
- Câu 1.** Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một lớp có 20 học sinh, trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm thủ quỹ ?
A. A_{20}^3 . **B.** C_{20}^3 . **C.** 20^3 . **D.** 3^{20} .
- Câu 2.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ công bội $q = -\frac{1}{3}$. Tính u_4 .
A. $-\frac{1}{27}$. **B.** $-\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{27}$.
- Câu 3.** Nghiệm của phương trình $2^x = 4$ là
A. $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = -2$.
- Câu 4.** Thể tích khối chóp có đường cao bằng a và diện tích đáy bằng $2a^2\sqrt{3}$ là
A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{5a^3}{\sqrt{3}}$.
- Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2)$ là.
A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.
- Câu 6.** Khẳng định nào sau đây là **sai**?
A. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(u)du = F(u) + C$.
B. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).
C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.
D. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
- Câu 7.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 25$ và chiều cao $h = 7$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A. 32 **B.** $\frac{175}{3}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** 175.
- Câu 8.** Cho khối trụ có độ dài đường sinh $l = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy $r = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. **B.** $2\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3$.
- Câu 9.** Gọi R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích khối cầu. Công thức nào sau **sai**?
A. $S = \pi R^2$. **B.** $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $S = 4\pi R^2$. **D.** $3V = S.R$.
- Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	4	-1	4	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.
- B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.
- D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 11. Với a là một số thực dương tùy ý, $\log_2(8a^3)$ bằng

- A. $\frac{3}{2}\log_2 a$.
- B. $\frac{1}{3}\log_2 a$.
- C. $3+3\log_2 a$.
- D. $3\log_2 a$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của một hình nón có độ dài đường sinh $l(m)$, bán kính đáy $\frac{3}{\pi}(m)$ là:

- A. $6\pi l (m^2)$.
- B. $6l (m^2)$.
- C. $3l (m^2)$.
- D. $3\pi l (m^2)$.

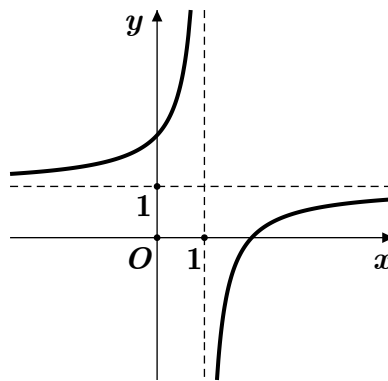
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			-6			$+\infty$		
			$-\frac{25}{4}$		$-\frac{25}{4}$				

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

- A. $-\frac{25}{4}$.
- B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- C. -6 .
- D. 0 .

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{x-2}{x-1}$.
- B. $y = \frac{x-2}{x+1}$.
- C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.
- D. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-2x}$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$.
- B. $y = \frac{1}{2}$.
- C. $x = -\frac{1}{2}$.
- D. $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 16. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$ là

- A. 2 .
- B. 3 .
- C. 1 .
- D. 4 .

Câu 17. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + 3x^2 - 4$ với trục hoành là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 18. Biết $\int_0^3 f(x)dx = \frac{5}{3}$ và $\int_0^4 f(t)dt = \frac{3}{5}$. Tính $\int_3^4 f(u)du$.

A. $\frac{8}{15}$.B. $\frac{14}{15}$.C. $-\frac{17}{15}$.D. $-\frac{16}{15}$.

Câu 19. Mô đun của số phức $z = (3 + 2i)i$ là

A. 3.

B. 2.

C. $\sqrt{13}$.

D. 5.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

A. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.B. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$.C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -i$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(-1; 0)$.B. $N(0; -1)$.C. $P(1; 0)$.D. $Q(0; 1)$.

Câu 22. Trên không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 5; -3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là:

A. $(2; 5; 0)$.B. $(0; 5; -3)$.C. $(2; 0; -3)$.D. $(2; 5; -3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2z - 4 = 0$. Tâm và bán kính của mặt cầu (S) lần lượt là

A. $I(2; -4; 1), R = 5$.B. $I(-2; 4; -1), R = 25$.C. $I(2; -4; 1), R = \sqrt{21}$ D. $I(-2; 4; -1), R = 21$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4z + 2 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (3; -4; 2)$.B. $\vec{n}_2 = (-3; 0; 4)$.C. $\vec{n}_3 = (3; -4; 0)$.D. $\vec{n}_4 = (4; 0; -3)$.

Câu 25. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$ và

$$\Delta_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \text{ là}$$

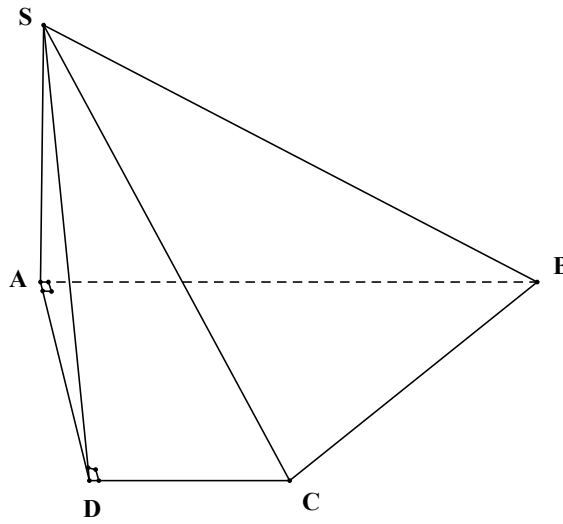
A. Song song.

B. Chéo nhau.

C. Cắt nhau.

D. Trùng nhau.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D có $AB = 2AD = 2DC = a$ (Hình vẽ minh họa). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng



- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) = (2x-3)(x+1)^2(x-2)^3(4-x)$. Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

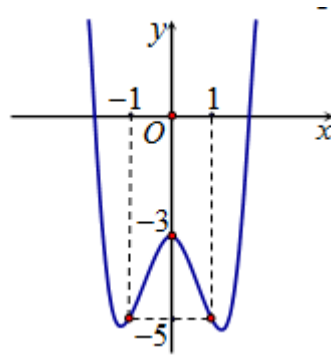
Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ trên đoạn $[-4; 0]$ bằng

- A. 20. B. 13. C. -3. D. -7.

Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $P = 6\log_a b$. B. $9\log_a b$. C. $15\log_a b$. D. $27\log_a b$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$, có đồ thị hình vẽ dưới đây. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?



- A. $m = -3$. B. $m = -4$. C. $m = 0$. D. $m = 4$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2(2x) - 5\log_2 x - 5 \geq 0$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [16; +\infty)$. B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (16; +\infty)$.
C. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [16; +\infty)$. D. $\left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (16; +\infty)$.

Câu 32. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $\sqrt{2}\pi a^2$. B. $2\sqrt{2}\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $4\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 33. Xét $\int_{-1}^1 x^2 \sqrt{(2+x^3)^5} dx$, nếu đặt $u = 2+x^3$ thì $\int_{-1}^1 x^2 \sqrt{(2+x^3)^5} dx$ bằng

A. $\int_{-1}^1 \sqrt{u^5} du$. B. $\frac{1}{3} \int_{-1}^1 \sqrt{u^5} du$. C. $\int_1^3 \sqrt{u^5} du$. D. $\frac{1}{3} \int_1^3 \sqrt{u^5} du$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2 + 3x + 1, y = x^3 + 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây ?

A. $S = \pi \int_{-1}^3 (x^3 - 2x^2 - 3x)^2 dx$.
 B. $S = \int_{-1}^3 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx$.
 C. $S = \int_{-1}^0 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx + \int_0^3 (2x^2 + 3x - x^3) dx$.
 D. $S = \int_{-1}^0 (2x^2 + 3x - x^3) dx + \int_0^3 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $z_1 z_2$.

A. -4 . B. -2 . C. 2 . D. -6 .

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình: $z^2 - 4z + 9 = 0$. Tìm tọa độ của điểm biểu diễn số phức $\omega = (1 + i)z_0$.

A. $(2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5})$. B. $(2 + \sqrt{5}; 2 - \sqrt{5})$.
 C. $(2 - \sqrt{5}; -2 - \sqrt{5})$. D. $(2 + \sqrt{5}; -2 - \sqrt{5})$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(Q): 3x - 2y + 4z - 4 = 0$. B. $(Q): 3x + 2y + 4z + 8 = 0$.
 C. $(Q): 3x + 2y + 4z + 4 = 0$. D. $(Q): 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai

điểm N và M sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

A. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$. B. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.
 C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$. D. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 39. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lấy từ tập S . Xác suất để được một số chia hết cho 6 bằng

A. $\frac{17}{120}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{3}{20}$. D. $\frac{7}{40}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SA biết

$AD = a\sqrt{3}, AB = a$. Khi đó khoảng cách từ C đến (MBD) là:

A. $\frac{2a\sqrt{15}}{10}$. B. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. C. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{39}}{26}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = mx^3 + 3mx^2 + 3x + 1$. Tìm tập hợp tất cả các số thực m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \geq 1 \vee m \leq 0$. B. $0 \leq m < 1$ C. $0 \leq m \leq 1$. D. $0 < m \leq 1$.

Câu 42. Bạn Việt trúng tuyển vào trường Đại học Kinh tế quốc dân nhưng vì lý do không đủ tiền đóng học phí nên Việt quyết định vay ngân hàng trong 4 năm, mỗi năm vay 4 triệu đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Ngay sau khi tốt nghiệp đại học bạn Việt thực hiện trả góp hàng tháng cho ngân hàng số tiền (không đổi) với lãi suất theo cách tính mới là 0,25%/tháng, trong vòng 5 năm. Tính số tiền mà bạn Việt phải trả cho ngân hàng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) hàng tháng là?

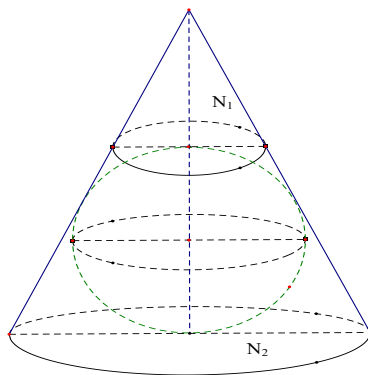
- A. 323.582 đồng. B. 398.402 đồng. C. 309.718 đồng. D. 312.518 đồng.

Câu 43. Cho hai hàm số $y = x^6 + 6x^4 + 6x^2 + 1$ và $y = x^3 \sqrt{m-15x} (m+3-15x)$ có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn

$[-2020; 2020]$ để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt. Số phần tử của tập hợp S bằng

- A. 2010. B. 2009. C. 2008. D. 2007.

Câu 44. Một hình nón bị cắt bởi mặt phẳng (P) song song với đáy. Mặt phẳng (P) chia hình nón làm hai phần (N_1) và (N_2) . Cho hình cầu nội tiếp (N_2) như hình vẽ sao cho thể tích hình cầu bằng một nửa thể tích của (N_2) . Một mặt phẳng đi qua trục hình nón và vuông góc với đáy cắt (N_2) theo thiết diện là hình thang cân, tang góc nhọn của hình thang cân là



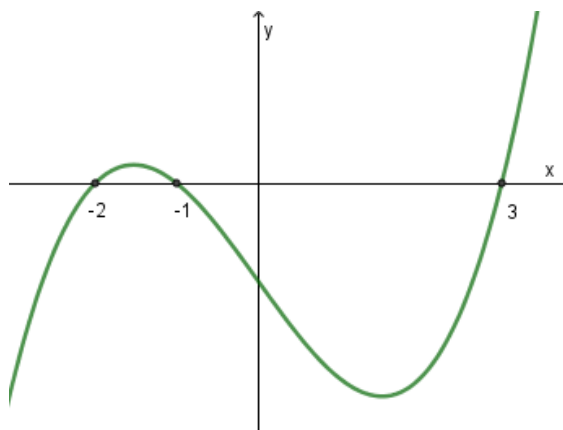
- A. 2. B. 4. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính tích

phân $I = \int_0^1 f(x) dx$

- A. 6. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[1; 2020]$ để hàm số $g(x) = f(x^4 - 2x^2 + m)$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S là?



- A. 2041200. B. 2041204. C. 2041195. D. 2041207.

Câu 47. Cho hai số thực $x; y$ thỏa mãn

$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5 - x)(1 + x)] = 2 \log_3 \frac{5 + 4x - x^2}{3} + \log_2(2y + 8)^2$. Gọi S là tập hợp tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - m \right|$ không vượt quá 10. Hỏi S có bao nhiêu tập con khác rỗng.

- A. 2047. B. 16383. C. 16384. D. 32.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \left| m(x^2 - 2x + 3) - 5m + 1 \right|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 7. Tổng các phần tử của S bằng

- A. $-\frac{1}{3}$. B. 2. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V . Điểm P là trung điểm của SC . Mặt phẳng (α) qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỷ số $\frac{V_1}{V}$?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 50. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\frac{1}{3} < b < a < 1$ và biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4a^3} \right) + 12 \log_{\frac{b}{a}}^2 a$ có giá trị nhỏ nhất. Tính $\frac{b}{a}$.

- A. $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$. B. $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$. C. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. D. 2.

----- Hết -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.A	5.A	6.C	7.D	8.B	9.A	10.D
11.C	12.C	13.A	14.A	15.D	16.D	17.B	18.D	19.C	20.C
21.B	22.C	23.A	24.B	25.B	26.D	27.B	28.D	29.A	30.C
31.C	32.B	33.D	34.C	35.D	36.B	37.D	38.B	39.B	40.B
41.C	42.C	43.D	44.A	45.A	46.B	47.B	48.C	49.C	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một lớp có 20 học sinh, trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm thủ quỹ ?

A. A_{20}^3 .

B. C_{20}^3 .

C. 20^3 .

D. 3^{20} .

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách chọn ra ba bạn từ một lớp có 20 bạn trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm thủ quỹ là một chỉnh hợp chập 3 của 20.

Nên số cách chọn ra là A_{20}^3 .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ công bội $q = -\frac{1}{3}$. Tính u_4 .

A. $-\frac{1}{27}$.

B. $-\frac{1}{9}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{27}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^x = 4$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $x = -1$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Thể tích khối chóp có đường cao bằng a và diện tích đáy bằng $2a^2\sqrt{3}$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{5a^3}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2a^2\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2)$ là.

A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(u)du = F(u) + C$.

B. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.

$$\text{D. } \int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$$

Lời giải

Chọn C

Các nguyên hàm sai khác nhau hằng số nên C là đáp án sai.

Câu 7. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 25$ và chiều cao $h = 7$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 32

B. $\frac{175}{3}$.

C. $\frac{32}{3}$.

D. 175.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ là $V = B.h = 25.7 = 175$.

Câu 8. Cho khối trụ có độ dài đường sinh $l = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy $r = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.

B. $2\sqrt{3}\pi a^3$.

C. $\sqrt{3}\pi a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{2}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có chiều cao khối trụ $h = l = a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối trụ đã cho là $V = \pi r^2 h = \pi (a\sqrt{2})^2 a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 9. Gọi R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích khối cầu. Công thức nào sau **sai**?

A. $S = \pi R^2$.

B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

C. $S = 4\pi R^2$.

D. $3V = S.R$.

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A ta có πR^2 là diện tích hình tròn nên A sai.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		4		-1		4		$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta được hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 11. Với a là một số thực dương tùy ý, $\log_2(8a^3)$ bằng

A. $\frac{3}{2}\log_2 a$.

B. $\frac{1}{3}\log_2 a$.

C. $3 + 3\log_2 a$.

D. $3\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Với a là một số thực dương tùy ý, ta có: $\log_2(8a^3) = \log_2 8 + \log_2 a^3 = 3 + 3\log_2 a$.

- Câu 12.** Diện tích xung quanh của một hình nón có độ dài đường sinh $l(m)$, bán kính đáy $\frac{3}{\pi}(m)$ là:
- A. $6\pi l (m^2)$. B. $6l (m^2)$. **C. $3l (m^2)$.** D. $3\pi l (m^2)$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của một hình nón có độ dài đường sinh $l(m)$, bán kính đáy $\frac{3}{\pi}(m)$ là:

$$S_{xq} = \pi \cdot \frac{3}{\pi} \cdot l = 3l (m^2).$$

- Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			-6			$+\infty$		
			$-\frac{25}{4}$		$-\frac{25}{4}$				

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

- A. $-\frac{25}{4}$.** B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. -6 . D. 0 .

Lời giải

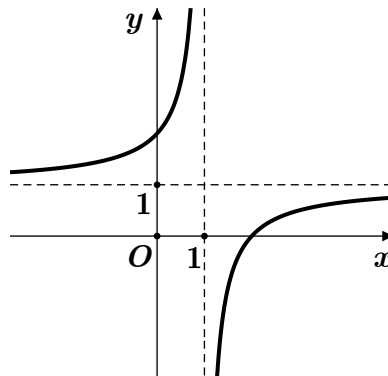
Chọn A

Dựa vào BBT ta có đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ và $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ và $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó giá trị cực tiểu của hàm số bằng $y\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{25}{4}$.

- Câu 14.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{x-2}{x-1}$.** B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số hữu tỉ bậc 1 trên bậc 1, đồ thị có các đường tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$ nên chỉ có hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{1-2x}$ là

A. $x=\frac{1}{2}$.

B. $y=\frac{1}{2}$.

C. $x=-\frac{1}{2}$.

D. $y=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 16. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bất phương trình } \log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \leq 4 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x > 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 3 < x \leq 7 \end{cases} \text{ nên ta chọn } x \in \{4; 5; 6; 7\}.$$

Vậy bất phương trình đã cho có tất cả 4 nghiệm nguyên.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4+3x^2-4$ với trục hoành là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4+3x^2-4$ với trục hoành là số nghiệm của phương trình:
 $x^4+3x^2-4=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Câu 18. Biết $\int_0^3 f(x)dx = \frac{5}{3}$ và $\int_0^4 f(t)dt = \frac{3}{5}$. Tính $\int_3^4 f(u)du$.

A. $\frac{8}{15}$.

B. $\frac{14}{15}$.

C. $-\frac{17}{15}$.

D. $-\frac{16}{15}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_0^4 f(u)du = \int_0^3 f(u)du + \int_3^4 f(u)du$$

$$\Leftrightarrow \int_3^4 f(u)du = \int_0^4 f(u)du - \int_0^3 f(u)du$$

$$\Leftrightarrow \int_3^4 f(u)du = \int_0^4 f(t)dt - \int_0^3 f(x)dx$$

$$\Leftrightarrow \int_3^4 f(u)du = \frac{3}{5} - \frac{5}{3} = -\frac{16}{15}.$$

Câu 19. Mô đun của số phức $z=(3+2i)i$ là

A. 3.

B. 2.

C. $\sqrt{13}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = (3 + 2i)i = 3i + 2i^2 = -2 + 3i$

Vậy $|z| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

A. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

B. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$.

C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Lời giải

Chọn C

$$z = \frac{z_2}{z_1} = \frac{3-i}{1+2i} = \frac{(1-2i)(3-i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{1-7i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i.$$

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -i$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(-1; 0)$.

B. $N(0; -1)$.

C. $P(1; 0)$.

D. $Q(0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z = -i$ là điểm $N(0; -1)$.

Câu 22. Trên không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 5; -3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là:

A. $(2; 5; 0)$.

B. $(0; 5; -3)$.

C. $(2; 0; -3)$.

D. $(2; 5; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 5; -3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(2; 0; -3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2z - 4 = 0$. Tâm và bán kính của mặt cầu (S) lần lượt là

A. $I(2; -4; 1), R = 5$.

B. $I(-2; 4; -1), R = 25$.

C. $I(2; -4; 1), R = \sqrt{21}$

D. $I(-2; 4; -1), R = 21$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -4; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 1^2 - (-4)} = 5$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4z + 2 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (3; -4; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (-3; 0; 4)$.

C. $\vec{n}_3 = (3; -4; 0)$.

D. $\vec{n}_4 = (4; 0; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 25. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$ và

$$\Delta_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \text{ là}$$

A. Song song.

B. Chéo nhau.

C. Cắt nhau.

D. Trùng nhau.

Lời giải

Chọn B

Vector chỉ phương của đường thẳng $\Delta_1: \vec{u}_1 = (2; 3; 4)$.

Vector chỉ phương của đường thẳng $\Delta_2: \vec{u}_2 = (1; 1; 2)$.

Ta có $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{1} \neq \frac{4}{2}$ nên $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ không cùng phương.

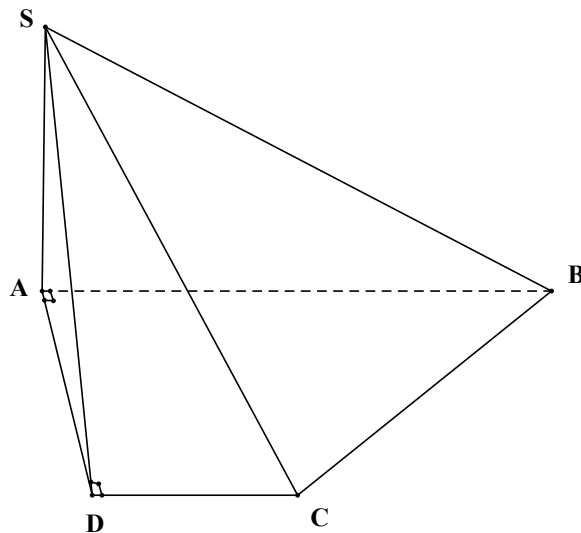
$$\Delta_1: \begin{cases} x = 2s \\ y = -2 + 3s \\ z = 4s \end{cases}$$

$$\text{Ta xét hệ phương trình: } \begin{cases} 2s = 1 + t \\ -2 + 3s = 2 + t \\ 4s = 1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2s - t = 1 \\ 3s - t = 4 \\ 4s - 2t = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 3 \\ t = 5 \\ 4 \cdot 3 - 2 \cdot 5 \neq -1 \end{cases}$$

Nên hệ phương trình vô nghiệm.

Vậy Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D có $AB = 2AD = 2DC = a$ (Hình vẽ minh họa). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng



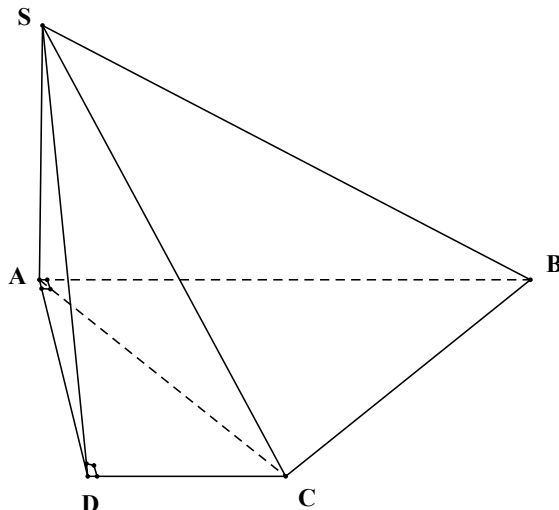
A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(SBC) \cap (ABCD) = BC$.

Vì $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D có $AB = 2AD = 2DC = a \Rightarrow AC \perp BC$ (1).

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $BC \perp SC$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SCA}$.

Trong tam giác vuông DAC có $AD = DC = \frac{a}{2} \Rightarrow AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong tam giác vuông ASC có $SA = AC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) = (2x-3)(x+1)^2(x-2)^3(4-x)$. Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	0	-	

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ (+) sang (-) qua hai điểm $x = \frac{3}{2}$ và $x = 4$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực đại

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ trên đoạn $[-4; 0]$ bằng

A. 20.

B. 13.

C. -3.

D. -7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (\text{Loại}) \\ x = -3 & (\text{TM}) \end{cases}$

$f(-4) = 13$; $f(0) = -7$; $f(-3) = 20$

Vậy GTNN của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ trên đoạn $[-4; 0]$ là -7.

Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P = 6 \log_a b$.

B. $9 \log_a b$.

C. $15 \log_a b$.

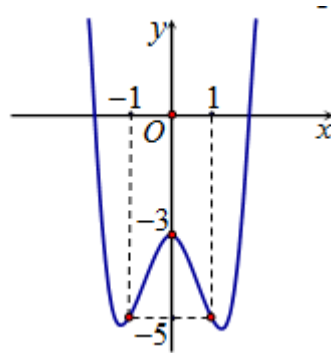
D. $27 \log_a b$.

Lời giải

Chọn A

$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + 3 \log_a b = 6 \log_a b$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$, có đồ thị hình vẽ dưới đây. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?



A. $m = -3$.

B. $m = -4$.

C. $m = 0$.

D. $m = 4$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = -m - 3$ (1).

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số điểm chung của đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -m - 3$

Khi đó dựa vào đồ thị phương trình đã cho thì phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt khi $-m - 3 = -3 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log^2_2(2x) - 5\log_2 x - 5 \geq 0$ là

A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [16; +\infty)$.

B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (16; +\infty)$.

C. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [16; +\infty)$.

D. $\left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (16; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Viết lại bất phương trình:

$$\log^2_2(2x) - 5\log_2 x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 - 5\log_2 x - 5 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \log^2_2 x - 3\log_2 x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \leq -1 \\ \log_2 x \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 16 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình là: $T = \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [16; +\infty)$.

Câu 32. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\sqrt{2}\pi a^2$.

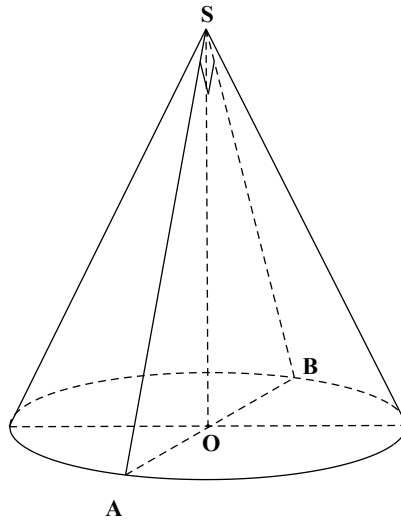
B. $2\sqrt{2}\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $4\sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Thiết diện qua trục là tam giác $\triangle SAB$ vuông cân tại S , có $AB = 2a\sqrt{2}$ nên bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = a\sqrt{2}$

$$\text{Đường sinh } l = SA = \sqrt{\frac{AB^2}{2}} = \sqrt{\frac{(2a\sqrt{2})^2}{2}} = 2a$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a\sqrt{2} \cdot 2a = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 33. Xét $\int_{-1}^1 x^2 \sqrt{(2+x^3)^5} dx$, nếu đặt $u = 2+x^3$ thì $\int_{-1}^1 x^2 \sqrt{(2+x^3)^5} dx$ bằng

A. $\int_{-1}^1 \sqrt{u^5} du$.

B. $\frac{1}{3} \int_{-1}^1 \sqrt{u^5} du$.

C. $\int_1^3 \sqrt{u^5} du$.

D. $\frac{1}{3} \int_1^3 \sqrt{u^5} du$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } u = 2 + x^3 \Rightarrow du = 3x^2 dx$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u=3 \\ u=1 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } \int_{-1}^1 x^2 \sqrt{2+x^3} dx = \frac{1}{3} \int_1^3 \sqrt{u^5} du.$$

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2 + 3x + 1$, $y = x^3 + 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây ?

A. $S = \pi \int_{-1}^3 (x^3 - 2x^2 - 3x)^2 dx$.

B. $S = \int_{-1}^3 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx$.

C. $S = \int_{-1}^0 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx + \int_0^3 (2x^2 + 3x - x^3) dx$.

D. $S = \int_{-1}^0 (2x^2 + 3x - x^3) dx + \int_0^3 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = 2x^2 + 3x + 1, y = x^3 + 1$ là

$$2x^2 + 3x + 1 = x^3 + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có: $x^3 - 2x^2 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$

Diện tích S của hình phẳng là:

$$S = \int_{-1}^3 \left| (x^3 + 1) - (2x^2 + 3x + 1) \right| dx = \int_{-1}^3 |x^3 - 2x^2 - 3x| dx$$

$$= \int_{-1}^0 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx + \int_0^3 (2x^2 + 3x - x^3) dx$$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $z_1 z_2$.

A. -4.

B. -2.

C. 2.

D. -6.

Lời giải

Chọn D

$$z_1 z_2 = (3 - i)(-1 + i) = (3 - i)(-1 - i) = -4 - 2i$$

Tổng phần thực và phần ảo là -6

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình: $z^2 - 4z + 9 = 0$. Tìm tọa độ của điểm biểu diễn số phức $\omega = (1 + i)z_0$.

A. $(2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5})$.

B. $(2 + \sqrt{5}; 2 - \sqrt{5})$.

C. $(2 - \sqrt{5}; -2 - \sqrt{5})$.

D. $(2 + \sqrt{5}; -2 - \sqrt{5})$.

Lời giải

Chọn B

$$z^2 - 4z + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + \sqrt{5}i \\ z = 2 - \sqrt{5}i \end{cases}$$

Vì z_0 có phần ảo nên $z_0 = 2 - \sqrt{5}i$

$$\omega = (1 + i)z_0 = (1 + i)(2 - \sqrt{5}i) = 2 + \sqrt{5} + (2 - \sqrt{5})i$$

Tọa độ điểm biểu diễn ω là $(2 + \sqrt{5}; 2 - \sqrt{5})$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(Q): 3x - 2y + 4z - 4 = 0$.

B. $(Q): 3x + 2y + 4z + 8 = 0$.

C. $(Q): 3x + 2y + 4z + 4 = 0$.

D. $(Q): 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1

+ Do $(Q) \parallel (P)$ nên mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; -2; 4)$.

+ Phương trình mặt phẳng $(Q): 3(x - 2) - 2(y + 1) + 4(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 4z + 4 = 0$

Cách 2

+ Do $(Q) \parallel (P)$ nên mặt phẳng (Q) có phương trình: $3x - 2y + 4z + C = 0, C \neq -5$

+ Mặt phẳng (Q) đi qua A , ta có: $3.2 + 2.1 - 4.3 + C = 0 \Leftrightarrow C = 4$.

Vậy: Phương trình mặt phẳng (Q) : $3x - 2y + 4z + 4 = 0$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$

và đường thẳng d : $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai

điểm N và M sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

A. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.

B. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.

D. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $M = (d) \cap (\Delta) \Rightarrow M \in (d)$. Giả sử $M(-2 + 2t; 1 + t; 1 - t)$, $t \in \mathbb{R}$

Do A là trung điểm MN nên $N(4 - 2t; 5 - t; t + 3)$.

Mà $N \in (P)$ nên ta có phương trình $2(4 - 2t) - (5 - t) + (t + 3) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Do đó $M(-6; -1; 3)$.

$\overrightarrow{MA} = (7; 4; -1)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 39. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lấy từ tập S . Xác suất để được một số chia hết cho 6 bằng

A. $\frac{17}{120}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{3}{20}$.

D. $\frac{7}{40}$.

Lời giải

Gọi số viết được có dạng $X = \overline{abc}$. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_6^3 = 120$.

Gọi T là biến cố: “Số được viết là một số có 3 chữ số khác nhau chia hết cho 6”.

TH1: $X = \overline{ab2}$:

Ta suy ra $a + b$ chia cho 3 dư 1 nên $(a; b) \in \{(1; 3), (1; 6), (3; 4), (4; 6)\} \Rightarrow$ Số các kết quả thuận lợi của biến cố T là 8.

TH2: $X = \overline{ab4}$:

Ta suy ra $a + b$ chia cho 3 dư 2 nên $(a; b) \in \{(2; 3), (2; 6), (3; 5), (5; 6)\} \Rightarrow$ Số các kết quả thuận lợi của biến cố T là 8.

TH3: $X = \overline{ab6}$:

Ta suy ra $a + b$ chia cho 3 dư 0 nên $(a; b) \in \{(1; 2), (1; 5), (2; 4), (4; 5)\} \Rightarrow$ Số các kết quả thuận lợi của biến cố T là 8.

Tổng các kết quả thuận lợi của biến cố T là $n(T) = 24$. Xác suất cần tìm là

$$P(T) = \frac{n(T)}{n(\Omega)} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}.$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SA biết $AD = a\sqrt{3}, AB = a$. Khi đó khoảng cách từ C đến (MBD) là:

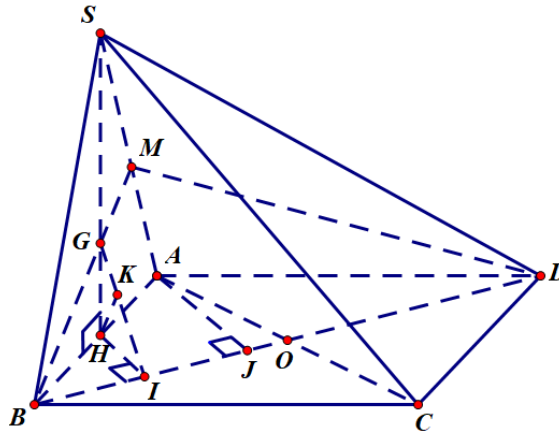
A. $\frac{2a\sqrt{15}}{10}$.

B. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

C. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

D. $\frac{a\sqrt{39}}{26}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ (Vì $(SAB) \perp (ABCD)$)

Gọi G là trọng tâm tam giác SAB , suy ra G là giao điểm của SH và BM

Gọi O là giao điểm của AC và BD , suy ra O là trung điểm của AC

$$\Rightarrow d(C; (MBD)) = d(A; (MBD))$$

Từ H kẻ $HI \perp BD$, ta có $\begin{cases} BD \perp HI \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI) \Rightarrow (MBD) \perp (SHI)$

Từ H kẻ $HK \perp GI \Rightarrow HK \perp (MBD) \Rightarrow HK = d(H; (MBD))$

$$\text{Gọi } AJ \text{ là đường cao trong } \triangle ABD \Rightarrow \frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ta có: } HI = \frac{1}{2} AJ = \frac{a\sqrt{3}}{4}; \quad HG = \frac{1}{3} HS = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } GHI, \text{ có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HG^2} = \frac{16}{3a^2} + \frac{36}{3a^2} = \frac{52}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{39}}{26}$$

$$\text{Do } H \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow d(A; (MBD)) = 2d(H; (MBD)) = 2HK = \frac{a\sqrt{39}}{13}$$

$$\text{Vậy } d(C; (MBD)) = d(A; (MBD)) = \frac{a\sqrt{39}}{13}.$$

Câu 41. Cho hàm số $y = mx^3 + 3mx^2 + 3x + 1$. Tìm tập hợp tất cả các số thực m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \geq 1 \vee m \leq 0$.

B. $0 \leq m < 1$

C. $0 \leq m \leq 1$.

D. $0 < m \leq 1$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = 3mx^2 + 6mx + 3.$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Với $m = 0$, ta có $y' = 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Nên $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\text{Với } m \neq 0, \text{ ta có } y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 9m^2 - 9m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 \leq m \leq 1 \end{cases},$$

Vậy $0 \leq m \leq 1$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- Câu 42.** Bạn Việt trúng tuyển vào trường Đại học Kinh tế quốc dân nhưng vì lý do không đủ tiền đóng học phí nên Việt quyết định vay ngân hàng trong 4 năm, mỗi năm vay 4 triệu đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Ngay sau khi tốt nghiệp đại học bạn Việt thực hiện trả góp hàng tháng cho ngân hàng số tiền (không đổi) với lãi suất theo cách tính mới là 0,25%/tháng, trong vòng 5 năm. Tính số tiền mà bạn Việt phải trả cho ngân hàng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) hàng tháng là?
- A. 323.582 đồng. B. 398.402 đồng. **C. 309.718 đồng.** D. 312.518 đồng.

Lời giải

Tổng tiền Việt nợ sau 4 năm: $A = 4(1+0,03)^4 + 4(1+0,03)^3 + 4(1+0,03)^2 + 4(1+0,03)^1$.

Gọi X là số tiền Việt trả mỗi tháng sau khi tốt nghiệp và $r = 0,25\%$.

Số tiền còn lại sau 1 tháng trả nợ: $T_1 = A + rA - X = A(1+r) - X$

Sau 60 tháng: $T_{60} = A(1+r)^{60} - X(1+(r+1)+(r+1)^2+\dots+(r+1)^{59})$.

Trả hết nợ, nên: $T_{60} = 0 \Leftrightarrow X \approx 0,3097$ (triệu đồng).

$$100 \cdot (1,01)^3 - m \cdot \frac{[1,01^3 - 1]}{0,01} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng)}.$$

- Câu 43.** Cho hai hàm số $y = x^6 + 6x^4 + 6x^2 + 1$ và $y = x^3\sqrt{m-15x}(m+3-15x)$ có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2020; 2020]$ để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt. Số phần tử của tập hợp S bằng
- A. 2010. B. 2009. C. 2008. **D. 2007.**

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $x^6 + 6x^4 + 6x^2 + 1 = x^3\sqrt{m-15x}(m+3-15x)$

$$\Leftrightarrow x^3 + 6x + \frac{6}{x} + \frac{1}{x^3} = \sqrt{m-15x}(m+3-15x) \text{ (Do } x=0 \text{ không là nghiệm)}$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = (\sqrt{m-15x})^3 + 3\sqrt{m-15x} \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow f\left(x + \frac{1}{x}\right) = f(\sqrt{m-15x})$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{x} = \sqrt{m-15x} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ m = x^2 + 15x + \frac{1}{x^2} + 2 \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = x^2 + 15x + \frac{1}{x^2} + 2$ với $x \in (0; +\infty)$.

$$\Rightarrow g'(x) = 2x + 15 - \frac{2}{x^3} = \frac{2x^4 + 15x^3 - 2}{x^3} = \frac{(2x-1)(x^3 + 8x^2 + 4x + 2)}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$g'(x)$			$-$	0	$+$
$g(x)$			$+\infty$	$\frac{55}{4}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m > \frac{55}{4}$.

Do m nguyên và $m \in [-2020; 2020]$ nên $m \in \{14, 15, \dots, 2020\}$. Vậy có 2007 giá trị của m .

Câu 44. Một hình nón bị cắt bởi mặt phẳng (P) song song với đáy. Mặt phẳng (P) chia hình nón làm hai phần (N_1) và (N_2) . Cho hình cầu nội tiếp (N_2) như hình vẽ sao cho thể tích hình cầu bằng một nửa thể tích của (N_2) . Một mặt phẳng đi qua trục hình nón và vuông góc với đáy cắt (N_2) theo thiết diện là hình thang cân, tang góc nhọn của hình thang cân là

A. 2.

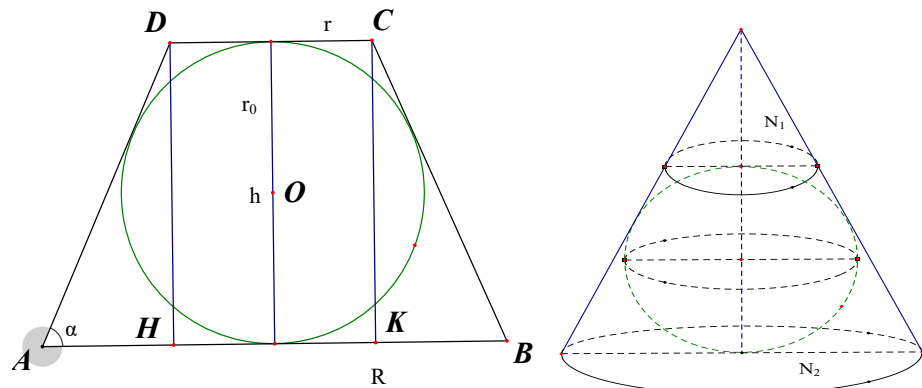
B. 4.

C. 1.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử ta có mặt cắt của hình nón cắt và các đại lượng như hình vẽ.

Gọi α là góc cần tìm.

Xét $\triangle AHD$ vuông tại H có $DH = h$, $AH = R - r \Rightarrow h = 2r_0 = AH \cdot \tan \alpha = (R - r) \tan \alpha$ (1)

Thể tích khối cầu là $V_1 = \frac{4}{3} \pi r_0^3 = \frac{\pi h^3}{6}$

Thể tích của (N_2) là $V_2 = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow h^2 = R^2 + r^2 + Rr \quad (2)$$

Ta có $BC = R + r$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\text{Mà } h^2 = BC^2 - (R - r)^2 = 4Rr \quad (3)$$

$$\text{Từ (2), (3)} \Rightarrow (R - r)^2 = Rr \quad (4)$$

$$\text{Từ (1), (3), (4)} \Rightarrow h^2 = (R - r)^2 \cdot \tan^2 \alpha = 4(R - r)^2 \quad (\text{vì } \alpha \text{ là góc nhọn})$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha = 4 \Rightarrow \tan \alpha = 2.$$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính tích

phân $I = \int_0^1 f(x) dx$

A. 6.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

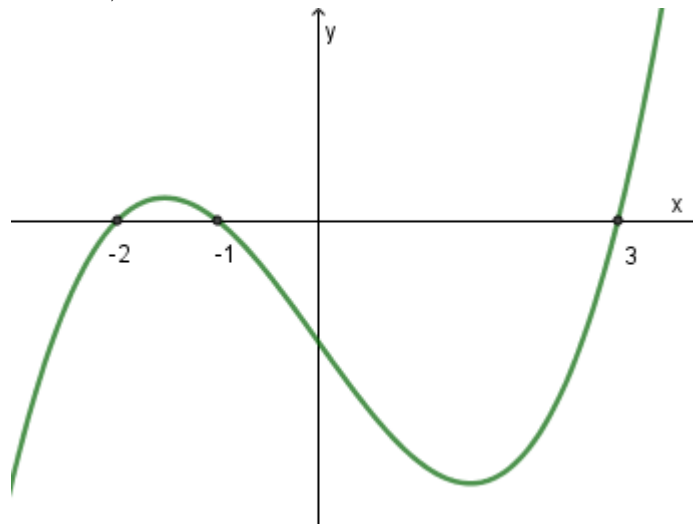
Ta có $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$.

Đặt $t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{dx}{\cos^2 x} \Rightarrow dt = (1 + \tan^2 x) dx = (1 + t^2) dx \Rightarrow \frac{dt}{1 + t^2} = dx$.

$\Rightarrow I_1 = \int_0^1 \frac{f(t)}{t^2 + 1} dt = \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx = 4$.

$I_2 = \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx = \int_0^1 f(x) dx - 4 = 2 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = 6$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[1; 2020]$ để hàm số $g(x) = f(x^4 - 2x^2 + m)$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S là?



A. 2041200.

B. 2041204.

C. 2041195.

D. 2041207.

Lời giải

Ta có $g'(x) = (4x^3 - 4x)f'(x^4 - 2x^2 + m)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 4x = 0 & (1) \\ f'(x^4 - 2x^2 + m) = 0 & (2) \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 2x^2 + m = -2 \\ x^4 - 2x^2 + m = -1 \\ x^4 - 2x^2 + m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m = x^4 - 2x^2 + 2 = g_1(x) \\ -m = x^4 - 2x^2 + 1 = g_2(x) \\ -m = x^4 - 2x^2 - 3 = g_3(x) \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên của các hàm số $g_1(x), g_2(x), g_3(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$
	$+\infty$	0	1	0	$+\infty$
	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

$g_1(x)$
 $g_2(x)$
 $g_3(x)$

Từ bảng biến trên, ta dễ thấy: với $-m \leq -4 \Leftrightarrow m \geq 4$ hàm số $g(x) = f(x^4 - 2x^2 + m)$ có đúng 3 điểm cực trị.

Do đó: $S = \{4; 5; 6; 7; \dots; 2020\}$

Vậy tổng tất cả các phần tử của S là: $4 + 5 + 6 + \dots + 2020 = \frac{(4 + 2020)2017}{2} = 2041204$.

Câu 47. Cho hai số thực $x; y$ thỏa mãn

$$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5 - x)(1 + x)] = 2 \log_3 \frac{5 + 4x - x^2}{3} + \log_2(2y + 8)^2.$$

Gọi S là tập hợp tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu

thức $P = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - m \right|$ không vượt quá 10. Hỏi S có bao nhiêu tập con khác rỗng.

A. 2047. B. 16383. C. 16384. D. 32.

Lời giải

Chọn B

$$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5 - x)(1 + x)] = 2 \log_3 \frac{5 + 4x - x^2}{3} + \log_2(2y + 8)^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_3(y + 4)^2 + \log_2[5 + 4x - x^2] = 2 \log_3(5 + 4x - x^2) + \log_2(y + 4)^2$$

$$\Leftrightarrow \log_3(y + 4)^2 = \log_3(5 + 4x - x^2) \Leftrightarrow (y + 4)^2 = (5 + 4x - x^2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 8y + 11 = 0$$

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 + 11 = 4(x - 2y) \leq 4\sqrt{(1^2 + 2^2)(x^2 + y^2)}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{5} - 3 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq 2\sqrt{5} + 3 \Rightarrow 2\sqrt{5} - 3 - m \leq \sqrt{x^2 + y^2} - m \leq 2\sqrt{5} + 3 - m$$

$$\Rightarrow P = \max\{|2\sqrt{5} - 3 - m|; |2\sqrt{5} + 3 - m|\} = |2\sqrt{5} - m| + 3 \leq 10$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{5} - 7 \leq m \leq 2\sqrt{5} + 7$$

Vậy $S = \{\pm 2; \pm 1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\}$ có 14 phần tử và S có tất cả $2^{14} - 1 = 16383$ tập con khác rỗng.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |m(x^2 - 2x + 3) - 5m + 1|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 7. Tổng các phần tử của S bằng

A. $-\frac{1}{3}$.

B. 2.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Đặt $t = x^2 - 2x + 3$ vì $x \in [0; 3]$ nên $t \in [2; 6]$.

Ta có $\max_{[0; 3]} |m(x^2 - 2x + 3) - 5m + 1| = 7 \Leftrightarrow \max_{[2; 6]} |mt - 5m + 1| = 7$

$\Leftrightarrow \max \{|-3m + 1|, |m + 1|\} = 7 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(|-3m + 1 + m + 1| + |-3m + 1 - m - 1|) = 7$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(|-2m + 2| + |-4m|) = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{8}{3} \end{cases}$.

Vậy có 2 giá trị $m = -2, m = \frac{8}{3}$ thỏa mãn và tổng của chúng bằng $\frac{2}{3}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V . Điểm P là trung điểm của SC . Mặt phẳng (α) qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỷ số $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{8}$.

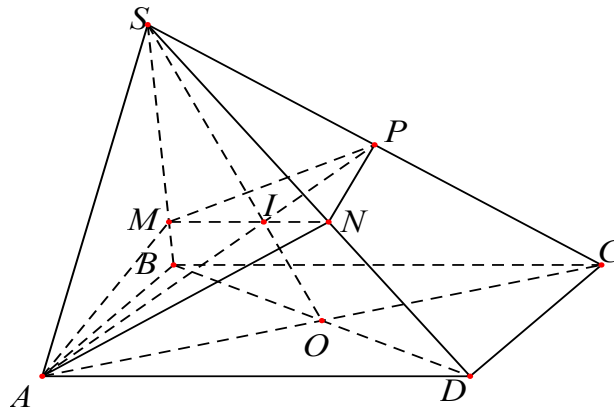
C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:



Đặt $a = \frac{SM}{SB}$, $b = \frac{SN}{SD}$, $(0 < a; b \leq 1)$.

Ta có $\frac{V_1}{V} = \frac{V_{S.AMP} + V_{S.ANP}}{V} = \frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}} = \frac{1}{2} \left(\frac{SM}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} + \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SP}{SC} \right) = \frac{1}{4}(a + b)$ (1)

Lại có $\frac{V_1}{V} = \frac{V_{S.AMN} + V_{S.PMN}}{V} = \frac{V_{S.AMN}}{2V_{S.ABD}} + \frac{V_{S.PMN}}{2V_{S.CBD}} = \frac{1}{2} \left(\frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} + \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SP}{SC} \right) = \frac{3}{4}ab$ (2).

Suyra $\frac{1}{4}(a + b) = \frac{3}{4}ab \Leftrightarrow a + b = 3ab \Rightarrow b = \frac{a}{3a - 1}$. Từ điều kiện $(0 < b \leq 1)$, ta có $\frac{a}{3a - 1} \leq 1$,

hay $a \geq \frac{1}{2}$.

Thay vào (2) ta được tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V} = \frac{3}{4} \cdot \frac{a^2}{3a - 1}$.

$$\text{Đặt } f(a) = \frac{3}{4} \cdot \frac{a^2}{3a-1}; a \in \left[\frac{1}{2}; 1\right], \text{ ta có } f'(a) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3a^2 - 2a}{(3a-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0(L) \\ a = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = f(1) = \frac{3}{8}; f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}, \text{ do đó } \min_{a \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]} \frac{V_1}{V} = \min_{a \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]} f(a) = f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}.$$

Cách 2:

Từ giả thiết và cách dựng thiết diện ta có :

$$a = \frac{SA}{SA} = 1; b = \frac{SB}{SM}; c = \frac{SC}{SP} = 2; d = \frac{SD}{SN} \Rightarrow a + c = b + d = 3$$

$$\text{Khi đó } \frac{V_1}{V} = \frac{a+b+c+d}{4a.b.c.d} = \frac{6}{4.1.2.bd} = \frac{3}{4b.d} \geq \frac{3}{4\left(\frac{b+d}{2}\right)^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_1}{V} \geq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \min \frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}.$$

Câu 49. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\frac{1}{3} < b < a < 1$ và biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4a^3} \right) + 12 \log_{\frac{b}{a}}^2 a$ có giá trị

nhỏ nhất. Tính $\frac{b}{a}$.

A. $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

B. $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 4b^3 - 3b + 1 = (b+1)(2b-1)^2 \geq 0; \forall b \in \left(\frac{1}{3}; 1\right).$$

$$\text{Suy ra: } 3b-1 \leq 4b^3 \Rightarrow \log_a \left(\frac{3b-1}{4a^3} \right) \geq \log_a \left(\frac{4b^3}{4a^3} \right), \text{ do } a \in \left(\frac{1}{3}; 1\right).$$

$$\Rightarrow P \geq 3 \log_a \left(\frac{b}{a} \right) + 12 \log_{\frac{b}{a}}^2 a = 3 \left[\frac{1}{2} \log_a \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{1}{2} \log_a \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{4}{\log_a^2 \left(\frac{b}{a} \right)} \right]$$

$$\geq 3.3 \sqrt[3]{\frac{1}{2} \log_a \left(\frac{b}{a} \right) \frac{1}{2} \log_a \left(\frac{b}{a} \right) \frac{4}{\log_a^2 \left(\frac{b}{a} \right)}} = 9$$

$$P_{\min} = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \log_a \left(\frac{b}{a} \right) = \frac{4}{\log_a^2 \left(\frac{b}{a} \right)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ \log_a \left(\frac{b}{a} \right) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ \frac{b}{a} = a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

----- Hết -----