

Câu I: (2,25 điểm) Cho hàm số $y = x^2 - mx - 2$ có đồ thị là (P) và đường thẳng $d: y = x - m^2$. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, trong đó $C(-2; -6), D(-3; -7)$.

Câu II: (4,75 điểm)

1) Giải phương trình sau:
$$\frac{\sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos x - \cos 2x + 1}{\tan x + 1} = 2 \cos x$$

2) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x^3 + y^4 = x^3 y + y^3 \\ 4\sqrt{3x+y} + 4\sqrt[3]{3x+5} = y^3 - 2y^2 + 6y + 11 \end{cases} \quad (1)$$

(2)

Câu III: (4,0 điểm)

1) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + ax + b}{x-1}, & \text{khi } x > 1 \\ bx + 3, & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Biết rằng hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$, tính

giá trị của biểu thức $S = a^2 + b^2$.

2) Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 2; u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + n u_n}, n \in \mathbb{N}^*$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{3^n}$

Câu IV: (2,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại C nội tiếp đường tròn (C) tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$, chân đường cao hạ từ đỉnh C là điểm H . Các tiếp tuyến của (C) tại A và C cắt nhau tại M , đường thẳng BM cắt CH tại $N\left(\frac{6}{5}; \frac{8}{5}\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết điểm C thuộc đường thẳng $\Delta: 2x - y - 1 = 0$ và có hoành độ nguyên.

Câu V: (4,0 điểm)

1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC . Biết rằng $SA = SB = SM = a\sqrt{2}$.

a) Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBM) .

b) Gọi (α) là mặt phẳng di động qua S và vuông góc với (ABC) . Mặt phẳng (α) cắt các cạnh BA, BC lần lượt tại I và J . Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác BIJ .

2) Cho tứ diện $SABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA = a, SB = b, SC = c$. Lấy một điểm M nằm trong tam giác ABC . Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách từ M đến các đường thẳng

SA, SB, SC . Chứng minh rằng:
$$d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 \geq \frac{2(abc)^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}.$$

Câu VI: (2,5 điểm)

1) Cho $n \in \mathbb{N}^*$, chứng minh rằng: $1(C_n^1)^2 + 2(C_n^2)^2 + 3(C_n^3)^2 + \dots + n(C_n^n)^2 = nC_{2n-1}^n$.

2) Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 - y^2 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = 3x^4 + 2xy^3 - 12x^2 + 4xy.$$

===== **Hết** =====

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....