

- Thí sinh làm mỗi câu trên một tờ giấy thi riêng và ghi rõ câu số.....ở trang 1 của tờ giấy thi.
- Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Câu 1 (4,0 điểm)

1) Giải phương trình

$$\cos 2x - 2\sin^2 3x + 1 = 0.$$

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{2(x^3 + y^3)}{xy} - \frac{3(x^2 + y^2)}{\sqrt{xy}} + 5(x + y) = 8\sqrt{xy} \\ \sqrt{5x-1} + \sqrt{2-y} = \frac{5x+y}{2}. \end{cases}$$

Câu 2 (4,0 điểm)

Cho dãy số (a_n) thỏa mãn điều kiện $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = a_n + \frac{a_n^2}{2019}$ ($n \geq 1$).

1) Chứng minh rằng (a_n) là dãy số tăng và không bị chặn trên.

2) Đặt $S_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i + 2019}$, tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

Câu 3 (3,0 điểm)

Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC . Trên các cạnh AB và AC lần lượt lấy các điểm M và N (M, N không trùng với các đỉnh của tam giác ABC); trên đoạn MN lấy điểm K (K không trùng với M, N). Chứng minh rằng:

$$1) \frac{S_{\Delta BMK}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{AN \cdot BM \cdot MK}{AB \cdot AC \cdot MN}.$$

$$2) \sqrt[3]{S_{\Delta MBK}} + \sqrt[3]{Q_{\Delta CNK}} \leq \sqrt[3]{S_{\Delta ABC}}.$$

Câu 4 (3,0 điểm)

Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện sau:

$$i) f(0) = 1, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1,$$

$$ii) f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)\cos y, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Câu 5 (3,0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $2(x+y)+16=3xy$.

Câu 6 (3,0 điểm)

Trên mặt phẳng, kẻ vô hạn các ô vuông (dạng bàn cờ) và mỗi ô vuông được điền một trong hai số 0 hoặc 1 sao cho bất cứ hình chữ nhật nào có kích thước 2×3 thì có đúng hai ô điền số 1. Xét một hình chữ nhật bất kì có kích thước 2017×2019 , tính tổng các số có trong các ô của nó.

.....HẾT.....

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Chữ kí giám thị 1:.....; Chữ kí giám thị 2:.....