viên bi cùng màu”.
 - ✔ Ta có $H = A \cup B$.
 Vì A và B xung khắc nên

$$P(H) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_8^3}{C_{12}^3} + \frac{C_4^3}{C_{12}^3} = \frac{14}{55} + \frac{1}{55} = \frac{3}{11}.$$

- b) Lấy được ba viên bi khác màu.

✔ Biến cố “Lấy được ba viên bi khác màu” là \bar{H} .

✔ Vậy $P(\bar{H}) = 1 - P(H) = \frac{8}{11}$.

c) Lấy được ít nhất hai viên bi xanh.

✔ Gọi C là biến cố “Lấy được hai viên bi xanh và một viên bi đỏ” $\Rightarrow n(C) = C_8^2 \cdot C_4^1$.

✔ Gọi K là biến cố “Lấy được ít nhất hai viên bi xanh”.

✔ Ta có $K = A \cup C$.

✔ Vì A và C xung khắc nên

$$P(K) = P(A \cup C) = P(A) + P(C) = \frac{14}{55} + \frac{C_8^2 \cdot C_4^1}{C_{12}^3} = \frac{14}{55} + \frac{28}{55} = \frac{42}{55}.$$

□

Dạng 4 Tính xác suất bằng công thức nhân

✔ Nếu A và B là hai biến cố độc lập với nhau thì ta có $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.

✔ Cho n biến cố $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_n$ độc lập với nhau từng đôi một. Khi đó

$$P(A_1 A_2 A_3 \dots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

Ví dụ 1

Một cầu thủ sút bóng vào cầu môn hai lần. Biết rằng xác suất sút vào cầu môn của cầu thủ đó là $\frac{3}{8}$.

a) Tính xác suất để cầu thủ đó sút hai lần bóng đều vào được cầu môn.

b) Tính xác suất để cầu thủ đó sút không vào cầu môn (sút hụt) ít nhất một lần.

Lời giải.

a) Tính xác suất để cầu thủ đó sút hai lần bóng đều vào được cầu môn

✔ Gọi A là biến cố cầu thủ đó sút một lần bóng vào được cầu môn, ta có $P(A) = \frac{3}{8}$.

✔ Gọi B là biến cố cầu thủ đó sút hai lần bóng vào được cầu môn, ta có

$$P(B) = P(AA) = P(A) \cdot P(A) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64}.$$

b) Tính xác suất để cầu thủ đó sút không vào cầu môn (sút hụt) ít nhất một lần

✔ Gọi C là biến cố cầu thủ đó sút không vào cầu môn (sút hụt) ít nhất một lần. Khi đó C là biến cố đối của B .

✔ $P(C) = 1 - P(B) = 1 - \frac{9}{64} = \frac{55}{64}$.

□

Ví dụ 2

Có hai xạ thủ bắn bia. Xác suất xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia là 0,8. Xác suất xạ thủ thứ hai bắn trúng bia là 0,7. Tính xác suất để

- Cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia.
- Cả hai xạ thủ đều không bắn trúng bia.
- Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng bia.

Lời giải.

a) Cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia

- ✔ Gọi A là biến cố “xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia”.
Gọi B là biến cố “xạ thủ thứ hai bắn trúng bia”.
Gọi C là biến cố “cả hai xạ thủ bắn trúng bia”.
Khi đó $C = AB$.
- ✔ Vì hai xạ thủ hoạt động độc lập nên A và B là hai biến cố độc lập.
Áp dụng quy tắc nhân xác suất hai biến cố độc lập, ta có

$$P(C) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56.$$

b) Cả hai xạ thủ đều không bắn trúng bia

- ✔ \bar{A} là biến cố “xạ thủ thứ nhất bắn trượt bia” $\Rightarrow P(\bar{A}) = 0,2$.
- ✔ \bar{B} là biến cố “xạ thủ thứ hai bắn trượt bia” $\Rightarrow P(\bar{B}) = 0,3$.
- ✔ Gọi D là biến cố “cả hai xạ thủ đều không bắn trúng bia”.
 $P(D) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$.

c) Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng bia

- ✔ Gọi \bar{D} là biến cố “cả hai xạ thủ đều không bắn trúng”. \bar{D} là biến cố đối của D .
- ✔ Ta có $P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,06 = 0,94$.

□

Ví dụ 3

Có hai hòm đựng thẻ, mỗi hòm đựng 13 thẻ đánh số từ 1 đến 13. Từ mỗi hòm rút ngẫu nhiên một thẻ. Tính xác suất để trong hai thẻ rút ra có ít nhất một thẻ đánh số 9.

Lời giải.

- ✔ Gọi A là biến cố “Trong hai thẻ rút ra có ít nhất một thẻ đánh số 9”;
- ✔ H là biến cố “thẻ rút ra từ hòm thứ nhất không đánh số 9”;
- ✔ K là biến cố “thẻ rút ra từ hòm thứ hai không đánh số 9”.
- ✔ Khi đó $\bar{A} = H \cdot K$. Ta có $P(H) = \frac{12}{13}$; $P(K) = \frac{12}{13}$.
- ✔ Vì H và K là hai biến cố độc lập nên $P(\bar{A}) = P(H \cdot K) = P(H) \cdot P(K) = \frac{144}{169}$.

☑ Do đó $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$ đây là hợp của các biến cố xung khắc.

□

Ví dụ 4

Một chiếc máy bay có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II hoạt động tốt lần lượt là $0,8; 0,7$. Tính xác suất để

- Cả hai động cơ đều chạy tốt.
- Cả hai động cơ đều chạy không tốt.

🗨️ Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là biến cố “động cơ I, II hoạt động tốt”.

- Gọi C là biến cố “cả hai động cơ đều chạy tốt”.
Ta có A và B là hai biến cố độc lập và $C = A \cdot B$.
Khi đó $P(C) = P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.
- Gọi D là biến cố “cả hai động cơ đều không chạy tốt”.
Ta có \bar{A} và \bar{B} là hai biến cố độc lập nên $\bar{A} \cdot \bar{B}$ và $C = \bar{A} \cdot \bar{B}$.
Do đó $P(D) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = (1 - 0,8)(1 - 0,7) = 0,06$.

□

Dạng 5 Bài toán kết hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân xác suất

☑ Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì xác suất biến cố $A \cup B$ là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

☑ Nếu A và B là hai biến cố độc lập với nhau thì xác suất biến cố $A \cdot B$ là

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ví dụ 1

Gieo hai con súc sắc. Tính xác suất để

- Cả hai con súc sắc đều xuất hiện mặt 5 chấm.
- Có đúng một trong hai con súc sắc xuất hiện mặt 5 chấm.

🗨️ Lời giải.

- Cả hai con súc sắc đều xuất hiện mặt 5 chấm.
 - ☑ Gọi A là biến cố “Súc sắc 1 xuất hiện mặt 5 chấm”.
 - ☑ Gọi B là biến cố “Súc sắc 2 xuất hiện mặt 5 chấm”.
 - ☑ Ta có A và B là hai biến cố độc lập và $P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{1}{6}$.
 - ☑ Biến cố “Cả hai con súc sắc đều xuất hiện mặt 5 chấm” là $A \cdot B$.

☑ Vậy xác suất cần tính là $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

b) Có đúng một trong hai con súc sắc xuất hiện mặt 5 chấm.

☑ Gọi C là biến cố “Có đúng một trong hai con súc sắc xuất hiện mặt 5 chấm”.

☑ Ta có C là hợp của hai biến cố xung khắc $A \cdot \bar{B}$ và $\bar{A} \cdot B$, tức là $C = A \cdot \bar{B} \cup \bar{A} \cdot B$.

☑ Do đó $P(C) = P(A \cdot \bar{B} \cup \bar{A} \cdot B) = P(A \cdot \bar{B}) + P(\bar{A} \cdot B)$.

☑ Ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{5}{6}, P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{5}{6}$.

☑ Vì A và B là hai biến cố độc lập với nhau

☑ Nên \bar{A} và B độc lập với nhau; A và \bar{B} độc lập với nhau.

$$\text{Vậy } P(C) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{18}.$$

□

Ví dụ 2

Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 3 cầu trắng, 7 quả cầu đỏ và 15 quả cầu xanh. Hộp thứ hai chứa 10 cầu trắng, 6 quả cầu đỏ và 9 quả cầu xanh. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên ra một quả cầu. Tính xác suất để hai quả lấy ra có màu giống nhau.

☑ Lời giải.

☑ Gọi A là biến cố “Quả cầu được lấy ra từ hộp thứ nhất là màu trắng”, B là biến cố “Quả cầu được lấy ra từ hộp thứ hai là màu trắng”.

☑ Ta có $P(A) = \frac{3}{25}, P(B) = \frac{10}{25}$.

☑ Vì A và B là hai biến cố độc lập.

☑ Nên xác suất để hai quả cầu lấy ra đều màu trắng là

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{25} \cdot \frac{10}{25} = \frac{30}{625}$$

☑ Tương tự, xác suất để hai quả cầu lấy ra đều

— Màu xanh $\frac{15}{25} \cdot \frac{9}{25} = \frac{135}{625}$.

— Màu đỏ $\frac{7}{25} \cdot \frac{6}{25} = \frac{42}{625}$.

☑ Theo quy tắc cộng, xác suất để hai quả lấy ra có màu giống nhau là

$$\frac{30}{625} + \frac{135}{625} + \frac{42}{625} = \frac{207}{625}$$

□

Ví dụ 3

Có hai chiếc hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng. Hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi, tính xác suất để 2 viên bi được lấy ra có cùng màu.

Lời giải.

- ✔ Gọi A, B, C, D lần lượt là các biến cố “Lấy được bi đỏ từ hộp thứ nhất”, “Lấy được bi đỏ từ hộp thứ hai”, “Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất”, “Lấy được bi trắng từ hộp thứ hai”.
- ✔ Khi đó $P(A) = \frac{4}{7}, P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, P(C) = \frac{3}{7}, P(D) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
- ✔ Gọi E, F lần lượt là các biến cố “Hai viên bi lấy ra cùng màu đỏ”, “Hai viên bi lấy ra cùng màu trắng”.
Khi đó $E = AB$ và $F = CD$.
- ✔ Do A và B và hai biến cố độc lập nên $P(E) = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{4}{21}$.
- ✔ Do C và D là hai biến cố độc lập nên $P(F) = P(C \cdot D) = P(C) \cdot P(D) = \frac{2}{7}$.
- ✔ Do E và F là hai biến cố xung khắc nên xác suất để lấy được hai viên bi cùng màu là

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) = \frac{4}{21} + \frac{2}{7} = \frac{10}{21}.$$

□

Ví dụ 4

Có hai hộp, hộp thứ nhất chứa 3 bi đỏ, 2 bi xanh và 5 bi vàng, hộp thứ hai chứa 2 bi đỏ, 3 bi xanh và 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi, mỗi hộp một bi. Tính xác suất để trong một lần lấy ra được đúng một bi đỏ.

Lời giải.

- ✔ Gọi A là biến cố “Trong một lần lấy ra được đúng một bi đỏ”.
- ✔ A_1 là biến cố “Lấy được bi đỏ ở hộp thứ nhất”.
- ✔ A_2 là biến cố “Lấy được bi đỏ ở hộp thứ hai”.
- ✔ Ta có $A = A_1\bar{A}_2 \cup \bar{A}_1A_2; P(A_1) = \frac{3}{10}, P(\bar{A}_1) = \frac{7}{10}, P(A_2) = \frac{2}{7}, P(\bar{A}_2) = \frac{5}{7}$.
- ✔ Suy ra

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1\bar{A}_2 \cup \bar{A}_1A_2) \\ &= P(A_1\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1A_2) \\ &= P(A_1)P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1)P(A_2) \\ &= \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{7} + \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{7} = \frac{29}{70}. \end{aligned}$$

□

C BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1

Chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba con và quan sát giới tính của ba người con này. Tính xác suất của các biến cố sau

- a) A: "Con đầu là con gái";
- b) B: "Có ít nhất một người con trai".

Lời giải.

Kí hiệu: Con trai: T, Con gái: G, ta có không gian mẫu

$$\Omega = \{TTT;TGT;TTG;TGG;GGG;GTG;GGT;GTT\}.$$

Suy ra $n(\Omega) = 8$.

a) $A = \{GGG;GTG;GGT;GTT\} \Rightarrow n(A) = 4$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$.

b) $B = \{TTT;TGT;TTG;TGG;GTG;GGT;GTT\} \Rightarrow n(B) = 7$. Vậy $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{7}{8}$.

□

Bài tập 2

Một hộp đựng các tấm thẻ được đánh số 10; 11; ... ; 20. Rút ngẫu nhiên từ hộp hai tấm thẻ. Tính xác suất các biến cố sau:

- a) C: "Cả hai thẻ rút được đều mang số lẻ";
- b) D: "Cả hai thẻ rút được đều mang số chẵn".

Lời giải.

a) Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{11}^2 = 55$.

Số phần tử của biến cố C, $n(C) = C_5^2 = 10$.

Vậy xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}$.

b) Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{11}^2 = 55$.

Số phần tử của biến cố C, $n(D) = C_6^2 = 15$.

Vậy xác suất của biến cố D là $P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{15}{55} = \frac{3}{11}$.

□

Bài tập 3

Một chiếc hộp đựng 6 viên bi trắng, 4 viên bi đỏ và 2 viên bi đen. Chọn ngẫu nhiên ra 6 viên bi. Tính xác suất để trong 6 viên bi đó có 3 viên bi trắng, 2 viên bi đỏ và 1 viên bi đen.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^6 = 924$.

Gọi A là biến cố lấy được 6 viên bi đó có 3 viên bi trắng, 2 viên bi đỏ và 1 viên bi đen.

Ta có $n(A) = C_6^3 \cdot C_4^2 \cdot C_2^1 = 240$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{240}{924} = \frac{20}{77}$. □

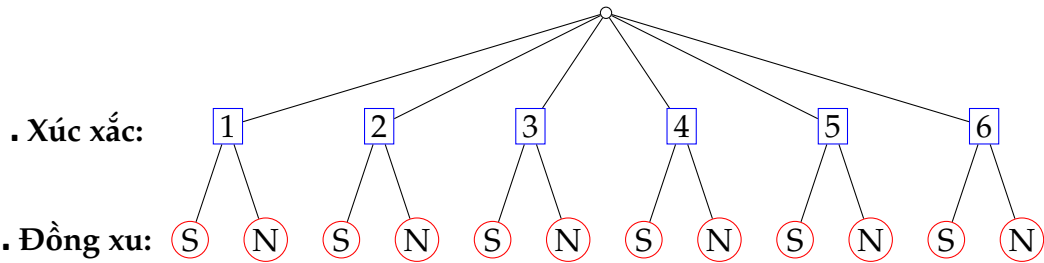
Bài tập 4

Gieo liên tiếp một con xúc xắc cân đối và một đồng xu cân đối.

- a) Vẽ sơ đồ cây, mô tả các phần tử của không gian mẫu.
- b) Tính xác suất của các biến cố sau
 - ✔ F: "Đồng xu xuất hiện mặt ngửa"
 - ✔ G: "Đồng xu xuất hiện mặt sấp hoặc số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 5".

Lời giải.

a) Sơ đồ cây



b) Không gian mẫu $\Omega = \{1S; 1N; 2S; 2N; 3S; 3N; 4S; 4N; 5S; 5N; 6S; 6N\}$.
Suy ra $n(\Omega) = 12$.

✔ $F = \{1N; 2N; 3N; 4N; 5N; 6N\}$, suy ra $n(F) = 6$.

Vậy $P(F) = \frac{n(F)}{n(\Omega)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

✔ $G = \{1S; 2S; 3S; 4S; 5S; 6S; 5N\}$, suy ra $n(G) = 7$.

Vậy $P(G) = \frac{n(G)}{n(\Omega)} = \frac{7}{12}$. □

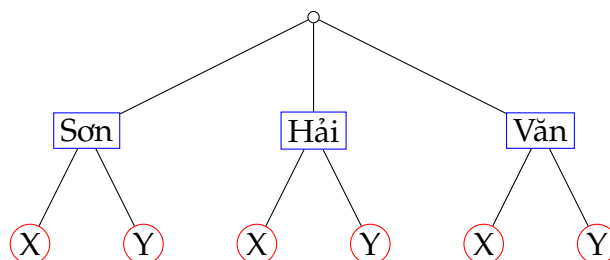
Bài tập 5

Trên phố có hai quán ăn X, Y. Ba bạn Sơn, Hải, Văn mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán ăn.

- a) Vẽ sơ đồ hình cây mô tả các phần tử của không gian mẫu.
- b) Tính xác suất của biến cố: "Hai bạn vào quán X, bạn còn lại vào quán Y".

Lời giải.

a) Sơ đồ cây



Không gian mẫu $\Omega = \{\text{Sơn-X; Sơn-Y; Hải-X; Hải-Y; Văn-X; Văn-Y}\}$.
 Suy ra $n(\Omega) = 6$.

b) Gọi A là biến cố: “Hai bạn vào quán X, bạn còn lại vào quán Y”.

Ta có $A = \{\{\text{Sơn-X; Hải-X; Văn-Y}\}; \{\text{Sơn-X; Văn-X; Hải-Y}\}; \{\text{Sơn-Y; Hải-X; Văn-X}\}\}$, do đó $n(A) = 3$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$.

□

Bài tập 6

Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối. Tính xác suất để ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm.

Lời giải.

Ta có $\Omega = \{(i; j) \text{ với } i, j \in \{1; 2; \dots; 6\}\}$, suy ra $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố: “có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm”.

Ta có $A = \{(i; 6); (6; j) \text{ với } i \in \{1; \dots; 6\}, j \in \{1; 2; \dots; 5\}\}$, suy ra $n(A) = 11$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{36}$.

□

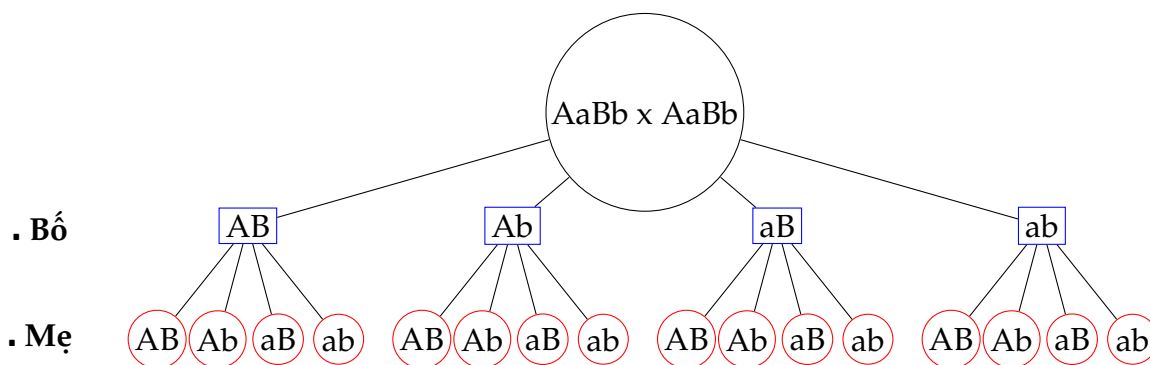
Bài tập 7

Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là màu vàng và màu xanh tương ứng với hai loại gen trội A và gen lặn a. Hình dạng của hạt đậu Hà Lan có hai kiểu hình là hạt trơn và hạt nhăn tương ứng với hai loại gen trội B và gen lặn b. Biết rằng, cây con lấy ngẫu nhiên một gen từ cây bố và một gen từ cây mẹ.

Phép thử là cho lai hai loại đậu Hà Lan, trong đó cây bố và cây mẹ đều có kiểu gen là (Aa,Bb) và kiểu hình là hạt màu vàng trơn. Giả sử các kết quả là đồng khả năng. Tính xác suất để cây con cũng có kiểu hình là hạt màu vàng và trơn.

Lời giải.

Ta có sơ đồ cây (sơ đồ phép lai)



Không gian mẫu

$$\Omega = \{AABB; AABb; AaBB; AaBb; AABb; AAbb; AaBb; Aabb; AaBB; AaBb; aaBB; aaBb; AaBb; Aabb; aaBb; aabb\}.$$

Suy ra $n(\Omega) = 16$.

Gọi F là biến cố: “cây con có kiểu hình là hạt màu vàng và trơn”.

Ta có $F = \{AABB; AABb; AaBB; AaBb; AABb; AaBb; AaBB; AaBb; AaBb\}$.

Suy ra $n(F) = 9$. Vậy $P(F) = \frac{n(F)}{n(\Omega)} = \frac{9}{16}$.

□

Bài tập 8

Một hộp có 5 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, 4, 5; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên đồng thời 2 chiếc thẻ từ trong hộp.

- a) Gọi Ω là không gian mẫu của trò chơi trên. Tính số phần tử của tập hợp Ω .
- b) Tính xác suất của biến cố "Tích các số ghi trên hai thẻ là số lẻ".

 **Lời giải.**

- a) Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_5^2 = 10$.
- b) Gọi A là biến cố "Tích các số ghi trên hai thẻ là số lẻ".
Ta có $A = \{13; 15; 35\}$, suy ra $n(A) = 3$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}$.

□

Bài tập 9

Một hộp có 4 tấm bìa cùng loại, mỗi tấm bìa được ghi một trong các số 1, 2, 3, 4; hai tấm bìa khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên đồng thời ba tấm bìa từ trong hộp.

- a) Tính số phần tử của không gian mẫu.
- b) Xác định các biến cố sau
 - A: "Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 9"
 - B: "Các số ghi trên ba tấm bìa là ba số tự nhiên liên tiếp"
- c) Tính $P(A), P(B)$.

 **Lời giải.**

1 Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_4^3 = 4$.

2 [.]1

$$A = \{234\}.$$

$B = \{123; 234\}.$

3 Tính $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{2}$.

□

Bài tập 10

Hai bạn nữ Hoa, Thảo và hai bạn nam Dũng, Huy được xếp ngồi ngẫu nhiên vào bốn ghế đặt theo hàng dọc. Tính xác suất xếp được:

- a) Bạn Thảo ngồi ghế đầu tiên;
- b) Bạn Thảo ngồi ghế đầu tiên và bạn Huy ngồi ghế cuối cùng.

 **Lời giải.**

- a) . Số cách sắp xếp bốn bạn ngồi vào bốn ghế theo bài toán là $n(\Omega) = 4! = 24$.
 . Gọi A là biến cố: "Bạn Thảo ngồi ghế đầu tiên".
 Sắp xếp Thảo ngồi ghế đầu: 1 cách;
 Sắp xếp ba bạn ngồi vào ba ghế còn lại: có $3! = 6$ cách.
 Ta có $n(A) = 3! = 6$, do đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$.
- b) Gọi B là biến cố: "Bạn Thảo ngồi ghế đầu tiên và bạn Huy ngồi ghế cuối cùng".
 Sắp xếp Thảo ngồi ghế đầu tiên: có 1 cách;
 Sắp xếp Huy ngồi ghế cuối cùng: có 1 cách;
 Sắp xếp hai bạn ngồi vào hai ghế còn lại: có $2! = 2$ cách.
 Suy ra $n(B) = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$, do đó $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{12}$.

□

Bài tập 11

Có 10 bông hoa màu trắng, 10 bông hoa màu vàng và 10 bông hoa màu đỏ. Người ta chọn 4 bông hoa từ các bông hoa trên. Tính xác suất của biến cố "Bốn bông hoa chọn ra có cả ba màu"

🗨️ Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{30}^4 = 27405$.

Số cách chọn 4 viên cùng màu là $3 \cdot C_{10}^4 = 630$.

Số cách chọn 4 viên 2 màu là

$$3 \cdot C_{10}^1(C_{10}^3 + C_{10}^3) + 3 \cdot C_{10}^2(C_{10}^2 + C_{10}^2) + 3 \cdot C_{10}^3(C_{10}^1 + C_{10}^1) = 26550$$

Số cách chọn 4 viên có cả ba màu là $C_{30}^4 - 3 \cdot 27405 - 630 - 26550 = 225$.

Vậy xác suất của biến cố: "bốn bông hoa chọn ra có cả ba màu là": $\frac{225}{27405} = \frac{5}{609}$.

□

§6. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG V

A BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Khi sử dụng máy tính bỏ túi với 10 chữ số thập phân ta được: $\sqrt{8} = 2,828427125$. Giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm là.

- (A) 2,80. (B) 2,81. (C) 2,82. (D) 2,83.

 Lời giải.

Câu 2

Viết giá trị gần đúng của $\sqrt{10}$ đến hàng phần trăm dùng MTBT:

- (A) 3,16. (B) 3,17. (C) 3,10. (D) 3,162.

 Lời giải.

Câu 3

Viết các số gần đúng sau dưới dạng chuẩn $a = 467346 \pm 12$.

- (A) $46735 \cdot 10$. (B) $47 \cdot 10^4$. (C) $467 \cdot 10^3$. (D) $4673 \cdot 10^2$.

 Lời giải.

Câu 4

Viết các số gần đúng sau dưới dạng chuẩn $b = 2,4653245 \pm 0,006$.

- (A) 2,46. (B) 2,47. (C) 2,5. (D) 2,465.

 Lời giải.

Câu 5

Viết giá trị gần đúng của số π^2 , chính xác đến hàng phần trăm và hàng phần nghìn.

- (A) 9,9 ; 9,87. (B) 9,87 ; 9,870. (C) 9,87 ; 9,87. (D) 9,870 ; 9,87.

 Lời giải.

Câu 6

Khi sử dụng máy tính bỏ túi với 10 chữ số thập phân ta được: $\sqrt{8} = 2,828427125$. Giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm là.

- A 2,80.
 B 2,81.
 C 2,82.
 D 2,83.

Lời giải.

Câu 7

Viết giá trị gần đúng của $\sqrt{10}$ đến hàng phần trăm dùng MTBT:

- A 3,16.
 B 3,17.
 C 3,10.
 D 3,162.

Lời giải.

Câu 8

Viết các số gần đúng sau dưới dạng chuẩn $a = 467346 \pm 12$.

- A $46735 \cdot 10$.
 B $47 \cdot 10^4$.
 C $467 \cdot 10^3$.
 D $4673 \cdot 10^2$.

Lời giải.

Câu 9

Viết các số gần đúng sau dưới dạng chuẩn $b = 2,4653245 \pm 0,006$.

- A 2,46.
 B 2,47.
 C 2,5.
 D 2,465.

Lời giải.

Câu 10

Viết giá trị gần đúng của số π^2 , chính xác đến hàng phần trăm và hàng phần nghìn.

- A 9,9 ; 9,87.
 B 9,87 ; 9,870.
 C 9,87 ; 9,87.
 D 9,870 ; 9,87.

Lời giải.



Câu 11

Giá trị trung bình và trung vị của mẫu số liệu sau lần lượt là

20 40 70 100 30 80 10

A 40, 50.

B 50, 30.

C 50, 40.

D 40, 30.

Lời giải.

Câu 12

Khi kiểm tra ngẫu nhiên một số công nhân trong một xí nghiệp, người ta thống kê lại độ tuổi của họ ở bảng sau

Tuổi	25	26	27	29	31	34
Số công nhân	4	9	8	3	1	1

Giá trị trung bình và trung vị của mẫu số liệu trên lần lượt là

A 27; 26,5.

B 26; 27,5.

C 26,5; 27.

D 26; 27.

Lời giải.

Câu 13

Cho mẫu số liệu sau

10 13 15 2 10 19 2 5 7

Giá trị các tứ phân vị của mẫu số liệu sau lần lượt là

- A $Q_1 = 3, Q_2 = 5, Q_3 = 14.$
 B $Q_1 = 4, Q_2 = 10, Q_3 = 14.$
 C $Q_1 = 3, Q_2 = 10, Q_3 = 15.$
 D $Q_1 = 3, Q_2 = 10, Q_3 = 14.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14

Cho mẫu số liệu về số học sinh bị nhiễm bệnh Covid 19 của một số trường học ở một xã được thống kê như sau

10 34 89 82 24 16 50 70 72

Giá trị các tứ phân vị của mẫu số liệu sau lần lượt là

- A $Q_1 = 20, Q_2 = 50, Q_3 = 70.$
 B $Q_1 = 20, Q_2 = 40, Q_3 = 77.$
 C $Q_1 = 20, Q_2 = 50, Q_3 = 77.$
 D $Q_1 = 30, Q_2 = 50, Q_3 = 70.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15

Cho mẫu số liệu về số tuổi của các nhân viên trong một công ty như sau

Giá trị	23	25	28	31	33	37
Tần số	6	8	10	6	4	3

Giá trị trung bình và một của mẫu số liệu trên lần lượt là

- A 28,3; 28.
 B 28,6; 28.
 C 28,3; 25.
 D 28,6; 25.

Lời giải.

.....



Câu 16

Biểu đồ đoạn thẳng ở hình bên biểu diễn tốc độ tăng trưởng GDP của Việt Nam giai đoạn 2012 – 2019. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu.

- A 1,81.
- B 1,82.
- C 1,83.
- D 1,84.

Tốc độ tăng trưởng GDP (%)



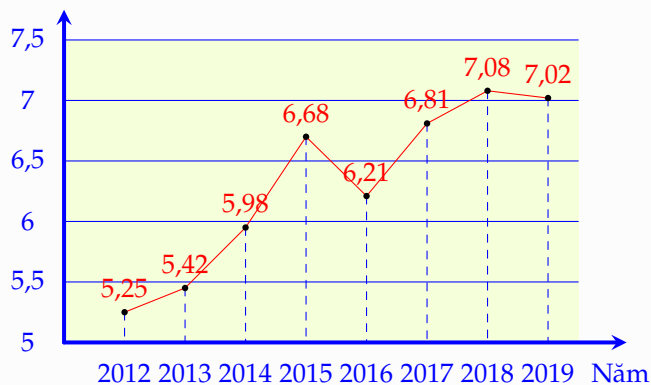
 **Lời giải.**

Câu 17

Biểu đồ đoạn thẳng ở hình bên biểu diễn tốc độ tăng trưởng GDP của Việt Nam giai đoạn 2012 – 2019. Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

- A 1,125.
- B 1,13.
- C 1,21.
- D 1,25.

Tốc độ tăng trưởng GDP (%)



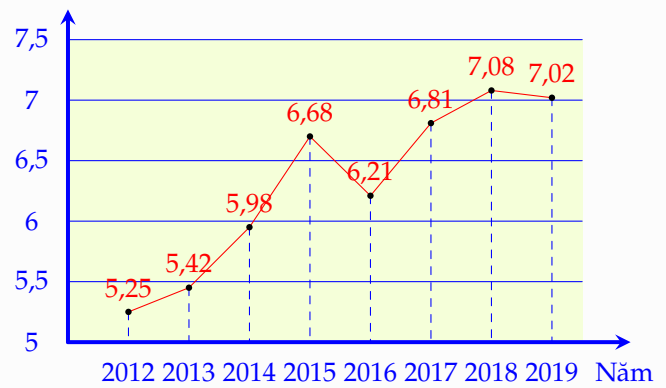
 **Lời giải.**

Câu 18

Biểu đồ đoạn thẳng ở hình bên biểu diễn tốc độ tăng trưởng GDP của Việt Nam giai đoạn 2012 – 2019. Độ lệch chuẩn (gần đúng) của mẫu số liệu là

- (A) 0,66.
- (B) 0,75.
- (C) 0,57.
- (D) 0,63.

Tốc độ tăng trưởng GDP (%)



Lời giải.

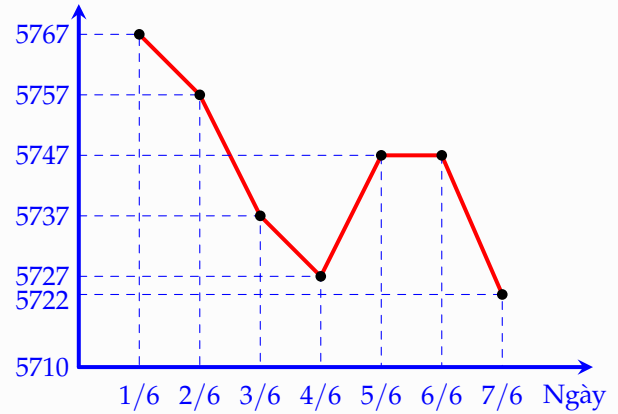


Câu 19

Biểu đồ đoạn thẳng ở hình bên biểu diễn giá vàng bán ra trong bảy ngày đầu tiên của tháng 6 năm 2021. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu.

- Ⓐ 41. Ⓑ 43. Ⓒ 45. Ⓓ 47.

Giá vàng (nghìn đồng/chi)



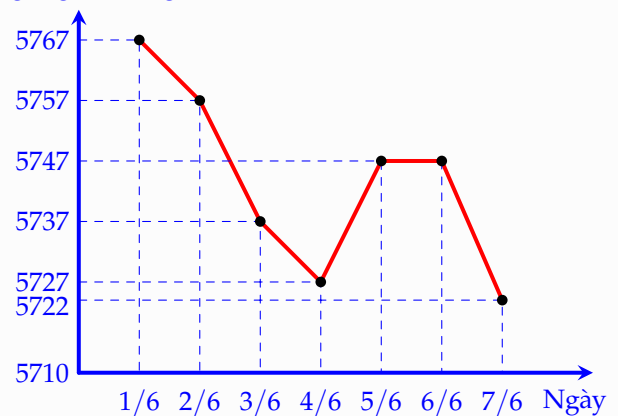
Lời giải.

Câu 20

Biểu đồ đoạn thẳng ở hình bên biểu diễn giá vàng bán ra trong bảy ngày đầu tiên của tháng 6 năm 2021. Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

- Ⓐ 29. Ⓑ 30. Ⓒ 31. Ⓓ 32.

Giá vàng (nghìn đồng/chi)



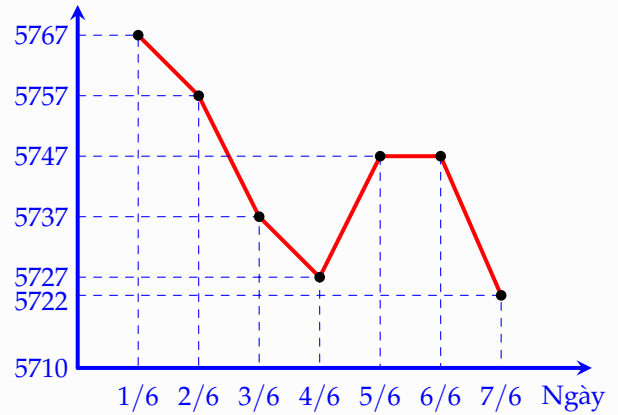
Lời giải.

Câu 21

Biểu đồ đoạn thẳng ở hình bên biểu diễn giá vàng bán ra trong bảy ngày đầu tiên của tháng 6 năm 2021. Tính phương sai của mẫu số liệu.

- (A) 219,1.
- (B) 219,4.
- (C) 218,1.
- (D) 219,8.

Giá vàng (nghìn đồng/chì)



Lời giải.

Câu 22

Để biết cây đậu phát triển như thế nào sau khi gieo hạt, bạn Châu gieo 5 hạt đậu vào 5 chậu riêng biệt và cung cấp cho chúng lượng nước, ánh sáng như nhau. Sau hai tuần, 5 hạt đậu đã nảy mầm và phát triển thành 5 cây con. Bạn Châu đo chiều cao từ rễ đến ngọn của mỗi cây (đơn vị: mi-li-mét) và ghi kết quả là mẫu số liệu sau

112 102 106 94 101

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

- (A) 5,93.
- (B) 35,2.
- (C) 5,73.
- (D) 4,93.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



§7. BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IX

A BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1

Một hộp đựng bảy thẻ màu xanh đánh số từ 1 đến 7; năm thẻ màu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và hai thẻ màu vàng đánh số từ 1 đến 2. Rút ngẫu nhiên ra một tấm thẻ.

- Mô tả không gian mẫu.
- Mỗi biến cố sau là tập con nào của không gian mẫu?
A: “Rút ra được thẻ màu đỏ hoặc màu vàng”;
B: “Rút ra được thẻ mang số hoặc là 2 hoặc là 3.”

Lời giải.

- $\Omega = \{ \text{Xanh}_i; \text{Đỏ}_j; \text{Vàng}_k \mid i \in \{1, 2, \dots, 7\}, j \in \{1, 2, \dots, 5\}, k \in \{1, 2\} \}$
- $A = \{ \text{Đỏ}_j; \text{Vàng}_k \mid j \in \{1, 2, \dots, 5\}, k \in \{1, 2\} \}; B = \{ \text{Đỏ}_2; \text{Xanh}_2; \text{Vàng}_2; \text{Đỏ}_3; \text{Xanh}_3 \}$

□

Bài tập 2

Có hộp I và hộp II, mỗi hộp chứa 5 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 5. Từ mỗi hộp, rút ngẫu nhiên ra một tấm thẻ. Tính xác suất để thẻ rút ra từ hộp II mang số lớn hơn số trên thẻ rút ra từ hộp I.

Lời giải.

Không gian mẫu $n(\Omega) = 5 \cdot 5 = 25$

Gọi A là biến cố “Rút mỗi hộp một tấm thẻ sao cho thẻ hộp II mang số lớn hơn thẻ hộp I”.

TH1: Hộp I số 1, thì hộp I có 4 cách chọn

TH2: Hộp I số 2, thì hộp I có 3 cách chọn

TH3: Hộp I số 3, thì hộp I có 2 cách chọn

TH4: Hộp I số 4, thì hộp I có 1 cách chọn

Theo quy tắc cộng ta có $n(A) = 4 + 3 + 2 + 1 = 10$ cách.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{25} = 0.4$$

□

Bài tập 3

Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối. Tính xác suất để:

- Tổng số chấm trên hai con xúc xắc bằng 8;
- Tổng số chấm trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 8.

Lời giải.

Không gian mẫu: $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

- Gọi A là biến cố “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc bằng 8”.

Khi đó $A = \{(2, 6); (3, 5); (4, 4); (5, 3); (6, 2)\}$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{5}{36}$$

- b) Gọi B là biến cố “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 8”.
 Khi đó $\bar{B} = \{(6, 2); (6, 3); (6, 4); (6, 5); (6, 6); (5, 6); (5, 5); (5, 4); (5, 3); (4, 4); (3, 6); (3, 5); (2, 6)\}$.
 Vậy $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{13}{36} = \frac{23}{36}$

□

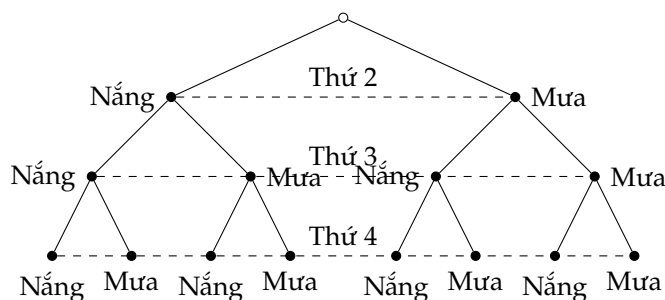
Bài tập 4

Dự báo thời tiết trong ba ngày thứ Hai, thứ Ba, thứ Tư của tuần sau cho biết, trong mỗi ngày này, khả năng có mưa và không mưa như nhau.

- a) Vẽ sơ đồ hình cây mô tả không gian mẫu.
 b) Tính xác suất của các biến cố:
 F: “Trong ba ngày, có đúng một ngày có mưa”;
 G: “Trong ba ngày, có ít nhất hai ngày không mưa”.

Lời giải.

- a) Sơ đồ cây



Khi đó không gian mẫu $\Omega = \{NNN, NNM, NMN, NMM, MNN, MNM, MMN, MMM\}$.
 Khi đó $n(\Omega) = 8$

- b) Ta có $n(F) = 2$ suy ra $P(F) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
 $n(G) = 4$ suy ra $P(G) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

□

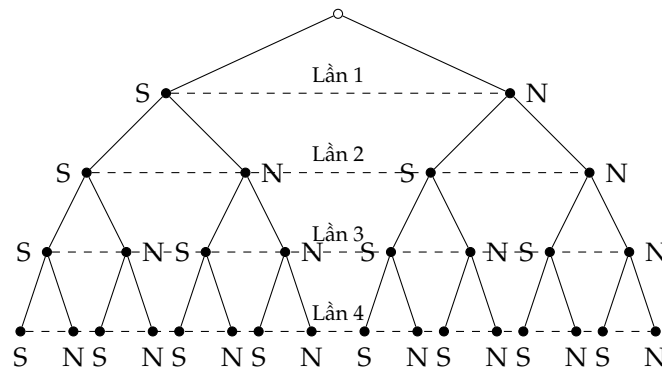
Bài tập 5

Gieo một đồng xu cân đối liên tiếp bốn lần.

- a) Vẽ sơ đồ hình cây mô tả không gian mẫu.
 b) Tính xác suất để trong bốn lần gieo đó có hai lần xuất hiện mặt sấp và hai lần xuất hiện mặt ngửa.

Lời giải.

- a) Sơ đồ cây



Không gian mẫu

$$\Omega = \{ SSSS, SSSN, SSNS, SSNN, SNSS, SNSN, SNNS, SNNN, NSSS, NSSN, NSNS, NSNN, NNSS, NNSN, NNNS, NNNN \}.$$

Khi đó $n(\Omega) = 16$.

b) Gọi A là biến cố "Trong bốn lần gieo đó có hai lần xuất hiện mặt sấp và hai lần xuất hiện mặt ngửa."

Khi đó $n(A) = 5$ suy ra $P(A) = \frac{5}{16}$.

□

Bài tập 6

Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một túi đựng 4 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh đôi một khác nhau. Gọi A là biến cố: "Trong bốn viên bi đó có cả bi đỏ và cả bi xanh". Tính $P(A)$ và $P(\bar{A})$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^4 = 210$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_4^1 \cdot C_6^3 + C_4^2 \cdot C_6^2 + C_4^3 \cdot C_6^1 = 194$.

Vậy $P(A) = \frac{194}{210} = \frac{97}{105}$, $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{97}{105} = \frac{8}{105}$.

□

Bài tập 7

Trong một hội thảo quốc tế có 10 chuyên gia đến từ các nước ở châu Á, 12 chuyên gia đến từ các nước ở châu Âu. Chọn ngẫu nhiên 2 chuyên gia vào ban tổ chức. Xác suất để chọn được 2 chuyên gia ở hai châu lục khác nhau vào ban tổ chức là bao nhiêu?

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{22}^2$.

Số cách chọn 2 chuyên gia ở hai châu lục là $|\Omega_A| = C_{10}^1 \cdot C_{12}^1 = 120$ cách chọn.

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 chuyên gia ở hai châu lục".

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{120}{C_{22}^2} = \frac{40}{77}$.

□

Bài tập 8

Trong một buổi khiêu vũ có đúng 10 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 2 người lên khiêu vũ đầu tiên. Xác suất để 2 người được chọn là vợ chồng là bao nhiêu?

Lời giải.





Số cách chọn 1 cặp gồm 1 nam và 1 nữ là $C_5^1 \cdot C_5^1 = 25$ cách chọn.

Số cách chọn đúng 1 cặp vợ chồng là $C_5^1 \cdot 1 = 5$ cách chọn.

Gọi A là biến cố “Chọn đúng 1 cặp vợ chồng”.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{5}{25} = 0,2$. □

Bài tập 9

Một lô hàng có 20 sản phẩm bao gồm 16 chính phẩm và 4 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên 3 sản phẩm.

- Có bao nhiêu kết quả xảy ra khi chọn ngẫu nhiên 3 sản phẩm?
- Xác suất của biến cố “Cả 3 sản phẩm được chọn là chính phẩm” bằng bao nhiêu?

🗨️ Lời giải.

a) Số kết quả xảy ra là số cách chọn 3 sản phẩm trong 20 sản phẩm, là một tổ hợp chập 3 của 20 phần tử.

Số kết quả xảy ra là C_{20}^3 .

b) Gọi A là biến cố “Cả 3 sản phẩm được chọn là chính phẩm”.

Số khả năng thuận lợi cho biến cố A là C_{16}^3 .

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_{16}^3}{C_{20}^3} = \frac{28}{57}$. □

Bài tập 10

Trong một hộp có 20 chiếc thẻ được viết các số $1, 2, 3, \dots, 20$ sao cho mỗi thẻ chỉ viết một số và hai thẻ khác nhau viết hai số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 2 chiếc thẻ. Tính xác suất của biến cố “Hai thẻ được chọn có tích của hai số được viết trên đó là số lẻ”.

🗨️ Lời giải.

Số cách chọn 2 thẻ trong 20 thẻ là A_{20}^2 .

Gọi A là biến cố “Hai thẻ được chọn có tích của hai số được viết trên đó là số lẻ”.

Số khả năng thuận lợi cho biến cố A là $C_{10}^1 \cdot C_9^1$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_{10}^1 \cdot C_9^1}{A_{20}^2} = \frac{9}{38}$. □

B BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Một hộp có bốn loại bi, bi đỏ, bi trắng và bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Gọi E là biến cố: “Lấy được viên bi đỏ”. Biến cố đối của E là biến cố

- Lấy được viên bi xanh.
- Lấy được viên bi vàng hoặc bi trắng.
- Lấy được viên bi trắng.
- Lấy được viên bi vàng hoặc bi trắng hoặc bi xanh.

🗨️ Lời giải.

Câu 2

Rút ngẫu nhiên ra một thẻ từ một hộp có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Xác suất để số trên tấm thẻ được rút ra chia hết cho 5 là

A $\frac{1}{30}$

B $\frac{1}{5}$

C $\frac{1}{3}$

D $\frac{2}{5}$

Lời giải.

Câu 3

Gieo hai con xúc xắc cân đối. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc không lớn hơn 4 là

A $\frac{1}{7}$

B $\frac{1}{6}$

C $\frac{1}{8}$

D $\frac{2}{9}$

Lời giải.

Câu 4

Một tổ trong lớp 10T có 4 bạn nữ, 3 bạn nam. Giáo viên muốn chọn ngẫu nhiên hai bạn trong tổ đó tham gia đội làm báo của lớp. Xác suất để hai bạn được chọn có một bạn nam và một bạn nữ là

A $\frac{4}{7}$

B $\frac{2}{7}$

C $\frac{1}{6}$

D $\frac{2}{21}$

Lời giải.

Câu 5

Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

A $\frac{1}{15}$

B $\frac{7}{15}$

C $\frac{8}{15}$

D $\frac{1}{5}$



🗨️ Lời giải.

Câu 6

Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là

A $\frac{7}{15}$

B $\frac{7}{45}$

C $\frac{8}{15}$

D $\frac{2}{15}$

🗨️ Lời giải.

Câu 7

Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn đều là nữ.

A $\frac{2}{15}$

B $\frac{7}{15}$

C $\frac{8}{15}$

D $\frac{1}{3}$

🗨️ Lời giải.

Câu 8

Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 5 quyển sách lý, 6 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển sách được lấy ra có ít nhất một quyển sách là toán.

A $\frac{33}{91}$

B $\frac{24}{455}$

C $\frac{58}{91}$

D $\frac{24}{91}$

🗨️ Lời giải.

Câu 9

Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 3 quả cầu chọn ra không cùng màu là

A $\frac{6}{11}$

B $\frac{5}{11}$

C $\frac{9}{11}$

D $\frac{10}{11}$

🗨️ Lời giải.

Câu 10

Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

A $\frac{90}{119}$

B $\frac{30}{119}$

C $\frac{125}{7854}$

D $\frac{6}{119}$

Lời giải.

Câu 11

Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ là

A $\frac{1}{14}$

B $\frac{1}{210}$

C $\frac{13}{14}$

D $\frac{209}{210}$

Lời giải.

Câu 12

Một hộp có 10 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 5 quả từ hộp đó. Xác suất để lấy được 5 quả có đủ hai màu là

A $\frac{13}{143}$

B $\frac{132}{143}$

C $\frac{12}{143}$

D $\frac{250}{273}$

Lời giải.

**Câu 13**

Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất một lần. Xác suất để xuất hiện mặt chẵn?

A $\frac{1}{2}$

B $\frac{1}{6}$

C $\frac{1}{4}$

D $\frac{1}{3}$

Lời giải.

Câu 14

Từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 8, 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được số lẻ bằng

A $\frac{1}{6}$

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{1}{3}$

D $\frac{1}{2}$

Lời giải.

Câu 15

Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc một lần. Tính xác suất biến cố: “Số chấm xuất hiện là số chia hết cho 3”.

A $\frac{1}{6}$

B $\frac{1}{2}$

C $\frac{1}{3}$

D $\frac{5}{6}$

Lời giải.

Câu 16

Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất một lần. Tính xác suất của biến cố “Xuất hiện số chấm lớn hơn 2”.

A $\frac{2}{3}$.

B $\frac{1}{6}$.

C $\frac{1}{2}$.

D $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Câu 17

Từ các số 1; 2; 4; 6; 8; 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là

A $\frac{1}{2}$.

B $\frac{1}{3}$.

C $\frac{1}{4}$.

D $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Câu 18

Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất xuất hiện mặt có số chấm là chẵn.

A $\frac{1}{2}$.

B $\frac{3}{5}$.

C $\frac{1}{6}$.

D $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Câu 19

Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3.

A 0,3.

B 0,5.

C 0,2.

D 0,15.

Lời giải.

Câu 20

Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có An và Bình, đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để An và Bình đứng cạnh nhau là



A $\frac{2}{5}$.

B $\frac{1}{10}$.

C $\frac{1}{5}$.

D $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21

Trong trận đá bóng giữa đội tuyển VIỆT NAM và THÁI LAN hành động nào là phép thử ngẫu nhiên?

- A** xem đội nào thắng.
- B** đếm xem đội hình ra sân đội tuyển VIỆT NAM có mấy người.
- C** xem trái bóng hình gì.
- D** xem sân cung thành hình gì.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 22

Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên?

- A** Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp.
- B** Gieo 3 đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật mặt ngửa.
- C** Chọn bất kì 1 học sinh trong lớp và xem là nam hay nữ.
- D** Bỏ 2 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ trong 1 chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi.

Lời giải.

.....

.....

Câu 23

Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

- A** $\{NN; NS; SN; SS\}$.
- B** $\{NNN; SSS; NNS; SSN; NSN; SNS\}$.
- C** $\{NNN; SSS; NNS; SSN; NSN; SNS; NSS; SNN\}$.
- D** $\{NNN; SSS; NNS; SSN; NSS; SNN\}$.

🗨️ Lời giải.

Câu 24

Gieo 1 đồng tiền và 1 con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là

- A 24.
 B 12.
 C 6.
 D 8.

🗨️ Lời giải.

Câu 25

Xét phép thử gieo con súc sắc một lần. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn?

- A “Số chấm xuất hiện là chẵn”.
 B “Số chấm xuất hiện là lẻ”.
 C “Số chấm xuất hiện nhỏ hơn 6”.
 D “Số chấm xuất hiện lớn hơn hoặc bằng 1”.

🗨️ Lời giải.

Câu 26

Cho A là biến cố liên quan đến phép thử T . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A $0 \leq P(A) \leq 1$.
 B $P(A) = 1 \Leftrightarrow A = \emptyset$.
 C $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
 D $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

🗨️ Lời giải.

Câu 27

Cho phép thử có không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ và biến cố $A = \{3; 6\}$. Biến cố đối của biến cố A là

- A $\bar{A} = \{1; 2; 4\}$.
 B $\bar{A} = \{2; 4; 6\}$.
 C $\bar{A} = \{1; 2; 4; 5\}$.
 D $\bar{A} = \{1; 2; 3; 4\}$.

🗨️ Lời giải.

**Câu 28**

Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất để kết quả của hai lần gieo là như nhau.

A $\frac{1}{3}$.

B $\frac{2}{3}$.

C $\frac{1}{2}$.

D $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Câu 29

Một cái hộp chứa 4 viên bi màu đỏ và 9 viên bi màu xanh. Lấy hai viên từ cái hộp đó. Tính xác suất để hai viên bi lấy được đều là viên bi màu xanh.

A $\frac{1}{13}$.

B $\frac{6}{13}$.

C $\frac{2}{13}$.

D $\frac{12}{13}$.

Lời giải.

Câu 30

Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 3 học sinh được chọn có đúng một học sinh nữ.

A $\frac{21}{40}$.

B $\frac{7}{40}$.

C $\frac{7}{120}$.

D $\frac{7}{15}$.

Lời giải.

Câu 31

Cho A, B là hai biến cố liên quan đến cùng một phép thử có hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Khẳng định nào sau đây sai?

- A** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- B** $0 \leq P(A) \leq 1$.
- C** $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- D** $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Lời giải.

Câu 32

Cho một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là Ω và A là một biến cố của phép thử. Biết rằng $n(\Omega) = 120$ và $n(A) = 80$, khi đó phát biểu nào dưới đây **sai**?

- A** Nếu biến cố B là tập con của biến cố A thì $0 \leq P(B) \leq \frac{2}{3}$.
- B** Nếu biến cố A là tập con của biến cố C thì $\frac{2}{3} \leq P(C) \leq 1$.
- C** Xác suất của biến cố đối của biến cố A là $P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$.
- D** Xác suất của A là $P(A) = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Câu 33

Trong các xác suất của các biến cố sau, xác suất của biến cố nào được coi là xác suất bé?

- A** Xác suất gây sốc phản vệ của một loại vacxin là 0,001.
- B** Xác suất để tàu về ga chậm 5 phút là 0,01.
- C** Xác suất để dù của hãng X (dùng trong huấn luyện lính nhảy dù) không mở là 0,01.
- D** Xác suất để 1 chuyến bay chở khách bị nạn bằng 0,01.

Lời giải.



Câu 34

Trong các xác suất của các biến cố sau, có bao nhiêu biến cố có xác suất được coi là xác suất bé?
 (1) Một con tàu lưu thông trên biển, tuân thủ các quy tắc về an toàn và xác suất để con tàu này bị đắm là 0,0001.

(2) Xác suất để một học sinh khoanh bừa 50 câu (mỗi câu 0,2 điểm) trong một bài thi và được 10 điểm là $\frac{1}{4^{50}}$.

(3) Xác suất để chọn trúng bộ số độc đắc của xổ số Vietlot 6/45 là $\frac{1}{8145060}$.

(4) Xác suất để động cơ máy bay của hãng X bị hỏng là 0,01.

A 4.

B 3.

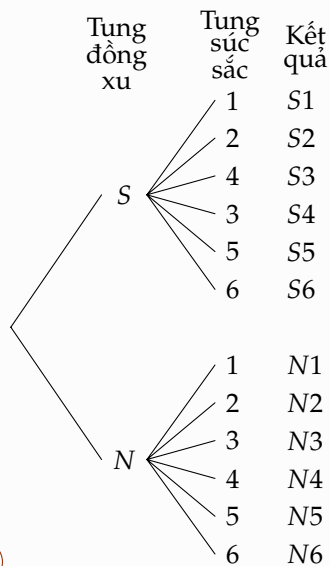
C 2.

D 0.

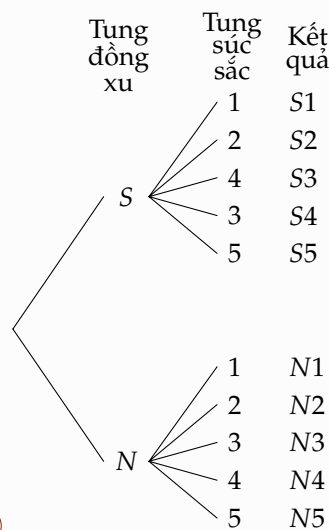
Lời giải.

Câu 35

Tung một đồng xu sau đó tung một con xúc xắc 6 mặt (đồng xu và xúc xắc đều cân đối và đồng chất), sơ đồ hình cây nào dưới đây liệt kê các kết quả của thí nghiệm?



A



B



	Lần 1	Lần 2	Lần 3	KQ	Biến cố A xảy ra		Lần 1	Lần 2	Lần 3	KQ	Biến cố A xảy ra
C	S	S	S	SSS	không	D	S	S	S	SSS	không
			N	SSN	không				N	SSN	không
	N	S	S	SNS	không		N	S	S	SNS	không
			N	SNN	không				N	SNN	không
	N	N	S	NSS	không		N	N	S	NSS	có
			N	NSN	không				N	NSN	có
			S	NNS	không				S	NNS	có
			N	NNN	không				N	NNN	có

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 37

Gieo một đồng xu liên tiếp 3 lần. Tính xác suất của biến cố A: “có đúng 2 lần xuất hiện mặt sấp”.

- A** $P(A) = \frac{1}{2}$. **B** $P(A) = \frac{3}{8}$. **C** $P(A) = \frac{7}{8}$. **D** $P(A) = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 38

Một bình đựng 5 quả cầu xanh và 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu khác màu là

- A** $\frac{3}{5}$. **B** $\frac{3}{7}$. **C** $\frac{3}{11}$. **D** $\frac{3}{14}$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 39

Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lý, 2 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển là môn Toán.

A $\frac{2}{7}$.

B $\frac{1}{21}$.

C $\frac{37}{42}$.

D $\frac{5}{42}$.

Lời giải.

Câu 40

Cho A và \bar{A} là hai biến cố đối nhau. Chọn câu đúng.

A $P(A) = 1 + P(\bar{A})$.

B $P(A) = P(\bar{A})$.

C $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

D $P(A) + P(\bar{A}) = 0$.

Lời giải.

Câu 41

Hành động nào dưới đây là một phép thử ngẫu nhiên?

A Gieo một đồng xu cho đến khi xuất hiện mặt sấp thì dừng lại.

B Gieo 3 con xúc xắc.

C Gieo một con xúc xắc cho đến khi xuất hiện mặt 5 chấm thì dừng lại.

D Rút một lá bài từ cỗ bài tú lơ khơ cho đến khi xuất hiện quân K thì dừng lại.

Lời giải.

Câu 42

Hành động nào dưới đây không là một phép thử ngẫu nhiên?

A Gieo một đồng xu cân đối và quan sát mặt xuất hiện là sấp hay ngửa.

B Gieo một con xúc xắc và quan sát số chấm ở mặt xuất hiện.



- C Gieo một đồng xu không cân đối và quan sát mặt xuất hiện là sấp hay ngửa.
- D Gieo một chiếc kim khâu và quan sát hướng từ đầu kim đến mũi kim.

Lời giải.

Câu 43

Gieo một đồng xu liên tiếp cho đến khi xuất hiện mặt sấp (S) hoặc cả bốn lần đầu tiên đều xuất hiện mặt ngửa (N) thì dừng lại. Không gian mẫu của phép thử là

- A $\Omega = \{S; NS; NNS; NNNN\}$.
- B $\Omega = \{S; NS; NNS; NNNS; NNNN\}$.
- C $\Omega = \{S; SN; SNN; SNNN; NNNN\}$.
- D $\Omega = \{S; NS; NNS; NNNS\}$.

Lời giải.

Câu 44

Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Số phần tử của không gian mẫu bằng

- A 120.
- B 60.
- C 720.
- D 100.

Lời giải.

Câu 45

Gieo một con xúc xắc hai lần. Gọi A biến cố “Ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm”. Số phần tử của biến cố \bar{A} là

- A 11.
- B 18.
- C 10.
- D 25.

Lời giải.

Câu 46

Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi. Gọi A là biến cố "Lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu". Số phần tử của biến cố \bar{A} là

- A 6420.
 B 7315.
 C 6475.
 D 840.

 Lời giải.

Câu 47

Một túi đựng 3 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ, 5 viên bi vàng và 6 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ túi. Tính xác suất sao cho viên bi lấy được có màu xanh hoặc màu trắng.

- A $\frac{1}{6}$.
 B $\frac{1}{3}$.
 C $\frac{1}{2}$.
 D $\frac{1}{18}$.

 Lời giải.

Câu 48

Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất 2 lần liên tiếp. Gọi A là biến cố tổng số chấm xuất hiện 2 lần gieo nhỏ hơn 5. Tính xác suất của biến cố A .

- A $\frac{1}{18}$.
 B $\frac{1}{9}$.
 C $\frac{1}{6}$.
 D $\frac{5}{36}$.

 Lời giải.

Câu 49

Một lớp có 42 học sinh trong đó có 20 bạn nam. Trong lớp có 4 bạn nam và 3 bạn nữ thuận tay trái. Chọn ngẫu nhiên hai bạn trong lớp, tính xác suất sao cho chọn được 1 bạn nữ không thuận tay trái và 1 bạn nam thuận tay trái.

- A $\frac{4}{287}$.
 B $\frac{76}{861}$.
 C $\frac{16}{287}$.
 D $\frac{20}{287}$.

 Lời giải.



Câu 50

Một hộp có 6 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Tính xác suất bé An lấy từ hộp ra 4 viên bi sao cho có đúng hai viên bi màu đỏ?

A $\frac{63}{143}$.

B $\frac{3}{143}$.

C $\frac{9}{143}$.

D $\frac{36}{143}$.

Lời giải.

Câu 51

Một chi đoàn gồm 7 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Xác suất để chọn ra một nhóm gồm 5 người sao cho có ít nhất 1 nam bằng $\frac{m}{n}$ (với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $n - m$.

A 6.

B 7.

C 8.

D 9.

Lời giải.

Câu 52

Chọn ngẫu nhiên 2 thẻ trong 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Tính xác suất để tích hai thẻ lấy ra là một số chẵn.

A $\frac{1}{8}$.

B $\frac{5}{6}$.

C $\frac{1}{6}$.

D $\frac{13}{18}$.

Lời giải.

Câu 53

Lớp 10A có 5 học sinh giỏi, 20 học sinh khá, 9 học sinh trung bình. Trong giờ kiểm tra môn Toán. Giả sử học sinh giỏi chỉ có thể xảy ra tình huống đạt điểm giỏi, còn học sinh khá thì có thể đạt điểm giỏi hoặc khá và có xác suất như nhau, học sinh trung bình thì có thể đạt điểm khá, trung bình hoặc yếu với xác suất như nhau. Tính xác suất để chọn được học sinh có điểm kiểm tra khá hoặc giỏi.

A $\frac{4}{17}$

B $\frac{25}{34}$

C $\frac{5}{34}$

D $\frac{14}{17}$

Lời giải.

Câu 54

Một hộp có 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 2 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất để chọn được 2 quả cầu khác màu.

A $\frac{17}{18}$

B $\frac{1}{18}$

C $\frac{5}{18}$

D $\frac{13}{18}$

Lời giải.

Câu 55

Lớp 10A có 10 học sinh nữ và 25 học sinh nam. Giáo viên chủ nhiệm muốn lập một ban cán sự lớp gồm 6 học sinh. Tính xác suất để ban cán sự lớp được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ.

A $\frac{939}{1054}$

B $\frac{115}{1054}$

C $\frac{3}{23188}$

D $\frac{3}{2530}$

Lời giải.



Câu 56

Cho tập A gồm các số tự nhiên có một chữ số. Gọi S là tập hợp các số lẻ gồm bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 2022 được lập từ tập A . Hỏi có bao nhiêu cách chọn một số ngẫu nhiên từ tập S .

(A) 2012.

(B) 2016.

(C) 2014.

(D) 2018.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 57

Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Gọi S là tập hợp các tam giác có độ dài ba cạnh là các phần tử của A . Chọn ngẫu nhiên một phần tử thuộc S . Tính số phần tử của không gian mẫu.

(A) 18.

(B) 24.

(C) 34.

(D) 28.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 58

Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi và hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A $\frac{1}{6}$

B $\frac{3}{20}$

C $\frac{2}{15}$

D $\frac{1}{5}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 59

Gọi M là tập các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Từ M chọn ngẫu nhiên một số. Xác suất để số được chọn có chữ số 1 và 0 đứng cạnh nhau là

A $\frac{9}{25}$

B $\frac{7}{25}$

C $\frac{8}{25}$

D $\frac{6}{25}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





Câu 60

Chọn ngẫu nhiên hai số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[10; 32]$. Xác suất chọn được hai số có tổng là số chia hết cho 3 bằng

A $\frac{70}{253}$

B $\frac{83}{210}$

C $\frac{85}{253}$

D $\frac{71}{210}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 61

Trong một hộp có 20 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ. Tính xác suất lấy được 4 tấm thẻ trong đó không có tấm thẻ nào mang số chia hết cho 10 và có 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 5, 2 tấm thẻ mang số chẵn.

A $\frac{14}{969}$

B $\frac{56}{1615}$

C $\frac{18}{323}$

D $\frac{28}{4845}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 62

Một lớp học gồm 25 học sinh, trong đó có 12 học sinh nữ và 13 học sinh nam. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ngẫu nhiên 4 học sinh vào ban cán sự lớp. Tính xác suất để trong 4 học sinh được chọn có ít nhất 2 học sinh nam.

A $\frac{22}{23}$

B $\frac{26}{115}$

C $\frac{9}{230}$

D $\frac{169}{230}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 63

Một hộp có 6 bi đỏ, 5 bi xanh và 7 bi vàng. Bạn Hoa lấy ngẫu nhiên 4 viên bi trong hộp. Tính xác suất để lấy được ít nhất một viên bi đỏ.

A $\frac{11}{68}$

B $\frac{58}{68}$

C $\frac{55}{68}$

D $\frac{57}{68}$

Lời giải.

Câu 64

Một gia đình mới mua 2 chiếc xe con và đang đi đăng kí. Biết rằng biển kiểm soát của xe tỉnh đó vừa chuyển sang đầu 30F, phần đuôi là dãy số có dạng xxx.xx, x là một chữ số và dãy số không cùng bằng 0. Mỗi xe, chủ xe được bấm ngẫu nhiên một lần. Tính xác suất để cả hai xe trong gia đình đó đều bấm được biển số có 5 chữ số giống nhau.

A $\frac{A_9^2}{10^{10}}$

B $\frac{A_9^2}{99999^2}$

C $\frac{C_9^2}{10^{10}}$

D $\frac{C_9^2}{99999^2}$

Lời giải.

Câu 65

Ba người bạn thân A, B, C không hẹn trước mà đi xem trận bóng đá tại sân Z, vào cùng một ngày. Sân Z có 100002 ghế đánh số từ 1 đến 100002. Giả sử ba bạn A, B, C là những người mua vé đầu tiên và Bạn A đã mua được vé số 20 (số ghế 20 trong dãy ghế từ 1 đến 100); khi đó xác suất để các bạn A, B, C ngồi cạnh nhau là

A $\frac{6}{1,00001 \cdot 10^{10}}$

B $\frac{3}{10^{10}}$

C $\frac{9}{1,00001 \cdot 10^{10}}$

D $\frac{27}{10^{15}}$

Lời giải.

**Câu 66**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tập hợp $S = \{M(x; y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x| \leq 3, |y| \leq 3\}$. Chọn ngẫu nhiên một điểm thuộc tập S . Tính xác suất để chọn được điểm có khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2.

A $\frac{13}{36}$.

B $\frac{13}{49}$.

C $\frac{9}{49}$.

D $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Câu 67

Có hai hộp A và B , hộp A chứa 6 viên bi trắng và 4 viên bi đen. Hộp B chứa 7 viên bi trắng và 3 viên bi đen. Người ta lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp A bỏ vào hộp B rồi sau đó từ hộp B lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai viên bi lấy được từ hộp B là hai viên bi trắng.

A $\frac{59}{65}$

B $\frac{21}{55}$

C $\frac{49}{55}$

D $\frac{126}{275}$

Lời giải.

Câu 68

Một nhà máy sản xuất thiết bị y tế phục vụ cho công tác xét nghiệm COVID trong cộng đồng. Trong quá trình sản xuất, người ta thống kê được rằng có khoảng 5% sản phẩm đưa ra là phế phẩm. Một đơn vị nọ trước khi quyết định mua hàng của nhà máy có đưa ra yêu cầu: Nếu lấy ngẫu nhiên 7 sản phẩm mà có quá k phế phẩm thì không nhận lô hàng. Bên nhà máy nên đề xuất k lớn nhất bằng bao nhiêu để xác suất bên đơn vị kia đồng ý mua hàng lớn hơn 98%.

A 6.

B 5.

C 3.

D 2.

Lời giải.

**Câu 69**

Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện ở lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

A $\frac{1}{36}$

B $\frac{1}{18}$

C $\frac{17}{36}$

D $\frac{19}{36}$

Lời giải.**Câu 70**

Ban giám khảo một cuộc thi gồm 9 người, trong đó có 2 giám khảo đến từ Phú Yên, 3 giám khảo đến từ Quảng Ngãi và 4 giám khảo đến từ các tỉnh Bình Dương, Cần Thơ, Thái Bình, Hưng Yên. Ban tổ chức xếp ngẫu nhiên các thành viên ban giám khảo kể trên thành một hàng ngang để chấm thi. Tính xác suất sao cho không có giám khảo nào cùng tỉnh ngồi kề nhau.

A $\frac{23}{63}$

B $\frac{2}{9}$

C $\frac{7}{12}$

D $\frac{85}{252}$

Lời giải.