

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NAM**

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm có 05 trang)

KỲ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT

NĂM HỌC 2021-2022

Môn thi: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Ngày thi: 22/3/2022

Mã đề 101

Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + 2\sqrt{2-x}$ trên đoạn $[-7; 2]$. Tính tổng $M + m$.

- A. $M + m = 1$. B. $M + m = 5$. C. $M + m = -1$. D. $M + m = 2$.

Câu 2: Bất phương trình $\log_4(x+2) + \log_{\frac{1}{2}}x \leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên trong khoảng $(0; 10)$?

- A. 2. B. 1. C. 8. D. 9.

Câu 3: Tìm giá trị của tham số m để điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ thuộc đường thẳng $y = x + 1$.

- A. $m = -5$. B. $m = 31$. C. $m = 23$. D. $m = 5$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

Mặt phẳng (P) đi qua A và chứa đường thẳng d . Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

- A. $M(1; 2; 3)$. B. $N(3; 2; -1)$. C. $P(0; 1; 4)$. D. $Q(0; -2; 1)$.

Câu 5: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $4^{x+1} - 13 \cdot 2^x + 3 \leq 0$ là

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 6: Biết đồ thị của hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có một điểm cực trị là $A(-1; 29)$ và đi qua điểm $B(2; 2)$, tính $a + b + c$.

- A. $a + b + c = 30$. B. $a + b + c = 36$. C. $a + b + c = 12$. D. $a + b + c = 18$.

Câu 7: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 8: Biết tổng hai nghiệm của phương trình $4 \cdot 3^x + 2^{x+1} = 6^x + 8$ bằng $\log_a b$ (a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 20), giá trị của $a - b$ bằng

- A. -9. B. -15. C. -8. D. 1.

Câu 9: Biết phương trình $\log_3^2 x + m \log_3 x - 7 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tích $x_1 \cdot x_2$.

- A. $x_1 \cdot x_2 = 3^{-m}$. B. $x_1 \cdot x_2 = 3^{-7}$. C. $x_1 \cdot x_2 = -7$. D. $x_1 \cdot x_2 = 3^m$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-	-1	0	+	2	0	-	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-			

Hỏi hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 11: Biết $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 f(x)dx = 5$, tích phân $\int_1^2 f(3-2x)dx$ bằng

- A. 3. B. $-\frac{3}{2}$. C. -3. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 12: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 4. Mặt phẳng (P) song song và cách trục của hình trụ một khoảng bằng 1. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) bằng

- A. 12. B. $4\sqrt{3}$. C. $8\sqrt{3}$. D. $6\sqrt{3}$.

Câu 13: Cắt hình nón (N) bởi một mặt phẳng chứa trục của nó được thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $3\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón tạo bởi hình nón (N) bằng

- A. 3π . B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $2\sqrt{3}\pi$. D. $3\sqrt{3}\pi$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$.

Điểm $B(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

- A. $a+b+c=0$. B. $a+b+c=7$. C. $a+b+c=3$. D. $a+b+c=-6$.

Câu 15: Biết $g(x) = x^3 + x^2 + 2$ là một nguyên hàm của $f(x)e^{-x}$ trên \mathbb{R} , $F(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)e^{-x}$ trên \mathbb{R} và thỏa mãn $F(0) = -2$, giá trị $F(1)$ bằng

- A. 1. B. $-2-e$. C. -3. D. 5.

Câu 16: $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \cos \sqrt{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn

$F(\pi^2) = 1$. Biết $F\left(\frac{\pi^2}{9}\right) = \frac{\pi\sqrt{a}}{b} + c$ (a, b, c là các số nguyên dương và $a < 4$), tính $a+b+c$.

- A. $a+b+c=7$. B. $a+b+c=10$. C. $a+b+c=8$. D. $a+b+c=13$.

Câu 17: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x \sqrt{2\sin^2 x + 3\cos^2 x}} dx = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{c}$ (a, b, c là các số nguyên dương, $a < 20$), giá trị của $2a+3b+4c$ bằng

- A. 20. B. 24. C. 27. D. 35.

Câu 18: Cho mặt cầu $S(O;R)$ tiếp xúc với ba cạnh của tam giác ABC . Biết

$AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 6$ và khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{\sqrt{7}}{7}$. Tính bán kính R của mặt cầu đã cho.

- A. $R=1$. B. $R=\frac{3\sqrt{7}}{7}$. C. $R=\frac{2\sqrt{7}}{7}$. D. $R=\frac{4\sqrt{7}}{7}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+3y+2z+2=0$ và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$. Biết đường thẳng đi qua $M(2;2;4)$, cắt d và song song với (P) có một

vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a;b;1)$, tính $2a+3b$.

- A. $2a+3b=-1$. B. $2a+3b=1$. C. $2a+3b=0$. D. $2a+3b=5$.

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+1)x^2 + (1-m)x + 2022$$
 đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 23.

B. 21.

C. 20.

D. 22.

Câu 21: Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 2m + 3$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là khoảng $(a; b)$, tính tổng $a + b$.

A. $a + b = -\frac{3}{2}$.

B. $a + b = -1$.

C. $a + b = -2$.

D. $a + b = -\frac{5}{2}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC$, $AD = 2AB$. Biết SA vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a$ và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $3a^3$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$, tính $\tan \varphi$.

A. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

B. $\tan \varphi = \frac{1}{3}$.

C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

D. $\tan \varphi = \frac{2}{3}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm H của cạnh AB . Biết $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{16}$.

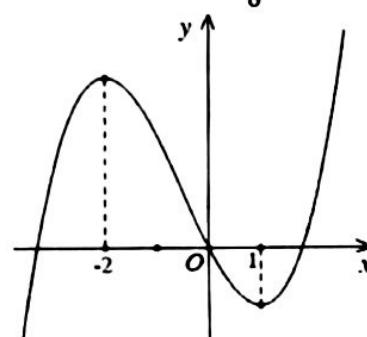
C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{3a^3}{8}$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}; a \neq 0$) có đồ thị là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y = f(f^2(x) + 1)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1.
C. 2.

B. 3.
D. 4.



Câu 25: Biết a là số thực lớn hơn 1 sao cho phương trình $a^x = \log_a x$ có một nghiệm duy nhất, gọi nghiệm duy nhất đó là x_0 . Hỏi tổng $a + x_0$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến ba chữ số thập phân)

A. 4,164.

B. 4,161.

C. 4,162.

D. 4,163.

Câu 26: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - (3m+5).2^x + 12m + 4 = 0$ có một nghiệm gấp hai lần nghiệm còn lại. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. $\frac{17}{3}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{16}{3}$.

D. $\frac{13}{3}$.

Câu 27: Cho hàm đa thức $f(x)$ thỏa mãn $f(2-x) - xf'(x) = -4x^3 + 6x^2 - 18x + 14 \forall x \in \mathbb{R}$.

Tích phân $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. -4.

B. 10.

C. 12.

D. 18.

Câu 28: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4x + 4$, đường thẳng $y = 4x - 12$ và trục hoành. Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành bằng $\frac{a}{b}\pi$ (a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), giá trị của $a + b$ bằng

A. 31 .

B. 5 .

C. 36 .

D. 37 .

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$, mặt bên SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60^\circ$, $SB = 1$. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{a}}{b}$ (a, b là hai số nguyên dương nhỏ hơn 10), tính $2a + b$.

A. $2a + b = 18$.

B. $2a + b = 15$.

C. $2a + b = 8$.

D. $2a + b = 12$.

Câu 30: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Điểm M thỏa mãn $\overline{B'M} = -\frac{1}{2} \cdot \overline{B'A'}$, D là trung điểm của BB' và E là trung điểm của $A'C'$. Mặt phẳng (MDE) chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối đa diện có thể tích là V_1, V_2 (V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh A). Biết tỉ số $\frac{V_1}{V_2} = \frac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), tính $2a + b$.

A. $2a + b = 193$.

B. $2a + b = 144$.

C. $2a + b = 187$.

D. $2a + b = 239$.

Câu 31: Cho hình trụ (T) . Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB, CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy của hình trụ (T) , mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ một góc 45° . Biết $AB = 2\sqrt{2}$, tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đã cho.

A. $V = 4\sqrt{2}\pi$.

B. $V = 4\pi$.

C. $V = 6\sqrt{2}\pi$.

D. $V = 6\pi$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;6;0)$ và điểm N di động trên mặt phẳng (Oxz) (N khác O). Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên MN và K là trung điểm của ON . Biết rằng HK luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, điểm nào sau đây thuộc mặt cầu đó?

A. $P_1(1;5;-2)$.

B. $P_2(1;2;-4)$.

C. $P_3(1;2;-2)$.

D. $P_4(1;4;-1)$.

Câu 33: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{3}\cos 2x + \sin 2x = m\cos x - \sqrt{3}$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0;2\pi)$?

A. 4 .

B. 5 .

C. 6 .

D. 7 .

Câu 34: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $g(x) = ax^2 + bx + e$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}; a \neq 0$) có đồ thị lần lượt là hai đường cong $(C_1), (C_2)$ ở hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $(C_1), (C_2)$ bằng $\frac{8}{3}$.

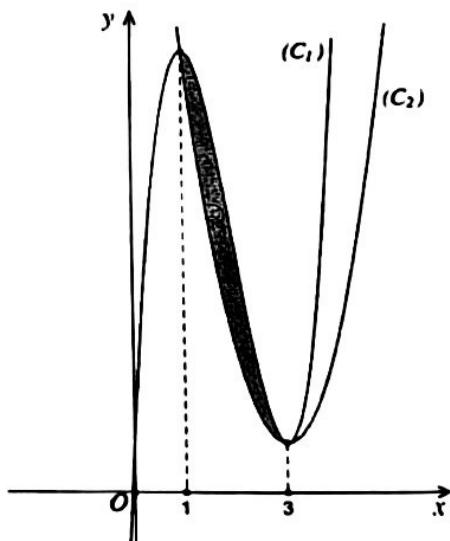
Tính $f(2) - g(-1)$.

A. $f(2) - g(-1) = -26$.

B. $f(2) - g(-1) = -24$.

C. $f(2) - g(-1) = -28$.

D. $f(2) - g(-1) = -30$.



Câu 35: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2022; 2022)$ sao cho bất phương trình $\frac{\sqrt{(\log_2 x - m) \cdot \log_2(1-x)}}{2x-1} \geq 0$ có nghiệm?

- A. 4042. B. 2022. C. 2020. D. 2023.

Câu 36: Cho x là số thực, y là số nguyên thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy + 2x - 3y + 2 < 0$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \ln(1+xy+x^2) - (1+y)x^3 - \frac{3}{2}x^2y$ bằng $\ln\left(\frac{a}{b}\right) - \frac{c}{d}$ (với a, b, c, d

là các số nguyên dương; $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản). Giá trị của $a+b+c+d$ bằng

- A. 16. B. 14. C. 75. D. 20.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai, liên tục và nhận giá trị dương trên đoạn $[0;1]$, thỏa mãn $f'(x) - 2f(x)f''(x) + 2x \cdot f'(x) + (x+1)^2 \cdot f''(x) = 0 \quad \forall x \in [0;1]$, $f'\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$.

Biết tích phân $\int_0^1 [f(x)]^2 dx = \frac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), giá trị

của $a+b$ bằng

- A. 181. B. 25. C. 10. D. 26.

Câu 38: Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số đôi một khác nhau, gồm ba chữ số lẻ, bốn chữ số chẵn mà trong đó có đúng một chữ số lẻ xen kẽ giữa hai chữ số chẵn?

- A. 108000. B. 58320. C. 73440. D. 95040.

Câu 39: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2\sqrt{2}$ và tâm mặt cầu ngoại tiếp của nó là O . Mặt phẳng (P) song song với hai cạnh AB, CD và cách tâm O một khoảng bằng $\frac{1}{2}$. Diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) bằng

- A. 2. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; -5; 2)$, $B(3; 3; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+4}{1}$; hai điểm C, D thay đổi trên d sao cho $CD = 6\sqrt{3}$. Biết rằng khi $C(a; b; c)$ ($b < 2$) thì tổng diện tích của tất cả các mặt của tứ diện $ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

- A. $a+b+c=2$. B. $a+b+c=-1$. C. $a+b+c=-4$. D. $a+b+c=-7$.

----- HẾT -----

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

- *Thí sinh được sử dụng máy tính cầm tay.*

- *Họ và tên thí sinh: Số báo danh:*