KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 1

Câu 1:
Một lớp học có 35 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh làm trực nhật?

- ☐ **A.** 3^{35}
- ☐ **B.** A_{35}^3
- ☐ **C.** C_{35}^3
- ☐ **D.** 35^3

Câu 2:
Dãy số (u_n) **có** $u_n = \dfrac{2n-1}{5}, n \in \mathbb{N}^*$ **. Số hạng thứ 13 của dãy số bằng**

- ☐ **A.** 5
- ☐ **B.** 7
- ☐ **C.** 6
- ☐ **D.** 4

Câu 3:
Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{2}}$ **là**

- ☐ **A.** $\mathbb{R}$
- ☐ **B.** $(0; +\infty)$
- ☐ **C.** $(-1; +\infty)$
- ☐ **D.** $(1; +\infty)$

Câu 4:
Cho khối chóp $S.ABC$ **có** $SA \perp (ABC)$ **và đáy** ABC **là tam giác vuông cân tại** A **có** $AB = 3, SC = 5$ **. Thể tích của khối chóp** $S.ABC$ **bằng**

- ☐ **A.** 12
- ☐ **B.** 18
- ☐ **C.** 36
- ☐ **D.** 6

Câu 5:

Biết $x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{4}}.\sqrt{x^3} = x^{\frac{a}{b}}\ (0 < x \neq 1;\ a, b \in \mathbb{N}\ và\ \frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $a - 2b$ bằng

- A. 0
- B. 1
- C. -1
- D. 2

Câu 6:

Biết $F(x) = x^3 + \frac{1}{x} + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ trên $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = \frac{x^4}{4} + lnx + x$
- B. $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^2}$
- C. $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x^2}$
- D. $f(x) = \frac{x^4}{4} + lnx$

Câu 7:

Một khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và thiết diện qua trục là một hình vuông. Thể tích của khối trụ bằng

- A. 12π
- B. 18π
- C. 54π
- D. 9π

Câu 8:

Tập nghiệm của bất phương trình $log(x-1) \geq 1$ là

- A. $(11; +\infty)$
- B. $(1; +\infty)$
- C. $[11; +\infty)$
- D. $(-\infty; 11)$

Câu 9:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ

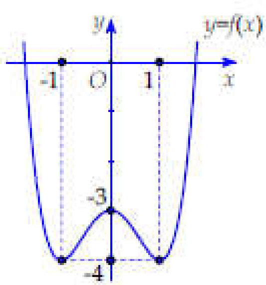
x	$-\infty$		a		b		c		d		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	||	+	0	-	0	-	

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- [ ] **A.** 1
- [ ] **B.** 2
- [ ] **C.** 3
- [ ] **D.** 4

Câu 10:

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- [ ] **A.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- [ ] **B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- [ ] **C.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- [ ] **D.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

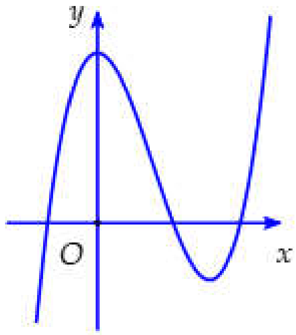
Câu 11:

Cho hình nón có diện tích đáy bằng $16\pi a^2$ và thể tích khối nón tương ứng bằng $16\pi a^3$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

- [ ] **A.** $S_{xq} = 15\pi a^2$
- [ ] **B.** $S_{xq} = 20\pi a^2$
- [ ] **C.** $S_{xq} = 12\pi a^2$
- [ ] **D.** $S_{xq} = 16\pi a^2$

Câu 12:

Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- [ ] A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$
- [ ] B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$
- [ ] C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$
- [ ] D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 13:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng

- [ ] A. $y = 1$
- [ ] B. $y = 2$
- [ ] C. $x = 1$
- [ ] D. $x = 2$

Câu 14:

Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8^x.2^{1-2x}$ là

- [ ] A. $2.2^x.ln2 + C$
- [ ] B. $\dfrac{8^x}{ln8}.\dfrac{2^{1-2x}}{ln2} + C$
- [ ] C. $2^x.ln2 + C$
- [ ] D. $2\dfrac{2^x}{ln2} + C$

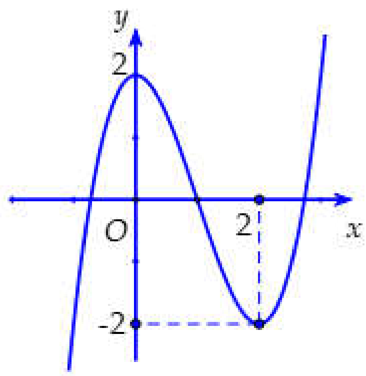
Câu 15:

Môđun của số phức $z = (1+2i)^2(1-i) - 3i + 2$

- [ ] A. 5
- [ ] B. $\sqrt{5}$
- [ ] C. 4
- [ ] D. 2

Câu 16:

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là



- [ ] **A.** 0
- [ ] **B.** 2
- [ ] **C.** 1
- [ ] **D.** 3

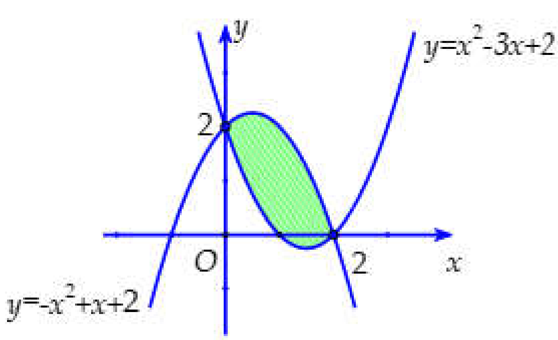
Câu 17:

Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - i$ là

- [ ] **A.** $z = -3 - i$
- [ ] **B.** $z = -3 + i$
- [ ] **C.** $z = 3 + i$
- [ ] **D.** $z = 3 - i$

Câu 18:

Diện tích hình phẳng của phần tô đậm trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



- [ ] **A.** $S = \int_0^2 (-2x^2 + 4x)dx$
- [ ] **B.**

$S = \int_0^2 (-2x^2 + 4x + 2)dx$

- [ ] C. $S = \int_0^2 (2x^2 - 4x)dx$
- [ ] D. $S = \int_0^2 (-2x^2 + 2x)dx$

Câu 19:

Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- [ ] A. 1
- [ ] B. 5
- [ ] C. i
- [ ] D. -1

Câu 20:

Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}(-1; 2; -3)\ và\ \vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + 2\vec{b}$ là

- [ ] A. (1;2;-3)
- [ ] B. (3;-2;-1)
- [ ] C. (2;1;-3)
- [ ] D. (1;-3;2)

Câu 21:

Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 1$ và $\int_1^2 f(x)dx = 3$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

- [ ] A. 1
- [ ] B. 3
- [ ] C. 2
- [ ] D. 4

Câu 22:

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 5i$ là điểm nào dưới đây?

- [ ] A. Q(2;5)
- [ ] B. P(2;-5)
- [ ] C. N(-2;-5)

☐ D. M(-2;5)

Câu 23:
Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;-2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

☐ A. $M_1(3;0;0)$

☐ B. $M_2(3;0;-2)$

☐ C. $M_3(3;2;0)$

☐ D. $M_4(0;2;-2)$

Câu 24:
Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^5 + 4x^2 + 3x + 2$ với đường thẳng $y = -2x + 2$ là

☐ A. 5

☐ B. 3

☐ C. 2

☐ D. 1

Câu 25:
Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+5)^2+(z+2)^2=16$. Tâm của (S) là

☐ A. $I_1(-3;5;2)$

☐ B. $I_1(3;-5;-2)$

☐ C. $I_1(3;5;2)$

☐ D. $I_1(-3;-5;-2)$

Câu 26:
Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-2y-z+4=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

☐ A. $\vec{n}_3=(3;-2;4)$

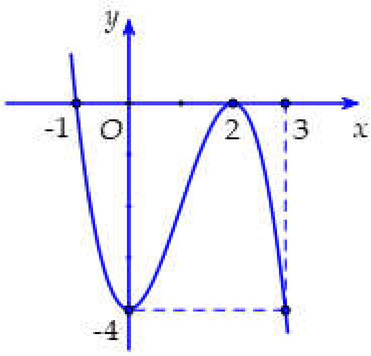
☐ B. $\vec{n}_1=(3;-1;4)$

☐ C. $\vec{n}_2=(3;-2;-1)$

☐ D. $\vec{n}_4=(3;-2;0)$

Câu 27:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 3]$. Khi đó $2M - m$ bằng



- ☐ **A.** 4
- ☐ **B.** -4
- ☐ **C.** 2
- ☐ **D.** 6

Câu 28:

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-1}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

- ☐ **A.** P(2;2;2)
- ☐ **B.** M(1;1;1)
- ☐ **C.** N(3;3;3)
- ☐ **D.** Q(1;2;3)

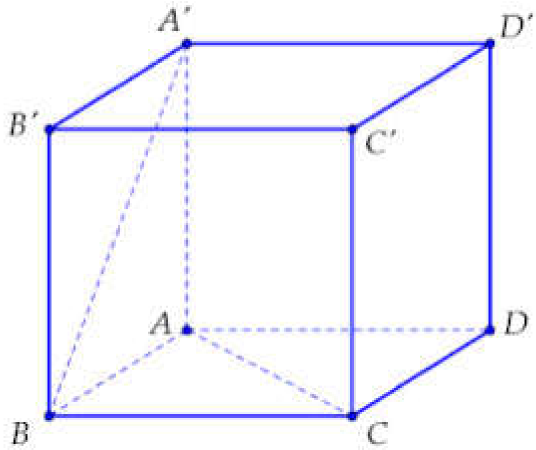
Câu 29:

Gọi S là tập nghiệm thực của phương trình $\dfrac{1}{2}log_3(x-1)^2 + log_{\frac{1}{3}}(x+2) = 0$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

- ☐ **A.** 1
- ☐ **B.** 2
- ☐ **C.** 0
- ☐ **D.** 4

Câu 30:

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AC = AA'\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- [ ] A. 60°
- [ ] B. 90°
- [ ] C. 30°
- [ ] D. 45°

Câu 31:

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	7	↘	3	↗	$+\infty$

- [ ] A. 5
- [ ] B. 3
- [ ] C. 4
- [ ] D. 25

Câu 32:

Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng $(r > 0)$, t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu giờ để số vi khuẩn lớn hơn 500con, biết rằng số vi khuẩn ban đầu là 20con và tỉ lệ tăng trưởng là 11%?

- [ ] A. 29 giờ
- [ ] B. 30 giờ
- [ ] C. 28 giờ
- [ ] D. 31 giờ

Câu 33:

Giá trị của tham số m biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{3x+m}{x-2}$ trên [3;6] bằng 7 là

- [ ] A. 10
- [ ] B. -2
- [ ] C. -6
- [ ] D. 3

Câu 34:

Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R, một điểm M nằm trong mặt cầu sao cho $OM = 4$. Mặt phẳng (P) qua M cắt mặt cầu (S) là 1 đường tròn (C) có chu vi nhỏ nhất là 6π. Thể tích khối nón đỉnh O đáy là đường (C) bằng

- [ ] A. 36π
- [ ] B. 12π
- [ ] C. 6π
- [ ] D. 24π

Câu 35:

Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x+2} > \left(\dfrac{1}{3}\right)^{x-10}$ là

- [ ] A. $(-1; +\infty)$
- [ ] B. $(-6; +\infty)$
- [ ] C. $(2; +\infty)$
- [ ] D. $(-\infty; 3)$

Câu 36:

Cho tích phân $I = \displaystyle\int_4^{12} \frac{2x}{1+\sqrt{2x+1}}dx$, nếu đặt $t = \sqrt{2x+1}$, thì

- [ ] A. $I = \displaystyle\int_3^5 (t^2 - t)dt$

☐ B. $I = \int_3^5 (t^2 + t)dt$

☐ C. $I = \int_3^5 (2t^2 - 2t)dt$

☐ D. $I = \frac{1}{2}\int_3^5 (t^2 + 2t)dt$

Câu 37:

Cho hai số phức $z_1 = m + 1 + 5i$ và $z_2 = 3 - mi (m \in \mathbb{R})$. Tập tất cả các giá trị của tham số m để số phức $w = z_1 z_2$ có phần ảo bằng 13 là

☐ A. {1; -3}

☐ B. {-2; 3}

☐ C. {1; -2}

☐ D. {-1; 2}

Câu 38:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SC bằng

☐ A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

☐ B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

☐ C. a

☐ D. $\frac{a}{2}$

Câu 39:

Cho hình nón (N) có độ dài đường sinh bằng 10 và bán kính đáy bằng 6. Một khối cầu (S) tiếp xúc với đáy và tất cả các đường sinh của hình nón (N). Thể tích của khối cầu (S) bằng

☐ A. 36π

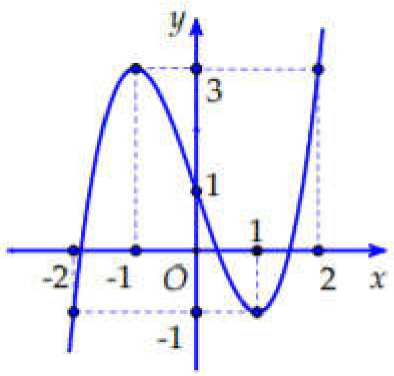
☐ B. 18π

☐ C. 27π

☐ D. 30π

Câu 40:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(f(x) + 2m) - 1 = f(x) + 2m$ có nhiều nghiệm nhất?



- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

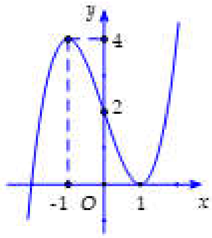
Câu 41:

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SB và CD. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt phẳng (SBC). Khi đó $sin\alpha$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$
- B. $\frac{\sqrt{14}}{14}$
- C. $\frac{3\sqrt{105}}{35}$
- D. $\frac{2\sqrt{70}}{35}$

Câu 42:

Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc hai và hàm số $F(x) = \int_0^x f(-t+1)dt$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = |f(x)|$ đạt cực tiểu tại



- A. $x = \pm 1$
- B. $x = 0$ và $x = -1$
- C. $x = 0$
- D. $x = 0$ và $x = 2$

Câu 43:

Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-1}{m}, (m > 0)$ và $f'(x) = sinx.e^{mcosx}, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để $m.f\left(\frac{\pi}{3}\right) \geq -e^{1009}$?

- A. 2018
- B. 2019
- C. 2017
- D. Vô số

Câu 44:

Cho đa giác 8 đỉnh $A_1A_2...A_8$ nội tiếp đường tròn tâm (O). Biết rằng không có ba đường chéo nào đồng quy tại một điểm bên trong đường tròn. Gọi S là tập hợp các giao điểm nằm bên trong đa giác của các đường chéo. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh thuộc tập S. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác có các cạnh nằm trên đường chéo là

- A. $\frac{1}{1955}$
- B. $\frac{1}{689}$
- C. $\frac{55}{6201}$
- D. $\frac{55}{2756}$

Câu 45:

Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên $m \in [-10; 10]$ sao cho $\underset{[1;2]}{max}|f(x)| + \underset{[1;2]}{min}|f(x)| \geq 10$. Số phần tử của tập S là

- A. 9
- B. 10
- C. 11
- D. 12

Câu 46:

Cho chóp tam giác đều $S.ABC$. Một mặt cầu tiếp xúc với tia đối của tia SA tại M, tiếp xúc với tia đối của tia BA tại N và tiếp xúc với cạnh SB tại P. Biết $SM = 2a, BN = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{2\sqrt{59}a^3}{3}$
- B. $\frac{\sqrt{59}a^3}{3}$
- C. $\frac{4\sqrt{59}a^3}{3}$
- D. $\frac{4\sqrt{59}a^3}{9}$

Câu 47:

Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f^{'}(x) = \frac{1}{x^2+9+2\sqrt{x^2+9}}, f(4) = 1$. Khi đó $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

- A. $4 + ln\frac{7}{5}$
- B. $4 + ln\frac{4}{7}$
- C. $4 + ln\frac{5}{7}$
- D. $4 + ln\frac{7}{4}$

Câu 48:

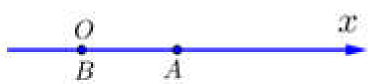
Cho 2 số $x, y > 0$ thỏa điều kiện $log_3(4^x + 2^{x+1}y + 4y^2) - log_3(2^{x+1}y) = \frac{2^x(4y-2^x)}{4y^2}$. Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4^x - y^3 - 4y + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

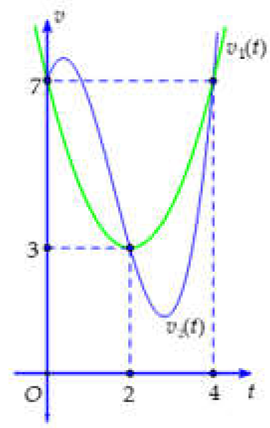
- A. $M \in (0; 2)$
- B. $M \in (-2; 0)$
- C. $M \in (2; 4)$

D. $M \in (4; 6)$

Câu 49:

Cho 2 chất điểm A và B cùng bắt đầu chuyển động theo chiều dương trên cùng 1 trục lần lượt có vận tốc biến đổi theo thời gian là hàm số đa thức bậc 2 và hàm số đa thức bậc 3 gồm $v = v_1(t)(m/s), v = v_2(t)(m/s)$ có đồ thị như hình vẽ.





Hỏi trong suốt quá trình chuyển động, 2 chất điểm gặp nhau bao nhiêu lần, biết rằng chất điểm A bắt đầu xuất phát cách gốc của trục về phía chiều dương 1 mét, chất điểm B xuất phát tại gốc của trục, và trong quá trình chuyển động, 2 chất điểm đã gặp nhau một lần tại thời điểm 3 giây?

- A. 1 lần
- B. 2 lần
- C. 3 lần
- D. 4 lần

Câu 50:

Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn $(xy^2 + x - 2y - 1)logy = log\frac{2y - x + 3}{x}$?

- A. 4
- B. 2
- C. 3
- D. Vô số

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 1
(Đề thi có 06 trang)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.D	4.D	5.B	6.C	7.C	8.C	9.C	10.B
11.B	12.A	13.B	14.D	15.A	16.D	17.C	18.A	19.A	20.B
21.D	22.B	23.D	24.D	25.B	26.C	27.A	28.A	29.A	30.D
31.A	32.B	33.B	34.B	35.C	36.A	37.C	38.B	39.A	40.B
41.D	42.D	43.A	44.A	45.C	46.C	47.C	48.A	49.C	50.B

Câu 1: Một lớp học có 35 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh làm trực nhật?

A. 3^{35}. **B.** A_{35}^3. **C.** C_{35}^3. **D.** 35^3.

Lời giải

Chọn C

Chọn 3 học sinh từ 35 học sinh có C_{35}^3. cách.

Câu 2: Dãy số (u_n) có $u_n=\dfrac{2n-1}{5}$, $n\in\mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 13 của dãy số bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{13}=\dfrac{2.13-1}{5}=5$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{2}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

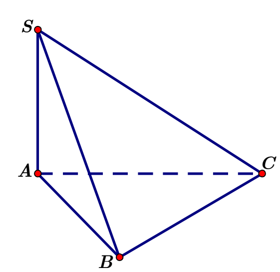
Chọn D

Hàm số xác định khi $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Câu 4: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và đáy ABC là tam giác vuông cân tại A có $AB=3, SC=5$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 6.

Lời giải



Chọn D

Ta có $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=4$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}.SA.\dfrac{1}{2}.AB.AC=6$.

Câu 5: Biết $x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{4}}.\sqrt{x^3}=x^{\frac{a}{b}}$ ($0<x\neq 1$; $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $a-2b$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{4}}.\sqrt{x^3}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{4}}.x^{\frac{3}{2}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{3}{2}}=x^{\frac{25}{12}}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{25}{12}\Rightarrow a=25;b=12\Rightarrow P=a-2b=1$.

Câu 6: Biết $F(x)=x^3+\frac{1}{x}+1$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ trên $(0;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $f(x)=\frac{x^4}{4}+\ln x+x$.

B. $f(x)=3x^2+\frac{1}{x^2}$.

C. $f(x)=3x^2-\frac{1}{x^2}$.

D. $f(x)=\frac{x^4}{4}+\ln x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=F'(x)=3x^2-\frac{1}{x^2}$.

Câu 7: Một khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và thiết diện qua trục là một hình vuông. Thể tích của khối trụ bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 54π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn C

Thiết diện qua trục là hình vuông $\Rightarrow h=SO=2r=6$. Vậy $V=\pi r^2h=54\pi$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1)\geq 1$ là

A. $(11;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $[11;+\infty)$. **D.** $(-\infty;11)$.

Lời giải

Chọn C

$\log(x-1)\geq 1\Leftrightarrow x\geq 11$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[11;+\infty)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ

x	$-\infty$		a		b		c		d		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	||	+	0	-	0	-	

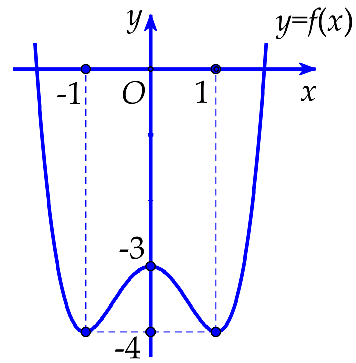
Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Chọn C

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại các điểm mà tại đó $y = f'(x)$ bằng không hoặc không xác định đồng thời $y = f'(x)$ dổi dấu khi đi qua các điểm đó.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 11: Cho hình nón có diện tích đáy bằng $16\pi a^2$ và thể tích khối nón tương ứng bằng $16\pi a^3$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq} = 15\pi a^2$. **B.** $S_{xq} = 20\pi a^2$. **C.** $S_{xq} = 12\pi a^2$. **D.** $S_{xq} = 16\pi a^2$.

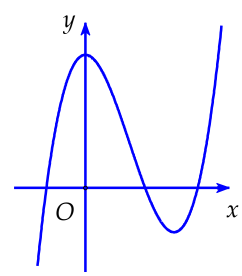
Lời giải

Chọn B

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} \pi r^2 = 16\pi a^2 \\ \frac{1}{3}\pi r^2.h = 16\pi a^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 4a \\ h = 3a \end{cases}$

Do đó: $l = \sqrt{r^2 + h^2} = 5a$. Vậy $S_{xq} = \pi r l = 20\pi a^2$.

Câu 12: Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$ và $a > 0$.

Nên **Chọn A**

Câu 13: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y = 1$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{x-1}=2\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{x-1}=2\end{array}\right\}\Rightarrow$$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 14: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=8^x.2^{1-2x}$ là

A. $2.2^x.\ln 2+C$.　**B.** $\dfrac{8^x}{\ln 8}.\dfrac{2^{1-2x}}{\ln 2}+C$.　**C.** $2^x.\ln 2+C$.　**D.** $2\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int 8^x.2^{1-2x}\mathrm{d}x=2\int 2^x\mathrm{d}x=2.\dfrac{2^x}{\ln 2}+C.$

Câu 15: Môđun của số phức $z=\left(1+2i\right)^2\left(1-i\right)-3i+2$

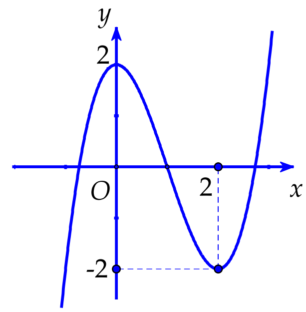
A. 5.　**B.** $\sqrt{5}$.　**C.** 4.　**D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$z=\left(1+2i\right)^2\left(1-i\right)-3i+2=3+4i\Rightarrow\left|z\right|=5$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=1$ là



A. 0.　**B.** 2.

C. 1.　**D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với đường thẳng $y=1$. Dựa vào đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ số nghiệm của phương trình bằng 3.

Câu 17: Số phức liên hợp của số phức $z=3-i$ là

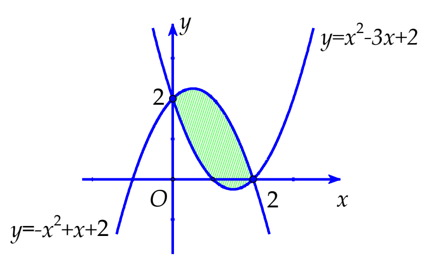
A. $\overline{z}=-3-i$.　**B.** $\overline{z}=-3+i$.　**C.** $\overline{z}=3+i$.　**D.** $\overline{z}=3-i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z=3-i$ là $\overline{z}=3+i$.

Câu 18: Diện tích hình phẳng của phần tô đậm trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S=\int\limits_0^2\left(-2x^2+4x\right)\mathrm{d}x$.　**B.** $S=\int\limits_0^2\left(-2x^2+4x+2\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_0^2\left(2x^2-4x\right)\mathrm{d}x$.　**D.** $S=\int\limits_0^2\left(-2x^2+2x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có: $S=\int_0^2\left(-x^2+x+2-x^2+3x-2\right)\mathrm{d}x=\int_0^2\left(-2x^2+4x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1=3+2i$ và $z_2=2-i$. Phần ảo của số phức z_1+z_2 bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** i. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1+z_2=5+i$. Phần ảo của số phức z_1+z_2 bằng 1.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}(-1;2;-3)$ và $\vec{b}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}+2\vec{b}$ là

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(3;-2;-1)$. **C.** $(2;1;-3)$. **D.** $(1;-3;2)$.

Lời giải

Chọn B

$\vec{b}=2\vec{i}-2\vec{k}+\vec{j}\Rightarrow\vec{b}(2;-2;1)\Rightarrow\vec{a}+2\vec{b}=(3;-2;-1)$.

Câu 21: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1+3=4$.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2-5i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;5)$. **B.** $P(2;-5)$. **C.** $N(-2;-5)$. **D.** $M(-2;5)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z=2-5i$ là điểm $P(2;-5)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;-2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $M_1(3;0;0)$. **B.** $M_2(3;0;-2)$. **C.** $M_3(3;2;0)$. **D.** $M_4(0;2;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;-2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $M_4(0;2;-2)$

Câu 24: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^5+4x^2+3x+2$ với đường thẳng $y=-2x+2$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là

$x^5+4x^3+3x+2=-2x+2 \Leftrightarrow x\left(x^4+4x^2+5\right)=0 \Leftrightarrow x=0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+5)^2+(z+2)^2=16$. Tâm của (S) là

A. $I_1(-3;5;2)$. **B.** $I_2(3;-5;-2)$. **C.** $I_3(3;5;2)$. **D.** $I_4(-3;-5;-2)$.

Lời giải

Chọn B

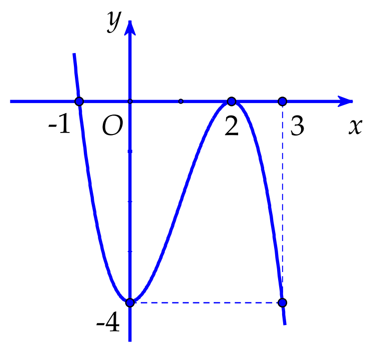
Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-2y-z+4=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3=(3;-2;4)$. **B.** $\vec{n}_1=(3;-1;4)$. **C.** $\vec{n}_2=(3;-2;-1)$. **D.** $\vec{n}_4=(3;-2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;3]$. Khi đó $2M-m$ bằng



A. 4. **B.** -4.
C. 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có $M=0,\ m=-2 \Rightarrow 2M-m=4$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(2;2;2)$. **B.** $M(1;1;1)$. **C.** $N(3;3;3)$. **D.** $Q(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Thay lần lượt tọa độ các điểm $M,\ N,\ P,\ Q$ vào phương trình của đường thẳng d ta có:

$\dfrac{2+1}{3}=\dfrac{2+2}{4}=\dfrac{2-1}{1}$ (đúng) $\Rightarrow P\in d$. Vậy điểm $P(2;2;2)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 29: Gọi S là tập nghiệm thực của phương trình $\dfrac{1}{2}\log_3(x-1)^2+\log_{\frac{1}{3}}(x+2)=0$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

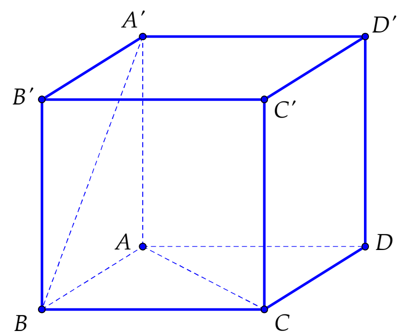
Chọn A

Điều kiện xác định của phương trình: $\begin{cases}(x-1)^2>0\\ x+2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq 1\\ x>-2\end{cases}$

Ta có: $\frac{1}{2}\log_3(x-1)^2+\log_{\frac{1}{3}}(x+2)=0 \Leftrightarrow \log_3(x-1)^2-2\log_3(x+2)=0$

$\Leftrightarrow \log_3(x-1)^2=\log_3(x+2)^2 \Leftrightarrow (x-1)^2=(x+2)^2 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$.

Câu 30: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AC=AA'\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $60°$. **B.** $90°$.
C. $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A'B\cap(ABCD)=B$; $AA'\perp(ABCD)$ tại A.

$\Rightarrow$ Hình chiếu vuông góc của $A'B$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AB.

$\Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{A'BA}$.

Ta có: $AB=\frac{AC}{\sqrt{2}}=AA'$ nên tam giác $A'AB$ vuông cân tại A. Suy ra: $\widehat{A'BA}=45^{\circ}$.

Vậy góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	7	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

A. 5. **B.** 3.
C. 4. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ thì đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị là $A(-2;7)$ và $B(1;3) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(3;-4) \Rightarrow AB=5$.

Câu 32: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn được tính theo công thức $S=Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r>0$), t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu giờ để số vi khuẩn lớn hơn 500 con, biết rằng số vi khuẩn ban đầu là 20 con và tỉ lệ tăng trưởng là 11% trong một giờ?

A. 29 giờ. **B.** 30 giờ. **C.** 28 giờ. **D.** 31 giờ.

Lời giải

Chọn B

Để số lượng vi khuẩn lớn hơn 500 con thì $Ae^{rt} > 500 \Leftrightarrow rt > \ln\frac{500}{A} \Leftrightarrow t > \frac{1}{r}\ln\frac{500}{A}$.

Áp dụng với $r = 0,11$, $A = 20$, ta được : $t > 29,263$

$\Rightarrow t_{\min} = 30$ giờ.

Câu 33: Giá trị của tham số m biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x+m}{x-2}$ trên $[3;6]$ bằng 7 là

A. 10. **B.** -2. **C.** -6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Hàm số đã cho liên tục trên $[3;6]$. Ta có: $y' = \frac{-6-m}{(x-2)^2}$.

+ TH1: $-m-6=0$ thì $m=-6 \Rightarrow y=3$ với $\forall x \neq 2$ (loại).

+ TH2: $-m-6>0 \Leftrightarrow -6>m$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $[3;6] \Rightarrow \max\limits_{x\in[3;6]} y = y(6) = \frac{m+18}{4}$

$\Rightarrow \frac{m+18}{4} = 7 \Leftrightarrow m = 10$ (loại).

+ TH3: $-m-6<0 \Leftrightarrow m>-6$ thì hàm số đã cho nghịch biến trên $[3;6]$

$\Rightarrow \max\limits_{x\in[3;6]} y = y(3) = m+9 \Rightarrow m+9=7 \Leftrightarrow m=-2$ (thỏa mãn).

Câu 34: Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R, một điểm M nằm trong mặt cầu sao cho $OM = 4$. Mặt phẳng (P) qua M cắt mặt cầu (S) là 1 đường tròn (C) có chu vi nhỏ nhất là 6π. Thể tích khối nón đỉnh O đáy là đường (C) bằng

A. 36π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn B

Chu vi đường tròn giao tuyến nhỏ nhất $\Rightarrow OM \perp (P) \Rightarrow h = OM = 4$

Ta có $C = 2\pi r \Rightarrow r = 3 \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi r^2.h = 12\pi$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x+2} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-10}$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-6;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^{3x+2} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-10} \Leftrightarrow 3^{3x+2} > 3^{10-x} \Leftrightarrow 3x+2 > 10-x \Leftrightarrow x > 2$.

Câu 36: Cho tích phân $I = \int\limits_4^{12} \frac{2x}{1+\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x$, nếu đặt $t = \sqrt{2x+1}$, thì

A. $I = \int\limits_3^5 (t^2 - t)\mathrm{d}t$. **B.** $I = \int\limits_3^5 (t^2+t)\mathrm{d}t$. **C.** $I = \int\limits_3^5 (2t^2-2t)\mathrm{d}t$. **D.** $I = \frac{1}{2}\int\limits_3^5 (t^2+2t)\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{2x+1}$ thì $t^2=2x+1 \Rightarrow 2t\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x \Leftrightarrow t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.

Và $2x=t^2-1$. Đổi cận: $x=4\to t=3$, $x=12\to t=5$.

Do đó $I=\int_3^5 \frac{t^2-1}{t+1}.t\mathrm{d}t=\int_3^5 (t-1).t\mathrm{d}t=\int_3^5 (t^2-t)\mathrm{d}t$.

Câu 37: Cho hai số phức $z_1=m+1+5i$ và $z_2=3-mi$ $(m\in\mathbb{R})$. Tập tất cả các giá trị của tham số m để số phức $w=z_1.z_2$ có phần ảo bằng 13 là

A. $\{1;-3\}$. **B.** $\{-2;3\}$. **C.** $\{1;-2\}$. **D.** $\{-1;2\}$.

Lời giải

Chọn C

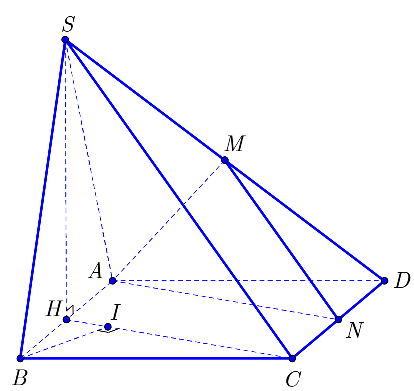
Ta có $w=z_1.z_2=(m+1+5i)(3-mi)=3m+3-m(m+1)i+15i-5mi^2=8m+3+(15-m^2-m)i$

Theo bài ra, ta có: $15-m^2-m=13 \Leftrightarrow m^2+m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** a. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải



Chọn B

Gọi N là trung điểm CD. Ta có $MN//SC, CH//AN \Rightarrow (SHC)//(AMN)$.

Do đó, $d(SC;AM)=d(A;(SHC))=d(B;(SHC))=BI$.

$\frac{1}{BI^2}=\frac{1}{BC^2}+\frac{1}{BH^2}=\frac{5}{a^2}\Rightarrow BI=\frac{a}{\sqrt{5}}$.

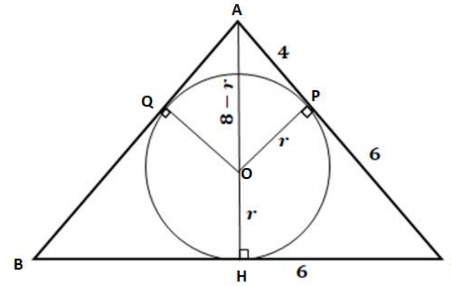
Suy ra $d(SC;AM)=\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 39: Cho hình nón (N) có độ dài đường sinh bằng 10 và bán kính đáy bằng 6. Một khối cầu (S) tiếp xúc với đáy và tất cả các đường sinh của hình nón (N). Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. 36π. **B.** 18π. **C.** 27π. **D.** 30π.

Lời giải

Chọn A



C1.

Áp dụng công thức diện tích tam giác

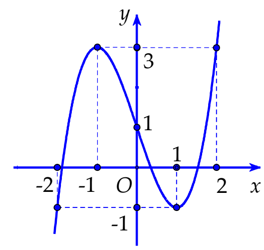
$S = pr \Rightarrow r = \dfrac{S}{P} = \dfrac{48}{16} = 3 \Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi.$

C2. Thiết diện qua trục khi cắt hình nón (N) là

Tam giác ABC như hình vẽ minh họa.

$r^2 + 4^2 = (8-r)^2 \Leftrightarrow r = 3 \Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi.$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(f(x)+2m\right)-1 = f(x)+2m$ có nhiều nghiệm nhất?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

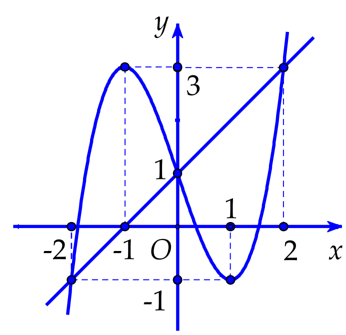
Chọn B

Đặt $t = f(x) + 2m$

Phương trình trở thành $f(t) = t + 1 \ (1)$

Phương (1) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị

$y = f(t)$ có đồ thị như hình vẽ và đường thẳng $d: y = t + 1$



Từ đồ thị ta thấy phương trình $f(t) = t + 1$ có 3 nghiệm $t = -2; t = 0; t = 2$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)+2m=-2 \\ f(x)+2m=0 \\ f(x)+2m=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=-2-2m \\ f(x)=-2m \\ f(x)=2-2m \end{array}\right.$$

+) Phương trình $f(x) = -2-2m$ có 3 nghiệm $\Rightarrow -1 < -2-2m < 3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} < m < \dfrac{5}{2}$

+) Phương trình $f(x) = -2m$ có 3 nghiệm $\Rightarrow -1 < -2m < 3 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2} < m < \dfrac{1}{2}$

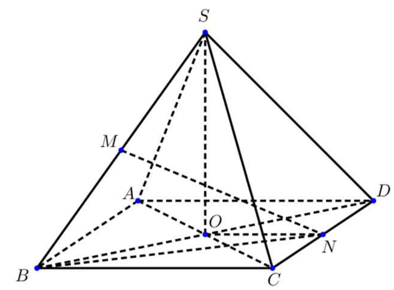
+) Phương trình $f(x) = 2-2m$ có 3 nghiệm $\Rightarrow -1 < 2-2m < 3 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} < m < \dfrac{3}{2}$

Phương trình có nhiều nhất là 7 nghiệm khi $m = 0 \vee m = 1$

Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SB và CD. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt phẳng (SBC). Khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{15}}{15}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{14}}{14}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{105}}{35}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{70}}{35}$.

Lời giải



Chọn D

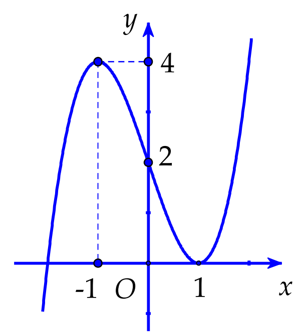
Do đó: $\left(\widehat{MN,(SBC)}\right)=\alpha$. Ta có: $\sin\alpha=\dfrac{d\left(N;(SBC)\right)}{MN}$

với $d\left(N;(SBC)\right)=d\left(O;(SBC)\right)=h$ vì $ON//(SBC)$ trong đó: $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}+\dfrac{1}{SO^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2a^2}=\dfrac{5}{2a^2}$

$\Rightarrow d\left(N;(SBC)\right)=\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$ và $MN^2=\dfrac{SN^2+BN^2}{2}-\dfrac{SB^2}{4}$

$\Rightarrow MN=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$. Vậy $\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{70}}{35}$

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc hai và hàm số $F(x)=\int\limits_1^x f(-t+1)\,dt$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đạt cực tiểu tại

A. $x=\pm1$. **B.** $x=0$ và $x=-1$.

C. $x=0$. **D.** $x=0$ và $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét, do $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc hai nên hàm số đạt cực tiểu tại các điểm là nghiệm của phương tình $f(x)=0$.

Ta có: $F'(x)=f(-x+1)$

Theo đồ thị, $F'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$. Suy ra:

$f(-x+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.\ (*)$

Đặt $t=-x+1\Rightarrow x=1-t$. Từ $(*)$, suy ra:

$f(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-t=1\\1-t=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=2\end{array}\right.$.

Điều này cũng có nghĩa $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đạt cực tiểu tại $x=0$ và $x=2$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{-1}{m},(m>0)$ và $f'(x)=\sin x.e^{m.\cos x},\forall x\in\mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để $m.f\left(\frac{\pi}{3}\right)\ge -e^{1009}$?

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2017. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=\sin x.e^{m.\cos x}\Rightarrow \int f'(x)\mathrm{d}x=\frac{-1}{m}\int .e^{m.\cos x}\mathrm{d}(m\cos x)\Rightarrow f(x)=\frac{-1}{m}e^{m.\cos x}+C.$

Từ $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{-1}{m}\Rightarrow\frac{-1}{m}=\frac{-1}{m}e^{0}+C\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=\frac{-1}{m}e^{m\cos x}$.

Giả thiết: $m.f\left(\frac{\pi}{3}\right)\ge -e^{1009}\Leftrightarrow -e^{\frac{m}{2}}\ge -e^{1009}\Rightarrow 0<\frac{m}{2}\le 1009\Rightarrow 0<m\le 2018.$

Câu 44: Cho đa giác 8 đỉnh $A_1A_2...A_8$ nội tiếp đường tròn tâm (O). Biết rằng không có ba đường chéo nào đồng quy tại một điểm bên trong đường tròn. Gọi S là tập hợp các giao điểm nằm bên trong đa giác của các đường chéo. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh thuộc tập S. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác có các cạnh nằm trên đường chéo là

A. $\frac{1}{1955}$. **B.** $\frac{1}{689}$ **C.** $\frac{55}{6201}$ **D.** $\frac{55}{2756}$.

Lời giải

Chọn A

Số giao điểm của các đường chéo nằm bên trong đa giác là $C_8^4=70$

Chọn 3 điểm trong S. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{70}^3$

Số cách chọn tam giác thỏa mãn yêu cầu: Cứ một lục giác bất kỳ thì 3 đường chéo của các cặp đỉnh đối diện cắt nhau tại 3 điểm tạo thành 1 tam giác thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Do đó $|\Omega_A|=C_8^6$

Vậy $P(A)=\frac{C_8^6}{C_{70}^3}=\frac{1}{1955}$

Câu 45: Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^2+m,$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ sao cho $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|\ge 10$. Số phần tử của tập S là

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=x^4-2x^2+m$, hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$.

Ta có: $f'(x)=4x^3-4x>0, \forall x\in(1;2) \Rightarrow$ hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[1;2]$,

do đó $\max\limits_{[1;2]} f(x)=m+8;\ \min\limits_{[1;2]} f(x)=m-1$.

TH 1: $m-1\geq 0 \Rightarrow 1\leq m\leq 10$ thì $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|=m+8; \min\limits_{[1;2]}|f(x)|=m-1$.

Khi đó: $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|\geq 10 \Leftrightarrow m+8+m-1\geq 10 \Rightarrow m\geq \dfrac{3}{2} \Rightarrow m\in\{2;3;4;...10\}$,

$\Rightarrow$ trường hợp này có 9 số nguyên.

TH 2: $m+8\leq 0 \Rightarrow -10\leq m\leq -8$ thì $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|=-m+1; \min\limits_{[1;2]}|f(x)|=-m-8$.

Khi đó:

$$\max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|\geq 10 \Leftrightarrow -m+1-m-8\geq 10 \Rightarrow -10\leq m\leq \frac{-17}{2} \Rightarrow m\in\{-10;-9\}$$

$\Rightarrow$ trường hợp này có 2 số nguyên.

TH 3: $-8<m<1$, thì $\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=0; \max\limits_{[1;2]}|f(x)|=\begin{cases}-m+1\ \ khi\ -8<m\leq \dfrac{-7}{2}\\ m+8\ \ khi\ \dfrac{-7}{2}<m<1\end{cases}$;

Do m là số nguyên nên: $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|\geq 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-m+1\geq 10,\ khi\ -8<m\leq -4\\ m+8\geq 10, khi\ -4<m<1\end{array}\right.$;

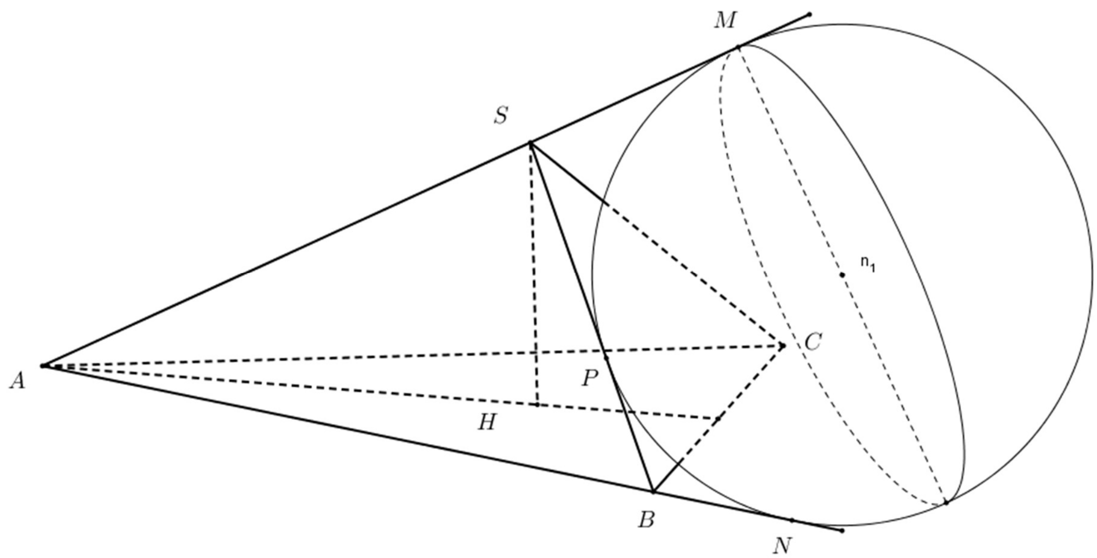
$\Rightarrow$ không tồn tại m thỏa mãn. Vậy số phần tử của tập S là 11.

Câu 46: Cho chóp tam giác đều $S.ABC$. Một mặt cầu tiếp xúc với tia đối của tia SA tại M, tiếp xúc với tia đối của tia BA tại N và tiếp xúc với cạnh SB tại P. Biết $SM=2a, BN=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{2\sqrt{59}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{59}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{59}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{59}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Vì SM, SP là 2 tiếp tuyến lần lượt tại M, P nên $SM = SP$

Tương tự: $BN = BP$ và $AM = AN$

Suy ra $SB = SP + PB = 2a + 3a = 5a$

$AM = AN \Leftrightarrow SA + 2a = AB + 3a \Rightarrow AB = 4a$

Hạ $SH \perp (ABC) \Rightarrow AH = \dfrac{4\sqrt{3}a}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{25a^2 - \dfrac{16}{3}a^2} = \dfrac{\sqrt{177}a}{3}$

$S_{\Delta ABC} = 4\sqrt{3}a^2 \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.4\sqrt{3}a^2.\dfrac{\sqrt{177}a}{3} = \dfrac{4\sqrt{59}a^3}{3}$

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f'(x) = \dfrac{1}{x^2 + 9 + 2\sqrt{x^2+9}}, f(4) = 1$. Khi đó $\int\limits_0^4 f(x)dx$ bằng

A. $4 + \ln\dfrac{7}{5}$. **B.** $4 + \ln\dfrac{4}{7}$. **C.** $4 + \ln\dfrac{5}{7}$. **D.** $4 + \ln\dfrac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x)dx \\ v = x \end{cases}$

Ta có

$\int\limits_0^4 f(x)dx = x.f(x)\Big|_0^4 - \int\limits_0^4 xf'(x)dx = 4f(4) - \int\limits_0^4 \dfrac{x}{x^2 + 9 + 2\sqrt{x^2+9}}dx = 4 - A$

$A=\int_0^4 \frac{x}{x^2+9+2\sqrt{x^2+9}}dx$

x	0	4
t	3	5

Đặt $t=\sqrt{x^2+9}\Rightarrow t^2=x^2+9\Rightarrow tdt=xdx$. Đổi cận

Vậy $\Rightarrow A=\int_3^5 \frac{tdt}{t^2+2t}=\int_3^5 \frac{dt}{t+2}=\ln|t+2|\Big|_3^5=\ln 7-\ln 5$

Vậy $\int_0^4 f(x)dx=4+\ln 5-\ln 7=4+\ln\frac{5}{7}$

Câu 48: Cho 2 số $x,y>0$ thỏa điều kiện $\log_3\left(4^x+2^{x+1}y+4y^2\right)-\log_3\left(2^{x+1}y\right)=\frac{2^x\left(4y-2^x\right)}{4y^2}$. Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $P=4^x-y^3-4y+1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M\in(0;2)$. **B.** $M\in(-2;0)$. **C.** $M\in(2;4)$. **D.** $M\in(4;6)$.

Lời giải

Chọn A

$\log_3\left(4^x+2^{x+1}y+4y^2\right)-\log_3\left(2^{x+1}y\right)=\frac{2^x\left(4y-2^x\right)}{4y^2}=\frac{2^x}{y}-\frac{4^x}{4y^2}$

$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{2^x}{2y}+1+\frac{2y}{2^x}\right)=\frac{2^x}{y}-\frac{4^x}{4y^2}=-\left(\frac{2^x}{2y}-1\right)^2+1$

Vì $\frac{2^x}{2y}+\frac{2y}{2^x}\geq 2\Rightarrow \log_3\left(\frac{2^x}{2y}+1+\frac{2y}{2^x}\right)\geq 1$

Dấu "=" $\Leftrightarrow \frac{2^x}{2y}=\frac{2y}{2^x}\Rightarrow 2^x=2y$

$\Rightarrow P=4^x-y^3-4y+1=-y^3+4y^2-4y+1=f(y)$

Ta có $\Rightarrow f'(y)=-3y^2+8y-4$

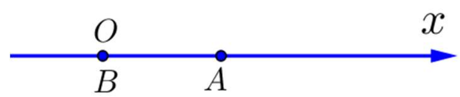
Cho $f'(y)=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=\frac{2}{3}\end{array}\right.$

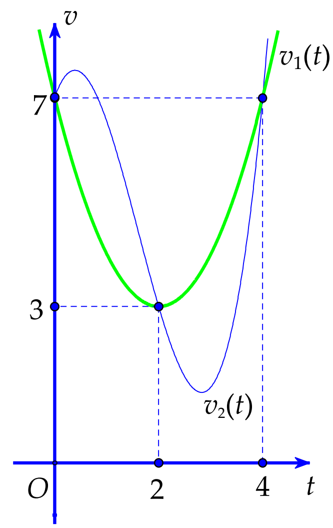
Ta có bảng biến thiên

y	$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$		2		$+\infty$
$f'(y)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(y)$	$-\frac{1}{8}$	$\searrow$	$-\frac{5}{27}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Vậy $P_{\max}=1$ khi $y=2$

Câu 49: Cho 2 chất điểm A và B cùng bắt đầu chuyển động theo chiều dương trên cùng 1 trục lần lượt có vận tốc biến đổi theo thời gian là hàm số đa thức bậc 2 và hàm số đa thức bậc 3 gồm $v=v_1(t)(m/s), v=v_2(t)(m/s)$ có đồ thị như hình vẽ.





Hỏi trong suốt quá trình chuyển động, 2 chất điểm gặp nhau bao nhiêu lần, biết rằng chất điểm A bắt đầu xuất phát cách gốc của trục về phía chiều dương 1 mét, chất điểm B xuất phát tại gốc của trục, và trong quá trình chuyển động, 2 chất điểm đã gặp nhau một lần tại thời điểm 3 giây?

A. 1 lần. **B.** 2 lần. **C.** 3 lần. **D.** 4 lần.

Lời giải

Chọn C

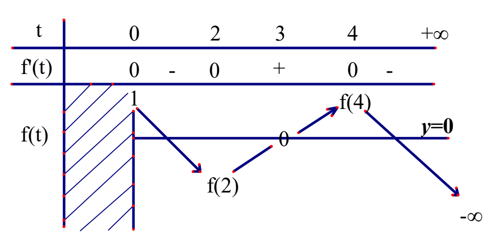
Gọi hàm số biểu thị quãng đường chuyển động của hai chất điểm A và B lần lượt là $S = S_1(t)$ và $S = S_2(t)$. Khi đó, ta có:

$S_1(0) = 1, S_2(0) = 0$ và $S_1(3) = S_2(3)$

$S'_1(t) = v_1(t); S'_2(t) = v_2(t)$

Hai chất điểm gặp nhau khi $S_1(t) = S_2(t) \Leftrightarrow S_1(t) - S_2(t) = 0$

Xét hàm số $f(t) = S_1(t) - S_2(t)$, ta có BBT



Theo BBT thì 2 chất điểm gặp nhau 3 lần trong suốt quá trình chuyển động.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn $\left(xy^2 + x - 2y - 1\right)\log y = \log\dfrac{2y - x + 3}{x}$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} y>1 \wedge x\in\mathbb{N}^* \\ \dfrac{2y-x+3}{x}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y>1 \wedge x\in\mathbb{N}^* \\ 2y-x+3>0 \end{cases}$.

Ta có :

$\left(xy^2+x-2y-1\right)\log y=\log\dfrac{2y-x+3}{x}$

$\Leftrightarrow \left(xy^2+x-2y-3\right)\log y+2\log y=\log\left(2y-x+3\right)-\log x$

$\Leftrightarrow \left(xy^2+x-2y-3\right)\log y=\log\left(2y-x+3\right)-\log\left(xy^2\right)$ (1)

+ Nếu $xy^2>2y-x+3$ thì $\begin{cases} VT>0 \\ VP<0 \end{cases}$ (do $\log y>0$).

+ Nếu $xy^2<2y-x+3$ thì $\begin{cases} VT<0 \\ VP>0 \end{cases}$ (do $\log y>0$).

Do đó, từ (1) suy ra: $xy^2=2y-x+3 \Leftrightarrow x=\dfrac{2y+3}{y^2+1}$.

Xét hàm $f\left(y\right)=\dfrac{2y+3}{y^2+1}$, $y\in\left(1;+\infty\right)$. Ta có:

$f'\left(y\right)=\dfrac{-2y^2-6y+2}{\left(y^2+1\right)^2}<0$, $\forall y\in\left(1;+\infty\right)$. Suy ra: Hàm số $f\left(y\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

Suy ra: $f\left(y\right)\in\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$. Suy ra: $x\in\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

Vì $x\in\mathbb{N}^*$ nên $x\in\left\{1;2\right\}$.

Vậy có 2 giá trị x thỏa yêu cầu bài toán.

--------------- HẾT ---------------