

Câu 1(2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m(x+1) + m + 3$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$

b) Tìm các giá trị của m để hàm số (1) đạt cực đại và cực tiểu tại các điểm x_1, x_2 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$

Câu 2 (1,0 điểm). Giải các phương trình

a) $\sin^2 x - 3\sin x + \cos 2x + 3 = 0$.

b) $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) - 8\log_4(x-1) + 3 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Trong mặt phẳng phức, gọi A và B là các điểm biểu diễn của các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Hãy tính độ dài của đoạn AB .

b) Cho M là tập hợp các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được tạo bởi các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập M . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 2.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1+x^2} dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt đáy ABC trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC .

Câu 6 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ và

$(d_2): \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tọa độ các điểm $M \in (d_1); N \in (d_2)$ sao cho MN song song với mặt phẳng

$(P): x - y + z = 0$ và $MN = \sqrt{2}$

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm $G\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$ và

bán kính đường tròn ngoại tiếp $R = 5$. Gọi $M(-4; 0)$ và $N(0; -3)$ lần lượt là chân các đường cao dựng từ B và C của tam giác ABC . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (3x+y)(x+3y)\sqrt{xy} = 14 \\ (x+y)(x^2+14xy+y^2) = 36 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho các số thực dương x, y, z . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2 - xy}{x+y} + \frac{y^2 - yz}{y+z} + \frac{z^2 - zx}{z+x}.$$

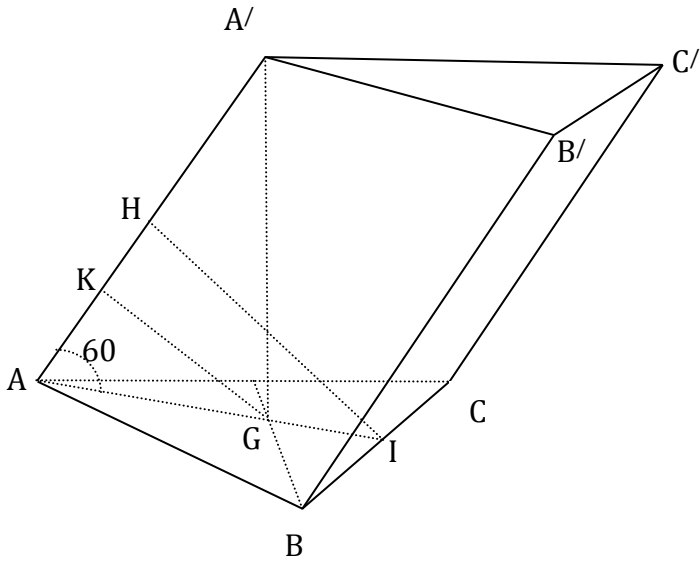
----- HẾT -----

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

ĐÁP ÁN

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM																
1.a 1 điểm	1/ Khi $m = 0$ thì hàm số trở thành $y = x^3 - 3x^2 + 3$ Tập xác định $D = \mathbb{R}$ $y' = 3x^2 - 6x$ $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0.25																
	Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0.25																
	Bảng biến thiên	0.25																
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>-</td><td>3</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	-	3	-1	$+\infty$	0.25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
y'	+	0	-	0	+													
y	-	3	-1	$+\infty$														
Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = y(0) = 3$, đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = y(2) = -1$ $y'' = 6x - 6$; cho $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y(1) = 1$ Đồ thị có một điểm uốn $U(1; 1)$ Đồ thị Cho $x = 0 \Rightarrow y = 3$	0.25																	
1.b 1 điểm	$y' = 3x^2 - 6x + m$ $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0 \quad (1)$	0.25																
	Hàm số đạt cực đại và cực tiểu tại các điểm x_1, x_2 khi pt (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 tức là $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3 \quad (*)$	0.25																
	$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2x_1 x_2, x_1 x_2 \neq 0 \quad (2)$	0.25																

	Theo Vi-et : $x_1 + x_2 = 2, x_1 x_2 = \frac{m}{3}$. Khi đó (2) trở thành : $2 = \frac{2m}{3}, m \neq 0 \Leftrightarrow m = 3 \text{ (loại)}$	0.25
2 2a 0.5 điểm	$\sin^2 x - 3\sin x + \cos 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x - 3\sin x - 2\sin^2 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x + 3\sin x - 4 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -4 \end{cases}$ $\begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -4 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ 2b 0.5 điểm $\log_{\frac{1}{2}}^2(x-1) - 8\log_4(x-1) + 3 = 0 \text{ (1)}$ ĐK: $x > 1$ $\text{Pt (1)} \Leftrightarrow \log_2^2(x-1) - 4\log_2(x-1) + 3 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x-1) = 1 \\ \log_2(x-1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2 \\ x-1 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (nhân)} \\ x = 9 \text{ (nhân)} \end{cases}$	0.25 ----- 0.25 ----- 0.25 ----- 0.25
3a 0.5 điểm	$z^2 + 2z + 4 = 0$ $\Delta = -3 = (\sqrt{3}i)^2 \Rightarrow \text{căn bậc hai của } \Delta \text{ là } \pm\sqrt{3}i. \text{ Phương trình có hai nghiệm}$ $z_1 = -1 + \sqrt{3}i; z_2 = -1 - \sqrt{3}i$	0.25 ----- 0.25
3b 0.5 điểm	----- $\Rightarrow A(-1; -\sqrt{3}); B(-1; \sqrt{3})$ $\Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$ Gọi $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$, $a_1 \neq 0, a_1, a_2, a_3, a_4$ đôi một khác nhau, là số tự nhiên trong tập M Xét $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Vì $a_1 \neq 0$ nên có 6 cách chọn vị trí a_1 từ tập $X \setminus \{0\}$, có A_6^3 cách chọn các vị trí còn lại a_2, a_3, a_4 từ tập $X \setminus \{a_1\}$. Do đó số các số x trong tập M là: $6 \cdot A_6^3$. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot A_6^3 = 720$ Gọi A là biến cố: “ số x được chọn chia hết cho 2” Số x chia hết cho 2 khi $a_4 \in \{0, 2, 4, 6\}$ TH1: $a_4 = 0 \Rightarrow$ số các số x là $A_6^3 = 120$ TH2: $a_4 \in \{2, 4, 6\} \Rightarrow a_4$ có 3 cách chọn Vì $a_1 \neq 0$ nên có 5 cách chọn a_1 từ tập $X \setminus \{0, a_4\}$ và có A_5^2 cách chọn các vị trí còn lại là a_2, a_3. Số các số x là: $3 \cdot 5 \cdot A_5^2 = 300$. Suy ra : số các số x chia hết cho 2 trong tập M là: $120 + 300 = 420 \Rightarrow$ số phần tử của biến cố A là: $n(\Omega_A) = 420$	0.25 ----- 0.25 ----- 0.25

	Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(\Omega_A)}{n(\Omega)} = \frac{420}{720} = \frac{7}{12}$	
4 1 điểm	$I = \int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx$ Đặt $u = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow u^2 = x^2 + 1 \Rightarrow udu = xdx$ Đổi cận: Khi $x = 0$ thì $u = 1$, khi $x = \sqrt{3}$ thì $u = 2$. Khi đó: $I = \int_1^2 (u^2 - 1)u^2 du = \int_1^2 (u^4 - u^2) du$ $I = \left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big _1^2 = \frac{58}{15}$	0.5 ----- 0.25 ----- 0.25
5 1 điểm	Gọi I là trung điểm của BC  $SG \perp (ABC) \Rightarrow AG$ là hình chiếu của AA' lên mp(ABC) $\Rightarrow \angle A'AG = 60^\circ$ là góc giữa cạnh bên và đáy. Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên: $AG = \frac{2}{3} AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ Xét tam giác A'AG vuông tại G, có: $A'G = AG \cdot \tan 60^\circ = a$ Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = S_{\triangle ABC} \cdot A'G = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$ (đvtt) Có $BC \perp (A'AI)$. Dựng $IH \perp AA'$ thì $IH = d(AA', BC)$, vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $IH = \frac{3}{2} d(G, AA') = \frac{3}{2} GK$ Xét tam giác A'GK vuông tại G, có:	0.25 ----- 0.25 ----- 0.25 ----- 0.25

