

Câu 1. (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{2x+1}$ (C)

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành.
- Tìm m để đường thẳng $d: y = 2mx + m + 1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho biểu thức $P = OA^2 + OB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất (với O là gốc tọa độ).

Câu 2. (1,0 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 7x + 3$ Tìm m để hàm số đồng biến trên R.

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $\cos 2x - \cos x = \sqrt{3}(\sin 2x + \sin x)$

b) Lập số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hãy tính xác suất để lập được số tự nhiên chia hết cho 5.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SMN) .

Câu 6. (0,5 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = AD\sqrt{2}$, tâm $I(1; -2)$. Gọi M là trung điểm cạnh CD , $H(2; -1)$ là giao điểm của hai đường thẳng AC và BM . Tìm tọa độ các điểm A, B .

Câu 7. (1,0 điểm)

Giải bất phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{1-x^2} \geq \sqrt{2-3x-4x^2}$.

Câu 8. (0,5 điểm)

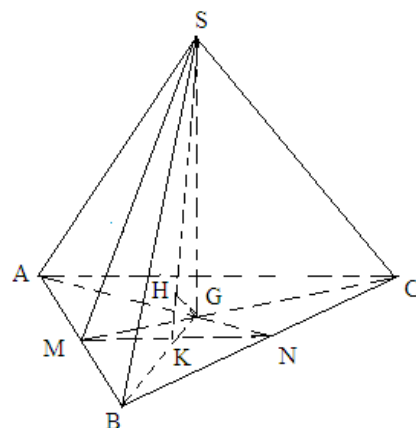
Giả sử a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} + \frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} - \frac{3}{4}(a+b)^2.$$

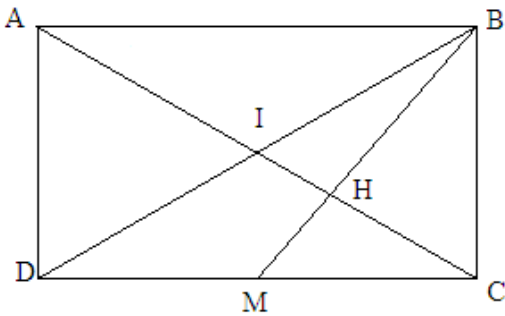
--- HẾT ---

Câu	Đáp án	Điểm
1.a		1,0
	*TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ *SBT: $y' = \frac{-2}{(2x+1)^2} < 0, \forall x \neq -\frac{1}{2}$	0,25
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ Tính giới hạn và tiệm cận	0,25
	Lập bảng biến thiên	0,25
	*Đồ thị: Giao Ox: (-1; 0); Giao Oy: (0; 2) Vẽ đúng đồ thị	0,25
1.b		1,0
	$y' = \frac{-2}{(2x+1)^2}$, đồ thị (C) giao với trục ox tại điểm M(-1;0)	0,5
1.c	$y'_{(1)} = -2$, PTTT là $y = -2(x-1) = -2x+2$	0,5
	* (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1/2 $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = 4m > 0 \Leftrightarrow m > 0 \\ g\left(-\frac{1}{2}\right) \neq 0 \end{cases}$	0,5
	*Gọi hoành độ các giao điểm A và B là x_1, x_2 thì x_1, x_2 là các nghiệm của PT (1) $\Rightarrow$ $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{4m} \end{cases}$ Có: $OA^2 + OB^2 = x_1^2 + (2mx_1 + m + 1)^2 + x_2^2 + (2mx_2 + m + 1)^2$ $= (4m^2 + 1)(x_1^2 + x_2^2) + 4m(m+1)(x_1 + x_2) + 2(m+1)^2$ $= (4m^2 + 1)\left(1 - \frac{m-1}{2m}\right) - 4m(m+1) + 2(m+1)^2$	0,25
	$= \frac{5}{2} + 2m + \frac{1}{2m} \geq \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}$ (Áp dụng BĐT cô si vì m dương) Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn); KL: $m = \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm	0,25

2		1,0
	- Hàm số $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ $y' = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 = 5x^2(x^2 - 4x + 3)$ - Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 5x^2(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1;2] \text{ (nhận)} \\ x = 1 \in [-1;2] \text{ (nhận)} \\ x = 3 \notin [-1;2] \text{ (loại)} \end{cases}$	0,5
	- Ta có, $f(0) = 0^5 - 5.0^4 + 5.0^3 + 1 = 1$ $f(1) = 1^5 - 5.1^4 + 5.1^3 + 1 = 2$ $f(-1) = (-1)^5 - 5.(-1)^4 + 5.(-1)^3 + 1 = -10$ $f(2) = 2^5 - 5.2^4 + 5.2^3 + 1 = -7$ - Trong các kết quả trên, số nhỏ nhất là -10 và số lớn nhất là 2 - Vậy, $\min_{[-1;2]} y = -10$ khi $x = -1$; $\max_{[-1;2]} y = 2$ khi $x = 1$	0,5
3		1,0
	$y' = 3x^2 + 2mx + 7$. Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow 3x^2 + 2mx + 7 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$	0,5
	$\Delta' \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 21 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-\sqrt{21}; \sqrt{21}]$	0,5
4a		1,0
	$\Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = \sqrt{3} \sin x + \cos x \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$	0,5
	$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = -x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$	0,5
4b		1,0
	Gọi A là biến cố lập được số tự nhiên chia hết cho 5, có 5 chữ số khác nhau. * Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau: $A_8^5 - A_7^4 = 5880$ số	0,5
	* Số các số tự nhiên chia hết cho 5 có 5 chữ số khác nhau: $A_7^4 + 6.A_6^3 = 1560$ số $\Rightarrow P(A) = \frac{1560}{5880} = \frac{13}{49}$	0,5
5		1,0
	*) Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên ABC là tam giác đều tâm G và $SG \perp (ABC) \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG.S_{ABC}$ Tam giác ABC đều cạnh a nên $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ Có AG là hình chiếu của AS trên (ABC) nên góc giữa cạnh bên SA với đáy là $(SA, AG) = \angle SAG = 60^\circ$ (vì $SG \perp AG \Rightarrow \angle SAG$ nhọn)	0,25



	Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $AG = \frac{2}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ Trong tam giác SAG có $SG = AG \cdot \tan 60^\circ = a$ Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$	0,25
	Do G là trọng tâm tam giác ABC nên C, G, M thẳng hàng và $CM = 3GM$ mà $M \in (SMN)$ nên $d_{(C,(SMN))} = 3d_{(G,(SMN))}$ Ta có tam giác ABC đều nên $SG \perp (ABC) \Rightarrow SG \perp MN \Rightarrow MN \perp (SGK)$. Trong (GKH), kẻ $GH \perp SK \Rightarrow GH \perp MN \Rightarrow GH \perp (SMN), H \in SK$ $\Rightarrow d_{(G,(SMN))} = GH$	0,25
	Ta có $BK = \frac{1}{2}AN; BG = AG = \frac{2}{3}AN \Rightarrow GK = \frac{2}{3}AN - \frac{1}{2}AN = \frac{1}{6}AN = \frac{a\sqrt{3}}{12}$ Trong tam giác vuông SGK có GH là đường cao nên $\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{48}{a^2} = \frac{49}{a^2} \Rightarrow GH = \frac{a}{7}$ Vậy $d_{(C,(SMN))} = 3GH = \frac{3a}{7}$	0,25

6		
0,5	Theo giả thiết ta có H là trọng tâm tam giác BCD nên $IC = 3IH$ Mà $IH = (1;1)$, giả sử $C(x; y) \Rightarrow \begin{cases} x-1=3 \cdot 1 \\ y+2=3 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow C(4;1)$	
	Do I là trung điểm AC nên $A(-2;-5)$ Lại có $AB = \sqrt{2}AD$ nên $\frac{CM}{BC} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \angle MBC = \angle BAC$	
	Mà $\angle BAC + \angle BCA = 90^\circ \Rightarrow \angle MBC + \angle BCA = 90^\circ \Rightarrow AC \perp BM$	
	Đường thẳng BM đi qua $H(2;-1)$, có vtpt $IH = (1;1)$ $\Rightarrow$ pt $BM: x + y - 1 = 0 \Rightarrow B(t; 1-t)$ Có $\overrightarrow{AB} = (t+2; 6-t); \overrightarrow{CB} = (t-4; -t)$	
	Vì $AB \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (t+2)(t-4) - t(6-t) = 0$ $\Leftrightarrow t = 2 \pm \sqrt{2} \Rightarrow B(2 + \sqrt{2}; -1 - \sqrt{2}) \text{ hoặc } B(2 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2})$	

7		1,0
	Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x^2 \geq 0 \\ 2-3x-4x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{-3-\sqrt{41}}{8} \leq x \leq \frac{-3+\sqrt{41}}{8} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{-3+\sqrt{41}}{8}. \quad (*)$ Bất phương trình đã cho tương đương với $x+1-x^2+2\sqrt{x(1-x^2)} \geq 2-3x-4x^2 \Leftrightarrow 3(x^2+x)-(1-x)+2\sqrt{(x+x^2)(1-x)} \geq 0$	0,5

	$\Leftrightarrow 3\frac{x^2+x}{1-x}+2\sqrt{\frac{x^2+x}{1-x}}-1\geq 0\Leftrightarrow \sqrt{\frac{x^2+x}{1-x}}\geq \frac{1}{3}\Leftrightarrow 9x^2+10x-1\geq 0\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \frac{-5+\sqrt{34}}{9} \\ x\leq \frac{-5-\sqrt{34}}{9} \end{cases}$ Kết hợp điều kiện (*), ta suy ra nghiệm của bất phương trình là $\frac{-5+\sqrt{34}}{9}\leq x\leq \frac{-3+\sqrt{41}}{8}$.	0,5												
8		0,5												
	Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có $\frac{a^2}{(b+c)^2+5bc}\geq \frac{a^2}{(b+c)^2+\frac{5}{4}(b+c)^2}=\frac{4a^2}{9(b+c)^2}.$ Tương tự, ta có $\frac{b^2}{(c+a)^2+5ca}\geq \frac{4b^2}{9(c+a)^2}$. Suy ra $\frac{a^2}{(b+c)^2+5bc}+\frac{b^2}{(c+a)^2+5ca}\geq \frac{4}{9}\left(\frac{a^2}{(b+c)^2}+\frac{b^2}{(c+a)^2}\right)\geq \frac{2}{9}\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}\right)^2$$=\frac{2}{9}\left(\frac{a^2+b^2+c(a+b)}{ab+c(a+b)+c^2}\right)^2\geq \frac{2}{9}\left(\frac{\frac{(a+b)^2}{2}+c(a+b)}{\frac{(a+b)^2}{4}+c(a+b)+c^2}\right)^2=\frac{2}{9}\left(\frac{2(a+b)^2+4c(a+b)}{(a+b)^2+4c(a+b)+4c^2}\right)^2.$ Vì $a+b+c=1\Leftrightarrow a+b=1-c$ nên $P\geq \frac{2}{9}\left(\frac{2(1-c)^2+4c(1-c)}{(1-c)^2+4c(1-c)+4c^2}\right)^2-\frac{3}{4}(1-c)^2=\frac{8}{9}\left(1-\frac{2}{c+1}\right)^2-\frac{3}{4}(1-c)^2. \quad (1)$	0,25												
	Xét hàm số $f(c)=\frac{8}{9}\left(1-\frac{2}{c+1}\right)^2-\frac{3}{4}(1-c)^2$ với $c\in (0;1)$. Ta có $f'(c)=\frac{16}{9}\left(1-\frac{2}{c+1}\right).\frac{2}{(c+1)^2}-\frac{3}{2}(c-1)$; $f'(c)=0\Leftrightarrow (c-1)(64-(3c+3)^3)=0\Leftrightarrow c=\frac{1}{3}.$ Bảng biến thiên: <table><tr><td>c</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>1</td></tr><tr><td>$f'(c)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(c)$</td><td></td><td>$\searrow$ $-\frac{1}{9}$ $\nearrow$</td><td></td></tr></table> Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(c)\geq -\frac{1}{9}$ với mọi $c\in (0;1)$. (2) Từ (1) và (2) suy ra $P\geq -\frac{1}{9}$, dấu đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\frac{1}{3}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\frac{1}{9}$, đạt khi $a=b=c=\frac{1}{3}$.	c	0	$\frac{1}{3}$	1	$f'(c)$	-	0	+	$f(c)$		$\searrow$ $-\frac{1}{9}$ $\nearrow$		0,25
c	0	$\frac{1}{3}$	1											
$f'(c)$	-	0	+											
$f(c)$		$\searrow$ $-\frac{1}{9}$ $\nearrow$												