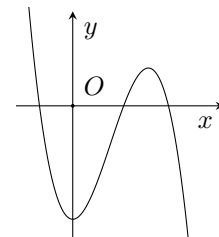


Câu 1.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^4 + 3x^2$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 3$.
C. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$.

Câu 2. Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ có tất cả bao nhiêu cạnh?

- A. 20. B. 12. C. 6. D. 30.

Câu 3. Biết đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+3}{x-1}$ đi qua điểm $A(2021; 2)$. Giá trị của a là

- A. $a = -2$. B. $a = -2021$. C. $a = 2021$. D. $a = 2$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2 = 0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $I(-4; 1; 0)$. B. $I(4; -1; 0)$. C. $I(-8; 2; 2)$. D. $I(4; -1; -1)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 6. Số nghiệm của phương trình $5^{2x^2-7x} = 1$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 7. Tìm công bội q của cấp số nhân (v_n) biết số hạng đầu tiên là $v_1 = \frac{1}{2}$ và $v_6 = 16$.

- A. $q = -\frac{1}{2}$. B. $q = 2$. C. $q = -2$. D. $q = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	$+$

Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = -1$.

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = -3 + 2i$, điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy có tọa độ là

- A. $(3; -3)$. B. $(3; 2)$. C. $(-3; -2)$. D. $(-3; -3)$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 5i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. $|z_1 + z_2| = 5$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. D. $|z_1 + z_2| = 1$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

- A. 5. B. 5^5 . C. $5!$. D. 25.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = -2t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc

đường thẳng d ?

- A. $P(2; 7; -4)$. B. $M(3; 8; 6)$. C. $N(-1; -4; -2)$. D. $Q(5; 14; -10)$.

Câu 13. Số phức liên hợp của $z = (3 - 4i) + \overline{2 + 3i}$ là

- A. $\bar{z} = 5 - 7i$. B. $\bar{z} = -5 + 7i$. C. $\bar{z} = 5 + 7i$. D. $\bar{z} = 1 - i$.

Câu 14. Nếu $\int_{-1}^5 f(x) dx = 2020$ thì $\int_{-1}^5 \frac{f(x)}{2020} dx$ bằng

- A. 1. B. 2020. C. 4. D. $\frac{1}{2020}$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{3}}(x - 2)$ là

- A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = [2; +\infty)$.

Câu 16. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a^4)$ bằng

- A. $3 + 4\log_2 a$. B. $\frac{1}{4}\log_2 a$. C. $4\log_2 8a$. D. $8 + \log_2 a$.

Câu 17. Tính diện tích mặt cầu có bán kính bằng 3

- A. 9π . B. 18π . C. 12π . D. 36π .

Câu 18. Một khối lăng trụ có chiều cao bằng $2a$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = 4a^3$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{4a^2}{3}$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

- A. $m < -2$. B. $-2 \leq m \leq 4$. C. $-2 < m < 4$. D. $m > 4$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; -1; 0)$. B. $(5; 0; 0)$. C. $(0; -1; 3)$. D. $(-1; 3; 0)$.

Câu 21. Cho hình nón có đường sinh $l = 2a$ và bán kính đáy bằng $r = a$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. πa^2 . D. $4\pi a^2$.

Câu 22. Hàm số $F(x) = x + \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = 1 - \ln|x|$. B. $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$.
C. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x^2}$. D. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \ln|x| + C$.

Câu 23. Cho khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. $V = 24\pi$. B. $V = 96\pi$. C. $V = 32\pi$. D. $V = 96$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 5 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (-2; 3; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (4; 6; 2)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$. D. $\vec{n}_3 = (2; 3; -1)$.

Câu 25. Bất phương trình $\log_{0,5}(5x - 1) > -2$ có tập nghiệm là

- A. $\left[\frac{1}{5}; 1\right)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(\frac{1}{5}; 1\right)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A và B , đồng thời vuông góc với mặt phẳng (Q) là

- A. $15x + 7y + z - 27 = 0$. B. $15x + 7y + z + 27 = 0$.
C. $15x - 7y + z + 27 = 0$. D. $15x - 7y + z - 27 = 0$.

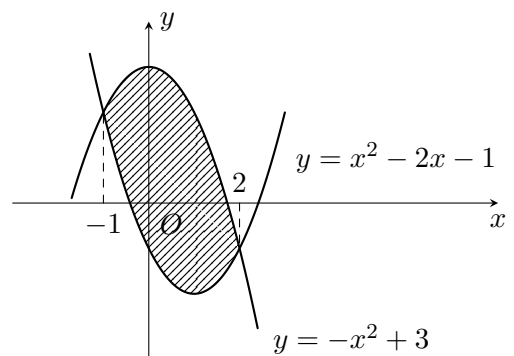
Câu 27. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + i$. Phần ảo của số phức $w = z_1(z_2 + 2i)$ bằng

- A. 3. B. 9. C. $-3i$. D. -3 .

Câu 28.

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên bằng

- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.



Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 0; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-3}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua M và song song với đường thẳng d có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 5t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -5t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 5t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực đại?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 31. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC .
Tính tan của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 1.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0; 1]$.

- A. $M = 2; m = \sqrt{2}$. B. $M = 1; m = -2$. C. $M = 2; m = 1$. D. $M = \sqrt{2}; m = 1$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(x)$	$+\infty$		-1		2		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $5f(x) - 13 = 0$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 34. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$.

- A. $y' = -2xe^x$. B. $y' = (2x - 2)e^x$. C. $y' = x^2e^x$. D. $y' = (x^2 + 2)e^x$.

Câu 35. Bất phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 \geq 0$ có tập nghiệm S là

- A. $S = (-\infty; 0] \cup [\log_2 5; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.
C. $S = (0; 2] \cup [8; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2] \cup [8; +\infty)$.

Câu 36. Xét $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x} dx$ nếu đặt $t = x^2 + 2x$ thì $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \int_0^3 (t+1)e^t dt$. B. $\frac{1}{2} \int_0^3 e^t dt$. C. $\int_0^1 e^t dt$. D. $\int_0^1 (t+1)e^t dt$.

Câu 37. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Môđun của số phức $z_0 - i$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{5}$. C. 1. D. 3.

Câu 38. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AC = 2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $4\pi a^2$. B. $\pi a^2\sqrt{3}$. C. $2\pi a^2\sqrt{5}$. D. $2\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C'$.

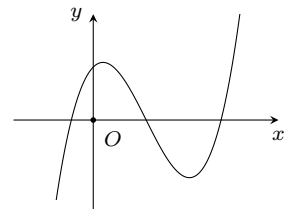
- A. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 40. Cho hình nón có đường cao $h = 5a$ và bán kính đáy $r = 12a$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài $10a$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình nón đã cho.

- A. $69a^2$. B. $120a^2$. C. $60a^2$. D. $\frac{119a^2}{2}$.

Câu 41.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + x + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a > 0; b > 0; c > 0$. B. $a > 0; b < 0; c > 0$.
C. $a < 0; b < 0; c < 0$. D. $a < 0; b > 0; c > 0$.

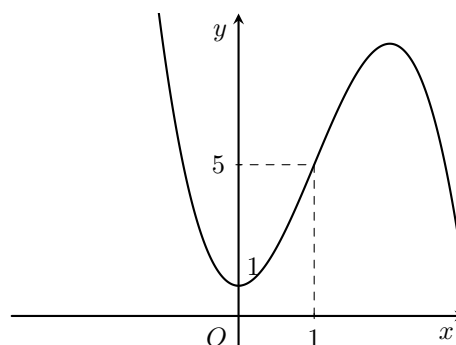
Câu 42. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn được tính theo công thức $S = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn lúc ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con và tốc độ tăng trưởng là 15% trong 1 giờ. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thời gian thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng đến hơn 1000000 con (một triệu con)?

- A. 53 giờ. B. 100 giờ. C. 51 giờ. D. 25 giờ.

Câu 43. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập S . Xác suất lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 có giá trị gần với số nào nhất trong các số sau?

- A. 0,52. B. 0,65. C. 0,24. D. 0,84.

Câu 44. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình

$$8^{f(x)-1} + 4^{f(x)-1} - (m+3) \cdot 2^{f(x)} + 4 + 2m = 0$$

có nghiệm $x \in (0; 1)$?

A. 285.

B. 284.

C. 141.

D. 142.

Câu 45.

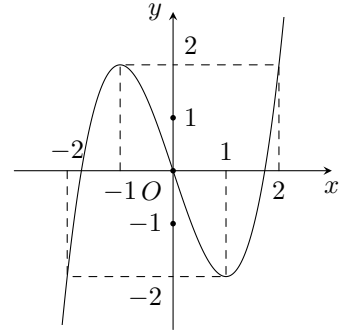
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để phương trình $f(\sqrt{f(\sin 2x) + 2}) = f\left(\frac{m}{2}\right)$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.



Câu 46. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi φ là góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'BC)$. Khi $\sin \varphi$ đạt giá trị lớn nhất, tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\frac{\sqrt[4]{12}a^3}{4\sqrt{3}}$.

D. $\frac{\sqrt[4]{27}a^3}{4\sqrt{2}}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 cm và diện tích đáy bằng 6 cm². Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BB', A'C'$. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng

A. 7cm³.

B. $\frac{7}{2}$ cm³.

C. 8cm³.

D. 5cm³.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2m \cdot |x - m + 5| + m^3 - m^2 + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị?

A. 23.

B. 40.

C. 20.

D. 41.

Câu 49. Xét các số thực a, b, c với $a > 1$ thỏa mãn phương trình $\log_a^2 x - 2b \log_a \sqrt{x} + c = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 đều lớn hơn 1 và $x_1 \cdot x_2 \leq a$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{b(c+1)}{c}$.

A. $6\sqrt{2}$.

B. 4.

C. 5.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$, thỏa mãn $f(1) = e$ và $x^3 \cdot f'(x) = e^x(x - 2)$, với mọi $x \in (0; +\infty)$. Tính $I = \int_1^{\ln 3} x^2 f(x) dx$.

A. $I = 3 - e$.

B. $I = 2 - e$.

C. $I = 2 + e$.

D. $I = 3 + e$.

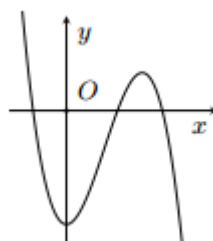
----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	D	B	A	D	B	C	C	A	C	D	C	A	A	A	D	B	C	C	A	B	C	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	D	C	A	C	C	D	C	C	B	B	D	D	C	B	C	B	D	B	D	D	A	C	A

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^4 + 3x^2$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 3$. C. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn D

Đây là hình dáng của đồ thị hàm số đa thức bậc ba, do nhánh cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số $a < 0$, vì vậy chọn D.

Câu 2: Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ có tất cả bao nhiêu cạnh?

- A. 20. B. 12. C. 6. D. 30.

Lời giải

Chọn C

Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ là khối bát diện đều có số cạnh là $C = \frac{M \cdot p}{2} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$.

Câu 3: Biết đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+3}{x-1}$ đi qua điểm $A(2021; 2)$. Giá trị của a là

- A. $a = -2$. B. $a = -2021$. C. $a = 2021$. D. $a = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = a$.

Suy ra đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = a$.

Vì đường tiệm cận ngang đi qua điểm $A(2021; 2)$ nên $2 = a$.

Vậy $a = 2$.

- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2 = 0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là
- A. $I(-4; 1; 0)$. **B.** $I(4; -1; 0)$. C. $I(-8; 2; 2)$. D. $I(4; -1; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 15$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm là $I(4; -1; 0)$.

- Câu 5:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			2		1		2		
	$-\infty$								$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(-1; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

- Câu 6:** Số nghiệm của phương trình $5^{2x^2-7x} = 1$
- A. 0. B. 1. C. 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $5^{2x^2-7x} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases}$

Vậy số nghiệm của phương trình là 2.

- Câu 7:** Tìm công bội q của cấp số nhân (v_n) biết số hạng đầu tiên là $v_1 = \frac{1}{2}; v_6 = 16$

- A. $q = \frac{-1}{2}$. **B.** $q = 2$. C. $q = -2$. D. $q = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $v_6 = v_1 q^5 \Leftrightarrow q^5 = 32 \Leftrightarrow q = 2$. Chọn đáp án. **B.**

- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$

Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ $(-)$ $\rightarrow$ $(+)$ qua $x = 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 9: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = -3 + 2i$, điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy có tọa độ là

A. $(3; -3)$.

B. $(3; 2)$.

C. $(-3; -2)$.

D. $(-3; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\bar{z} = -3 + 2i \Rightarrow z = -3 - 2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là $M(-3; -2)$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 5i$. Tính môđul của số phức $z_1 + z_2$.

A. $|z_1 + z_2| = 5$.

B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$.

C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$.

D. $|z_1 + z_2| = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1 + z_2 = (1 + i) + (2 - 5i) = 3 - 4i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 11: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

A. 5.

B. 5^5 .

C. $5!$.

D. 25.

Lời giải

Chọn C

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang là $5!$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = -2t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường

thẳng d ?

A. $P(2; 7; -4)$.

B. $M(3; 8; 6)$.

C. $N(-1; -4; -2)$.

D. $Q(5; 14; -10)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng d ta được:

$$\begin{cases} 2 = t \\ 7 = -1 + 3t \\ -4 = -2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{8}{3} \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow P \notin d.$$

Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng d ta được:

$$\begin{cases} 3 = t \\ 8 = -1 + 3t \\ 6 = -2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 3 \\ t = -3 \end{cases} \Rightarrow M \notin d.$$

Thay tọa độ điểm N vào phương trình đường thẳng d ta được:

$$\begin{cases} -1 = t \\ -4 = -1 + 3t \\ -2 = -2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow N \notin d.$$

Thay tọa độ điểm Q vào phương trình đường thẳng d ta được:
$$\begin{cases} 5 = t \\ 14 = -1 + 3t \\ -10 = -2t \end{cases} \Leftrightarrow t = 5 \Rightarrow Q \in d.$$

Câu 13: Số phức liên hợp của $z = (3 - 4i) + \overline{2 + 3i}$ là

- A.** $\bar{z} = 5 - 7i$. **B.** $\bar{z} = -5 + 7i$. **C.** $\bar{z} = 5 + 7i$. **D.** $\bar{z} = 1 - i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = (3 - 4i) + \overline{2 + 3i} = 3 - 4i + 2 - 3i = 5 - 7i \Rightarrow \bar{z} = 5 + 7i$.

Câu 14: Nếu $\int_{-1}^5 f(x) dx = 2020$ thì $\int_{-1}^5 \frac{f(x)}{2020} dx$ bằng

- A.** 1. **B.** 2020. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{2020}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_{-1}^5 \frac{f(x)}{2020} dx = \frac{1}{2020} \int_{-1}^5 f(x) dx = \frac{1}{2020} \cdot 2020 = 1$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{3}}(x - 2)$ là

- A.** $D = (2; +\infty)$. **B.** $D = (3; +\infty)$. **C.** $D = (0; +\infty)$. **D.** $D = [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

$\Rightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D = (2; +\infty)$.

Câu 16: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a^4)$ bằng

- A.** $3 + 4\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{4}\log_2 a$. **C.** $4\log_2 8a$. **D.** $8 + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2(8a^4) = \log_2 8 + \log_2 a^4 = 3 + 4\log_2 a$.

Câu 17: Tính diện tích mặt cầu có bán kính bằng 3

- A.** 9π . **B.** 18π . **C.** 12π . **D.** 36π .

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu bán kính bằng 3 là: $S = 4\pi r^2 = 4.9\pi = 36\pi$.

Câu 18: Một khối lăng trụ có chiều cao bằng $2a$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = 4a^3$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{4a^2}{3}$.

Lời giải**Chọn B**

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng: $V = 2a.2a^2 = 4a^3$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt

- A. $m < -2$. B. $-2 \leq m \leq 4$. C. $-2 < m < 4$. D. $m > 4$.

Lời giải**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < m < 4$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; -1; 0)$. B. $(5; 0; 0)$. C. $(0; -1; 3)$. D. $(-1; 3; 0)$.

Lời giải**Chọn C**

Gọi H là hình chiếu hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz)

Khi đó $H(0; -1; 3)$.

Câu 21: Cho hình nón có đường sinh $l = 2a$ và bán kính đáy bằng $r = a$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. πa^2 . D. $4\pi a^2$.

Lời giải**Chọn A**

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 2\pi a^2$.

Câu 22: Hàm số $F(x) = x + \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = 1 - \ln|x|$.

B. $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$.

C. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x^2}$.

D. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \ln|x| + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x) \Rightarrow f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)' = 1 - \frac{1}{x^2}$.

Câu 23: Cho khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích khối nón đã cho bằng
A. $V = 24\pi$. B. $V = 96\pi$. C. $V = 32\pi$. D. $V = 96$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 4^2 \cdot 6 = 32\pi$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P)

A. $\vec{n}_2 = (-2; 3; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (4; 6; 2)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$. D. $\vec{n}_3 = (2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$.

Câu 25: Bất phương trình $\log_{0,5}(5x - 1) > -2$ có tập nghiệm là

A. $\left[\frac{1}{5}; 1\right)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(\frac{1}{5}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > \frac{1}{5}$

Bất phương trình tương đương: $5x - 1 < 0,5^{-2}$

$$\Leftrightarrow 5x - 1 < 4$$

$$\Leftrightarrow x < 1.$$

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{5}; 1\right)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; -2)$, $B(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , B và vuông góc với mặt phẳng (Q) là

A. $15x + 7y + z - 27 = 0$.

B. $15x + 7y + z + 27 = 0$.

C. $15x - 7y + z + 27 = 0$.

D. $15x - 7y + z - 27 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 6)$.

Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -2; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_Q] = (15; 7; 1) \Rightarrow \vec{n}_P = (15; 7; 1)$.

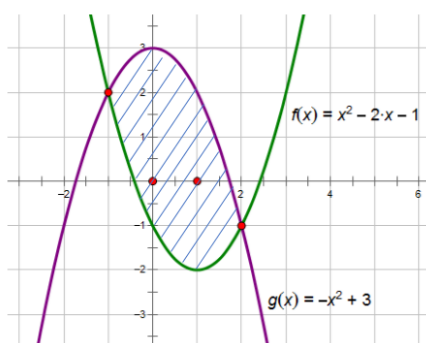
Mặt phẳng (P) có phương trình $15(x-1) + 7(y-2) + (z+2) = 0 \Leftrightarrow 15x + 7y + z - 27 = 0$.

- Câu 27:** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + i$. Phần ảo của số phức $w = z_1(z_2 + 2i)$ bằng
A. 3. **B.** 9. **C.** $-3i$. **D.** -3 .

Lời giải**Chọn D**

Ta có $w = z_1(z_2 + 2i) = (1 - 2i)(3 + 3i) = 9 - 3i$ có phần ảo là -3 .

- Câu 28:** Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên bằng



- A.** $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 1) dx$. **B.** $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$. **D.** $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có $S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

- Câu 29:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2; 0; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-3}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua M và song song với d có phương trình tham số là

- A.** $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 5t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -5t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 5t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$.

Lời giải**Chọn C**

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (4; -5; 2)$, $\Delta // d \Rightarrow \Delta$ có véc tơ chỉ phương cùng

phương với $\vec{u_d} \Rightarrow$ loại hai phương án B, D.

$M(2;0;-3) \in \Delta \Rightarrow$ chọn C.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực đại?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1 \Rightarrow$ chọn A.

Câu 31: Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC . Tính tan của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (ABC) .

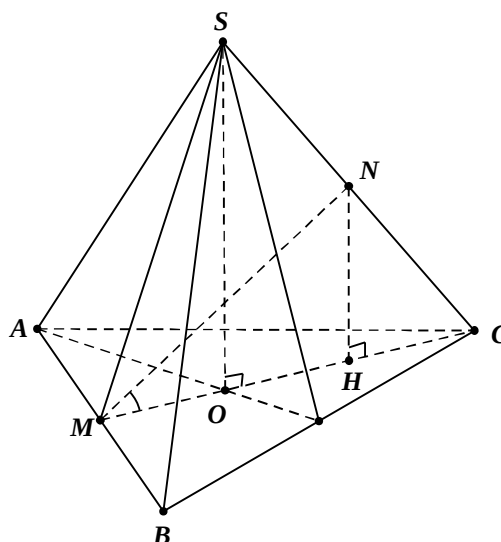
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. 1.

Lời giải



Chọn C

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.

Vì $SABC$ là tứ diện đều cạnh a nên $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$.

Gọi H là chân đường vuông góc từ N xuống (ABC)

$\Rightarrow H$ là trung điểm của OC

$$\Rightarrow MH = \frac{2}{3}MC = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}a.$$

Vì N là trung điểm của SC nên $NH = \frac{1}{2}h = \frac{\sqrt{6}}{6}a$

Góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{NMH}$

$$\text{Vậy } \tan \widehat{NMH} = \frac{NH}{MH} = \left(\frac{\sqrt{6}}{6}a \right) : \left(\frac{\sqrt{3}}{3}a \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0; 1]$.

A. $M = 2; m = \sqrt{2}$. B. $M = 1; m = -2$. C. $M = 2; m = 1$. D. $M = \sqrt{2}; m = 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(4x + 1)(x + 1) - (2x^2 + x + 1)}{(x + 1)^2} = \frac{4x^2 + 5x + 1 - 2x^2 - x - 1}{(x + 1)^2} = \frac{2x^2 + 4x}{(x + 1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -2 \text{ (không thuộc } [0; 1])$$

$\Rightarrow$ trên đoạn $[0; 1]$ $f'(x)$ không đổi dấu.

$$\text{Ta có: } f(0) = 1; f(1) = 2$$

Vậy $M = 2; m = 1$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		2		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $5f(x) - 13 = 0$

A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 5f(x) - 13 = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{13}{5} = 2,6$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$f(x)=2,6$			

The graph shows a function $f(x)$ with a horizontal asymptote at $y=2,6$. The function has a local minimum at $x=-1$ and a local maximum at $x=2$. As x approaches $-\infty$, $f(x)$ approaches $+\infty$. As x approaches $+\infty$, $f(x)$ approaches $-\infty$.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $5f(x) - 13 = 0$ là 1.

Câu 34: Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$

A. $y' = -2xe^x$.

B. $y' = (2x - 2)e^x$.

C. $y' = x^2 \cdot e^x$.

D. $y' = (x^2 + 2)e^x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$

$\Rightarrow y' = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 2)e^x$

$= x^2 \cdot e^x$.

Câu 35: Bất phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 \geq 0$ có tập nghiệm S là

A. $S = (-\infty; 0] \cup [\log_2 5; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

C. $S = (0; 2] \cup [8; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 2] \cup [8; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 \geq 0$. Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$ ta được phương trình $t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ t \geq 3 \end{cases}$.

Với $t \geq 3 \Rightarrow \log_2 x \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 2^3 \Leftrightarrow x \geq 8$.

Với $t \leq 1 \Rightarrow \log_2 x \leq 1 \Leftrightarrow 0 < x \leq 2^1 \Leftrightarrow 0 < x \leq 2$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = (0; 2] \cup [8; +\infty)$.

Câu 36: Xét $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x} dx$ nếu đặt $t = x^2 + 2x$ thì $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2} \int_0^3 (t+1)e^t dt$.

B. $\frac{1}{2} \int_0^3 e^t dt$.

C. $\int_0^3 e^t dt$.

D. $\int_0^3 (t+1)e^t dt$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $t = x^2 + 2x \Rightarrow dt = (2x + 2)dx \Rightarrow (x+1)dx = \frac{dt}{2}$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = 3$.

Ta được $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x} dx = \int_0^3 e^t \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int_0^3 e^t dt$.

Câu 37: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Môđun của số phức $z_0 - i$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = -9 \Leftrightarrow (z+1)^2 = 9i^2 \Leftrightarrow z+1 = \pm 3i \Leftrightarrow z = -1 \pm 3i.$$

$$\text{Suy ra } z_0 = -1 + 3i \Rightarrow z_0 - i = -1 + 2i \Rightarrow |z_0 - i| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 38: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, AC = 2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $4\pi a^2$.

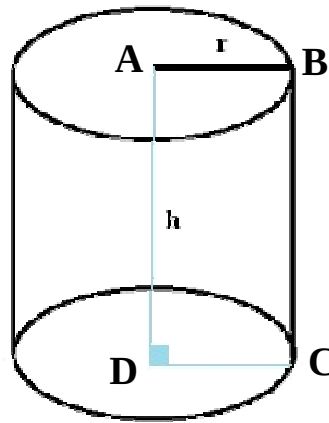
B. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

C. $2\pi a^2 \sqrt{5}$.

D. $2\pi a^2 \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } ABCD \text{ là hình chữ nhật có } AB = a, AC = 2a \text{ suy ra } AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Hình trụ có } h = l = AD = a\sqrt{3}; r = AB = a.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ là } S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rl = 2\pi \cdot a \cdot a\sqrt{3} = 2\pi a^2 \sqrt{3}.$$

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$.

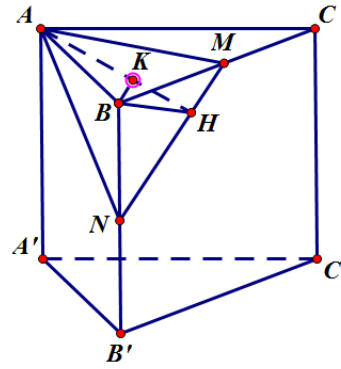
B. $2a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm BB' , $B'C // MN \Rightarrow B'C // (AMN)$
 $\Rightarrow d(AM, B'C) = d(B'C, (AMN)) = d(B', (AMN)) = d(B, (AMN))$
 Kẻ $BH \perp MN$, $BK \perp AH \Rightarrow d(B, (AMN)) = BK$

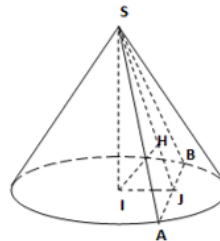
Ta có $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{10}{3a^2} \Rightarrow BK = \frac{a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 40: Cho hình nón có đường cao $h=5a$ và bán kính đáy $r=12a$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài $10a$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình nón đã cho.

- A. $69a^2$. B. $120a^2$. C. $60a^2$. D. $\frac{119a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

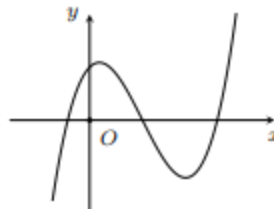


Xét hình nón như hình vẽ

Từ giả thiết ta có $SI = 5a$; $IA = 12a$; $AB = 10a \Rightarrow AJ = 5a$

Có $SA = \sqrt{SI^2 + IA^2} = 13a \Rightarrow SJ = \sqrt{SA^2 - AJ^2} = 12a \Rightarrow S = \frac{1}{2} SJ \cdot AB = 60a^2$.

Câu 41: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + x + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$. B. $a > 0$; $b < 0$; $c > 0$. C. $a < 0$; $b < 0$; $c < 0$. D. $a < 0$; $b > 0$; $c > 0$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị suy ra $a > 0; c > 0$

$$\forall x \in \mathbb{R}, y' = 3ax^2 + 2bx + 1, \text{ pt } y' = 0 \text{ có 2 nghiệm } x_1; x_2 \text{ sao cho } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow b < 0.$$

- Câu 42:** Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn lúc ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con và tốc độ tăng trưởng là 15% trong 1 giờ. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thời gian thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng đến hơn 1000000 con (một triệu con)?
A. 53 giờ. **B.** 100 giờ. **C.** 51 giờ. **D.** 25 giờ.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức ta có $500 \cdot e^{0,15 \cdot t} > 1000000 \Leftrightarrow t > 50,7$.

Vậy cần ít nhất 51 giờ thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng đến hơn 1000000 con (một triệu con).

- Câu 43:** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập S . Xác suất lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 có giá trị gần với số nào nhất trong các số sau?
A. 0,52. **B.** 0,65. **C.** 0,24. **D.** 0,84.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là: C_{9, A_9}^2

Gọi A là biến cố "Số được chọn chia hết cho 3."

Ta biết rằng tổng các chữ số của một số tự nhiên chia hết cho 3 phải chia hết cho 3, mà tổng các chữ số từ 0 đến 9 là 45 chia hết cho 3, nên muốn biến cố A xảy ra thì tập hợp X chứa chín chữ số của số được chọn phải là 1 trong 4 tập sau:

$$\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}, \{0; 1; 2; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}, \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9\}, \{0; 1; 2; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

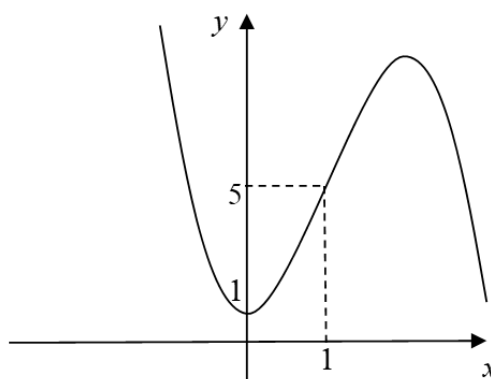
Trường hợp 1: $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Trường hợp này có 9! số.

Trường hợp 2: X là một trong 3 tập còn lại. Trường hợp này có 3.8.8! số.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 9! + 3.8.8! = 1330560$

Vậy xác suất lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 là: $\frac{C_{1330560}^2 + C_{1330560}^1 \cdot C_{9, A_9}^1 - 1330560}{C_{9, A_9}^2} \approx 0,65$.

- Câu 44:** Cho đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình

$$8^{f(x)-1} + 4^{f(x)-1} - (m+3) \cdot 2^{f(x)} + 4 + 2m = 0$$

có nghiệm $x \in (0;1)$?

A. 285.

B. 284.

C. 141.

D. 142.

Lời giải

Chọn D

Đặt $2^{f(x)-1} = a$

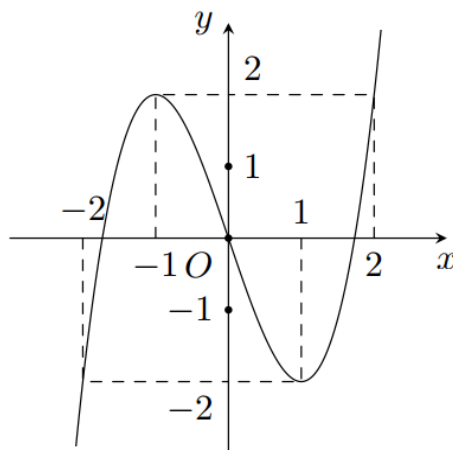
Vì $x \in (0;1) \Rightarrow f(x) \in (1;5) \Rightarrow a \in (1;16)$

Phương trình: $a^3 + a^2 - 2(m+3)a + 2m + 4 = 0 \Leftrightarrow (a-1)(a^2 + 2a - (2m+4)) = 0$

$$\Leftrightarrow a = 1 \text{ (vô nghiệm)} \text{ và } a^2 + 2a = 2m + 4 \Leftrightarrow (a+1)^2 = 2m + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in \left(-\frac{1}{2}; 142\right) \end{cases}$$

Vậy có 142 số.

Câu 45: Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để phương trình

$$f\left(\sqrt{f(\sin 2x) + 2}\right) = f\left(\frac{m}{2}\right) \text{ có nghiệm thuộc nửa khoảng } \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right] ?$$

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right] \Rightarrow -1 < \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq f(\sin 2x) < 2 \Rightarrow 0 \leq f(\sin 2x) + 2 < 4$$

$$\Rightarrow 0 \leq \sqrt{f(\sin 2x) + 2} < 2 \Rightarrow -2 \leq f(\sqrt{f(\sin 2x) + 2}) < 2$$

$$\text{Đề phương trình } f(\sqrt{f(\sin 2x) + 2}) = f\left(\frac{m}{2}\right) \text{ có nghiệm thì } -2 \leq f\left(\frac{m}{2}\right) < 2$$

$$\text{Tức là } -2 \leq f\left(\frac{m}{2}\right) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq \frac{m}{2} < 2 \\ \frac{m}{2} \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq m < 4 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

Mà m nguyên không âm vậy $m \in \{0; 1; 2; 3\}$. Vậy có 4 giá trị của m .

Câu 46: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi φ là góc giữa BC' và mặt phẳng $(A'BC)$. Khi $\sin \varphi$ đạt giá trị lớn nhất, tính thể tích khối lăng trụ đã cho?

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

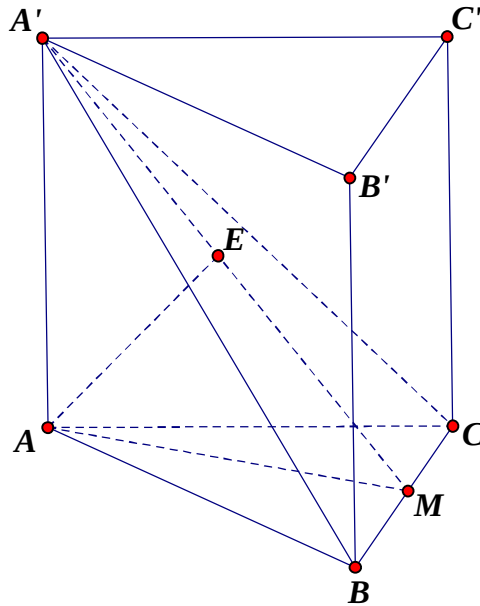
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\frac{\sqrt[4]{12}a^3}{4\sqrt{3}}$.

D. $\frac{\sqrt[4]{27}a^3}{4\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AA' = x$ ($x > 0$)

Gọi $h = d(A, (A'BC)) = d(C', (A'BC))$.

Dựng $AM \perp BC$, $AE \perp A'M \Rightarrow h = d(A, (A'BC)) = d(C', (A'BC)) = AE = \frac{A'A \cdot MA}{\sqrt{A'A^2 + AM^2}}$

Khi đó ta có $h = \frac{a\sqrt{3}x}{\sqrt{4x^2 + 3a^2}}$ và $BC' = \sqrt{a^2 + x^2}$.

$$\text{Ta có } \sin \varphi = \frac{h}{BC'} = \frac{a\sqrt{3}x}{\sqrt{4x^2 + 3a^2}\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{(4x^2 + 3a^2)(x^2 + a^2)}{x^2}}}$$

Ta có $\sin \varphi$ lớn nhất khi $\frac{(4x^2 + 3a^2)(x^2 + a^2)}{x^2}$ nhỏ nhất

$$\text{Mà } \frac{(4x^2 + 3a^2)(x^2 + a^2)}{x^2} = 4x^2 + \frac{3a^4}{x^2} + 7a^2 \geq 4a^2\sqrt{3} + 7a^2 \text{ khi}$$

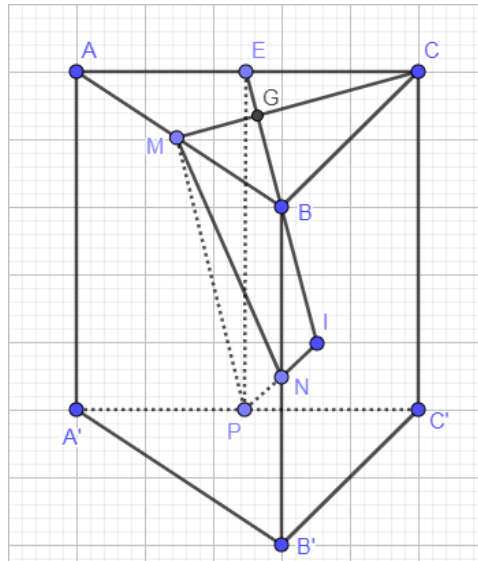
$$\text{Dấu bằng } 4x^2 = \frac{3a^4}{x^2} \Rightarrow x = a\sqrt[4]{\frac{3}{4}}, \text{ khi đó thể tích khối lăng trụ bằng } \frac{\sqrt[4]{27}a^3}{4\sqrt{2}}.$$

Câu 47: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 cm và diện tích đáy bằng 6 cm^2 . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BB', A'C'$. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng

- A. 7 cm^3 . B. $\frac{7}{2} \text{cm}^3$. C. 8 cm^3 . **D. 5 cm^3 .**

Lời giải

Chọn D



Gọi E là trung điểm của AC .

Khi đó: $PE \parallel BB'$

Gọi I là giao điểm của NP và BE , khi đó B là trung điểm của IE .

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC

Theo tính chất của trọng tâm: $BG = 2EG$

Ta được:

$$d_{(B;MC)} = 2d_{(E;MC)}$$

$$IB = BE = \frac{3}{2}BG$$

$$\text{Suy ra: } d_{(I;MC)} = \left(1 + \frac{3}{2}\right)d_{(B;MC)} = \frac{5}{2}d_{(B;MC)}$$

$$S_{IMC} = \frac{1}{2} d_{(I;MC)} \cdot MC = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot d_{(B;MC)} \cdot MC = \frac{5}{2} S_{MBC} = \frac{5}{4} S_{ABC}$$

Ta có:

$$\frac{V_{P.MNC}}{V_{P.MIC}} = \frac{PN}{PI} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{P.MNC} = \frac{1}{2} V_{P.MIC}$$

Lại có:

$$V_{P.MIC} = \frac{1}{3} d_{(P;(ABC))} \cdot S_{IMC} = \frac{1}{3} d_{(A';(ABC))} \cdot \frac{5}{4} S_{ABC}$$

$$\Rightarrow V_{P.MIC} = \frac{5}{12} d_{(A';(ABC))} \cdot S_{ABC} = \frac{5}{12} \cdot 4.6 = 10 (cm^3)$$

$$\text{Vậy } V_{P.MNC} = \frac{1}{2} V_{P.MIC} = 5 (cm^3).$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2m|x - m + 5| + m^3 - m^2 + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị?

A. 23.

B. 40.

C. 20.

D. 41.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x) = x^2 - 2m|x - m + 5| + m^3 - m^2 + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 - 2m(x - m + 5) + m^3 - m^2 + 1 & \text{neu } x \geq m - 5 \\ x^2 + 2m(x - m + 5) + m^3 - m^2 + 1 & \text{neu } x < m - 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x - 2m, & \text{neu } x > m - 5 \\ 2x + 2m, & \text{neu } x < m - 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = -m \\ x < m - 5 \end{cases}$$

Hàm số có đúng một điểm cực trị $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm.

$$\Leftrightarrow -m \geq m - 5 \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}. \text{ Vậy có } 2 - (-20) + 1 = 23 \text{ số nguyên } m \text{ thỏa mãn ycbt.}$$

Câu 49: Xét các số thực a, b, c với $a > 1$ thỏa mãn phương trình $\log_a^2 x - 2b \log_a \sqrt{x} + c = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 đều lớn hơn 1 và $x_1 \cdot x_2 \leq a$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \frac{b(c+1)}{c}.$$

A. $6\sqrt{2}$.

B. 4.

C. 5.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$

$$\text{Phương trình: } \log_a^2 x - 2b \log_a \sqrt{x} + c = 0 \Leftrightarrow \log_a^2 x - b \log_a x + c = 0$$

Đặt $t = \log_a x$, vì $a > 1; x > 1 \Rightarrow t > 0$

Ta được phương trình: $t^2 - bt + c = 0$ (1)

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thực $x_1; x_2$ đều lớn hơn 1 thì (1) phải có 2 nghiệm

$$\text{đương} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 4c \geq 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < c \leq \frac{b^2}{4} \\ b > 0 \end{cases}.$$

Mặt khác: $x_1 \cdot x_2 \leq a \Rightarrow \log_a (x_1 x_2) \leq 1 \Leftrightarrow t_1 + t_2 \leq 1 \Rightarrow b \leq 1 \Rightarrow 0 < b \leq 1$.

$$S = \frac{b(c+1)}{c} = b + \frac{b}{c} \geq b + \frac{4}{b}.$$

Xét hàm $f(b) = b + \frac{4}{b}$, với $b \in (0; 1]$.

$f'(b) = 1 - \frac{4}{b^2} = \frac{b^2 - 4}{b^2} < 0, \forall b \in (0; 1]$, suy ra hàm số $f(b)$ nghịch biến trên nửa khoảng $(0; 1] \Rightarrow f(b) \geq f(1) = 5$

$$\Rightarrow \min S = \min_{(0;1]} f(b) = 5 \text{ khi } \begin{cases} b = 1 \\ c = \frac{1}{4} \end{cases}.$$

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$, thỏa mãn $f(1) = e$ và

$x^3 f'(x) = e^x (x - 2)$ với mọi $x \in (0; +\infty)$. Tính $I = \int_1^{\ln 3} x^2 f(x) dx$

A. $I = 3 - e$.

B. $I = 2 - e$.

C. $I = 2 + e$.

D. $I = 3 + e$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^3 f'(x) = e^x (x - 2) \Leftrightarrow f'(x) = \frac{xe^x - 2e^x}{x^3} = \left(\frac{e^x}{x^2} \right)' \Rightarrow f(x) = \frac{e^x}{x^2} + C$.

$$f(1) = e \Rightarrow f(1) = \frac{e}{1} + C \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{e^x}{x^2}$$

$$\Rightarrow I = \int_1^{\ln 3} x^2 f(x) dx = \int_1^{\ln 3} x^2 \cdot \frac{e^x}{x^2} dx = \int_1^{\ln 3} e^x dx = e^x \Big|_1^{\ln 3} = 3 - e.$$

-----**HẾT**-----