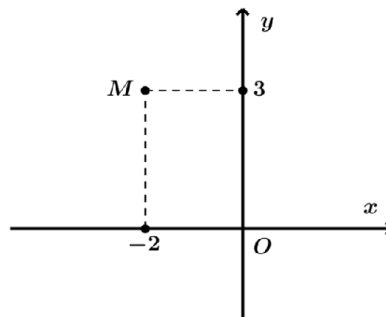


MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

- Câu 1. (Sở Vĩnh Phúc - 2021)** Tìm phần thực của số phức $z = 2 - 3i$
 A. -2 . B. 3 . C. 2 . D. -3 .
- Câu 2. (Sở Lào Cai - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Khi đó phần ảo của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng:
 A. -2 . B. $3i$. C. 3 . D. $-2i$.
- Câu 3. (Sở Lào Cai - 2021)** Mô đun của số phức $z = 2 - 3i$ bằng
 A. 5 . B. $\sqrt{13}$. C. $\sqrt{5}$. D. 13 .
- Câu 4. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
 A. $-5 + i$. B. $5 - i$. C. $-5 - i$. D. $5 + i$.
- Câu 5. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 6i$ là
 A. $\bar{z} = -2 - 6i$. B. $\bar{z} = -2 + 6i$. C. $\bar{z} = 2 - 6i$. D. $\bar{z} = 2 + 6i$.
- Câu 6. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Trên mặt phẳng, điểm $M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng
 A. 1 . B. 3 . C. -3 . D. -1 .
- Câu 7. (Sở Yên Bái - 2021)** Phần ảo của số phức $z = 12 - 18i$ là
 A. -18 . B. 18 . C. $-18i$. D. 12 .
- Câu 8. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$.
 A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$.
 B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .
 C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$.
 D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2 .
- Câu 9. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức:



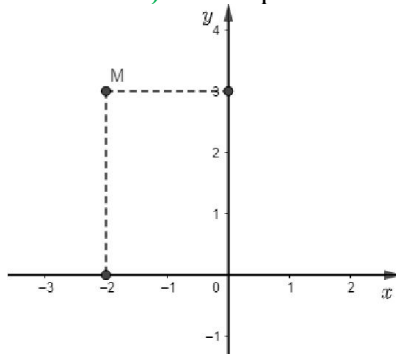
- A. $2 - 3i$. B. $3 + 2i$. C. $-2 + 3i$. D. $3 - 2i$.
- Câu 10. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Tính mô đun của số phức $z = 4 - 3i$.
 A. $|z| = 5$. B. $|z| = \sqrt{7}$. C. $|z| = 25$. D. $|z| = 7$.
- Câu 11. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}$
 A. $-\sqrt{2}$. B. $\frac{-\sqrt{2}}{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 12. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 3 - 2i$. Tích $z_1 z_2$ bằng

- A. $-5i$. B. $5i$. C. $6-6i$. D. $12+5i$

Câu 13. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong mặt phẳng Oxy điểm $M(1; -2)$ biểu diễn cho số phức nào sau đây.

- A. $z=1+2i$. B. $z=-1+2i$ C. $z=-2+i$. D. $z=1-2i$

Câu 14. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho số phức có điểm biểu diễn là M như hình vẽ.



Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

- A. 3. B. -3 . C. 2. D. -2 .

Câu 15. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Môđun của số phức $2+i$ là

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{3}$. C. 3. D. 5.

Câu 16. (Chuyên KHTN - 2021) Môđun của số phức $z=3+2i$ bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. 13. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

Câu 17. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hai số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=2-i$. Số phức $w=z_1\bar{z}_2+z_2$ có phần thực bằng

- A. 7. B. 9. C. 4. D. 3.

Câu 18. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Số phức có phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 1 là

- A. $2+i$. B. $1-2i$. C. $2-i$. D. $1+2i$.

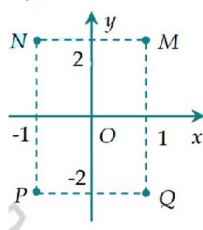
Câu 19. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hai số phức $z_1=4-3i$ và $z_2=-7+5i$. Số phức $z=z_2-z_1$ là

- A. $-11-8i$. B. $11-8i$. C. $-11+8i$. D. $11+8i$.

Câu 20. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+2z+5=0$ là

- A. $-1-2i$. B. $1-2i$. C. $1+2i$. D. $-1+2i$.

Câu 21. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho số phức $z=-1+2i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm



- A. Q. B. N. C. P. D. M.

Câu 22. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Số phức z thỏa mãn $(1-i)z+i=0$ là

- A. $z=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$. B. $z=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$. C. $z=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$. D. $z=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$.

- Câu 23. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 5i$ là
 A. $\bar{z} = -3 - 5i$. B. $\bar{z} = -3 + 5i$. C. $\bar{z} = 5 - 3i$. D. $\bar{z} = 3 - 5i$.
- Câu 24. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Chọn phương án đúng.
 A. Phần ảo của số phức z là b . B. Phần ảo của số phức z là bi .
 C. Phần thực của số phức z là b . D. Mô đun của số phức z là $a^2 + b^2$.
- Câu 25. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Biết số phức z_1 có phần ảo âm. Phần ảo của số phức z_2 .
 A. 1. B. -1. C. i . D. $1 - i$.
- Câu 26. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội - 2021)** $(7 + 3i) - (-9 + i)$ bằng
 A. $-16 - 2i$. B. $16 + 2i$. C. $-2 + 4i$. D. $16 - 2i$.
- Câu 27. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 2 - i; z_2 = 3 + 2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là
 A. $(7; 1)$. B. $(0; 7)$. C. $(5; 1)$. D. $(7; 0)$.
- Câu 28. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Cho số phức $z = 4 - 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của số phức z
 A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3 B. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $3i$
 C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$ D. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng -3
- Câu 29. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $-4 + 5i$ là
 A. $4 - 5i$. B. $5 - 4i$. C. $-4 - 5i$. D. $4 + 5i$.
- Câu 30. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2 - yi = x + 5i$, trong đó i là đơn vị ảo. Giá trị của x và y là
 A. $x = 2, y = -5$. B. $x = 2, y = -5i$. C. $x = -5, y = 2$. D. $x = -5i, y = 2$.
- Câu 31. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 4i$ là
 A. $\bar{z} = -3 - 4i$. B. $\bar{z} = 3 + 4i$. C. $\bar{z} = -3 + 4i$. D. $\bar{z} = 3 - 4i$.
- Câu 32. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = -1 - i, z_2 = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của $z = z_1 - z_2$ là
 A. . B. . C. . D. .
- Câu 33. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i; z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là
 A. $-1 + i$ B. $-5 + 5i$ C. $-5i$ D. $5 - 5i$
- Câu 34. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Cho số phức $z = 2 + 4i$, mô đun của số phức $w = z + 1$ bằng
 A. 5. B. $2\sqrt{5} + 1$. C. $2\sqrt{5}$. D. 7.
- Câu 35. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Số phức z thỏa mãn $(3 - i)\bar{z} + 1 = 4i$ là
 A. $-\frac{7}{10} - \frac{11}{10}i$. B. $\frac{7}{10} - \frac{11}{10}i$. C. $-\frac{7}{10} + \frac{11}{10}i$. D. $\frac{7}{10} + \frac{11}{10}i$.
- Câu 36. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng
 A. 10. B. 50. C. 5. D. 18.
- Câu 37. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Số phức $(2 + 4i)i$ bằng số phức nào dưới đây?

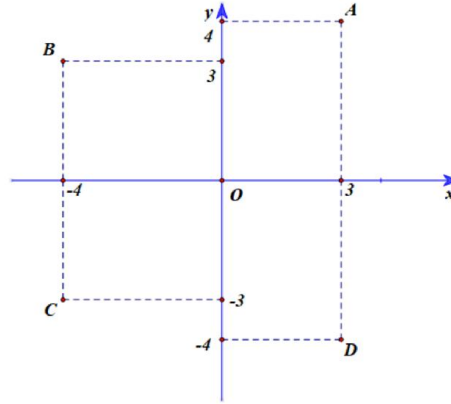
A. $-4-2i$.

B. $-4+2i$.

C. $4-2i$.

D. $4+2i$.

Câu 38. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Điểm nào trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn số phức $z = 3-4i$,



A. Điểm A.

B. Điểm D.

C. Điểm C.

D. Điểm B.

Câu 39. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Số phức liên hợp của $4-3i$ là

A. $3+4i$.

B. $-4-3i$.

C. $3-4i$.

D. $4+3i$.

Câu 40. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho số phức $z = 3+4i$. Tìm phần thực a và phần ảo b của số phức z :

A. $a=3, b=4$.

B. $a=4, b=3$.

C. $a=4, b=-3$.

D. $a=3, b=-4$.

Câu 41. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Phần ảo của số phức $z = 3+2i$ là

A. 2.

B. $2i$.

C. $-2i$.

D. -2.

Câu 42. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho số phức $z = 2+i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy điểm biểu diễn hình học số phức liên hợp $\bar{z}$ có tọa độ là

A. $(-2;1)$.

B. $(2;-1)$.

C. $(1;2)$.

D. $(1;-2)$.

Câu 43. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 1-3i; z_2 = 3+2i$. Số phức $2z_1 + z_2$ bằng

A. $4-i$

B. $7+i$

C. $5-4i$

D. $10+2i$

Câu 44. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong mặt phẳng phức Oxy , số phức $z = 2-3i$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

A. $Q(3;2)$.

B. $M(2;-3)$.

C. $N(2;3)$.

D. $P(-3;2)$.

Câu 45. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 3+i$ và $z_2 = 1-2i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. -1.

D. 3.

Câu 46. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho số phức $z = 5-8i$, phần ảo của z là

A. 8.

B. $-8i$.

C. 5.

D. -8.

Câu 47. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Tính môđun của số phức $z = 3-4i$.

A. 5.

B. 3.

C. 7.

D. $\sqrt{7}$.

Câu 48. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho số phức $z = 4-3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của số phức z

A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3

B. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $3i$

C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$

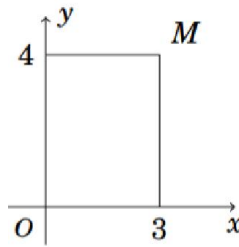
D. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng -3

Câu 49. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho số phức $z = 3+4i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Số phức liên hợp của z là $3-4i$

B. Điểm biểu diễn của z là $M(4;3)$

- C. Môđun của số phức z là 5 D. Số phức liên hợp của z là $-3-4i$
- Câu 50. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Số nào trong các số phức sau là số thuần ảo?
 A. $(10+i)+(10-2i)$. B. $(5-i\sqrt{7})+(-5-i\sqrt{7})$.
 C. $(3+i)-(-3+i)$. D. $(\sqrt{7}+i)+(\sqrt{7}-i)$.
- Câu 51. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $z = 3-12i$ là
 A. $\bar{z} = -3-12i$. B. $\bar{z} = 3+12i$. C. $\bar{z} = -3+12i$. D. $\bar{z} = 3-12i$.
- Câu 52. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 2+i$ và $z_2 = 1+3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng
 A. 1. B. 3. C. 4. D. -2.
- Câu 53. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021)** Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $A(-3;-1)$ biểu diễn số phức nào dưới đây?
 A. $z = -1+3i$. B. $z = -1-3i$. C. $z = -3+i$. D. $z = -3-i$.
- Câu 54. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Cho số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = -4-5i$. Tính $z = z_1 + z_2$
 A. $z = -2+2i$. B. $z = 2-2i$. C. $z = 2+2i$. D. $z = -2-2i$.
- Câu 55. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $z = 4+7i$ là
 A. $\bar{z} = -4-7i$. B. $\bar{z} = 4-7i$. C. $\bar{z} = 4i-7$. D. $\bar{z} = -4+7i$.
- Câu 56. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021)** Cho số phức $z = -12-5i$. Môđun của số phức z là:
 A. 17. B. -13. C. 13. D. 5.
- Câu 57. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021)** Số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z = -1+2021i$ là
 A. $\bar{z} = 1-2021i$. B. $\bar{z} = 1+2021i$. C. $\bar{z} = -2021+i$. D. $\bar{z} = -1-2021i$.
- Câu 58. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021)** Tính môđun của số phức $z = 3+4i$
 A. 3. B. 7. C. $\sqrt{7}$. D. 5.
- Câu 59. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = -4-5i$. Số phức $z = z_1 + z_2$ là
 A. $z = 2-2i$. B. $z = -2+2i$. C. $z = 2+2i$. D. $z = -2-2i$.
- Câu 60. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $z = 2-3i$ là.
 A. $z = 3+2i$. B. $\bar{z} = 3-2i$. C. $\bar{z} = 2+3i$. D. $\bar{z} = -2+3i$.
- Câu 61. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 5-6i$ và $z_2 = 2+3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ là.
 A. $14+33i$. B. $236i$. C. $26-5i$. D. $7-30i$.
- Câu 62. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(-1;3)$ trên mặt phẳng tọa độ. Môđun của số phức z bằng
 A. 10. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. 8.
- Câu 63. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $z = 2-3i$ là:
 A. $\bar{z} = 3-2i$. B. $\bar{z} = 2+3i$. C. $\bar{z} = -2+3i$. D. $\bar{z} = 3+2i$.
- Câu 64. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021)** Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z .



Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4. B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $4i$.
C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$. D. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3.

Câu 65. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 2i$?

- A. $\bar{z} = -3 - 2i$. B. $\bar{z} = -3 + 2i$. C. $\bar{z} = -2 + 3i$. D. $\bar{z} = 3 + 2i$.

Câu 66. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$

- A. $z = 7 - 4i$. B. $z = 2 + 5i$. C. $z = -2 + 5i$. D. $z = 3 - 10i$.

Câu 67. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Phần thực của số phức $z = (3 - i)(1 - 4i)$ là

- A. -13. B. -1. C. 13. D. 1.

Câu 68. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$

- A. $\bar{z} = -3 + i$. B. $\bar{z} = 3 + i$. C. $\bar{z} = -3 - i$. D. $\bar{z} = 3 - i$.

Câu 69. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 3. B. 1. C. i . D. $3i$.

Câu 70. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $w = z_1 + z_2$?

- A. Điểm $Q(-1; 4)$. B. Điểm $P(1; -4)$. C. Điểm $M(3; -2)$. D. Điểm $Q(2; -3)$.

Câu 71. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho biết số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 1 - 3i$. Số phức z là

- A. $z = 3 + i$. B. $z = 1 + 3i$. C. $z = 3 - i$. D. $z = \frac{1}{1 - 3i}$.

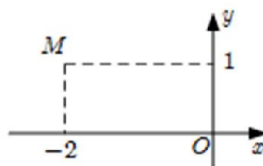
Câu 72. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho số phức $z = 1 - 3i$. Tìm phần thực của số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

- A. 0. B. 3. C. 9. D. 6.

Câu 73. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = (2 + i)^2$ là

- A. $\bar{z} = 3 + 4i$. B. $\bar{z} = 3 - 4i$. C. $\bar{z} = -3 + 4i$. D. $\bar{z} = -3 - 4i$.

Câu 74. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z



Kết quả $(1 + z)^2$ bằng

- A. $(1+z)^2 = 2-2i$. B. $(1+z)^2 = -2i$. C. $(1+z)^2 = -1+i$. D. $(1+z)^2 = 2i$.
- Câu 75. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho số phức $z = 2-3i$, khi đó phần ảo của số phức z là
A. 2. B. -3. C. 3. D. -2.
- Câu 76. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1+2i$ có tọa độ là:
A. $(1;2)$. B. $(2;-1)$. C. $(-1;-2)$. D. $(-1;2)$.
- Câu 77. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 9 = 0$, khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng
A. 18. B. 3. C. 9. D. 6.
- Câu 78. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho hai số phức $z = 3-4i$ và $w = 2+3i$. Số phức $z-2w$ bằng
A. $-1-7i$. B. $1-10i$. C. $7+2i$. D. $-1-10i$.
- Câu 79. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Tính môđun của số phức z biết $z+3-2i=1-5i$
A. $|z|=5$. B. $|z|=\sqrt{13}$. C. $|z|=\sqrt{53}$. D. $|z|=\sqrt{65}$.
- Câu 80. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn số phức $-1+4i$ có tọa độ là
A. $(-4;-1)$. B. $(4;-1)$. C. $(-1;-4)$. D. $(-1;4)$.
- Câu 81. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = -1-3i$. Phần thực của số phức $z_1 \cdot \overline{z_2}$ bằng
A. -2. B. 2. C. -4. D. 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.B	4.D	5.A	6.D	7.A	8.D	9.C	10.A
11.D	12.D	13.D	14.B	15.A	16.A	17.D	18.A	19.C	20.D
21.C	22.C	23.D	24.A	25.A	26.B	27.D	28.A	29.C	30.A
31.B	32.B	33.D	34.A	35.A	36.A	37.B	38.B	39.D	40.A
41.A	42.B	43.C	44.B	45.B	46.D	47.A	48.A	49.B	50.B
51.B	52.B	53.D	54.D	55.B	56.C	57.D	58.D	59.D	60.C
61.D	62.C	63.B	64.A	65.D	66.A	67.B	68.C	69.B	70.C
71.B	72.A	73.B	74.B	75.B	76.D	77.D	78.D	79.B	80.D
81.C									

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tìm phần thực của số phức $z = 2 - 3i$

A. -2 .B. 3 .C. 2 .D. -3 .

Lời giải

Chọn C

Câu 2. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Khi đó phần ảo của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng:

A. -2 .B. $3i$.C. 3 .D. $-2i$.

Lời giải

Chọn C

$$z_1 \cdot z_2 = (2 - i)(1 + 2i) = 2 + 4i - i - 2i^2 = 4 + 3i.$$

Khi đó phần ảo của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng 3 .

Câu 3. (Sở Lào Cai - 2021) Mô đun của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

A. 5 .B. $\sqrt{13}$.C. $\sqrt{5}$.D. 13 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}.$$

Câu 4. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $-5 + i$.B. $5 - i$.C. $-5 - i$.D. $5 + i$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có : } z_1 + z_2 = 5 + i.$$

Câu 5. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 6i$ là

A. $\bar{z} = -2 - 6i$.B. $\bar{z} = -2 + 6i$.C. $\bar{z} = 2 - 6i$.D. $\bar{z} = 2 + 6i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 6i$ là $\bar{z} = -2 - 6i$.

Câu 6. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trên mặt phẳng, điểm $M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

A. 1 .B. 3 .C. -3 .D. -1 .

Lời giải

Chọn D

$M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 3i$. Phần thực của z bằng -1 .

Câu 7. (Sở Yên Bái - 2021) Phần ảo của số phức $z = 12 - 18i$ là

A. -18 .B. 18 .C. $-18i$.D. 12 .

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức $z = 12 - 18i$ là -18 .

Câu 8. (Sở Tuyên Quang - 2021) Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$.B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$.

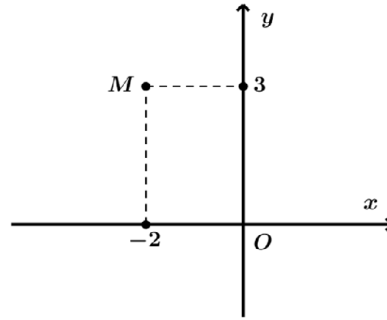
D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có số phức $z = 3 + 2i$ có phần thực $a = 3$ và phần ảo $b = 2$.

Câu 9. (Sở Tuyên Quang - 2021) Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức:



A. $2 - 3i$.

B. $3 + 2i$.

C. $-2 + 3i$.

D. $3 - 2i$.

Lời giải

Chọn C

Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức $z = -2 + 3i$.

Câu 10. (Sở Tuyên Quang - 2021) Tính môđun của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = \sqrt{7}$.

C. $|z| = 25$.

D. $|z| = 7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 11. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}$

A. $-\sqrt{2}$.

B. $\frac{-\sqrt{2}}{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P = \frac{1}{z} = \frac{1}{1 - \sqrt{2}i} = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i$. Nên phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}$ là $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 12. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 3 - 2i$. Tích $z_1 z_2$ bằng

A. $-5i$.

B. $5i$.

C. $6 - 6i$.

D. $12 + 5i$

Lời giải

Chọn D

$z_1 z_2 = (2 + 3i)(3 - 2i) = 6 - 4i + 9i - 6i^2 = 12 + 5i$.

Câu 13. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong mặt phẳng Oxy điểm $M(1; -2)$ biểu diễn cho số phức nào sau đây.

A. $z = 1 + 2i$.

B. $z = -1 + 2i$

C. $z = -2 + i$.

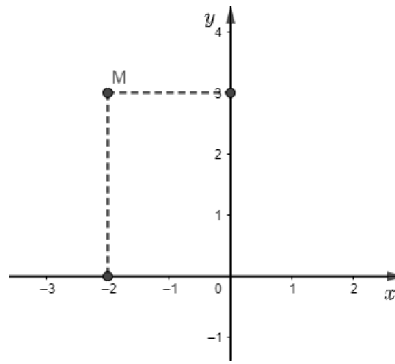
D. $z = 1 - 2i$

Lời giải

Chọn D

♦ Trong mặt phẳng Oxy điểm $M(1; -2)$ biểu diễn cho số phức $z = 1 - 2i$.

Câu 14. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho số phức có điểm biểu diễn là M như hình vẽ.



Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

- A. 3. B. -3. C. 2. D. -2.

Lời giải

Chọn B

$$M(-2; 3) \Rightarrow z = -2 + 3i \Rightarrow \bar{z} = -2 - 3i.$$

Câu 15. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Mô đun của số phức $2 + i$ là

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{3}$. C. 3. D. 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có mô đun của số phức $z = a + bi$ là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\text{Do đó } |2 + i| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 16. (Chuyên KHTN - 2021) Mô đun của số phức $z = 3 + 2i$ bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. 13. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\diamond \text{ Ta có: } |z| = |3 + 2i| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}.$$

Câu 17. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $w = \overline{z_1 z_2} + z_2$ có phần thực bằng

- A. 7. B. 9. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } w = \overline{z_1 z_2} + z_2 = \overline{(2 + 3i)(2 - i)} + (2 - i) = 3 + 7i$$

Suy ra w có phần thực bằng 3.

Câu 18. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Số phức có phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 1 là

- A. $2 + i$. B. $1 - 2i$. C. $2 - i$. D. $1 + 2i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức có phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 1 là $z = 2 + i$.

Câu 19. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = -7 + 5i$. Số phức $z = z_2 - z_1$ là

- A. $-11 - 8i$. B. $11 - 8i$. C. $-11 + 8i$. D. $11 + 8i$.

Lời giải

Chọn C

$$\diamond \text{ Ta có: } z = z_2 - z_1 = (-7 + 5i) - (4 - 3i) = -11 + 8i.$$

Câu 20. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình

$$z^2 + 2z + 5 = 0 \text{ là}$$

A. $-1-2i$.

B. $1-2i$.

C. $1+2i$.

D. $-1+2i$.

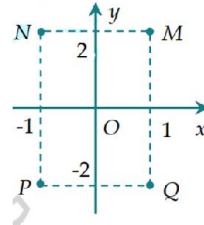
Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = -1 - 2i \\ z = -1 + 2i \end{cases}$$

Theo yêu cầu bài toán suy ra nghiệm phức cần tìm là $z = -1 + 2i$.

Câu 21. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho số phức $z = -1 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm



A. Q.

B. N.

C. P.

D. M.

Lời giải

Chọn C

Ta có: số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là số phức $\bar{z} = -1 - 2i$.

Do đó, điểm biểu diễn của $\bar{z}$ là $P(-1; -2)$.

Câu 22. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Số phức z thỏa mãn $(1-i)z + i = 0$ là

A. $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

B. $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

C. $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

D. $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Số phức } (1-i)z + i = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-i}{1-i} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i.$$

Câu 23. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 5i$ là

A. $\bar{z} = -3 - 5i$.

B. $\bar{z} = -3 + 5i$.

C. $\bar{z} = 5 - 3i$.

D. $\bar{z} = 3 - 5i$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z = 3 + 5i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 5i.$$

Câu 24. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Chọn phương án đúng.

A. Phần ảo của số phức z là b .

B. Phần ảo của số phức z là bi .

C. Phần thực của số phức z là b .

D. Mô đun của số phức z là $a^2 + b^2$.

Lời giải

Chọn A

♦ Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có:

Phần thực của số phức z bằng a .

Phần ảo của số phức z bằng b .

$$\text{Mô đun của số phức } z \text{ bằng } |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Câu 25. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Biết số phức z_1 có phần ảo âm. Phần ảo của số phức z_2 .

A. 1.

B. -1 .

C. i .

D. $1-i$.

Lời giải

Chọn A

$$\diamond \text{ Ta có : } z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + i \\ z = 1 - i \end{cases}$$

$\diamond$ Vì số phức z_1 có phần ảo âm nên $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + i$.

$\Rightarrow$ Phần ảo của số phức z_2 bằng 1.

- Câu 26. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** $(7+3i) - (-9+i)$ bằng
A. $-16-2i$. **B.** $16+2i$. **C.** $-2+4i$. **D.** $16-2i$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $(7+3i) - (-9+i) = 7+3i+9-i = 16+2i$.

- Câu 27. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 2-i$; $z_2 = 3+2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là
A. $(7;1)$. **B.** $(0;7)$. **C.** $(5;1)$. **D.** $(7;0)$.

Lời giải**Chọn D**

Số phức $2z_1 + z_2 = 2(2-i) + (3+2i) = 4-2i+3+2i = 7$.

Như vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ là $(7;0)$.

- Câu 28. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Cho số phức $z = 4-3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của số phức z
A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3 **B.** Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $3i$
C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$ **D.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng -3

Lời giải**Chọn A**

Số phức liên hợp của số phức $z = 4-3i$ là $\bar{z} = 4+3i$

$\Rightarrow$ Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3

- Câu 29. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $-4+5i$ là
A. $4-5i$. **B.** $5-4i$. **C.** $-4-5i$. **D.** $4+5i$.

Lời giải**Chọn C**

Số phức liên hợp của số phức $-4+5i$ là $-4-5i$.

- Câu 30. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2-yi = x+5i$, trong đó i là đơn vị ảo. Giá trị của x và y là
A. $x=2, y=-5$. **B.** $x=2, y=5$. **C.** $x=-5, y=2$. **D.** $x=-5, y=2$.

Lời giải**Chọn A**

Giá trị của x và y là $x=2, y=-5$.

- Câu 31. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $z = 3-4i$ là
A. $\bar{z} = -3-4i$. **B.** $\bar{z} = 3+4i$. **C.** $\bar{z} = -3+4i$. **D.** $\bar{z} = 3-4i$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có số phức liên hợp của số phức $z = 3-4i$ là $\bar{z} = 3+4i$.

- Câu 32. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 3+2i$. Số phức liên hợp của $z_1 + z_2$ là
A. $1-i$. **B.** $5-i$. **C.** $1+i$. **D.** $5+i$.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có:

♦ Vậy số phức liên hợp của là .

Câu 33. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i; z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-1 + i$

B. $-5 + 5i$

C. $-5i$

D. $5 - 5i$

Lời giải

Chọn D

♦ $z_1 = 2 - 2i; z_2 = -3 + 3i \Rightarrow z_1 - z_2 = 2 - 2i + 3 - 3i = 5 - 5i$.

Câu 34. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho số phức $z = 2 + 4i$, mô đun của số phức $w = z + 1$ bằng

A. 5.

B. $2\sqrt{5} + 1$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w = z + 1 = 3 + 4i$.

Nên $|3 + 4i| = 5$.

Câu 35. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Số phức z thỏa mãn $(3 - i)\bar{z} + 1 = 4i$ là

A. $-\frac{7}{10} - \frac{11}{10}i$.

B. $\frac{7}{10} - \frac{11}{10}i$.

C. $-\frac{7}{10} + \frac{11}{10}i$.

D. $\frac{7}{10} + \frac{11}{10}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(3 - i)\bar{z} + 1 = 4i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{-1 + 4i}{3 - i} = -\frac{7}{10} + \frac{11}{10}i \Rightarrow z = -\frac{7}{10} - \frac{11}{10}i$.

Câu 36. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$.

Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. 10.

B. 50.

C. 5.

D. 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 + 2z + 5 = 0 \Rightarrow z_1 = -1 + 2i; z_2 = -1 - 2i \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 5 + 5 = 10$.

Câu 37. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Số phức $(2 + 4i)i$ bằng số phức nào dưới đây?

A. $-4 - 2i$.

B. $-4 + 2i$.

C. $4 - 2i$.

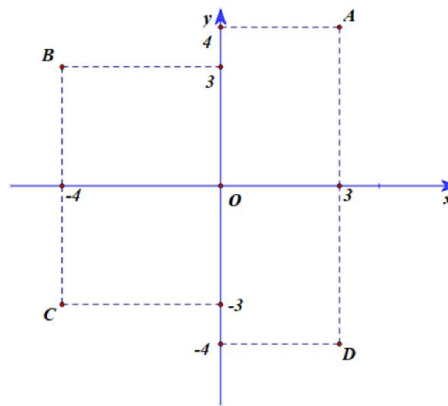
D. $4 + 2i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $(2 + 4i)i = 2i + 4i^2 = 2i - 4 = -4 + 2i$.

Câu 38. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Điểm nào trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$,



- A. Điểm A . B. Điểm D . C. Điểm C . D. Điểm B .

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$ là $D(3; -4)$

Câu 39. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Số phức liên hợp của $4 - 3i$ là

- A. $3 + 4i$. B. $-4 - 3i$. C. $3 - 4i$. D. $4 + 3i$.

Lời giải

Chọn D

Câu 40. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho số phức $z = 3 + 4i$. Tìm phần thực a và phần ảo b của số phức z :

- A. $a = 3, b = 4$. B. $a = 4, b = 3$. C. $a = 4, b = -3$. D. $a = 3, b = -4$.

Lời giải

Chọn A

Câu 41. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$ là

- A. 2 . B. $2i$. C. $-2i$. D. -2 .

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$ là 2.

Câu 42. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho số phức $z = 2 + i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy điểm biểu diễn hình học số phức liên hợp $\bar{z}$ có tọa độ là

- A. $(-2; 1)$. B. $(2; -1)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Số phức $z = 2 + i \Rightarrow \bar{z} = 2 - i$. Do đó số phức $\bar{z}$ được biểu diễn bởi điểm $M(2; -1)$.

Câu 43. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i; z_2 = 3 + 2i$. Số phức $2z_1 + z_2$ bằng

- A. $4 - i$ B. $7 + i$ C. $5 - 4i$ D. $10 + 2i$

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có $2z_1 + z_2 = 2(1 - 3i) + 3 + 2i = 5 - 4i$.

Câu 44. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong mặt phẳng phức Oxy , số phức $z = 2 - 3i$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

- A. $Q(3; 2)$. B. $M(2; -3)$. C. $N(2; 3)$. D. $P(-3; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết, $z = a + bi$ thì sẽ được biểu diễn bởi điểm có tọa độ (a, b) . Vậy **chọn B**.

Câu 45. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. 4. B. 2. C. -1. D. 3.

Lời giải

Chọn B

- ♦ Ta có $z_1 - z_2 = 3 + i - (1 - 2i) = 2 + 3i$.
- ♦ Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng 2.

Câu 46. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho số phức $z = 5 - 8i$, phần ảo của z là

- A. 8. B. $-8i$. C. 5. D. -8 .

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức z là -8

Câu 47. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Tính môđun của số phức $z = 3 - 4i$.

- A. 5. B. 3. C. 7. D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 48. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho số phức $z = 4 - 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của số phức z

- A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3 B. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $3i$
C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$ D. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng -3

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z = 4 - 3i$ là $\bar{z} = 4 + 3i$
 $\Rightarrow$ Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3

Câu 49. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho số phức $z = 3 + 4i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Số phức liên hợp của z là $3 - 4i$ B. Điểm biểu diễn của z là $M(4; 3)$
C. Môđun của số phức z là 5 D. Số phức liên hợp của z là $-3 - 4i$

Lời giải

Chọn B

Lý thuyết

(Điểm biểu diễn của z là $M(3; 4)$)

Câu 50. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Số nào trong các số phức sau là số thuần ảo?

- A. $(10 + i) + (10 - 2i)$. B. $(5 - i\sqrt{7}) + (-5 - i\sqrt{7})$.
C. $(3 + i) - (-3 + i)$. D. $(\sqrt{7} + i) + (\sqrt{7} - i)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(5 - i\sqrt{7}) + (-5 - i\sqrt{7}) = -2\sqrt{7}i$.

Câu 51. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 12i$ là

- A. $\bar{z} = -3 - 12i$. B. $\bar{z} = 3 + 12i$. C. $\bar{z} = -3 + 12i$. D. $\bar{z} = 3 - 12i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = 3 - 12i \Rightarrow \bar{z} = 3 + 12i$.

Câu 52. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

$$z_1 + z_2 = (2 + i) + (1 + 3i) = 3 + 4i \Rightarrow \text{phần thực của số phức } z_1 + z_2 \text{ bằng } 3$$

Câu 53. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $A(-3; -1)$ biểu diễn số phức nào dưới đây?

A. $z = -1 + 3i$.B. $z = -1 - 3i$.C. $z = -3 + i$.D. $z = -3 - i$.

Lời giải

Chọn DTa có điểm $A(-3; -1)$ biểu diễn số phức $z = -3 - i$.

Câu 54. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Tính $z = z_1 + z_2$

A. $z = -2 + 2i$.B. $z = 2 - 2i$.C. $z = 2 + 2i$.D. $z = -2 - 2i$.

Lời giải

Chọn DTa có $z = z_1 + z_2 = 2 + 3i + (-4 - 5i) = -2 - 2i$.

Câu 55. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = 4 + 7i$ là

A. $\bar{z} = -4 - 7i$.B. $\bar{z} = 4 - 7i$.C. $\bar{z} = 4i - 7$.D. $\bar{z} = -4 + 7i$.

Lời giải

Chọn BTa có $\bar{z} = 4 - 7i$.

Câu 56. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho số phức $z = -12 - 5i$. Mô đun của số phức z là:

A. 17.

B. -13.

C. 13.

D. 5.

Lời giải

Chọn CTa có $|z| = \sqrt{(-12)^2 + (-5)^2} = 13$.

Câu 57. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z = -1 + 2021i$ là

A. $\bar{z} = 1 - 2021i$.B. $\bar{z} = 1 + 2021i$.C. $\bar{z} = -2021 + i$.D. $\bar{z} = -1 - 2021i$.

Lời giải

Chọn DTa có $z = -1 + 2021i \Rightarrow \bar{z} = -1 - 2021i$.

Câu 58. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tính mô đun của số phức $z = 3 + 4i$

A. 3.

B. 7.

C. $\sqrt{7}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn DTa có: $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 59. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Số phức $z = z_1 + z_2$ là

A. $z = 2 - 2i$.B. $z = -2 + 2i$.C. $z = 2 + 2i$.D. $z = -2 - 2i$.

Lời giải

Chọn D $z = z_1 + z_2 = 2 + 3i - 4 - 5i = -2 - 2i$.

Câu 60. (THPT Hộ Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là.

A. $z = 3 + 2i$.B. $\bar{z} = 3 - 2i$.C. $\bar{z} = 2 + 3i$.D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

- Câu 61.** (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ là.
- A. $14 + 33i$. B. $236i$. C. $26 - 5i$. D. $7 - 30i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3z_1 - 4z_2 = 7 - 30i$

- Câu 62.** (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(-1; 3)$ trên mặt phẳng tọa độ. Môđun của số phức z bằng
- A. 10. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. 8.

Lời giải

Chọn C

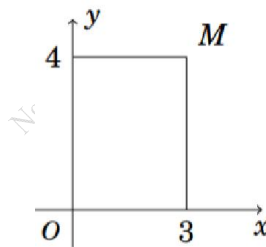
Số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(-1; 3)$ trên mặt phẳng tọa độ nên $z = -1 + 3i$. Do đó $|z| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

- Câu 63.** (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là:
- A. $\bar{z} = 3 - 2i$. B. $\bar{z} = 2 + 3i$. C. $\bar{z} = -2 + 3i$. D. $\bar{z} = 3 + 2i$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 64.** (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z .



Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4. B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $4i$.
C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$. D. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3.

Lời giải

Chọn A

Từ hình vẽ ta có $M(3; 4)$ nên $z = 3 + 4i$. Vậy phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4.

- Câu 65.** (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 2i$?
- A. $\bar{z} = -3 - 2i$. B. $\bar{z} = -3 + 2i$. C. $\bar{z} = -2 + 3i$. D. $\bar{z} = 3 + 2i$.

Lời giải

Chọn D

- Câu 66.** (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$
- A. $z = 7 - 4i$. B. $z = 2 + 5i$. C. $z = -2 + 5i$. D. $z = 3 - 10i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = z_1 + z_2 = (5 + 2) + (-7 + 3)i = 7 - 4i$.

- Câu 67.** (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Phần thực của số phức $z = (3 - i)(1 - 4i)$ là

A. -13.

B. -1.

C. 13.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = (3-i)(1-4i) = -1-13i$. Vậy phần thực của số phức z là -1.Câu 68. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i+1)$ A. $\bar{z} = -3+i$.B. $\bar{z} = 3+i$.C. $\bar{z} = -3-i$.D. $\bar{z} = 3-i$.

Lời giải

Chọn C

 $z = i(3i+1) = -3+i \Rightarrow \bar{z} = -3-i$.Câu 69. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 1+2i$, $z_2 = 2-i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. i .D. $3i$.

Lời giải

Chọn B

 $z_1 + z_2 = 1+2i + 2-i = 3+i$ Phần ảo của $z_1 + z_2$ bằng 1.Câu 70. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho số phức $z_1 = 2-3i$, $z_2 = 1+i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $w = z_1 + z_2$?A. Điểm $Q(-1;4)$.B. Điểm $P(1;-4)$.C. Điểm $M(3;-2)$.D. Điểm $Q(2;-3)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $w = z_1 + z_2 = 2-3i + 1+i = 3-2i$. Vậy điểm biểu diễn $w = z_1 + z_2$ là $M(3;-2)$.Câu 71. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho biết số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 1-3i$. Số phức z làA. $z = 3+i$.B. $z = 1+3i$.C. $z = 3-i$.D. $z = \frac{1}{1-3i}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\bar{z} = 1-3i$ suy ra $z = 1+3i$.Câu 72. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho số phức $z = 1-3i$. Tìm phần thực của số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

A. 0.

B. 3.

C. 9.

D. 6.

Lời giải

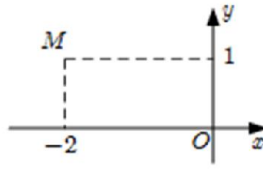
Chọn A

Ta có: $w = i\bar{z} + 3z = i(1+3i) + 3(1-3i) = i-3+3-9i = -8i$.Câu 73. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = (2+i)^2$ làA. $\bar{z} = 3+4i$.B. $\bar{z} = 3-4i$.C. $\bar{z} = -3+4i$.D. $\bar{z} = -3-4i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = (2+i)^2 = 4+4i+i^2 = 3+4i \Rightarrow \bar{z} = 3-4i$.Câu 74. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z



Kết quả $(1+z)^2$ bằng

- A. $(1+z)^2 = 2-2i$. B. $(1+z)^2 = -2i$. C. $(1+z)^2 = -1+i$. D. $(1+z)^2 = 2i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức biểu diễn điểm M là $z = -2+i \Rightarrow (1+z)^2 = (1-2+i)^2 = 1-2i+i^2 = -2i$.

- Câu 75. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho số phức $z = 2-3i$, khi đó phần ảo của số phức z là
A. 2. B. -3. C. 3. D. -2.

Lời giải

Chọn B

♦ Số phức z có phần ảo là: -3.

- Câu 76. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1+2i$ có tọa độ là:

- A. (1;2). B. (2;-1). C. (-1;-2). D. (-1;2).

Lời giải

Chọn D

- Câu 77. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 9 = 0$, khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 18. B. 3. C. 9. D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^2 - 2z + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 2\sqrt{2}i \\ z_2 = 1 - 2\sqrt{2}i \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } |z_1| + |z_2| = |1 + 2\sqrt{2}i| + |1 - 2\sqrt{2}i| = 6.$$

- Câu 78. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho hai số phức $z = 3-4i$ và $w = 2+3i$. Số phức $z-2w$ bằng

- A. $-1-7i$. B. $1-10i$. C. $7+2i$. D. $-1-10i$.

Lời giải

Chọn D

$$z - 2w = 3 - 4i - 2(2 + 3i) = 3 - 4i - 4 - 6i = -1 - 10i$$

- Câu 79. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Tính môđun của số phức z biết $z + 3 - 2i = 1 - 5i$

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = \sqrt{13}$. C. $|z| = \sqrt{53}$. D. $|z| = \sqrt{65}$.

Lời giải

Chọn B

$$z + 3 - 2i = 1 - 5i \Rightarrow z = -2 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}.$$

- Câu 80. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn số phức $-1+4i$ có tọa độ là

- A. (-4;-1). B. (4;-1). C. (-1;-4). D. (-1;4).

Lời giải

Chọn D

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 4i$ có tọa độ là $(-1; 4)$.

Câu 81. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = -1 - 3i$. Phần thực của số phức $z_1 \cdot \overline{z_2}$ bằng

A. -2 .

B. 2 .

C. -4 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn C

Số phức $z_1 \cdot \overline{z_2} = (1 + i)(-1 + 3i) = -4 + 2i$ có phần thực là -4 .

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

- Câu 1. (Sở Vĩnh Phúc - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $z = \bar{z}$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp tất cả các điểm biểu diễn cho số phức z là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây?
A. Đường thẳng $y = 0$. **B.** Đường thẳng $x = 0$.
C. Đường thẳng $y = x$. **D.** Đường thẳng $y = -x$.
- Câu 2. (Sở Lào Cai - 2021)** Cho số phức $z = 2i + 1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?
A. $H(1; 2)$. **B.** $T(2; -1)$. **C.** $G(1; -2)$. **D.** $K(2; 1)$.
- Câu 3. (Sở Lào Cai - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 2 - i, z_2 = 2 - 4i$. Tính $|z_1 + z_1 \cdot z_2|$.
A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** 1. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.
- Câu 4. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $2(\bar{z} + i) - (3 + 2i)z = -11 + 16i$. Môđun của số phức z bằng.
A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 3.
- Câu 5. (Sở Yên Bái - 2021)** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 18 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = (z_1 + z_2)^2$ bằng
A. 6. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 24.
- Câu 6. (Sở Yên Bái - 2021)** Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(2 - i)z + 13i = 1$.
A. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. **B.** $|z| = \sqrt{34}$. **C.** $|z| = 34$. **D.** $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.
- Câu 7. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 2 - 4i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + i\bar{z}_2$ bằng
A. -5. **B.** -3. **C.** 3i. **D.** -5i.
- Câu 8. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 4i + 1 - (1 + 3i)^2$
A. $\bar{z} = 9 + 2i$. **B.** $\bar{z} = -9 - 2i$. **C.** $\bar{z} = 9 - 2i$. **D.** $\bar{z} = -9 + 2i$.
- Câu 9. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Cho các số phức $z = 1 + 2i, w = 2 + i$. Số phức $u = z \cdot \bar{w}$ có
A. Phần thực là 0 và phần ảo là 3. **B.** Phần thực là 4 và phần ảo là 3.
C. Phần thực là 0 và phần ảo là 3i. **D.** Phần thực là 4 và phần ảo là 3i.
- Câu 10. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}$.
A. $-\sqrt{2}$. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

- Câu 11. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021)** Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp điểm M biểu diễn số phức cho số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1 + 2i| = 1$ là một đường tròn (C) , tâm I của đường tròn đó là
- A. $I(1; 2)$. B. $I(2; -1)$ C. $I(-2; -1)$. D. $I(2; 1)$
- Câu 12. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021)** Phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng
- A. $\sqrt{10}$. B. 10. C. 5. D. $2\sqrt{5}$.
- Câu 13. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021)** Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức đối của z có tọa độ điểm biểu diễn là
- A. $(5; -4)$. B. $(5; 4)$. C. $(-5; 4)$. D. $(-5; -4)$.
- Câu 14. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021)** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4 = 0$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T = OM + ON$ với O là gốc tọa độ.
- A. $T = 2$. B. $T = \sqrt{2}$. C. $T = 8$. D. $T = 4$.
- Câu 15. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.
- A. $z = -3 - 6i$. B. $z = -1 - 10i$. C. $z = 11$. D. $z = 3 + 6i$.
- Câu 16. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn: $2iz - 5 + i = i - (z - 2i)$. Tính môđun của số phức $w = z - 1 + i$.
- A. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$. B. 1. C. $\frac{9}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.
- Câu 17. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = (m + 2n) - (m + 3)i$ và $z_2 = (n - 3m) + ni$ với $m, n \in \mathbb{R}$. Biết rằng $z_1 = z_2$, khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $m - n = 0$. B. $m - n = 5$. C. $m - n = 3$. D. $m - n = -3$.
- Câu 18. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = (2 + i)^2$ là điểm nào dưới đây?
- A. $P(3; 4)$. B. $M(5; 4)$. C. $N(4; 5)$. D. $Q(4; 3)$.
- Câu 19. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 3 - 2i$. Phần ảo của số phức $2z_1 + \bar{z}_2$ bằng
- A. 0. B. -2. C. -4. D. 4.
- Câu 20. (Chuyên KHTN - 2021)** Trên mặt phẳng phức, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 1$ là một đường tròn. Đường tròn đó có tâm là
- A. $I_2(-1; 2)$. B. $I_1(2; -1)$. C. $I_3(-2; 1)$. D. $I_4(1; -2)$.
- Câu 21. (Chuyên KHTN - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z + 1 - i = 9 - 2i$. Môđun của số phức z bằng
- A. $\sqrt{13}$. B. 13. C. $\sqrt{5}$. D. 5.
- Câu 22. (Chuyên KHTN - 2021)** Phương trình $z^4 = 16$ có bao nhiêu nghiệm phức?
- A. 0. B. 4. C. 2. D. 1.
- Câu 23. (Chuyên KHTN - 2021)** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 3i| = |\bar{z} + 1 - i|$.

A. $x - y + 2 = 0$. B. $x - 2y - 2 = 0$. C. $x - y - 2 = 0$. D. $x + y - 2 = 0$.

Câu 24. (Chuyên KHTN - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $3z + i(\bar{z} + 8) = 0$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Câu 25. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Gọi (C) là đường cong trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z thỏa mãn $z\bar{z} + |z - \bar{z}|^2 = 1$ và H là hình phẳng giới hạn bởi (C) . Diện tích của hình phẳng H bằng

A. $\frac{2\pi}{\sqrt{5}}$. B. $\pi\sqrt{5}$. C. $2\pi\sqrt{5}$. D. $\frac{\pi}{\sqrt{5}}$.

Câu 26. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho $z \in \mathbb{C}$ thỏa $z + 2|z| = 12$. Phần ảo của z là

A. 0 B. 4 C. -12 D. -2

Câu 27. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho số phức $z = 4 - 3i$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. Số phức liên hợp của z là $z = -4 + 3i$.
 B. Điểm biểu diễn của số phức z là $M(-3; 4)$.
 C. Môđun của số phức z bằng $\sqrt{4^2 + (-3i)^2}$.
 D. Số phức nghịch đảo của z là $\frac{1}{z} = \frac{4}{25} + \frac{3}{25}i$.

Câu 28. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Tìm số phức z thỏa mãn $z - (1 - 2i)\bar{z} = 8 + 14i$.

A. $z = 3 + 4i$. B. $z = 3 + i$. C. $z = 1 - 2i$. D. $z = -2 - i$

Câu 29. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Tìm các số thực x, y thỏa mãn $(2x - 1) + (y + i)i = 2i$

A. $x = 1$ và $y = 2$. B. $x = 1$ và $y = -2$. C. $x = -1$ và $y = -2$. D. $x = -1$ và $y = 2$.

Câu 30. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Gọi z_1, z_2 là nghiệm phức của phương trình $z^2 - 5z + 8 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 41. B. 9. C. 16. D. 17.

Câu 31. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + iz_2$ bằng

A. $5 - 3i$ B. $5 + 3i$ C. $2 - 2i$ D. $2 + 2i$

Câu 32. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 8 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức iz_0 ?

A. $Q(2; 2)$. B. $M(-2; 2)$. C. $P(-2; -2)$. D. $N(2; -2)$.

Câu 33. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , biết điểm $M(3; -5)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần ảo của số phức $z + 2i$ bằng

A. -5. B. 2. C. -3. D. 5.

Câu 34. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Số phức liên hiệp của $z = 4 + (\sqrt{3} - 1)i$ là:

A. $z = 4 - (\sqrt{3} + 1)i$. B. $\bar{z} = 4 + (1 - \sqrt{3})i$. C. $\bar{z} = 4 - (1 - \sqrt{3})i$. D. $z = 4 + (\sqrt{3} + 1)i$.

- Câu 35. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Mô đun của số phức $(2\overline{z_1} - 3)(2\overline{z_2} - 3)$ bằng
- A. 7. B. 11. C. 29. D. 1.
- Câu 36. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + i$. Mô đun của số phức $(z_1 + z_2)\overline{z_1}\overline{z_2}$ bằng
- A. $5\sqrt{34}$. B. $4\sqrt{35}$. C. $5\sqrt{43}$. D. $5\sqrt{10}$.
- Câu 37. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biết điểm $M(-2;1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của số phức $(3 - 2i)z$ bằng
- A. -8. B. 7. C. -1. D. -4.
- Câu 38. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Cho hai số phức $z = 4 + 3i$ và $w = 1 - i$. Mô đun của số phức $z \cdot \overline{w}$ bằng
- A. $5\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. 5. D. $3\sqrt{2}$.
- Câu 39. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021)** Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Mô đun của số phức $(2\overline{z_1} - 3)(2\overline{z_2} - 3)$ bằng
- A. 7. B. 11. C. 29. D. 1.
- Câu 40. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức là điểm nào dưới đây?
- A. . B. . C. . D. .
- Câu 41. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Cho số phức thỏa mãn . Phần ảo của số phức bằng
- A. . B. . C. . D. .
- Câu 42. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Gọi , là hai nghiệm của phương trình . Giá trị biểu thức bằng
- A. . B. . C. . D. .
- Câu 43. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 1 + 5i$ và $z_2 = 3 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ là
- A. $-2 - 6i$. B. $2 + 6i$. C. $-2 + 6i$. D. $2 - 6i$.
- Câu 44. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Trên tập số phức, phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Giá trị $|4z_1| - |z_2|$ bằng
- A. $2\sqrt{5}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $-3\sqrt{5}$. D. $3\sqrt{5}$.
- Câu 45. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Cho $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\frac{a + bi}{1 - i} = 3 + 2i$. Giá trị của tích ab bằng
- A. 5. B. -5. C. -1. D. 1.
- Câu 46. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Cho số phức $z = 4 + 3i$. Có bao nhiêu số thực a để số phức $z' = a\overline{z}$ có mô đun bằng 5.
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

- Câu 47. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z = \frac{z_1}{z_2}$ là
- A. $-2i$. B. $-i$. C. -2 . D. -1 .
- Câu 48. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Khi đó $z_1^2 z_2 + z_1 z_2^2 + z_1^2 + z_1$ bằng
- A. 1. B. $-\frac{1}{2}$. C. -1 . D. -2 .
- Câu 49. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Cho số phức $z = a + bi$ và $w = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$. Mệnh đề nào dưới đây ĐÚNG?
- A. $w = 2$. B. w là một số thực.
C. $w = i$. D. w là số thuần ảo.
- Câu 50. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Cho số phức $z = \frac{1+2i}{1-i}$. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức z là điểm nào dưới đây?
- A. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.
- Câu 51. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $(z_1 - z_2)^2$ bằng:
- A. -16 . B. 4. C. -4 . D. 16.
- Câu 52. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 4-3i$. Môđun của số phức z bằng
- A. 2. B. 1. C. $\sqrt{5}$. D. 5.
- Câu 53. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 5-2i$ và $z_2 = 2+3i$. Điểm biểu diễn cho số phức $z_1 - z_2$ là
- A. $M(3; -5)$. B. $M(-3; 5)$. C. $M(3; 5)$. D. $M(-3; -5)$.
- Câu 54. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Cho 2 số thực a và b thỏa mãn $2a + (b+18i)i = a+2+19i$ với i là đơn vị ảo. Tính giá trị biểu thức $P = a+b$?
- A. 19. B. 17. C. 39. D. 37.
- Câu 55. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 4 = 0$. Giá trị của $\frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|}$ bằng
- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- Câu 56. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Cho số phức $z = (3-2i)(1+i)^2$. Môđun của $w = iz + \bar{z}$ là
- A. $2\sqrt{2}$. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. 2.
- Câu 57. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021)** Cho hai số phức $z_1 = 3-i$ và $z_2 = -1+i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng
- A. 4 B. $4i$ C. -1 D. $-i$

Câu 58. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + i$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. 10.

Câu 59. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Tính mô-đun của số phức $z = (2+i)(1+i)^2 + 1$.

- A. $|z| = \sqrt{17}$. B. $|z| = 17$. C. $|z| = \sqrt{15}$. D. $|z| = 3$.

Câu 60. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho số phức z thỏa mãn phương trình $z = (2-3i)(4+i)$ là $\bar{z} = a+bi$. Khi đó $a+b$ bằng

- A. -21. B. 1. C. 21. D. -1.

Câu 61. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(2-i)z+1=3i$. Phần thực của số phức z bằng

- A. -2. B. -1. C. 2. D. 1.

Câu 62. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $z = z_1 + z_2$ (với $z_1 = 5+3i$ và $z_2 = 6+4i$) là điểm nào dưới đây?

- A. $M(1;-1)$. B. $Q(11;7)$. C. $P(-1;-1)$. D. $(-11;-7)$.

Câu 63. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Điểm biểu diễn số phức $z = 7+bi$ với $b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng có phương trình là

- A. $x = 7$. B. $y = 7$. C. $y = -7$. D. $x = -7$.

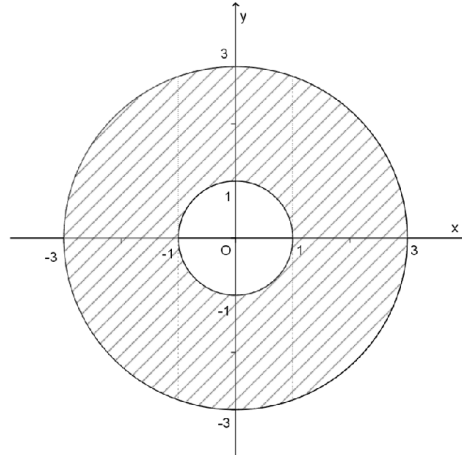
Câu 64. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z+3i-1=4-2i$. Tính mô-đun của z .

- A. $|z| = 2\sqrt{2}$. B. $|z| = 5\sqrt{2}$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 65. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $z+|z|=2-8i$. Tìm số phức liên hợp của z

- A. $-15-8i$. B. $-15+2i$. C. $-15+7i$. D. $-15+8i$.

Câu 66. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Phần gạch chéo trong hình vẽ trên là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện nào?



- A. $|z| \geq 1$. B. $|z| \leq 3$. C. $1 \leq |z| \leq \sqrt{3}$. D. $1 \leq |z| \leq 3$.

Câu 67. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Phương trình $z^2 + 3z + 9 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Tính $S = z_1 z_2 + z_1 + z_2$.

- A. $S = -12$. B. $S = -6$. C. $S = 6$. D. $S = 12$.

Câu 68. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số thực x, y thỏa mãn phương trình $x+2i=3+4yi$. Khi đó, giá trị của x và y là :

- A. $x = 3; y = \frac{1}{2}$. B. $x = 3; y = -\frac{1}{2}$.
 C. $x = 3i; y = \frac{1}{2}$. D. $x = 3; y = 2$.

Câu 69. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = -1 + i, z_2 = 1 + 2i, z_3 = 2 - i, z_4 = -3i$. Gọi S là diện tích tứ giác $ABCD$. Tính S ?

- A. $S = \frac{21}{2}$. B. $S = \frac{19}{2}$. C. $S = \frac{23}{2}$. D. $S = \frac{17}{2}$.

Câu 70. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $iz + 3 + i = z$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 3z + \bar{z}$ bằng

- A. -8 . B. 5 . C. -5 . D. 8 .

Câu 71. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Môđun của số phức $z_0 - i$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{5}$. C. 1 . D. 3 .

Câu 72. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Giá trị $\bar{z}_1 + iz_2$ bằng

- A. $2 - 2i$. B. $2i$. C. 2 . D. $2 + 2i$.

Câu 73. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 5$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Tập hợp các điểm M thuộc đường tròn nào sau đây?

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 25$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$.

Câu 74. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó M là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?

- A. $-i$. B. $1 - i$. C. $2 - 2i$. D. $1 + i$.

Câu 75. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho số phức $z = 2i^{2020} + 5i^{2021} - 3i^{2022}$. Phần thực của z bằng

- A. 3 . B. 2 . C. 4 . D. 5 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.B	5.B	6.B	7.B	8.A	9.B	10.D
11.A	12.B	13.C	14.D	15.A	16.B	17.B	18.A	19.D	20.B
21.A	22.C	23.C	24.D	25.D	26.A	27.D	28.A	29.A	30.B
31.C	32.B	33.C	34.B	35.B	36.A	37.D	38.A	39.B	40.A
41.C	42.C	43.C	44.D	45.B	46.B	47.D	48.D	49.B	50.D
51.A	52.C	53.A	54.C	55.C	56.A	57.A	58.B	59.A	60.C
61.B	62.B	63.A	64.C	65.D	66.D	67.C	68.A	69.D	70.D
71.B	72.C	73.D	74.B	75.D					

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 1. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $z = \bar{z}$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp tất cả các điểm biểu diễn cho số phức z là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây?

- A.** Đường thẳng $y = 0$. **B.** Đường thẳng $x = 0$.
C. Đường thẳng $y = x$. **D.** Đường thẳng $y = -x$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $z = \bar{z} \Leftrightarrow x + yi = x - yi \Leftrightarrow y = 0$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn cho số phức z là đường thẳng $y = 0$.

Câu 2. (Sở Lào Cai - 2021) Cho số phức $z = 2i + 1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A.** $H(1; 2)$. **B.** $T(2; -1)$. **C.** $G(1; -2)$. **D.** $K(2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = 2i + 1 \Rightarrow \bar{z} = 1 - 2i \Rightarrow G(1; -2)$

Câu 3. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 2 - i, z_2 = 2 - 4i$. Tính $|z_1 + z_1 \cdot z_2|$.

- A.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** 1. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 \cdot z_2 = (2 - i)(2 - 4i) = -10i$, $z_1 + z_1 \cdot z_2 = 2 - i + (-10i) = 2 - 11i$.

Vậy $|z_1 + z_1 \cdot z_2| = |2 - 11i| = \sqrt{2^2 + (-11)^2} = 5\sqrt{5}$.

Câu 4. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $2(\bar{z} + i) - (3 + 2i)z = -11 + 16i$. Môđun của số phức z bằng.

- A.** $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$. Ta có:

$$2(\bar{z} + i) - (3 + 2i)z = -11 + 16i \Rightarrow 2(x - yi + i) - (3 + 2i)(x + yi) = -11 + 16i$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2yi + 2i - 3x - 3yi - 2xi + 2y = -11 + 16i$$

$$\Leftrightarrow -x + 2y + (2 - 5y - 2x)i = -11 + 16i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 2y = -11 \\ 2 - 5y - 2x = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 11 \\ 2x + 5y = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$$

Vậy $z = 3 - 4i \Rightarrow |z| = 5$.

Câu 5. (Sở Yên Bái - 2021) Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 18 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = (z_1 + z_2)^2$ bằng

A. 6.

B. 36.

C. 18.

D. 24.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $z^2 - 6z + 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + 3i \\ z = 3 - 3i \end{cases} \Rightarrow (z_1 + z_2)^2 = (3 + 3i + 3 - 3i)^2 = 6^2 = 36.$

Câu 6. (Sở Yên Bái - 2021) Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(2-i)z + 13i = 1$.

A. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$.

B. $|z| = \sqrt{34}$.

C. $|z| = 34$.

D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(2-i)z + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1-13i}{2-i} \Leftrightarrow z = 3-5i$.

Suy ra $|z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$.

Câu 7. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 2-4i$ và $z_2 = 1-3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + iz_2$ bằng

A. -5 .

B. -3 .

C. $3i$.

D. $-5i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z_1 + iz_2 = 2-4i + i(1-3i) = 2-4i + 3 + i = 5-3i$

Phần ảo của số phức $z_1 + iz_2$ bằng -3

Câu 8. (Sở Tuyên Quang - 2021) Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 4i + 1 - (1+3i)^2$

A. $\bar{z} = 9 + 2i$.

B. $\bar{z} = -9 - 2i$.

C. $\bar{z} = 9 - 2i$.

D. $\bar{z} = -9 + 2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = 4i + 1 - (1+3i)^2 = 4i + 1 - (6i - 8) = 9 - 2i$. Do đó số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 9 + 2i$.

Câu 9. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho các số phức $z = 1+2i, w = 2+i$.

Số phức $u = z \cdot \bar{w}$ có

A. Phần thực là 0 và phần ảo là 3.

B. Phần thực là 4 và phần ảo là 3.

C. Phần thực là 0 và phần ảo là $3i$.

D. Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có $u = z \cdot \bar{w} = (1+2i)(2-i) = 4+3i$.

♦ Vậy số phức $u = z \cdot \bar{w}$ có phần thực là 4 và phần ảo là 3.

Câu 10. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}$.

A. $-\sqrt{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P = \frac{1}{z} = \frac{1}{1-\sqrt{2}i} = \frac{1+\sqrt{2}i}{3} = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i$. Do đó phần ảo của số phức P là $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp điểm M biểu diễn số phức cho số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1 + 2i| = 1$ là một đường tròn (C) , tâm I của đường tròn đó là

- A.** $I(1; 2)$. **B.** $I(2; -1)$ **C.** $I(-2; -1)$. **D.** $I(2; 1)$

Lời giải

Chọn A

- ♦ Gọi $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).
- ♦ Ta có $|\bar{z} - 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |x - yi - 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$.
- ♦ Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức cho số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1 + 2i| = 1$ là một đường tròn (C) có tâm $I(1; 2)$.

Câu 12. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A.** $\sqrt{10}$. **B.** 10. **C.** 5. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

- ♦ Ta có: $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i \end{cases}$
- $\Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = (\sqrt{1+2^2})^2 + (\sqrt{1+(-2)^2})^2 = 5 + 5 = 10$

Câu 13. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức đối của z có tọa độ điểm biểu diễn là

- A.** $(5; -4)$. **B.** $(5; 4)$. **C.** $(-5; 4)$. **D.** $(-5; -4)$.

Lời giải

Chọn C

- Gọi w là số phức đối của $z \Rightarrow w + z = 0 \Rightarrow w = -5 + 4i$.
- Như vậy điểm biểu diễn w có tọa độ là $(-5; 4)$.

Câu 14. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4 = 0$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T = OM + ON$ với O là gốc tọa độ.

- A.** $T = 2$. **B.** $T = \sqrt{2}$. **C.** $T = 8$. **D.** $T = 4$.

Lời giải

Chọn D

$$z^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2i \\ z_2 = -2i \end{cases}$$

Khi đó: $M(0; 2), N(0; -2)$.

Vậy $T = OM + ON = 2 + 2 = 4$.

Câu 15. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

- A.** $z = -3 - 6i$. **B.** $z = -1 - 10i$. **C.** $z = 11$. **D.** $z = 3 + 6i$.

Lời giải

Chọn A

- ♦ Ta có $z = z_1 - z_2 = (4 - 3i) - (7 + 3i) = -3 - 6i$.

Câu 16. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho số phức z thỏa mãn: $2iz - 5 + i = i - (z - 2i)$.

Tính môđun của số phức $w = z - 1 + i$.

A. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$.

B. 1.

C. $\frac{9}{5}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$2iz - 5 + i = i - (z - 2i) \Leftrightarrow 2i(a + bi) - 5 + i = i - (a + bi - 2i)$$

$$\Leftrightarrow -(2b + 5) + (2a + 1)i = -a + (3 - b)i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b + 5 = a \\ 2a + 1 = 3 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 5 \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{5} \\ b = -\frac{8}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow w = \frac{9}{5} - \frac{8}{5}i - 1 + i = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i \Rightarrow |w| = 1.$$

Câu 17. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hai số phức $z_1 = (m + 2n) - (m + 3)i$ và $z_2 = (n - 3m) + ni$ với $m, n \in \mathbb{R}$. Biết rằng $z_1 = z_2$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m - n = 0$.

B. $m - n = 5$.

C. $m - n = 3$.

D. $m - n = -3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2n = n - 3m \\ m + 3 = -n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m + n = 0 \\ m + n = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = -4 \end{cases} \Rightarrow m - n = 5.$$

Câu 18. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = (2 + i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(3; 4)$.

B. $M(5; 4)$.

C. $N(4; 5)$.

D. $Q(4; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } z = (2 + i)^2 = 4 + 4i + i^2 = 3 + 4i \Rightarrow P(3; 4) \text{ là điểm biểu diễn của } z = (2 + i)^2.$$

Câu 19. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 3 - 2i$. Phần ảo của số phức $2z_1 + \bar{z}_2$ bằng

A. 0.

B. -2.

C. -4.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

• Ta có $2z_1 + \bar{z}_2 = 2(1 + i) + 3 + 2i = 5 + 4i$.

• Vậy phần ảo của số phức $2z_1 + \bar{z}_2$ bằng 4.

Câu 20. (Chuyên KHTN - 2021) Trên mặt phẳng phức, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 1$ là một đường tròn. Đường tròn đó có tâm là

A. $I_2(-1; 2)$.

B. $I_1(2; -1)$.

C. $I_3(-2; 1)$.

D. $I_4(1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x; y)$ là tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } |z - 2 + i| = 1 \Leftrightarrow |x + yi - 2 + i| = 1 \Leftrightarrow |x - 2 + (y + 1)i| = 1 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1(1).$$

Khi đó, tập hợp các điểm $M(x; y)$ biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 1$ là một đường tròn (C) có phương trình (1). Và đường tròn (C) đó có tâm là $I_1(2; -1)$.

Câu 21. (Chuyên KHTN - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z + 1 - i = 9 - 2i$. Môđun của số phức z bằng

A. $\sqrt{13}$.

B. 13.

C. $\sqrt{5}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(2 + i)z + 1 - i = 9 - 2i \Leftrightarrow (2 + i)z = 8 - i \Rightarrow z = \frac{8 - i}{2 + i} \Leftrightarrow z = \frac{6}{5} - \frac{17}{5}i$

Suy ra: $|z| = \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{17}{5}\right)^2} = \sqrt{13}$.

Câu 22. (Chuyên KHTN - 2021) Phương trình $z^4 = 16$ có bao nhiêu nghiệm phức?

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^4 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -4 = 4i^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm 2i \end{cases}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phức là $\pm 2i$.

Câu 23. (Chuyên KHTN - 2021) Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 3i| = |\bar{z} + 1 - i|$.

A. $x - y + 2 = 0$.

B. $x - 2y - 2 = 0$.

C. $x - y - 2 = 0$.

D. $x + y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thì $|z - 1 + 3i| = |\bar{z} + 1 - i|$

$\Leftrightarrow |x + yi - 1 + 3i| = |x - yi + 1 - i| \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = (x + 1)^2 + (-y - 1)^2$

$\Leftrightarrow -4x + 4y + 8 = 0 \Leftrightarrow x - y - 2 = 0$.

Câu 24. (Chuyên KHTN - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $3z + i(\bar{z} + 8) = 0$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

♦ Gọi số phức $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$.

♦ $3z + i(\bar{z} + 8) = 0 \Leftrightarrow 3(a + bi) + i(a - bi + 8) = 0$

$\Leftrightarrow 3a + b + (a + 3b + 8)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ a + 3b + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases}$

♦ Vậy $a + b = -2$

Câu 25. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Gọi (C) là đường cong trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} + |z - \bar{z}|^2 = 1$ và H là hình phẳng giới hạn bởi (C) . Diện tích của hình phẳng H bằng

A. $\frac{2\pi}{\sqrt{5}}$.

B. $\pi\sqrt{5}$.

C. $2\pi\sqrt{5}$.

D. $\frac{\pi}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 30. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Gọi z_1, z_2 là nghiệm phức của phương trình

$$z^2 - 5z + 8 = 0. \text{ Giá trị } z_1^2 + z_2^2 \text{ bằng}$$

A. 41.

B. 9.

C. 16.

D. 17.

Lời giải

Chọn B

Vì z_1, z_2 là nghiệm phức của phương trình $z^2 - 5z + 8 = 0$ nên $\begin{cases} z_1 + z_2 = 5 \\ z_1 \cdot z_2 = 8 \end{cases}$.

$$\text{Suy ra } z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 \cdot z_2 = 5^2 - 2 \cdot 8 = 9.$$

Câu 31. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + iz_2$ bằng

A. $5 - 3i$ B. $5 + 3i$ C. $2 - 2i$ D. $2 + 2i$

Lời giải.

CHỌN C

$$\text{Ta có: } z_1 + iz_2 = (3 - 4i) + i(2 + i) = 2 - 2i$$

Câu 32. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 8 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức iz_0 ?

A. $Q(2; 2)$.B. $M(-2; 2)$.C. $P(-2; -2)$.D. $N(2; -2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + 2i \\ z = 2 - 2i \end{cases}$$

$$\text{Vì } z_0 \text{ là nghiệm phức có phần ảo dương } \Rightarrow z_0 = 2 + 2i \Rightarrow iz_0 = i(2 + 2i) = -2 + 2i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức iz_0 là $M(-2; 2)$.

Câu 33. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , biết điểm $M(3; -5)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần ảo của số phức $z + 2i$ bằng

A. -5 .B. 2 .C. -3 .D. 5 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = 3 - 5i \Rightarrow z + 2i = 3 - 5i + 2i = 3 - 3i.$$

Phần ảo của số phức $z + 2i$ bằng -3 .

Câu 34. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Số phức liên hiệp của $z = 4 + (\sqrt{3} - 1)i$ là:

A. $z = 4 - (\sqrt{3} + 1)i$.B. $\bar{z} = 4 + (1 - \sqrt{3})i$.C. $\bar{z} = 4 - (1 - \sqrt{3})i$.D. $z = 4 + (\sqrt{3} + 1)i$.

Lời giải

Chọn B

$$z = 4 + (\sqrt{3} - 1)i \Rightarrow \bar{z} = 4 - (\sqrt{3} - 1)i = 4 + (1 - \sqrt{3})i.$$

Câu 35. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Mô đun của số phức $(2\bar{z}_1 - 3)(2\bar{z}_2 - 3)$ bằng

A. 7.

B. 11.

C. 29.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } z^2 - 3z + 5 = 0 \text{ có nghiệm là } z = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{11}}{2}i$$

Không mất tính tổng quát, giả sử: $z_1 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$

Ta có: $(2\bar{z}_1 - 3)(2\bar{z}_2 - 3) = (3 - i\sqrt{11} - 3)(3 + i\sqrt{11} - 3) = (-i\sqrt{11}) \cdot i\sqrt{11} = -11i^2 = 11$

Vậy mô đun của số phức $(2\bar{z}_1 - 3)(2\bar{z}_2 - 3)$ bằng 11.

Câu 36. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + i$. Mô đun của số phức $(z_1 + z_2)\bar{z}_1\bar{z}_2$ bằng

- A. $5\sqrt{34}$. B. $4\sqrt{35}$. C. $5\sqrt{43}$. D. $5\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(z_1 + z_2)\bar{z}_1\bar{z}_2 = 25 + 15i$. Số phức này có mô đun bằng $\sqrt{25^2 + 15^2} = 5\sqrt{34}$.

Câu 37. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biết điểm $M(-2;1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của số phức $(3 - 2i)z$ bằng

- A. -8 . B. 7 . C. -1 . D. -4 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = -2 + i$ nên $(3 - 2i)z = (-2 + i)(3 - 2i) = -6 + 4i + 3i + 2 = -4 + 7i$.

Vậy phần thực của số phức $(3 - 2i)z$ là -4 .

Câu 38. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho hai số phức $z = 4 + 3i$ và $w = 1 - i$. Mô đun của số phức $z\bar{w}$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. 5 . D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z\bar{w}| = |(4 + 3i)(1 + i)| = 5\sqrt{2}$.

Câu 39. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Mô đun của số phức $(2\bar{z}_1 - 3)(2\bar{z}_2 - 3)$ bằng

- A. 7 . B. 11 . C. 29 . D. 1 .

Lời giải

Chọn B

Phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$ có nghiệm là $z = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{11}}{2}i$

Không mất tính tổng quát, giả sử: $z_1 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$

Ta có: $(2\bar{z}_1 - 3)(2\bar{z}_2 - 3) = (3 - i\sqrt{11} - 3)(3 + i\sqrt{11} - 3) = (-i\sqrt{11}) \cdot i\sqrt{11} = -11i^2 = 11$

Vậy mô đun của số phức $(2\bar{z}_1 - 3)(2\bar{z}_2 - 3)$ bằng 11.

Câu 40. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức là điểm nào dưới đây?

- A. B. C. D.

Lời giải

Chọn A

♦ Ta có:

♦ Vậy điểm biểu diễn số phức là điểm .

Câu 41. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho số phức thỏa mãn . Phần ảo của số phức bằng

- A. . B. . C. . D. .

Lời giải

Chọn C

Vậy phần ảo của số phức bằng .

Câu 42. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Gọi , là hai nghiệm của phương trình . Giá trị biểu thức bằng

- A. . B. . C. . D. .

Lời giải

Chọn C

Ta có:

Vậy .

Câu 43. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 1 + 5i$ và $z_2 = 3 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ là

- A. $-2 - 6i$. B. $2 + 6i$. C. $-2 + 6i$. D. $2 - 6i$

Lời giải

Chọn C

$$z_1 - z_2 = (1 - 3) + (5 + 1)i = -2 + 6i.$$

Câu 44. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Trên tập số phức, phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Giá trị $|4z_1| - |z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $-3\sqrt{5}$. D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\diamond \text{ Ta có } z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z_2 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \end{cases}.$$

$$\diamond \text{ Vậy } |4z_1| - |z_2| = 3\sqrt{5}.$$

Câu 45. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\frac{a+bi}{1-i} = 3+2i$. Giá trị của tích ab bằng

- A. 5. B. -5. C. -1. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{a+bi}{1-i} = 3+2i \Leftrightarrow a+bi = (1-i)(3+2i) \Leftrightarrow a+bi = 5-i$
 $\Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow ab = -5$

Câu 46. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho số phức $z = 4+3i$. Có bao nhiêu số thực a để số phức $z' = a\bar{z}$ có mô đun bằng 5.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có: $z = 4+3i \Rightarrow \bar{z} = 4-3i$.

♦ Do đó: $z' = a\bar{z} = a(4-3i) = 4a-3ai$; $|z'| = \sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = \sqrt{25a^2}$.

Theo bài ra: $|z'| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{25a^2} = 5 \Leftrightarrow 25a^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$.

Câu 47. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hai số phức $z_1 = -3+i$ và $z_2 = 1-i$. Phần ảo của số phức $z = \frac{z_1}{z_2}$ là

- A. $-2i$. B. $-i$. C. -2 . D. -1 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{-3+i}{1-i} = \frac{(-3+i)(1+i)}{1^2-i^2} = \frac{-3-3i+i+i^2}{2} = -2-i$

Phần ảo của số phức z là -1 .

Câu 48. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Khi đó $z_1^2 z_2 + z_1 z_2^2 + z_1^2 + z_1$ bằng

- A. 1. B. $-\frac{1}{2}$. C. -1 . D. -2 .

Lời giải

Chọn D

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_1 \cdot z_2 = 1 \end{cases}$.

Mặt khác z_1 là nghiệm của phương trình nên $z_1^2 + z_1 + 1 = 0 \Rightarrow z_1^2 + z_1 = -1$,

Do đó: $z_1^2 z_2 + z_1 z_2^2 + z_1^2 + z_1 = z_1 z_2 (z_1 + z_2) + (z_1^2 + z_1) = 1 \cdot (-1) + (-1) = -2$.

Câu 49. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho số phức $z = a+bi$ và $w = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$. Mệnh đề nào dưới đây ĐÚNG?

- A. $w = 2$. B. w là một số thực.
C. $w = i$. D. w là số thuần ảo.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = a+bi \Rightarrow w = \frac{1}{2}(z + \bar{z}) = \frac{1}{2}.2a = a$.

Câu 50. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho số phức $z = \frac{1+2i}{1-i}$. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức z là điểm nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z = \frac{1+2i}{1-i} = \frac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i.$$

$$\text{Vậy điểm biểu diễn số phức } z \text{ là } \left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Câu 51. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $(z_1 - z_2)^2$ bằng:

A. -16.

B. 4.

C. -4.

D. 16.

Lời giải

Chọn A

$$\diamond (z_1 - z_2)^2 = (z_1 + z_2)^2 - 4z_1z_2 = 2^2 - 4 \cdot 5 = -16.$$

Câu 52. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 4-3i$. Môđun của số phức z bằng

A. 2.

B. 1.

C. $\sqrt{5}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } (2+i)z = 4-3i \Leftrightarrow z = \frac{4-3i}{2+i} = \frac{(4-3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = 1-2i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}.$$

Câu 53. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 5-2i$ và $z_2 = 2+3i$. Điểm biểu diễn cho số phức $z_1 - z_2$ là

A. $M(3; -5)$.B. $M(-3; 5)$.C. $M(3; 5)$.D. $M(-3; -5)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1 - z_2$.

$$\text{Ta có: } z_1 - z_2 = (5-2) + (-2-3)i = 3-5i.$$

$$\text{Vậy } M(3; -5).$$

Câu 54. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho 2 số thực a và b thỏa mãn $2a + (b+18i)i = a+2+19i$ với i là đơn vị ảo. Tính giá trị biểu thức $P = a+b$?

A. 19.

B. 17.

C. 39.

D. 37.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } 2a + (b+18i)i = a+2+19i \Leftrightarrow 2a-18+bi = a+2+19i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-18 = a+2 \\ b = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 20 \\ b = 19 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = a+b = 20+19 = 39.$$

Câu 55. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình

$$z^2 - 2z + 4 = 0. \text{ Giá trị của } \frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|} \text{ bằng}$$

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta' = 1 - 4 = -3 = (\sqrt{3}i)^2 \Rightarrow z_1 = 1 - i\sqrt{3}; z_2 = 1 + i\sqrt{3}$.

$|z_1| = |z_2| = \sqrt{1+3} = 2 \Rightarrow \frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

Câu 56. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho số phức $z = (3 - 2i)(1 + i)^2$. Môđun của $w = iz + \bar{z}$ là

A. $2\sqrt{2}$.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = (3 - 2i)(1 + i)^2 = 2i(3 - 2i) = 4 + 6i$.

Khi đó $w = iz + \bar{z} = i(4 + 6i) + 4 - 6i = -2 - 2i \Rightarrow |w| = 2\sqrt{2}$.

Câu 57. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng

A. 4

B. $4i$

C. -1

D. $-i$

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 z_2 = (3 - i)(-1 + i) = -3 + 3i + i - i^2 = -2 + 4i$.

Vậy phần ảo của số phức $z_1 z_2$ là 4

Câu 58. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + i$ bằng

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i \end{cases} \Rightarrow z_0 = 1 - 2i \Rightarrow z_0 + i = 1 - i \Rightarrow |z_0 + i| = \sqrt{2}$.

Câu 59. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Tính mô-đun của số phức $z = (2 + i)(1 + i)^2 + 1$.

A. $|z| = \sqrt{17}$.

B. $|z| = 17$.

C. $|z| = \sqrt{15}$.

D. $|z| = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = (2 + i)(1 + i)^2 + 1 = -1 + 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17}$.

Câu 60. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho số phức z thỏa mãn phương trình $z = (2 - 3i)(4 + i)$ là $\bar{z} = a + bi$. Khi đó $a + b$ bằng

A. -21 .

B. 1.

C. 21.

D. -1 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = (2 - 3i)(4 + i) = 8 + 2i - 12i - 3i^2 = 11 - 10i$.

$\Rightarrow \bar{z} = 11 + 10i = a + bi$. Do đó $a = 11, b = 10 \Rightarrow a + b = 11 + 10 = 21$.

Câu 61. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(2 - i)z + 1 = 3i$. Phần thực của số phức z bằng

A. -2 .

B. -1 .

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(2 - i)z + 1 = 3i \Leftrightarrow z = \frac{-1 + 3i}{2 - i} = \frac{(-1 + 3i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} = \frac{-2 - i + 6i + 3i^2}{5} = \frac{-5 + 5i}{5} = -1 + i$

Vậy phần thực của số phức z đã cho là -1 .

Câu 62. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $z = z_1 + z_2$ (với $z_1 = 5 + 3i$ và $z_2 = 6 + 4i$) là điểm nào dưới đây?

- A.** $M(1; -1)$. **B.** $Q(11; 7)$. **C.** $P(-1; -1)$. **D.** $(-11; -7)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = z_1 + z_2 = 5 + 3i + 6 + 4i = 11 + 7i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức $z = z_1 + z_2$ là điểm $Q(11; 7)$

Câu 63. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Điểm biểu diễn số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng có phương trình là

- A.** $x = 7$. **B.** $y = 7$. **C.** $y = -7$. **D.** $x = -7$.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ kí hiệu là $M(7; b), b \in \mathbb{R}$

Khi đó $M(7; b), b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng $x = 7$ với $b \in \mathbb{R}$.

Câu 64. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + 3i - 1 = 4 - 2i$. Tính mô-đun của z .

- A.** $|z| = 2\sqrt{2}$. **B.** $|z| = 5\sqrt{2}$. **C.** $|z| = 5$. **D.** $|z| = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1+i)z + 3i - 1 = 4 - 2i \Leftrightarrow (1+i)z = 5 - 5i$.

$$\Leftrightarrow z = \frac{5-5i}{1+i} \Leftrightarrow z = \frac{(5-5i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} \Leftrightarrow z = \frac{5(-2i)}{1^2+1^2} = -5i.$$

$$\text{Vậy } |z| = |-5i| = \sqrt{0^2 + (-5)^2} = 5.$$

Câu 65. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $z + |z| = 2 - 8i$. Tìm số phức liên hợp của z

- A.** $-15 - 8i$. **B.** $-15 + 2i$. **C.** $-15 + 7i$. **D.** $-15 + 8i$.

Lời giải

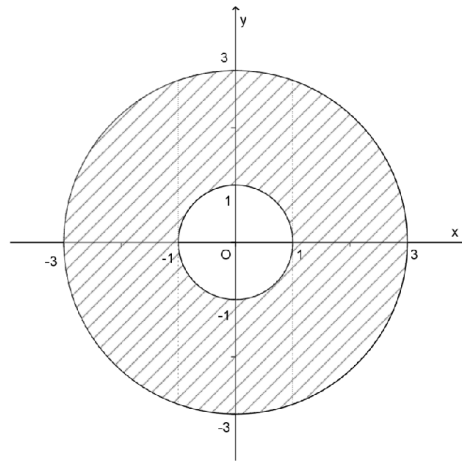
Chọn D

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Khi đó } z + |z| = 2 - 8i \Leftrightarrow a + bi + \sqrt{a^2 + b^2} = 2 - 8i \Leftrightarrow \begin{cases} a + \sqrt{a^2 + b^2} = 2 \\ b = -8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + 64} = 2 - a \\ b = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -15 \\ b = -8 \end{cases}. \text{ Suy ra } \bar{z} = -15 + 8i.$$

Câu 66. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Phần gạch chéo trong hình vẽ trên là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện nào?



A. $|z| \geq 1$.

B. $|z| \leq 3$.

C. $1 \leq |z| \leq \sqrt{3}$.

D. $1 \leq |z| \leq 3$.

Lời giải

Chọn D

Phần gạch chéo trong hình vẽ nằm giữa hai đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ và $x^2 + y^2 = 9$

$$\Rightarrow 1 \leq |z|^2 \leq 9 \Rightarrow 1 \leq |z| \leq 3.$$

Vậy phần gạch chéo trong hình vẽ trên là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $1 \leq |z| \leq 3$.

Câu 67. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Phương trình $z^2 + 3z + 9 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Tính $S = z_1 z_2 + z_1 + z_2$.

A. $S = -12$.

B. $S = -6$.

C. $S = 6$.

D. $S = 12$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } z^2 + 3z + 9 = 0 \Leftrightarrow z_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow S = z_1 z_2 + z_1 + z_2 = 9 - 3 = 6.$$

Câu 68. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số thực x, y thỏa mãn phương trình $x + 2i = 3 + 4yi$. Khi đó, giá trị của x và y là :

A. $x = 3; y = \frac{1}{2}$.

B. $x = 3; y = -\frac{1}{2}$.

C. $x = 3i; y = \frac{1}{2}$.

D. $x = 3; y = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } x + 2i = 3 + 4yi$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 4y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Do đó chọn phương án **A.**

Câu 69. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = -1 + i, z_2 = 1 + 2i, z_3 = 2 - i, z_4 = -3i$. Gọi S là diện tích tứ giác $ABCD$. Tính S ?

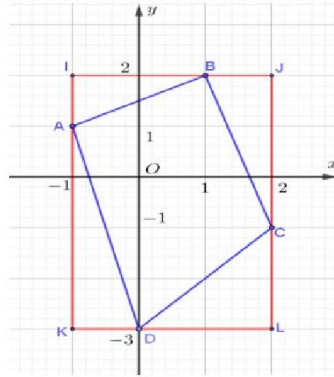
A. $S = \frac{21}{2}$.

B. $S = \frac{19}{2}$.

C. $S = \frac{23}{2}$.

D. $S = \frac{17}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Trong mặt phẳng phức ta xác định các điểm A, B, C, D như hình vẽ.

$$S = S_{ILK} - S_{LAB} - S_{JBC} - S_{ILCD} - S_{KAD}$$

$$S = 3.5 - \frac{1}{2}1.2 - \frac{1}{2}1.3 - \frac{1}{2}2.2 - \frac{1}{2}1.4 = \frac{17}{2}.$$

Câu 70. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $iz + 3 + i = z$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 3z + \bar{z}$ bằng

A. -8.

B. 5.

C. -5.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$iz + 3 + i = z \Leftrightarrow (1 - i)z = 3 + i \Leftrightarrow z = \frac{3 + i}{1 - i} = 1 + 2i.$$

$$\text{Suy ra } w = 3z + \bar{z} = 3(1 + 2i) + (1 - 2i) = 4 + 4i.$$

Do đó tổng phần thực và phần ảo của w bằng 8.

Vậy ta chọn phương án **D**.

Câu 71. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Môđun của số phức $z_0 - i$ bằng

A. $\sqrt{3}$.B. $\sqrt{5}$.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$$

Do z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình đã cho nên $z_0 = -1 + 3i$.

$$\Rightarrow z_0 - i = -1 + 3i - i = -1 + 2i.$$

$$\text{Suy ra } |z_0 - i| = |-1 + 2i| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 72. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Giá trị $\bar{z}_1 + iz_2$ bằng

A. $2 - 2i$.B. $2i$.

C. 2.

D. $2 + 2i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \bar{z}_1 + iz_2 = 1 - i + (1 - i)i = 1 - i + i + 1 = 2.$$

Câu 73. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 5$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Tập hợp các điểm M thuộc đường tròn nào sau đây?

A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$.B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$.C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$.D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z - 1 - 2i| = 5 \Leftrightarrow |z - (1 + 2i)| = 5 \quad (*)$.

Gọi $A(1; 2)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1 = 1 + 2i$ thì $(*) \Leftrightarrow |z - z_1| = 5 \Leftrightarrow MA = 5$.

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm $A(1; 2)$, bán kính $R = 5$.

Câu 74. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó M là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?

A. $-i$.

B. $1 - i$.

C. $2 - 2i$.

D. $1 + i$.

Lời giải

Chọn B

Do A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - 3i \Rightarrow A(1; 1), B(1; -3)$.

M là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow M(1; -1)$. Vậy số phức biểu diễn điểm M là $1 - i$.

Câu 75. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho số phức $z = 2i^{2020} + 5i^{2021} - 3i^{2022}$. Phần thực của z bằng

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có $i^{2020} = 1, i^{2021} = i, i^{2022} = -1 \Rightarrow z = 2.1 + 5.i - 3(-1) = 5 - 5i$.

♦ Do đó phần thực của z bằng 5.

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

- Câu 1. (Sở Lào Cai - 2021)** Cho z_1, z_2 là 2 số phức liên hợp của nhau và thỏa mãn $\frac{z_1}{z_2^2} \in \mathbb{R}$ và $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3}$. Tính mô đun của số phức z_1
- A. $|z_1| = 2$. B. $|z_1| = \sqrt{5}$. C. $|z_1| = 3$. D. $|z_1| = \frac{\sqrt{5}}{2}$.
- Câu 2. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 3$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 4 - 6i|$.
- A. $\min P = \frac{3}{2}$. B. $\min P = 2$. C. $\min P = 1$. D. $\min P = 8$.
- Câu 3. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Biết số phức $w = \frac{3+iz}{2+z}$ có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một đường thẳng. Khi đó mô đun của z bằng?
- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sqrt{2}$.
- Câu 4. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số ảo?
- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.
- Câu 5. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021)** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 3 + i - |z|i = 0$. Tổng $S = a + b + 2ab$ bằng
- A. 23. B. 24. C. -23. D. -24.
- Câu 6. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $15z^2 + 3z + 19 = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $K = |z_1|^2 + |z_2|^2 - z_1 - z_2$.
- A. $K = \frac{22}{15}$. B. $K = \frac{41}{15}$. C. $K = \frac{11}{50}$. D. $K = \frac{7}{3}$.
- Câu 7. (Chuyên KHTN - 2021)** Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |z - 3 - 4i|$ và $z + 2i\bar{z}$ là số thực. Tổng $a + b$ bằng:
- A. 1. B. -1. C. 3. D. -3.
- Câu 8. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Có bao nhiêu số phức z có mô đun bằng 2 và thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 3$?
- A. 0. B. 1. C. 4. D. 2.
- Câu 9. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $|3 + 4i - z| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.
- A. 6. B. $3\sqrt{2}$. C. 4. D. 5.
- Câu 10. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} + i) - (2 - i).z = 3 + 10i$. Mô đun của z bằng
- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

- Câu 11. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Trên mặt phẳng tọa độ. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (1 + i)| = |z + 2i|$ là đường nào sau đây?
A. Elip **B.** Đường thẳng **C.** Đường tròn **D.** Parabol
- Câu 12. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021)** Có bao nhiêu số phức z đôi một khác nhau thỏa mãn $|z + i| = 2$ và $(z - 2)^4$ là số thực?
A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.
- Câu 13. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a - 3)z + a^2 + a = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?
A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 14. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Cho số phức thỏa mãn . Trên mặt phẳng tọa độ , tập hợp điểm biểu diễn các số phức là một đường tròn có bán kính bằng
A. **B.** **C.** **D.**
- Câu 15. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z + 1 \right| = \sqrt{2}$. Mô đun lớn nhất của số phức z bằng
A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $1 + \sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{26}$.
- Câu 16. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1| = 2; |z_2| = 1$ và $|2z_1 - 3z_2| = 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + 2z_2|$.
A. $P = \sqrt{10}$. **B.** $P = \sqrt{11}$. **C.** $P = \sqrt{15}$. **D.** $P = 2\sqrt{5}$.
- Câu 17. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Cho các số phức z thỏa mãn $|iz - 1| = |1 + \sqrt{2}i|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn (C) . Tìm tâm I và bán kính R của đường tròn (C) .
A. $I(0; -1), R = 3$. **B.** $I(0; -1), R = \sqrt{3}$. **C.** $I(0; 1), R = 3$. **D.** $I(0; 1), R = \sqrt{3}$.
- Câu 18. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i$. Môđun của z bằng
A. 5. **B.** 18. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$
- Câu 19. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Xét các số phức z thỏa mãn $|i\bar{z} + 3 - 2i| = 4$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2i\bar{z} + 5 - 6i$ là một đường tròn có tâm $I(a; b)$, bán kính R . Tính $T = a + b + R$
A. 21. **B.** 17. **C.** 5. **D.** -1.
- Câu 20. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = (3 - 4i)z + 5i$ một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là:
A. $r = 10$. **B.** $r = 20$. **C.** $r = 18$. **D.** $r = 25$.
- Câu 21. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = 2a + 3b$
A. $S = -5$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = -6$ **D.** $S = 5$.

- Câu 22. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z-2i+1)(\bar{z}+i)$ là số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn hình học của z là một đường thẳng có phương trình $y=ax+b$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. $a-b=-2$. B. $a+b=2$. C. $a^2+3b=4$. D. $5b^2-a=6$.
- Câu 23. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $z(1-2i)+i\bar{z}=15+i$. Tìm mô đun của số phức z .
- A. $|z|=2\sqrt{5}$. B. $|z|=4$. C. $|z|=2\sqrt{3}$. D. $|z|=5$.
- Câu 24. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(2-i)\bar{z}=13+2i$?
- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.
- Câu 25. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Trên mặt phẳng tọa độ. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-(1+i)|=|z+2i|$ là đường nào sau đây?
- A. Elip B. Đường thẳng C. Đường tròn D. Parabol
- Câu 26. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Số phức z thỏa mãn hệ thức $|z-(2+i)|=\sqrt{10}$ và $z\bar{z}=25$ là
- A. $z=3+4i, z=5$. B. $z=3+4i, z=-5$. C. $z=-3+4i, z=5$. D. $z=3-4i, z=-5$.
- Câu 27. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Số thực x, y để hai số phức $z_1=9y^2-4-10xi^7$ và $z_2=8y^2+20i^{11}$ là liên hợp của nhau.
- A. $x=-2; y=\pm 2$. B. $x=2; y=\pm 2$. C. $x=2; y=2$. D. $x=-2; y=2$.
- Câu 28. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Cho số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z+2i\bar{z}=3+3i$. Tính giá trị biểu thức $P=a^{2019}+b^{2018}$
- A. $P=-\frac{3^{4036}-3^{2019}}{5^{2019}}$. B. $P=\frac{3^{4036}-3^{2019}}{5^{2019}}$.
C. $P=2$. D. $P=0$.
- Câu 29. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=3-2i+(2-i)z$ là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó bằng
- A. 2. B. 5. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.
- Câu 30. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=\sqrt{5}$. Khi đó $w=z+1+i$ có modul lớn nhất bằng bao nhiêu?
- A. $\sqrt{5}$. B. $5\sqrt{2}$. C. 20. D. $2\sqrt{5}$.
- Câu 31. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=\sqrt{39}$ và $|z_1-z_2|=2\sqrt{3}$. Khi đó $|z_1+z_2|$ bằng
- A. 8. B. $2\sqrt{39}$. C. 12. D. $2\sqrt{3}$.
- Câu 32. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Cho số phức $z=x+yi$ có phần ảo âm, biết z thỏa mãn $|z+2-i|=\sqrt{3}-i$ và $\frac{z-i}{z+3}$ là số thực. Giá trị của $x+2y$ bằng
- A. 3. B. -5. C. -4. D. $\frac{11}{3}$.
- Câu 33.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+i|+|z-i|=4$ và $(z+i)\bar{z}$ là số thực?
- A. 1. B. 2. C. 0. D. 4.

Câu 34. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = |z + \bar{z}| = 1$?

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 35. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu số phức z mà phần thực và phần ảo của nó trái dấu đồng thời thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$ và $|z - 2 - 2i| = 3\sqrt{2}$.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 37. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z - 2 - i| = |z - 3i|$ và $|z - 2 - 3i| \leq 2$?

- A. Vô số B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$ và $(z - 3i)(\bar{z} + 2)$ là số thực?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 4$ và $(z - 3 + 2i)(3 - 2\bar{z})$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 40. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - i| = 2$ và $w = \frac{z-1+i}{z-2-i}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

- A. 4. B. $\frac{7}{3}a$. C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$. D. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 41. Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{13}$ và $(z - 2i)(\bar{z} - 4i)$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.D	5.C	6.B	7.A	8.B	9.C	10.D
11.B	12.B	13.A	14.D	15.C	16.B	17.B	18.D	19.C	20.B
21.C	22.A	23.B	24.B	25.B	26.A	27.B	28.C	29.C	30.D
31.C	32.C	33.B	34.C	35.D	36.C	37.A	38.D	39.D	40.C
41.B	42.B								

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 1. (Sở Lào Cai - 2021) Cho z_1, z_2 là 2 số phức liên hợp của nhau và thỏa mãn $\frac{z_1}{z_2^2} \in \mathbb{R}$ và

$$|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3}. \text{ Tính mô đun}$$

của số phức z_1

A. $|z_1| = 2.$

B. $|z_1| = \sqrt{5}.$

C. $|z_1| = 3.$

D. $|z_1| = \frac{\sqrt{5}}{2}.$

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z_1 = a + bi$ ($a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$) thì $z_2 = a - bi$. $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |2bi| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |b| = \sqrt{3}$ (1)

$$\frac{z_1}{z_2^2} = \frac{(a+bi)(a^2-b^2+2abi)}{(a^2-b^2)^2 + (2ab)^2} = \frac{a(a^2-b^2)-2ab^2}{(a^2+b^2)^2} + \frac{b(a^2-b^2)+2a^2b}{(a^2+b^2)^2}i$$

$$\frac{z_1}{z_2^2} \in \mathbb{R} \text{ thì } b(a^2-b^2)+2a^2b=0 \Leftrightarrow 3a^2b-b^3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 & (2) \\ b^2=3a^2 & (3) \end{cases}$$

Do $|b| = \sqrt{3}$ nên $b=0$ loại.

Thay (1) vào (3) ta có $a^2=1$ (4).

Từ (1) vào (4) $\Rightarrow |z_1| = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1+3} = 2.$

Câu 2. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-2i|=3$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = |z-4-6i|.$$

A. $\min P = \frac{3}{2}.$

B. $\min P = 2.$

C. $\min P = 1.$

D. $\min P = 8.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|z-1-2i|=3$ nên z biểu diễn bởi M nằm trên đường tròn (C) , tâm $I(1;2)$, bán kính 3.

Ta có: $P = |z-4-6i| = |z-(4+6i)| = MA$ (với M là khoảng cách từ $M \in (C)$ và $A(4;6)$).

Khi đó $\min P = IA - R = 5 - 3 = 2.$

Câu 3. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Biết số phức $w = \frac{3+iz}{2+z}$ có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy

là một

đường thẳng. Khi đó môđun của z bằng?

A. 2.

B. $\frac{3}{2}.$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}.$

D. $\sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } w = \frac{3+iz}{2+z} \Leftrightarrow w(2+z) = 3+iz \Leftrightarrow z(w-i) = 2\left(\frac{3}{2}-w\right),$$

$$\text{suy ra } |z(w-i)| = \left|2\left(\frac{3}{2}-w\right)\right| \Rightarrow \left|\frac{z}{2}\right| |w-i| = \left|\frac{3}{2}-w\right|.$$

Từ giả thiết $w = \frac{3+iz}{2+z}$ có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một đường thẳng

nên suy ra $\left|\frac{z}{2}\right| = 1 \Leftrightarrow |z| = 2$.

Câu 4. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i| = 2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số ảo?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

♦ Gọi $z = x + yi$ thỏa mãn $(x; y \in \mathbb{R})$. Điểm biểu diễn của z là $M(x; y)$

Ta có

$$|z+2-i| = 2\sqrt{2}$$

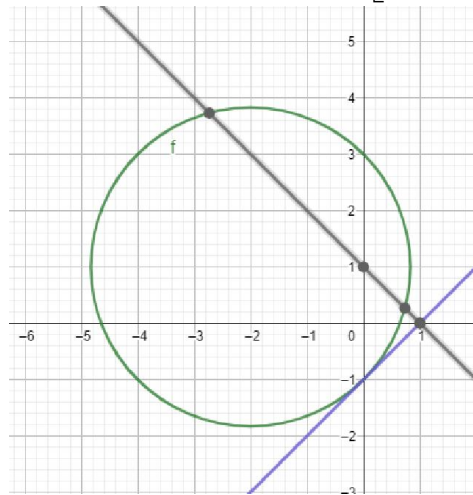
$$\Leftrightarrow |(x+2) + (y-1)i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 8$$

Vậy M thuộc đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $2\sqrt{2}$

♦

$$\begin{aligned} (z-1)^2 &= z^2 - 2z + 1 = (x+yi)^2 - 2(x+yi) + 1 = x^2 + 2xyi - y^2 - 2(x+yi) + 1 \\ &= x^2 - 2x - y^2 + 1 + 2xyi - 2yi \end{aligned}$$

$$(z-1)^2 \text{ là số ảo nên } x^2 - 2x - y^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-1 \\ y = 1-x \end{cases}$$



Trên cùng một hệ trục tọa độ, ta vẽ đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $2\sqrt{2}$ và hai đồ thị hàm số $y = x-1$; $y = 1-x$.

Ta thấy hai đường thẳng cắt đường tròn tại ba điểm phân biệt, vậy có 3 điểm M thỏa mãn, vậy có ba số phức z thỏa mãn.

Câu 5. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 3 + i - |z|i = 0$. Tổng $S = a + b + 2ab$ bằng

A. 23.

B. 24.

C. -23.

D. -24.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$z + 3 + i - |z|i = 0 \Leftrightarrow a + bi + 3 + i - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0 \Leftrightarrow (a + 3) + (b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 = 0 \\ b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b + 1 - \sqrt{9 + b^2} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Xét (1)} \Leftrightarrow \sqrt{9 + b^2} = b + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} b + 1 \geq 0 \\ 9 + b^2 = (b + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -1 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = -3 + 4 + 2 \cdot (-3) \cdot 4 = -23$$

Câu 6. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $15z^2 + 3z + 19 = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $K = |z_1|^2 + |z_2|^2 - z_1 - z_2$.

A. $K = \frac{22}{15}$.

B. $K = \frac{41}{15}$.

C. $K = \frac{11}{50}$.

D. $K = \frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$15z^2 + 3z + 19 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{-3 - i\sqrt{1131}}{30} \\ z_2 = \frac{-3 + i\sqrt{1131}}{30} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } K = |z_1|^2 + |z_2|^2 - z_1 - z_2 = \left| \frac{-3 - i\sqrt{1131}}{30} \right|^2 + \left| \frac{-3 + i\sqrt{1131}}{30} \right|^2 - \frac{-3 - i\sqrt{1131}}{30} - \frac{-3 + i\sqrt{1131}}{30}$$

$$= \frac{19}{15} + \frac{19}{15} + \frac{1}{5} = \frac{41}{15}.$$

Câu 7. (Chuyên KHTN - 2021) Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |z - 3 - 4i|$ và $z + 2i\bar{z}$ là số thực. Tổng $a + b$ bằng:

A. 1.

B. -1.

C. 3.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

♦ Ta có:

$$|z - 1 + 2i| = |z - 3 - 4i| \Leftrightarrow |a - 1 + (b + 2)i| = |a - 3 + (b - 4)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 2)^2} = \sqrt{(a - 3)^2 + (b - 4)^2}$$

$$\Leftrightarrow a + 3b = 5 \quad (1)$$

♦ Mặt khác: $z + 2i\bar{z} = a + bi + 2i(a - bi) = a + 2b + (2a + b)i$ là số thực nên $2a + b = 0 \quad (2)$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \begin{cases} a + 3b = 5 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Tổng } a + b = 1.$$

Câu 8. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Có bao nhiêu số phức z có mô đun bằng 2 và thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 3$?

A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

♦ Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$; ta có $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ và $|z - 3 + 4i| = \sqrt{(a - 3)^2 + (b + 4)^2}$.

$$\text{♦ Theo bài ra ta có hệ } \begin{cases} \sqrt{(a - 3)^2 + (b + 4)^2} = 3 \\ \sqrt{a^2 + b^2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a - 3)^2 + (b + 4)^2 = 9 \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 6a + 8b + 16 = 0 \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 4b - 10 = 0 \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4b+10}{3} \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4b+10}{3} \\ \left(\frac{4b+10}{3}\right)^2 + b^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4b+10}{3} \\ 25b^2 + 80b + 64 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{6}{5} \\ b = -\frac{8}{5} \end{cases}$$

♦ Vậy $z = \frac{6}{5} - \frac{8}{5}i$.

Câu 9. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho số phức z thỏa mãn $|3 + 4i - z| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. 6. B. $3\sqrt{2}$. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối: $|A| - |B| \leq |A \pm B| \leq |A| + |B|$ ta được:

$$|3 + 4i| - |z| \leq |(3 + 4i) - z| \Leftrightarrow 5 - |z| \leq 1 \Leftrightarrow |z| \geq 4.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là 4.

Câu 10. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} + i) - (2 - i).z = 3 + 10i$. Mô đun của z bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$3(\bar{z} + i) - (2 - i).z = 3 + 10i$$

$$\Leftrightarrow 3(a - bi + i) - (2 - i)(a + bi) = 3 + 10i$$

$$\Leftrightarrow 3a + (-3b + 3)i - (2a + b) - (-a + 2b)i = 3 + 10i$$

$$\Leftrightarrow (a - b) + (a - 5b + 3)i = 3 + 10i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 3 \\ a - 5b + 3 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } z = 2 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}$$

Câu 11. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Trên mặt phẳng tọa độ. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện

$$|z - (1 + i)| = |z + 2i| \text{ là đường nào sau đây?}$$

- A. Elip B. Đường thẳng C. Đường tròn D. Parabol

Lời giải

Chọn B

Gọi số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\text{Khi đó } |z - (1 + i)| = |z + 2i|$$

$$\Leftrightarrow |a + bi - 1 + i| = |a + bi + 2i|$$

$$\Leftrightarrow (a - 1)^2 + (b - 1)^2 = a^2 + (b + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow a + 3b + 1 = 0$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện trên là đường thẳng.

Câu 12. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Có bao nhiêu số phức z đôi một khác nhau thỏa mãn $|z+i|=2$ và $(z-2)^4$ là số thực?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Xét số phức $z = a + bi; a, b \in \mathbb{R}$. Ta có $|z+i|=2 \Leftrightarrow |a+(b+1)i|=2 \Leftrightarrow a^2 + (b+1)^2 = 4$ (1).

$$(z-2)^4 = [(a-2)+bi]^2 = (a-2)^4 + 4(a-2)^3 \cdot bi + 6(a-2)^2 (bi)^2 + 4(a-2)(bi)^3 + (bi)^4 \\ = (a-2)^4 - 6(a-2)^2 b^2 + b^4 + [4(a-2)^3 b - 4(a-2)b^3]i.$$

$$(z-2)^4 \text{ là số thực khi } 4(a-2)^3 b - 4(a-2)b^3 = 0 \Leftrightarrow (a-2)b[(a-2)^2 - b^2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-2=0 \\ b=0 \\ b=a-2 \\ b=2-a \end{cases}$$

+ $a-2=0 \Leftrightarrow a=2$ thay vào (1) tìm được $b=-1 \Rightarrow z=2-i$.

+ $b=0$ thay vào (1) tìm được $a=\pm\sqrt{3} \Rightarrow z=\pm\sqrt{3}$

+ $b=a-2$ thay vào (1) tìm được $a = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \Rightarrow z = \frac{1+\sqrt{7}}{2} + \frac{-3+\sqrt{7}}{2}i; z = \frac{1-\sqrt{7}}{2} + \frac{-3-\sqrt{7}}{2}i$.

+ $b=2-a$ thay vào (1) ta có: $a^2 + (3-a)^2 = 4 \Leftrightarrow 2a^2 - 6a + 5 = 0$: PTVN

Vậy có 5 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 13. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta = -3a^2 - 10a + 9$.

+ TH1: $\Delta \geq 0$, phương trình có 2 nghiệm $z_{1,2} = \frac{a-3 \pm \sqrt{\Delta}}{2}$, khi đó

$$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |a-3| = |\sqrt{\Delta}| \Leftrightarrow (a-3)^2 = \Delta \Leftrightarrow 4a^2 + 4a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-1 \end{cases}. \text{ Thỏa mãn điều kiện } \Delta \geq 0.$$

+ TH2: $\Delta < 0$, phương trình có 2 nghiệm $z_{1,2} = \frac{a-3 \pm i\sqrt{-\Delta}}{2}$, khi đó

$$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |a-3| = |i\sqrt{-\Delta}| \Leftrightarrow (a-3)^2 = -\Delta \Leftrightarrow 2a^2 + 16a - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-9 \end{cases}. \text{ Thỏa mãn điều kiện } \Delta < 0.$$

Vậy có 4 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 14. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho số phức thỏa mãn . Trên mặt phẳng tọa độ , tập hợp điểm biểu diễn các số phức là một đường tròn có bán kính bằng

A.

B.

C.

D.

Lời giải

Chọn D

♦ Theo bài ra

Đặt

Tập hợp điểm biểu diễn là đường tròn bán kính .

- Câu 15. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z+1 \right| = \sqrt{2}$. Mô đun lớn nhất của số phức z bằng
- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{2}$. C. $1+\sqrt{2}$. D. $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z+1 \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |-iz+1| = \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 2$.

Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(0; -1)$ bán kính $R = \sqrt{2}$

Ta có $|z| = OM$.

Do đó mô đun của số phức z lớn nhất khi OM lớn nhất nghĩa là O, M, I thẳng hàng suy ra Mô đun lớn nhất của số phức z bằng $1 + \sqrt{2}$.

- Câu 16. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1| = 2; |z_2| = 1$ và $|2z_1 - 3z_2| = 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + 2z_2|$.
- A. $P = \sqrt{10}$. B. $P = \sqrt{11}$. C. $P = \sqrt{15}$. D. $P = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z_1 = a + bi; z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$).

Theo bài ra: $|z_1| = 2 \Leftrightarrow |a + bi| = 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4$. (1)

$|z_2| = 1 \Leftrightarrow |c + di| = 1 \Leftrightarrow c^2 + d^2 = 1$. (2)

$|2z_1 - 3z_2| = 4 \Leftrightarrow |2(a + bi) - 3(c + di)| = 4 \Leftrightarrow (2a - 3c)^2 + (2b - 3d)^2 = 16$.

$\Leftrightarrow 4a^2 - 12ac + 9c^2 + 4b^2 - 12bd + 9d^2 = 16$.

$\Leftrightarrow 4(a^2 + b^2) + 9(c^2 + d^2) - 12(ac + bd) = 16$. (3)

Thay (1), (2) vào (3) ta được: $4.4 + 9.1 - 12(ac + bd) = 16 \Leftrightarrow ac + bd = \frac{3}{4}$. (4)

Khi đó, $P = |z_1 + 2z_2| = |a + bi + 2(c + di)| = \sqrt{(a + 2c)^2 + (b + 2d)^2}$

$\sqrt{a^2 + b^2 + 4(c^2 + d^2) + 4(ac + bd)} = \sqrt{4 + 4 + 4 \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{11}$.

- Câu 17. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Cho các số phức z thỏa mãn $|iz - 1| = |1 + \sqrt{2}i|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn (C) . Tìm tâm I và bán kính R của đường tròn (C) .

- A. $I(0; -1), R = 3$. B. $I(0; -1), R = \sqrt{3}$. C. $I(0; 1), R = 3$. D. $I(0; 1), R = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$, thì ta có $|iz - 1| = |1 + \sqrt{2}i| \Leftrightarrow |i(x + yi) - 1| = \sqrt{3} \Leftrightarrow |(-y - 1) + xi| = \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{(y+1)^2 + x^2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = \sqrt{3}^2$. Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn (C) có tâm và bán kính là $I(0; -1), R = \sqrt{3}$.

Câu 18. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i$. Môđun của z bằng

A. 5.

B. 18.

C. $\sqrt{5}$.D. $\sqrt{13}$

Lời giải

Chọn DĐặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

Khi đó :

$$(2+i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i \Leftrightarrow (-2a - b + 8) + (a + 6b - 15)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 8 \\ a + 6b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 3 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}.$$

Câu 19. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Xét các số phức z thỏa mãn $|\bar{iz} + 3 - 2i| = 4$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2i\bar{z} + 5 - 6i$ là một đường tròn có tâm $I(a; b)$, bán kính R . Tính $T = a + b + R$

A. 21.

B. 17.

C. 5.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } |\bar{iz} + 3 - 2i| = 4 \Leftrightarrow 2|\bar{iz} + 3 - 2i| = 8 \Leftrightarrow |2i\bar{z} + 6 - 4i| = 8 \Leftrightarrow |2i\bar{z} + 5 - 6i + 1 + 2i| = 8$$

$$\Leftrightarrow |2i\bar{z} + 5 - 6i + 1 + 2i| = 8 \Leftrightarrow |w + 1 + 2i| = 8.$$

Giả sử $w = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Suy ra } |w + 1 + 2i| = 8 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2} = 8 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 64.$$

Do đó tập hợp điểm M biểu diễn số phức $w = 2i\bar{z} + 5 - 6i$ là một đường tròn có tâm $I(-1; -2)$, bán kính $R = 8$.

$$\text{Vậy } T = a + b + R = -1 - 2 + 8 = 5.$$

Câu 20. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = (3 - 4i)z + 5i$ một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là:

A. $r = 10$.B. $r = 20$.C. $r = 18$.D. $r = 25$.

Lời giải

Chọn BGọi $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } w = (3 - 4i)z + 5i \Leftrightarrow z = \frac{w - 5i}{3 - 4i}.$$

$$\text{Mà } |z| = 4 \Leftrightarrow \left| \frac{w - 5i}{3 - 4i} \right| = 4 \Leftrightarrow |w - 5i| = 20 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + y^2 = 400.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (3 - 4i)z + 5i$ là đường tròn có bán kính $r = 20$.

Câu 21. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = 2a + 3b$

A. $S = -5$.B. $S = 6$.C. $S = -6$ D. $S = 5$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Từ giả thiết suy ra } a+1+(b+3-\sqrt{a^2+b^2})i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b+3=\sqrt{b^2+1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S=2a+3b=2(-1)+3\left(-\frac{4}{3}\right)=-6$$

Câu 22. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z-2i+1)(\bar{z}+i)$ là số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn hình học của z là một đường thẳng có phương trình $y=ax+b$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $a-b=-2$.

B. $a+b=2$.

C. $a^2+3b=4$.

D. $5b^2-a=6$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z=x+yi$

$$\begin{aligned} (z-2i+1)(\bar{z}+i) &= (x+yi-2i+1)(x-yi+i) \\ &= x^2-xyi+xi+xyi+y^2-y-2xi-2y+2+x-yi+i \\ &= x^2+y^2-xi-yi-3y+2+x+i \\ &= (x^2+y^2+x-3y+2)-(x+y-1)i \end{aligned}$$

Ta có: $(z-2i+1)(\bar{z}+i)$ là số thực $\Leftrightarrow x+y-1=0 \Leftrightarrow y=-x+1$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$$

Câu 23. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $z(1-2i)+i\bar{z}=15+i$. Tìm mô đun của số phức z .

A. $|z|=2\sqrt{5}$.

B. $|z|=4$.

C. $|z|=2\sqrt{3}$.

D. $|z|=5$.

Lời giải

Chọn B

♦ Giả sử $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z}=x-yi$.

Phương trình $z(1-2i)+i\bar{z}=15+i$ trở thành $(x+yi)(1-2i)+i(x-yi)=15+i$

$$\Leftrightarrow (x+2y-2xi+yi)+(xi+y)=15+i$$

$$\Leftrightarrow (x+3y)+(-x+y)i=15+i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=15 \\ -x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$$

♦ Vậy $|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 24. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(2-i)\bar{z}=13+2i$?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z=a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

$$(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13+2i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + (2-i)(a-bi) = 13+2i \Leftrightarrow (3a-2b) - bi = 13+2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b=13 \\ -b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-2 \end{cases}.$$

Vậy: $z=3-2i$ nên có 1 số phức z thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 25. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trên mặt phẳng tọa độ. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-(1+i)|=|z+2i|$ là đường nào sau đây?

A. Elip B. Đường thẳng C. Đường tròn D. Parabol

Lời giải

Chọn B

Gọi số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$)

Khi đó $|z-(1+i)|=|z+2i|$

$$\Leftrightarrow |a+bi-1-i|=|a+bi+2i|$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 = a^2 + (b+2)^2$$

$$\Leftrightarrow a+3b+1=0$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện trên là đường thẳng

Câu 26. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Số phức z thỏa mãn hệ thức $|z-(2+i)|=\sqrt{10}$ và $z.\bar{z}=25$ là

A. $z=3+4i, z=5$. B. $z=3+4i, z=-5$. C. $z=-3+4i, z=5$. D. $z=3-4i, z=-5$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$

Ta có:

$$z.\bar{z}=25 \Leftrightarrow (a+bi)(a-bi)=25 \Leftrightarrow a^2+b^2=25(1)$$

$$|z-(2+i)|=\sqrt{10} \Leftrightarrow |a+bi-(2+i)|=\sqrt{10} \Leftrightarrow |(a-2)+(b-1)i|=\sqrt{10} \Leftrightarrow (a-2)^2+(b-1)^2=10$$

$$\Leftrightarrow a^2+b^2-4a-2b-5=0(2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} a^2+b^2=25 \\ a^2+b^2-4a-2b-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=25 \\ -4a-2b+20=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+(10-2a)^2=25 \\ b=10-2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a^2-40a+75=0 \\ b=10-2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \\ a=5 \\ b=0 \end{cases}$$

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là $z=3+4i, z=5$.

Câu 27. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Số thực x, y để hai số phức $z_1=9y^2-4-10xi^7$ và $z_2=8y^2+20i^{11}$ là liên hợp của nhau.

A. $x=-2; y=\pm 2$. B. $x=2; y=\pm 2$. C. $x=2; y=2$. D. $x=-2; y=2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $z_1=9y^2-4-10xi^7=9y^2-4+10xi$ và $z_2=8y^2+20i^{11}=8y^2-20i$.

$$\text{Ta có } z_1=\bar{z_2} \Leftrightarrow 9y^2-4+10xi=8y^2-20i \Leftrightarrow \begin{cases} 9y^2-4=8y^2 \\ 10x=-20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2=4 \\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=\pm 2 \end{cases}.$$

Vậy $x=-2; y=\pm 2$

Câu 28. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn

$$z + 2i\bar{z} = 3 + 3i. \text{ Tính giá trị biểu thức } P = a^{2019} + b^{2018}$$

A. $P = -\frac{3^{4036} - 3^{2019}}{5^{2019}}.$ **B.** $P = \frac{3^{4036} - 3^{2019}}{5^{2019}}.$

C. $P = 2.$ **D.** $P = 0.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\bar{z} = a - bi.$

$$z + 2i\bar{z} = 3 + 3i \Leftrightarrow a + bi + 2i(a - bi) = 3 + 3i$$

$$\Leftrightarrow a + 2b + (2a + b)i = 3 + 3i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 3 \\ 2a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } P = a^{2019} + b^{2018} = 1^{2019} + 1^{2018} = 2.$$

Câu 29. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức

$w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó bằng

A. 2.

B. 5.

C. $2\sqrt{5}.$

D. $\sqrt{5}.$

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Gọi số phức w cần tìm có dạng: $w = a + bi$, ($a^2 + b^2 \neq 0$)

Khi đó ta có $a + bi = 3 - 2i + (2 - i)z$

$$\Leftrightarrow z = \frac{a + bi - 3 + 2i}{2 - i} = \frac{[(a - 3) + (2 + b)i](2 + i)}{(2 - i)(2 + i)}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2a + ai - 3i - 6 + (4 + 2b + 2i + bi)i}{5}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2a - b - 8}{5} + \left(\frac{a + 2b + 1}{5}\right)i$$

$$\text{Mà } |z| = 2, \text{ nên } \left(\frac{2a - b - 8}{5}\right)^2 + \left(\frac{a + 2b + 1}{5}\right)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b + 2)^2 = 20$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Cách 2: Ta có } z = \frac{w - (3 - 2i)}{2 - i} \Rightarrow |z| = \frac{|w - (3 - 2i)|}{\sqrt{5}} \Rightarrow |w - (3 - 2i)| = 2\sqrt{5}.$$

Câu 30. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5}$. Khi đó $w = z + 1 + i$ có modul lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{5}.$

B. $5\sqrt{2}.$

C. 20.

D. $2\sqrt{5}.$

Lời giải

Chọn D

Gọi số phức $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$|z - 1 + 2i| = \sqrt{5} \Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5.$$

Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Gọi $N(-1; -1)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1 = -1 - i$.

$$\Rightarrow |w| = |z + 1 + i| = MN.$$

Đề modul số phức w lớn nhất khi và chỉ khi MN lớn nhất $\Rightarrow MN = IN + R = \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$.

- Câu 31. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = \sqrt{39}$ và $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3}$. Khi đó $|z_1 + z_2|$ bằng
- A. 8. B. $2\sqrt{39}$. C. 12. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A và B lần lượt là điểm biểu diễn của z_1 và z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Khi đó:

$$OA = OB = \sqrt{39} \text{ và } AB = 2\sqrt{3}.$$

Nhận xét: $\triangle OAB$ cân tại O . Khi đó: $|z_1 + z_2| = 2OC = 2\sqrt{OA^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 2\sqrt{39 - 3} = 12$ với C là trung điểm cạnh AB .

- Câu 32. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Cho số phức $z = x + yi$ có phần ảo âm, biết z thỏa mãn $|z + 2 - i| = |\sqrt{3} - i|$ và $\frac{z-i}{z+3}$ là số thực. Giá trị của $x + 2y$ bằng

- A. 3. B. -5. C. -4. D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } |z + 2 - i| = |\sqrt{3} - i| \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4 \quad (1).$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{z-i}{z+3} &= \frac{x+(y-1)i}{x+3+yi} = \frac{1}{(x+3)^2 + y^2} [x+(y-1)i][(x+3)-yi] \\ &= \frac{1}{(x+3)^2 + y^2} [x(x+3) + y(y-1) + (-x+3y-3)i] \text{ là số thực nên } -x+3y-3=0 \\ &\Rightarrow x=3y-3 \quad (2). \end{aligned}$$

$$\text{Thay (2) vào (1), ta được: } (3y-1)^2 + (y-1)^2 = 4 \Leftrightarrow 10y^2 - 8y - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \text{ (l)} \\ y=-\frac{1}{5} \text{ (tm)} \end{cases} \Rightarrow y=-\frac{1}{5} \Rightarrow x=-\frac{18}{5}.$$

$$\text{Vậy } x + 2y = -4.$$

- Câu 33.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+i| + |z-i| = 4$ và $(z+i)\bar{z}$ là số thực?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } (z+i)\bar{z} = z\bar{z} + i\bar{z} = x^2 + y^2 + y + xi \in \mathbb{R} \Rightarrow x = 0.$$

$$\text{Mà } |z+i| + |z-i| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y+1)^2} + \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = 4 \Leftrightarrow |y+1| + |y-1| = 4 \quad (2) \text{ (do } x=0).$$

$$\text{TH 1: Nếu } y \geq 1 \text{ thì } (2) \Leftrightarrow 2y = 4 \Leftrightarrow y = 2 \Rightarrow z = 2i.$$

$$\text{TH 2: Nếu } -1 < y < 1 \text{ thì } (2) \Leftrightarrow y+1+1-y = 4 \text{ vô nghiệm.}$$

$$\text{TH 3: Nếu } y \leq -1 \text{ thì } (2) \Leftrightarrow -y-1+1-y = 4 \Leftrightarrow y = -2 \Rightarrow z = -2i$$

Vậy có 2 số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 34. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = |z + \bar{z}| = 1$?

A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi \Rightarrow z + \bar{z} = 2x$.

$$\text{Bài ra ta có } \begin{cases} |z| = 1 \\ |z + \bar{z}| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \\ |2x| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} + y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó có 4 số phức thỏa mãn là } z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_3 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_4 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

Câu 35. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có:

$$\begin{cases} |z-1| = |z-i| \\ |z-3i| = |z+i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 \\ a^2 + (b-3)^2 = a^2 + (b+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+1 = -2b+1 \\ -6b+9 = 2b+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}.$$

Vậy có một số phức thỏa mãn là $z = 1 + i$.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu số phức z mà phần thực và phần ảo của nó trái dấu đồng thời thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$ và $|z - 2 - 2i| = 3\sqrt{2}$.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

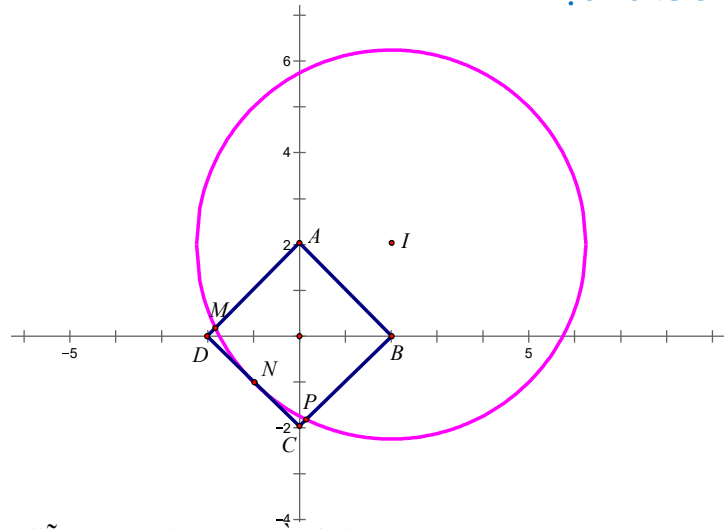
Gọi điểm $M(x, y)$ là điểm trên mp tọa độ Oxy biểu diễn số phức

$$z = x + yi \quad (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$$

$$|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4 \Leftrightarrow |2x| + |2yi| = 4 \Leftrightarrow |x| + |y| = 2. \text{ Khi đó tập hợp điểm } M(x, y) \text{ biểu diễn số phức}$$

z là hai cạnh đối AD, BC của hình vuông $ABCD$ độ dài cạnh bằng $2\sqrt{2}$ và tâm là gốc tọa độ O

$$|z - 2 - 2i| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 = 18. \text{ Tập hợp điểm } M(x, y) \text{ biểu diễn số phức } z \text{ là đường tròn tâm } I(2, 2), R = 3\sqrt{2}.$$



Vậy có 2 điểm biểu diễn M, P thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 37. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z - 2 - i| = |z - 3i|$ và $|z - 2 - 3i| \leq 2$?

A. Vô số

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Gọi điểm $M(x; y)$ là điểm trên mp tọa độ Oxy biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$|z - 2 - i| = |z - 3i|$: Tập hợp $M(x; y)$ là trung trực của đoạn thẳng AB với $A(2; 1)$, $B(0; 3)$

$|z - 2 - 3i| \leq 2$: Tập hợp $M(x; y)$ là hình tròn (kể cả biên) có bán kính $r = 2$ và tâm $I(2; 3)$

Do đó có vô số số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$ và $(z - 3i)(\bar{z} + 2)$ là số thực?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi$

Ta có $(z - 3i)(\bar{z} + 2) = (a + bi - 3i)(a + 2 - bi) = (a^2 + 2a + b^2 - 3b) + (2b - 3a - 6)i$

Theo đề ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ 2b - 3a - 6 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ này tìm được 2 nghiệm, suy ra có 2 số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 4$ và $(z - 3 + 2i)(3 - 2\bar{z})$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi$

Ta có

$(z - 3 + 2i)(3 - 2\bar{z}) = (a - 3 + (b + 2)i)(3 - 2a + 2bi) = (-2a^2 + 9a - 9 - 2b^2 + 4b) + (-3a - 4b + 6)i$

Theo đề ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ -2a^2 + 9a - 9 - 2b^2 + 4b = 0 \end{cases}$$

Giải hệ này tìm được 2 nghiệm, suy ra có 2 số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 40. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - i| = 2$ và $w = \frac{z - 1 + i}{z - 2 - i}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

A. 4.

B. $\frac{7}{3}a$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\begin{aligned} w &= \frac{z-1+i}{z-2-i} \Leftrightarrow wz-2w-wi=z-1+i \Leftrightarrow z(w-1)=2w+wi-1+i \\ \Leftrightarrow z &= \frac{2w+wi-1+i}{w-1} \Leftrightarrow z-i = \frac{2w+wi-1+i}{w-1} - i \Leftrightarrow z-i = \frac{2w-1+2i}{w-1} \\ \Leftrightarrow |z-i| &= \frac{|2w-1+2i|}{|w-1|} \Leftrightarrow 2|w-1| = |2w-1+2i| \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $w=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$), ta có:

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow 2|x+yi-1| = |2x+2yi-1+2i| \Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)^2+y^2} = \sqrt{(2x-1)^2+(2y+2)^2} \\ &\Leftrightarrow 4x^2-8x+4+4y^2 = 4x^2-4x+1+4y^2+8y+4 \Leftrightarrow 4x+8y+1=0. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường thẳng d có phương trình $4x+8y+1=0$.

$$\text{Vậy } |w|_{\min} = d(O, d) = \frac{1}{\sqrt{4^2+8^2}} = \frac{\sqrt{5}}{20}.$$

Câu 41. Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 2.

Chọn B

Lời giải

Đặt $z=a+bi, a, b \in \mathbb{R}$. Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn cho số phức z .

$$\begin{aligned} \text{Có } w &= \frac{z+2}{z-2i} = \frac{a+2+bi}{a+(b-2)i} = \frac{(a+2+bi)[a-(b-2)i]}{a^2+(b-2)^2} \\ &= \frac{a(a+2)+b(b-2)+[-(a+2)(b-2)+ab]i}{a^2+(b-2)^2} \end{aligned}$$

$$w \text{ là số thuần ảo } \Leftrightarrow \begin{cases} a(a+2)+b(b-2)=0 & (1) \\ a^2+(b-2)^2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Có } (1) \Leftrightarrow a^2+b^2+2a-2b=0.$$

Suy ra M thuộc đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{13}$ và $(z-2i)(\bar{z}-4i)$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } |z|=\sqrt{13} \Leftrightarrow x^2+y^2=13 \quad (1).$$

Mà $(z-2i)(\bar{z}-4i)=(x+yi-2i)(x-yi-4i)=(x^2+y^2+2y-8)+(-6x)i$ là số thuần ảo khi

$$x^2+y^2+2y-8=0 \Rightarrow 13+2y-8=0 \Rightarrow y=-\frac{5}{2}.$$

Từ $y = -\frac{5}{2}$ thay vào (1) ta được
$$\begin{cases} x = \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ x = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

Vậy có 2 số phức thoả yêu cầu bài toán.

Nguyễn Bảo Vương

- A. $\sqrt{20}$ B. $\sqrt{20} + \sqrt{34}$ C. $\sqrt{34}$ D. $\sqrt{34} - \sqrt{20}$

Câu 9. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Xét các số phức thỏa mãn $|z - 2 + 3i| + |\bar{z} + 4 + 5i| = 10$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của $|3z - 1 - i|$. Tính $P = m + M$.

- A. $\sqrt{135} + \sqrt{365}$ B. $2\sqrt{135} + \sqrt{365}$ C. $2 + \sqrt{365}$ D. $2 + \sqrt{135}$

Câu 10. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tổng $M^2 + m^2$ bằng

- A. 58. B. 52. C. 65. D. 45.

Câu 11. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Xét các số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} + 2| + |z - \bar{z}| = 6$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3 - 2i|$. Khi đó $M + m$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{53} + 3\sqrt{2}}{2}$ B. $6\sqrt{2}$ C. $\frac{2\sqrt{53} + \sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{53} + \sqrt{5}$

Câu 12. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất?

- A. $P = 8$. B. $P = 4$. C. $P = 6$. D. $P = 10$.

Câu 13. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Trong mặt phẳng phức Oxy , trong các số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| \leq 1$. Nếu số phức z có môđun lớn nhất thì số phức z có phần thực bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2} - 2}{2}$ C. $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{-2 - \sqrt{2}}{2}$

Câu 14. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 8i| = 7$ và số phức $w = -4 + 3i$. Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - w|$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $M \in (18; 19)$. B. $M \in (21; 22)$. C. $M \in (19; 20)$. D. $M \in (20; 21)$.

Câu 15. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau: $|z - 1| = \sqrt{34}$, $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$ (trong đó m là số thực) và sao cho $|z_1 - z_2|$ lớn nhất. Khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

- A. 2. B. 10. C. $\sqrt{130}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 16. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $|z - 2 + 3i| = |z + i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |2z + i(1 - 2i)|$ bằng

- A. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

Câu 17. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|(z_1 + 2 - i)(\sqrt{3} + i)| = |z_1 - \bar{z}_1|$ và $|z_2 - 3 + i| = |z_2 + 1 - 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ bằng:

- A. $4\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{6}$ C. $\frac{34}{5}$ D. $\frac{28}{15}$

Câu 18. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |(1 - i)z_2| = \sqrt{6}$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất $|2z_1 + z_2 - 2021|$ bằng

- A. 2044. B. $-\sqrt{23} + 2021$. C. $\sqrt{23} + 2021$. D. $2\sqrt{23} + 2021$.
- Câu 19.** Xét hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1|=1; |z_2|=4$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + 2z_2 - 7i|$ bằng
 A. $7 - \sqrt{89}$. B. $7 + \sqrt{89}$. C. $7 - 2\sqrt{89}$. D. $7 + 2\sqrt{89}$.
- Câu 20.** Cho hai số phức u, v thỏa mãn $|u|=|v|=10$ và $|3u - 4v| = 50$. Tìm Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4u + 3v - 10i|$.
 A. 30. B. 40. C. 60. D. 50.
- Câu 21.** Cho hai số phức u, v thỏa mãn $|u|=|v|=10$ và $|3u - 4v| = 50$. Tìm Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4u + 3v - 10i|$.
 A. 30. B. 40. C. 60. D. 50.
- Câu 22.** Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 + i| = 1$ và $|z_2 - 2 - 3i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2|$.
 A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 3.
- Câu 23.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai số phức z_1 có điểm biểu diễn M , số phức z_2 có điểm biểu diễn là N thỏa mãn $|z_1|=1, |z_2|=3$ và $\widehat{MON} = 120^\circ$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + 2z_2 - 3i|$ là M_0 , giá trị nhỏ nhất của $|3z_1 - 2z_2 + 1 - 2i|$ là m_0 . Biết $M_0 + m_0 = a\sqrt{7} + b\sqrt{5} + c\sqrt{3} + d$, với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c + d$?
 A. 9. B. 8. C. 7. D. 6.
- Câu 24.** Xét hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1| = \sqrt{2}; |z_2| = \sqrt{5}$ và $|z_1 - z_2| = 3$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + 2z_2 - 3i|$ bằng
 A. $3\sqrt{2} - 3$. B. $3 + 3\sqrt{2}$. C. $3 + \sqrt{26}$. D. $\sqrt{26} - 3$.
- Câu 25.** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 3 + 4i$ và $|z_1 - z_2| = 5$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$
 A. 10. B. $5\sqrt{2}$. C. 5. D. $10\sqrt{2}$.
- Câu 26.** Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4| = 1$ và $|iz_2 - 2| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + 2z_2 - 6i|$ bằng
 A. $2\sqrt{2} - 2$. B. $4 - \sqrt{2}$. C. $4\sqrt{2} + 9$. D. $4\sqrt{2} + 3$.
- Câu 27.** Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1 + 1 - 4i| = 2, |z_2 - 4 - 6i| = 1$ và $|z_3 - 1| = |z_3 - 2 + i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_3 - z_1| + |z_3 - z_2|$.
 A. $\frac{\sqrt{14}}{2} + 2$. B. $\sqrt{29} - 3$. C. $\frac{\sqrt{14}}{2} + 2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{85} - 3$.
- Câu 28.** (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương - 2021) Biết số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $T = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.
 A. $|z| = \sqrt{33}$. B. $|z| = 5\sqrt{2}$. C. $|z| = 50$. D. $|z| = \sqrt{10}$.
- Câu 29.** (THPT Ngô Quyền - Quảng Ninh - 2021) Cho Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1|^2 - |z_1 + 2i|^2 = 1; |z_2 - 3 - i| = \sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 - z_2|$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.D	4.C	5.D	6.A	7.A	8.B	9.C	10.A
11.A	12.D	13.D	14.D	15.A	16.B	17.D	18.C	19.B	20.C
21.C	22.A	23.B	24.B	25.B	26.C	27.D	28.B	29.D	

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 1. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1 - 1 - i| = 1; |z_2 - 2 + i| = 2$. Số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - \bar{z}_1)(1 + i - z_1)$ và $(\bar{z} - \bar{z}_2)(2 - i - z_2)$ là các số thuần ảo. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z - 3 - 2i|$

A. 0.

B. 3.

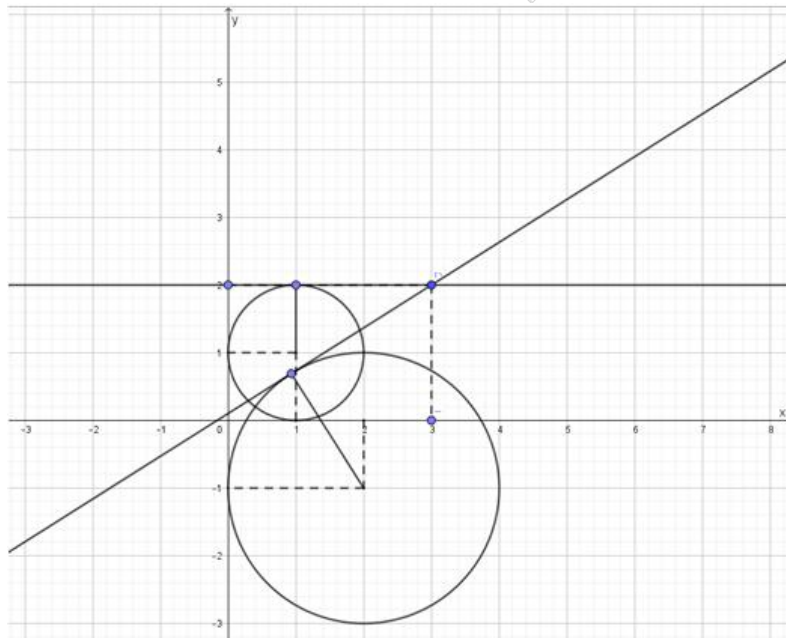
C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn AGọi $z_1 = a_1 + b_1i; z_2 = a_2 + b_2i; z = m + ni$.Khi đó điểm biểu diễn hình học của các số phức z_1, z_2, z lần lượt là $A(a_1; b_1), B(a_2; b_2), M(m; n)$ Do $|z_1 - 1 - i| = 1$ nên điểm A thuộc đường tròn $(C_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.Do $|z_2 - 2 + i| = 2$ nên điểm B thuộc đường tròn $(C_2): (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$.

Ta có:

 $(\bar{z} - \bar{z}_1)(1 + i - z_1)$ là số thuần ảo nên $(m - a_1)(1 - a_1) + (n - b_1)(1 - b_1) = 0$. $(\bar{z} - \bar{z}_2)(2 - i - z_2)$ là số thuần ảo nên $(m - a_2)(2 - a_2) + (n - b_2)(-1 - b_2) = 0$ Suy ra điểm M là giao điểm của hai đường thẳng lần lượt là tiếp tuyến của $(C_1), (C_2)$ tại A, B . $|z - 3 - 2i| = \sqrt{(m-3)^2 + (n-2)^2}$ là khoảng cách giữa M và $I(3; 2)$ Dựa vào hình vẽ ta thấy $MI_{\min} = 0$.

Câu 2. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho các số phức z thỏa mãn điều kiện số phức $w = z(1+i) + (2-i)$ là một số thuần ảo. Trong các số phức z đó hãy tìm giá trị nhỏ nhất của $T = |z - 7 - 5i|$

A. $2\sqrt{2}$.B. $\sqrt{2}$.C. $\sqrt{74}$.D. $\frac{38}{5}$.

Lời giải

Chọn A

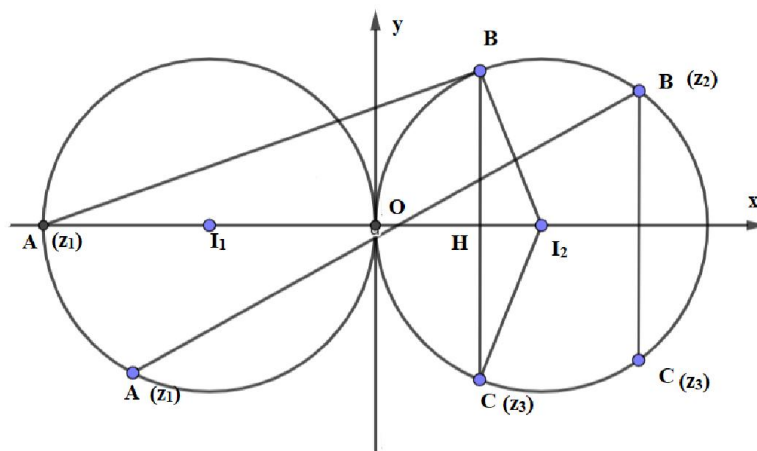
- ♦ Giả sử $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó z có điểm biểu diễn là $M(x; y)$.
- ♦ Có $w = (x + yi)(1 + i) + (2 - i) = (x - y + 2) + (x + y - 1)i$ là số thuần ảo nên $x - y + 2 = 0$
- ♦ Suy ra tập hợp các điểm M là đường thẳng $d: x - y + 2 = 0$
- ♦ Có $T = |z - 7 - 5i| = |z - (7 + 5i)| = MA$ với $A(7; 5)$
- ♦ Có T nhỏ nhất khi MA ngắn nhất, tức là $\min T = d(A, \Delta) = \frac{|7 - 5 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

Câu 3. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho số phức z_1, z_2, z_3 , là các số phức cùng thỏa mãn điều kiện $|z|^2 \leq 4, |z + \bar{z} + 33|$. Biết rằng giá trị lớn nhất có thể đạt được của $|z_1 - z_2| + |z_2 - z_3| + |z_3 - z_1|$ là số thực M . Giá trị M thuộc tập hợp nào trong các tập hợp dưới đây?

- A. $[0; 2(11 + \sqrt{157})]$. B. $[2(11 + \sqrt{157}); 2(7 + \sqrt{274})]$.
C. $[2(7 + \sqrt{274}); 51, 2]$. D. $[51, 2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Đặt } z = a + bi \Rightarrow |z|^2 \leq 4, |z + \bar{z} + 33| \Rightarrow a^2 + b^2 \leq 8|a| + 33$$

$$\Leftrightarrow |a|^2 - 8|a| + 16 + b^2 \leq 49 \Leftrightarrow (|a| - 4)^2 + b^2 \leq 7^2$$

$$\Rightarrow z_1, z_2, z_3 \in \begin{cases} (C_1): I_1(4; 0), R_1 = 7 \text{ khi } x \geq 0 \\ (C_2): I_2(-4; 0), R_1 = 7 \text{ khi } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } P = |z_1 - z_2| + |z_2 - z_3| + |z_3 - z_1| = AB + BC + CA$$

* TH1: A, B, C cùng thuộc một trong hai đường tròn $(C_1), (C_2)$

$$\text{Khi đó: } P = AB + BC + CA = 2R(\sin A + \sin B + \sin C)$$

$$\text{Mà } \sin A + \sin B + \sin C = \sin A + \sin B + \sin(A + B)$$

$$= \sin A + \sin B + \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin A + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin B \right) + \sqrt{3} \left(\frac{\sin A}{\sqrt{3}} \cos B + \cos A \frac{\sin B}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\leq \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\sin^2 A + \sin^2 B + \frac{3}{4} \cdot 2 \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sin^2 A}{3} + \frac{\sin^2 B}{3} + \cos^2 A + \cos^2 B \right)$$

$$\leq \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Nên } \begin{cases} P \leq 2R \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}R = 21\sqrt{3} \\ R = 7 = R_{1,2} \end{cases}$$

* TH2: Đặc biệt hoá như sau (*)

$$A(-11;0), d(A, BC) = AH$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OH = x \\ BH = \sqrt{OB^2 - OH^2} = \sqrt{49 - x^2} \\ BC = 2\sqrt{49 - x^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow AH = AO + OH = 11 + x \Rightarrow AB = AC = \sqrt{(11+x)^2 + (49-x^2)}$$

$$\Rightarrow M = f(x) = 2\sqrt{(11+x)^2 + (49-x^2)} + 2\sqrt{(49-x^2)} \leq \frac{256}{5} = 51,2$$

Câu 4. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $|2z-1|=|2+iz|$, biết $|z_1-z_2|=1$. Giá trị của biểu thức $P=|z_1+z_2|$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

♦ Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

♦ Ta có: $|2z-1|=|2+iz| \Leftrightarrow (2a-1)^2 + 4b^2 = (2-b)^2 + a^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1$.

♦ Do đó: $|z_1|=|z_2|=1$.

♦ Gọi $z_1 = a_1 + b_1i$; $z_2 = a_2 + b_2i$ ($a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R}; a_1^2 + b_1^2 = 1; a_2^2 + b_2^2 = 1$).

♦ Khi đó: $|z_1 - z_2| = 1 \Leftrightarrow (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1a_2 + 2b_1b_2 = 1$.

♦ Vậy $P = |z_1 + z_2| = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + 2a_1a_2 + 2b_1b_2} = \sqrt{3}$.

Câu 5. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$ và môđun của số phức $z - \frac{1}{2} + 3i$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của $\frac{a}{4} + b$ bằng:

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\bar{z} = a - bi$

$$\text{Do đó } 4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2 \Leftrightarrow 8bi - 15i = i(2a - 1)^2 \Leftrightarrow (8b - 15)i = i(2a - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 8b - 15 = (2a - 1)^2 \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 = 2b - \frac{15}{4} \Rightarrow b \geq \frac{15}{8}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } \left| z - \frac{1}{2} + 3i \right| &= \left| a - \frac{1}{2} + (b+3)i \right| = \sqrt{\left(a - \frac{1}{2} \right)^2 + (b+3)^2} = \sqrt{2b - \frac{15}{4} + (b+3)^2} \\ &= \sqrt{b^2 + 8b + \frac{21}{4}} \geq \sqrt{\left(\frac{15}{8} \right)^2 + 8 \left(\frac{15}{8} \right) + \frac{21}{4}} = \frac{39}{8} \end{aligned}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{15}{8} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \frac{a}{4} + b = 2.$$

Câu 6. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|x + y| \leq 2$ và $|2x - y| \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 2020x - 2021y$.

A. -5389.

B. -2693.

C. -3214.

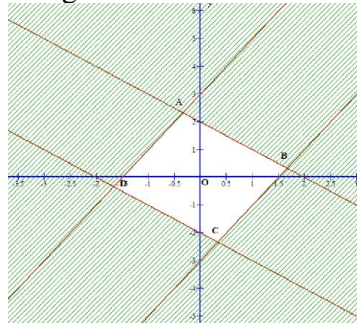
D. -2102.

Lời giải

Chọn A

$$\bullet \text{ Ta có } \begin{cases} |x + y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x + y \leq 2 \\ -3 \leq 2x - y \leq 3 \end{cases}$$

• Biểu diễn miền nghiệm của hệ phương trình



• Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABCD$

$$\text{với } A\left(-\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right), B\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right), C\left(\frac{1}{3}; -\frac{7}{3}\right), D\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$$

• Ta biết $P = 2020x - 2021y$ đạt GTNN tại 1 trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$. Thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào ta được:

$$P\left(-\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right) = -5389, \quad P\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right) = 2693$$

$$P\left(\frac{1}{3}; -\frac{7}{3}\right) = 5389, \quad P\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right) = -2693$$

• Vậy GTNN của $P = 2020x - 2021y$ bằng -5389.

Câu 7. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho $z \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $\begin{cases} |z - 1 - 2i| \leq 1 \\ |z - 1 - 2i| \leq 2 \end{cases}$. Giá trị

$$S = \min |z| + \max |z| \text{ bằng:}$$

A. $3\sqrt{5} - 1$

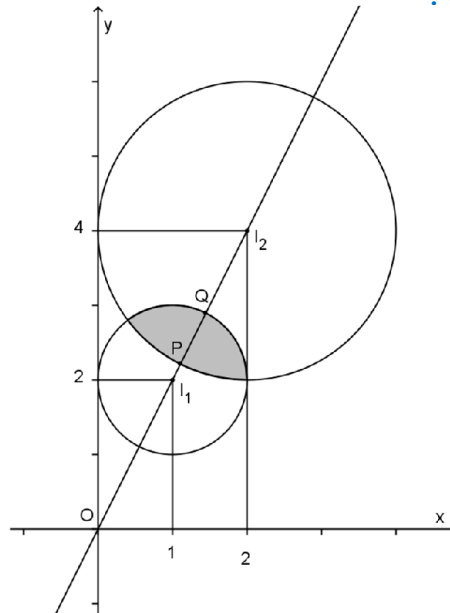
B. $\sqrt{5} + 2$

C. $2\sqrt{5} + 1$

D. $\sqrt{2} + \sqrt{5} - 1$

Lời giải

Chọn A



Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$) trên mặt phẳng phức.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} |z - 1 - 2i| \leq 1 \\ |z - 1 - 2i| \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 1 \\ (x-2)^2 + (y-4)^2 \leq 4 \end{cases}$$

Do đó M thuộc phần chung của hai hình tròn $(I_1; 1)$ và $(I_2; 2)$, với $I_1(1; 2)$ và $I_2(2; 4)$.

Phương trình đường thẳng I_1I_2 là $y = 2x$.

Dựa vào hình vẽ ta thấy $|z|$ lớn nhất khi $M \equiv Q$ và $|z|$ nhỏ nhất khi $M \equiv P$, trong đó $P; Q$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng $y = 2x$ với các đường tròn $(I_2; 2)$ và $(I_1; 1)$ sao cho $P; Q$ nằm giữa I_1 và I_2 .

$$\text{Dễ thấy } P\left(2 - \frac{2\sqrt{5}}{5}; 4 - \frac{4\sqrt{5}}{5}\right); Q\left(1 + \frac{\sqrt{5}}{5}; 2 + \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$$

$$\text{Vậy } S = \min |z| + \max |z| = OP + OQ = 3\sqrt{5} - 1.$$

Câu 8. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho số phức $w = \frac{4+iz}{1+z}$, biết các số phức z thỏa mãn

$$|z| = \sqrt{2}. \text{ Tìm giá trị lớn nhất của } |w|$$

A. $\sqrt{20}$

B. $\sqrt{20} + \sqrt{34}$.

C. $\sqrt{34}$

D. $\sqrt{34} - \sqrt{20}$

Lời giải

Chọn B

Đặt $w = x + yi$. Theo bài ra ta có:

$$w = \frac{4+iz}{1+z} \Leftrightarrow x + yi = \frac{4+iz}{1+z}$$

$$\Leftrightarrow (x + yi)(1 + z) = 4 + iz$$

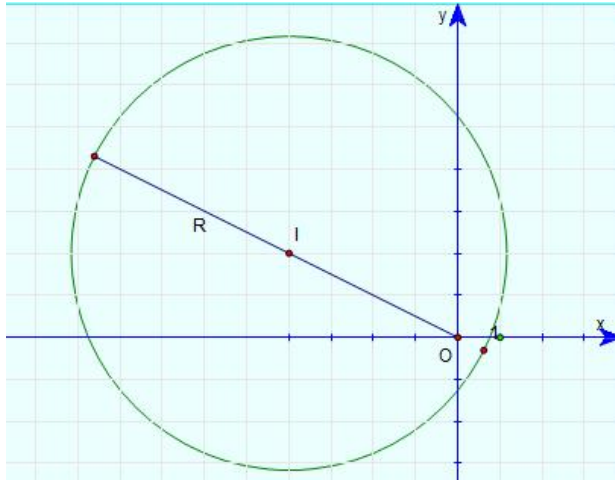
$$\Leftrightarrow z[x + (y-1)i] = [(4-x) - yi]$$

$$\Leftrightarrow |z||x + (y-1)i| = |(4-x) - yi|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sqrt{x^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(4-x)^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 8x - 4y - 14 = 0$$

Vậy tập hợp số phức w là một đường tròn tâm $I(-4; 2)$, bán kính $R = \sqrt{34}$



Khi đó giá trị lớn nhất của $|w|$ là: $|w| = R + IO = \sqrt{34} + \sqrt{20}$

Câu 9. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Xét các số phức thỏa mãn $|z - 2 + 3i| + |\bar{z} + 4 + 5i| = 10$.

Gọi m , M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của $|3z - 1 - i|$. Tính $P = m + M$.

- A. $\sqrt{135} + \sqrt{365}$. B. $2\sqrt{135} + \sqrt{365}$. C. $2 + \sqrt{365}$. D. $2 + \sqrt{135}$.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có: $|z - 2 + 3i| + |\bar{z} + 4 + 5i| = 10$

$$\Leftrightarrow |3z - (6 - 9i)| + |3\bar{z} + (12 + 15i)| = 30$$

$$\Leftrightarrow |3z - (6 - 9i)| + |3z - (-12 + 15i)| = 30 \quad (*)$$

+ Đặt $w = 3z$, gọi C , A , B lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức w , $6 - 9i$ và $-12 + 15i$.

Khi đó $(*)$ trở thành: $AC + BC = 30$.

$$+ \text{ Mặt khác: } AB = \sqrt{18^2 + 24^2} = 30.$$

Suy ra: $AC + BC = AB \Rightarrow$ điểm C chạy trên đoạn AB .

+ Lại có $|3z - 1 - i| = |w - (1 + i)| = CD$ với D là điểm biểu diễn số phức $1 + i$.

+ Ta có: $AB: 12x + 9y + 9 = 0$.

$$d(D; AB) = 2; AD = 5\sqrt{5}; BD = \sqrt{365}.$$

$$+ \text{ Suy ra } CD_{\max} = \sqrt{365} = M, CD_{\min} = 2 = m.$$

$$+ \text{ Vậy: } P = m + M = 2 + \sqrt{365}.$$

Câu 10. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tổng $M^2 + m^2$ bằng

- A. 58. B. 52. C. 65. D. 45.

Lời giải

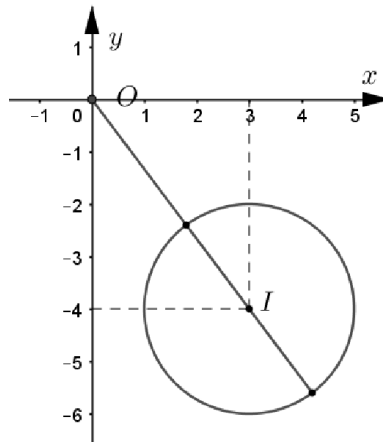
Chọn A

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } |z - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow |x - 3 + (y + 4)i| = 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + (y + 4)^2} = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4.$$

Tập hợp các số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$ là đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$ có tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 2$.



Gọi điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ là $M(x; y)$.

Khi đó $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = OM$ với O là gốc tọa độ.

$$|z|_{\max} \Leftrightarrow OM_{\max}, \text{ khi đó } OM = OI + R = \sqrt{3^2 + (-4)^2} + 2 = 7 = M$$

$$|z|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min}, \text{ khi đó } OM = OI - R = \sqrt{3^2 + (-4)^2} - 2 = 3 = m.$$

$$\text{Vậy } M^2 + m^2 = 7^2 + 3^2 = 58.$$

Câu 11. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Xét các số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} + 2| + |z - \bar{z}| = 6$.

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3 - 2i|$. Khi đó $M + m$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{53} + 3\sqrt{2}}{2}$.

B. $6\sqrt{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{53} + \sqrt{2}}{2}$.

D. $\sqrt{53} + \sqrt{5}$.

Lời giải

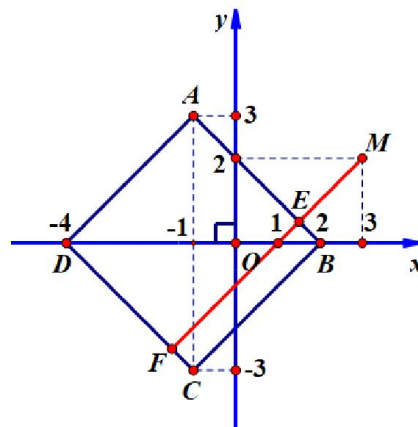
Chọn A

♦ Giả sử $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ khi đó ta có $z + \bar{z} = 2x$ và $z - \bar{z} = 2yi$ do đó từ giả thiết bài toán ta được $|z + \bar{z} + 2| + |z - \bar{z}| = 6 \Leftrightarrow |2x + 2| + |2y| = 6 \Leftrightarrow |x + 1| + |y| = 3$.

♦ Từ đây ta có bốn trường hợp sau (I): $\begin{cases} x \geq -1, y \geq 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$ (II): $\begin{cases} x \leq -1, y \leq 0 \\ x + y = -4 \end{cases}$ (III): $\begin{cases} x \geq -1, y \leq 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$ và

(IV): $\begin{cases} x \leq -1, y \geq 0 \\ x - y = -4 \end{cases}$. Hình biểu diễn của (I) là đoạn AB , của (II) là đoạn CD , của (III) là

đoạn BC và của (IV) là đoạn AD . Với $ABCD$ là hình vuông như hình vẽ.



♦ Đặt $M(3; 2)$ khi đó $P = |z - 3 - 2i| = MN$ với N là điểm thuộc cạnh của hình vuông $ABCD$.

♦ Dựng đường thẳng đi qua M và vuông góc với AB cắt AB tại E và cắt CD tại F . Từ hình vẽ ta có $\max P + \min P = ME + MD = d(M, AB) + MD = \frac{3}{\sqrt{2}} + \sqrt{53}$.

$$\text{Hay } M + m = \frac{2\sqrt{53} + 3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 12. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất?

A. $P = 8$.

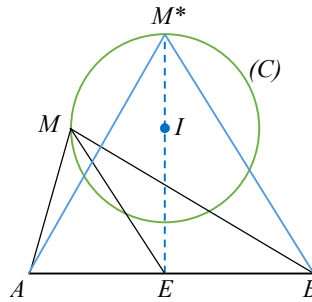
B. $P = 4$.

C. $P = 6$.

D. $P = 10$.

Lời giải

Chọn D



$$|z - 4 - 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |a - 4 + (y - 3)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 4)^2 + (y - 3)^2 = 5$$

Do đó tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(4;3)$, bán kính: $r = \sqrt{5}$

♦ Gọi $A(-1;3)$; $B(1;-1)$; $E(0;1)$ là trung điểm của AB

Nhận xét: $\overrightarrow{AB} = (2; -4)$; $\overrightarrow{IE} = (-4; -2)$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{IE} = -8 + 8 = 0 \Rightarrow IE \perp AB$

$$T = |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i| = MA + MB$$

$$\text{Xét: } T^2 = (MA + MB)^2 \leq 2(MA^2 + MB^2) = 4ME^2 + AB^2 = 4ME^2 + 20$$

$\Rightarrow$ Giá trị của $\max T$ đạt được khi $\max ME$

Khi đó điểm M thỏa mãn hệ điều kiện đẳng thức xảy ra: $\begin{cases} MA = MB \\ M \equiv M^* \end{cases}$

$$\text{Ta có: } \frac{\overline{MI}}{\overline{ME}} = \frac{r}{r + IE} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2\sqrt{5}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overline{OM} = \frac{\overline{OI} - \frac{1}{3}\overline{ME}}{1 - \frac{1}{3}} = (6; 4)$$

Vậy $\max T$ đạt được khi $z = 6 + 4i$. Khi đó: $P = a + b = 6 + 4 = 10$.

Câu 13. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Trong mặt phẳng phức Oxy , trong các số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| \leq 1$. Nếu số phức z có môđun lớn nhất thì số phức z có phần thực bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2} - 2}{2}$.

C. $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{-2 - \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } |z - (-1 + i)| \leq 1.$$

Vậy trong mặt phẳng phức Oxy , các số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| \leq 1$ là hình tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính $R = 1$.

Vậy số phức có môđun lớn nhất: $|z|_{\max} = OI + R = 1 + \sqrt{2}$.

Nếu gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức đó thì

$$\overrightarrow{OM} = \frac{OM}{OI} \cdot \overrightarrow{OI} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \overrightarrow{OI} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ y = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \end{cases}.$$

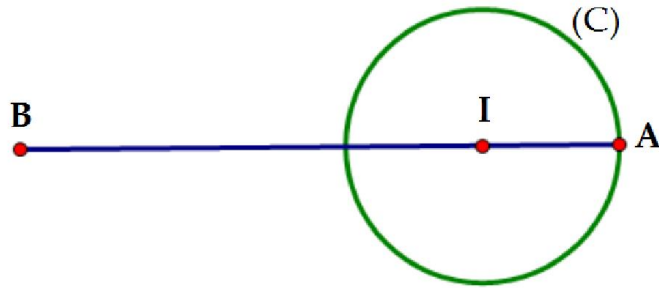
Vậy số phức có phần thực $x = -\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-2-\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho số phức z thỏa mãn $|z-3+8i|=7$ và số phức $w=-4+3i$. Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-w|$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A.** $M \in (18; 19)$. **B.** $M \in (21; 22)$. **C.** $M \in (19; 20)$. **D.** $M \in (20; 21)$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử $A(z)$. Theo giả thiết $|z-3+8i|=7 \Rightarrow A \in$ đường tròn (C) tâm $I(3;-8)$, $R=7$.

Giả sử $B(w) \Rightarrow B(-4;3) \Rightarrow \overrightarrow{IB} = (-7;11) \Rightarrow IB = \sqrt{170} > \sqrt{49} = 7 = R$. Suy ra B nằm ngoài đường tròn (C) .

Khi đó: $P=|z-w|=AB$. Suy ra: $M=P_{\max}=AB_{\max}$. Xảy ra khi và chỉ khi A là giao điểm (nằm ngoài đoạn IB) của đường thẳng IB với đường tròn (C) .

$$M=P_{\max}=AB_{\max}=IB+R=\sqrt{170}+7 \approx 20,04 \in (20; 21).$$

Câu 15. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau: $|z-1|=\sqrt{34}$, $|z+1+mi|=|z+m+2i|$ (trong đó m là số thực) và sao cho $|z_1-z_2|$ lớn nhất. Khi đó giá trị của $|z_1+z_2|$ bằng

- A.** 2. **B.** 10. **C.** $\sqrt{130}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z=x+yi(x, y \in \mathbb{R})$.

Từ giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-1)^2+y^2=34 \\ \sqrt{(x+1)^2+(y+m)^2}=\sqrt{(x+m)^2+(y+2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+y^2=34(C) \\ (2-2m)x+(2m-4)y-3=0(\Delta) \end{cases}$$

Hai số phức z_1, z_2 là hai nghiệm của hệ phương trình trên. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn cho z_1, z_2 khi đó $|z_1-z_2|=MN$.

Ta có $|z_1-z_2|$ lớn nhất khi đường thẳng (Δ) cắt đường tròn (C) theo dây cung MN có độ dài lớn nhất, tức là (Δ) đi qua tâm $I(1;0)$ của (C) .

Thay tọa độ I vào (C) ta có: $m = -\frac{1}{2}$

Với $m = -\frac{1}{2}$ giải hệ $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 34 \\ 3x - 5y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow (x; y) = \{(-4; -3); (6; 3)\}$

Giả sử $z_1 = -4 - 3i, z_2 = 6 + 3i \Rightarrow |z_1 + z_2| = 2$.

Câu 16. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $|z - 2 + 3i| = |z + i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |2z + i(1 - 2i)|$ bằng

A. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$) và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

$$|z - 2 + 3i| = |z + i| \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = x^2 + (y + 1)^2 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là $\Delta: x - y - 3 = 0$.

$$P = |2z + i(1 - 2i)| \Rightarrow \frac{P}{2} = \left| z + 1 + \frac{1}{2}i \right|$$

$$\text{Gọi } A\left(-1; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow P = 2MA.$$

Do $P_{\min} \Leftrightarrow 2MA_{\min} \Leftrightarrow M$ là hình chiếu của A lên đường thẳng Δ .

$$P_{\min} = 2d(A; \Delta) = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 17. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|(z_1 + 2 - i)(\sqrt{3} + i)| = |z_1 - \bar{z}_1|$ và $|z_2 - 3 + i| = |z_2 + 1 - 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ bằng:

A. $4\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $\frac{34}{5}$.

D. $\frac{28}{15}$.

Lời giải

Chọn D

+ Gọi $z_1 = x + yi, z_2 = x' + y'i$

+ Ta có :

$$|(z_1 + 2 - i)(\sqrt{3} + i)| = |z_1 - \bar{z}_1| \Leftrightarrow 2|z_1 + 2 - i| = |z_1 - \bar{z}_1|$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = y^2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2} \quad (P)$$

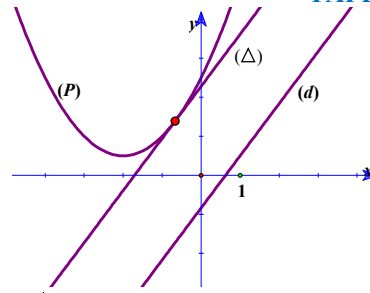
$$\text{và } |z_2 - 3 + i| = |z_2 + 1 - 2i| \Leftrightarrow 8x' - 6y' - 5 = 0 \quad (d).$$

Do đó, tập hợp các điểm biểu diễn của z_1 là $(P): y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$; tập hợp các điểm biểu diễn

của z_2 là $(d): 8x - 6y - 5 = 0$

+ Gọi (Δ) là đường thẳng tiếp xúc với (P) và song song với (d) thì (Δ) có phương trình là:

$$8x - 6y + \frac{41}{3} = 0.$$



$$\text{Vậy } \min |z_1 - z_2| = d(d, \Delta) = \frac{\left| \frac{41}{3} + 5 \right|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \frac{28}{15}$$

Câu 18. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |(1-i)z_2| = \sqrt{6}$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất $|2z_1 + z_2 - 2021|$ bằng

- A. 2044. B. $-\sqrt{23} + 2021$. C. $\sqrt{23} + 2021$. D. $2\sqrt{23} + 2021$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết thì

$$|z_1| = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 4$$

$$|(1-i)z_2| = \sqrt{6} \Leftrightarrow |z_2| = \frac{\sqrt{6}}{|1-i|} = \sqrt{3} \Rightarrow c^2 + d^2 = 3$$

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow (a-c)^2 + (b-d)^2 = 5$$

$$\text{Do đó } a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 5 \Rightarrow ac + bd = 1$$

$$\text{Ta có } 2z_1 + z_2 = (2a+c) + (2b+d)i \text{ nên}$$

$$|2z_1 + z_2|^2 = (2a+c)^2 + (2b+d)^2 = 4(a^2+b^2) + (c^2+d^2) + 4(ac+bd) = 23$$

Áp dụng bất đẳng thức $|z+z'| \leq |z| + |z'|$, ta có

$$|2z_1 + z_2 - 2021| \leq |2z_1 + z_2| + |-2021| = \sqrt{23} + 2021.$$

Câu 19. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 4$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + 2z_2 - 7i|$ bằng

- A. $7 - \sqrt{89}$. B. $7 + \sqrt{89}$. C. $7 - 2\sqrt{89}$. D. $7 + 2\sqrt{89}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết thì

$$a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 16, (a-c)^2 + (b-d)^2 = 5.$$

$$\text{Do đó } a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 5 \Rightarrow ac + bd = 6.$$

$$\text{Ta có } z_1 + 2z_2 = (a+2c) + (b+2d)i \text{ nên}$$

$$|z_1 + 2z_2| = \sqrt{(a+2c)^2 + (b+2d)^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + 4(c^2 + d^2) + 4(ac + bd)} = \sqrt{89}.$$

Áp dụng bất đẳng thức $|z+z'| \leq |z| + |z'|$, ta có ngay

$$|z_1 + 2z_2 - 7i| \leq |z_1 + 2z_2| + |-7i| = 7 + \sqrt{89}$$

Câu 20. Cho hai số phức u, v thỏa mãn $|u| = |v| = 10$ và $|3u - 4v| = 50$. Tìm Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4u + 3v - 10i|$.

- A. 30. B. 40. C. 60. D. 50.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$. Đặt $T = |3u - 4v|$, $M = |4u + 3v|$.

Khi đó $T^2 = (3u - 4v)(3\bar{u} - 4\bar{v}) = 9|u|^2 + 16|v|^2 - 12(u\bar{v} + v\bar{u})$.

Tương tự ta có $M^2 = (4u + 3v)(4\bar{u} + 3\bar{v}) = 16|u|^2 + 9|v|^2 + 12(u\bar{v} + v\bar{u})$.

Do đó $M^2 + T^2 = 25(|u|^2 + |v|^2) = 5000$.

Suy ra $M^2 = 5000 - T^2 = 5000 - 50^2 = 2500$ hay $M = 50$.

Áp dụng $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ ta có

$|4u + 3v - 10i| \leq |4u + 3v| + |-10i| = 50 + 10 = 60$.

Suy ra $\max |4u + 3v - 10i| = 60$.

Câu 21. Cho hai số phức u, v thỏa mãn $|u| = |v| = 10$ và $|3u - 4v| = 50$. Tìm Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4u + 3v - 10i|$.

A. 30.

B. 40.

C. 60.

D. 50.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$. Đặt $T = |3u - 4v|$, $M = |4u + 3v|$.

Khi đó $T^2 = (3u - 4v)(3\bar{u} - 4\bar{v}) = 9|u|^2 + 16|v|^2 - 12(u\bar{v} + v\bar{u})$.

Tương tự ta có $M^2 = (4u + 3v)(4\bar{u} + 3\bar{v}) = 16|u|^2 + 9|v|^2 + 12(u\bar{v} + v\bar{u})$.

Do đó $M^2 + T^2 = 25(|u|^2 + |v|^2) = 5000$.

Suy ra $M^2 = 5000 - T^2 = 5000 - 50^2 = 2500$ hay $M = 50$.

Áp dụng $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ ta có

$|4u + 3v - 10i| \leq |4u + 3v| + |-10i| = 50 + 10 = 60$.

Suy ra $\max |4u + 3v - 10i| = 60$.

Câu 22. Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 + i| = 1$ và $|z_2 - 2 - 3i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2|$.

A. 2.

B. $\frac{3}{2}$.

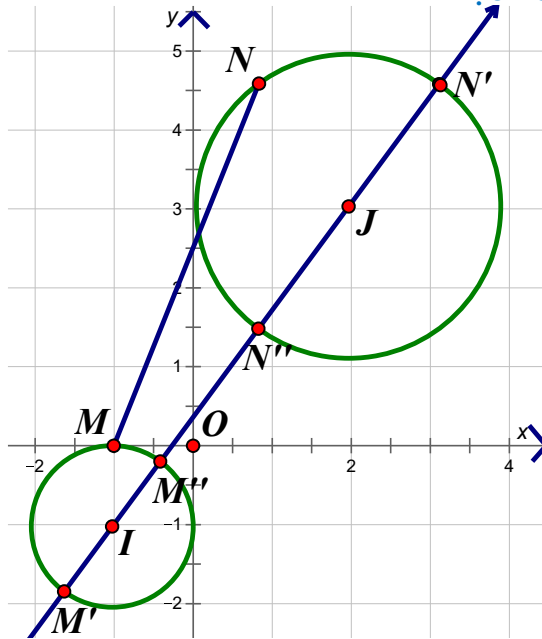
C. $\frac{5}{2}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Giả sử M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1 và z_2



$$|z_1 + 1 + i| = 1 \Rightarrow M \in (I; 1), \quad I(-1; -1)$$

$$|z_2 - 2 - 3i| = 2 \Rightarrow N \in (J; 2), \quad J(2; 3)$$

$$P = |z_1 - z_2| = MN$$

Ta thấy hai đường tròn (I) và (J) nằm ngoài nhau. Do đó

$$M''N'' \leq MN \leq M'N'.$$

$$P = |z_1 - z_2| = MN \text{ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi } M \equiv M'', N \equiv N''.$$

$$P_{\min} = IJ - R - r = 2, \quad P_{\max} = I + R + r = 8.$$

Câu 23. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai số phức z_1 có điểm biểu diễn M , số phức z_2 có điểm biểu diễn là N thỏa mãn $|z_1| = 1$, $|z_2| = 3$ và $\widehat{MON} = 120^\circ$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + 2z_2 - 3i|$ là M_0 , giá trị nhỏ nhất của $|3z_1 - 2z_2 + 1 - 2i|$ là m_0 . Biết $M_0 + m_0 = a\sqrt{7} + b\sqrt{5} + c\sqrt{3} + d$, với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c + d$?

A. 9.

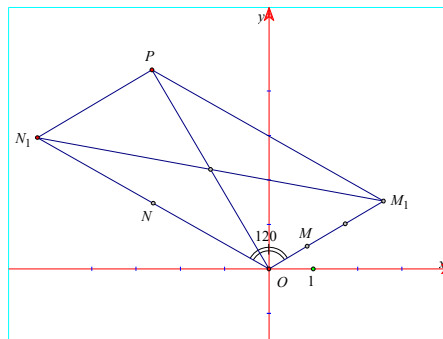
B. 8.

C. 7.

D. 6.

Lời giải

Chọn B



Gọi M_1 là điểm biểu diễn của số phức $3z_1$, suy ra $OM_1 = 3$.

Gọi N_1 là điểm biểu diễn của số phức $2z_2$, suy ra $ON_1 = 6$. Gọi P là điểm sao cho

$\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{ON_1} = \overrightarrow{OP}$. Suy ra tứ giác OM_1PN_1 là hình bình hành.

Do từ giả thiết $\widehat{MON} = 120^\circ$, suy ra $\widehat{M_1ON_1} = 120^\circ$.

Dùng định lý cosin trong tam giác OM_1N_1 ta tính được $M_1N_1 = \sqrt{9 + 36 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = 3\sqrt{7}$;

và định lí cosin trong tam giác OM_1P ta có $OP = \sqrt{9 + 36 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}} = 3\sqrt{3}$.

Ta có $M_1N_1 = |3z_1 - 2z_2| = 3\sqrt{7}$; $OP = |3z_1 + 2z_2| = 3\sqrt{3}$.

□ Tìm giá trị lớn nhất của $|3z_1 + 2z_2 - 3i|$.

Đặt $3z_1 + 2z_2 = w_1 \Rightarrow |w_1| = 3\sqrt{3}$, suy ra điểm biểu diễn w_1 là A thuộc đường tròn (C_1) tâm $O(0;0)$ bán kính $R_1 = 3\sqrt{3}$. Gọi điểm Q_1 là biểu diễn số phức $3i$.

Khi đó $|3z_1 + 2z_2 - 3i| = AQ_1$, bài toán trở thành tìm $(AQ_1)_{\max}$ biết điểm A trên đường tròn (C_1) .

Dễ thấy $(AQ_1)_{\max} = OQ_1 + R_1 = 3 + 3\sqrt{3}$.

□ Tìm giá trị nhỏ nhất của $|3z_1 - 2z_2 + 1 - 2i| = |3z_1 - 2z_2 - (-1 + 2i)|$.

Đặt $3z_1 - 2z_2 = w_2 \Rightarrow |w_2| = 3\sqrt{7}$, suy ra điểm biểu diễn w_2 là B thuộc đường tròn (C_2) tâm $O(0;0)$ bán kính $R_2 = 3\sqrt{7}$. Gọi điểm Q_2 là biểu diễn số phức $-1 + 2i$.

Khi đó $|3z_1 - 2z_2 - (-1 + 2i)| = BQ_2$, bài toán trở thành tìm $(BQ_2)_{\min}$ biết điểm B trên đường tròn (C_2) . Dễ thấy điểm Q_2 nằm trong đường tròn (C_2) nên $(BQ_2)_{\min} = R_2 - OQ_2 = 3\sqrt{7} - \sqrt{5}$.

Vậy $M_0 + m_0 = 3\sqrt{7} + 3\sqrt{3} - \sqrt{5} + 3$.

Câu 24. Xét hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1| = \sqrt{2}; |z_2| = \sqrt{5}$ và $|z_1 - z_2| = 3$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + 2z_2 - 3i|$ bằng

A. $3\sqrt{2} - 3$.

B. $3 + 3\sqrt{2}$.

C. $3 + \sqrt{26}$.

D. $\sqrt{26} - 3$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

Theo bài ra ta có:

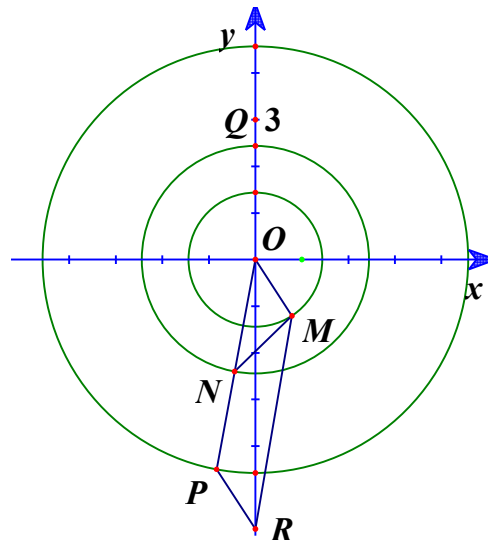
$$|z_1| = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2; |z_2| = \sqrt{5} \Leftrightarrow c^2 + d^2 = 5$$

$$|z_1 - z_2| = 3 \Leftrightarrow (a - c)^2 + (b - d)^2 = 9 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2(ac + bd) = 9 \Rightarrow ac + bd = -1$$

$$|z_1 + 2z_2| = \sqrt{(a + 2c)^2 + (b + 2d)^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + 4(c^2 + d^2) + 4(ac + bd)} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Theo tính chất $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ ta có: $|z_1 + 2z_2 - 3i| \leq |z_1 + 2z_2| + |-3i| = 3\sqrt{2} + 3$

Cách 2:



Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z_1 , M thuộc đường tròn tâm O bán kính $\sqrt{2} \Rightarrow OM = \sqrt{2}$

Gọi N là điểm biểu diễn cho số phức z_2 , N thuộc đường tròn tâm O bán kính $\sqrt{5} \Rightarrow ON = \sqrt{5}$

Suy ra $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}$ là điểm biểu diễn cho $z_1 - z_2 \Rightarrow MN = |z_1 - z_2| = 3$

Gọi P là điểm biểu diễn cho số phức $2z_2$, P thuộc đường tròn tâm O bán kính $2\sqrt{5} \Rightarrow OP = 2\sqrt{5}$

Gọi Q là điểm biểu diễn cho số phức $3i$, $Q(0;3) \Rightarrow OQ = 3$

Dựng hình bình hành $OMRP$ ta có $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP} \Rightarrow R$ là điểm biểu diễn cho số phức $z_1 + 2z_2$

$$\text{Ta có: } \cos \widehat{MON} = \frac{OM^2 + ON^2 - MN^2}{2 \cdot OM \cdot ON} = \frac{2 + 5 - 9}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{-1}{\sqrt{10}}$$

$$OR^2 = OP^2 + PR^2 - 2 \cdot OP \cdot PR \cdot \cos \widehat{OPR} = OP^2 + OM^2 + 2 \cdot OP \cdot OM \cdot \cos \widehat{MON}$$

$$\Rightarrow OR = \sqrt{20 + 2 + 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{10}}\right)} = 3\sqrt{2}$$

$$T = |z_1 + 2z_2 - 3i| = |\overrightarrow{OR} - \overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{QR}| = QR$$

T đạt giá trị lớn nhất khi QR lớn nhất $\Leftrightarrow \widehat{QOR} = 180^\circ \Rightarrow QR = OQ + OR = 3 + 3\sqrt{2}$

Vậy T đạt giá trị lớn nhất bằng $3 + 3\sqrt{2}$.

Câu 25. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 3 + 4i$ và $|z_1 - z_2| = 5$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = |z_1| + |z_2|$$

A. 10.

B. $5\sqrt{2}$.

C. 5.

D. $10\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} z_1 = a + bi \\ z_2 = c + di \end{cases} \quad (a, b, c, d \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Theo giả thiết ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = 3 + 4i \\ |z_1 - z_2| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + c = 3 \\ b + d = 4 \\ (a - c)^2 + (b - d)^2 = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Xét } P = |z_1| + |z_2| = \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \leq \sqrt{(1+1) \cdot (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)}.$$

$$\text{Mà } a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = \frac{(a+c)^2 + (b+d)^2 + (a-c)^2 + (b-d)^2}{2} = \frac{3^2 + 4^2 + 5^2}{2} = 25.$$

$$\text{Nên } P \leq 5\sqrt{2}.$$

Câu 26. Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4| = 1$ và $|iz_2 - 2| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + 2z_2 - 6i|$ bằng

A. $2\sqrt{2} - 2$.

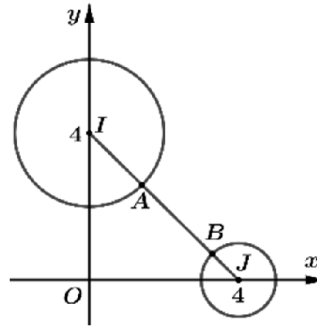
B. $4 - \sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{2} + 9$.

D. $4\sqrt{2} + 3$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $z_3 = -2z_2$, suy ra $P = |z_1 + 2z_2 - 6i| = |z_1 - (-2z_2) - 6i| = |z_1 - z_3 - 6i|$.

Và $z_2 = -\frac{1}{2}z_3$ thế vào $|iz_2 - 2| = 1 \Leftrightarrow \left| -\frac{1}{2}iz_3 - 2 \right| = 1 \Leftrightarrow \left| -\frac{1}{2}iz_3 - 2 \right| \cdot |2i| = 1 \cdot |2i| \Leftrightarrow |z_3 - 4i| = 2$.

Gọi A, B là hai điểm biểu diễn cho hai số phức z_3, z_1 .

• $|z_3 - 4i| = 2 \Rightarrow A$ thuộc đường tròn tâm $I(0; 4)$, $R_1 = 2$.

• $|z_1 - 4| = 1 \Rightarrow B$ thuộc đường tròn tâm $J(4; 0)$, $R_2 = 1$.

$\Rightarrow P = |z_1 - z_3 - 6i| \leq |z_1 - z_3| + |-6i| = AB + 6 \leq IJ + R_1 + R_2 + 6 = 4\sqrt{2} + 1 + 2 + 6 = 4\sqrt{2} + 9$.

Vậy $P_{\max} = 4\sqrt{2} + 9$.

Câu 27. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1 + 1 - 4i| = 2, |z_2 - 4 - 6i| = 1$ và $|z_3 - 1| = |z_3 - 2 + i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_3 - z_1| + |z_3 - z_2|$.

A. $\frac{\sqrt{14}}{2} + 2$.

B. $\sqrt{29} - 3$.

C. $\frac{\sqrt{14}}{2} + 2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{85} - 3$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z_1 = x_1 + y_1i$ ($x_1, y_1 \in \mathbb{R}$).

$$|z_1 + 1 - 4i| = 2 \Leftrightarrow (x_1 + 1)^2 + (y_1 - 4)^2 = 4.$$

Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z_1 là đường tròn $(C_1): (x+1)^2 + (y-4)^2 = 4$ có tâm $I_1(-1; 4)$, bán kính $R_1 = 2$.

Đặt $z_2 = x_2 + y_2i$ ($x_2, y_2 \in \mathbb{R}$).

$$|z_2 - 4 - 6i| = 1 \Leftrightarrow (x_2 - 4)^2 + (y_2 - 6)^2 = 1.$$

Vậy tập hợp điểm N biểu diễn số phức z_2 là đường tròn $(C_2): (x-4)^2 + (y-6)^2 = 1$ có tâm $I_2(4; 6)$, bán kính $R_2 = 1$.

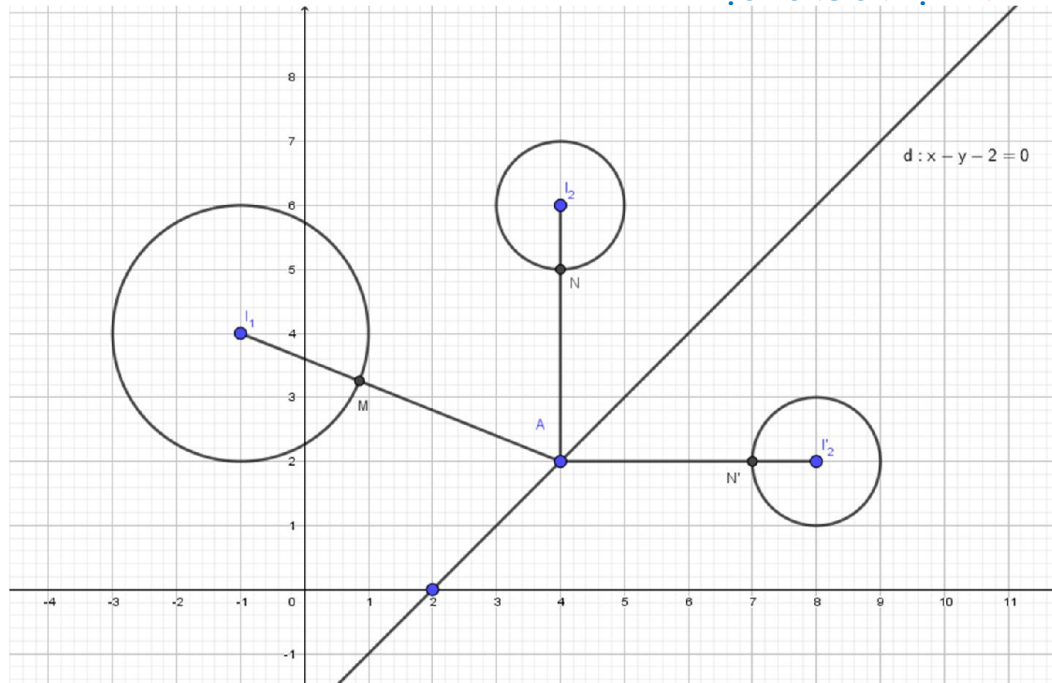
Đặt $z_3 = x_3 + y_3i$ ($x_3, y_3 \in \mathbb{R}$).

$$|z_3 - 1| = |z_3 - 2 + i| \Leftrightarrow x_3 - y_3 - 2 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm A biểu diễn số phức z_3 là đường thẳng $d: x - y - 2 = 0$.

Khi đó: $P = |z_3 - z_1| + |z_3 - z_2| = AM + AN$

Mặt khác, $d(I_1, d) = \frac{\sqrt{14}}{2} > R_1$; $d(I_2, d) = 2\sqrt{2} > R_2$ và I_1, I_2 nằm cùng phía đối với d .



Gọi (C'_2) là đường tròn đối xứng với (C_2) qua d , suy ra $(C'_2): (x-8)^2 + (y-2)^2 = 1$ và gọi N' là điểm đối xứng với N qua d . (C'_2) có tâm $I'_2(8;2)$, bán kính $R'_2 = 1$.

Ta có:

$$AM + MI_1 \geq AI_1 \Rightarrow AM \geq AI_1 - MI_1 = AI_1 - 2.$$

$$AN + NI_2 = AN' + N'I'_2 \geq AI'_2 \Rightarrow AN' \geq AI'_2 - N'I'_2 = AI'_2 - 1.$$

Suy ra $P = AM + AN = AM + AN' \geq AI_1 + AI'_2 - 3 \geq I_1I'_2 - 3 = \sqrt{85} - 3$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 3 điểm I_1, A, I'_2 thẳng hàng.

Vậy $\min P = \sqrt{85} - 3$.

Câu 28. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương - 2021) Biết số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $T = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{33}$.

B. $|z| = 5\sqrt{2}$.

C. $|z| = 50$.

D. $|z| = \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi số phức $z = x + yi$ ($x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có } |z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |x + yi - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(3;4)$, bán kính $R = \sqrt{5}$ (1)

$$\text{Mà } T = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = |x + yi + 2|^2 - |x + yi - i|^2 = (x+2)^2 + y^2 - [x^2 + (y-1)^2]$$

$$\Leftrightarrow T = 4x + 2y + 3 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 - T = 0$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 4x + 2y + 3 - T = 0$ (2)

Do tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn hai điều kiện (1) và (2) nên (C) và d có điểm

$$\text{chung} \Leftrightarrow d(I, d) \leq R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 - T|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow |23 - T| \leq 10 \Leftrightarrow 13 \leq T \leq 33$$

$$\Rightarrow \text{Max} T = 33 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5 \\ 4x + 2y - 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow z = 5 + 5i \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}.$$

Câu 29. (THPT Ngô Quyền - Quảng Ninh - 2021) Cho Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1|^2 - |z_1 + 2i|^2 = 1$; $|z_2 - 3 - i| = \sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 - z_2|$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

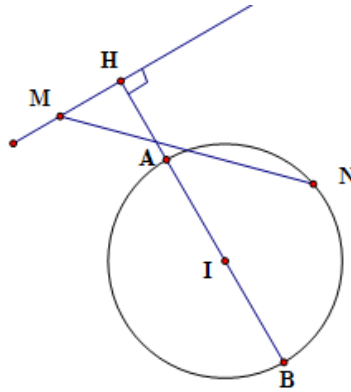
B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $z_1 = x_1 + iy_1, (x_1, y_1 \in \mathbb{R})$, $z_2 = x_2 + iy_2, (x_2, y_2 \in \mathbb{R})$ khi đó $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 trong mặt phẳng Oxy .

Ta có $|z_1 - 1|^2 - |z_1 + 2i|^2 = 1 \Leftrightarrow |x_1 - 1 + iy_1|^2 - |x_1 + i(y_1 + 2)|^2 = 1 \Leftrightarrow x_1 + 2y_1 + 2 = 0$. Suy ra M thuộc đường thẳng $\Leftrightarrow \Delta: x + 2y + 2 = 0$.

Mặt khác $|z_2 - 3 - i| = \sqrt{5}$ Suy ra N thuộc đường tròn tâm $I(3; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Ta có $d(I, \Delta) = \frac{7\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \Delta$ không cắt đường tròn.

Khi đó $P = |z_1 - z_2| = MN \geq AH \Rightarrow MN_{\min} = AH = IH - IA = d(I, \Delta) - R = \frac{7\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.