

Thí sinh không được sử dụng tài liệu khi làm bài. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{3}}$ là:

- A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $[3; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

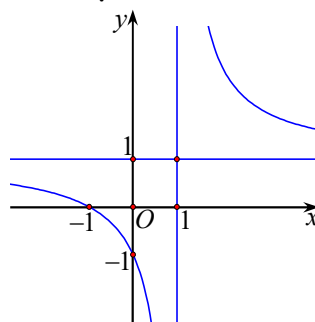
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	5	4	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 4. D. 3.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

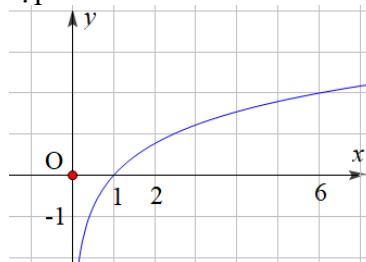


- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$. C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 4. Hai xạ thủ bắn mỗi người một viên đạn vào bia, biết xác suất bắn trúng vòng 10 của xạ thủ thứ nhất là 0,75 và của xạ thủ thứ hai là 0,85. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng vòng 10.

- A. 0,325. B. 0,6375. C. 0,0375. D. 0,9625.

Câu 5. Hàm số nào sau đây có đồ thị phù hợp với hình vẽ?



- A. $y = \log_{\sqrt{6}} x$. B. $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$. C. $y = 6^x$. D. $y = \log_{0,6} x$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V , tính thể tích khối chóp $S.GMN$.

- A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{6}$. D. $\frac{V}{12}$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có nhiều điểm cực trị nhất?

- A. $y = -3x + 1$. B. $y = x^4 + 3x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

Câu 8. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 9. Với hai số thực dương a, b tùy ý thỏa mãn $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2a + 3b = 0$. B. $a = b \log_6 2$. C. $a = b \log_6 3$. D. $a = 36b$.

Câu 10. Phương trình $2^{x^2 - 3x + 2} = 4$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Tính giá trị của $T = x_1^2 + x_2^2$.

- A. $T = 27$. B. $T = 9$. C. $T = 3$. D. $T = 1$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$y = f(x)$	$+\infty$				4		$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
		0		0		0	
			-4			0	

Hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 12. Cho a, b, c là các số dương và $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\log_a \left(\frac{1}{b} \right) = -\log_a b$. B. $\log_a (b + c) = \log_a b \cdot \log_a c$.
C. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$. D. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 13. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{3\pi a^3}{2}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{2}$. C. $V = \frac{9\pi a^3}{2}$. D. $V = \frac{7\pi a^3}{2}$.

Câu 14. Một hình nón có chiều cao $h = 20 \text{ cm}$, bán kính đáy $r = 25 \text{ cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $75\pi\sqrt{41} \text{ cm}^2$. B. $5\pi\sqrt{41} \text{ cm}^2$. C. $125\pi\sqrt{41} \text{ cm}^2$. D. $25\pi\sqrt{41} \text{ cm}^2$.

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. 5. B. 37. C. 3. D. 6.

Câu 16. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó?

- A. 10^2 . B. C_{10}^2 . C. A_{10}^2 . D. A_{10}^8 .

Câu 17. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}}$, ($x > 0$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{8}{12}}$. B. $P = x^{\frac{7}{12}}$. C. $P = x^{\frac{9}{12}}$. D. $P = x^{\frac{6}{12}}$.

Câu 18. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông. Tính thể tích khối trụ.

- A. $\frac{4\pi}{9}$. B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

Câu 19. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = (-\infty; 1)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 20. Tìm nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1-2x}{x} > 0$ có dạng $(a; b)$. Tính $T = 3a - 2b$.

- A. $T = 0$. B. $T = -1$. C. $T = 1$. D. $T = -\frac{2}{3}$.

Câu 21. Khối lăng trụ có chiều cao bằng h , diện tích đáy bằng B có thể tích là

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{6}Bh$.

Câu 22. Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R là

- A. $S_{xq} = 2\pi Rh$. B. $S_{xq} = \pi Rh$. C. $S_{xq} = \pi^2 Rh$. D. $S_{xq} = 4\pi Rh$.

Câu 23. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$.

- A. $T = \frac{13}{4}$. B. $T = 3$. C. $T = \frac{1}{4}$. D. $T = 2$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng a , đáy là tam giác ABC đều cạnh a . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{24}a^3$. B. $\frac{1}{24}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.

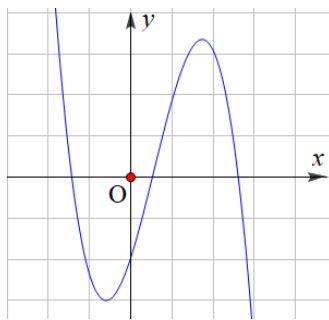
Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác ABC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{2}$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = 2x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để (C) cắt d tại ba điểm phân biệt?

- A. 4. B. 5. C. 9. D. 3.

Câu 27. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên dưới:



Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm cạnh $C'D'$, G là trọng tâm tam giác ABD . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(B'MG)$.

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 29. Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			3		-2		$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại:

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 31. Một nhóm học sinh có 8 học sinh nữ và 4 học sinh nam. Xếp ngẫu nhiên nhóm học sinh này thành một hàng dọc. Tính xác suất sao cho không có hai bạn nam nào đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{162}{165}$. B. $\frac{163}{165}$. C. $\frac{14}{55}$. D. $\frac{16}{55}$.

Câu 32. Cho bất phương trình $\log_3(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_3(x^2 + 6x + 5 + m)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x \in (1; 3)$?

- A. 16. B. vô số. C. 15. D. 14.

Câu 33. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 9)x^4 - 2x^2 + 1$ có đúng một điểm cực trị là:

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 7.

Câu 34. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển Newton của $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$, $x > 0$.

- A. 60. B. 80. C. 240. D. 160.

Câu 35. Cho hình nón (N) đỉnh S có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi a^3$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của hình nón.

- A. $V = 2a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 36. Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, bể có thể tích chứa tối đa $10m^3$ nước và giá tiền thuê nhân công là 500000 đồng/ m^2 . Số tiền ít nhất mà ông phải trả cho nhân công gần nhất với đáp án nào dưới đây?

- A. 14 triệu đồng. B. 13 triệu đồng. C. 16 triệu đồng. D. 15 triệu đồng.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	3

Phương trình tất cả các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{14}{f(x)+4}$ là

- A. $y = 0$. B. $y = 0$ và $y = 2$. C. $x = -1$ và $x = 1$. D. $y = 3$.

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của (C) là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 40. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ mà mặt bên $ABB'A'$ có diện tích bằng 4. Khoảng cách giữa cạnh CC' và $A'B$ bằng 7. Thể tích khối lăng trụ bằng

- A. 10. B. 16. C. 12. D. 14.

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x}$ có đồ thị (C) . Có tất cả bao nhiêu đường thẳng cắt (C) tại hai điểm phân biệt mà hoành độ và tung độ của hai giao điểm này đều là các số nguyên?

- A. 10. B. 4. C. 6. D. 2.

Câu 42. Tìm S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2^{\frac{mx+1}{x+m}}$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

- A. $S = (-1; 1)$. B. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. C. $S = \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$, $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng $2a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 45. Cho hai khối cầu đồng tâm có bán kính là 1 và 4. Xét hình chóp $S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ có đỉnh S thuộc mặt cầu nhỏ và các đỉnh $A_i, i = 1, 6$ thuộc mặt cầu lớn. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6$.

- A. 24. B. 18. C. $24\sqrt{3}$. D. $18\sqrt{3}$.

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $4^x + 4^y = 32y - 32x + 48$.

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Mặt bên $BB'C'C$ là hình thoi và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa CC' và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng $\frac{a\sqrt{12}}{5}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

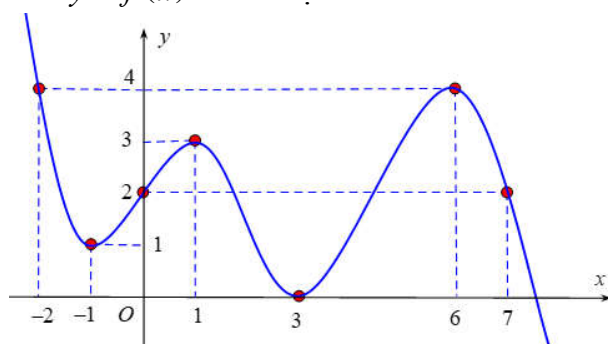
A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{21}}{14}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{7}$.

Câu 48. Cho hàm số đa thức bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(xf(x)) = \sqrt{9 - x^2 f^2(x)}$ là

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 8.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Hàm số $g(x) = f(|e^{2x} - 2x - 2|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9.

B. 11.

C. 5.

D. 7.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

----- HẾT -----



★★★★★

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG - NĂM HỌC 2020 - 2021

THPT CHUYÊN THÁI BÌNH – LẦN 2

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	D	A	D	C	A	D	B	C	B	C	C	A	C	B	D	D	A	C	A	D	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	B	D	C	C	A	D	A	B	A	D	B	B	D	C	C	A	A	D	D	B	A	A	B

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{3}}$ là

A. $D = (3; +\infty)$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = [3; +\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\frac{\pi}{3} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{3}}$ xác định khi và chỉ khi $x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Do đó tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{3}}$ là $D = (3; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

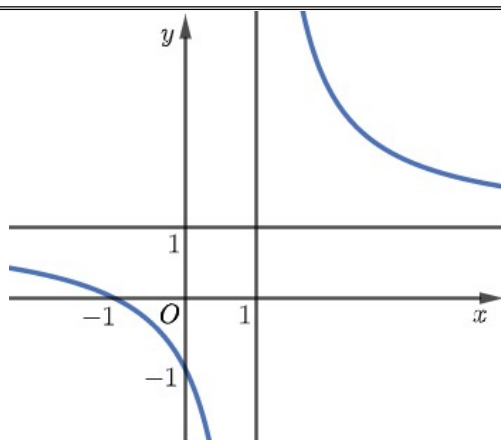
Ta có: $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$.

Suy ra số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta nhận thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là 3 nghiệm.

Câu 3: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = x^3 - 3x - 1$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = 1$; $y = 1$ nên ta chọn hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 4: Hai xạ thủ bắn mỗi người một viên đạn vào bia, biết xác suất bắn trúng vòng 10 của xạ thủ thứ nhất là 0,75 và của xạ thủ thứ hai là 0,85. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng vòng 10.

A. 0,325.

B. 0,6375.

C. 0,0375.

D. 0,9625.

Lời giải

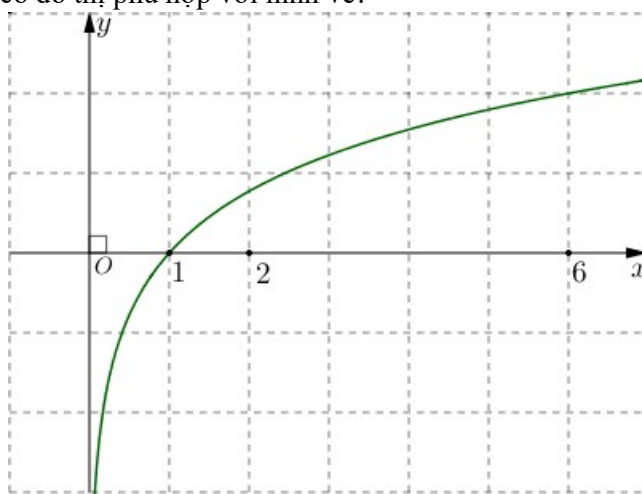
Chọn D.

Gọi biến cố A : “Xạ thủ thứ nhất bắn trúng vòng 10” và biến cố B : “xạ thủ thứ hai bắn trúng vòng 10”.

Xác suất để cả hai xạ thủ bắn trượt là $P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = (1 - 0,75)(1 - 0,85) = 0,0375$.

Vậy xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng vòng 10 là $1 - 0,0375 = 0,9625$.

Câu 5: Hàm số nào sau đây có đồ thị phù hợp với hình vẽ?



A. $y = \log_{\sqrt{6}} x$.

B. $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$.

C. $y = 6^x$.

D. $y = \log_{0,6} x$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị trên là đồ thị hàm số logarit đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên chọn đáp án A.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V , tính thể tích khối chóp $S.GMN$.

A. $\frac{V}{8}$.

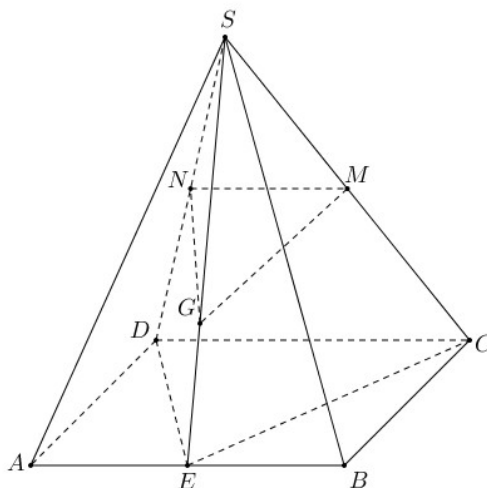
B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{6}$.

D. $\frac{V}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E là trung điểm của AB .

Ta có: $\frac{V_{S.GMN}}{V_{S.ECD}} = \frac{SG}{SE} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow V_{S.GMN} = \frac{1}{6} V_{S.ECD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{12} V$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có nhiều điểm cực trị nhất?

A. $y = -3x + 1$.

B. $y = x^4 + 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = -3x + 1$; $y = \frac{2x+1}{x-3}$ không có điểm cực trị.

Hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 1$ có 1 điểm cực trị.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$ nên có hai điểm cực trị

Câu 8: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x$ nghịch biến trên

$\mathbb{R}$

A. 2

B. 3

C. 1

D. 0

Lời giải

Chọn A

Xét $m = 1$ khi đó $y = -x$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $m = 1$ (nhận).

Xét $m = -1$ khi đó $y = -2x^2 - x$, Đồ thị là một parabol nên $m = -1$ (loại).

Xét $m \neq \pm 1$ khi đó $y' = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1$. Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$$\begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 9: Với hai số thực dương a, b tùy ý thỏa mãn $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây

đúng?

A. $2a + 3b = 0$.

B. $a = b \log_6 2$.

C. $a = b \log_6 3$.

D. $a = 36b$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \frac{\log_3 a}{\log_3 6} - \log_6 b = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_6 a - \log_6 b = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_6 \frac{a}{b} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = 36$$

$$\Leftrightarrow a = 36b.$$

Câu 10: Phương trình $2^{x^2 - 3x + 2} = 4$ có 2 nghiệm là $x_1; x_2$. Tính giá trị của $T = x_1^2 + x_2^2$.

A. $T = 27$.

B. $T = 9$.

C. $T = 3$.

D. $T = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$2^{x^2 - 3x + 2} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2 - 3x + 2} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow T = x_1^2 + x_2^2 = 9.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$y = f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\swarrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$
		0		0	4	0	
			-4				

Hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-2; 0)$. B. $(3; +\infty)$. **C. $(1; 2)$.** D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét : hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ đồng biến khi hàm số $y = f(x)$ nghịch biến.

BBT

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$g'(x)$	+		+ 0 -		- 0 +	0 -	
$g(x)$							

Dựa vào BBT nhận thấy hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 12: Cho a, b, c là các số dương và $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A. $\log_a \left(\frac{1}{b} \right) = -\log_a b$. **B. $\log_a (b+c) = \log_a b \cdot \log_a c$.**
 C. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$. D. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải

Chọn B.

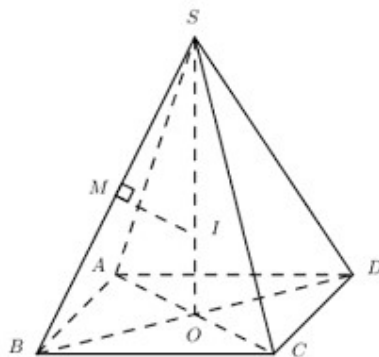
Không tồn tại công thức : $\log_a (b+c) = \log_a b \cdot \log_a c$.

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{3\pi a^3}{2}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{2}$. **C. $V = \frac{9\pi a^3}{2}$.** D. $V = \frac{7\pi a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của hình vuông ABCD, M là trung điểm SB, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{Xét } \triangle ABD \text{ vuông tại A có } BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + 4a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SBO \text{ vuông tại O có } SO = \sqrt{SA^2 - OB^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a.$$

$$\text{Do bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABCD : R = \frac{SB^2}{2SO} = \frac{4a^2}{2a} = 2a.$$

$$\text{Nên thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABCD \text{ là } V_{MC} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3a}{2}\right)^3 = \frac{9\pi a^3}{2}.$$

Câu 14: Một hình nón có chiều cao $h = 20cm$, bán kính $r = 25cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $S = 75\pi\sqrt{41}$. B. $S = 5\pi\sqrt{41}$. **C. $S = 125\pi\sqrt{41}$** . D. $S = 25\pi\sqrt{41}$.

Lời giải

Chọn D

Hình nón có chiều cao $h = 20cm$, bán kính $r = 25cm$ nên đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2} = 5\sqrt{41}$.

$$\text{Diện tích xung quanh } S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 25 \cdot 5\sqrt{41} = 125\pi\sqrt{41}.$$

Câu 15: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. 5.** B. 37. C. 3. D. 6.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in (1; 3)$ suy ra hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $(1; 3)$.

$$f(1) = 5; f(3) = 37.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là $\min_{[1; 3]} f(x) = f(1) = 5$.

Câu 16: Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. 10^2 .

B. C_{10}^2 .

C. A_{10}^2 .

D. A_{10}^8 .

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ra 2 học sinh từ 10 học sinh trong tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó là 1 chỉnh hợp chập 2 của 10. Vậy số cách chọn là A_{10}^2 .

Câu 17: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}}$, ($x > 0$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{8}{12}}$.

B. $P = x^{\frac{7}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{9}{12}}$.

D. $P = x^{\frac{6}{12}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P = \sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{12}} = x^{\frac{7}{12}}$.

Câu 18: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông. Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{4\pi}{9}$.

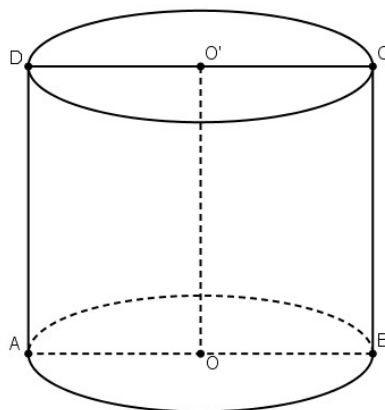
B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$.

C. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{TP} = 2\pi rh + 2\pi r^2 \Leftrightarrow 4\pi = 2\pi rh + 2\pi r^2 \Leftrightarrow 2 = rh + r^2$

Mà thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông suy ra $h = 2r$

Ta được $2 = 2r^2 + r^2 \Rightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow h = 2r = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

Vậy $V_{(T)} = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{\sqrt{6}}{3} \right)^2 \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$ (đvtt).

Câu 19: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = (-\infty; 1)$. **D. $S = (2; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 < 2x \Leftrightarrow x > 2$$

Câu 20: Tìm nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1-2x}{x} > 0$ có dạng $(a; b)$. Tính $T = 3a - 2b$

- A. $T = 0$.** B. $T = -1$. C. $T = 1$. D. $T = -\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện } \frac{1-2x}{x} > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{3}} \frac{1-2x}{x} > 0 \Leftrightarrow \frac{1-2x}{x} < 1 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{x} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta có } \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra } T = 3a - 2b = 0.$$

Câu 21: Khối lăng trụ có chiều cao bằng h , diện tích đáy bằng B có thể tích là

- A. $V = \frac{1}{2} Bh$. B. $V = \frac{1}{3} Bh$. **C. $V = Bh$.** D. $V = \frac{1}{6} Bh$.

Lời giải

Chọn C

Khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h có thể tích là $V = Bh$.

Câu 22: Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h bán kính đáy R là

- A. $S_{xq} = 2\pi Rh$.** B. $S_{xq} = \pi Rh$. C. $S_{xq} = \pi^2 Rh$. D. $S_{xq} = 4\pi Rh$.

Lời giải

Chọn A

Hình trụ có chiều cao h bằng độ dài đường sinh l . Do đó

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao } h \text{ bán kính đáy } R \text{ là } S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi Rh.$$

Câu 23: Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4.9^x - 13.6^x + 9.4^x = 0$

- A. $T = \frac{13}{4}$. B. $T = 3$. C. $T = \frac{1}{4}$. **D. $T = 2$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 4.9^x - 13.6^x + 9.4^x = 0 \Leftrightarrow 4 \left[\left(\frac{3}{2} \right)^x \right]^2 - 13 \left(\frac{3}{2} \right)^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2} \right)^x = 1 \\ \left(\frac{3}{2} \right)^x = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy $T = 2$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng a , đáy là tam giác ABC đều cạnh a . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{24}a^3$.

B. $\frac{1}{24}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3.$$

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác ABC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$.

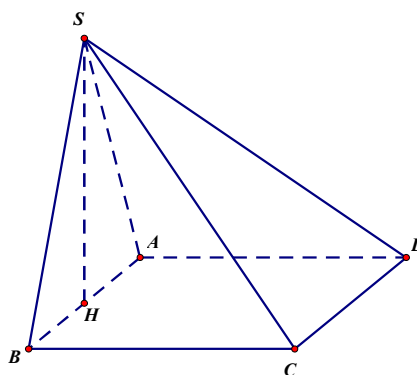
B. a^3 .

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AC thì H là chân đường cao của hình chóp $SABCD$.

Ta có:

$$V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}$$

Vậy thể tích khối chóp $SABCD$ bằng $\frac{a^3}{2}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = 2x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để (C) cắt d tại ba điểm phân biệt?

A. 4.

B. 5.

C. 9.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm

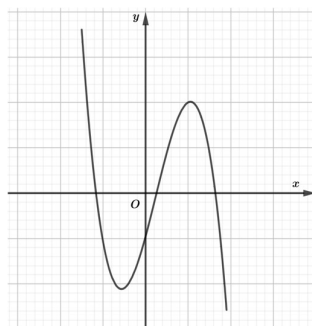
$$x^3 - 3x^2 + mx + 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow x(x^2 - 3x + m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3x + m - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt và khác 0. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17 - 4m > 0 \\ m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{17}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Do đó, số giá trị nguyên dương của m là 3.

Câu 27: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên dưới.



Trong các số a ; b ; c ; d có bao nhiêu số dương?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \Rightarrow a < 0.$$

Đồ thị hàm số giao trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d < 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị $x_1 < 0 < x_2$ và $|x_2| > |x_1| \Rightarrow x_1 + x_2 > 0$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

Vậy có 2 số dương.

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm cạnh $C'D'$, G là trọng tâm tam giác ABD . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(B'MG)$.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

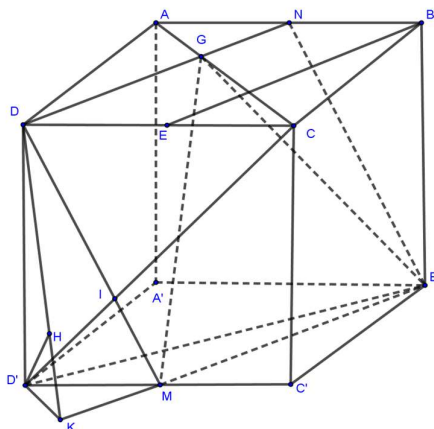
B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N ; E lần lượt là trung điểm đoạn AB ; $CD \Rightarrow DN \parallel B'M \parallel BE$.

$\Rightarrow (B'MG)$ cũng chính là mặt phẳng $(DNB'M)$.

$$\Rightarrow d(C; (B'MG)) = d(C; (DNB'M)).$$

Gọi $D'C \cap DM$ tại I .

$$\text{Ta có: } \frac{d(D'; (DNB'M))}{d(C; (DNB'M))} = \frac{D'I}{CI} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(C; (DNB'M)) = 2d(D'; (DNB'M)).$$

Kẻ $DK \perp B'M$ ($K \in B'M$); $D'H \perp DK \Rightarrow D'H \perp (DNB'M) \Rightarrow d(D'; (DNB'M)) = D'H$.

$$S_{\Delta D'MB'} = \frac{1}{4} S_{A'B'C'D'} \Rightarrow \frac{1}{2} D'K \cdot B'M = \frac{a^2}{4} \Rightarrow D'K = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Xét tam giác } D'DK \text{ vuông tại } D' \text{ ta có: } D'H = \frac{D'K \cdot DD'}{\sqrt{D'K^2 + DD'^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{5}}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\Rightarrow d(C; (DNB'M)) = 2D'H = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(C; (B'MG)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 29: Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng

A. 4.

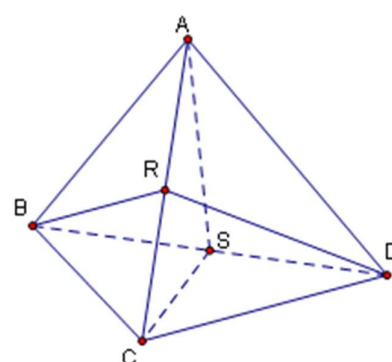
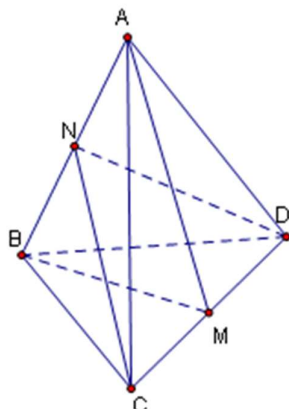
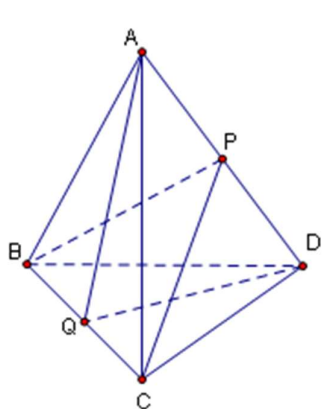
B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D



Hình tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng là:
 $(BCP); (ADQ); (ABM); (CDN); (SAC); (BDR)$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

A. $x = -2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$

Câu 31: Một nhóm học sinh có 8 học sinh nữ và 4 học sinh nam. Xếp ngẫu nhiên nhóm học sinh này thành một hàng dọc. Tính xác suất sao cho không có hai bạn nam nào đứng cạnh nhau.

A. $\frac{162}{165}$.

B. $\frac{163}{165}$.

C. $\frac{14}{55}$.

D. $\frac{16}{55}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 12!$.

Gọi A là biến cố “không có hai bạn nam nào đứng cạnh nhau”.

☞ Tính $n(A)$.

+ Sắp xếp 8 nữ thành hàng dọc có: $8!$ cách.

$-G-G-G-G-G-G-G-G-$

+ Sau khi sắp xếp nữ thì có 9 vị trí để có thể sắp xếp 4 nam. Chọn 4 vị trí để xếp 4 nam có $C_9^4 \cdot 4!$ cách.

Suy ra: $n(A) = 8! \cdot C_9^4 \cdot 4!$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14}{55}$.

Câu 32: Cho bất phương trình $\log_3(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_3(x^2 + 6x + 5 + m)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x \in (1; 3)$?

A. 16.

B. vô số.

C. 15.

D. 14.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Bất phương trình tương đương với: $\log_3(3x^2 + 6x + 6) > \log_3(x^2 + 6x + 5 + m)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 6x + 5 + m > 0 \\ 3x^2 + 6x + 6 > x^2 + 6x + 5 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -x^2 - 6x - 5 = f(x), & (1) \\ m < 2x^2 + 1 = g(x), & (2) \end{cases}.$$

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in (1; 3)$ khi bất phương trình (1) đúng với mọi $x \in (1; 3)$ và bất phương trình (2) đúng với $x \in (1; 3)$.

Xét $f(x)$ và $g(x)$ trên khoảng $(1; 3)$ ta có các bảng biến thiên như sau:

x	1	3
$f'(x)$	-	
$y = f(x)$	-12	-32

x	1	3
$g'(x)$	+	
$y = g(x)$	3	19

Yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases} m \geq -12 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -12 \leq m \leq 3.$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-12; -11; \dots; -1; 0; 1; 2; 3\}$. Vậy có 16 giá trị nguyên của m .

Câu 33: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 9)x^4 - 2x^2 + 1$ có đúng một điểm cực trị là

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Xét các trường hợp :

+) Nếu $m^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3$, ta có hàm số : $y = -2x^2 + 1$ là hàm bậc hai luôn có một cực trị nên $m = \pm 3$ thỏa mãn.

+) Nếu $m^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$, ta có hàm số : $y = (m^2 - 9)x^4 - 2x^2 + 1$ là hàm trùng phương có một cực trị $(m^2 - 9) \cdot (-2) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}; m \neq \pm 3} m \in \{\pm 2; \pm 1; 0\}$.

Kết hợp lại ta được $m \in \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\} \Rightarrow$ có 7 giá trị của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 34: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển Newton của $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$, $x > 0$.

A. 60.

B. 80.

C. 240.

D. 160.

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển Newton $A = \left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot x^{6-\frac{3}{2}k} \cdot 2^k.$

Ứng với số hạng chứa x^3 trong khai triển thì :
$$\begin{cases} 6 - \frac{3}{2}k = 3 \\ k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow k = 2.$$

Suy ra hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển Newton trên là: $C_6^2 \cdot 2^2 = 60$.

Câu 35: Cho hình nón (N) đỉnh S có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi a^2$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của hình nón (N) .

A. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

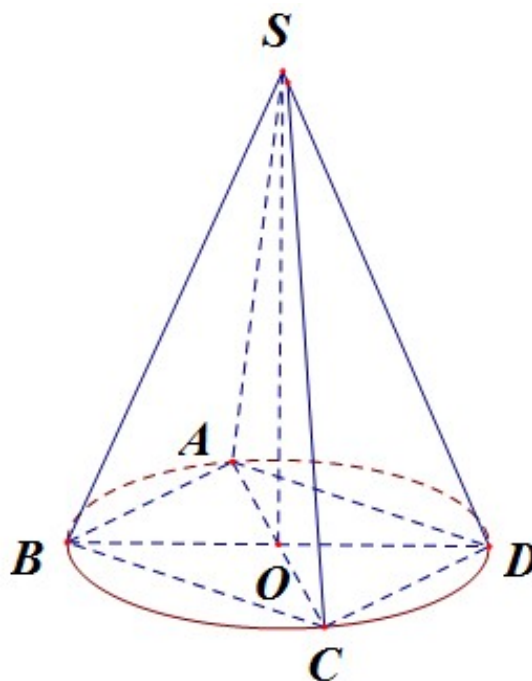
B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

D. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $S_{xq} = \pi Rl \Leftrightarrow l = \frac{2\pi a^2}{\pi a} = 2a$.

Xét tam giác SBO có: $SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là: $\frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{2a \cdot 2a}{2} = 2a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36: Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp

đôi chiều rộng, bể có thể tích chứa tối đa $10m^3$ nước và giá tiền thuê nhân công là 500000 đồng / m^2 . Số tiền ít nhất mà ông phải trả cho nhân công gần nhất với đáp án nào dưới đây?

- A.** 14 triệu đồng. **B.** 13 triệu đồng. **C.** 16 triệu đồng. **D.** 15 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi chiều rộng đáy bể là x ($x > 0$) $\Rightarrow$ chiều dài đáy bể là $2x$.

$$\text{Ta có } V = x.2x.h = 10 \Rightarrow h = \frac{5}{x^2}$$

$$\text{Diện tích phần bể cần xây là } S(x) = 2x.x + 2xh + 2.2x.h + 2x.x.80\% = \frac{18}{5}x^2 + \frac{30}{x}$$

$$S'(x) = \frac{36}{5}x - \frac{30}{x^2}; \quad S' = 0 \Leftrightarrow \frac{36x}{5} - \frac{30}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{25}{6}} \Rightarrow y = 9.\sqrt[3]{30}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\sqrt[3]{\frac{25}{6}}$	$+\infty$
S'		0	+
S	$+\infty$	$9.\sqrt[3]{30}$	$+\infty$

Vậy số tiền ít nhất mà ông phải trả cho nhân công là: $500000.9.\sqrt[3]{30} \approx 13.982.546$ Triệu đồng.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy khoảng $(-1;1)$ hàm số nghịch biến.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$		$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	3

Phương trình tất cả các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{14}{f(x)+4}$ là

A. $y = 0$. **B.** $y = 0$ và $y = 2$. **C.** $x = -1$ và $x = 1$. **D.** $y = 3$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{14}{f(x)+4} = 0 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.

Và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{14}{f(x)+4} = 2 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang.

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của (C) là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 + x - 1}{x - 1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 + x - 1}{x - 1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{x - 1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{x - 1} = -\infty$ nên đồ thị không có đường tiệm cận ngang.

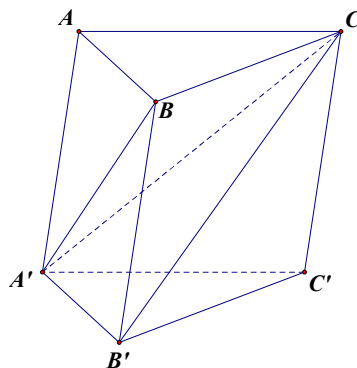
Vậy đồ thị (C) có một đường tiệm cận.

Câu 40: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ mà mặt bên $ABB'A'$ có diện tích bằng 4. Khoảng cách giữa cạnh CC' và $A'B$ bằng 7. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. 10. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 14.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Có } d(CC', A'B) = d(CC', (ABB'A')) = d(C, (ABB'A')) \Rightarrow d(C, (ABB'A')) = 7$$

$$\Rightarrow V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3} d(C, (ABB'A')) \cdot S_{ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 7 = \frac{28}{3}$$

$$\text{Đồng thời } V_{C.ABB'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.A'B'C'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'}$$

$$\text{Suy ra } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2} V_{C.ABB'A'} = \frac{3}{2} \cdot \frac{28}{3} = 14.$$

- Câu 41:** Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x}$ có đồ thị (C) . Có tất cả bao nhiêu đường thẳng cắt (C) tại hai điểm phân biệt mà hoành độ và tung độ của hai giao điểm này đều là các số nguyên?
A. 10. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y = \frac{3x-2}{x} = 3 - \frac{2}{x}.$$

Điểm $M \in (C)$ có tọa độ nguyên (hoành độ và tung độ nguyên) khi x là ước của 2, suy ra $x \in \{-1; 1; -2; 2\}$.

Các điểm thuộc (C) có tọa độ nguyên thuộc tập $B = \{(-1; 5), (1; 1), (2; 2), (-2; 4)\}$.

Mỗi cặp hai điểm thuộc tập B xác định một đường thẳng cắt (C) tại hai điểm có tọa độ nguyên, do đó số đường thẳng là $C_4^2 = 6$.

- Câu 42:** Tìm S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2^{\frac{mx+1}{x+m}}$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

- A.** $S = (-1; 1)$. **B.** $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$. **C.** $S = \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$. **D.** $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = \frac{m^2 - 1}{(x+m)^2} \cdot 2^{\frac{mx+1}{x+m}} \cdot \ln 2, \forall x \neq -m.$$

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ khi $y' < 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ x + m \neq 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -m \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1.$$

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$, $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng $2a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

A. 45° .

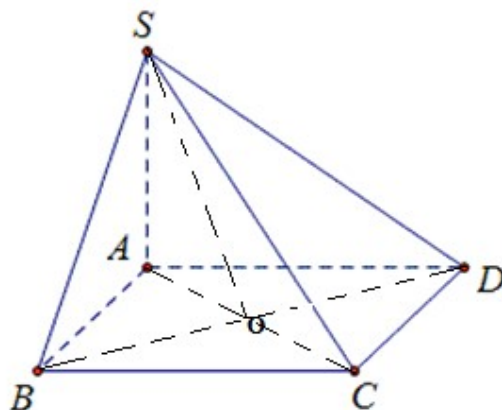
B. 90° .

C. 60°

D. 30°

Lời giải

Chọn A



Ta có

$$\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ AC \perp BD \\ SO \perp BD \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = (SO, AC) = \widehat{SOA}$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SOA}$.

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ ta có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2\sqrt{2}a.$$

$$\Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{2}a}{2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAO \text{ ta có } \tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{SOA} = 45^\circ.$$

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đạo hàm $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall x \in D$ nên

khẳng định A đúng.

Câu 45: Cho hai khối cầu đồng tâm có bán kính là 1 và 4. Xét hình chóp $S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ có đỉnh S thuộc mặt cầu nhỏ và các đỉnh $A_i, i = \overline{1,6}$ thuộc mặt cầu lớn. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6$.

A. 24

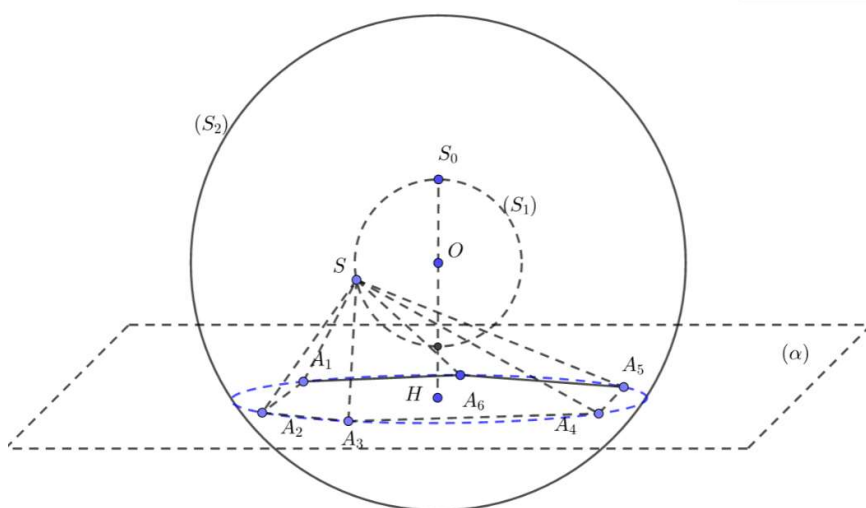
B. 18

C. $24\sqrt{3}$

D. $18\sqrt{3}$

Lời giải.

Chọn D



Hai khối cầu $(S_1), (S_2)$ có tâm lần lượt là $O_1; O_2$, bán kính lần lượt là $R_1 = 1; R_2 = 4$.

Hình chóp $S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ có đáy lục giác thuộc mặt phẳng (α) và S thuộc mặt cầu (S_1) .

Kẻ OH vuông góc với (α) , đặt $OH = x; S_0 = OH \cap (S_1)$ sao cho $d(S_0; (\alpha)) < d(O; (\alpha))$.

Đánh giá $V = V_{(S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6)} \leq V_{(S_0.A_1A_2A_3A_4A_5A_6)} = \frac{1}{3} S_0 H \cdot S_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6} \leq \frac{1}{3} S_0 H \cdot S'$.

Trong đó S' là diện tích đa giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$.

$$S_0 H = x + R_1 = x + 1; R_{S'} = HA_i = \sqrt{(OA_i)^2 - OH^2} = \sqrt{16 - x^2}.$$

Diện tích đa giác đều là $\frac{3\sqrt{3}}{2}(16-x^2)$, do đó

$$V_{(S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6)} \leq \frac{1}{3}(x+1) \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}(16-x^2) = \frac{\sqrt{3}}{2}(x+1)(16-x^2).$$

Khảo sát hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}(x+1)(16-x^2)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$, dẫn đến

$$\max f(x) = 18\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $4^x + 4^y = 32y - 32x + 48$.

A. 5

B. 4

C. 2

D. 1

Lời giải.

Chọn D

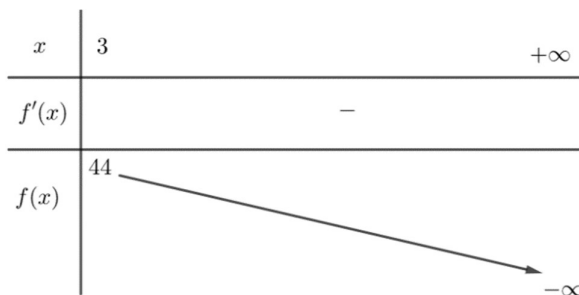
Do vai trò bình đẳng của x, y trong đề bài nên không giảm tổng quát, giả sử $x < y$.

$$\text{Do } x, y \in \mathbb{N}^*; x < y \Rightarrow 32y - 32x + 48 \geq 80 \Rightarrow 4^x + 4^y \geq 80 \Rightarrow 80 \leq 2 \cdot 4^y \Rightarrow y \geq 3.$$

$$\text{Mặt khác } 4^x + 4^y = 32y - 32x + 48 \Rightarrow 4^x + 32x = 32y - 4^y + 48$$

$$\text{Vì } x \geq 1 \Rightarrow 32y - 4^y + 48 \geq 36 \Rightarrow f(y) = 32y - 4^y + 12 \geq 0.$$

Ta có $f'(y) = 0 \Rightarrow 32 = 4^y \ln 4 \Rightarrow y = \log_4 \frac{16}{\ln 2}$. Bảng biến thiên hàm số như sau



Lại có $f(4) = -115 < 0 \Rightarrow y = 3$ do $y \in \mathbb{N}^*$.

Khi đó $x = 2$, kết luận có đúng một cặp số nguyên dương $(x; y)$.

Câu 47: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác đều cạnh a . Mặt bên $BB'C'C$ là hình thoi và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa CC' và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

$$\frac{a\sqrt{12}}{5}. \text{ Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ bằng}$$

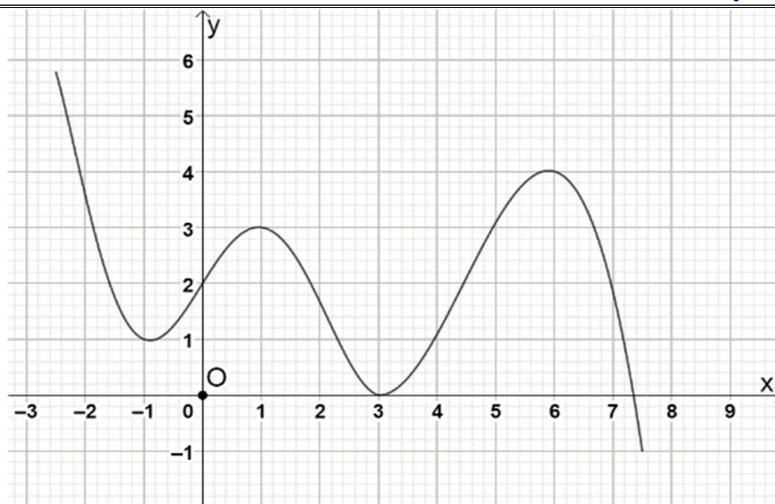
A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{21}}{14}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải



Số nghiệm của phương trình $f(xf(x)) = \sqrt{9 - x^2 f^2(x)}$ là

A. 14.

B. 8.

C. 13.

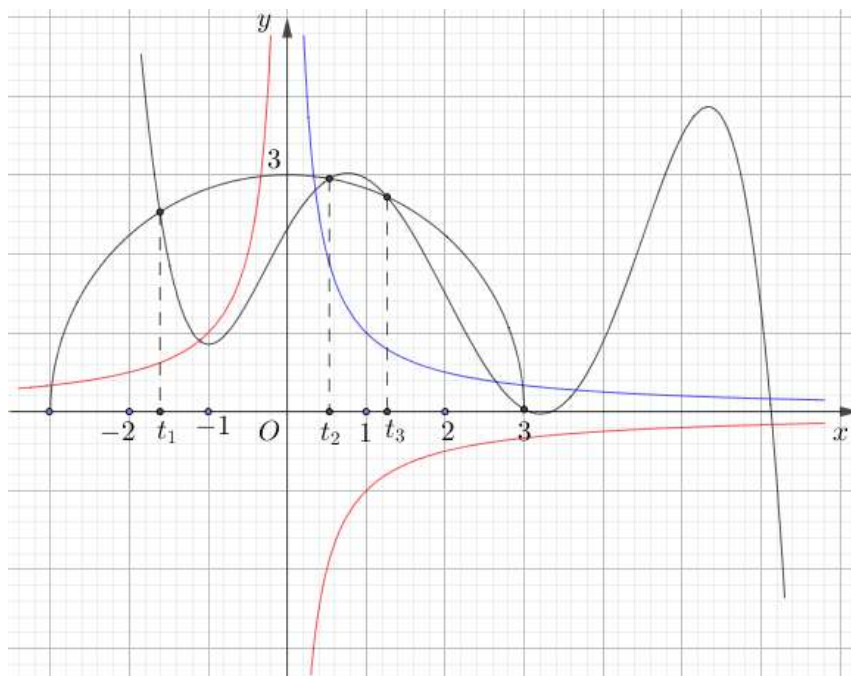
D. 15.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = xf(x)$, phương trình đã cho trở thành $f(t) = \sqrt{9 - t^2}$ (*).

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f(t)$ và nửa đường tròn $y = \sqrt{9 - t^2}$



Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} t = t_1 \quad (-2 < t_1 < -1) \\ t = t_2 \quad (0 < t_2 < 1) \\ t = t_3 \quad (1 < t_3 < 2) \\ t = 3 \end{cases}.$$

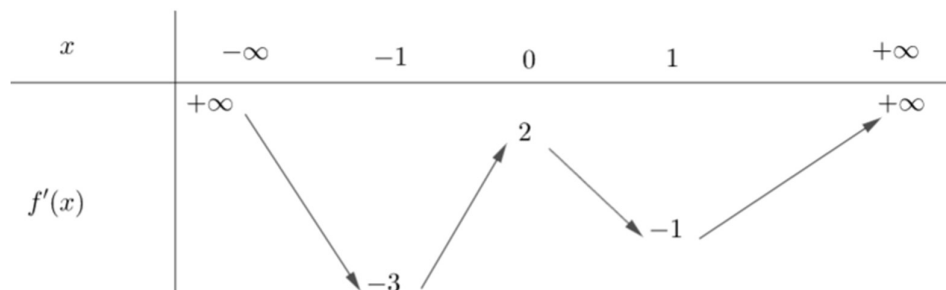
Xét phương trình có dạng $xf(x) = t \Rightarrow f(x) = \frac{t}{x}$ (**) (vì $x = 0$ không là nghiệm của phương trình ứng với $t \neq 0$).

+) Khi $t = t_1 < 0$ thì số nghiệm của phương trình (**) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = \frac{t}{x}$ (đường màu đỏ) nên phương trình (**) có 2 nghiệm phân biệt.

+) Khi $t = t_2, t_3, 3 > 0$ thì số nghiệm của phương trình (**) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = \frac{t}{x}$ (đường màu xanh) nên phương trình (**) có 4 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 14 nghiệm phân biệt.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $g(x) = f(|e^{2x} - 2x - 2|)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 9

B. 11

C. 5

D. 7

Lời giải

Chọn A

Đặt $t(x) = |e^{2x} - 2x - 2|$

Ta có: $g'(x) = t'(x) \cdot f'[t(x)]$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t'(x) = 0 & (1) \\ f'[t(x)] = 0 & (2) \end{cases}$$

Xét (1):

Với $t(x) = |e^{2x} - 2x - 2|$ thì số nghiệm của phương trình $t'(x) = 0$ chính là số điểm cực trị của $t(x)$

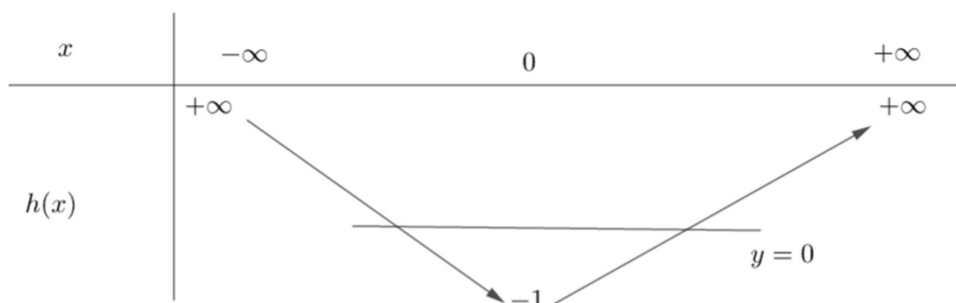
Gọi $h(x) = e^{2x} - 2x - 2$

Ta có:

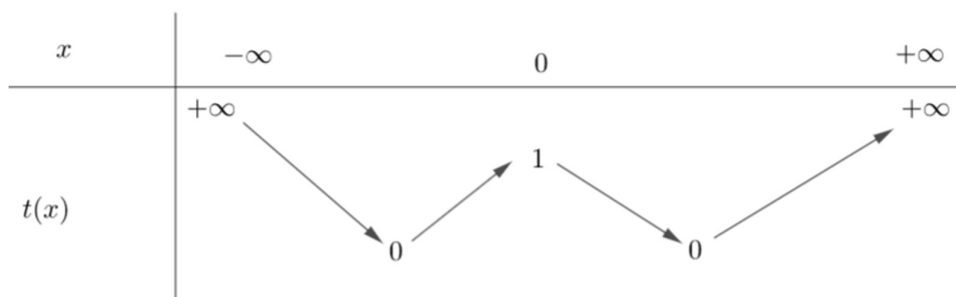
$$h'(x) = 2e^{2x} - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy $x = 0$ là nghiệm đơn duy nhất của phương trình $h'(x) = 0$ và $h'(x)$ đổi dấu khi qua $x = 0$ nên $x = 0$ là điểm cực trị của $h(x)$

Ta được bảng biến thiên của $h(x)$:



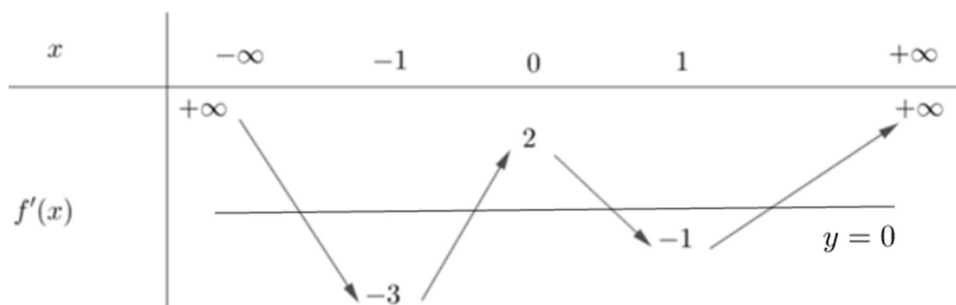
Ta suy ra được bảng biến thiên của $t(x)$ (Vì $t(x) = |h(x)|$):



Vậy $t(x)$ có 3 cực trị nên phương trình $t'(x) = 0$ có 3 nghiệm (*)

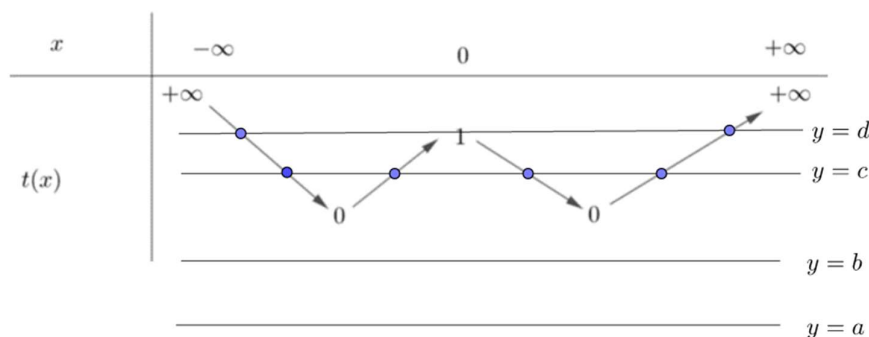
Xét (2)

Vẽ đường thẳng $y = 0$ vào bảng biến thiên của $f'(x)$:



$$\Rightarrow f'[t(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t(x) = a & (a < -1) \\ t(x) = b & (-1 < b < 0) \\ t(x) = c & (0 < c < 1) \\ t(x) = d & (d > 1) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $y = a, y = b, y = c, y = d$ vào bảng biến thiên của $t(x)$:



Vậy (2) có 6 nghiệm (**)

Từ (*) và (**) ta suy ra $g'(x)=0$ có 9 nghiệm và vì các nghiệm đều là bội lẻ (do không trùng nhau) nên $g(x)$ có 9 cực trị.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

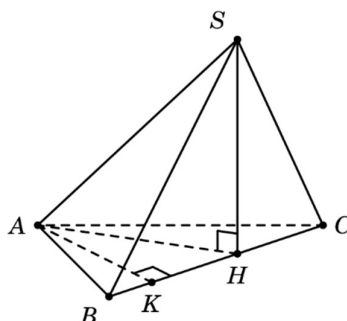
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử SH là đường cao của hình chóp $S.ABC$, khi đó $H \in BC$.

Gọi AK là đường cao của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AK = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Góc giữa đường thẳng SA và (ABC) là $\widehat{SAH} = 45^\circ$. Suy ra $SH = AH$.

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{a^3}{4} \cdot SH.$$

Khi đó thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất khi AH nhỏ nhất, điều này xảy ra khi

$$H \equiv K \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

----- HẾT -----