



Họ và tên :Lớp:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.** Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 3n - 1}{4 + 5n + 2n^2}$.

A. $-\frac{1}{4}$.

B. 2.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. 4.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 - 3x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ bằng

A. -3.

B. -2.

C. 2.

D. -4.

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Số đo góc giữa hai đường thẳng BC , SA bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 120° .

Câu 4. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

Câu 5. Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-3n)^2(n-4)}{(n+1)^3}$.

A. $I = 9$.

B. $I = -9$.

C. $I = -3$.

D. $I = 3$.

Câu 6. Cho $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$, kết quả của $\lim_{x \rightarrow a} (-3 \cdot f(x))$ bằng

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. 3.

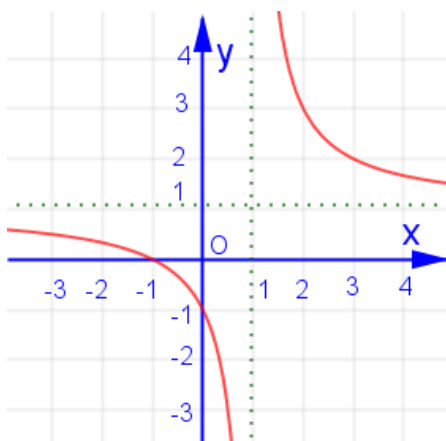
Câu 7. Giá trị đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} (3^n - 5^n)$ là:

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. -2.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ là

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. -3.

Câu 9. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau không thể có vị trí nào trong các vị trí tương đối sau?

A. Trùng nhau.

B. Chéo nhau.

C. Cắt nhau.

D. Song song.

Câu 10. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = +\infty$.B. Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = -\infty$.C. Nếu $\lim u_n = 0$ thì $\lim |u_n| = 0$.D. Nếu $\lim u_n = -a$ thì $\lim |u_n| = a$.

Câu 11. Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 - x + 1} - \sqrt[3]{2x + 3}}{3x^2 - 2}$.

A. $\sqrt{2} - \sqrt[3]{5}$.B. $-\infty$.C. $\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{9}{2}$.D. $+\infty$.

Câu 12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x}$ bằng.

A. -2.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. 2.

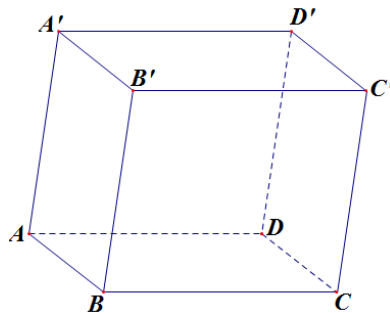
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 14. Cho k là một số nguyên dương. Chọn mệnh đề **sai**.

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2k} = +\infty$.B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$.C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x^k} = 0$.D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8x^k = +\infty$.

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$.B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA'}$.C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}$.D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây **đúng** nhất?

A. Hàm số liên tục tại $x = 4$.B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trên tập xác định nhưng gián đoạn tại $x = 4$.C. Hàm số không liên tục tại $x = 4$.

D. Tất cả đều sai.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x-2 & \text{khi } x < 1 \\ x^2+4 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số liên tục tại $x = 1$.B. Hàm số liên tục trên $(-\infty; 1]$.C. Hàm số liên tục trên $[1; +\infty)$.D. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x + 1}, & \text{khi } x \neq -1 \\ m^2 - 2, & \text{khi } x = -1 \end{cases}$$

Câu 18. Cho hàm số

Có bao nhiêu giá trị $m \in \mathbb{Z}$ để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = -1$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 19. Tính: $I = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 12} - n)$.

- A. $I = -\frac{5}{3}$. B. $I = 0$. C. $I = -\frac{3}{2}$. D. $I = -\infty$.

Câu 20. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$ D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Câu 21. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào liên tục tại $x = -1$?

- A. $y = \sqrt{x-1}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$. D. $y = \frac{x-2}{x^2 - 1}$.

Câu 22. Giá trị của $A = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n)$ bằng

- A. 0. B. 1 C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 23. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có thể **sai**?

- A. $A'B \perp DC'$. B. $BC' \perp A'D$. C. $A'C' \perp BD$. D. $BB' \perp BD$.

Câu 24. Giá trị $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ bằng

- A. -2. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$?

- A. 90° . B. 120° . C. 45° . D. 60° .

Câu 26. Tìm $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$.

- A. 0. B. 1. C. $\frac{7}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 27. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5}) = a\sqrt{5} + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 5a + b$.

- A. $S = 5$. B. $S = -5$. C. $S = -1$. D. $S = 1$.

Câu 28. Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} (3 - n) \sqrt{\frac{n^2}{n^4 + 5}}$.

- A. $I = -\infty$. B. $I = 1$. C. $I = -1$. D. $I = 0$.

Câu 29. Giá trị của $A = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 2} + n)$ bằng:

- A. 2. B. 1. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'D}$.

- A. $2a^2$. B. 0. C. a^2 . D. $4a^2$.

Câu 31. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$ bằng

- A. 2. B. $-\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 32. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$. B. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$.
C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$.

Câu 33. Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2017}{2x+2018} = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là

- A. $a = \frac{1}{2}$. B. $a = -\frac{1}{2}$. C. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $a = \frac{-\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$, $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = 60^\circ$, $\widehat{CSA} = 90^\circ$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng SA và BC . Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{7}$. B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{7}$. C. $\cos \alpha = 0$. D. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

Câu 35. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

- A. $m = 8$. B. $m = -\frac{7}{4}$. C. $m = \frac{7}{4}$. D. $m = -8$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2(2u_n+1)}{u_n+3} \end{cases}; \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $\lim u_n$.

Câu 37. Tìm giới hạn : $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$

Câu 38. Chứng minh rằng phương trình $(1-m^2)x^5 - 3x - 1 = 0$ luôn có nghiệm.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a, BD = 3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính MN .

----- **HẾT** -----



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.** Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$. Chọn mệnh đề sai.

- A. Nếu $\lim u_n = +\infty, \lim v_n = +\infty$ thì $\lim(u_n - v_n) = 0$.
- B. Nếu $\lim u_n = 2017, \lim v_n = +\infty$ thì $\lim(u_n \cdot v_n) = +\infty$.
- C. Nếu $\lim u_n = 2017, \lim v_n = -\infty$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$.
- D. Nếu $|u_n| \leq v_n, \forall n \in \mathbb{N}$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim u_n = 0$.

Câu 2. Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình chữ nhật B. Hình thoi C. Hình thang D. Hình bình hành

Câu 3. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng -1 ?

- A. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 - 4}$ B. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^2 - 1}$
- C. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 + 2n^2}$ D. $\lim \frac{2n^3 - 3}{-2n^2 - 1}$

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CJ}$ B. $\overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{IJ}$ C. $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{D'J}$ D. $\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{JC}$

Câu 5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1}$ bằng

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

Câu 6. Tìm khẳng định đúng?

- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} q^x = 0 (q \geq 1)$
- C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = -\infty$ D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = +\infty$

Câu 7. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- B. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- C. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi $n \rightarrow +\infty$, nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.
- D. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Câu 8. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2|x+1| - 5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}$ bằng.

- A. 3 B. $\frac{1}{7}$ C. 7 D. $\frac{1}{3}$

Câu 9. Cho một hàm số $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Cả ba khẳng định trên đều sai.
- B. Nếu hàm số liên tục trên $(a; b)$ thì $f(a) \cdot f(b) < 0$.

C. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì hàm số liên tục trên $(a;b)$.

D. Nếu hàm số liên tục trên $(a;b)$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

Câu 10. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = 2$?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \frac{3x-4}{x-2}$. C. $y = \sin x$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 11. Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

Câu 12. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\lim(2019n + n^2) = -\infty$.

B. $\lim(2019n - n^2) = -\infty$.

C. $\lim(2019n - n^2) = +\infty$.

D. $\lim(2019n + n^2) = 2018$.

Câu 13. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 14. Tính $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3}$.

A. $+\infty$.

B. $-\frac{1}{6}$.

C. $-\infty$.

D. 0.

Câu 15. Tính $\lim \frac{1-2n}{3n+1}$.

A. -5.

B. 7.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 16. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng $+\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 + x^5 + 7)$.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3 + 2x^2 + 3)$.

C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^2 + 7x + 1)$.

D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x^3 - x^4)$.

Câu 17. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim \frac{n^2 - 2n^3}{5n^3 + 7}$.

B. $\lim \frac{n+4}{3n^2+5}$.

C. $\lim \frac{n-6n^3}{4n^2+9}$.

D. $\lim \frac{3n^2+n+1}{\sqrt{n^4+2n^2}}$.

Câu 18. Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2017}{2x+2018} = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là

A. $a = -\frac{1}{2}$.

B. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $a = \frac{1}{2}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & (x > 1) \\ ax+2 & (x \leq 1) \end{cases}$. Để hàm số liên tục tại $x=1$ thì a nhận giá trị là

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $-\frac{7}{4}$.

D. 0.

Câu 21. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**.

A. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 22. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x)$.

- A. $+\infty$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $-\infty$. D. 0.

Câu 23. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I). $f(x) = x^5 - x^2 + 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

(II). $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ liên tục trên khoảng $(-1; 1)$.

(III). $f(x) = \sqrt{x - 2}$ liên tục trên đoạn $[2; +\infty)$.

- A. Chỉ (I) và (II). B. Chỉ (II) và (III).
C. Chỉ (I) và (III). D. Chỉ (I) đúng.

Câu 24. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{2}{7}$. C. $+\infty$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB = 2a$, $AB = a$. Gọi φ là góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AS}$. Tính $\cos \varphi$?

- A. $\cos \varphi = \frac{7}{8}$ B. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$ C. $\cos \varphi = -\frac{7}{8}$ D. $\cos \varphi = -\frac{1}{4}$

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{3} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

- A. Tất cả đều sai. B. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
C. Hàm số liên tục tại mọi điểm. D. Hàm số không liên tục tại $x = 1$.

Câu 27. $\lim_{n \rightarrow \infty} [n(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1})]$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 1,499. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số liên tục trên $(0; 2)$. B. Hàm số liên tục trên $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số liên tục trên $(2; +\infty)$. D. Hàm số liên tục trên $(-2; 2)$.

Câu 29. Biết: $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n + 3 - \sqrt{9n^2 - 8n}) = \frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $2a - 7b$ bằng

- A. 1. B. 5. C. 26. D. 10.

Câu 30. $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$ bằng

- A. 2^{2018} . B. 2. C. 2^{2019} . D. $+\infty$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC vuông tại B . Kẻ đường cao AH của tam giác SAB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $AH \perp AC$. B. $AH \perp BC$. C. $SA \perp BC$. D. $AH \perp SC$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a . Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$ bằng?

A. $a^2\sqrt{2}$.

B. a^2 .

C. $a^2\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm của AC, BD, BC, CD, SA, SD . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

A. M, N, R, T .

B. P, Q, R, T .

C. M, P, R, T .

D. M, Q, T, R .

Câu 34. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{2x}$ bằng định nghĩa.

A. 1.

B. $+\infty$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. -2.

Câu 35. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+5+\dots+(4n-3)}}{2n-1}$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+n-1}-3n}{2n+1}$.

Câu 37. Tìm giới hạn : $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$

Câu 38. Cho 3 số a, b, c thỏa mãn $12a+15b+20c=0$. Chứng minh phương trình $ax^2+bx+c=0$ luôn có nghiệm thuộc $\left[0; \frac{4}{5}\right]$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh đối bằng nhau từng đôi một, $AC=BD=a, AB=CD=2a, AD=BC=a\sqrt{6}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC .

----- HẾT -----



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.** Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2018}{2n+1}$.**A.** 4.**B.** 2.**C.** 2018.**D.** $\frac{1}{2}$.**Câu 2.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$ là**A.** 0.**B.** 1.**C.** $-\infty$.**D.** $+\infty$.**Câu 3.** Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 - 4x^2 + 5)$ **A.** $-\infty$.**B.** $+\infty$.**C.** 3.**D.** -2.**Câu 4.** Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x^2+1}+2x+1}{\sqrt[3]{2x^3+x+1}+x}$.**A.** $+\infty$.**B.** $-\infty$.**C.** $\frac{4}{3}$.**D.** 0.**Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?**A.** Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song hoặc trùng với c .**B.** Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.**C.** Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.**D.** Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .**Câu 6.** $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4x-3}{x-3}$ có kết quả là**A.** $-\infty$.**B.** $+\infty$.**C.** 9.**D.** 0.**Câu 7.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-3}{x^3+2}$ bằng**A.** $-\frac{3}{2}$.**B.** 2.**C.** 1.**D.** -2.**Câu 8.** Cho $f(x) = x^4 - x^2 - 1$; $g(x) = \cos x$. Tìm khẳng định **sai**?**A.** Hàm số $f(x) + g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.**B.** Hàm số $\frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.**C.** Hàm số $f(x) - g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.**D.** Hàm số $f(x).g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.**Câu 9.** Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:**A.** Nếu $\lim |u_n| = +\infty$, thì $\lim u_n = -\infty$.**B.** Nếu $\lim u_n = 0$, thì $\lim |u_n| = 0$.**C.** Nếu $\lim u_n = -a$, thì $\lim |u_n| = a$.**D.** Nếu $\lim |u_n| = +\infty$, thì $\lim u_n = +\infty$.**Câu 10.** Tìm $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+1}$.**A.** $I = 2$ **B.** $I = 0$ **C.** $I = -2$ **D.** $I = 3$ **Câu 11.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

- A.** Ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có một trong ba vector đó bằng vector $\vec{0}$.
- B.** Ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi ba vector đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.
- C.** Cho hai vector không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và một vector $\vec{c}$ trong không gian. Khi đó $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số m, n duy nhất sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.
- D.** Ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vector đó cùng phương.

Câu 12. Cho bốn hàm số $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$, $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$, $f_3(x) = \cos x + 3$ và $f_4(x) = \log_3 x$. Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$?

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 13. Phát biểu nào trong các phát biểu sau là **sai**?

- A.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$). **B.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.
- C.** $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ ($|q| > 1$). **D.** $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

Câu 14. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường elip.
- B.** Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành một điểm.
- C.** Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường tròn.
- D.** Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đoạn thẳng.

Câu 15. Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề đúng là?

- A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
- B.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- C.** Hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.
- D.** Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

Câu 16. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 + 4n^2 - 1)$ bằng

- A.** 0. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 17. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $MN \perp AB$. **B.** $AB \perp CD$. **C.** $MN \perp CD$. **D.** $MN \perp AD$.

Câu 18. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - \sqrt{2n^4 + 3n} - 2}{4n - \sqrt{3n^2 + 2}}$ là

- A.** $+\infty$. **B.** $\frac{3 - \sqrt{2}}{4 - \sqrt{3}}$.
- C.** Không tồn tại. **D.** $-\infty$.

Câu 19. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n} - 2020 - \sqrt{4n^2 - 3n + 2019}) = a_0$. Giá trị biểu thức $T = \frac{a_0 + 2}{a_0 + 1}$ bằng

- A.** $T = \frac{5}{3}$. **B.** $T = 2$. **C.** $T = \frac{4}{3}$. **D.** $T = \frac{3}{2}$.

Câu 20. Giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 1$ là

- A.** -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , M là trung điểm cạnh BC . Khi đó, $\cos(\widehat{AB, DM})$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{5x} & x \neq 0 \\ a+2 & x = 0 \end{cases}$. Tìm a để $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

A. 1.

B. -1.

C. -2.

D. 2.

Câu 23. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$.

B. $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}a^2$.

C. $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}a^2$.

D. $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$.

Câu 24. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

(I) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

(II) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ có giới hạn khi $x \rightarrow 0$.

(III) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$.

A. Chỉ (I) và (II).

B. Chỉ (II) và (III).

C. Chỉ (II).

D. Chỉ (III).

Câu 25. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n^3 - n^2 + 1}{3n^2 + 1}$. Khi đó $\lim u_n$ bằng

A. $+\infty$.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4 - x^2} & -2 \leq x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:.

(I) $f(x)$ không xác định tại $x = 3$.

(II) $f(x)$ liên tục tại $x = -2$.

(III) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$

A. Cả (I); (II); (III) đều sai.

B. Chỉ (I).

C. Chỉ (I) và (II).

D. Chỉ (I) và (III).

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = k \overrightarrow{AC_1}$

A. $k = 1$.

B. $k = 0$.

C. $k = 2$.

D. $k = 4$.

Câu 28. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x + 2}$ là?

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

Câu 29. Tìm m để $A < 4$ với $A = \lim_{x \rightarrow -1} (2x^2 - x - m^2 + 3)$.

A. $m = -\sqrt{2}, m = \sqrt{2}$.

B. $m > \sqrt{2}$.

C. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

D. $\begin{cases} m < -\sqrt{2} \\ m > \sqrt{2} \end{cases}$.

Câu 30. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3})$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 0. D. 2.

Câu 31. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Dãy số (u_n) là dãy tăng. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
C. $0 < u_n < \frac{1}{2\sqrt{2018}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a, BD = 3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính MN .

- A. $MN = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. B. $MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$. D. $MN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 33. Cho hai điểm phân biệt A, B và một điểm O bất kỳ không thuộc đường thẳng AB . Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OA} + (1-k)\overrightarrow{OB}$.
B. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} = k(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA})$.
C. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
D. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} = k\overrightarrow{BA}$.

Câu 34. Tính giới hạn $T = \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n})$

- A. $T = \frac{1}{16}$ B. $T = 0$ C. $T = \frac{1}{4}$ D. $T = \frac{1}{8}$

Câu 35. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{\sqrt{2x-1} - 1} = \frac{a}{b}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + b = -5$ B. $a + b = 2$ C. $a + b = 1$ D. $a + b = 5$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2n - \sqrt{n^3 + 2n} - 2)$.

Câu 37. Tìm giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^3 - 1})$

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x-5 & \text{khi } x \leq -2 \\ ax-1 & \text{khi } x > -2 \end{cases}$. Với giá trị nào của a thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = -2$?

Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Trên các cạnh DC và BB' ta lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $DM = BN = x$ với $0 \leq x \leq a$. Chứng minh rằng AC' vuông góc với MN .

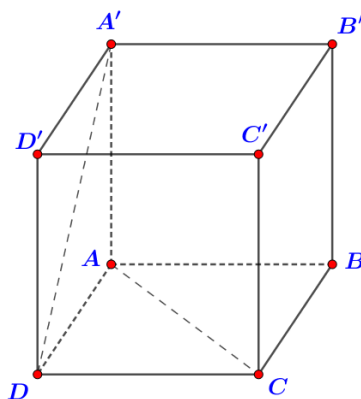
----- **HẾT** -----



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 2. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-3x-1}{x+1}$ bằng

- A. -2 . B. 2 . C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 3. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ với k là số nguyên dương. B. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.
C. Nếu $|q| < 1$ thì $\lim q^n = 0$. D. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = b$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$.

Câu 4. $\lim (n^4 - 2n^2 + 3)$ bằng

- A. 4 . B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1 .

Câu 5. Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A. thẳng hàng. B. Chéo nhau. C. đồng qui. D. Song song.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+5x+6}$. Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?

- A. $(2;3)$. B. $(-3;2)$. C. $(-2;+\infty)$. D. $(-\infty;3)$.

Câu 7. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

- A. 0 . B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $\frac{3}{16}$.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

Câu 9. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 + 3x - 5)$.

A. 3.

B. 2.

C. -5.

D. 0.

Câu 10. Phát biểu nào trong các phát biểu sau là **sai**?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \quad (k > 1).$

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \quad (|q| > 1).$

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = c \quad (u_n = c \text{ là hằng số}).$

Câu 11. Giá trị của $C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 + 2\sqrt{n} + 7}$ bằng:

A. 1.

B. $+\infty$.C. $-\infty$.

D. 0.

Câu 12. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}.$

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b.$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b.$

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b.$

Câu 13. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n}{n+1}$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Câu 14. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}.$

A. 2.

B. -1.

C. $\frac{1}{2}.$

D. 1.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục tại x_0 nếu

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a.$

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = b.$

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).$

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = x_0.$

Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Thực hiện phép toán $\vec{u} = \vec{A'D'} + \vec{A'B'} + \vec{A'A}.$

A. $\vec{u} = \vec{BD}.$

B. $\vec{u} = \vec{A'C}.$

C. $\vec{u} = \vec{BC'}.$

D. $\vec{u} = \vec{BA'}.$

Câu 17. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên bằng 2. Gọi C_1 là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng BC_1 và $A'B'$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}.$

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}.$

C. $\frac{\sqrt{2}}{8}.$

D. $\frac{\sqrt{2}}{6}.$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

A. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 3\vec{SG}.$

B. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 4\vec{SG}.$

C. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = \vec{SG}.$

D. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 2\vec{SG}.$

Câu 19. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 - 2n})$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. $+\infty$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ và $f(2) = m^2 - 2$ với $x \neq 2$. Giá trị của m để $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ là:

A. ± 3 B. $\sqrt{3}.$ C. $-\sqrt{3}.$ D. $\pm\sqrt{3}.$

Câu 21. Tìm $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{3x+10} + x}$. Kết quả là

A. $\frac{4}{7}$.

B. 4.

C. 7.

D. $\frac{7}{4}$.

Câu 22. Biết $\lim(n+1-\sqrt{n^2-n})=\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a+b$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Câu 23. Giá trị của $B=\lim(\sqrt[3]{n^3+9n^2}-n)$ bằng:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. 3.

Câu 24. Kết quả của $\lim\sqrt{\frac{2n^3+n^2+1}{(n+1)(2n^2-1)}}$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 25. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ bằng?

A. $\frac{a^2}{2}$

B. 0

C. $-\frac{a^2}{2}$

D. a^2

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$, hàm số đã cho liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\frac{1}{2}; 2)$.

Câu 27. Kết quả của $\lim\left(\frac{n^3-2n}{2n^3+1}\right)$ bằng

A. 3

B. 0

C. -1

D. $\frac{1}{2}$

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giá BCD Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$.

B. $\overrightarrow{AG}=-\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$.

D. $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=AD$ và $\widehat{BAC}=\widehat{BAD}=60^\circ$, $\widehat{CAD}=90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{IJ}$ và $\overrightarrow{CD}$?

A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 120° .

Câu 30. Tính giới hạn $L=\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{2-x}-1}$.

A. $L=2$.

B. $L=-2$.

C. $L=-6$.

D. $L=-4$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \frac{1-x^3}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2mx+1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hàm số liên tục tại $x=1$

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 1+3x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số gián đoạn tại $x=1$.

B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số gián đoạn tại $x=3$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x=0$.

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $CD \perp AB$. B. $AC \perp BD$. C. $BC \perp AD$. D. $BC \perp CD$.

Câu 34. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$

- A. 4. B. 2. C. -4. D. -2.

Câu 35. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 3a & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ có giới hạn khi $x \rightarrow 2$.

- A. $\frac{-1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. -1.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tính giới hạn $\lim \frac{9^n - 3 \cdot 4^n}{6 \cdot 7^n + 8^n}$.

Câu 37. Tìm giới hạn : $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(x \cdot \frac{\sqrt{1-x}}{2\sqrt{1-x} + 1 - x} \right)$.

Câu 38. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2019m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$?

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SAB , SAD là các tam giác vuông tại A .

Gọi AE , AF lần lượt là các đường cao của tam giác SAB và SAD . Chứng minh EF vuông góc với SC .

----- HẾT -----



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.** Tìm $\lim(n^3 - 4n^2 + 3)$.

- A. 0. B. 1. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Tìm mệnh đề **đúng**.

- A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
- B. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.
- C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
- D. Nếu $f(a)f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Câu 3. Biết $\lim u_n = 5$; $\lim v_n = a$; $\lim(u_n + 3v_n) = 2019$, khi đó a bằng

- A. 671. B. $\frac{2024}{3}$. C. $\frac{2018}{3}$. D. $\frac{2014}{3}$.

Câu 4. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x^2+x+4}$.

- A. $-\infty$. B. $-\frac{1}{6}$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 5. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = |x|$. B. $y = \frac{x}{x+1}$. C. $y = \sin x$. D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Câu 6. Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức véc tơ sau đây, biểu thức nào **đúng**.

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 7. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{x-a}$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $-\frac{1}{2a}$.

Câu 8. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$.
- B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$.
- C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$.
- D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$.

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 5)$ bằng

- A. $+\infty$. B. 1. C. $-\infty$. D. 5.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, CD . Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ là

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 11. Trong không gian cho các đường thẳng a, b, c và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Nếu $a \perp (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $a \perp b$.
B. Nếu $a \perp b, c \perp b$ và a cắt c thì b vuông góc với mặt phẳng chứa a và c .
C. Nếu $a \parallel b$ và $b \perp c$ thì $c \perp a$.
D. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \parallel c$.

Câu 12. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

- A. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.
B. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
C. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
D. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

Câu 13. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - 1}{3 - x^2}$ bằng:

- A. 2. B. -2. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 14. Tìm $\lim \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1}$.

- A. 4. B. 8. C. 1. D. 2.

Câu 15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 2}{n + 3}$ bằng.

- A. 3. B. -2. C. $-\frac{2}{3}$. D. 1.

Câu 16. Cho q là số thực thỏa $q > 1$, kết quả của $\lim q^n$ bằng

- A. $+\infty$. B. q . C. 0. D. $-\infty$.

Câu 17. Giá trị của $F = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} + n)$ bằng:

- A. 1. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 18. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2n} - 2n}{3n - 2}$.

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 1. C. $-\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 19. Giá trị của $C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 1)^4 (n + 2)^9}{n^{17} + 1}$ bằng:

- A. 1. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 16.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$.
B. Nếu $ABCD$ là hình thang thì $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{SD} = 6\overrightarrow{SO}$.
C. Nếu $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

D. Nếu $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{SD} = 6\overrightarrow{SO}$ thì $ABCD$ là hình thang.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x - 2}} + 2x & \text{khi } x > 2 \\ x^2 - x + 3 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

A. Hàm số không liên tục tại $x_0 = 2$.

B. Tất cả đều sai.

C. Hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.

D. Hàm số liên tục tại mọi điểm.

Câu 22. Tìm $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{x^2 - 4x + 3}$. Kết quả là

A. 3.

B. -3.

C. 4.

D. -4.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$. Tìm giá trị của k thích hợp thỏa mãn: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = k$

A. $k = 4$.

B. $k = 1$.

C. $k = 2$.

D. $k = 0$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và BC .

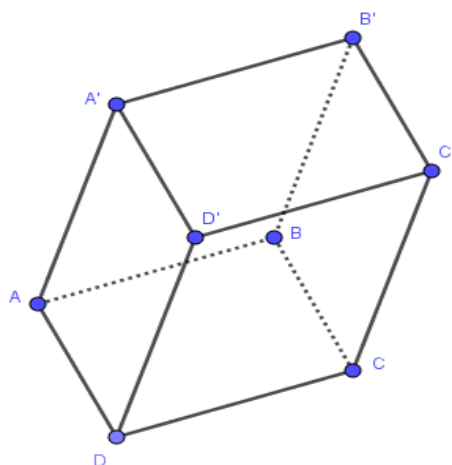
A. 45° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .

Câu 25. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức **đúng**:



A. $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.

B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 26. Kết quả đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5^{n-2}}{3^n + 2 \cdot 5^n}$ là:

A. $-\frac{1}{50}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $-\frac{25}{2}$.

D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCDEFGH$, góc giữa hai vector $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BG}$ là

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 120° .

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. $BD \perp SA$.

B. $AC \perp SA$.

C. $AC \perp SD$.

D. $BD \perp AC$.

Câu 29. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x + 1} - 3}$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 30. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 4x}{\cos 5x - \cos 6x}$.

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{7}{11}$.

D. 0.

Câu 31. Giá trị của $M = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{1-n^2-8n^3} + 2n)$ bằng:

A. $-\frac{1}{12}$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. 1.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x}$ chưa xác định tại $x = 0$. Để $f(x)$ liên tục tại $x = 0$, cần phải gán cho $f(0)$ giá trị là bao nhiêu?

A. 0.

B. -1.

C. -2.

D. -3.

Câu 33. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

A. Hàm số $y = \sin x$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \sqrt{x-3}$ liên tục tại điểm $x = -3$.

C. Hàm số $y = \frac{x+1}{x}$ gián đoạn tại điểm $x = 0$.

D. Hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+m & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+4x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của m để tồn tại giới hạn

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 3$.

D. $m = 2$.

Câu 35. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x - 4} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2a + 3 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x = 2$.

A. $a = -\frac{7}{4}$.

B. $a = \frac{7}{2}$.

C. $a = \frac{7}{4}$.

D. $a = -\frac{7}{2}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2^n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính $\lim(u_n - 2)$

Câu 37. Tìm giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 8}$

Câu 38. Chứng minh rằng phương trình: $(m^2 + m + 1)x^4 + 2x - 2 = 0$ luôn có nghiệm.

Câu 39. Cho 4 điểm A, B, C, D trong không gian. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$. Từ đó suy ra: “Trong một tứ diện nếu có hai cặp cạnh đối vuông góc thì cặp cạnh còn lại cũng vuông góc.”

----- HẾT -----



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.** Với k là số nguyên âm, kết quả của giới hạn $\lim n^k$ là

- A. 1. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó

- A. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CG}$. B. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$.
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{GC}$. D. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{CG}$.

Câu 3. Giá trị đúng của $\lim (\sqrt{n^2-1} - \sqrt{3n^2+2})$ là:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 4. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ ?

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 5. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x+1} - \sqrt[3]{2x^3+x-1})$.

- A. $-\infty$. B. $\frac{4}{3}$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 6. Trong các mệnh đề mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hàm số $y = 2x+1$ liên tục trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số $y = \cos x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \sin x$ liên tục trên $\mathbb{R}$. D. Hàm số $y = \tan x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 7. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3+1)$.

- A. 1. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 9.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 5x & \text{khi } x \leq 0 \\ x^2+1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số liên tục tại $x=0$.
C. Hàm số gián đoạn tại $x=1$. D. Hàm số gián đoạn tại $x=0$.

Câu 9. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2}$ là

- A. $-\infty$. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 10. Biết $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = +\infty$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\lim \left(\frac{1}{u_n} \right) = 0$. B. $\lim (-3v_n) = -\infty$.
C. $\lim (u_n - v_n) = 0$. D. $\lim (u_n + v_n) = +\infty$.

Câu 11. Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$, với $L, M \in \mathbb{R}$. Chọn khẳng định sai.

- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$. B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$.
C. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$. D. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$.

Câu 12. Cho tam giác ABC ở trong $\text{mp}(\alpha)$ và phương l . Biết hình chiếu (theo phương l) của tam giác ABC lên $\text{mp}(P)$ là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(\alpha) \equiv (P)$

B. $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$

C. $A; B; C$ đều sai.

D. $(\alpha) // (P)$

Câu 13. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n^2+3n-1}$. Kết quả là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 14. Cho hai đường thẳng a, b lần lượt có vectơ chỉ phương là $\vec{u}, \vec{v}$. Giả sử $(\vec{u}, \vec{v}) = 125^\circ$. Tính góc giữa hai đường thẳng a, b .

A. 55° .

B. 125° .

C. -55° .

D. -125° .

Câu 15. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2}$.

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 2.

Câu 16. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-3n^3}{2n^3+5n-2}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 17. Cho tam giác ABC có diện tích S . Tìm giá trị của k thích hợp thỏa mãn:
 $S = \frac{1}{2} \sqrt{\overline{AB}^2 \cdot \overline{AC}^2 - 2k(\overline{AB} \cdot \overline{AC})^2}$.

A. $k = \frac{1}{4}$.

B. $k = 0$.

C. $k = \frac{1}{2}$.

D. $k = 1$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

I. $(-1; 0)$. II. $(0; 1)$. III. $(1; 2)$.

A. Chỉ II.

B. Chỉ III.

C. Chỉ I.

D. Chỉ I và II.

Câu 19. Hàm số nào sau đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$.

B. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{5}\right)$.

D. $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 7$.

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Đặt $\vec{x} = \overline{AB}$; $\vec{y} = \overline{AC}$; $\vec{z} = \overline{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overline{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

B. $\overline{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

C. $\overline{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

D. $\overline{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

Câu 21. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-12x+35}{25-5x}$ bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $-\infty$.

C. $-\frac{2}{5}$.

D. $+\infty$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ \sqrt{x-1} & \\ \sqrt[3]{1-x+2} & \text{khi } x \leq 1 \\ x+2 & \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng nhất ?

- A. Hàm số gián đoạn tại các điểm $x = 1$.
 B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.
 D. Hàm số không liên tục trên $(1; +\infty)$.

Câu 23. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính độ dài vector $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$ theo a .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.
 B. $a\sqrt{2}$.
 C. $(1+\sqrt{3})a$.
 D. $a\sqrt{6}$.

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = 2$, $DB = DC = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $DC \perp (ABC)$.
 B. $BC \perp AD$.
 C. $AC \perp BD$.
 D. $AB \perp (BCD)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{5x} & x \neq 0 \\ a+2 & x = 0 \end{cases}$. Tìm a để $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

- A. 1.
 B. -1.
 C. -2.
 D. 2.

Câu 26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2+1} - \sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$.
 B. 2.
 C. 1.
 D. $+\infty$.

Câu 27. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC = AC = AB = a$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và DC .

- A. 90° .
 B. 30° .
 C. 60° .
 D. 120° .

Câu 28. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a+b$.

- A. 5.
 B. 7.
 C. 8.
 D. 6.

Câu 29. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-n} - n)$ bằng

- A. $+\infty$.
 B. 0.
 C. $-\frac{1}{2}$.
 D. $-\infty$.

Câu 30. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy có giới hạn 0?

- A. $u_n = \frac{n^2+2n-1}{n^2-n^3}$.
 B. $u_n = \frac{3-n^2}{n^2+1}$.
 C. $u_n = \frac{n^3+n}{n^2+2}$.
 D. $u_n = \frac{2n^2-1}{n^2+2n+3}$.

Câu 31. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n+1)}{3n^2+4}$.

- A. $\frac{1}{3}$.
 B. $\frac{2}{3}$.
 C. 1.
 D. 0.

Câu 32. Trong không gian cho hai tam giác đều ABC và ABC' có chung cạnh AB và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, CB, BC' và $C'A$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CC'}$?

- A. 90° .
 B. 120° .
 C. 60° .
 D. 45° .

Câu 33. Tìm giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$.

A. $L = 0$

B. $L = \frac{\pi}{2}$

C. $L = 1$

D. $L = -1$

Câu 34. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+3} - \sqrt{3}}{x} = \frac{m}{n\sqrt{k}}$ ($m, n, k \in \mathbb{Z}$). Tính $m - n + k$?

A. 8.

B. 0

C. 6.

D. 4.

Câu 35. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+4} - \sqrt{n+3})$ bằng

A. $+\infty$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. 0.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tính tổng $S = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^n} - \frac{1}{3^n}\right) + \dots$.

Câu 37. Tính giới hạn của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - (a+3)x + 2(a+1)}{x^2 - 4}$ khi $x \rightarrow 2$ theo a .

Câu 38. Tìm a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ với $f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $4\sqrt{2}$, SC vuông góc với CA và CB , $SC = 2$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC . Tính góc giữa hai đường thẳng CE và SF .

----- HẾT -----



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.** Tính giới hạn $L = \lim (3n^2 + 5n - 3)$.

A. $L = +\infty$.

B. $L = -\infty$.

C. $L = 5$.

D. $L = 3$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính khoảng cách giữa đường thẳng MD và mặt phẳng (SBN) .

A. $d(MD, (SBN)) = \frac{4a}{\sqrt{33}}$.

B. $d(MD, (SBN)) = \frac{2a}{\sqrt{33}}$.

C. $d(MD, (SBN)) = \frac{3a}{\sqrt{33}}$.

D. $d(MD, (SBN)) = \frac{a}{\sqrt{33}}$.

Câu 3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 - x^2 - 1}{x - 2}$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Trong không gian, nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì hai đường thẳng đó song song.

B. Trong không gian, nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì hai đường thẳng đó vuông góc với nhau.

C. Trong không gian, nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng đó song song với đường thẳng còn lại.

D. Trong không gian, nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

Câu 5. Nếu $\lim u_n = L$ thì $\lim \sqrt{u_n + 9}$ bằng

A. $\sqrt{L + 9}$.

B. $L + 3$.

C. $\sqrt{L} + 3$.

D. $L + 9$.

Câu 6. Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2,13131313\dots$,

A. $P = \frac{211}{100}$.

B. $P = \frac{211}{99}$.

C. $P = \frac{212}{99}$.

D. $P = \frac{213}{100}$.

Câu 7. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1}$ ta được kết quả

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2}$ bằng:

A. $-\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. $BD \perp SA$.

B. $AC \perp SA$.

C. $AC \perp SD$.

D. $BD \perp AC$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ ax+3 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên R :

A. $a = \frac{4}{3}$.

B. $a = -\frac{4}{3}$.

C. $a = -1$.

D. $a = \frac{1}{6}$.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định **sai**?

A. Góc giữa AD và $B'C$ bằng 45° .

B. Góc giữa BD và $A'C'$ bằng 90° .

C. Góc giữa AC và $B'D'$ bằng 90° .

D. Góc giữa $B'D'$ và AA' bằng 60° .

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

A. $k = 2$.

B. $k = \frac{1}{2}$.

C. $k = \frac{1}{3}$.

D. $k = 3$.

Câu 14. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ có giới hạn tại $x = 2$

A. -2

B. 1

C. -1

D. 2

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{CD_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A_1B_1}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{CD_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A_1C}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{C_1A}$ đồng phẳng.

Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \vec{0}$.

A. $k = 4$.

B. $k = 2$.

C. $k = 0$.

D. $k = 1$.

Câu 17. Cho $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2)\sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$. Tính giới hạn đó.

A. $+\infty$.

B. 1.

C. 0.

D. $-\infty$.

Câu 18. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = -\pi$.

D. $m = \pi$.

Câu 19. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng -1 ?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{3x + x^2}$

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x^2 + 3}{5x^2 - x^3}$

C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{x^2 - 5x}$

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Gọi I là trung điểm của $B'C'$, K là giao điểm của $A'I$ và $B'D'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{DK} = 4\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$.

B. $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{3}(4\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c})$.

C. $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{3}(4\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{DK} = 4\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

Câu 21. Tìm m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{x-2} & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x - 5m + m^2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $m = 2; m = 3$ B. $m = -2; m = -3$ C. $m = 1; m = 6$ D. $m = -1; m = -6$

Câu 22. Tính $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = a\sqrt{b}$ (a, b nguyên). Khi đó giá trị của $P = a + b$ bằng

- A. 6. B. 10. C. 5. D. 7.

Câu 23. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+4} - \sqrt{n+3})$ bằng

- A. $+\infty$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 24. Số điểm gián đoạn của hàm số $h(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 3x - 1 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 25. Tìm giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x + 1)^{2019}}$

- A. $\frac{1}{2^{2018}}$. B. $\frac{1}{2^{2019}}$. C. $\frac{1}{2^{2017}}$. D. 0.

Câu 26. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2 - 5x + 2}$ là:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 27. Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_0 là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD) . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{GA} = -2\vec{G_0G}$. B. $\vec{GA} = 4\vec{G_0G}$. C. $\vec{GA} = 3\vec{G_0G}$. D. $\vec{GA} = 2\vec{G_0G}$.

Câu 29. Cho a, b là các số thực khác 0. Để giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + ax}}{bx - 1} = 3$ thì

- A. $\frac{a-1}{b} = 3$. B. $\frac{a+1}{b} = 3$. C. $\frac{-a-1}{b} = 3$. D. $\frac{a-1}{-b} = 3$.

Câu 30. Giá trị của giới hạn $\lim \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$ là:

- A. $-\infty$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. 0.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1}-m & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = -2$.

Câu 32. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{2n(n+7)(6n+5)}}$

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{6}}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 33. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC . Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

- A. 45^0 B. 90^0 C. 30^0 D. 60^0

Câu 34. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 35. Thu gọn $S = 1 - \tan \alpha + \tan^2 \alpha - \tan^3 \alpha + \dots$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$.

- A. $S = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan \alpha}$. B. $S = \tan^2 \alpha$.
C. $S = \frac{1}{1 - \tan \alpha}$. D. $S = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(-10;10)$ để $L = \lim_{n \rightarrow \infty} (5n - 3(a^2 - 2)n^3) = -\infty$.

Câu 37. Biết rằng $a + b = 4$ và $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^3} \right)$ hữu hạn. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{b}{1-x^3} - \frac{a}{1-x} \right)$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4} & \text{khi } x > 2 \\ x^2 + ax + 3b & \text{khi } x < 2 \\ 2a + b - 6 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$. Tính $I = a + b$.

Câu 39. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của đoạn MN và P là một điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức vector $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$.

----- HẾT -----



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho các dãy số (u_n) , (v_n) và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Tìm mệnh đề đúng.

- A. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.
 B. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
 C. Nếu $f(a)f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
 D. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Câu 3. Xét trong không gian, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
 B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
 C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.
 D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

Câu 4. Tìm $I = \lim \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1}$.

- A. $I = +\infty$. B. $I = 0$. C. $I = \frac{7}{2}$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 5. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ bằng?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 6. Cho các dãy số (u_n) , (v_n) và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 1. C. 0. D. $-\infty$.

Câu 7. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
 C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.

Câu 8. $\lim (2n - 3n^3)$ là:

- A. 2. B. -3. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 9. Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3n^3}{4n^2+2n+1}$ là:

- A. 0 B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $+\infty$.

Câu 10. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng:

- A. 3. B. $+\infty$. C. 2. D. 1.

Câu 11. Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3+1} - \sqrt[3]{n^3+2})$ bằng:

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 12. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + \pi^{21})^{\sqrt[7]{1-2x} - \pi^{21}}}{x}$ là:

- A. $-\frac{2\pi^{21}}{7}$. B. $\frac{2\pi^{21}}{5}$. C. $-\frac{2\pi^{21}}{5}$. D. $\frac{1-2\pi^{21}}{7}$.

Câu 13. Để hàm số $y = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & \text{khi } x \leq -1 \\ 4x + a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$ thì giá trị của a là

- A. -1. B. -4. C. 4. D. 1.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A. Ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. B. Ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.
C. Ba vector $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. D. Ba vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 16. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AC'} = 4\overrightarrow{AG}$. B. $\overrightarrow{BD'} = 4\overrightarrow{BG}$. C. $\overrightarrow{BD'} = 3\overrightarrow{BG}$. D. $\overrightarrow{AC'} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = -2$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = \pm 2$.

Câu 18. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x}}{x^2}$ là:

- A. $-\infty$. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 19. Có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 1$?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 20. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$

- A. 2. B. -4. C. -2. D. 4.

Câu 21. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2 + 13x + 30}{\sqrt{(x+3)(x^2+5)}}$ là:

- A. 0. B. $\frac{2}{\sqrt{15}}$. C. -2. D. 2.

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

Câu 23. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 24. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{x^2+2}$ bằng

- A. -2. B. $-\frac{3}{2}$. C. 1. D. 0.

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Góc (IE, JF) bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$.

Câu 27. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$. C. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$. D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

Câu 28. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

- A. $m = \frac{7}{4}$. B. $m = 8$. C. $m = -\frac{7}{4}$. D. $m = -8$.

Câu 29. Rút gọn $S = 1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots + \cos^{2n} x + \dots$ với $\cos x \neq \pm 1$.

- A. $S = \frac{1}{\cos^2 x}$. B. $S = \sin^2 x$. C. $S = \cos^2 x$. D. $S = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 30. Tứ diện đều có góc tạo bởi hai cạnh đối diện bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 31. $\lim \left(1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$ bằng:

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m-2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Câu 33. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$. Ta có $\lim u_n$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 1.

D. 2.

Câu 34. Cho dãy số có giới hạn (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_n = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}, n \geq 1 \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\lim u_n = 1$.

B. $\lim u_n = 0$.

C. $\lim u_n = \frac{1}{2}$.

D. $\lim u_n = -1$.

Câu 35. Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} + ax + b \right) = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. 0.

D. 1.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a thuộc $(0; 20)$ sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3 + \frac{an^2 - 1}{3 + n^2} - \frac{1}{2^n}}$ là một số nguyên.

Câu 37. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5}) = a\sqrt{5} + b$. Tính $S = 5a + b$.

Câu 38. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

Câu 39. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi P và Q là hai điểm lần lượt trên hai cạnh AB và AD sao cho $AP = \frac{2}{3}AB$, $AQ = \frac{3}{4}AD$, gọi I và J là hai điểm nằm trên hai đoạn $B'Q$ và $A'P$ sao cho IJ song song với AC .

Hãy tính tỉ số $\frac{IB'}{QB'}$.

----- **HẾT** -----



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.** Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2}$ là:

- A. $-\infty$. B. $\frac{2}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Nếu $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ thì $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[3]{u_n} + 8}$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{\sqrt[3]{L} + 8}$. B. $\frac{1}{\sqrt{L} + \sqrt{8}}$. C. $\frac{1}{\sqrt[3]{L} + 2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{L} + 8}$.

Câu 3. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4|$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 4. Phát biểu nào trong các phát biểu sau là đúng?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm phải tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
 B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
 C. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm $-x_0$.
 D. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trái tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

Câu 5. Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1}$.

- A. $L = \frac{3}{2}$. B. $L = \frac{1}{2}$. C. $L = 2$. D. $L = 1$.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
 B. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
 C. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi $n \rightarrow +\infty$, nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.
 D. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Câu 7. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với Δ ?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. Vô số.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4|$ bằng

A. -5 .

B. 1 .

C. 5 .

D. -1 .

Câu 10. Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ là:

A. $-\frac{3}{4}$.

B. $-\infty$.

C. 0 .

D. -1 .

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x + 1} - \sqrt{x + 2018}} & \text{khi } x \neq 1 \\ k & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm k để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

A. $k = 2\sqrt{2019}$.

B. $k = \frac{2017 \cdot \sqrt{2018}}{2}$.

C. $k = 1$.

D. $k = \frac{20016}{2017} \sqrt{2019}$.

Câu 12. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1}$ bằng

A. 0

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 1 .

Câu 13. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm của AD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

B. $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$.

C. $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$.

D. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I là tâm của hình hình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. Khi đó

A. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

B. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

C. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

D. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$?

A. 120° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D'$. Xác định góc giữa MN và AP .

A. 60° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Câu 18. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left(\sin \pi x - \frac{1}{x^2} \right)$ là:

A. π .

B. $+\infty$.

C. 0.

D. -1.

Câu 19. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x + 3}$ là.

A. 1

B. $-\infty$.

C. -1.

D. $+\infty$.

Câu 20. Cho tam giác đều ABC cạnh $a = 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -2$.

B. $(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BA} = 2$.

C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = 4$.

D. $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 21. Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[n(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1}) \right]$.

A. $I = 0$.

B. $I = +\infty$.

C. $I = \frac{3}{2}$.

D. $I = 1,499$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{ví i } x > 3 \\ 1 & \text{ví i } x = 3 \\ 3 - 2x^2 & \text{ví i } x < 3 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -15$.

B. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 6$.

C. Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

D. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 6$.

Câu 23. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm của hình bình hành $ABEF$ và K là tâm của hình bình hành $BCGF$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ mx - 4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. Không tồn tại m

B. $m = 2$

C. $m = -2$

D. $m = 3$

Câu 25. Hàm số nào trong các hàm số sau đây liên tục tại điểm $x = 1$?

A. $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 1}$.

B. $f(x) = \sqrt{1 - 2x}$.

C. $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

D. $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \begin{cases} 3x + 1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x + m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$, m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = -1$.

B. $m = 3$.

C. $m = -3$.

D. $m = 5$.

Câu 27. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{x + 1}$ là:

A. -2.

B. -1.

C. -2.

D. $+\infty$.

Câu 28. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{4x + 4} - 2}$ là:

A. 1.

B. $+\infty$.

C. -1.

D. 0.

Câu 29. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,5111\ldots$ được biểu diễn bởi phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính tổng

$T = a + b$.

A. 137.

B. 17.

C. 68.

D. 133.

Câu 30. Biết rằng $\frac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$ có giới hạn là $+\infty$ khi $x \rightarrow +\infty$ (với a là tham số). Tính giá trị nhỏ nhất của

$$P = a^2 - 2a + 4.$$

A. $P_{\min} = 5$.

B. $P_{\min} = 1$.

C. $P_{\min} = 3$.

D. $P_{\min} = 4$.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a thuộc $(0; 20)$ sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{3 + \frac{an^2-1}{3+n^2}} - \frac{1}{2^n}$ là một số nguyên.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+a-1, & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x}, & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị của a để hàm số đã cho liên tục tại

điểm $x = 0$.

A. $a = 4$.

B. $a = 1$.

C. $a = 3$.

D. $a = 2$.

Câu 33. Tìm tất cả giá trị nguyên của a thuộc $(0; 2018)$ để $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[4]{\frac{4^n + 2^{n+1}}{3^n + 4^{n+a}}} \leq \frac{1}{1024}$.

A. 2007.

B. 2008.

C. 2017.

D. 2016.

Câu 34. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + \dots + (\sqrt{2})^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\lim u_n = +\infty$.

B. Không tồn tại $\lim u_n$.

C. $\lim u_n = -\infty$.

D. $\lim u_n = \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$ trong đó $AB = 6$, $CD = 3$, góc giữa AB và CD là 60° và điểm M trên BC sao cho $BM = 2MC$. Mặt phẳng (P) qua M song song với AB và CD cắt BD, AD, AC lần lượt tại N, P, Q . Diện tích $MNPQ$ bằng:

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Biết rằng $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(\sqrt{5})^n - 2^{n+1} + 1}{5 \cdot 2^n + (\sqrt{5})^{n+1} - 3} + \frac{2n^2 + 3}{n^2 - 1} \right) = \frac{a\sqrt{5}}{b} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức

$$S = a^2 + b^2 + c^2.$$

Câu 37. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt[3]{x^3 - x^2})$ là:

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Xác định độ dài đoạn thẳng MN để góc giữa hai đường thẳng AB và MN bằng 30° .

----- HẾT -----



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.** $L = \lim (5n - n^3)$ là:

- A. -4 . B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. -6 .

Câu 2. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ ?

- A. 3. B. Vô số. C. 2. D. 1.

Câu 3. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x-1|}{x^4 + x - 3}$ là:

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

- A. AD' . B. AC . C. BB' . D. $A'D$.

Câu 5. Cho các mệnh đề:

- Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 thì nó liên tục tại điểm x_0 .
- Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm x_0 .
- Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(a; b)$.
- Hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[a; b]$ thì luôn tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

Số mệnh đề đúng là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 6. Phát biểu nào trong các phát biểu sau là **sai**?

- A. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$). B. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).
- C. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$). D. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

Câu 7. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = n^2 - 4n$. B. $u_n = \left(\frac{-2}{3}\right)^n$. C. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$. D. $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$.

Câu 8. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số). B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).
- C. $\lim \frac{1}{n} = 0$. D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

Câu 9. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x^2 - 4} - \sqrt{3x - 2}}{x + 1}$ là:

- A. $+\infty$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. 0.

Câu 10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+7}$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

- A. $a = 0$. B. $a = -\frac{1}{2}$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = 1$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 13. Số nào trong các số sau là bằng $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+x-2}\sqrt{3}}{x-3}$?

- A. $\frac{7\sqrt{3}}{12}$. B. $-\frac{7\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Câu 15. Giá trị giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-x} - \sqrt{4x^2+1}}{2x+3}$ bằng:

- A. $-\infty$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 16. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng a . Tính tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = a^2$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \frac{a^2}{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -a^2$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $k = 0$. B. $k = 2$. C. $k = 4$. D. $k = 1$.

Câu 18. Tính giới hạn $T = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$

- A. $T = \frac{1}{8}$. B. $T = \frac{1}{16}$. C. $T = 0$. D. $T = \frac{1}{4}$.

Câu 19. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 7. B. -7. C. -4. D. 4.

Câu 20. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1} & \text{khi } x > -1 \\ mx + 2 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$.

- A. $m = 0$. B. $m = -4$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Câu 21. Tìm giá trị lớn nhất của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ a^2x + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

- A. $a_{\max} = 2$. B. $a_{\max} = 3$. C. $a_{\max} = 0$. D. $a_{\max} = 1$.

Câu 22. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AD'

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 23. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

- A. $m = -\frac{7}{4}$. B. $m = \frac{7}{4}$. C. $m = -8$. D. $m = 8$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2-\sqrt{x+3}}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{8} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

- A. $-\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $+\infty$. D. 0 .

Câu 25. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.
C. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$?

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 120° .

Câu 27. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10-2x|}{x^2-6x+5}$ là

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $+\infty$. D. 0 .

Câu 28. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ bằng

- A. 1 . B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 0 .

Câu 29. Biết rằng $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+\sqrt{n^2+1}}{\sqrt{n^2-n}-2} = a \sin \frac{\pi}{4} + b$. Tính $S = a^3 + b^3$.

- A. $S = -1$. B. $S = 1$. C. $S = 8$. D. $S = 0$.

Câu 30. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(\overline{AB}, \overline{DM})$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 31. Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2+2n}}{3n-1} + \frac{(-1)^n}{3^n} \right)$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. B. -1 . C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 32. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,17232323\dots$ được biểu diễn bởi phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a - b > 2^{15}$. B. $a - b > 2^{14}$. C. $a - b > 2^{13}$. D. $a - b > 2^{12}$.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau liên tục trên $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\ln x} & \text{khi } x > 1 \\ m \cdot e^{x-1} + 1 - 2mx^2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$$

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Câu 34. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1} + 2017}{x + 2018} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 1} - x) = 2$. Tính $P = 4a + b$.

- A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = 3$. D. $P = -1$.

Câu 35. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ đều tồn tại giới hạn hữu hạn. Biết rằng hai dãy số đồng thời thỏa mãn các hệ thức $u_{n+1} = 4v_n - 2, v_{n+1} = u_n + 1$ với mọi $\forall n \in \mathbb{Z}^+$. Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + 2v_n)$ bằng

- A. -1 . B. $\frac{1}{2}$. C. 0 . D. $\frac{3}{2}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây, dãy số nào có giới hạn khác 1?

Câu 37. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ thì giá trị của a là một nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

Câu 38. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Tính giá trị $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$.

----- HẾT -----



Họ và tên :Lớp:

Mã đề [001]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
D	B	B	D	A	B	B	A	B	C	A	A	A	B	D	A	C	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
C	D	C	B	D	A	A	D	D	C	C	B	D	C	C	A	C	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 3n - 1}{4 + 5n + 2n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}}{\frac{4}{n^2} + \frac{5}{n} + 2} = 4.$$

Câu 2.

Lời giải

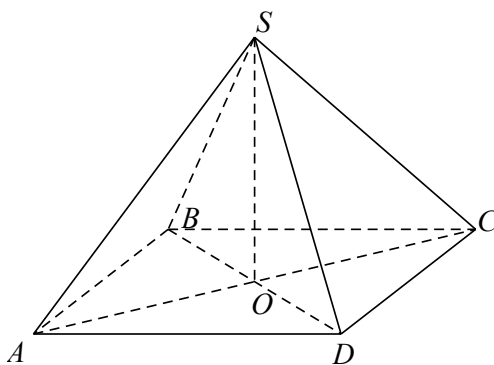
Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3 - 3x) = 1 - 3 = -2.$$

Câu 3.

Lời giải

Chọn B



Vì $AD \parallel BC$ nên góc giữa BC và SA là góc giữa AD và SA .

Hình chóp có tất cả các cạnh đều bằng a nên $\triangle SAD$ đều, suy ra $(AD, SA) = 60^\circ$.

Câu 4.

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-3n)^2 (n-4)}{(n+1)^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{2}{n}-3\right)^2 \left(1-\frac{4}{n}\right)}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^3} = 9.$$

Câu 6.

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow a} (-3 \cdot f(x)) = -3 \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$.

Lời giải

Câu 7.

Chọn B

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (3^n - 5^n) = \lim_{n \rightarrow \infty} 5^n \left(\left(\frac{3}{5} \right)^n - 1 \right) = -\infty.$$

$$\text{Vì } \lim_{n \rightarrow \infty} 5^n = +\infty; \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{3}{5} \right)^n - 1 \right) = -1.$$

Lời giải

Câu 8.

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$.

Lời giải

Câu 9.

Chọn B

Do hình chiếu của hai đường thẳng ban đầu nằm trên cùng một mặt phẳng nên chúng không thể chéo nhau.

Lời giải

Câu 10.

Chọn C

Lời giải

Câu 11.

Chọn A

$$C = \sqrt{2} - \sqrt[3]{5}.$$

Lời giải

Câu 12.

Chọn A

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-\frac{1}{x}}{\frac{3}{x}-1} = -2.$$

Câu 13.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn B

Khi k là số chẵn tức là k có dạng $k = 2m$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2m} = +\infty$.

Câu 15.**Lời giải****Chọn D**

Áp dụng quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$.

Suy ra $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Câu 16.**Lời giải****Chọn A**

Ta có : $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{1}{4} = f(4)$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 4$.

Câu 17.**Lời giải****Chọn C**

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 4) = 5 = f(1)$.

và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x - 2) = 1 \neq f(1)$

Với mọi $x_0 \in (1; +\infty)$ ta có : $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} (x^2 + 4) = x_0^2 + 4 = f(x_0)$.

Vậy hàm số liên tục trên $[1; +\infty)$.

Câu 18.**Lời giải****Chọn B**

Hàm số liên tục tại $x = -1 \Leftrightarrow f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

$\Leftrightarrow m^2 - 2 = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 1) = -2 \Leftrightarrow m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy có một giá trị của tham số m thỏa ycbt.

Câu 19.**Lời giải****Chọn C**

Ta có $I = \lim \left(\sqrt{n^2 - 3n + 12} - n \right) = \lim \frac{-3n + 12}{\sqrt{n^2 - 3n + 12} + n} = \lim \frac{-3 + \frac{12}{n}}{\sqrt{1 - \frac{3}{n} + \frac{12}{n^2}} + 1} = -\frac{3}{2}$.

Câu 20.**Lời giải****Chọn D**

G là trọng tâm tứ diện $ABCD$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 21.**Lời giải****Chọn C**

Các hàm số trong câu **A**, **B**, **C** không xác định tại $x = -1$ do đó không liên tục tại $x = -1$.

Xét hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ ta có:

+ $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $-1 \in \mathbb{R}$

+ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 4 = f(-1)$

Suy ra $f(x)$ liên tục tại $x = -1$.

Vậy hàm số trong câu **D** liên tục tại $x = -1$.

Câu 22.

Lời giải

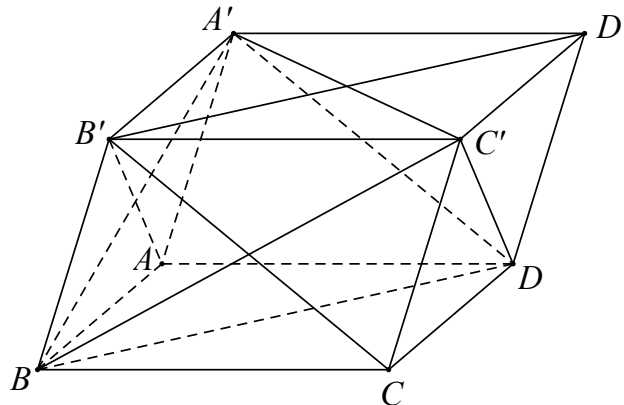
Chọn B

$$\begin{aligned} A &= \lim \left(\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n \right) = \lim \frac{\left(\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n \right) \left(\sqrt{n^2 + 2n + 3} + n \right)}{\sqrt{n^2 + 2n + 3} + n} \\ &= \lim \frac{n^2 + 2n + 3 - n^2}{\sqrt{n^2 + 2n + 3} + n} = \lim \frac{2n + 3}{\sqrt{n^2 + 2n + 3} + n} = \lim \frac{2 + \frac{3}{n}}{\sqrt{1 + \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}} + 1} = 1. \end{aligned}$$

Câu 23.

Lời giải

Chọn D



Chú ý: Hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau còn gọi là hình hộp thoi.

A đúng vì:

$$\begin{cases} A'C' \perp B'D' \\ B'D' \parallel BD \end{cases} \Rightarrow A'C' \perp BD.$$

B sai vì:

$$\text{C đúng vì: } \begin{cases} A'B \perp AB' \\ AB' \parallel DC' \end{cases} \Rightarrow A'B \perp DC'.$$

$$\text{D đúng vì: } \begin{cases} BC' \perp B'C \\ B'C \parallel A'D \end{cases} \Rightarrow BC' \perp A'D.$$

Câu 24.

Lời giải

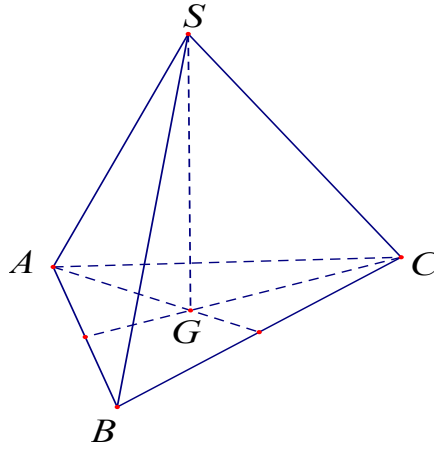
Chọn A

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x - 1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 1) = -2.$$

Câu 25.

Lời giải.

Chọn A



Ta có: $\Delta SAB = \Delta SBC = \Delta SCA$ ($c - g - c$) $\Rightarrow AB = BC = CA$.

Do đó tam giác ABC đều. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Vì hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$

nên hình chiếu của S trùng với G

Hay $SG \perp (ABC)$.

Ta có: $\begin{cases} AC \perp BG \\ AC \perp SG \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBG)$

Suy ra $AC \perp SB$.

Vậy góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 90° .

Câu 26.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{7}{n} - 2 + \frac{1}{n^3}}{3 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 27.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{5x^2 + 2x} - x\sqrt{5}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{-\sqrt{5 + \frac{2}{x}} - \sqrt{5}} = -\frac{1}{5}\sqrt{5}.$$

Suy ra: $a = -\frac{1}{5}$, $b = 0$. Vậy $S = -1$.

Câu 28.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } I = \lim_{n \rightarrow \infty} (3 - n) \sqrt{\frac{n^2}{n^4 + 5}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{n} - 1 \right) \sqrt{\frac{n^4}{n^4 + 5}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{n} - 1 \right) \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{5}{n^4}}} = -1.$$

Câu 29.

Lời giải

Chọn C

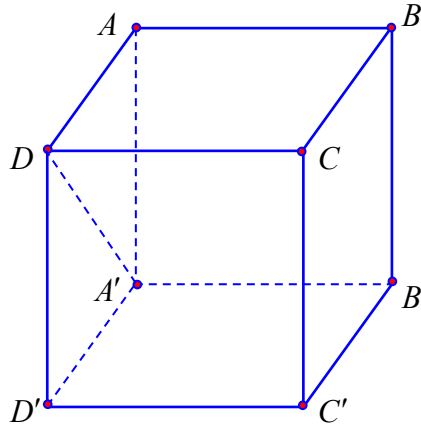
Ta có $A = \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n} + \frac{2}{n^2}} + 1 \right) = +\infty$

Do $\lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n} + \frac{2}{n^2}} + 1 \right) = 2$.

Câu 30.

Chọn B

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ và $AB \perp (AA'D'D)$ nên $(AB, A'D) = (A'B', A'D) = 90^\circ$.

Do đó $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'D}) = 90^\circ$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'D} = 0$.

Câu 31.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x-1)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x-1}{x-2} = \frac{5}{4}$.

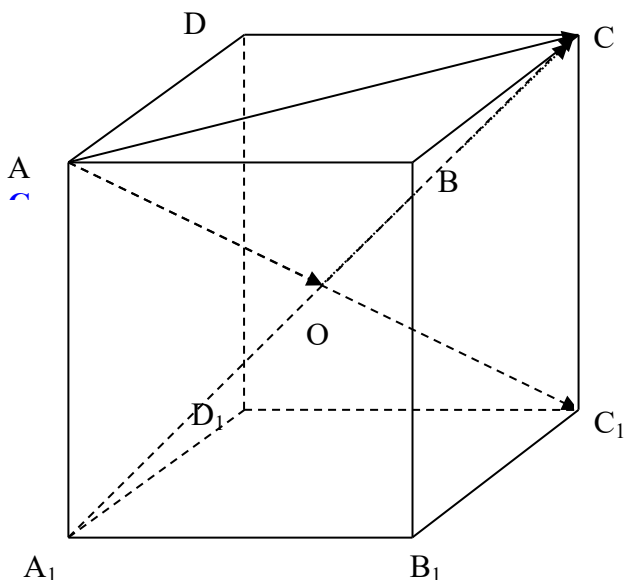
Câu 32.

Lời giải

Chọn C

+ Gọi O là tâm của hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

+ Vận dụng công thức trung điểm để kiểm tra.



Lời giải

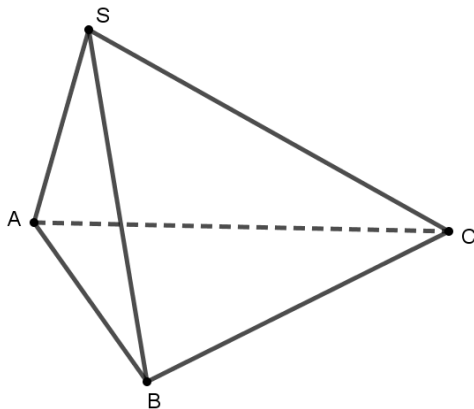
Chọn C

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2017}{2x+2018} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2+\frac{3}{x^2}+\frac{2017}{x}}}{2+\frac{2018}{x}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 34.

Lời giải

Chọn A



$$\cos \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC}|}{SA \cdot BC} = \frac{|\overrightarrow{SA} \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB})|}{SA \cdot BC} = \frac{|\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB}|}{SA \cdot BC} = \frac{|SA \cdot SC \cdot \cos 90^\circ - SA \cdot SB \cdot \cos 60^\circ|}{a \cdot \sqrt{4a^2 + 9a^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3a \cdot \cos 60^\circ}} = \frac{\sqrt{7}}{7}.$$

Câu 35.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x + 4) = 8.$$

$$\text{Và: } \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (mx + 1) = 4m + 1 = f(4).$$

$$\text{Hàm số } f(x) \text{ liên tục tại điểm } x = 4 \text{ nếu } \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4).$$

$$\Rightarrow 4m + 1 = 8 \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}.$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Từ công thức xác định dãy (u_n) suy ra $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Ta chứng minh (u_n) là dãy số bị chặn trên bởi 2 bằng phương quy nạp

$$\text{Thật vậy ta có } u_1 = 1 < 2. \text{ Giả sử } u_n < 2 \text{ thì } u_{n+1} - 2 = \frac{2(2u_n + 1)}{u_n + 3} - 2 = \frac{2u_n - 4}{u_n + 3} < 0 \Rightarrow u_{n+1} < 2 \text{ nên}$$

$$u_n < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Ta chứng minh dãy (u_n) tăng.

Thật vậy $u_{n+1} - u_n = \frac{2(2u_n+1)}{u_n+3} - u_n = \frac{-u_n^2 + u_n + 2}{u_n+3} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* (\forall 0 < u_n < 2)$

Dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn trên nên có giới hạn.

Đặt $\lim u_n = L$ ($0 \leq L \leq 2$), giải phương trình $L = \frac{2(2L+1)}{L+3}$ ta được nghiệm dương $L = 2$

Vậy $\lim u_n = 2$.

Câu 37.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+x+x^2-3}{1-x^3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{(1-x)(1+x+x^2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x+2)}{1+x+x^2} = -1.$$

Câu 38.

Lời giải

Đặt $f(x) = (1-m^2)x^5 - 3x - 1$.

+ Hàm số $f(x) = (1-m^2)x^5 - 3x - 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục trên $[-1; 0]$.

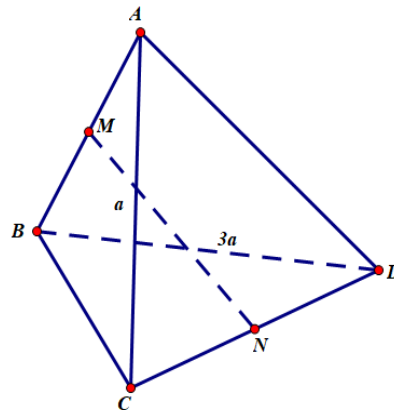
+ Ta có: $f(0) = -1$

$f(-1) = m^2 + 1 > 0, \forall m$ nên $f(0) \cdot f(-1) < 0$

Vậy phương trình $(1-m^2)x^5 - 3x - 1 = 0$ có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $(-1; 0)$ nên phương trình luôn có nghiệm.

Câu 39.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$; $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN}$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{MN}^2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})^2 = \frac{1}{4}(a^2 + 9a^2) \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$$



Họ và tên :Lớp:

Mã đề [002]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	C	B	D	D	A	C	A	D	B	D	B	D	C	C	B	B	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
A	C	C	A	C	A	D	B	A	A	B	C	A	B	D	C	D	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn A

Ví dụ lấy dãy $(u_n); (v_n)$ với $u_n = n^3, v_n = n$ thỏa mãn điều kiện $\lim u_n = +\infty; \lim v_n = +\infty$ nhưng $\lim(u_n - v_n) = +\infty$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn C

Do phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, nên không thể có đáp án A.

Câu 3.

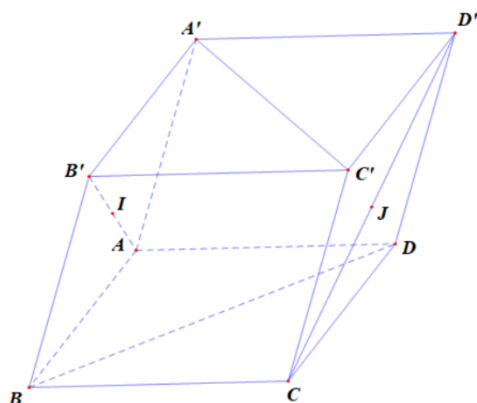
Lời giải

Chọn B

$$\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^2 - 1} = \lim \frac{2 - \frac{3}{n^2}}{-2 - \frac{1}{n^2}} = \frac{2}{-2} = -1$$

Câu 4.

Lời giải

Chọn DCâu 5.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 2.$$

Câu 6.

Lời giải

Chọn A

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

Câu 8.

Lời giải

Chọn A

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2|x+1| - 5\sqrt{x^2-3}}{2x+3} = \frac{2-5}{-1} = 3.$

Câu 9.

Lời giải

Chọn A

Câu 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = \frac{3x-4}{x-2}$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, do đó gián đoạn tại $x = 2$.

Câu 11.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa hai đường thẳng vuông góc trong không gian ta suy ra đáp án C đúng.

Câu 12.

Lời giải

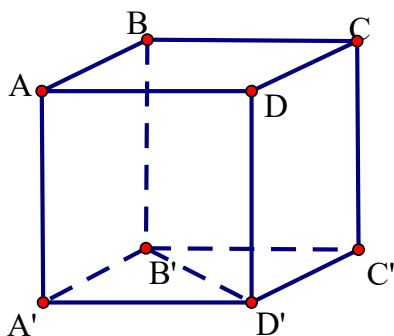
Chọn B

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} (2019n - n^2) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\frac{2019}{n} - 1 \right) = -\infty.$

Câu 13.

Lời giải

Chọn D



Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên cạnh $A'A \perp (A'B'C'D')$ và $B'D' \in (A'B'C'D')$

Nên $A'A \perp B'D' \Rightarrow \angle(A'A, B'D') = 90^\circ.$

Câu 14.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^-} (x-3) = 0, x-3 < 0, \forall x < 3.$

Câu 15.**Lời giải****Chọn C**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}-2}{3+\frac{1}{n}} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 16.**Lời giải****Chọn B**

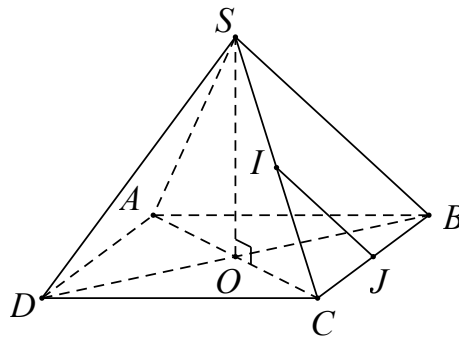
Ta có. Dễ thấy $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3 + 2x^2 + 3) = +\infty$. Chọn đáp án D.

Câu 17.**Lời giải****Chọn B**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+4}{3n^2+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} + \frac{4}{n^2}}{3 + \frac{5}{n^2}} = \frac{0+0}{3+0} = 0.$$

Câu 18.**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2017}{2x+2018} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2+\frac{3}{x^2}+\frac{2017}{x}}}{2+\frac{2018}{x}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 19.**Lời giải****Chọn A**

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp của hình vuông $ABCD$ (1).

Ta có: $SA = SB = SC = SD \Rightarrow S$ nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Từ giả thiết ta có: $IJ \parallel SB$ (do IJ là đường trung bình của $\triangle SAB$). $\Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB)$.

Mặt khác, ta lại có $\triangle SAB$ đều, do đó $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$.

Câu 20.**Lời giải****Chọn C**

$$f(1) = a + 2.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + 2) = a + 2.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(\sqrt{x+3}+2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{4}.$$

Hàm số liên tục tại $x=1 \Leftrightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow a+2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = -\frac{7}{4}.$

Câu 21.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thuyết trên thì với O là một điểm bất kỳ ta luôn có: $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}).$

Ta thay điểm O bởi điểm A thì ta có:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$$

Do vậy $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ là sai.

Câu 22.

Lời giải:

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)) = +\infty.$$

Câu 23.

Lời giải

Chọn C

Ta có (I) đúng vì $f(x) = x^5 - x^2 + 1$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có (III) đúng vì $f(x) = \sqrt{x-2}$ liên tục trên $(2; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = 0$ nên hàm số liên tục trên $[2; +\infty)$.

Câu 24.

Lời giải

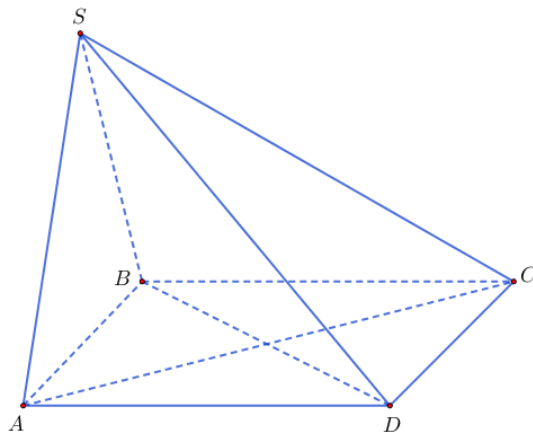
Chọn A

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(3 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3} \right)}{n^4 \left(4 + \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^4} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{n \left(4 + \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^4} \right)} = 0$$

Câu 25.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } SB^2 = (\overrightarrow{AS} - \overrightarrow{AB})^2 \Leftrightarrow SB^2 = AS^2 - 2\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} + AB^2$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{SB^2 - SA^2 - AB^2}{2} = -\frac{a^2}{2}.$$

Vậy $\cos \varphi = \cos(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AS}) = \frac{\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AS}}{CD \cdot AS} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{a \cdot 2a} = -\frac{1}{4}$.

Câu 26.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} = \frac{1}{3} = f(1)$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 1$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim \left[n \left(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1} \right) \right] = \lim \frac{3n}{\sqrt{n^2 + 2} + \sqrt{n^2 - 1}} = \lim \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} = \frac{3}{2}$

Câu 28.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi : $2x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0; 2]$

Hàm số liên tục trên từng khoảng xác định của nó, do đó ta chọn đáp án

Câu 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim \left(3n + 3 - \sqrt{9n^2 - 8n} \right) &= \lim \frac{(3n + 3)^2 - (9n^2 - 8n)}{3n + 3 + \sqrt{9n^2 - 8n}} = \lim \frac{26n + 9}{3n + 3 + \sqrt{9n^2 - 8n}} \\ &= \lim \frac{26 + \frac{9}{n}}{3 + \frac{3}{n} + \sqrt{9 - \frac{8}{n}}} = \frac{13}{3} \Rightarrow a = 13, b = 3 \Rightarrow 2a - 7b = 5. \end{aligned}$$

Câu 30.

Lời giải

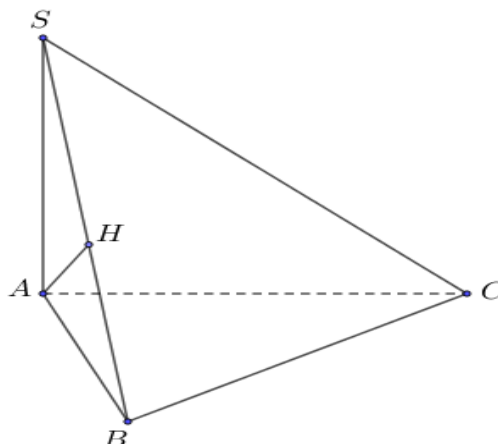
Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{(x - 2^{2018})(x + 2^{2018})}{x - 2^{2018}} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} (x + 2^{2018}) = 2^{2018} + 2^{2018} = 2^{2019}$.

Câu 31.

Lời giải

Chọn A



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$, suy ra **C** đúng.

Lại có $BC \perp AB$, $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \supset AH \Rightarrow BC \perp AH$, suy ra **B** đúng.

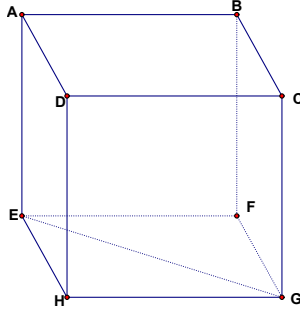
Mặt khác $AH \perp SB$, $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (SBC) \supset SC \Rightarrow AH \perp SC$, suy ra **A** đúng.

Vậy **Chọn A**

Câu 32.

Lời giải

Chọn B

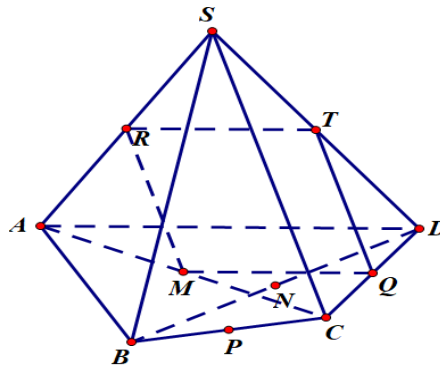


$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \quad (\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}) = a^2 \quad (\text{Vì } \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD}).$$

Câu 33.

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác $\triangle CAD$ ta có MQ là đường trung bình nên suy ra $MQ \parallel AD$ (1).

Xét tam giác SAD ta có RT là đường trung bình nên suy ra $RT \parallel AD$ (2).

Từ (1); (2) $\Rightarrow MQ \parallel RT$. Suy ra 4 điểm M, Q, R, T đồng phẳng.

Câu 34.

Lời giải

Chọn C

Với mọi dãy (x_n) : $\lim x_n = 0$ ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{2x} = \lim_{x_n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x_n+4}-2}{2x_n} = \lim_{x_n \rightarrow 0} \frac{x_n}{2x_n(\sqrt{x_n+4}+2)} = \lim_{x_n \rightarrow 0} \frac{1}{2(\sqrt{x_n+4}+2)} = \frac{1}{8}.$$

Câu 35.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+5+\dots+(4n-3)}}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n(2n-1)}}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2-\frac{1}{n}}}{2-\frac{1}{n}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.**Lời giải**

Đặt $u_n = v_n + 3 \forall n \in \mathbb{N}^*$, thì $v_1 = u_1 - 3 = -2$.

Khi đó $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2} \Leftrightarrow v_{n+1} + 3 = \frac{1}{2}(v_n + 3) + \frac{3}{2} \Leftrightarrow v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (v_n) là một cấp số nhân với

$$v_1 = -2; q = \frac{1}{2}, \text{ suy ra } v_n = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \Rightarrow u_n = 3 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$$

Câu 37.**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 - 2x - 2)}{(x-1)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x - 2}{x-3} = \frac{1^2 - 2 \cdot 1 - 2}{1-3} = \frac{3}{2}.$$

Câu 38.**Lời giải**

Xét hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$.

+ Hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

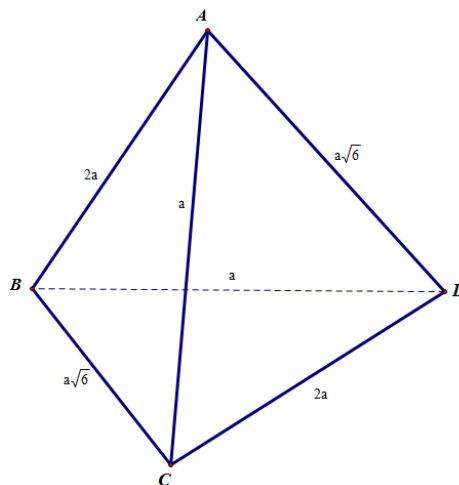
$$\text{+ Ta có } f\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{16}{25}a + \frac{4}{5}b + c \text{ nên } \frac{75}{4}f\left(\frac{4}{5}\right) = 12a + 15b + \frac{75}{4}c.$$

$$f(0) = c \text{ nên } \frac{5}{4}f(0) = \frac{5}{4}c.$$

$$\text{Do đó } \frac{75}{4}f\left(\frac{4}{5}\right) + \frac{5}{4}f(0) = 12a + 15b + 20c = 0.$$

Suy ra $f\left(\frac{4}{5}\right), f(0)$ trái dấu hoặc cả hai đều bằng 0.

Vậy phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn có nghiệm thuộc $\left[0; \frac{4}{5}\right]$.

Câu 39.**Lời giải**

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = AD \cdot AC \cdot \cos \widehat{CAD} - AD \cdot AB \cdot \cos \widehat{BAD} \\ &= AD \cdot AC \cdot \frac{AC^2 + AD^2 - CD^2}{2 \cdot AC \cdot AD} - AD \cdot AB \cdot \frac{AB^2 + AD^2 - BD^2}{2 \cdot AB \cdot AD} \\ &= a\sqrt{6} \cdot a \cdot \frac{a^2 + (a\sqrt{6})^2 - (2a)^2}{2 \cdot a \cdot a\sqrt{6}} - a\sqrt{6} \cdot 2a \cdot \frac{(2a)^2 + (a\sqrt{6})^2 - a^2}{2 \cdot 2a \cdot a\sqrt{6}} = -3a^2 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}}{AD \cdot BC} = \frac{-3a^2}{a\sqrt{6} \cdot a\sqrt{6}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng AD và BC là 60° .



Họ và tên :Lớp:

Mã đề [003]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	A	A	A	A	B	D	B	B	D	C	C	C	B	D	D	D	A
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
C	C	C	B	B	B	A	C	A	B	D	C	A	C	A	D	D	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2018}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{2018}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = 2.$$

Câu 2.

Lời giải

Chọn A

Câu 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 - 4x^2 + 5) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-2 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^3} \right) = -\infty.$$

Câu 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } D = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left(\sqrt[3]{\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x}} \right)} = +\infty.$$

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

Phương án A: chỉ đúng trong cùng một mặt phẳng nhưng thiếu trường hợp b trùng với c không đúng trong không gian.

Phương án B: góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó khi góc giữa hai véc tơ chỉ phương là góc nhọn, nếu góc giữa véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó là góc tù thì sai.

Phương án C: góc giữa hai đường thẳng có thể là góc vuông...

Câu 6.

Lời giải

Chọn B

$\lim_{x \rightarrow 3^+} (4x - 3) = 9 > 0$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x - 3) = 0$ và $x - 3 > 0$ với mọi $x > 3$ nên $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4x - 3}{x - 3} = +\infty$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2} = \frac{(-1)^2 - 3}{(-1)^3 + 2} = -2.$$

Câu 8.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy hàm số $\frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục trên những khoảng thỏa mãn $\cos x \neq 0$.

Câu 9.

Lời giải

Chọn B

Theo nội dung định lý.

Câu 10.

Lời giải

Chọn D

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 2}{n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(3 - \frac{2}{n} \right)}{n \left(1 + \frac{1}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 3.$$

Câu 11.

Lời giải

Chọn C

Theo định lý về tính đồng phẳng của ba vectơ chọn D

Câu 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có hai hàm số $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ và $f_4(x) = \log_3 x$ có tập xác định không phải là tập $\mathbb{R}$ nên không thỏa yêu cầu.

* Cả hai hàm số $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$ và $f_3(x) = \cos x + 3$ đều có tập xác định là $\mathbb{R}$ đồng thời liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 13.

Lời giải:

Chọn C

A sai vì $\lim q^n = 0$ khi $|q| < 1$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn B

Phương chiếu vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn biến đường tròn thành đường tròn.

Phương chiếu nằm trong mặt phẳng chứa đường tròn biến đường tròn thành đoạn thẳng.

Phương chiếu cắt (không vuông góc) với mặt phẳng chứa đường tròn biến đường tròn thành đường elip.

Câu 15.

Lời giải

Chọn D

Theo lý thuyết.

Câu 16.

Lời giải

Chọn D

$$\lim(n^3 + 4n^2 - 1) = \lim n^3 \left(1 + \frac{4}{n} - \frac{1}{n^3}\right) = +\infty. \text{ (Vì } \lim(n^3) = +\infty \text{ và } \lim\left(1 + \frac{4}{n} - \frac{1}{n^3}\right) = 1 > 0).$$

Câu 17.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AD} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= \frac{1}{2}(AD^2 + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}AD^2 \neq 0. \text{ Do đó mệnh đề } MN \perp AD \text{ sai.} \end{aligned}$$

Câu 18.

Lời giải

Chọn A

$$\lim \frac{3n^2 - \sqrt{2n^4 + 3n} - 2}{4n - \sqrt{3n^2 + 2}} = \lim \frac{n^2 \left(3 - \sqrt{2 + \frac{3}{n^3} - \frac{2}{n^4}}\right)}{n \left(4 - \sqrt{3 + \frac{2}{n^2}}\right)} = \lim n \frac{\left(3 - \sqrt{2 + \frac{3}{n^3} - \frac{2}{n^4}}\right)}{\left(4 - \sqrt{3 + \frac{2}{n^2}}\right)} = +\infty$$

$$\text{Vì } \lim n = +\infty; \lim \frac{\left(3 - \sqrt{2 + \frac{3}{n^3} - \frac{2}{n^4}}\right)}{\left(4 - \sqrt{3 + \frac{2}{n^2}}\right)} = \frac{3 - \sqrt{2}}{4 - \sqrt{3}} > 0.$$

Câu 19.

Lời giải

Chọn C

$$a_0 = \lim \frac{\left(\sqrt{4n^2 + 5n - 2020} - \sqrt{4n^2 - 3n + 2019}\right) \left(\sqrt{4n^2 + 5n - 2020} + \sqrt{4n^2 - 3n + 2019}\right)}{\sqrt{4n^2 + 5n - 2020} + \sqrt{4n^2 - 3n + 2019}}$$

Ta có

$$\begin{aligned} &= \lim \frac{(4n^2 + 5n - 2020) - (4n^2 - 3n + 2019)}{\sqrt{4n^2 + 5n - 2020} + \sqrt{4n^2 - 3n + 2019}} = \lim \frac{8n - 4039}{\sqrt{4n^2 + 5n - 2020} + \sqrt{4n^2 - 3n + 2019}} \\ &= \frac{8 - \frac{4039}{n}}{\sqrt{4 + \frac{5}{n} - \frac{2020}{n^2}} + \sqrt{4 - \frac{3}{n} + \frac{2019}{n^2}}} = 2. \end{aligned}$$

$$T = \frac{a_0 + 2}{a_0 + 1} = \frac{4}{3}.$$

Do đó

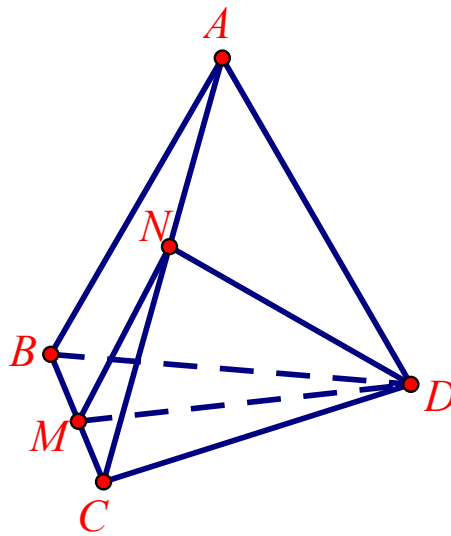
Câu 20.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục tại $x_0 = 1$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = m \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (x - 2) = m \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 21.**Chọn C****Lời giải**

Gọi N là trung điểm của $AC \Rightarrow MN \parallel AB \Rightarrow (\widehat{DM, AB}) = (\widehat{DM, MN})$.

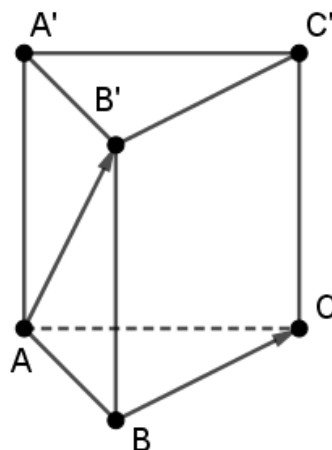
Ta có $MN = \frac{a}{2}$, $DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\Rightarrow \cos \widehat{DMN} = \frac{MN^2 + MD^2 - DN^2}{2MN \cdot MD} = \frac{\frac{a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 22.**Lời giải****Chọn B**

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = 1$; $f(0) = a + 2$.

Vậy để hàm số liên tục tại $x = 0$ thì $a + 2 = 1 \Leftrightarrow a = -1$.

Câu 23.**Lời giải****Chọn B**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC}. \end{aligned}$$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \quad (\text{vì } \overrightarrow{BB'} \perp \overrightarrow{BC} \text{ nên } \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC} = 0).$$

$$= -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}.$$

$$= -AB \cdot BC \cdot \cos 60^\circ = -a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}a^2.$$

Câu 24.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy kđ (I) sai, Kđ (II) là lí thuyết.

Hàm số: $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ liên tục trên khoảng $(-3; 3)$. Liên tục phải tại 3 và liên tục trái tại -3.

Nên $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$.

Câu 25.

Lời giải

Chọn A

$$\lim u_n = \lim \frac{n^3 - n^2 + 1}{3n^2 + 1} = \lim \frac{n^3 \left(1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}\right)}{n^2 \left(3 + \frac{1}{n^2}\right)} = \lim \left(n \cdot \frac{1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}}{3 + \frac{1}{n^2}} \right) = +\infty$$

$$\text{vì } \begin{cases} \lim n = +\infty \\ \lim \frac{1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}}{3 + \frac{1}{n^2}} = \frac{1}{3} > 0 \end{cases}$$

Câu 26.

Lời giải

Chọn C

$$D = [-2; 2]$$

$f(x)$ không xác định tại $x = 3$.

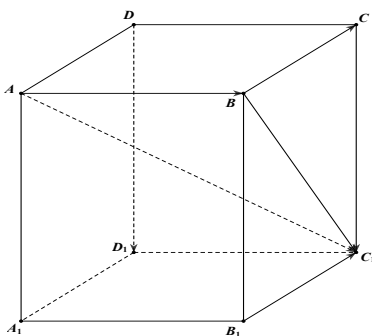
$\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{4-x^2} = 0$; $f(-2) = 0$. Vậy hàm số liên tục tại $x = -2$.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{4-x^2} = 0$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$. Vậy không tồn tại giới hạn của hàm số khi $x \rightarrow 2$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn A



Vì $\overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{CC_1}$ nên ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AC_1}$.

Vậy $k = 1$.

Câu 28.**Lời giải****Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x + 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2}{2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{2} = 0.$$

Câu 29.**Lời giải****Chọn D**

Ta có: $A = \lim_{x \rightarrow -1} (2x^2 - x - m^2 + 3) = 2 + 1 - m^2 + 3 = -m^2 + 6.$

Suy ra: $A < 4 \Leftrightarrow -m^2 + 6 < 4 \Leftrightarrow m^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\sqrt{2} \\ m > \sqrt{2} \end{cases}.$

Câu 30.**Lời giải****Chọn C**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1-x+3}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3}} = 0.$$

Câu 31.**Lời giải****Chọn A**

Ta có: $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017} = \frac{1}{\sqrt{n+2018} + \sqrt{n+2017}}.$

Suy ra: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2018} + \sqrt{n+2017}}{\sqrt{n+2019} + \sqrt{n+2018}} < 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*.$

Do đó, dãy số (u_n) giảm.

Vậy Chọn A

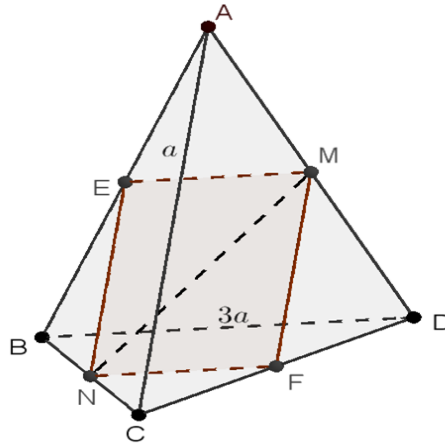
Chú ý:

$$+ \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2018} + \sqrt{n+2017}} = 0.$$

$$+ \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n+2018} + \sqrt{n+2017}}{\sqrt{n+2019} + \sqrt{n+2018}} = 1.$$

$$+ 0 < u_n = \frac{1}{\sqrt{n+2018} + \sqrt{n+2017}} < \frac{1}{2\sqrt{n+2017}} \leq \frac{1}{2\sqrt{2018}}.$$

Câu 32.**Lời giải****Chọn C**



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó, ta có:

Ta có: $\begin{cases} NE // MF (// AC) \\ ME // NF (// BD) \end{cases}$ nên $MENF$ là hình bình hành.

Mặt khác: $\begin{cases} NE // AC \\ NF // BD \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa AC và BD là $\angle ENF = 90^\circ$.

Suy ra: $MENF$ là hình chữ nhật.

Hình như đề cho đủ kiện sai: $AC = a$ thay vì $AB = a$.

Nếu $AB = a$ thì không giải được.

Nếu $AC = a$ thì ta giải như sau:

Xét $\triangle MNE$ vuông tại E . Theo định lý Pitago, ta có:

$$MN = \sqrt{ME^2 + NE^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Câu 33.

Lời giải

Chọn A

A. Sai vì $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OI}$ (I là trung điểm AB) $\Rightarrow \overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OI} \Rightarrow O, M, I$ thẳng hàng.

B. Sai vì $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} \Rightarrow M \equiv B$ và $\overrightarrow{OB} = k\overrightarrow{BA} \Rightarrow O, B, A$ thẳng hàng: vô lý

C. $\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OA} + (1-k)\overrightarrow{OB} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB} = k(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BA} \Rightarrow B, A, M$ thẳng hàng.

D. Sai vì $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{OB} = k(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = k\overrightarrow{AB} \Rightarrow O, B, A$ thẳng hàng: vô lý.

Câu 34.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } T &= \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right) = \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16^{n+1} + 4^n} + \sqrt{16^{n+1} + 3^n}} \\ &= \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16 \cdot 16^n + 4^n} + \sqrt{16 \cdot 16^n + 3^n}} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\sqrt{16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} + \sqrt{16 + \left(\frac{3}{4}\right)^n}} = \frac{1}{4+4} = \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

Câu 35.

Lời giải

Chọn D

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{2x-1}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)(\sqrt{2x-1}+1)}{(\sqrt{2x-1}-1)(\sqrt{x+3}+2)(\sqrt{2x-1}+1)}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{2x-1}+1)}{(2x-2)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{2x-1}+1)}{2(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{4}.$$

Do đó: $a=1$; $b=4$.

Vậy $a+b=5$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có $u_1=1$; $u_2=\frac{1}{2}$; $u_3=\frac{1}{3}$; $u_4=\frac{1}{4}$. Từ đó dự đoán $u_n=\frac{1}{n}$ (*)

Chứng minh (*) luôn đúng bằng phương pháp quy nạp:

Với $n=1 \rightarrow u_1=1$ (đúng).

Giả sử (*) đúng với $n=k$ ($k \geq 1$) nghĩa là $u_k=\frac{1}{k}$

Ta chứng minh (*) đúng khi $n=k+1$. Nghĩa là ta phải chứng minh: $u_{k+1}=\frac{1}{k+1}$

Thật vậy theo bài ra và giả thiết quy nạp ta có $u_{k+1}=\frac{u_k}{u_k+1}=\frac{\frac{1}{k}}{\frac{1}{k}+\frac{k}{k+1}}=\frac{1}{k+1}$ đúng,

nghĩa là (*) cũng đúng với $n=k+1$.

Vậy $u_n=\frac{1}{n}$ với $n \geq 1$. Ta có $\lim u_n = \lim \frac{1}{n} = 0$. Vậy $\lim u_n = 0$.

Câu 37.

Lời giải

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 2+2=4.$$

Câu 38.

Lời giải

Đặt $f(x)=x^5-5x^3+4x-1$.

+ Hàm số $f(x)=x^5-5x^3+4x-1=x(x^2-1)(x^2-4)-1$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

+ Ta có $f(-2)=-1<0$, $f\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{105}{32}-1=\frac{73}{32}>0$, $f(-1)=-1<0$, $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{45}{32}-1=\frac{13}{32}>0$, $f(1)=-1<0$,

$f(3)=119>0$.

Vì $f(-2) \cdot f\left(-\frac{3}{2}\right) < 0$ nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$.

Vì $f\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot f(-1) < 0$ nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$.

Vì $f(-1) \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$ nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Vì $f\left(\frac{1}{2}\right).f(1) < 0$ nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Vì $f(1).f(3) < 0$ nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(1; 3)$

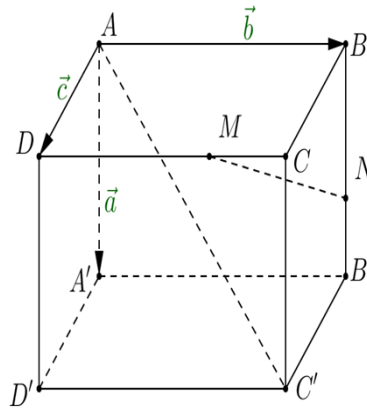
Do các khoảng $\left(-2; -\frac{3}{2}\right); \left(-\frac{3}{2}; -1\right); \left(-1; \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; 1\right); (1; 3)$ không giao nhau nên phương trình có ít nhất 5 nghiệm.

Mà phương trình đã cho là phương trình bậc 5 có không quá 5 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có đúng 5 nghiệm.

Câu 39.

Lời giải



Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$.

Ta có $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = a$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$.

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}) - (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM}) = \left(\vec{b} + \frac{x}{a}\vec{a}\right) - \left(\vec{c} + \frac{x}{a}\vec{b}\right) = \frac{x}{a}\vec{a} + \left(1 - \frac{x}{a}\right)\vec{b} - \vec{c}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MN} &= (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \left[\frac{x}{a}\vec{a} + \left(1 - \frac{x}{a}\right)\vec{b} - \vec{c} \right] = \frac{x}{a}\vec{a}^2 + \left(1 - \frac{x}{a}\right)\vec{b}^2 - \vec{c}^2 \\ &= \frac{x}{a}.a^2 + \left(1 - \frac{x}{a}\right).a^2 - a^2 = 0. \end{aligned}$$

Vậy $AC' \perp MN$.



Họ và tên :Lớp:

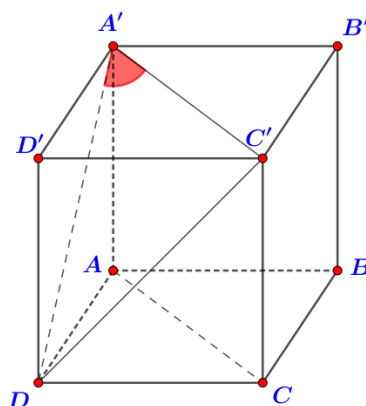
Mã đề [004]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	A	D	B	B	C	C	C	C	C	D	A	D	A	C	B	A	A
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	D	A	B	D	A	B	C	D	C	B	A	A	B	C	D	D	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.**Chọn B**

Lời giải

Ta có: $\widehat{(AC, A'D)} = \widehat{(A'C', A'D)} = \widehat{DA'C'} = 60^\circ$.Vì $A'D = A'C' = C'D$.Câu 2.**Chọn A**

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-3x-1}{x+1} = \frac{-3 \cdot 1 - 1}{1+1} = -2$.Câu 3.

Lời giải

Chọn DVì chỉ đúng với $b \neq 0$.Câu 4.

Lời giải

Chọn B
$$\lim (n^4 - 2n^2 + 3) = \lim n^4 \left(1 - \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^4} \right) = +\infty$$
Vì $\lim n^4 = +\infty$; $\lim \left(1 - \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^4} \right) = 1$.Câu 5.

Lời giải

Chọn B

Qua phép chiếu song song, tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Câu 6.

Lời giải

Chọn C

Hàm số có nghĩa khi $x^2 + 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

Vậy theo định lí ta có hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; -3); (-3; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} \cdot (x+1) = -\infty$.

Do $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1 < 0$.

Câu 8.

Câu 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 + 3x - 5) = -5$.

Câu 10.

Lời giải:

Chọn C

A sai vì $\lim q^n = 0$ khi $|q| < 1$.

Câu 11.

Lời giải

Chọn D

$C = 0$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn A

Vì có thể $b = 0$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} - 1}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{0-1}{1+0} = -1$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2.$$

Câu 15.

Lời giải

Chọn C

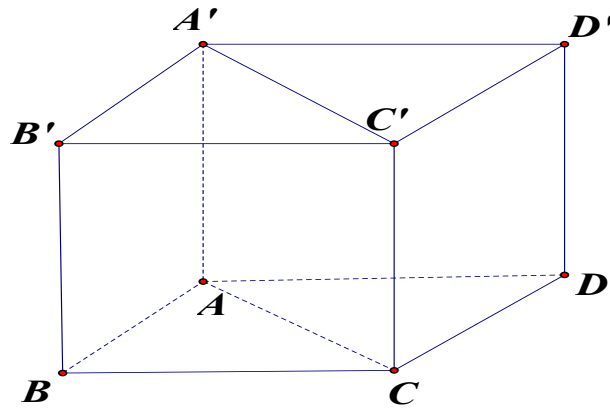
Dựa vào **ĐỊNH NGHĨA 1** SGK Đại số và Giải tích 11 (trang 136):

“Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K và $x_0 \in K$. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục tại x_0 nếu

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).”$$

Ta thay khoảng K bởi khoảng $(a; b)$ sẽ được mệnh đề đúng.

Câu 16.



Lời giải

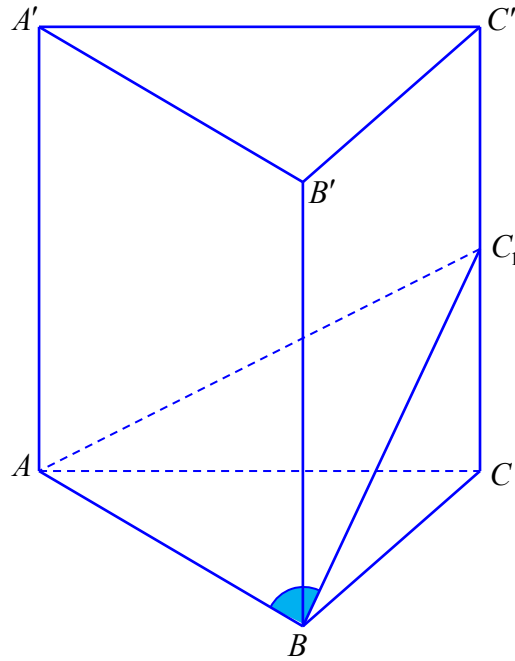
Chọn B

Ta có $\vec{u} = \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C}$.

Câu 17.

Lời giải

Chọn A



Ta có $A'B' \parallel AB \Rightarrow (\widehat{BC_1, A'B'}) = (\widehat{BC_1, AB}) = \widehat{ABC_1}$.

Tam giác ABC_1 có $AB = 1$; $AC_1 = BC_1 = \sqrt{2}$ và $\cos B = \frac{AB^2 + BC_1^2 - AC_1^2}{2AB \cdot BC_1} \Leftrightarrow \cos B = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Suy ra $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3\overrightarrow{SG}$.

Câu 19.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 - 2n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n}{\sqrt{n^2 + 2n} + \sqrt{n^2 - 2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{\sqrt{1 + \frac{2}{n}} + \sqrt{1 - \frac{2}{n}}} = 2.$$

Câu 20.

Lời giải

Chọn D

Hàm số liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) = 1.$$

$$\text{Vậy } m^2 - 2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3} \\ m = -\sqrt{3} \end{cases}.$$

Câu 21.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{\sqrt{3x + 10} + x} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(\sqrt{3x + 10} - x)}{3x + 10 - x^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(\sqrt{3x + 10} - x)}{5 - x} = \frac{4}{7}.$$

Câu 22.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \lim \left(n+1 - \sqrt{n^2 - n} \right) = \lim \frac{(n+1)^2 - (n^2 - n)}{n+1 + \sqrt{n^2 - n}} = \lim \frac{3n+1}{n+1 + \sqrt{n^2 - n}} = \lim \frac{3 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n} + \sqrt{1 - \frac{1}{n}}} = \frac{3}{2}.$$

$$\Rightarrow a=3, b=2 \Rightarrow a+b=5.$$

Câu 23.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } B &= \lim \left(\sqrt[3]{n^3 + 9n^2} - n \right) \\ &= \lim \frac{9n^2}{\sqrt[3]{(n^3 + 9n^2)^2} + n\sqrt[3]{n^3 + 9n^2} + n^2} \\ &= \lim \frac{9}{\sqrt[3]{\left(1 + \frac{9}{n}\right)^2} + \sqrt[3]{1 + \frac{9}{n}} + 1} = 3. \end{aligned}$$

Câu 24.

Lời giải

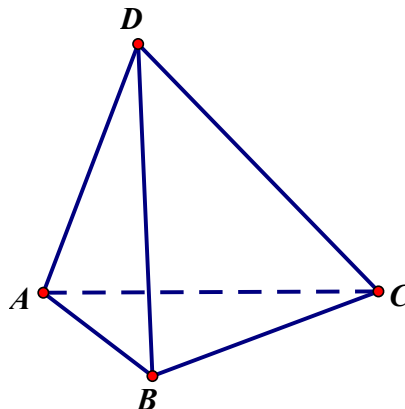
Chọn A

$$\text{Ta có } \lim \sqrt{\frac{2n^3 + n^2 + 1}{(n+1)(2n^2 - 1)}} = \lim \sqrt{\frac{n^3 \cdot \left(2 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^3}\right)}{n \left(1 + \frac{1}{n}\right) \cdot n^2 \left(2 - \frac{1}{n^2}\right)}} = \lim \sqrt{\frac{2 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^3}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 - \frac{1}{n^2}\right)}} = 2.$$

Câu 25.

Lời giải

Chọn B



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = CB \cdot CD \cdot \cos 60^\circ - CA \cdot CD \cdot \cos 60^\circ = 0.$$

Câu 26.

Lời giải

Chọn C

Hàm phân thức liên tục trên mỗi khoảng xác định của nó. Tại điểm $x=1$ hàm số không xác định, do đó hàm số không liên tục tại những khoảng chứa $x=1$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim \left(\frac{n^3 - 2n}{2n^3 + 1} \right) = \lim \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{2 + \frac{1}{n^3}} = \frac{1}{2}.$

Câu 28.

Lời giải

Chọn C

Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}.$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}.$$

Câu 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có BAC và BAD là 2 tam giác đều, I là trung điểm của AB nên $CI = DI$ (2 đường trung tuyến của 2 tam giác đều chung cạnh AB) nên CID là tam giác cân ở I . Do đó $IJ \perp CD$.

Câu 30.

Lời giải

Chọn A

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{2-x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(\sqrt{2-x}+1)}{-x+1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{2-x}+1) = 2.$$

Câu 31.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(1) = 2m + 1.$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)(x^2+x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} [-(x^2+x+1)] = -3.$$

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 2m + 1 = -3 \Leftrightarrow m = -2.$

Câu 32.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}.$

Với $x > 0$ ta có hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x}$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty).$

Với $x < 0$ ta có $f(x) = 1 + 3x$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 0).$

Với $x = 0$ ta có: $f(0) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (1 + 3x) = 1.$$

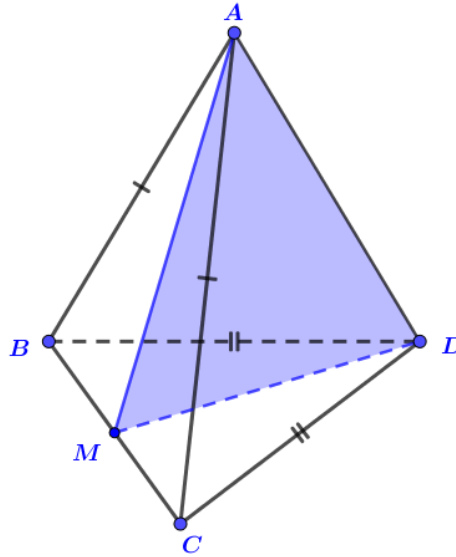
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2x}{x(\sqrt{1+2x}+1)} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2}{(\sqrt{1+2x}+1)} \right) = 1.$$

Vì $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$, nên hàm số liên tục tại $x = 0$. Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}.$

Câu 33.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC . Do tam giác ABC cân tại A và tam giác DBC cân tại D nên, có:

$$\begin{cases} BC \perp DM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp AD.$$

Câu 34.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 2 - x^2}{\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4 + \frac{2}{x}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1} = -2.$$

Câu 35.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax + 1) = 5 + 2a, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 - x + 3a) = 6 + 3a.$$

$$\text{Hàm số có giới hạn khi } x \rightarrow 2 \text{ khi và chỉ khi } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Leftrightarrow 5 + 2a = 6 + 3a \Leftrightarrow a = -1.$$

$$\text{Vậy } a = -1$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta chứng minh $0 < u_n \leq \frac{1}{2}; \forall n \in \mathbb{N}^* (1)$ bằng quy nạp.

Ta có $u_1 = \frac{1}{2}$ nên (1) đúng.

$$\text{Giả sử } 0 < u_n \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < u_n^2 + \frac{1}{3}u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{12} < \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$$

Vậy (1) đúng với mọi số nguyên dương n .

$$\text{Ta có } 0 < u_n \leq \frac{1}{2}; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < u_n + \frac{1}{3} \leq \frac{5}{6} \Rightarrow 0 < u_{n+1} \leq \frac{5}{6}u_n; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < u_n \leq \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} u_1$$

Vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} u_1 = 0$ nên theo nguyên lý giới hạn kẹp suy ra $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

Câu 37.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x-2} = 2.$$

Câu 38.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$.

+ Hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

+ Ta có $f(0) = c$, $f(2) = 4a + 2b + c$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c$

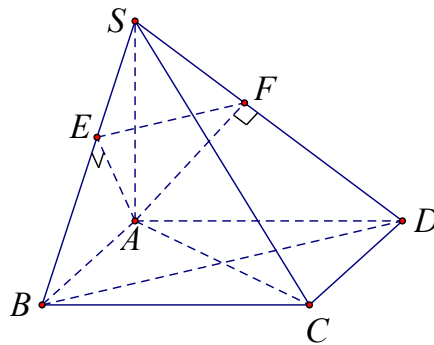
Do đó $f(0) + 4f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2) = 5a + 4b + 6c = 0$

Suy ra tồn tại hai giá trị p, q sao cho $f(p) \cdot f(q) \leq 0$.

Vậy phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn có nghiệm.

Câu 39.

Lời giải



Ta có $\triangle SAB = \triangle SAD \Rightarrow BE = DF \Rightarrow EF \parallel BD \Rightarrow \overrightarrow{EF} = k\overrightarrow{BD}, k \neq 0$.

Do đó $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{SC} = k\overrightarrow{BD} \cdot (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}) = k\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{SA} = k(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{SA} = 0$.

Suy ra $\overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{SC}$ hay $EF \perp SC$.



Họ và tên :Lớp:

Mã đề [005]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	A	B	B	B	D	C	D	C	A	D	B	B	D	A	A	D	C
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	B	A	B	D	B	A	A	C	B	C	C	A	C	B	B	A	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có. $\lim (n^3 - 4n^2 + 3) = \lim \left(n^3 \left(1 - \frac{4}{n} + \frac{3}{n^3} \right) \right) = +\infty.$

Câu 2.

Lời giải

Chọn A

Vì $f(a)f(b) > 0$ nên $f(a)$ và $f(b)$ cùng dương hoặc cùng âm. Mà $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ nên đồ thị hàm $f(x)$ nằm trên hoặc nằm dưới trục hoành trên $[a; b]$ hay phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim (u_n + 3v_n) = 2019$

$$\Leftrightarrow \lim u_n + 3 \lim v_n = 2019$$

$$\Leftrightarrow 5 + 3a = 2019$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2024}{3}.$$

Câu 4.

Lời giải

Chọn B

$$A = -\frac{1}{6}.$$

Câu 5.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Hàm số liên tục trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên hàm số **không** liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BC} = \vec{CB} + \vec{BC} = \vec{0}$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có:
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow a^-} 1 = 1 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow a^-} (1 - a) = 0 \\ x - a < 0 \text{ khi } x \rightarrow a^- \end{cases}.$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{x - a} = -\infty$.

Câu 8.

Lời giải

Chọn D

Vì có thể $b = 0$.

Câu 9.

Lời giải

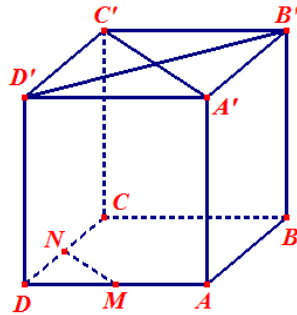
Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 5) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 + \frac{5}{x^3} \right) = -\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{5}{x^3} \right) = 1 > 0 \end{cases}.$$

Câu 10.

Lời giải

Chọn A



Ta có $MN \parallel A'C'$ mà $A'C' \perp B'D' \Rightarrow MN \perp B'D'$.

Câu 11.

Lời giải

Chọn D

Sai vì a và c có thể không đồng phẳng.

Câu 12.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề đúng là “Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.”

Câu 13.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - 1}{3 - x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{x^2}}{\frac{3}{x^2} - 1} = -2.$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: $\frac{2x^2 - 1}{3 - x^2} + \text{CACL} + x = 10^9$ và so đáp án.

Cách 3: Dùng chức lim của máy VNCALL 570ES Plus: $\lim_{x \rightarrow 10^9} \frac{2x^2 - 1}{3 - x^2}$ và so đáp án.

Câu 14.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1} = \lim \frac{n^5 \left(8 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^5} \right)}{n^5 \left(4 + \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^5} \right)} = \lim \frac{8 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^5}}{4 + \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^5}} = \frac{8}{4} = 2.$

Câu 15.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim \frac{3n - 2}{n + 3} = \lim \frac{3 - \frac{2}{n}}{1 + \frac{3}{n}} = 3.$

Câu 16.

Lời giải

Chọn A

Câu 17.

Lời giải

Chọn D

$F = +\infty.$

Câu 18.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \lim \frac{\sqrt{n^2 + 2n} - 2n}{3n - 2} &= \lim \frac{(\sqrt{n^2 + 2n} - 2n)(\sqrt{n^2 + 2n} + 2n)}{(3n - 2)(\sqrt{n^2 + 2n} + 2n)} = \lim \frac{2n - 3n^2}{(3n - 2)(\sqrt{n^2 + 2n} + 2n)} \\ &= \lim \frac{n(2 - 3n)}{(3n - 2)(\sqrt{n^2 + 2n} + 2n)} = \lim \frac{-n}{\sqrt{n^2 + 2n} + 2n} = \lim \frac{-1}{\sqrt{1 + \frac{2}{n}} + 2} = -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Câu 19.

Lời giải

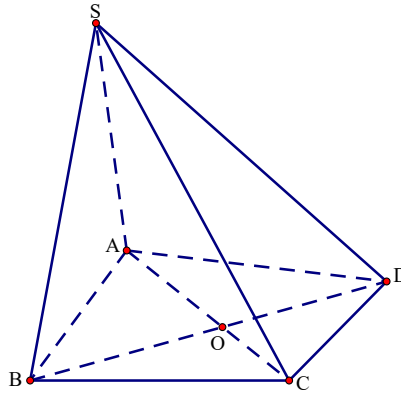
Chọn D

Ta có: $C = \lim \frac{n^8 \left(2 + \frac{1}{n^2} \right)^4 \cdot n^9 \left(1 + \frac{2}{n} \right)^9}{n^{17} \left(1 + \frac{1}{n^{17}} \right)} = \lim \frac{\left(2 + \frac{1}{n^2} \right)^4 \cdot \left(1 + \frac{2}{n} \right)^9}{1 + \frac{1}{n^{17}}}$

Suy ra $C = 16.$

Câu 20.

Lời giải

Chọn B

A. Đúng vì $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{SD} = 6\overrightarrow{SO}$ $SC \perp (BIH)$.

Vì O, A, C và BIH thẳng hàng nên đặt $\overrightarrow{OA} = k\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OB} = m\overrightarrow{OD}$

$$\Rightarrow (k+1)\overrightarrow{OC} + (m+1)\overrightarrow{OD} = \vec{0}.$$

Mà $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ không cùng phương nên $k = -2$ và $m = -2 \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = 2 \Rightarrow AB \parallel CD$.

B. Đúng. Hs tự biến đổi bằng cách chêm điểm O vào vế trái.

C. Sai. Vì nếu $ABCD$ là hình thang cân có 2 đáy là AD, BC thì sẽ sai.

D. Đúng. Tương tự đáp án A với $k = -1, m = -1 \Rightarrow O$ là trung điểm 2 đường chéo.

Câu 21.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x-2}} + 2x \right] = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 - x + 3) = 5 \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

Hàm số không liên tục tại $x_0 = 2$.

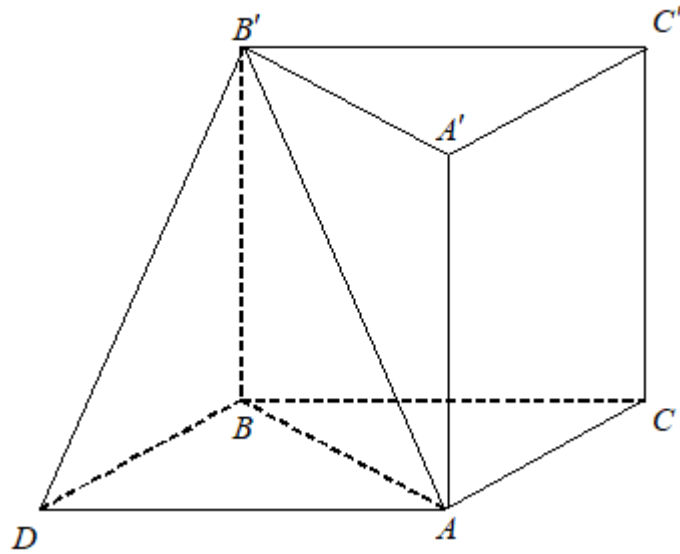
Câu 22.**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{x^2-4x+3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(-x-3)}{(x-3)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x-3}{x-1} = -3.$$

Câu 23.**Lời giải****Chọn D**

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB} \\ &= \overrightarrow{AC} (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{CB} (\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0. \end{aligned}$$

Câu 24.**Lời giải****Chọn D**



Trong (ABC) : kẻ AD sao cho $ACBD$ là hình bình hành.

Ta có: $BC \parallel AD$ Nên $(AB'; BC) = (AB'; AD) = \widehat{B'AD}$.

Ta có $AD = BC = a\sqrt{3}$, $AB' = \sqrt{AB^2 + BB'^2} = a\sqrt{3}$, $DB' = \sqrt{BB'^2 + AC^2} = a\sqrt{3}$. Vậy tam giác $B'AD$ đều nên $\widehat{B'AD} = 60^\circ$.

Câu 25.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết quy tắc hình hộp, bắt đầu từ đỉnh B .

Câu 26.

Lời giải

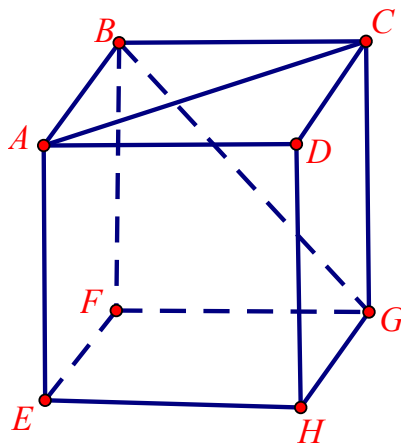
Chọn A

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5^{n-2}}{3^n + 2 \cdot 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{5^n} - \frac{1}{25}}{\left(\frac{3}{5}\right)^n + 2} = \frac{0 - \frac{1}{25}}{0 + 2} = -\frac{1}{50}.$$

Câu 27.

Lời giải

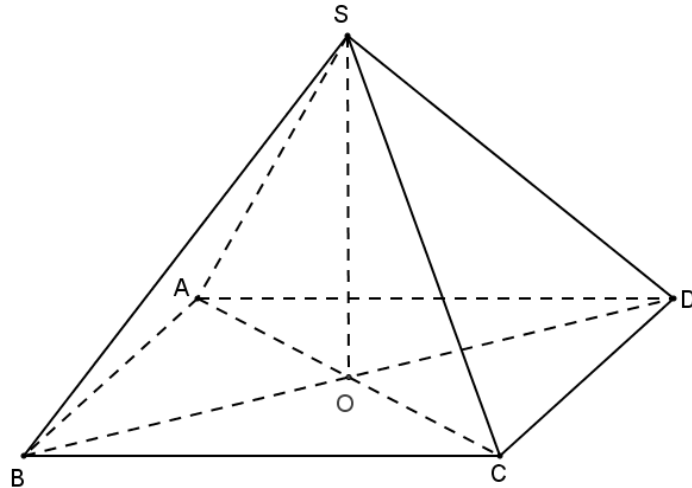
Chọn C



Gọi cạnh hình lập phương bằng a .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = a \cdot a \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$$

$$\text{Lại có } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BG} = 2a^2 \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BG}) \Rightarrow \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BG}) = \frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BG}) = 60^\circ.$$

Câu 28.**Chọn B****Lời giải**

Ta có tam giác SAC cân tại S và SO là đường trung tuyến cũng đồng thời là đường cao.
Do đó $SO \perp AC$.

Trong tam giác vuông SOA thì AC và SA không thể vuông tại A .

Câu 29.**Chọn C****Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{4(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{4} = -\frac{3}{2}.$$

Câu 30.**Lời giải****Chọn C**

$$\text{Ta có: } A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{7x}{2} \sin \frac{x}{2}}{\sin \frac{11x}{2} \sin \frac{x}{2}} = \frac{7}{11}.$$

Câu 31.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } M = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{\sqrt[3]{(1-n^2-8n^3)^2} - 2n\sqrt[3]{1-n^2-8n^3} + 4n^2} = -\frac{1}{12}.$$

Câu 32.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{x} = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-2)}{x} = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (x-2) = f(0) \Leftrightarrow f(0) = -2.$$

Câu 33.**Lời giải****Chọn B**

Ta có khẳng định A đúng vì hàm số $y = \sin x$ là hàm sơ cấp.

Ta có khẳng định B sai vì tại $x = -3$ hàm số không xác định.

Ta có hàm số $y = \frac{x+1}{x}$ gián đoạn tại điểm $x = 0$ vì hàm số không xác định tại $x = 0$.

Hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ là hàm sơ cấp liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy khẳng định B sai.

Câu 34.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x + m) = m$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+4x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4}{\sqrt{1+4x}+1} = 2$$

Tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 35.

Lời giải

Chọn A

Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x - 4} = f(2)$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{2(x-2)} = f(2) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{2} = 2a+3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} = 2a+3 \Leftrightarrow a = -\frac{7}{4}.$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có : $u_n = (u_n - u_{n-1}) + (u_{n-1} - u_{n-2}) + \dots + (u_2 - u_1) + u_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} + \dots + \frac{1}{2} + 1$.

Dãy $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}, \dots, \frac{1}{2}, 1$ là một cấp số nhân có n số hạng với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = \frac{1}{2}$ nên

$$u_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}. \text{ Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 2) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right] = 0.$$

Câu 37.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x-1)(x-2)}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x^2 + 2x + 4} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2^2 + 2 \cdot 2 + 4} = \frac{1}{4}$.

Câu 38.

Lời giải

Đặt $f(x) = (m^2 + m + 1)x^4 + 2x - 2$.

+ Hàm số $f(x) = (m^2 + m + 1)x^4 + 2x - 2$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục trên $[0; 1]$.

+ Ta có

$$f(0) = -2$$

$$f(1) = m^2 + m + 1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall m$$

Nên $f(0) \cdot f(1) < 0$

Vậy phương trình $(m^2 + m + 1)x^4 + 2x - 2 = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(0; 1)$ nên phương trình luôn có nghiệm.

Câu 39.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{CA} \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) \\ &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}) = \vec{0} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \vec{0} = 0 \text{ (đpcm)} \end{aligned}$$

Giả sử trong tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD, AC \perp BD$ thì ta có:

$$\begin{cases} AB \perp CD \\ AC \perp BD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \\ \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Theo CM trên ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow BC \perp AD \text{ (đpcm)}$$



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim n^k = \lim \frac{1}{n^{-k}} = 0$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn B

G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{CG} = \vec{0}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn B

$\lim \left(\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{3n^2 + 2} \right) = \lim n \left(\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} - \sqrt{3 + \frac{2}{n^2}} \right) = -\infty$.

Vì $\lim n = +\infty$; $\lim \left(\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} - \sqrt{3 + \frac{2}{n^2}} \right) = 1 - \sqrt{3} < 0$.

Câu 4.

Lời giải

Chọn A

Trong không gian có vô số đường thẳng qua O và vuông góc với Δ .

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - x^3 \sqrt{2 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - \sqrt[3]{2 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}} \right) = -\infty$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \tan x$ xác định khi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$. Chỉ liên tục trên tập xác định của nó.

Câu 7.

Lời giải

Chọn D

$\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 1) = 9$.

Câu 8.**Lời giải****Chọn D**

$$f(0) = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 1) = 1 \neq f(0).$$

Vậy hàm số gián đoạn tại $x = 0$.

Câu 9.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 15) = -13 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) = 0 \end{cases}.$$

Vì $x \rightarrow 2^+$ nên $x > 2$. Do đó $x - 2 > 0$.

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 15}{x - 2} = -\infty.$$

Câu 10.**Lời giải****Chọn C****Câu 11.****Lời giải****Chọn C**

Khẳng định D chỉ đúng khi $M \neq 0$.

Câu 12.**Lời giải****Chọn B**

Khi phương chiều l thỏa mãn $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$ thì các đoạn thẳng AB, BC, CA có hình chiếu lên (P) nằm trên giao tuyến của (α) và (P) .

Câu 13.**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n^2+3n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}}{1 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}} = 0.$$

Câu 14.**Lời giải****Chọn A**

Hai đường thẳng a, b lần lượt có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}, \vec{v}$ và $(\vec{u}, \vec{v}) = 125^\circ$ thì góc giữa hai đường thẳng a, b bằng $180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$.

Câu 15.**Lời giải****Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2} = +\infty \text{ vì } \lim_{x \rightarrow -2^-} (3+2x) = -1 < 0; \lim_{x \rightarrow -2^-} (x+2) = 0 \text{ và } x+2 < 0 \text{ khi } x < -2.$$

Câu 16.**Chọn D****Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} - 3}{2 + \frac{5}{n^2} - \frac{2}{n^3}} = \frac{-3}{2}.$$

Câu 17.**Lời giải****Chọn C**

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin C = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 \sin^2 C} = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 (1 - \cos^2 C)}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\overline{AB} \cdot \overline{AC})^2}.$$

Câu 18.**Lời giải****Chọn D**TXĐ: $D = \mathbb{R}$.Hàm số $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $[-1;0]$, $[0;1]$ và $[1;2]$, (1).Ta có $f(-1) = -1000,99$; $f(0) = 0,01$ suy ra $f(-1) \cdot f(0) < 0$, (2).Từ (1) và (2) suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(-1;0)$.Ta có $f(0) = 0,01$; $f(1) = -999,99$ suy ra $f(0) \cdot f(1) < 0$, (3).Từ (1) và (3) suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(0;1)$.Ta có $f(1) = -999,99$; $f(2) = -39991,99$ suy ra $f(1) \cdot f(2) > 0$, (4).Từ (1) và (4) ta chưa thể kết luận về nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ trên khoảng $(1;2)$.**Câu 19.****Lời giải****Chọn B**Hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.**Câu 20.****Lời giải****Chọn C**Gọi M là trung điểm CD .

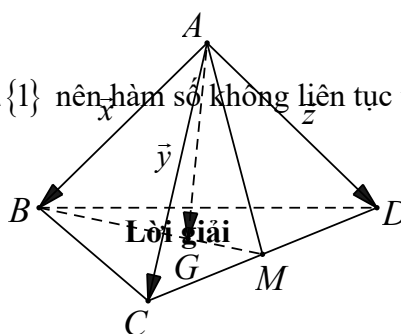
Ta phân tích:

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB})$$

$$= \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{AB} \right] = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{3} (\vec{x} + \vec{y} + \vec{z}).$$

Câu 21.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-7)(x-5)}{-5(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-7}{-5} = \frac{2}{5}.$$



Câu 22.**Lời giải****Chọn B**

Hàm số xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$

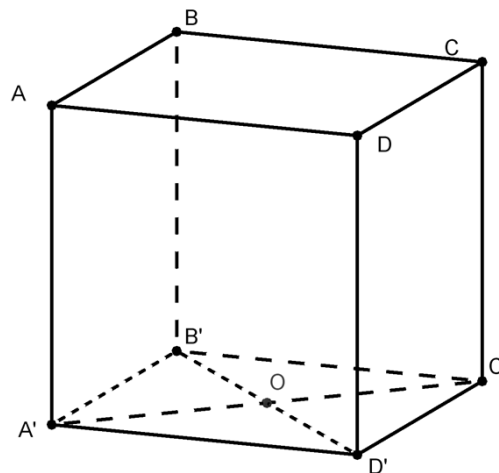
- Với $x < 1 \Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{1-x}+2}{x+2} \Rightarrow$ hàm số liên tục
- Với $x > 1 \Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow$ hàm số liên tục
- Tại $x = 1$ ta có : $f(1) = \frac{2}{3}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)} = \frac{2}{3};$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x}+2}{x+2} = \frac{2}{3} = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

Hàm số liên tục tại $x = 1$.

Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

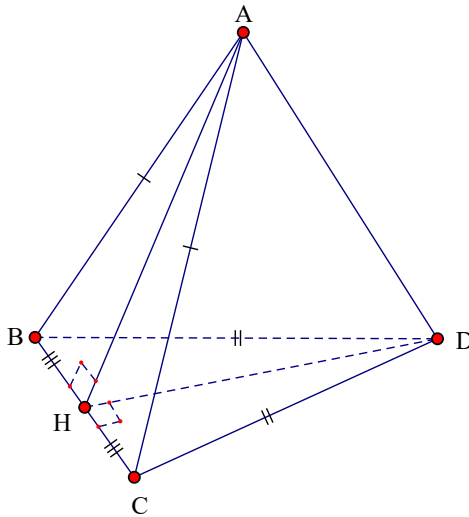
Câu 23.**Lời giải****Chọn D**

Gọi $A'C' \cap B'D' = \{O'\}$, ta có: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AO'}$.

Lại có $\triangle AA'O'$ vuông tại A' nên:

$$AO' = \sqrt{AA'^2 + A'O'^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow |\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AO'}| = 2|\overrightarrow{AO'}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a\sqrt{6}.$$

Câu 24.**Lời giải****Chọn B**



Theo đề bài ta có: $\triangle ABC$, $\triangle DBC$ lần lượt cân tại A , D . Gọi H là trung điểm của BC .

$$\Rightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ DH \perp BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AD \subset (ADH) \\ BC \perp (ADH) \end{cases} \Rightarrow BC \perp AD.$$

Câu 25.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = 1$; $f(0) = a + 2$.

Vậy để hàm số liên tục tại $x = 0$ thì $a + 2 = 1 \Leftrightarrow a = -1$.

Câu 26.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} - \sqrt{n + 2}}{2n - 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{n^2}} - \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}}}{2 - \frac{3}{n}} = \frac{2 - 0}{2} = 1.$

Câu 27.

Lời giải

Chọn C

Ta có tam giác ABC vuông cân tại A , tam giác BDC vuông cân tại D .

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CD}$

$$= |\overrightarrow{DB}| |\overrightarrow{CD}| \cos(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{CD}) - |\overrightarrow{DA}| |\overrightarrow{CD}| \cos(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CD}) = -\frac{1}{2} a^2.$$

Mặt khác ta lại có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{CD}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{CD}|} = -\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) = 120^\circ \Rightarrow (AB, CD) = 60^\circ.$$

Câu 28.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = -5$

$\Rightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=7 \end{cases} \Rightarrow a+b=6.$

Câu 29.

Lời giải

Chọn C

$\lim \left(\sqrt{n^2 - n} - n \right) = \lim \frac{-n}{\sqrt{n^2 - n} + n} = \lim \frac{-1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n}} + 1} = \frac{-1}{2}.$

Câu 30.

Lời giải

Chọn A

Trắc nghiệm: Dãy số có giới hạn 0 khi bậc tử bé hơn bậc mẫu nên chọn

Tự luận: $\lim \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 - n^3} = \lim \frac{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2} - \frac{1}{n^3}}{\frac{1}{n} - 1} = 0.$

Câu 31.

Lời giải

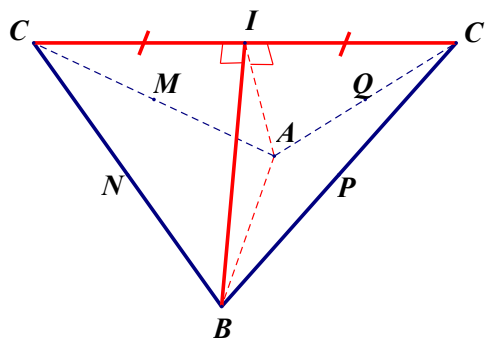
Chọn A

Ta có: $\lim \frac{1+3+5+\dots+(2n+1)}{3n^2+4} = \lim \frac{n^2+n}{3n^2+4} = \lim \frac{1+\frac{1}{n}}{3+\frac{4}{n^2}} = \frac{1}{3}.$

Câu 32.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm CC'

$\triangle CAC'$ cân tại $A \Rightarrow CC' \perp AI$ (1)

$\triangle CBC'$ cân tại $B \Rightarrow CC' \perp BI$ (2)

$\xrightarrow{(1),(2)} CC' \perp (AIB) \Rightarrow CC' \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB}$

Kết luận: góc giữa $\overrightarrow{CC'}$ và $\overrightarrow{AB}$ là 90° .

Câu 33.

Lời giải

Chọn D

Đặt: $t = x - \frac{\pi}{2}.$

Khi $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ thì $t \rightarrow 0$. Vậy $L = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right)}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t}{t} = -1$.

Câu 34.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+3} - \sqrt{3}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{x(\sqrt{5x+3} + \sqrt{3})} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \Rightarrow m=5; n=2; k=3.$$

Câu 35.

Lời giải

$$\lim \sqrt{n}(\sqrt{n+4} - \sqrt{n+3}) = \lim \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+4} + \sqrt{n+3}} = \lim \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1+\frac{4}{n}} + \sqrt{1+\frac{3}{n}}} = \frac{1}{2}.$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

$$\text{Đặt } u_n = v_n - \frac{1}{4}, \forall n \in \mathbb{N}^* \text{ thì } v_1 = u_1 + \frac{1}{4} = 1$$

$$\text{Khi đó } (n+2)^2 u_{n+1} = n^2 u_n - n - 1 \Leftrightarrow (n+2)^2 \left(v_{n+1} - \frac{1}{4}\right) = n^2 \left(v_n - \frac{1}{4}\right) - n - 1$$

$$\Leftrightarrow (n+2)^2 v_{n+1} = n^2 v_n \Leftrightarrow v_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^2 v_n; \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Suy ra } v_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \left(\frac{n-2}{n}\right)^2 \cdots \left(\frac{1}{3}\right)^2 v_1 = \left(\frac{2}{(n+1)n}\right)^2 v_1 = \left(\frac{2}{(n+1)n}\right)^2 \Rightarrow u_n = \left(\frac{2}{(n+1)n}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy } \lim u_n = -\frac{1}{4}$$

Câu 37.

Lời giải

Phương pháp: Giới hạn trên có dạng $\frac{0}{0}$ nên ta đưa hàm số về dạng $f(x) = \frac{(x-2).P(x)}{(x-2).Q(x)}$.

Cách 1: Phương trình $x^2 - (a+3)x + 2(a+1) = 0$ có một nghiệm là $x = 2$ mà tổng hai nghiệm là $S = a+3$ nên nghiệm thứ hai của phương trình là $x = a+1$.

$$\text{Do đó } x^2 - (a+3)x + 2(a+1) = (x-2)(x-a-1).$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (a+3)x + 2(a+1)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-a-1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-a-1}{x+2} = \frac{1-a}{4}.$$

Cách 2: Sử dụng quy tắc L'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Trong đó $f(x), g(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \pm \infty.$$

Và $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ tồn tại.

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (a+3)x + 2(a+1)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - a - 3}{2x} = \frac{1-a}{4}.$$

Câu 38.

Lời giải

Đặt $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - x - 3$.

+ Hàm số $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - x - 3$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $[-1; 0]$, $[0; 1]$.

+ Ta có $f(-1) = 4$, $f(0) = -3$, $f(1) = 2$

Vì $f(-1) \cdot f(0) < 0$ nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$.

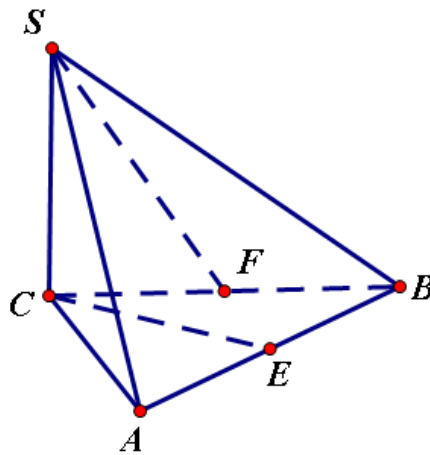
Vì $f(0) \cdot f(1) < 0$ nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

Mà $(-1; 0)$ và $(0; 1)$ là hai khoảng phân biệt.

Vậy phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất hai nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$.

Câu 39.

Lời giải



Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{CS} = \vec{c}$ thì $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 4\sqrt{2}$, $|\vec{c}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 16$.

Ta có, $\cos(CE, SF) = \left| \cos(\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{SF}) \right| = \frac{|\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{SF}|}{|\overrightarrow{CE}| \cdot |\overrightarrow{SF}|}$.

Mà $\overrightarrow{SF} = \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{CS} = \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} \Rightarrow SF^2 = \left(\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}\right)^2 = 12 \Rightarrow SF = 2\sqrt{3}$.

$\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) \Rightarrow CE^2 = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b})^2 = 24 \Rightarrow CE = 2\sqrt{6}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{SF} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \left(\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}\right) = 12$.

Vậy $\cos(CE, SF) = \frac{|\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{SF}|}{|\overrightarrow{CE}| \cdot |\overrightarrow{SF}|} = \frac{12}{2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ hay góc giữa hai đường thẳng CE, SF bằng 45°



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Chọn A

Lời giải

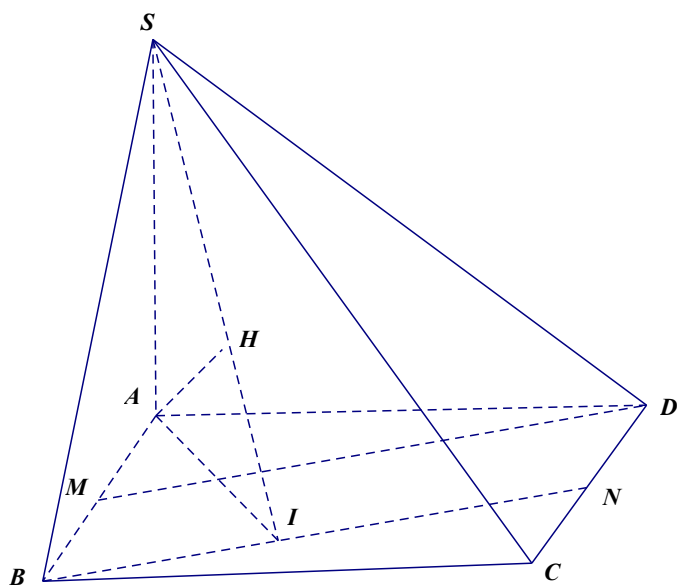
$$L = \lim (3n^2 + 5n - 3) = \lim n^2 \left(2 + \frac{5}{n} - \frac{3}{n^2} \right) = +\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim n^2 = +\infty \\ \lim \left(2 + \frac{5}{n} - \frac{3}{n^2} \right) = 2 > 0 \end{cases}$$

Giải nhanh : $3n^2 + 5n - 3 \sim 3n^2 \longrightarrow +\infty$.

Câu 2.

Chọn B

Lời giải



Ta có: $MD \parallel (SBN)$ nên $d(MD, (SBN)) = d(M, (SBN))$.

Mà $MA \cap (SBN) = B \Rightarrow \frac{d(M, (SBN))}{d(A, (SBN))} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2}$. Vậy $d(M, (SBN)) = \frac{1}{2} d(A, (SBN))$.

Kê $AI \perp BN, AH \perp SI$ thì $AH \perp (SBN) \Rightarrow d(A, (SBN)) = AH$.

Ta có $\triangle ABI \sim \triangle NBM (g.g) \Rightarrow \frac{AI}{MN} = \frac{AB}{NB} \Rightarrow AI = \frac{MN \cdot AB}{NB} = \frac{2a \cdot a}{\frac{a\sqrt{17}}{2}} = \frac{4a}{\sqrt{17}}$.

Lại có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{17}{16a^2} = \frac{33}{16a^2} \Rightarrow AH = \frac{4a}{\sqrt{33}}$.

Vậy $d(MD, (SBN)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4a}{\sqrt{33}} = \frac{2a}{\sqrt{33}}$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 - x^2 - 1}{x - 2} = \frac{3(-1)^3 - (-1)^2 - 1}{-1 - 2} = \frac{5}{3}.$$

Câu 4.

Lời giải:

Chọn D

Nếu $a \perp c$ thì $(a; c) = 90^\circ$; khi $a // b$ ta có $(b; c) = (a; c) = 90^\circ$ vậy $b \perp c$

Câu 5.

Câu 6.

Lời giải

Chọn B

Lấy máy tính bấm từng phương án thì phân D ra kết quả đề bài

Câu 7.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Dễ thấy } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1} = \frac{2+2}{2-1} = 4$$

Câu 8.

Lời giải:

Chọn A.

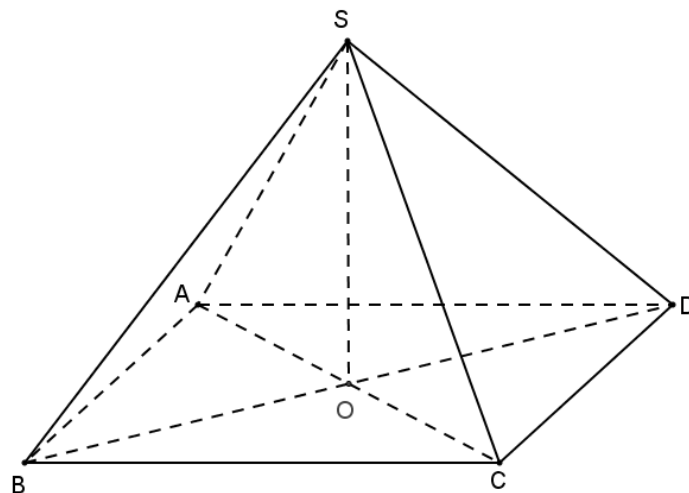
$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}-2}{3+\frac{1}{n}} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 9.

Câu 10.

Lời giải

Chọn B



Ta có tam giác SAC cân tại S và SO là đường trung tuyến cũng đồng thời là đường cao.
Do đó $SO \perp AC$.

Trong tam giác vuông SOA thì AC và SA không thể vuông tại A .

Câu 11.

Lời giải

Chọn B

Với mọi $x_0 \neq 2$ ta có: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x - 2} = \frac{\sqrt[3]{4x_0} - 2}{x_0 - 2} = f(x_0)$, suy ra hàm số liên tục tại x_0 .

Xét tại $x = 2$, ta có:

$$\begin{aligned}
 +) \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 8}{(x - 2)(\sqrt[3]{(4x)^2} + 2\sqrt[3]{4x} + 4)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{\sqrt[3]{(4x)^2} + 2\sqrt[3]{4x} + 4} = \frac{4}{\sqrt[3]{(8)^2} + 2\sqrt[3]{8} + 4} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

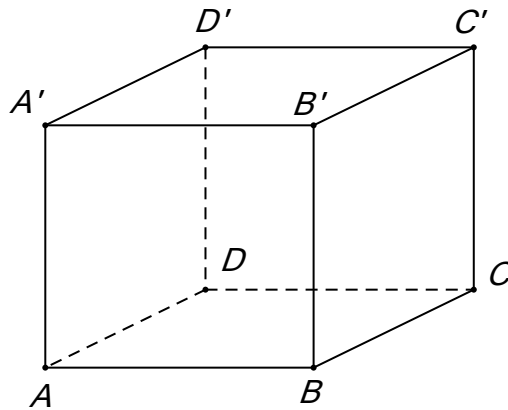
$$+) f(2) = 2a + 3$$

Để hàm số liên tục trên R thì phải liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2a + 3 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = -\frac{4}{3}$

Câu 12.

Lời giải

Chọn D

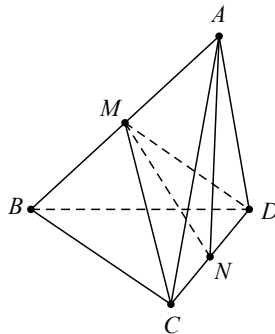


Ta có $(AA', B'D') = (BB', B'D') = \widehat{BB'C} = 90^\circ$. Khẳng định B sai.

Câu 13.

Lời giải

Chọn B



Ta có N là trung điểm của $CD \Rightarrow \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$ (1).

Và M là trung điểm của AB suy ra $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

Kết hợp giả thiết $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \Rightarrow k = \frac{1}{2}$.

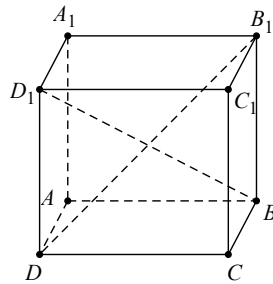
Câu 14.**Chọn B****Ta có:**

$$+ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax + 1) = 2a + 5$$

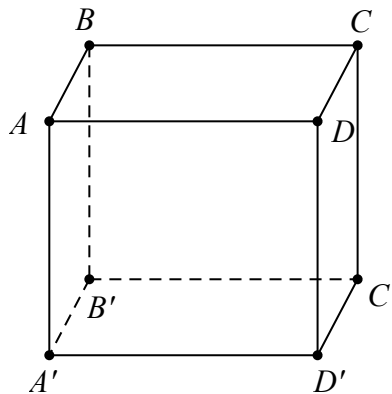
$$+ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 - x + 1) = 7$$

$$+ \text{Hàm số } f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases} \text{ có giới hạn tại } x = 2$$

$$2a + 5 = 7 \Leftrightarrow a = 1.$$

Câu 15.**Chọn C****Lời giải**

Ta có $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A_1D_1} = \overrightarrow{A_1C} + \overrightarrow{CD_1}$ suy ra $\overrightarrow{CD_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A_1C}$ đồng phẳng.

Câu 16.**Chọn D****Lời giải**

Ta có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD'} = \overrightarrow{AD'}$ và $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{D'A}$.

Suy ra $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \overrightarrow{AD'} + k\overrightarrow{D'A} = \vec{0} \Leftrightarrow (k-1)\overrightarrow{D'A} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 1$.

Câu 17.**Chọn C****Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{x(x-2)^2}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{(x-2)x}{x+2}} = 0.$$

Câu 18.**Chọn C****Lời giải**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Điều kiện bài toán tương đương với

$$m = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x - \pi + \pi)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\sin \pi(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left[(-\pi) \cdot \frac{\sin \pi(x-1)}{\pi(x-1)} \right] (*).$$

Đặt $t = \pi(x-1)$ thì $t \rightarrow 0$ khi $x \rightarrow 1$. Do đó (*) trở thành:

$$m = \lim_{t \rightarrow 0} (-\pi) \cdot \frac{\sin t}{t} = -\pi.$$

Câu 19.

Lời giải

Chọn B

Giới hạn ở phương án A là: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{x^2-5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 - \frac{5}{x}} = 0.$

Giới hạn ở phương án B là: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+x-1}{3x+x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{\frac{3}{x} + 1} = 2.$

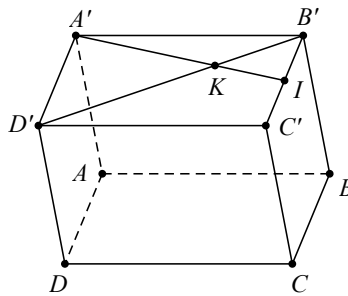
Giới hạn ở phương án C là: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-x^2+3}{5x^2-x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}}{\frac{5}{x} - 1} = -1.$

Giới hạn ở phương án D là: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1) = -\infty.$

Câu 20.

Lời giải

Chọn B



Vì I là trung điểm của $B'C' \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'} = 2\overrightarrow{A'I}.$

Và K là giao điểm của $A'I, B'D'$ nên theo định lý Talet $\Rightarrow \overrightarrow{A'K} = \frac{2}{3}\overrightarrow{A'I}.$

Ta có $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'K} = \overrightarrow{AA'} + \frac{2}{3}\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}) = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \vec{c}.$

Khi đó $\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AK} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AK}.$

$$= \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \vec{c} = \frac{4}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} + \vec{c}.$$

Câu 21.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{x-2} & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x - 5m + m^2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

+ / TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+ / Dễ thấy hàm số liên tục trên từng khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$

Nên hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ hàm số liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \quad (1)$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + 2\sqrt{x-2}) = 4; \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (5x - 5m + m^2) = m^2 - 5m + 10; \quad f(2) = 4$$

$$(1) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow m^2 - 5m + 10 = 4 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases}$$

Câu 22.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2(x^2 - 3)}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} 2(x + \sqrt{3}) = 4\sqrt{3}.$$

Suy ra $a = 4$, $b = 3$. Vậy $P = a + b = 7$.

Câu 23.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n+3}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \frac{1}{\sqrt{n+4} + \sqrt{n+3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4}{n}} + \sqrt{1 + \frac{3}{n}}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 24.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = h(x)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Dễ thấy hàm số $y = h(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$, $(0; 2)$ và $(2; +\infty)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} h(0) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x = 0 \end{cases} \longrightarrow f(x) \text{ không liên tục tại } x = 0.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} h(2) = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + 1) = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x - 1) = 5 \end{cases} \longrightarrow f(x) \text{ liên tục tại } x = 2.$$

Câu 25.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x + 1)^{2019}} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{\left[x \left(2 + \frac{1}{x} \right) \right]^{2019}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \cdot x \cdot \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x^{2019} \left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2019}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{\left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2019}} = \frac{\sqrt{4 + 0}}{(2 + 0)^{2019}} = \frac{2}{2^{2019}} = \frac{1}{2^{2018}}\end{aligned}$$

Câu 26.

Lời giải

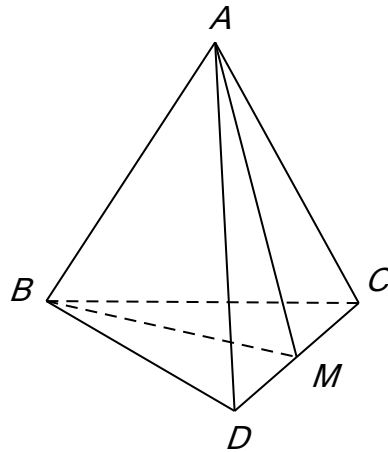
Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2 - x|}{2x^2 - 5x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2 - x}{(2 - x)(1 - 2x)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{1 - 2x} = -\frac{1}{3}.$

Câu 27.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của CD .

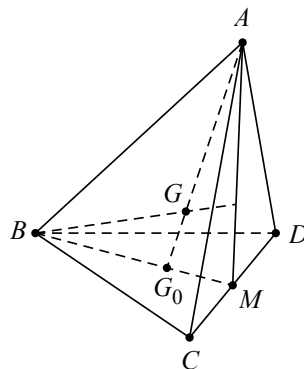
Ta có $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AM} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Do đó $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \cdot (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ nên số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 90° .

Câu 28.

Lời giải

Chọn C



Vì G_0 là giao điểm của đường thẳng AG với mặt phẳng (BCD) .

Suy ra G_0 là trọng tâm của tam giác $BCD \Rightarrow \overrightarrow{G_0B} + \overrightarrow{G_0C} + \overrightarrow{G_0D} = \vec{0}$.

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GG_0} + \underbrace{\overrightarrow{G_0B} + \overrightarrow{G_0C} + \overrightarrow{G_0D}}_{\vec{0}} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GG_0} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_0G}.$$

Câu 29.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + ax}{bx - 1} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x - (ax)^2}{(bx - 1)(\sqrt{x^2 - 3x} - ax)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x[(1 - a^2)x - 3]}{(bx - 1)(\sqrt{x^2 - 3x} - ax)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1 - a^2) - \frac{3}{x}}{\left(b - \frac{1}{x}\right)\left(-\sqrt{1 - \frac{3}{x}} - a\right)} = \frac{(1 - a^2)}{b(-1 - a)} = \frac{a - 1}{b} = 3. \end{aligned}$$

Câu 30.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\lim \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right) = \lim \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \lim \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1.$$

Câu 31.

Lời giải

Chọn C

Khi $x > 0$ ta có: $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$.

Khi $x < 0$ ta có: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - m$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số liên tục tại $x = 0$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 1} = \frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (\sqrt{x^2 + 1} - m) = 1 - m = f(0).$$

$$\text{Do đó hàm số liên tục tại } x = 0 \text{ khi và chỉ khi } \frac{1}{2} = 1 - m \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Câu 32.

Lời giải

Chọn A

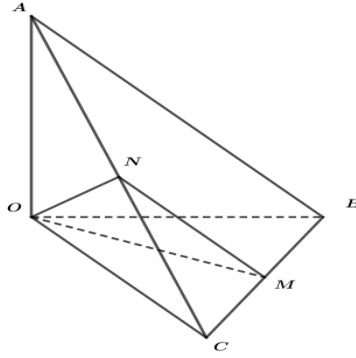
$$\text{Ta có: } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

$$\text{Khi đó: } \lim \sqrt{\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{2n(n+7)(6n+5)}} = \lim \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{12n(n+7)(6n+5)}} = \lim \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(2 + \frac{1}{n}\right)}{12\left(1 + \frac{7}{n}\right)\left(6 + \frac{5}{n}\right)}} = \frac{1}{6}.$$

Câu 33.

Lời giải

Chọn D



Đặt $OA = a$ suy ra $OB = OC = a$ và $AB = BC = AC = a\sqrt{2}$

Gọi N là trung điểm AC ta có $MN \parallel AB$ và $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Suy ra góc $(\widehat{OM, AB}) = (\widehat{OM, MN})$. Xét $\widehat{OMN}$

Trong tam giác OMN có $ON = OM = MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên OMN là tam giác đều

Suy ra $\widehat{OMN} = 60^\circ$. Vậy $(\widehat{OM, AB}) = (\widehat{OM, MN}) = 60^\circ$

Câu 34.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } u_n &= \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{n}{2n+1} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra : } \lim u_n = \lim \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2}.$$

Câu 35.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\tan \alpha \in (0; 1)$ với mọi $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$, do đó

$$S = \underbrace{1 - \tan \alpha + \tan^2 \alpha - \tan^3 \alpha + \dots}_{\text{CSN lvh: } u_1=1, q=-\tan \alpha} = \frac{1}{1 + \tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)}.$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim \left(5n - 3(a^2 - 2)n^3 \right) = \lim n^3 \left(\frac{5}{n^2} - 3(a^2 - 2) \right) = -\infty$$

$$\Leftrightarrow \lim \left(\frac{5}{n^2} - 3(a^2 - 2) \right) = a^2 - 2 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < a < \sqrt{2} \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}, a \in (-10; 10)} a = -1; 0; 1.$$

Câu 37.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a+ax+ax^2-b}{1-x^3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a+ax+ax^2-b}{(1-x)(1+x+x^2)}.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^3} \right) \text{ hữu hạn} \Leftrightarrow 1+a \cdot 1+a \cdot 1^2-b=0 \Leftrightarrow 2a-b=-1.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy ta có } \begin{cases} a+b=4 \\ 2a-b=-1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow L = -\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^3} \right) \\ &= -\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{(1-x)(1+x+x^2)} = -\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x+2)}{1+x+x^2} = 1. \end{aligned}$$

Câu 38.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4+2a+3b$$

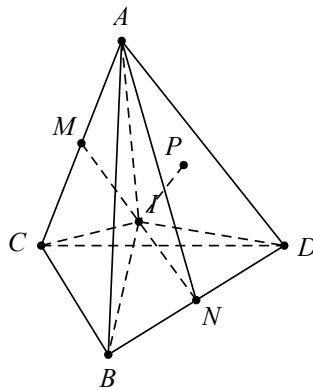
$$\text{và } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-\sqrt{x+2}}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{(x+2)(x+\sqrt{x+2})} = \frac{3}{16}$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x=2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 4+2a+3b = \frac{3}{16} \\ 2a+b-6 = \frac{3}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{179}{32} \\ b = -5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I = a+b = \frac{179}{32} - 5 = \frac{19}{32}.$$

Câu 39.

Lời giải



$$\text{Vì } M, N \text{ lần lượt là trung điểm của } AC, BD \Rightarrow \begin{cases} \vec{IA} + \vec{IC} = 2\vec{IM} \\ \vec{IB} + \vec{ID} = 2\vec{IN} \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác } \vec{IM} + \vec{IN} = \vec{0} \text{ (I là trung điểm của MN)} \Rightarrow \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}.$$

$$\text{Khi đó } \vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} + \vec{PD} = 4\vec{PI} + (\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID}) = 4\vec{PI}$$

$$\text{Mà } \vec{PI} = k(\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} + \vec{PD}) \text{ nên suy ra } 4k=1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}.$$



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn B

Dùng tính chất giới hạn: cho dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a, \lim v_n = +\infty$ trong đó a hữu hạn thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn D

Vì $f(a)f(b) > 0$ nên $f(a)$ và $f(b)$ cùng dương hoặc cùng âm. Mà $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ nên đồ thị hàm $f(x)$ nằm trên hoặc nằm dưới trục hoành trên $[a; b]$ hay phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{n} - \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^4}}{4 + \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^4}} = \frac{0}{4} = 0.$$

Câu 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} = \frac{1^2 - 2 \cdot 1 + 3}{1 + 1} = 1.$$

Câu 6.

Lời giải

Chọn C

Dùng tính chất giới hạn: cho dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a, \lim v_n = +\infty$ trong đó a hữu hạn thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

Câu 7.

Lời giải

Câu 8.

Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{4n^2 + n + 2}{an^2 + 5}$. Để (u_n) có giới hạn bằng 2, giá trị của a là:

A. -4.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 9.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^3}{4n^2 + 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(\frac{2}{n^2} + 3 \right)}{n^2 \left(4 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{\frac{2}{n^2} + 3}{4 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}. \text{ Ta có}$$
$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n^2} + 3}{4 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{3}{4} > 0 \end{cases} \longrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^3}{4n^2 + 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{\frac{2}{n^2} + 3}{4 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = +\infty.$$

Giải nhanh : $\frac{2n + 3n^3}{4n^2 + 2n + 1} \sim \frac{3n^3}{4n^2} = \frac{3}{4}n \longrightarrow +\infty.$

Câu 10.

Lời giải.

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 2.$$

Câu 11.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt[3]{n^3 + 1} - \sqrt[3]{n^3 + 2} \sim \sqrt[3]{n^3} - \sqrt[3]{n^3} = 0 \longrightarrow \text{nhân lượng liên hợp :}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 1} - \sqrt[3]{n^3 + 2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{\sqrt[3]{(n^3 + 1)^2} + \sqrt[3]{n^3 + 1} \cdot \sqrt[3]{n^3 + 2} + \sqrt[3]{(n^3 + 2)^2}} = 0.$$

Câu 12.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + \pi^{21}) \sqrt[7]{1 - 2x} - \pi^{21}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + \pi^{21})(\sqrt[7]{1 - 2x} - 1)}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} x = -\frac{2\pi^{21}}{7}.$$

Câu 13.

Lời giải

Chọn C

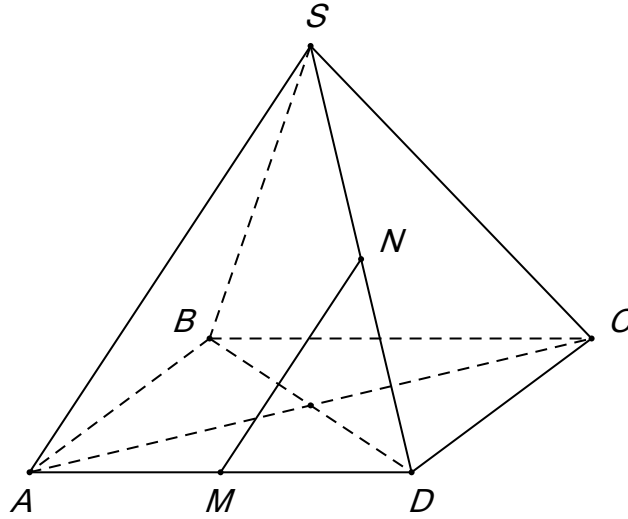
$$\text{Hàm số liên tục tại } x = -1 \text{ khi và chỉ khi } \lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} y = y(-1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1^+} (4x + a) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (x^2 + 3x + 2) = y(-1) \Leftrightarrow a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 4.$$

Câu 14.

Lời giải

Chọn A



Do $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.
 $\Rightarrow AC^2 = 2a^2 = SA^2 + SC^2 \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S .

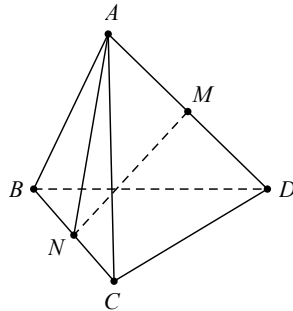
Từ giả thiết ta có MN là đường trung bình của $\Delta DSA \Rightarrow \overrightarrow{NM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA}$

Khi đó $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{SC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \Rightarrow MN \perp SC \Rightarrow (MN, SC) = 90^\circ$.

Câu 15.

Lời giải

Chọn C



Vì M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC suy ra:

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) \text{ và } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}).$$

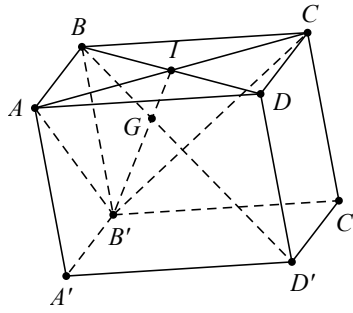
Khi đó, dựa vào đáp án, ta thấy rằng:

- ☐ **A đúng**, vì $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
- ☐ **B đúng**, vì MN không nằm trong mặt phẳng (ABC) .
- ☐ **C sai**, tương tự ta thấy AN không nằm trong mặt phẳng (MNC) .
- ☐ **D đúng**, vì $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}) \Rightarrow \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 16.

Lời giải

Chọn C



Cách 1. Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD \Rightarrow I$ là trung điểm của BD .

$$\text{Ta có } \triangle BIG \sim \triangle D'B'G \Rightarrow \frac{BG}{D'G} = \frac{BI}{D'B'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BG}{BD'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{BD'} = 3\overrightarrow{BG}.$$

Cách 2. Theo quy tắc hình hộp, ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Do G là trọng tâm của tam giác $AB'C$ suy ra $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = 3\overrightarrow{BG} \Leftrightarrow \overrightarrow{BD'} = 3\overrightarrow{BG}$.

Câu 17.

Lời giải

Chọn A

Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $f(x) = 2\sqrt{x} - m$ là hàm số liên tục.

Trên khoảng $(-\infty; 0)$ hàm số $f(x) = mx + 2$ là hàm số liên tục.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2\sqrt{x} - m) = -m = f(0)$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 2) = 2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -m = 2 \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 18.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^2 + x) - x}{x^2(\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x}} = +\infty$$

vì $1 > 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x}) = 0$ và $\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x} > 0$ với mọi $x > 0$.

Câu 19.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 2) = -1.$$

Để hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$ cần: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 1 = -1$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 & (\text{TM}) \\ m = -1 & (\text{L}) \end{cases}.$$

Câu 20.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 2 - x^2}{\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4 + \frac{2}{x}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1} = -2.$$

Câu 21.

Lời giải

Chọn A

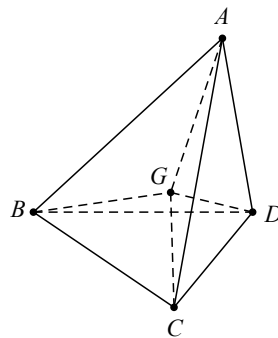
Ta có $x + 3 > 0$ với mọi $x > -3$, nên:

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2 + 13x + 30}{\sqrt{(x+3)(x^2+5)}} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{(x+3)(x+10)}{\sqrt{(x+3)(x^2+5)}} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{\sqrt{x+3} \cdot (x+10)}{\sqrt{x^2+5}} = \frac{\sqrt{-3+3}(-3+10)}{\sqrt{(-3)^2+5}} = 0.$$

Câu 22.

Lời giải

Chọn B



Vì G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ suy ra $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{OG} = \frac{1}{4} \cdot 4\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DG})$$

$$= \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) \longrightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{AO} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}).$$

$$= \overrightarrow{AO} + \frac{1}{4}(4\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}).$$

Vậy $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ nên mệnh đề $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ sai.

Câu 23.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 24.

Lời giải

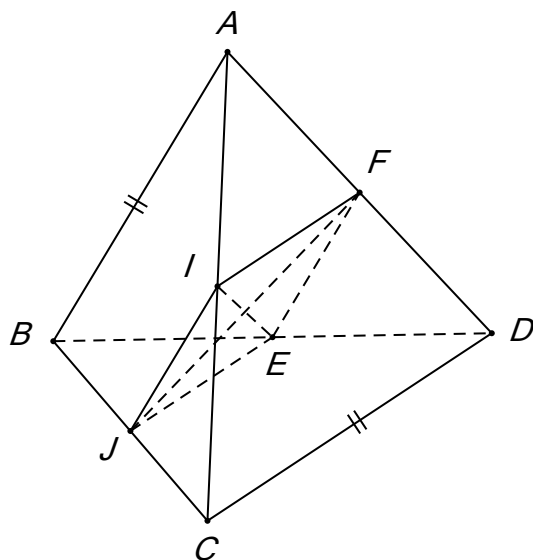
Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{x^2+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{2}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0.$$

Câu 25.

Lời giải

Chọn B



Ta có IF là đường trung bình của $\triangle ACD \Rightarrow \begin{cases} IF \parallel CD \\ IF = \frac{1}{2}CD \end{cases}$.

Lại có JE là đường trung bình của $\triangle BCD \Rightarrow \begin{cases} JE \parallel CD \\ JE = \frac{1}{2}CD \end{cases}$.

$\Rightarrow \begin{cases} IF = JE \\ IF \parallel JE \end{cases} \Rightarrow$ Tứ giác $IJEF$ là hình bình hành.

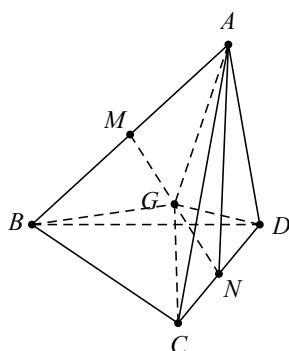
Mặt khác: $\begin{cases} IJ = \frac{1}{2}AB \\ JE = \frac{1}{2}CD \end{cases}$. Mà $AB = CD \Rightarrow IJ = JE$.

Do đó $IJEF$ là hình thoi. Suy ra $(IE, JF) = 90^\circ$.

Câu 26.

Lời giải

Chọn D



Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM} \\ \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} \end{cases}$.

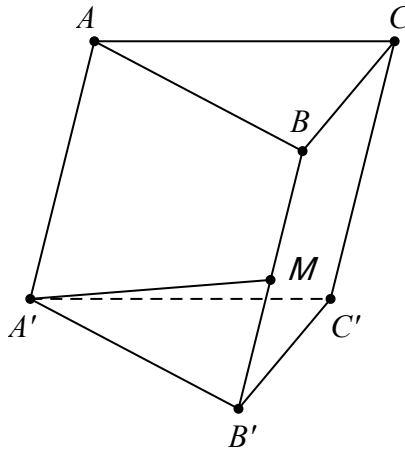
Mà G là trung điểm của $MN \Rightarrow \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Khi đó $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 4\overrightarrow{MG}$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn B



Vì M là trung điểm của $BB' \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'}$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{c}$.

Câu 28.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4) = 4m + 1$; $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x + 4) = 8$.

Hàm số liên tục tại điểm $x = 4 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4) \Leftrightarrow 4m + 1 = 8 \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn D

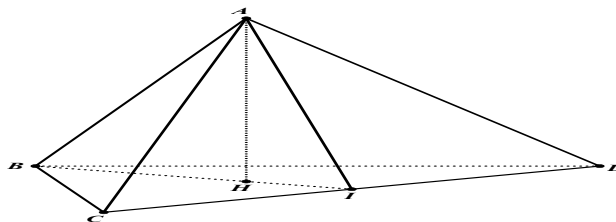
Ta có

$$S = \underbrace{1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots + \cos^{2n} x + \dots}_{\text{CSN h/h: } u_1=1, q=\cos^2 x} = \frac{1}{1 - \cos^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

Câu 30.

Lời giải

Chọn B



Giả sử tứ diện đều $ABCD$ có I là trung điểm của CD , H là tâm của tam giác BCD suy ra $AH \perp (BCD)$.

Khi đó ta có: $\begin{cases} CD \perp BH \\ CD \perp AH \end{cases} \Rightarrow CD \perp AB$.

Vậy góc giữa CD và AB là 90° .

Câu 31.

Câu 32.

Lời giải

Chọn C

Do $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$ nên hàm số liên tục tại $x = 1$ khi

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m - 2 = 2 \Leftrightarrow m = 4$. Khi đó hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 33.

Câu 34.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $\lim u_n = a$ thì ta có

$$a = \lim u_{n+1} = \lim \frac{1}{2 - u_n} = \frac{1}{2 - a} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 2 \\ a(2 - a) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 2 \\ a^2 - 2a + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1.$$

Câu 35.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} + ax + b \right) = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 + (a+b+3)x + b+1}{x+1} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x + (a+b+3) + \frac{b+1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ a+b+3=1 \\ b+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow T = a+b = -2.$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim \frac{an^2 - 1}{3 + n^2} = \lim \frac{a - \frac{1}{n^2}}{\frac{3}{n^2} + 1} = a \\ \lim \frac{1}{2^n} = \lim \left(\frac{1}{2} \right)^n = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim \sqrt{3 + \frac{an^2 - 1}{3 + n^2} - \frac{1}{2^n}} = \sqrt{3 + a}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a \in (0; 20), a \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{a+3} \in \mathbb{Z} \end{cases} \longrightarrow a \in \{1; 6; 13\}.$$

Câu 37.

Lời giải

$$\text{Ta có Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{-\sqrt{5 + \frac{2}{x}} + \sqrt{5}} = \frac{2}{-2\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{5}\sqrt{5} \longrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow S = -1.$$

$$x \rightarrow -\infty \longrightarrow \sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5} \sim \sqrt{5x^2} + x\sqrt{5} = -\sqrt{5}x + x\sqrt{5} = 0$$

Giải nhanh: $x \rightarrow -\infty \longrightarrow \sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5}$

$$= \frac{2x}{\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5}} \sim \frac{2x}{\sqrt{5x^2} - x\sqrt{5}} = \frac{2x}{-2\sqrt{5}x} = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Câu 38.

Lời giải

$$f(0) = 3$$

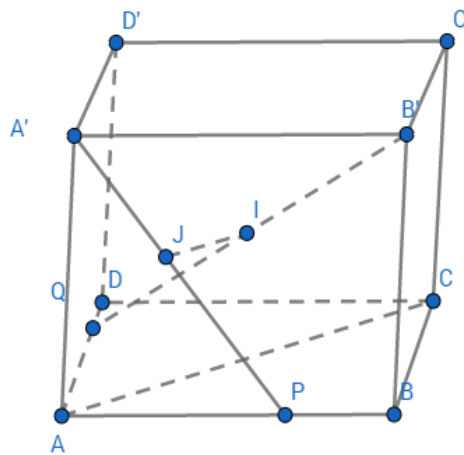
$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{ax^2 + (2a+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(4x+1) - 1}{x[ax + (2a+1)](\sqrt{4x+1} + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{[ax + (2a+1)](\sqrt{4x+1} + 1)} = \frac{4}{2(2a+1)}$$

Hàm số liên tục tại $x = 0$ khi $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \Leftrightarrow \frac{4}{2(2a+1)} = 3 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{6}.$

Câu 39.

Lời giải.



Ta thấy rằng $IJ, AP, A'B'$ nằm trong 3 mặt phẳng song song với nhau nên.

$$\frac{IB'}{QB'} = \frac{JA'}{PA'} = k$$

$$\Rightarrow \vec{IJ} = \vec{IB'} + \vec{B'A'} - \vec{JA'}$$

$$= k(\vec{QB'} - \vec{PA'}) + \vec{B'A'} = k\vec{QP} - (k-1)\vec{A'B'}$$

$$= k\vec{QP} + (k-1)\vec{AB}$$

$$\text{Mà } \vec{QP} = \vec{AP} - \vec{AQ} = \frac{2}{3}\vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AD}. \text{ Nên } \vec{IJ} = \left(\frac{5}{3}k - 1\right)\vec{AB} - \frac{3}{4}k\vec{AD}.$$

$$\text{Mà } \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}. \text{ Vậy nên } IJ \parallel AC. \text{ Nếu } \frac{5}{3}k - 1 = -\frac{3}{4}k \Leftrightarrow k = \frac{12}{29}.$$



Họ và tên :Lớp:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(1 - \frac{2}{n^2}\right)}{n^2 \left(\frac{1}{n^2} - 3\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 3}. \text{ Ta có}$$

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 3} = -\frac{1}{3} < 0 \end{cases} \longrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 3} = -\infty \longrightarrow$$

Giải nhanh : $\frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2} \sim \frac{n^3}{-3n^2} = -\frac{1}{3}n \longrightarrow -\infty.$

Câu 2.

Câu 3.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4| = |(\sqrt{3})^2 - 4| = 1$$

Câu 4.

Lời giải

Chọn B

Đáp án D đúng vì nó là một định lý trong SGK Đại số và Giải tích lớp 11.

Câu 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n} + \frac{5}{n^2}}{2 + \frac{1}{n^2}} = \frac{1}{2} \longrightarrow$

Giải nhanh: $\frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1} \sim \frac{n^2}{2n^2} = \frac{1}{2}.$

Câu 6.

Lời giải

Chọn C

Câu 7.

Lời giải

Chọn D

Cho đường thẳng Δ thì qua O có duy nhất một mặt phẳng (P) vuông góc với Δ , nên qua O có vô số đường thẳng thuộc (P) vuông góc với Δ .

Câu 8.**Lời giải****Chọn C****Câu 9.****Lời giải****Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4| = |3 - 4| = 1$$

Câu 10.**Lời giải****Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{-3}{n^2}}{4 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{4} = 0.$$

Giải nhanh : Dạng « bậc tử » < « bậc mẫu » nên kết quả bằng 0.

Câu 11.**Lời giải****Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^{2016} - 1 + x - 1)(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018})}{2017x - 2017} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^{2015} + x^{2014} + \dots + x + 1)(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018})}{2017(x-1)} = 2\sqrt{2019} \end{aligned}$$

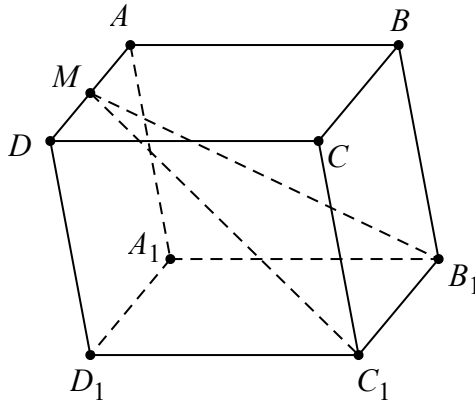
Để hàm số liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow k = 2\sqrt{2019}$.

Câu 12.**Lời giải****Chọn B**

Đặt $f(x) = x + 1$; $g(x) = x - 1$. Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 0$; $g(x) > 0$ khi $x \rightarrow 1^+$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty.$$

Câu 13.**Lời giải****Chọn D**



Dựa vào đáp án, ta thấy rằng:

□ **A sai**, vì $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1D_1})$.

$$= \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}) = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}.$$

□ **B đúng**, vì $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1A_1} + \overrightarrow{C_1D_1})$.

$$= \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1D_1}) = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}.$$

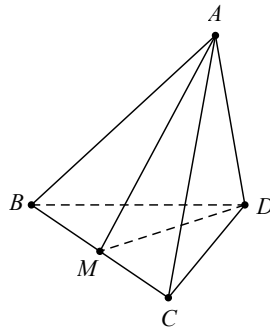
□ **C sai**, vì $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$ (từ đáp án B).

□ **D sai**, vì $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{A_1D_1} = \overrightarrow{BD_1}$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn B



Vì M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

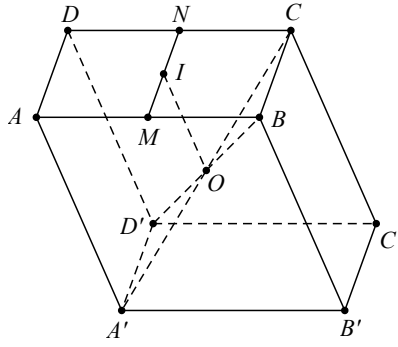
Ta có $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$.

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}).$$

Câu 15.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Vì I là trung điểm của MN suy ra $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = 2\overrightarrow{OI}$.

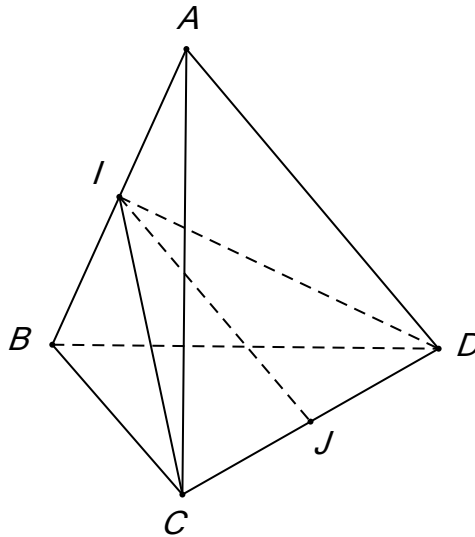
$$\text{Kết hợp với } \begin{cases} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} \\ \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{ON} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}).$$

$$= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DB'} \right) = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y}).$$

Câu 16.

Lời giải

Chọn B



Xét tam giác ICD có J là trung điểm đoạn $CD \Rightarrow \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$.

Tam giác ABC có $AB = AC$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều $\Rightarrow CI \perp AB$.

Tương tự, ta có $\triangle ABD$ đều nên $DI \perp AB$.

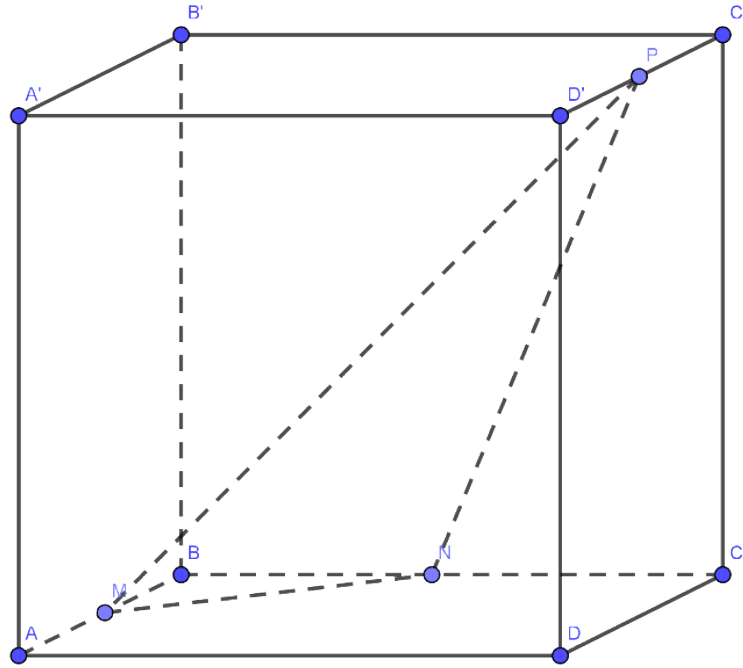
$$\text{Ta có } \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IJ} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{IJ}) = 90^\circ.$$

Câu 17.

Lời giải

Chọn D



Ta có MN song song AC (Đường trung bình)

$$(MN, AP) = (AC, AP)$$

Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 1

Xét tam giác APC có:

$$PC = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}; \quad AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}; \quad AP = \sqrt{1^2 + \left(1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)} = \frac{3}{2}.$$

Theo định lý hàm cos trong tam giác APC ta có: $\cos \widehat{PAC} = \frac{2 + \frac{9}{4} - \frac{5}{4}}{2\sqrt{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{PAC} = 45^\circ.$

Câu 18.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left(\sin \pi x - \frac{1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \sin \pi x - 1) = -1.$$

Câu 19.

Lời giải

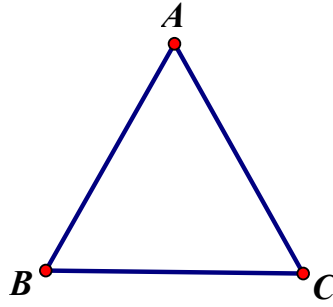
Chọn C

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{x(1 + \frac{3}{x})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{(1 + \frac{3}{x})} = -1.$$

Câu 20.

Lời giải

Chọn B



$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = BC \cdot CA \cdot \cos 120^\circ = 2 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -2.$$

$$(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BA} = (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{BA} = AB^2 = 4 \text{ nên B sai.}$$

$$(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = AC^2 = 4.$$

$$(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = (AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ) \cdot \overrightarrow{BC} = 2 \overrightarrow{BC}.$$

Do đó ta chọn đáp án

A.

Câu 21.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } I = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[n \left(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1} \right) \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{\sqrt{n^2 + 2} + \sqrt{n^2 - 1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} = \frac{3}{2}$$

Câu 22.

Lời giải

Chọn D

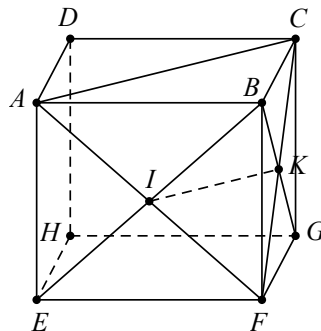
$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - 2x + 3) = 6 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (3 - 2x^2) = -15 \end{cases} \text{ Do } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \text{ nên không tồn tại giới hạn khi } x \rightarrow 3.$$

Vậy chỉ có khẳng định C sai.

Câu 23.

Lời giải

Chọn D



Vì I, K lần lượt là trung điểm của AF và CF.

Suy ra IK là đường trung bình của tam giác AFC $\Rightarrow IK \parallel AC \Rightarrow IK \parallel (ABCD)$.

Mà GF $\parallel (ABCD)$ và BD $\subset (ABCD)$ suy ra ba vectơ $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Câu 24.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 2.$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (mx - 4) = 2m - 4$$

Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Leftrightarrow 2m - 4 = 2 \Leftrightarrow m = 3.$

Câu 25.**Lời giải****Chọn C.**

Hàm số ở câu C và D không xác định tại điểm $x = 1$ nên **không** liên tục tại điểm $x = 1$.

Xét câu A:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x - 1) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2, \quad f(1) = 2$$

Suy ra $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 2$

Vậy hàm số liên tục tại điểm $x = 1$.

Xét câu B:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x + 1) = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2$$

Suy ra $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Vậy hàm số **không** liên tục tại điểm $x = 1$.

Câu 26.**Hướng dẫn giải****Chọn A**

Ta có hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Xét tính liên tục của hàm số tại $x = -1$.

Có $y(-1) = -2 = \lim_{x \rightarrow -1^+} y$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = -1 + m$.

Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $y(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} y \Leftrightarrow -2 = -1 + m \Leftrightarrow m = -1.$

Câu 27.**Lời giải****Chọn C**

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{-\sqrt{4}}{1} = -2.$

Giải nhanh: khi $x \rightarrow -\infty \rightarrow \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{x + 1} \sim \frac{\sqrt{4x^2}}{x} = \frac{-2x}{x} = -2.$

Câu 28.**Lời giải****Chọn A**

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{4x + 4} - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1) \left(\sqrt[3]{(4x + 4)^2} + 2\sqrt[3]{4x + 4} + 4 \right)}{(4x + 4 - 8) \left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1 \right)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\left(\sqrt[3]{(4x+4)^2} + 2\sqrt[3]{4x+4} + 4 \right)}{4\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1 \right)} = \frac{12}{12} = 1.$$

Câu 29.

Lời giải

Chọn C

Ta có $0,5111\ldots = 0,5 + 10^{-2} + 10^{-3} + \ldots + 10^{-n} + \ldots$

Dãy số $10^{-2}; 10^{-3}; \ldots; 10^{-n}; \ldots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu bằng $u_1 = 10^{-2}$, công bội bằng

$$q = 10^{-1} \text{ nên } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{10^{-2}}{1-10^{-1}} = \frac{1}{90}.$$

$$\text{Vậy } 0,5111\ldots = 0,5 + S = \frac{46}{90} = \frac{23}{45} \longrightarrow \begin{cases} a = 23 \\ b = 45 \end{cases} \longrightarrow T = a + b = 68.$$

Câu 30.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1}-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} ((2-a)x-3) \left(\sqrt{x^2+1}+x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(2-a-\frac{3}{x} \right) \left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1 \right).$$

$$\text{Vi } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1 \right) = 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1}-x} = +\infty$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2-a-\frac{3}{x} \right) = 2-a > 0 \Rightarrow a < 2.$$

$$\text{Giải nhanh : ta có } x \rightarrow +\infty \longrightarrow \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$$

$$= ((2-a)x-3) \left(\sqrt{x^2+1}+x \right) \sim (2-a)x \cdot (\sqrt{x^2}+x) = 2(2-a)x \rightarrow +\infty \Leftrightarrow a < 2.$$

$$\text{Khi đó } P = a^2 - 2a + 4 = (a-1)^2 + 3 \geq 3, P = 3 \Leftrightarrow a = 1 < 2 \Rightarrow P_{\min} = 3.$$

Câu 31.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2-1}{3+n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a-\frac{1}{n^2}}{\frac{3}{n^2}+1} = a \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right)^n = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3 + \frac{an^2-1}{3+n^2} - \frac{1}{2^n}} = \sqrt{3+a}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a \in (0; 20), a \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{a+3} \in \mathbb{Z} \end{cases} \longrightarrow a \in \{1; 6; 13\}.$$

Câu 32.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có:

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (3x + a - 1) = a - 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{x(\sqrt{1+2x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{1+2x}+1} = 1.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x=0 \Leftrightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Leftrightarrow a-1=1 \Leftrightarrow a=2.$$

Câu 33.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Giải nhanh: } \sqrt[4]{\frac{4^n + 2^{n+1}}{3^n + 4^{n+2}}} \sim \sqrt[4]{\frac{4^n}{4^{n+a}}} = \frac{1}{2^a} \leq \frac{1}{1024} \Leftrightarrow 2^a \geq 1024 = 2^{10} \Leftrightarrow a \geq 10.$$

Mà $a \in (0; 2018)$ và $a \in \mathbb{Z}$ nên $a \in \{10; 2017\} \longrightarrow$ có 2008 giá trị a .

$$\text{Cụ thể: } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[4]{\frac{4^n + 2^{n+1}}{3^n + 4^{n+a}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[4]{\frac{1 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\left(\frac{3}{4}\right)^n + 4^a}} = \sqrt[4]{\frac{1}{4^a}} = \sqrt{\frac{1}{(2^a)^2}} = \frac{1}{2^a}.$$

Câu 34.

Lời giải

Chọn A

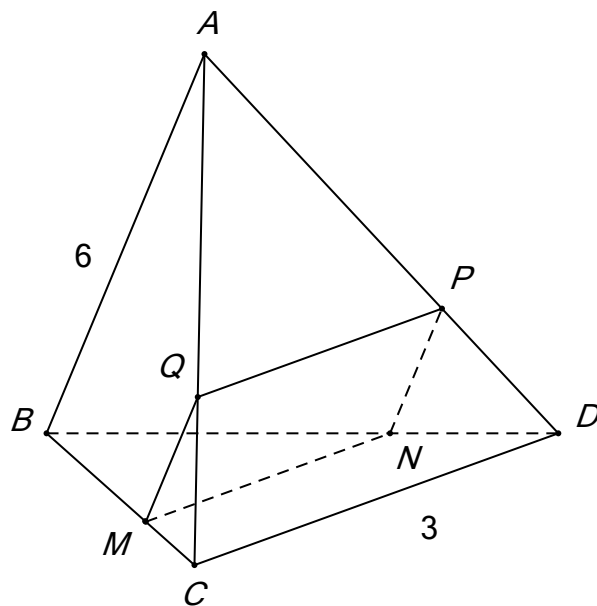
Vì $\sqrt{2}, (\sqrt{2})^2, \dots, (\sqrt{2})^n$ lập thành cấp số nhân có $u_1 = \sqrt{2} = q$ nên

$$u_n = \sqrt{2} \cdot \frac{1 - (\sqrt{2})^n}{1 - \sqrt{2}} = (2 - \sqrt{2}) \left[(\sqrt{2})^n - 1 \right] \longrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty \text{ vì } \begin{cases} a = 2 - \sqrt{2} > 0 \\ q = \sqrt{2} > 1 \end{cases}.$$

Câu 35.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } \begin{cases} (MNPQ) \parallel AB \\ (MNPQ) \cap (ABC) = MQ \end{cases} \Rightarrow MQ \parallel AB.$$

Tương tự ta có $MN \parallel CD$, $NP \parallel AB$, $QP \parallel CD$.

Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

Ta có $(\widehat{AB;CD}) = (\widehat{QM;MP}) = 60^\circ$. Suy ra $S_{MNPQ} = QM \cdot QN \cdot \sin 60^\circ$.

Ta có $\triangle CMQ \sim \triangle CBA \Rightarrow \frac{CM}{CB} = \frac{MQ}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MQ = 2$.

$\triangle AQN \sim \triangle ACD \Rightarrow \frac{AQ}{AC} = \frac{QN}{CD} = \frac{2}{3} \Rightarrow QN = 2$.

Vậy $S_{MNPQ} = QM \cdot QN \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Giải nhanh :

$$\frac{(\sqrt{5})^n - 2^{n+1} + 1}{5 \cdot 2^n + (\sqrt{5})^{n+1} - 3} + \frac{2n^2 + 3}{n^2 - 1} \sim \frac{(\sqrt{5})^n}{(\sqrt{5})^{n+1}} + \frac{2n^2}{n^2} = \frac{1}{\sqrt{5}} + 2 = \frac{\sqrt{5}}{5} + 2 \longrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \\ c = 2 \end{cases}$$

Vậy $S = 1^2 + 5^2 + 2^2 = 30$.

Cụ thể :
$$\lim \left(\frac{(\sqrt{5})^n - 2^{n+1} + 1}{5 \cdot 2^n + (\sqrt{5})^{n+1} - 3} + \frac{2n^2 + 3}{n^2 - 1} \right) = \lim \left(\frac{1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^n + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^n}{5 \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^n + \sqrt{5} - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^n} + \frac{2 + \frac{3}{n^2}}{1 - \frac{1}{n^2}} \right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} + 2 = \frac{\sqrt{5}}{5} + 2.$$

Câu 37.

Lời giải

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - \sqrt[3]{x^3 - x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - x + x - \sqrt[3]{x^3 - x^2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} + x} + \frac{x^2}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 - 1} + \sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}.$$

Giải nhanh:
$$\sqrt{x^2 + x} - \sqrt[3]{x^3 - x^2} = \left(\sqrt{x^2 + x} - x \right) + \left(x - \sqrt[3]{x^3 - x^2} \right)$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} + x} + \frac{x^2}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 - 1} + \sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}} \sim \frac{x}{\sqrt{x^2 + x}} + \frac{x^2}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[6]{x^6}}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \quad (x \rightarrow +\infty).$$

Câu 38.

Lời giải

Ta có: $f(0) = m + 1$.

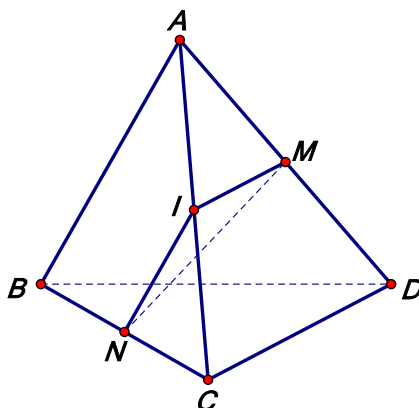
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m+1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} = -1.$$

$$f(x) \text{ liên tục tại } x=0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m+1 = -1 \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 39.

Lời giải



Đặt $MN = x$. Gọi I là trung điểm của AC

$$\Rightarrow NI \parallel AB, NI = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2};$$

$$MI \parallel CD, MI = \frac{1}{2} CD = \frac{a}{2}.$$

$$\Rightarrow IM = IN \Rightarrow \widehat{MNI} < 90^\circ$$

$$\Rightarrow (\widehat{MN, AB}) = (\widehat{MN, NI}) = \widehat{MNI} \Rightarrow \widehat{MNI} = 30^\circ$$

$$\text{Có } \cos \widehat{MNI} = \frac{NI^2 + NM^2 - MI^2}{2MN \cdot NI} \Leftrightarrow \cos 30^\circ = \frac{\frac{a^2}{4} + x^2 - \frac{a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot x} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{a} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Họ và tên :Lớp:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Câu 2.

Lời giải

Chọn B

Trong không gian có vô số đường thẳng qua O và vuông góc với Δ .

Câu 3.

Lời giải

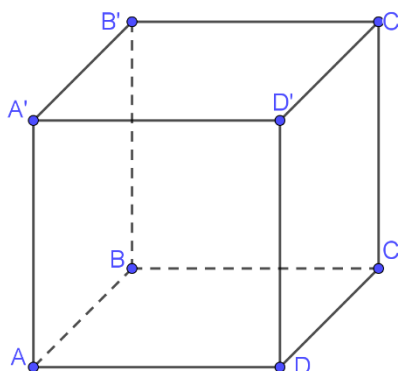
Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x-1|}{x^4+x-3} = \frac{|-1-1|}{1-1-3} = -\frac{2}{3}$.

Câu 4.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $A'D \parallel B'C$, $B'C \perp BC' \Rightarrow A'D \perp BC'$

Câu 5.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề 1 và 3 là đúng.

Mệnh đề 2 sai. Ví dụ hàm số $y = |x|$ liên tục tại $x_0 = 0$ nhưng không có đạo hàm tại $x_0 = 0$.

Câu 6.

Lời giải:

Chọn A.

A sai vì $\lim q^n = 0$ khi $|q| < 1$.

Câu 7.

Lời giải:

Chọn B.

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{-2}{3} \right)^n = 0$ (Vì $\left| \frac{-2}{3} \right| = \frac{2}{3} < 1$).

Câu 8.**Lời giải****Chọn B**

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số (SGK ĐS11-Chương 4) thì $\lim q^n = 0$ ($|q| < 1$).

Câu 9.**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x^2 - 4} - \sqrt{3x - 2}}{x + 1} = \frac{\sqrt[3]{12 - 4} - \sqrt{6 - 2}}{3} = \frac{0}{3} = 0.$$

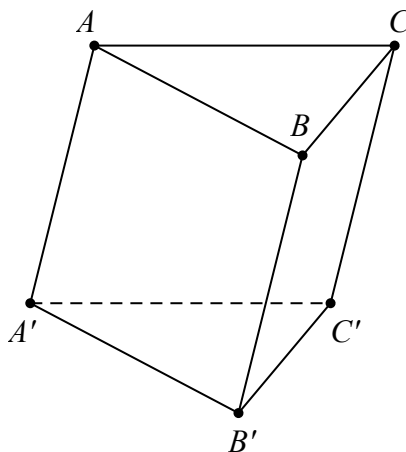
Câu 10.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n + 7} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2 + \frac{7}{n}} = 0.$$

Câu 11.**Lời giải****Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2}.$$

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$

Câu 12.**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \vec{d} = \vec{c} - \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$$

Câu 13.**Lời giải****Chọn A**

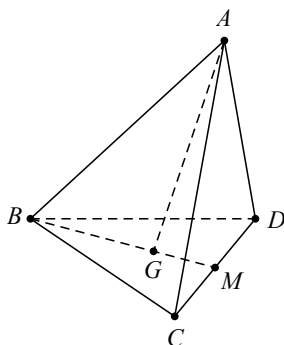
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2\sqrt{3}}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{(x - 3)(\sqrt{x^2 + x - 2\sqrt{3}})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+4)}{(x-3)(\sqrt{x^2+x+2\sqrt{3}})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+4}{\sqrt{x^2+x+2\sqrt{3}}} = \frac{3+4}{\sqrt{3^2+3+2\sqrt{3}}} = \frac{7}{4\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 14.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của CD suy ra $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}). \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}). \end{aligned}$$

Câu 15.

Lời giải

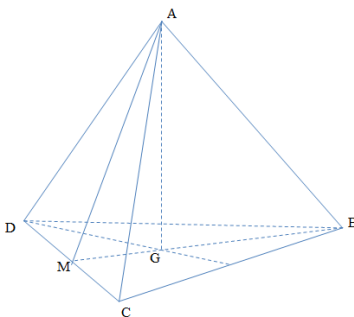
Chọn C

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-x} - \sqrt{4x^2+1}}{2x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \left(\sqrt{1-\frac{1}{x}} - \sqrt{4+\frac{1}{x^2}} \right)}{x \left(2 + \frac{3}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \left(\sqrt{1-\frac{1}{x}} - \sqrt{4+\frac{1}{x^2}} \right)}{x \left(2 + \frac{3}{x} \right)} = \frac{1}{2}.$$

Câu 16.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của DC .

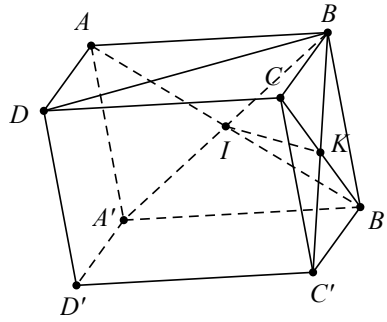
Do $ABCD$ là tứ diện đều nên ta có:

$$\begin{cases} DC \perp AM \\ DC \perp BM \end{cases} \Rightarrow DC \perp (AMB) \Rightarrow DC \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0.$$

Câu 17.

Lời giải

Chọn D



Dựa vào đáp án, ta thấy rằng:

□ **A đúng**, vì $\overrightarrow{IK}, \overrightarrow{AC}$ cùng thuộc mặt phẳng $(B'AC)$.

□ **B đúng**, vì $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{B'K} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{A'C'}$.

□ **C sai**, vì $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{B'K}$

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AC_1} \Rightarrow k = 1$.

Câu 18.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } T &= \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right) = \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16^{n+1} + 4^n} + \sqrt{16^{n+1} + 3^n}} \\ &= \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16 \cdot 16^n + 4^n} + \sqrt{16 \cdot 16^n + 3^n}} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\sqrt{16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} + \sqrt{16 + \left(\frac{3}{4}\right)^n}} = \frac{1}{4 + 4} = \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

Câu 19.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) &= 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left((4-a)x - b - 11 + \frac{23}{x+2} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-a=0 \\ -11-b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-11 \end{cases} \\ \Rightarrow a+b &= -7. \end{aligned}$$

Câu 20.

Hướng dẫn giải

Chọn

B.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x+1)(x+3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x+3) = 2.$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (mx + 2) = -m + 2.$$

$$f(-1) = -m + 2.$$

$$\text{Để hàm số đã cho liên tục tại điểm } x = -1 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = f(-1) \Leftrightarrow 2 = -m + 2 \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 21.

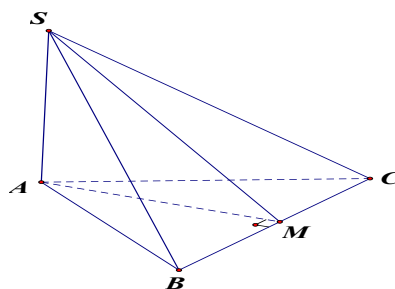
Lời giải

Chọn D

Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ a^2x + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$ khi $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$. (*)

Ta có $\begin{cases} f(2) = 2a^2 - \frac{7}{4} \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} = \frac{1}{4} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(a^2x + \frac{1}{4}\right) = 2a^2 - \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow a = \pm 1 \Rightarrow a_{\max} = 1.$

Câu 22.



Lời giải.

Chọn A

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABC) \\ \text{Vì } (SAC) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp (ABC)$$

Gọi M là trung điểm của BC. Khi đó ta có $AM \perp BC$ (vì tam giác ABC đều)

$$\text{Mà } SA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Có } (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC, SM \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{SMA} \text{ là góc giữa hai mặt phẳng } (SBC) \text{ và } (ABC)$$

$$\begin{aligned} \text{Có } AM &= \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = 1. \\ \Rightarrow \widehat{SMA} &= 45^\circ \end{aligned}$$

Câu 23.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x + 4) = 8.$$

$$\text{Và: } \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (mx + 1) = 4m + 1 = f(4).$$

$$\text{Hàm số } f(x) \text{ liên tục tại điểm } x = 4 \text{ nếu } \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4).$$

$$\Rightarrow 4m + 1 = 8 \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}.$$

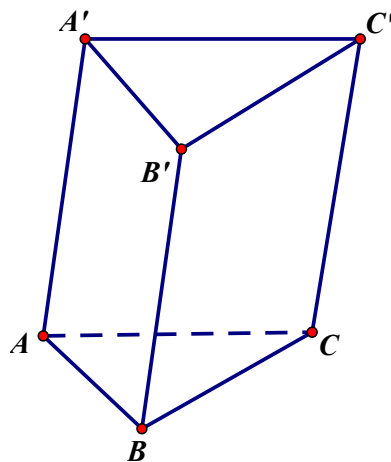
Câu 24.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4 - x - 3}{(x-1)(x+1)(2 + \sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{(x+1)(2 + \sqrt{x+3})} = +\infty$

Câu 25.



Lời giải

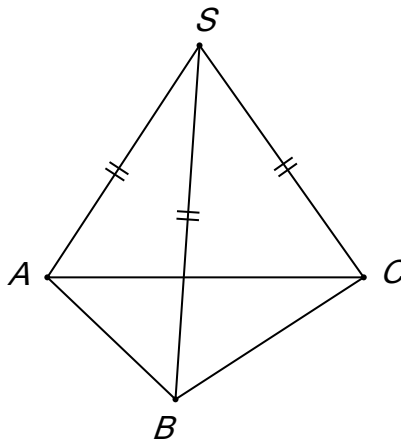
Chọn B

Ta có $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC}$
 $= -\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
 $= -\vec{b} - \vec{a} + \vec{c}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ hay $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 26.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} \cdot (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA}$
 $= |\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{SB}| \cdot \cos(\widehat{SCB}) - |\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{SA}| \cdot \cos(\widehat{SCA})$
 $= SC \cdot SB \cdot \cos \widehat{BSC} - SC \cdot SA \cdot \cos \widehat{ASC}$
 Mà $SA = SB = SC$ và $\widehat{BSC} = \widehat{ASC} \Rightarrow \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.
 Do đó $(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = 90^\circ$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10-2x|}{x^2-6x+5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x-10}{x^2-6x+5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2}{x-1} = \frac{1}{2}$$

Câu 28.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 29.

Lời giải

Chọn C

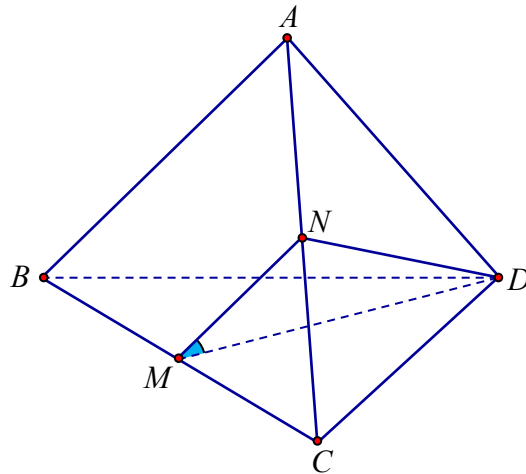
$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{n^2 - n} - 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}}} = \frac{1 + \sqrt{1}}{1} = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{2} \\ b = 0 \end{cases} \longrightarrow S = 8 \longrightarrow$$

Câu 30.

Lời giải

Chọn C.



Gọi N là trung điểm của AC và a là độ dài cạnh tứ diện đều.

Ta có $MN \parallel AB \Rightarrow (AB, DM) = (MN, DM) = \widehat{DMN}$.

Tam giác DMN có $DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MN = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$ và $\cos \widehat{DMN} = \frac{DM^2 + MN^2 - DN^2}{2 \cdot DM \cdot MN}$.

$$\Leftrightarrow \cos \widehat{DMN} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Vậy $\cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 31.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim \left(\frac{\sqrt{n^2+2n}}{3n-1} + \frac{(-1)^n}{3^n} \right) = \lim \frac{\sqrt{n^2+2n}}{3n-1} + \lim \frac{(-1)^n}{3^n}$. Ta có

$$\begin{cases} \lim \frac{\sqrt{n^2+2n}}{3n-1} = \lim \frac{\sqrt{1+\frac{2}{n}}}{3-\frac{1}{n}} = \frac{1}{3} \\ 0 \leq \left| \frac{(-1)^n}{3^n} \right| \leq \left(\frac{1}{3} \right)^n \rightarrow 0 \Rightarrow \lim \frac{(-1)^n}{3^n} = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim \left(\frac{\sqrt{n^2+2n}}{3n-1} + \frac{(-1)^n}{3^n} \right) = \frac{1}{3}.$$

Câu 32.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned} 0,17232323... &= 0,17 + 23 \left(\frac{1}{10^4} + \frac{1}{10^6} + \frac{1}{10^8} \dots \right) \\ &= \frac{17}{100} + 23 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{17}{100} + \frac{23}{100 \cdot 99} = \frac{1706}{9900} = \frac{853}{4950}. \end{aligned}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} a = 853 \\ b = 4950 \end{cases} \Rightarrow 2^{12} < T = 4097 < 2^{13}.$$

Câu 33.

Hướng dẫn giải

Chọn

D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$, $f(1) = 1 - m$.

Ta thấy hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\ln x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (m \cdot e^{x-1} + 1 - 2mx^2) = 1 - m.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$.

$$\Leftrightarrow 1 - m = 1 \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 34.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{2017}{x} \right)}{x \left(1 + \frac{2018}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{2017}{x}}{1 + \frac{2018}{x}} = -a.$$

$$\text{Nên } -a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2+bx+1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+bx+1} - x \right) \left(\sqrt{x^2+bx+1} + x \right)}{\sqrt{x^2+bx+1} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx+1}{x \left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(b+\frac{1}{x} \right)}{x \left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{b+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1} = \frac{b}{2}.$$

Nên $\frac{b}{2} = 2 \Leftrightarrow b = 4.$

Vậy $P = 4 \left(-\frac{1}{2} \right) + 4 = 2.$

Câu 35.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $\begin{cases} \lim u_n = a \\ \lim v_n = b \end{cases}$, ta có $\begin{cases} \lim u_{n+1} = \lim (4v_n - 2) \\ \lim v_{n+1} = \lim (u_n + 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4b - 2 \\ b = a + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}.$

Vậy $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + 2v_n) = a + 2b = -\frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} = 0.$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có:

$$+) \lim \frac{n(n-2018)^{2017}}{(n-2017)^{2018}} = \lim \frac{n^{2018} \left(1 - \frac{2018}{n} \right)^{2017}}{n^{2018} \left(1 - \frac{2017}{n} \right)^{2018}} = \lim \frac{\left(1 - \frac{2018}{n} \right)^{2017}}{\left(1 - \frac{2017}{n} \right)^{2018}} = 1.$$

$$+) \lim n \left(\sqrt{n^2 + 2020} - \sqrt{4n^2 + 2017} \right) = \lim \frac{-n}{n} \left(\sqrt{1 + \frac{2020}{n^2}} - \sqrt{4 + \frac{2017}{n^2}} \right) = 1$$

$$+) \text{ Ta có: } A = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}.$$

$$\Rightarrow 2A = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}.$$

$$\Rightarrow 2A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}.$$

$$\Rightarrow 2A = 1 - \frac{1}{2n+3} = \frac{2n+2}{2n+3} \Rightarrow A = \frac{n+1}{2n+3}.$$

Nên $\lim \left[\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} \right] = \lim \frac{n+1}{2n+3} = \lim \frac{1+\frac{1}{n}}{2+\frac{3}{n}} = \frac{1}{2}.$

$$+) \text{ Dãy } \begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n \geq 1 \end{cases} \text{ có } u_1 = 2018; u_2 = \frac{2019}{2}; u_3 = \frac{2021}{4}; u_4 = \frac{2025}{8}; u_5 = \frac{2033}{16}; \dots$$

Dự đoán $u_n = \frac{2^{n-1} + 2017}{2^{n-1}}$ với $n \in \mathbb{N}^*$

Để dàng chứng minh dự đoán trên bằng phương pháp quy nạp.

$$\text{Từ đó } \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n-1} + 2017}{2^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 + 2017 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \right] = 1.$$

Câu 37.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + ax + 5} + x \right) = 5 &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + ax + 5 - x^2}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} \right) = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} \right) = 5 \\ &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{a + \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1} \right) = 5 \Leftrightarrow \frac{a}{-2} = 5 \Leftrightarrow a = -10. \end{aligned}$$

Vì vậy giá trị của a là một nghiệm của phương trình $x^2 + 9x - 10 = 0$.

Câu 38.

Lời giải

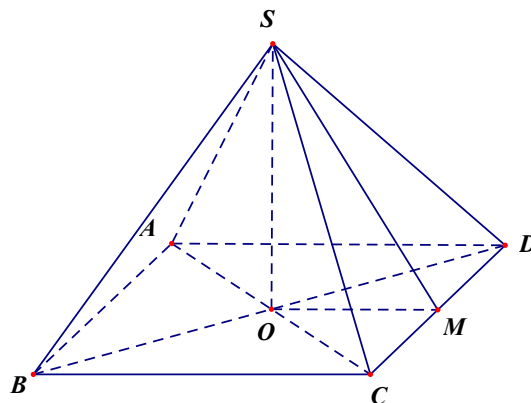
$$f(0) = 3$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{ax^2 + (2a+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(4x+1) - 1}{x[ax + (2a+1)](\sqrt{4x+1} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{[ax + (2a+1)](\sqrt{4x+1} + 1)} = \frac{4}{2(2a+1)} \end{aligned}$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 0 \text{ khi } f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \Leftrightarrow \frac{4}{2(2a+1)} = 3 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{6}.$$

Câu 39.

Lời giải



Cách 1: Trong $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$, ta có: $SO \perp (ABCD)$.

$$\Rightarrow OM = MC = \frac{1}{2}a; \quad SM = \sqrt{SC^2 - MC^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

$$\text{Ta có } OM \parallel BC \Rightarrow (\overrightarrow{MS}, \overrightarrow{CB}) = \widehat{SMO}.$$

Ta có ΔSOM vuông tại O nên $\cos(\widehat{SMO}) = \frac{OM}{SM} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$$\text{Vậy } \overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = MS \cdot CB \cdot \cos(\overrightarrow{MS}, \overrightarrow{CB}) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2}{2}.$$

Cách 2: Trong $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$, ta có: $SO \perp (ABCD)$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} &= (\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{SO}) \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{SO} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{CB} \quad (\text{do } SO \perp CB) = MO \cdot CB \cdot \cos(\overrightarrow{MO}; \overrightarrow{CB}) \\ &= \frac{a}{2} \cdot a \cdot \cos 0^\circ = \frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

