SỞ GD & ĐT HƯNG YÊN
TRƯỜNG THPT PHÙ CỪ

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề có 6 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2021 - 2022
MÔN TOÁN 12
Thời gian làm bài : 90 Phút; (Đề có 50 câu)
Ngày thi: 17/4/2022

Họ tên : .... Số báo danh : ....

Mã đề 101

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $M(3;-2)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của z bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 2: Mô đun của số phức $z=2-4i$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

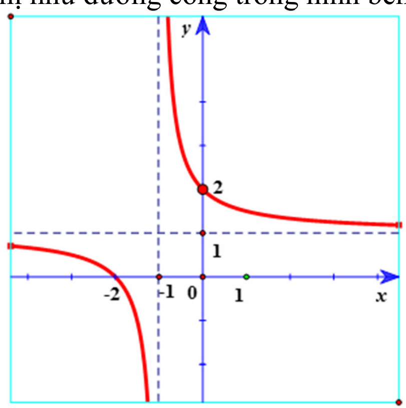
Câu 3: Tập các nghiệm của bất phương trình $2^x \le 4$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=4$ có tâm là

A. $I(1;2;-2)$. **B.** $I(1;2;0)$. **C.** $I(1;-2;-2)$. **D.** $I(1;2;2)$.

Câu 5: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới ?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

Câu 6: Nếu $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int_2^5 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_2^5 [f(x)-2g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** -5. **D.** 5.

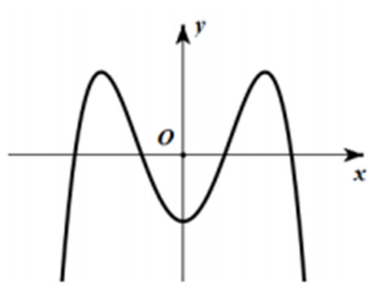
Câu 7: Hoán vị của 5 phần tử bằng

A. 24. **B.** 60. **C.** 12. **D.** 120.

Câu 8: Với mọi số thực a dương, $\log_2 \sqrt{a}$ bằng

A. $\log_2 a+1$. **B.** $\log_2 a-1$. **C.** $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. **D.** $\dfrac{1}{2}\log_2 a-1$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2)=2$ là

A. $x=11$. **B.** $x=12$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-1$ là

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^3+x+C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^3-x+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3-x+C$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;2;0)$ và $\vec{v}=(2;1;-1)$. Tọa độ của vetơ $|\vec{u}+\vec{v}|$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{19}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y+3z-1=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;1;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-3;2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;2;-3)$.

Câu 14: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2-2$?

A. Điểm $M(1;0)$. **B.** Điểm $Q(-1;1)$. **C.** Điểm $N(1;-2)$. **D.** Điểm $P(-1;-1)$.

Câu 15: Cho số phức $z=1-2i$, khi đó iz bằng

A. $2-i$. **B.** $-1+2i$. **C.** $1+2i$. **D.** $2+i$.

Câu 16: Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy là B và chiều cao là h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=B.h$. **B.** $V=\pi B.h$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi B.h$. **D.** $V=\frac{1}{3}B.h$.

Câu 17: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-2$. **B.** $y=-\frac{1}{2}$. **C.** $y=2$. **D.** $y=\frac{1}{2}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-3+t\end{cases}$. Điểm nào sau đây ***không*** thuộc đường thẳng d?

A. Điểm $N(0;3;-4)$. **B.** Điểm $P(2;1;-2)$. **C.** Điểm $M(1;3;-2)$. **D.** Điểm $Q(1;2;-3)$.

Câu 19: Tập xác định của hàm số $y=(1-x)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 20: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 56. **B.** 36. **C.** 12. **D.** 18.

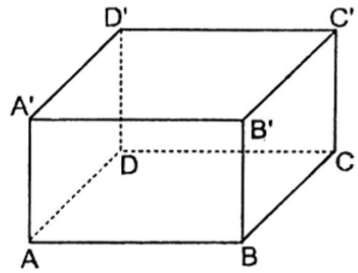
Câu 21: Cho a,b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_2 a=2$ và $\log_4 b=3$. Giá trị biểu thức $P=\log_a\left(a^2b\right)$ bằng

A. $P=10$. **B.** $P=5$. **C.** $P=2$. **D.** $P=1$.

Câu 22: Cho $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x=-1$. Tính $\int_1^2\left[f(x)-2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 23: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2AD$.



Góc giữa hai đường thẳng DD' và AC bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

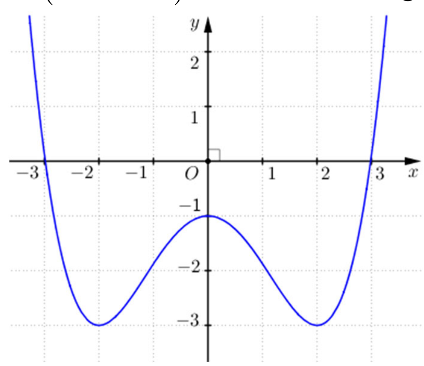
Câu 24: Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào sau đây ?

A. $S_{xq} = 2\pi rl$. **B.** $S_{xq} = 3\pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi rl$. **D.** $S_{xq} = 4\pi rl$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $y' = \dfrac{3^x}{\ln 3}$. **B.** $y' = 3^x$. **C.** $y' = 3^x.\ln\dfrac{1}{3}$. **D.** $y' = 3^x.\ln 3$.

Câu 26: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Hàm số đồng biến trên khoảng

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(4;5)$.

Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn $2z + i\overline{z} = 5 - 2i$. Phần ảo của z bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 28: Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. -18. **B.** -20. **C.** -27. **D.** -9.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = 1 - \cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \cos x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x - \sin x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x - \cos x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \sin x + C$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$. **B.** $y = 2^x$. **C.** $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **D.** $y = \log_2 x$.

Câu 31: Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích V của khối trụ đã cho bằng

A. $V = 4\pi$. **B.** $V = 6\pi$. **C.** $V = 12\pi$. **D.** $V = 3\pi$.

Câu 32: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = -6$ và $u_3 = 12$. Công bội q của cấp số nhân là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -72. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 33: Nếu $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_{-2}^{1} (3f(x) - 1)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 3. **C.** 18. **D.** 2.

Câu 34: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(-2;1;3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right): x-y+z-3=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-4}{1}$. **C.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+3}{1}$.

D. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(2;-2;3\right)$, $B\left(1;3;4\right)$, $C\left(3;-1;4\right)$. Phương trình đường phân giác góc $\widehat{BAC}$ là

A. $\frac{x}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+6}{4}=\frac{z-1}{2}$. **C.** $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-3}{2}$.

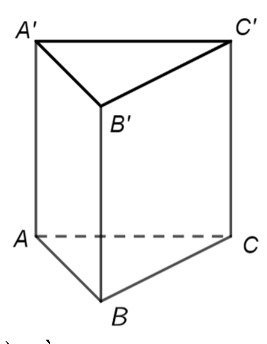
Câu 37: Hàng ngày anh An đi làm bằng xe máy trên cùng một cung đường từ nhà đến cơ quan mất 15 phút. Hôm nay khi đang di chuyển trên đường với vận tốc v_o *(chuyển động thẳng đều)* thì bất chợt anh gặp một chướng ngại vật nên anh đã hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-6m/s^2$. Biết rằng tổng quãng đường từ lúc anh nhìn thấy chướng ngại vật *(trước khi hãm phanh $2s$)* và quãng đường anh đã đi được trong $3s$ đầu tiên kể từ lúc hãm phanh là $35,5m$. Tính v_o.

A. $v_o=45km/h$. **B.** $v_o=40km/h$. **C.** $v_o=60km/h$. **D.** $v_o=50km/h$.

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Biết tam giác SBD đều và có diện tích bằng $2a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{8a^3}{3}$. **B.** $\frac{4a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và diện tích của hình vuông $ABB'A'$ bằng $12\left(cm^2\right)$.



Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ bằng

A. 6. **B.** $2\sqrt{3}\left(cm\right)$. **C.** 2. **D.** $3\sqrt{2}\left(cm\right)$.

Câu 40: Cho hai hộp: Hộp 1 chứa 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh; Hộp 2 chứa 3 quả màu đỏ và 5 quả màu xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp 1 quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng

A. $\frac{92}{276}$. **B.** $\frac{31}{64}$. **C.** $\frac{35}{69}$. **D.** $\frac{77}{92}$.

Câu 41: Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\dfrac{\log_2\left(x^3\right)-\log_2^2\left(2x\right)+13}{1+\sqrt{8+\left(\sqrt{2}\right)^{x-2}}} \geq 0$ là

A. 16. **B.** 8. **C.** 36. **D.** 136.

Câu 42: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2mz+3m+10=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 không phải số thực thỏa mãn $\left|z_1\right|+\left|z_2\right| \leq 8$?

A. 1 **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 43: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

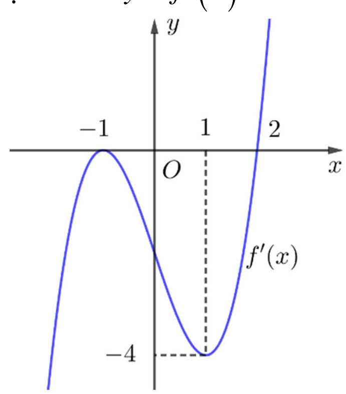
Số nghiệm thực của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)-1=0$ là

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 44: Cho các số thực x, y thỏa mãn $\dfrac{2^{x^2+y^2-1}}{x^2+y^2-2x+2} \leq 4^{x-1}$ và $2x-y \geq 0$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x+2y+1$ lần lượt là M và m. Tính $M+m$.

A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 45: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



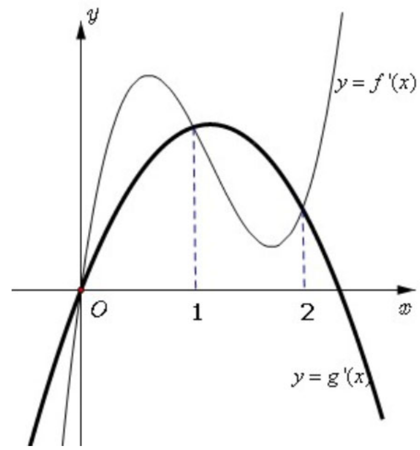
Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(2x^2-4\left|x\right|+m-3\right)$ có 7 điểm cực trị.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 46: Cho số phức z và số phức $w=\left(z-i\right)\left(\overline{z}+i\right)+2z-3i$ thỏa mãn $\left|w-i^{2022}\right|-\left|i^{2023}.\overline{w}-1\right|=0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=\left|z-3+i\right|^2+\left|\overline{z}+1-3i\right|^2$ bằng $m+n\sqrt{5}$ với $m,n \in \mathbb{R}$. Tính $P=m.n$.

A. $P=124$. **B.** $P=876$. **C.** $P=416$. **D.** $P=104$.

Câu 47: Cho hai hàm số $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g'\left(x\right)=qx^2+nx+p$ với $a,q \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ và $y=g'\left(x\right)$ bằng $\dfrac{5}{2}$ và $f\left(2\right)=g\left(2\right)$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ bằng $\dfrac{a}{b}$ (với $a,b \in \mathbb{N}$ và a,b nguyên tố cùng nhau). Tính $T=a^2-b^2$.

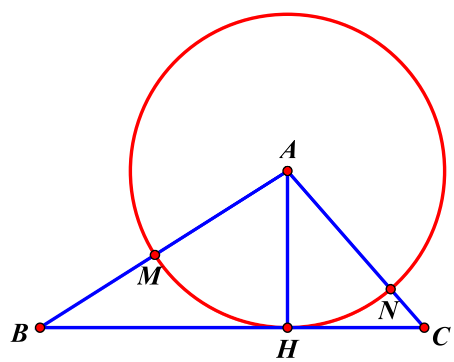


A. 7. **B.** 55. **C.** -5. **D.** 16.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(2;-1;3)$ bán kính $R=4$ và mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2-4x-6z-2=0$. Biết mặt phẳng (P) là giao của hai mặt cầu (S) và (S_1). Gọi M,N là hai điểm thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MN=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng $\sqrt{a-b\sqrt{2}}$, với $a,b\in\mathbb{R}$ và $A(0;5;0),B(3;-2;-4)$. Tính giá trị gần đúng của $\frac{b}{a}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $0,05$. **B.** $0,07$. **C.** $0,11$. **D.** $0,13$.

Câu 49: Một tấm tôn hình tam giác ABC có độ dài cạnh $AB=3; AC=2; BC=\sqrt{19}$. Điểm H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC. Người ta dùng compa có tâm là A, bán kính AH vạch một cung tròn MN. Lấy phần hình quạt gò thành hình nón không có mặt đáy với đỉnh là A, cung MN thành đường tròn đáy của hình nón *(như hình vẽ)*. Tính thể tích khối nón trên.



A. $\frac{2\pi\sqrt{114}}{361}$. **B.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{19}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{57}}{361}$. **D.** $\frac{2\pi\sqrt{19}}{361}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x-z+3=0$. Biết đường thẳng Δ đi qua điểm $O(0;0;0)$ gốc toạ độ, có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;a;b)$, vuông góc với đường thẳng d và hợp với mặt phẳng (P) một góc lớn nhất. Hỏi điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $P(0;1;0)$. **B.** $M(2;0;-2)$. **C.** $N(-1;1;1)$. **D.** $Q(1;2;2)$.

------ HẾT ------

SỞ GD & ĐT HƯNG YÊN
TRƯỜNG THPT PHÙ CỪ

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề có 6 trang)

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2021 - 2022
MÔN TOÁN 12
Thời gian làm bài : 90 Phút; (Đề có 50 câu)
Ngày thi: 17/4/2022
MÃ 101

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề / Câu	*101*	*102*	*103*	*104*
1	A	C	D	B
2	D	D	D	D
3	B	A	D	C
4	A	B	C	B
5	B	A	C	A
6	A	D	C	B
7	D	D	C	A
8	C	D	C	C
9	A	C	B	D
10	A	C	B	C
11	C	A	D	B
12	C	A	C	C
13	C	D	A	D
14	A	C	B	D
15	D	D	D	C
16	D	A	A	B
17	D	B	A	A
18	C	B	B	D
19	D	D	D	B
20	B	B	B	D
21	B	C	B	B
22	C	B	C	A
23	D	C	D	C
24	C	B	A	D
25	D	D	A	C
26	D	B	B	A
27	C	D	D	C
28	A	B	C	A
29	B	C	B	C
30	B	A	D	D
31	C	B	B	C
32	C	C	B	D
33	A	C	C	A
34	C	A	C	B
35	B	C	B	A
36	B	A	A	D
37	A	D	C	A
38	B	A	D	A
39	B	A	D	C
40	B	A	A	B
41	D	D	B	D
42	D	B	A	B
43	D	C	A	D
44	D	B	A	B

45	**A**	**C**	**D**	**A**
46	**C**	**D**	**C**	**D**
47	**A**	**B**	**A**	**A**
48	**D**	**D**	**D**	**D**
49	**A**	**A**	**D**	**C**
50	**B**	**D**	**A**	**B**

Phần hướng dẫn trả lời câu trắc nghiệm:

Câu 1 ==> A

Hướng dẫn:

Chọn D

Ta có: $M\left(3;-2\right)$ là điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng toạ độ $\Rightarrow$ $z=3-2i$ do đó phần ảo của z là -2.

Câu 2 ==> D

Hướng dẫn:

Chọn B

Ta có $\left|z\right|=\left|2-4i\right|=\sqrt{2^2+\left(-4\right)^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 3 ==> B

Hướng dẫn:

Chọn A

Ta có $2^x\le 4\Leftrightarrow 2^x\le 2^2\Leftrightarrow x\le 2$. Vậy tập nghiệm là $S=\left(-\infty;2\right]$

Câu 4 ==> A

Hướng dẫn:

Chọn A

Ta có mặt cầu $\left(S\right)$ tâm $I\left(a;b;c\right)$ bán kính R có dạng $\left(S\right):\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2+\left(z-c\right)^2=R^2$.

Từ đó suy ra $I\left(1;2;-2\right)$ và $R=2$.

Câu 5 ==> B

Hướng dẫn:

Chọn C

Đường cong trong hình vẽ đi qua điểm $\left(-2;0\right)$ và $\left(0;2\right)$ đồng thời hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(-1;+\infty\right)$ nên đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

Câu 6 ==> A

Hướng dẫn:

Chọn C

Ta có $\int\limits_2^5\left[f\left(x\right)-2g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_2^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x-2\int\limits_2^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-3-2.\left(-2\right)=1$.

Câu 7 ==> D

Hướng dẫn:

Chọn A

Công thức đúng là $P_n=n!\Rightarrow P_5=5!=120$.

Câu 8 ==> C

Hướng dẫn:

Chọn A

Ta có $\log_2 \sqrt{a} = \log_2 a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_2 a$.

Câu 9 ==> A

Hướng dẫn:

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 10 ==> A

Hướng dẫn:

Chọn B

Điều kiện $x > 2$.

Ta có $\log_3(x-2) = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 11$.

Câu 11 ==> C

Hướng dẫn:

Chọn C

Ta có $\int (3x^2 - 1)\mathrm{d}x = x^3 - x + C$.

Câu 12 ==> C

Hướng dẫn:

Chọn C

Ta có: $\vec{u} + \vec{v} = (3;3;-1) \Rightarrow \left|\vec{u} + \vec{v}\right| = \sqrt{19}$.

Câu 13 ==> C

Hướng dẫn:

Chọn C

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2} = (2;-1;3)$.

Câu 14 ==> A

Hướng dẫn:

Chọn C

Thay $x = 1$ ta được $y = 0$. Vậy $M(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 15 ==> D

Hướng dẫn:

Chọn B

Ta có $iz = i(1-2i) = i - 2i^2 = 2 + i$.

Câu 16 ==> D

Hướng dẫn:

Chọn D

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích là B và chiều cao là h là: $V = \frac{1}{3}B.h$.

Câu 17 ==> D

Hướng dẫn:

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ có $y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 18 ==> C
Hướng dẫn:
Chọn C

Với điểm $M\left(1;3;-2\right)$ ta có $\begin{cases}1=1+t\\3=2-t\\-3=-3+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t=-1\end{cases}$ (vô lý). Suy ra $M\left(1;3;-2\right)\notin d$.

Câu 19 ==> D
Hướng dẫn:
Chọn C

Vì $\dfrac{2}{3}$ là số không nguyên nên điều kiện của hàm số là $1-x>0\Leftrightarrow x<1$.

Vậy tập xác định của hàm số $y=\left(1-x\right)^{\frac{2}{3}}$ là $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 20 ==> B
Hướng dẫn:
Chọn C

Ta có thể tích khối lăng trụ là $V=Bh=9.4=36$.

Câu 21 ==> B
Hướng dẫn:
Chọn A

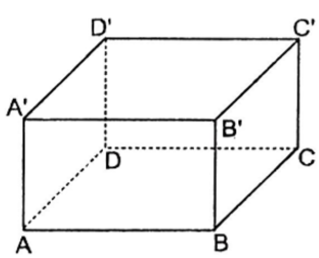
Ta có $P=\log_a\left(a^2b\right)=\dfrac{\log_2\left(a^2b\right)}{\log_2 a}=\dfrac{2\log_2 a+\log_2 b}{\log_2 a}=\dfrac{2\log_2 a+2\log_4 b}{\log_2 a}=\dfrac{2.2+2.3}{2}=5$.

Câu 22 ==> C
Hướng dẫn:
Chọn B

Ta có $\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\Leftrightarrow\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_2^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\Leftrightarrow\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\left(-1\right)=2\Leftrightarrow\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$.

Ta có $\int\limits_1^2\left[f\left(x\right)-2x\right]\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_1^2 2x\mathrm{d}x\ =3-x^2\Big|_1^2=3-\left(4-1\right)=0$.

Câu 23 ==> D
Hướng dẫn:
Chọn A



Theo giả thiết $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $DD'\perp\left(ABCD\right)$.

Mà $AC \subset (ABCD)$. Suy ra $DD' \perp AC$. Vậy góc giữa hai đường thẳng DD' và AC bằng 90°.

Câu 24 ==> C
Hướng dẫn:
Chọn D

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l$.

Câu 25 ==> D
Hướng dẫn:
Chọn A

Áp dụng công thức $\left(a^x\right)' = a^x.\ln a$. Ta có $y' = 3^x.\ln 3$.

Câu 26 ==> D
Hướng dẫn:
Chọn B

Từ đồ thị hàm số suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Vì $(4;5) \subset (2;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(4;5)$.

Câu 27 ==> C
Hướng dẫn:
Chọn A

Ta có $2z + i\bar{z} = 5 - 2i \Leftrightarrow 2(a+bi) + i(a-bi) = 5 - 2i \Leftrightarrow (2a+b) + (a+2b)i = 5 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=5 \\ a+2b=-2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-3 \end{cases}$. Suy ra $z = 4 - 3i$

Phần ảo của z bằng -3.

Câu 28 ==> A
Hướng dẫn:
Chọn B

Hàm số xác định $\forall x \in [1;5]$.

$y' = 4x^3 - 16x = 4x\left(x^2 - 4\right)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \notin [1;5] \\ x=0 \notin [1;5] \\ x=2 \in [1;5] \end{array}\right.$.

Ta có $y(1) = -9$, $y(5) = 423$, $y(2) = -18$.

Vậy $\min\limits_{[1;5]} y = -18$ khi $x = 2$.

Câu 29 ==> B
Hướng dẫn:
Chọn A

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (1-\cos x)\mathrm{d}x = x - \sin x + C$.

Câu 30 ==> B
Hướng dẫn:
Chọn A

Xét $y=2^x$ có $D=\mathbb{R}$ và $y'=2^x.\ln 2>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số $y=2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31 ==> C
Hướng dẫn:
Chọn D

Ta có thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2h=\pi.2^2.3=12\pi$.

Câu 32 ==> C
Hướng dẫn:
Chọn A

Ta có: $u_3=u_2.q\Rightarrow q=\dfrac{u_3}{u_2}=\dfrac{12}{-6}=-2$.

Câu 33 ==> A
Hướng dẫn:
Chọn A

Ta có: $\int\limits_{-2}^{1}\left(3f\left(x\right)-1\right)\mathrm{d}x=3\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{-2}^{1}\mathrm{d}x=3.5-x\Big|_{-2}^{1}=15-\left(1-\left(-2\right)\right)=12$.

Câu 34 ==> C
Hướng dẫn:
Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng 1.

Câu 35 ==> B
Hướng dẫn:
Chọn B

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-1;1)$.

Do đường thẳng cần tìm vuông góc với (P) nên vectơ chỉ phương của đường thẳng đó là $\vec{u}=(1;-1;1)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;1)$ có phương trình là

$\Delta:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ nên $A(-1;0;4)\in\Delta$. Suy ra phương trình $\Delta:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$.

Câu 36 ==> B
Hướng dẫn:
Chọn D

Gọi D là chân đường phân giác góc $\widehat{BAC}$ trên cạnh BC thì ta có $\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{AB}{AC}=3\Rightarrow\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}\Rightarrow D\left(\dfrac{5}{2};0;4\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{AD}=\left(\dfrac{1}{2};2;1\right)//\vec{u}=(1;4;2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng phân giác góc $\widehat{BAC}$.

Do đường thẳng cần tìm đi qua $A(2;-2;3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;4;2)$ nên có phương trình là: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{2}\Rightarrow I(1;-6;1)\Rightarrow d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+6}{4}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 37 ==> A
Hướng dẫn:

Chọn D

Vật chuyển động với vận tốc là $v(t) = -6t + v_0$.

Quãng đường anh An đã đi được trong $2s$ trước khi hãm phanh là $S_1 = 2v_0$

Quãng đường anh An đi được trong $3s$ đầu tiên kể từ lúc hãm phanh là

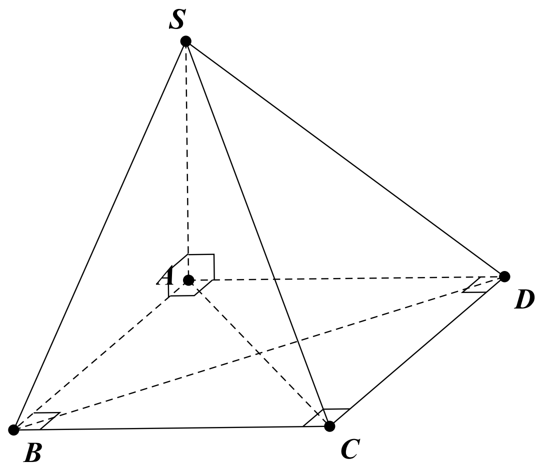
$$S_2 = \int_0^3 (-6t + v_0)\mathrm{d}t = \left(-3t^2 + v_0 t\right)\Big|_0^3 = -27 + 3v_0$$

Khi đó ta có $S_1 + S_2 = 35,5 \Leftrightarrow 2v_0 + (-27 + 3v_0) = 35,5 \Leftrightarrow v_0 = 12,5(m/s) = 45km/h$.

Câu 38 ==> B

Hướng dẫn:

Chọn A



Gọi $AB = x(x > 0) \Rightarrow BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = x\sqrt{2} = SB = SD$.

Ta có $S_{SBD} = \dfrac{BD^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow 2a^2\sqrt{3} = \dfrac{x^2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = 2a \Rightarrow SB = 2a\sqrt{2}$.

$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a$; $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.BC = 2a^2$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.2a.2a^2 = \dfrac{4a^3}{3}$

Câu 39 ==> B

Hướng dẫn:

Chọn D

Ta có $S_{ABB'A'} = AB^2 \Leftrightarrow 12 = AB^2 \Leftrightarrow AB = 2\sqrt{3}(cm)$.

$\left.\begin{array}{l} CB \perp BB' \\ CB \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow CB \perp (ABB'A')$ tại B. Vậy $d(C,(ABB'A')) = CB = AB = 2\sqrt{3}(cm)$.

Câu 40 ==> B

Hướng dẫn:

Chọn B

Ta có: $n(\Omega) = C_{16}^1.C_8^1 = 128$.

Gọi A là biến cố chọn được hai quả có màu khác nhau. Khi đó $n(A) = C_9^1.C_3^1 + C_7^1.C_5^1 = 62$.

Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{62}{128} = \dfrac{31}{64}$.

Câu 41 ==> D
Hướng dẫn:
Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 8 + \left(\sqrt{2}\right)^{x-2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$.

Với điều kiện suy ra bất phương trình: $\dfrac{\log_2\left(x^3\right) - \log_2^2\left(2x\right) + 13}{1 + \sqrt{8 + \left(\sqrt{2}\right)^{x-2}}} \geq 0$

$\Leftrightarrow 3\log_2 x - \left(1 + \log_2 x\right)^2 + 13 \geq 0 \Leftrightarrow -\left(\log_2 x\right)^2 + \log_2 x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq \log_2 x \leq 4 \Leftrightarrow \dfrac{1}{8} \leq x \leq 16$ (thoả mãn).

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \left\{1; 2; 3; ...; 16\right\}$.

Do đó tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình là $1 + 2 + 3 + ... + 16 = 136$.

Câu 42 ==> D
Hướng dẫn:
Chọn D

Ta có: $z^2 - 2mz + 3m + 10 = 0$ $\left(*\right)$ thì $\Delta' = m^2 - 3m - 10$.

Điều kiện $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 5$.

Phương trình $\left(*\right)$ khi đó có 2 nghiệm $z_{1,2} = m \pm i\sqrt{\left|m^2 - 3m - 10\right|}$.

Do đó $\left|z_1\right| + \left|z_2\right| \leq 8 \Leftrightarrow 2\left|z_1\right| \leq 8 \Leftrightarrow \left|z_1\right| \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{3m + 10} \leq 4 \Leftrightarrow -\dfrac{10}{3} \leq m \leq 2$.

Kết hợp điều kiện $-2 < m < 5$, suy ra $-2 < m \leq 2$

Vậy các giá trị nguyên của thỏa mãn là: $m \in \left\{-1; 0; 1; 2\right\}$.

Câu 43 ==> D
Hướng dẫn:
Chọn B

Ta có $f\left(f\left(x\right)\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow f\left(f\left(x\right)\right) = 1$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f\left(x\right)$ ta có: $f\left(x\right) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = a > 2 \end{array}\right.$.

Khi đó: $f\left(f\left(x\right)\right) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f\left(x\right) = -1 & (1) \\ f\left(x\right) = a > 2 & (2) \end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên suy ra

Phương trình (1) có 3 nghiệm.

Phương trình (2) có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 44 ==> D
Hướng dẫn:
Chọn C

Ta có $\dfrac{2^{x^2+y^2-1}}{x^2+y^2-2x+2} \le 4^{x-1} \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1} \le x^2+y^2-2x+2$

Đặt $t = x^2+y^2-2x+1, (t \ge 0)$ bất phương trình trở thành $2^t \le t+1 \Leftrightarrow 2^t - t - 1 \le 0$

Xét hàm số $f(t) = 2^t - t - 1$ với $t \ge 0$.

Có $f'(t) = 2^t \ln 2 - 1 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \log_2\left(\dfrac{1}{\ln 2}\right)$.

Mặt khác $f(0) = f(1) = 0$.

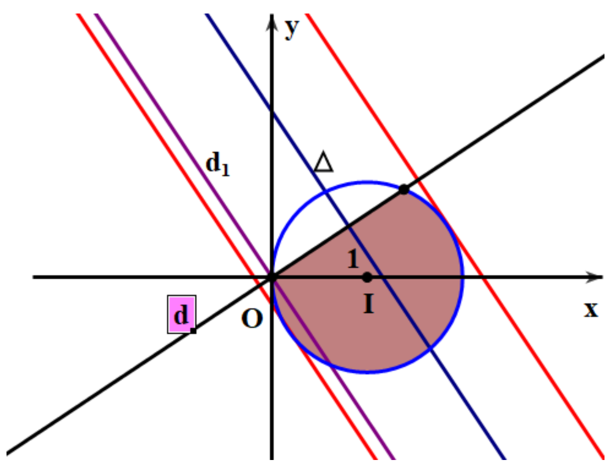
Ta có bảng biến thiên

t	0		$-\log_2(\ln 2)$		1		$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+		+	
$f(t)$	0	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	

Do đó (1) $\Leftrightarrow f(t) \le 0 \Leftrightarrow 0 \le t \le 1 \Rightarrow 0 \le x^2+y^2-2x+1 \le 1 \Leftrightarrow 0 \le (x-1)^2+y^2 \le 1$.

Suy ra hệ bất phương trình $\begin{cases} (x-1)^2+y^2 \le 1 \\ 2x-y \ge 0 \end{cases}$ (1).

Tập hợp các điểm thoả mãn (1) thuộc miền mầu sẫm giới hạn bởi hình tròn tâm $I(1;0)$ bán kính $R=1$ và nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $d: 2x-y=0$ chứa điểm $I(1;0)$.



Ta có $P = 3x+2y+1 \Leftrightarrow 3x+2y+1-P=0$ là đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d_1: 3x+2y=0$.

Từ đồ thị suy ra P đặt max và min khi Δ tiếp xúc với miền nghiệm của hệ (1)

Suy ra $d(I,\Delta) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{|4-P|}{\sqrt{13}} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} P = 4+\sqrt{13} \\ P = 4-\sqrt{13} \end{array}\right.$.

Vậy $M = P_{\max} = 4+\sqrt{13}; m = P_{\min} = 4-\sqrt{13} \Rightarrow M+m = 8$.

Câu 45 ==> A

Hướng dẫn:

Chọn D

Ta có $g'(x)=\left(2x^2-4|x|+m-3\right)'.f'\left(2x^2-4|x|+m-3\right)$.

Suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left(2x^2-4|x|+m-3\right)'.f'\left(2x^2-4|x|+m-3\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(2x^2-4|x|+m-3\right)'=0 \\ f'\left(2x^2-4|x|+m-3\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(2x^2-4|x|+m-3\right)'=0 \\ 2x^2-4|x|+m-3=-1 \\ 2x^2-4|x|+m-3=2 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \left(2x^2-4|x|+m-3\right)'=0 & (1) \\ 2x^2-4|x|-3=-m-1 & (2) \\ 2x^2-4|x|-3=-m+2 & (3) \end{array}\right..$$

+) Xét phương trình $\left(2x^2-4|x|+m-3\right)'=0 \qquad (1)$.

Với $x \ge 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 4x-4=0 \Leftrightarrow x=1$ (thoả mãn).

Với $x<0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 4x+4=0 \Leftrightarrow x=-1$ (thoả mãn).

Khi đó $x=-1; x=0; x=1$ là 3 điểm cực trị của hàm số.

+) Xét phương trình $2x^2-4|x|-3=-m-1 \qquad (2)$.

Từ đồ thị suy ra phương trình (2) nếu có nghiệm thì nghiệm là bội chẵn nên hàm số $g'(x)$ không đổi dấu nên không phải là cực trị.

+) Xét phương trình $2x^2-4|x|-3=-m+2 \qquad (3)$.

Yêu cầu bài toán suy ra phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt khác $0, \pm 1$.

Xét hàm số $y=2x^2-4|x|-3$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-5	↗	-3	↘	-5	↗	

Từ bảng biến thiên suy ra $-5<-m+2<-3 \Leftrightarrow 5<m<7$.

Vì m nguyên nên $m=6$. Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn.

Câu 46 ==> C

Hướng dẫn:

Chọn B

Gọi $w=x+yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Hệ thức $\left|w-i^{2022}\right|-\left|i^{2023}.\overline{w}-1\right|=0 \Leftrightarrow |w+1|=\left|-i.\overline{w}+i^2\right| \Leftrightarrow |w+1|=|-i|.\left|\overline{w}-i\right|$

$\Leftrightarrow |w+1|=\left|\overline{w}-i\right| \Leftrightarrow |x+yi+1|=|x-yi-i| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+y^2}=\sqrt{x^2+(y+1)^2} \Leftrightarrow x=y$

$\Rightarrow$ số phức w có phần thực bằng phần ảo.

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow w = (z - i)(\overline{z} + i) + 2z - 3i = |z|^2 + i(z - \overline{z}) + 1 + 2z - 3i$

$= a^2 + b^2 + i(2bi) + 1 + 2(a + bi) - 3i$

$= (a^2 + b^2 + 2a - 2b + 1) + (2b - 3)i$.

Suy ra: $(a^2 + b^2 + 2a - 2b + 1) = (2b - 3) \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b - 2)^2 = 1$ (1).

Suy ra quỹ tích điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 1$.

Biểu thức $T = |z - 3 + i|^2 + |\overline{z} + 1 - 3i|^2 = |z - 3 + i|^2 + |\overline{z + 1 + 3i}|^2 = |z - 3 + i|^2 + |z + 1 + 3i|^2 = MA^2 + MB^2$, với điểm M biểu diễn số phức z và nằm trên đường tròn (C) có tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 1$ và điểm $A(3; -1), B(-1; -3)$.

Ta có $T = MA^2 + MB^2 = 2MK^2 + \frac{AB^2}{2}$ (với K là trung điểm của đoạn AB)

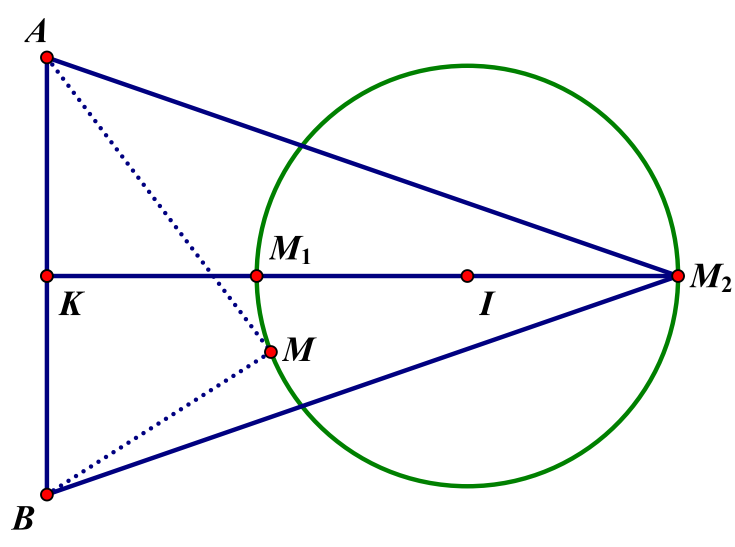
Có $K(1; -2)$ và $AB = 2\sqrt{5}$ suy ra $T = MA^2 + MB^2 = 2MK^2 + 10$

Suy ra $T_{\max} \Leftrightarrow MK_{\max} \Leftrightarrow K$ là hình chiếu vuông góc của M trên $AB \Leftrightarrow M, I, K$ thẳng hàng và I nằm giữa M, K.

Mặt khác ta có $\overrightarrow{IM} = (a + 1; b - 2), \overrightarrow{IK} = (2; -4) \Rightarrow IK = 2\sqrt{5}$.

Suy ra $\overrightarrow{IM} = \frac{-1}{2\sqrt{5}}\overrightarrow{IK} \Rightarrow M\left(-1 - \frac{\sqrt{5}}{5}; 2 + \frac{2\sqrt{5}}{5}\right) \Rightarrow a = -1 - \frac{\sqrt{5}}{5}; b = 2 + \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $T_{\max} = 2(2\sqrt{5} + 1)^2 + 10 = 52 + 8\sqrt{5} \Rightarrow m = 52; n = 8 \Rightarrow P = m.n = 416$.



Câu 47 ==> A

Hướng dẫn:

Chọn D

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ suy ra $f'(x) - g'(x) = ax(x - 1)(x - 2)$.

Mà $\int_0^2 \left|f'(x)-g'(x)\right|\mathrm{d}x=\frac{5}{2}\Leftrightarrow \int_0^2 \left|ax(x-1)(x-2)\right|\mathrm{d}x=\frac{5}{2}\Leftrightarrow |a|\int_0^2 \left|x(x-1)(x-2)\right|\mathrm{d}x=\frac{5}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}|a|=\frac{5}{2}\Leftrightarrow |a|=5$.

Dựa vào đồ thị hàm $y=f'(x)$ suy ra $a>0$. Do đó $|a|=5\Rightarrow a=5$.

Mặt khác, lại có $f'(x)-g'(x)=5x(x-1)(x-2)=5\left(x^3-3x^2+2x\right)$

$\Rightarrow \int\left(f'(x)-g'(x)\right)\mathrm{d}x=\int\left(5\left(x^3-3x^2+2x\right)\right)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow f(x)-g(x)=\frac{5}{4}\left(x^4-4x^3+4x^2\right)+C$

Với $x=2\Rightarrow f(2)-g(2)=C\Rightarrow C=0$.

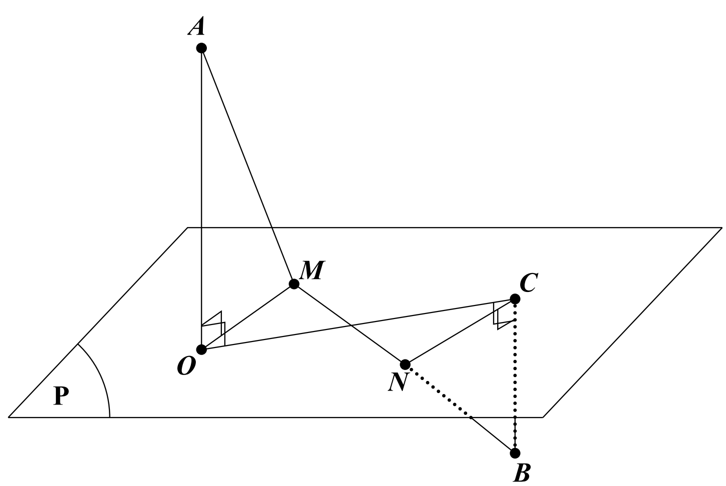
Suy ra $f(x)-g(x)=\frac{5}{4}\left(x^4-4x^3+4x^2\right)\Rightarrow f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là $S=\int_0^2\left(\frac{5}{4}\left(x^4-4x^3+4x^2\right)\right)\mathrm{d}x=\frac{4}{3}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}$. Vậy $T=a^2-b^2=7$.

Câu 48 ==> D

Hướng dẫn:

Chọn C



Ta có $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=16\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

Vì $(P)=(S)\cap(S_1)\Rightarrow(P): y=0\Rightarrow(P)\equiv(Ozx)$.

Ta có $O(0;0;0)$, $C(3;0;-4)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(0;5;0), B(3;-2;-4)$ xuống mặt phẳng (P).

Mà $OA=5; OC=5; BC=2$.

Do đó

$$AM + BN = \sqrt{OA^2 + OM^2} + \sqrt{BC^2 + CN^2}$$
$$\geq \sqrt{(OA + BC)^2 + (OM + CN)^2} = \sqrt{49 + (OM + CN)^2}$$

Lại có $OM + MN + NC \geq OC \Rightarrow OM + NC \geq OC - MN = 5 - \sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi O, M, N, C thẳng hàng.

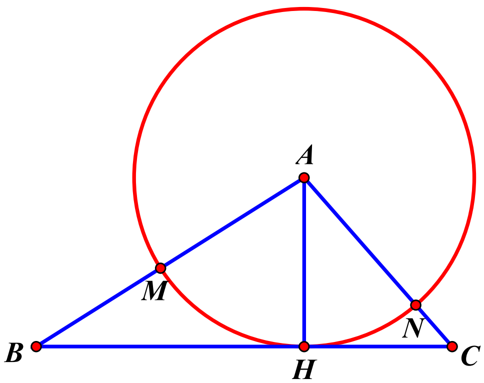
Vậy $AM + BN \geq \sqrt{49 + (OM + CN)^2} \geq \sqrt{49 + (5 - \sqrt{2})^2} = \sqrt{76 - 10\sqrt{2}}$.

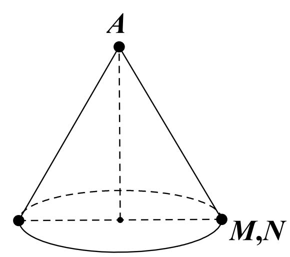
Suy ra $a = 76; b = 10 \Rightarrow \dfrac{b}{a} = \dfrac{10}{76} \approx 0,13$.

Câu 49 ==> A

Hướng dẫn:

Chọn A





Theo định lý côsin trong tam giác ABC ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos\widehat{BAC}$

$\Rightarrow \cos\widehat{BAC} = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120°$ hay $\widehat{BAC} = \dfrac{2\pi}{3}$.

Suy ra diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Mà $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AH.BC \Rightarrow AH = \dfrac{2S_{ABC}}{BC} = \dfrac{3\sqrt{57}}{19}$.

Gọi r là bán kính đáy của hình nón. Suy ra $2\pi r = \dfrac{2\pi}{3}AH \Rightarrow r = \dfrac{AH}{3} = \dfrac{\sqrt{57}}{19}$.

Chiều cao của khối nón bằng $h = \sqrt{AH^2 - r^2} = \dfrac{2\sqrt{114}}{19}$.

Thể tích bằng $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{\sqrt{57}}{19}\right)^2 \cdot \dfrac{2\sqrt{114}}{19} = \dfrac{2\pi\sqrt{114}}{361}$.

Câu 50 ==> B

Hướng dẫn:

Chọn D

Ta có đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; a; b)$.

Mà đường thẳng d có phương trình $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$ nên suy ra một vectơ chỉ phương của d là $\vec{v}=(1;0;1)$.

Ta lại có $\Delta \perp d \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u}.\vec{v}=0 \Rightarrow 1+b=0 \Rightarrow b=-1$. Suy ra $\vec{u}=(1;a;-1)$.

Mặt khác, mặt phẳng (P) có phương trình $(P): 2x-z+3=0$ nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;0;-1)$.

Giải sử Δ hợp với mặt phẳng (P) một góc $\varphi=(\Delta,(P))$ thì

$$\sin\varphi=\left|\cos\left(\vec{u},\vec{n}\right)\right|=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{|3|}{\sqrt{5}.\sqrt{2+a^2}}=\frac{3}{\sqrt{5\left(2+a^2\right)}}.$$

Mà $\sqrt{2+a^2}\ge\sqrt{2}\Rightarrow\dfrac{1}{\sqrt{2+a^2}}\le\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\sin\varphi=\dfrac{3}{\sqrt{5\left(2+a^2\right)}}\le\dfrac{3}{\sqrt{10}}$ khi $a=0$.

Vì φ lớn nhất khi $\sin\varphi$ lớn nhất do đó $\varphi_{\max}$ khi $a=0$.

Suy ra $\vec{u}=(1;0;-1)$. Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=s \\ y=0 \\ z=-s \end{cases}$. Suy ra điểm $M(2;0;-2)$ thuộc đường thẳng Δ.