

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... SBD:

Câu 1: Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ và $f(0) = 1$.

- A. $f(x) = x^2 + \ln|x+1|$ B. $f(x) = 2x + \ln|2x+1| - 1$
C. $f(x) = 2x + \ln|x+1| + 1$ D. $f(x) = x + \ln|x+1| + 1$

Câu 2: Trong các hàm số sau hàm nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 + x^2 - 1$ B. $y = \frac{x+1}{x+3}$ C. $y = x^2 + 1$ D. $y = x^3 + x$

Câu 3: Giá trị của $M = a^{2016 \log_a 2^{2017}}$ ($0 < a \neq 1$) bằng

- A. 1008^{2017} B. 2017^{2016} C. 2016^{2017} D. 2017^{1008}

Câu 4: Biết $\log_a b = 2, \log_a c = 3$; $a, b, c > 0; a \neq 1$. Khi đó giá trị của $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{b}}{c} \right)$ bằng

- A. $-\frac{1}{3}$ B. 5 C. 6 D. $\frac{2}{3}$

Câu 5: Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^{3x+1}$ là:

- A. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x+1} + C$ B. $F(x) = 3e^{3x+1} + C$
C. $F(x) = 3e^{3x+1} \cdot \ln 3 + C$ D. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x+1} \cdot \ln 3 + C$

Câu 6: Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 - 3x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

- A. $-2 < m < 2$ B. $-1 < m < 3$ C. $m < -2$ D. $-2 \leq m < 2$

Câu 7: Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Chọn phát biểu đúng?

- A. $x_1 \cdot x_2 = -1$ B. $2x_1 + x_2 = 0$ C. $x_1 + 2x_2 = -1$ D. $x_1 + x_2 = -2$

Câu 8: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2^x$ là

- A. $F(x) = \ln x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$ B. $F(x) = \ln x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$
C. $F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ D. $F(x) = \frac{1}{x} + 2^x \cdot \ln 2 + C$

Câu 9: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = 2\sin^2 x - \cos x + 1$. Khi đó tích $M \cdot m$ là:

- A. $M \cdot m = 0$ B. $M \cdot m = \frac{25}{4}$ C. $M \cdot m = \frac{25}{8}$ D. $M \cdot m = 2$

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$ là:

- A. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$ B. $S = \left\{-\frac{3}{8}; 3\right\}$ C. $S = (-\infty; 3)$ D. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$

Câu 11: Một người gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

- A. 70,128 triệu đồng B. 50,7 triệu đồng C. 20,128 triệu đồng D. 3,5 triệu đồng

Câu 12: Phương trình $\log_4 (x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 (4+x)^3$ có hai nghiệm $x_1; x_2$, khi đó $|x_1 - x_2|$ là?

- A. $8+2\sqrt{6}$ B. 8 C. $2\sqrt{6}$ D. $4\sqrt{6}$

Câu 13: Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có đường sinh $l=10cm$, bán kính đáy $r=5cm$ là

- A. $50cm^2$ B. $50\pi cm^2$ C. $25\pi cm^2$ D. $100\pi cm^2$

Câu 14: Đường thẳng qua hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$ là :

- A. $y = -5$ B. $y = -3$ C. $x = \sqrt{2}$ D. $y = 0$

Câu 15: Tính $\int \frac{(x^2+x)e^x}{x+e^{-x}} dx$

- A. $F(x) = xe^x + 1 + \ln|xe^x + 1| + C.$ B. $F(x) = xe^x - \ln|xe^x + 1| + C.$
C. $F(x) = xe^x + 1 - \ln|xe^{-x} + 1| + C.$ D. $F(x) = e^x + 1 + \ln|xe^x + 1| + C.$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với $AC = 2a, BD = 3a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = 2a^3$ B. $V = 6a^3$ C. $V = 18a^3$ D. $V = 12a^3$

Câu 17: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 18: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón này là:

- A. 3π B. $3\pi\sqrt{3}$ C. $\pi\sqrt{3}$ D. $3\pi\sqrt{2}$

Câu 19: Tính $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+1}} dx$

- A. $F(x) = \frac{2}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}} + C$ B. $F(x) = \frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}} + C$
C. $F(x) = \frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}} + C$ D. $F(x) = \frac{2}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}} + C$

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình : $\log_{\pi}(x+2) < \log_{\pi}(5-x)$

- A. $-2 < x < \frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2} < x < 5$ C. $x < \frac{3}{2}$ D. $x > \frac{3}{2}$

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 22: Cho hàm số: $y = x\sqrt{3-2x}$. Khẳng định nào sau đây SAI:

- A. Đạo hàm của hàm số là: $y' = \frac{3-3x}{\sqrt{3-2x}}$ B. Hàm số có một điểm cực trị
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$

Câu 23: Đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang là :

- A. $x = -1; y = -2$ B. $x = 1; y = 2$ C. $x = 1; y = -2$ D. $x = 2; y = 1$

Câu 24: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$ có đồ thị (C). Gọi A, B là giao điểm của (C) và trục hoành. Số điểm $M \in (C)$ sao cho $\angle AMB = 90^\circ$ là:

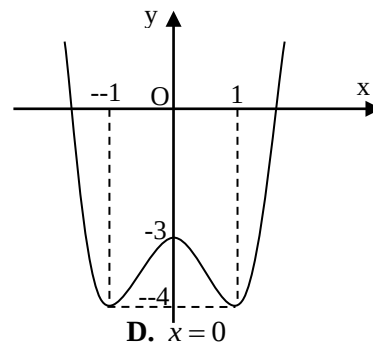
- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Câu 25: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4$. ($x \in \mathbb{R}$) là:

- A. $\frac{17}{4}$ B. 0 C. 4 D. $\frac{65}{4}$

Câu 26: Xác định các hệ số a, b, c để đồ thị hàm số : $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.

- A. $a = -\frac{1}{4}; b = 3; c = -3$ B. $a = 1; b = -2; c = -3$
C. $a = 1; b = -3; c = 3$ D. $a = 1; b = 3; c = -3$



Câu 27: Hàm số $y = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$ đạt cực đại tại:

- A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = 3$ D. $x = 0$

Câu 28: Cho đồ thị (C): $y = \frac{2x+1}{2x-m}$ và $A(-2;3); C(4;1)$. Tìm m để đường thẳng (d) $y = 3x-1$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt B, D sao cho tứ giác ABCD là hình thoi.

- A. $m = \frac{8}{3}$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 0$ hoặc $m = -1$

Câu 29: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\log_3 5 > 0$ B. $\log_{2-\sqrt{2}} 2016 < \log_{2-\sqrt{2}} 2017$
C. $\log_{0,3} 0,8 > 0$ D. $\log_{x^2+2} 2016 < \log_{x^2+2} 2017$

Câu 30: Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + (a-1)x^2 + (a+3)x - 4$. Tìm a để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$

- A. $a = -1$ B. $a = 3$ C. $a = -3$ D. $a = 0$

Câu 31: Tập xác định của hàm số: $f(x) = x^{\sqrt{2}} + \log_2(1-x)$ là:

- A. $D = (0;1)$ B. $D = (-\infty;1) \setminus \{0\}$ C. $D = (0;+\infty)$ D. $D = [0;1)$

Câu 32: Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 7$ (C). Tìm m để đường thẳng $d: y = 60x + m$ tiếp xúc với (C).

- A. $m = -164$ B. $m = 0$ C. $m = -60$ D. Đáp án khác

Câu 33: Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là

- A. $\frac{2^x}{\ln 2}$ B. 2^x C. $2^x \ln 2$ D. $x \cdot 2^{x-1}$

Câu 34: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, gọi D, E lần lượt là trung điểm của SB và SC . Tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. điểm S B. điểm B C. điểm D D. điểm E

Câu 36: Trên khoảng $(0; +\infty)$ thì hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$:

- A. Có giá trị nhỏ nhất là $\text{Min } y = 3$ B. Có giá trị lớn nhất là $\text{Max } y = 3$
C. Có giá trị lớn nhất là $\text{Max } y = -1$ D. Có giá trị nhỏ nhất là $\text{Min } y = -1$

Câu 37: Thể tích của khối đa diện có các đỉnh là tâm của các mặt hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a là

- A. $V = \frac{a^3}{4}$ B. $V = \frac{a^3}{6}$ C. $V = \frac{a^3}{3}$ D. $V = \frac{a^3}{8}$

Câu 38: Cho tứ diện ABCD đều có cạnh a , tỷ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD và thể tích khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện là.

- A. $3\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 3

Câu 39: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

- A. $V = \sqrt{6}\pi a^3$ B. $V = \frac{7\sqrt{14}\pi a^3}{3}$ C. $V = \frac{28\sqrt{14}\pi a^3}{3}$ D. $V = 4\sqrt{6}\pi a^3$

Câu 40: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh đều bằng 4. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2$ B. $4\pi r^2$ C. 24π D. 12π

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$, tam giác ABC có $AB = a, AC = 2a$, góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $BB' = a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $V = a^3$ B. $V = \frac{a^3}{2}$ C. $V = a^3\sqrt{3}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 42: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt

- A. $m = 0$ B. $m > 1$ hoặc $m < 0$ C. $m < 1$ D. $0 < m < 1$

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, gọi I là trung điểm BC , góc giữa $A'I$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

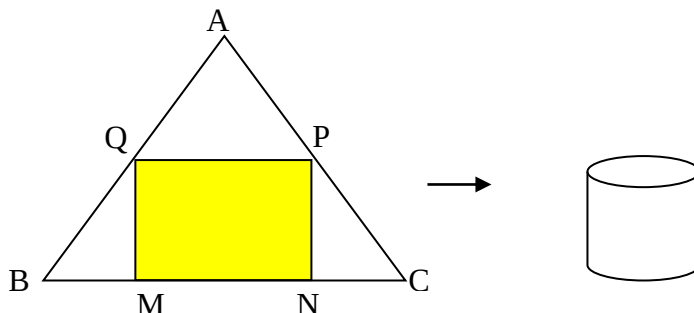
- A. $a^3\sqrt{6}$ B. $a^3\sqrt{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

Câu 44: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$

- A. $y = -3x + 3$ B. $y = -3x - 3$ C. $y = -x - 1$ D. $y = -x + 1$

Câu 45: Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC ; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ . Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là:

- A. $\frac{91125}{4\pi}(cm^3)$
 B. $\frac{91125}{2\pi}(cm^3)$
 C. $\frac{108000\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$
 D. $\frac{13500\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$



Câu 46: Thể tích của khối trụ có bán kính đáy $r = 2cm$ và chiều cao $h = 9cm$ là

- A. $18\pi cm^3$ B. $18cm^3$ C. $162\pi cm^3$ D. $36\pi cm^3$

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , một mặt phẳng (α) cắt các cạnh AA' ; BB' ; CC' ; DD' lần lượt tại M, N, P, Q . Biết $AM = \frac{1}{3}a$, $CP = \frac{2}{5}a$. Thể tích khối đa diện $ABCD.MNPQ$ là:

- A. $\frac{11}{30}a^3$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{2a^3}{3}$ D. $\frac{11}{15}a^3$

Câu 48: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a , $\angle BAD = \angle BAA' = \angle DAA' = 60^\circ$. Thể tích của khối hộp là:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ C. $\frac{3a^3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$

Câu 49: Cho $f(x) = x \ln x$. Đạo hàm cấp hai $f''(e)$ bằng:

- A. 2 B. $\frac{1}{e}$ C. 3 D. e

Câu 50: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B . Tìm M thuộc (C) sao cho diện tích tam giác MAB bằng 3.

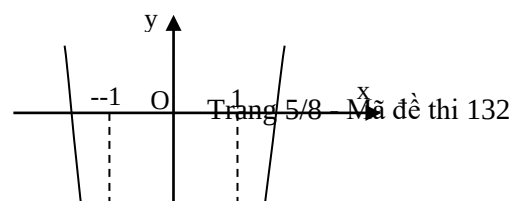
- A. $M\left(2; \frac{1}{3}\right)$ B. $M\left(3; \frac{1}{2}\right), M\left(-\frac{1}{2}; -3\right)$ C. $M(-2; 3), M(-3; 2)$ D. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU	132	209	357	485
1	C	C	C	D
2	D	A	A	C
3	D	B	C	A
4	A	A	C	C
5	A	B	A	D
6	A	A	A	D
7	C	A	B	A
8	C	B	D	A
9	A	A	D	A
10	D	D	D	B
11	C	C	B	C
12	C	C	B	C
13	B	C	B	D
14	A	B	C	D
15	B	B	D	C
16	B	D	D	D
17	D	B	D	B
18	C	C	A	B
19	C	C	B	B
20	A	A	C	A
21	B	C	D	B
22	D	B	B	B
23	C	D	C	D
24	C	C	C	B
25	D	B	B	C
26	B	D	C	C
27	A	D	B	A
28	A	C	D	A
29	B	C	C	D
30	D	C	C	C
31	A	D	D	C
32	A	D	C	A
33	C	D	A	A
34	C	A	D	B
35	D	D	A	B
36	B	B	B	A
37	B	A	B	A
38	A	A	A	C
39	B	C	C	C
40	C	A	A	B
41	D	B	B	D
42	D	C	D	D
43	B	B	D	A
44	A	B	A	A
45	D	D	A	C
46	D	A	C	B
47	A	C	C	D
48	B	D	A	B
49	B	A	A	D
50	C	D	B	B

Câu: Xác định các hệ số a, b, c để đồ thị hàm số :



$y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.

HD: Nhìn đồ thị suy ra $a > 0$; đồ thị qua điểm $A(0; -3)$ nên $c = -3$, đồ thị có 3 cực trị nên a và b trái dấu.

A. $a = 1; b = -3; c = 3$

B. $a = 1; b = 3; c = -3$

C. $a = 1; b = -2; c = -3$

D. $a = -\frac{1}{4}; b = 3; c = -3$

Câu : Cho đồ thị (C): $y = \frac{2x+1}{2x-m}$ và $A(-2; 3); C(4; 1)$. Tìm m để đường thẳng (d) $y = 3x - 1$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt B, D sao cho tứ giác ABCD là hình thoi.

HD

Phương trình đường thẳng AB: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$. Tọa độ giao điểm của AC và BD: $I(1; 2)$

Dễ thấy $AC \perp BD$ và I là trung điểm AC. Vậy để ABCD là hình thoi thì $I(1; 2)$ là trung điểm của BD. Xét phương trình hoành độ giao điểm: $6x^2 - (3m + 4)x + m - 1 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt với $\forall m$, $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3m + 4}{12}$

. Suy ra: để I là trung điểm BD thì $m = \frac{8}{3}$.

Câu: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$ có đồ thị (C). Gọi A, B là giao điểm của (C) và trục hoành. Số điểm $M \in (C)$ sao cho $\angle AMB = 90^\circ$ là:

HD: Gọi $A(-5; 0)$, $B(1; 0)$, $M(m; m^3 + 3m^2 - 9m + 5)$ với $m \neq 1; m \neq -5$ (*)

Ta có: $\angle AMB = 90^\circ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+5)[(m-1)^3(m+5) + 1] = 0$

$\Leftrightarrow m^4 + 2m^3 - 12m^2 + 14m - 4 = 0$ (**) (do (**))

Xét $f(m) = m^4 + 2m^3 - 12m^2 + 14m - 4 \Rightarrow f'(m) = (m-1)^2(4m+14)$

Dễ thấy $m = -5; m = 1$ không là nghiệm của (**). Mặt khác $f(-\frac{7}{2}) = -\frac{6129}{16} < 0$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(m) = +\infty$ nên phương trình (**) luôn có hai nghiệm phân biệt khác 1 và -5. Vậy tồn tại 2 điểm thỏa mãn.

Câu: Phương trình $\log_4(x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x} + \log_8(4+x)^3$ có hai nghiệm $x_1; x_2$, khi đó $|x_1 - x_2|$ là?

HD: Đk: $-4 < x < 4$ và $x \neq -1$

Phương trình tương đương: $4|x+1| = 16 - x^2$ (*)

Với $x > -1$: (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -6(l) \end{cases}$ Với $x < -1$: (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2\sqrt{6}(l) \\ x = 2 - 2\sqrt{6} \end{cases}$

Suy ra: $|x_1 - x_2| = 2\sqrt{6}$

Câu: Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$ là:

HD:

ĐK: $x > \frac{3}{4}$.

Khi đó: $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2 \Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 \leq \log_3[(2x+3).9]$

$\Leftrightarrow (4x-3)^2 \leq (2x+3).9 \Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3$

Kết hợp điều kiện, nghiệm của BPT là: $\frac{3}{4} < x \leq 3$

Câu: Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ và $f(0) = 1$.

HD: Ta có $f(x) = \int \frac{2x+3}{x+1} dx = \int \left(2 + \frac{1}{x+1} \right) dx = 2x + \ln|x+1| + C$

Mà $f(0) = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f(x) = 2x + \ln|x+1| + 1$

Câu: Tính $\int \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx$

HD: $\int \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx = \int \frac{x.e^x(x+1)e^x}{(x.e^x + 1)} dx = \int \frac{x.e^x}{(x.e^x + 1)} d(x.e^x + 1) = \int (1 - \frac{1}{x.e^x + 1}) d(x.e^x + 1)$
 $= x.e^x - \ln|x.e^x + 1| + C.$

Câu: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B. Tìm M thuộc (C) sao cho diện tích tam giác MAB bằng 3.

HD: Giao điểm của (C) với Ox là A(1;0), giao điểm của (C) với Oy là B(0;-1).

PT đường thẳng AB là $x - y = 1$; $AB = \sqrt{2}$. $S_{MAB} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} AB.d(M, AB) = 3 \Rightarrow d(M, AB) = \frac{6}{\sqrt{2}}$

Mặt khác: $d(M, AB) = \frac{|x_M - y_M - 1|}{\sqrt{2}}$. Dùng máy thử tìm M thỏa mãn. $M(-2;3), M(-3;2)$

Câu: Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có tất cả các cạnh đều bằng 4. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là

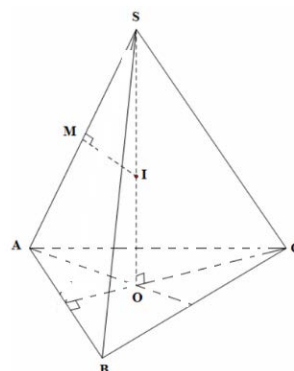
HD:

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4^2 - (4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3})^2} = 4 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \frac{SM}{SO} \cdot SA$$

$$r = SI = \sqrt{6}$$

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi(\sqrt{6})^2 = 24\pi$$



Câu: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh AA'; BB'; CC'; DD' lần lượt tại M, N, P, Q. Biết $AM = \frac{1}{3}a$, $CP = \frac{2}{5}a$. Thể tích khối đa diện ABCD.MNPQ là:

HD: Tứ giác MNPQ là hình bình hành có tâm là I thuộc đoạn OO'.

Ta có: $OI = \frac{AM + CP}{2} = \frac{11}{30}a < \frac{a}{2}$

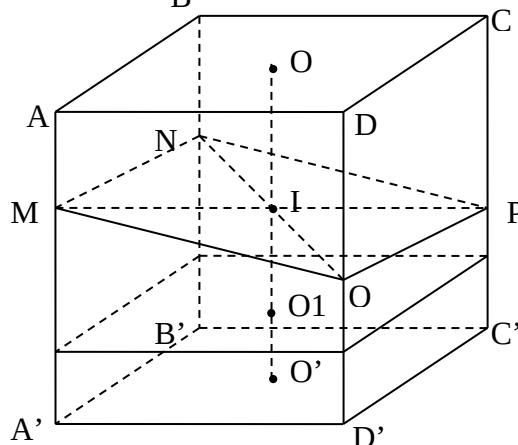
Gọi O₁ là điểm đối xứng O qua I thì:

$OO_1 = 2OI = \frac{11}{15}a < a$. Vậy O₁ nằm trong đoạn OO'.

Về mặt phẳng qua O₁ song song với (ABCD) cắt các cạnh AA'; BB'; CC'; DD' lần lượt tại A₁, B₁, C₁, D₁. Khi đó I là tâm của hình hộp ABCD.A₁B₁C₁D₁.

Vậy $V(ABCD.MNPQ) = V(MNPQ.A_1B_1C_1D_1)$

$= \frac{1}{2}V(ABCD.A_1B_1C_1D_1) = \frac{1}{2}a^2 OO_1 = \frac{11}{30}a^3$



Câu: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có tất cả các cạnh bằng a, $\angle BAD = \angle BAA' = \angle DAA' = 60^\circ$. Thể tích của khối hộp là:

HD: Xét tứ diện đều ABDA' có cạnh bằng a suy ra $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$

Mà $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6V_{ABDA'} = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$

Câu: Cho tứ diện ABCD đều có cạnh a. Tỷ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD và thể tích khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện là:

HD: Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là: $R = \frac{3\sqrt{6}a}{12}$

Bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh bằng một nửa độ dài đoạn vuông chung của AB và CD nên: $r = \frac{\sqrt{2}a}{4}$

. Tỷ số thể tích là: $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 = 3\sqrt{3}$

Câu: Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật MNPQ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là:

HD: Gọi I là trung điểm BC. Suy ra I là trung điểm MN

Đặt $MN = x$ ($0 < x < 90$); $\Rightarrow \frac{MQ}{AI} = \frac{BM}{BI} \Rightarrow MQ = \frac{\sqrt{3}}{2}(90 - x)$

Gọi R là bán kính của trụ $\Rightarrow R = \frac{x}{2\pi} \Rightarrow V_T = \pi \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{2}(90 - x) = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}(-x^3 + 90x^2)$

Xét $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}(-x^3 + 90x^2)$ với $0 < x < 90$. Khi đó: $\max_{x \in (0;90)} f(x) = \frac{13500 \cdot \sqrt{3}}{\pi}$ khi $x = 60$.

