

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Ngày thi: 24/11/2021

Bài 1. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình: $\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}} = x(1+2\sqrt{1-x^2})$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^{2021} + xy^{2020} = y^{4012} + y^{2022} \\ 7y^4 - 13x + 8 = 2y^4 \sqrt[3]{x(3y^2 - 3x^2 + 1)} \end{cases}$$

Bài 2. (2,5 điểm)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{nu_n}{2(n+1)} - \frac{n(2-n)}{2(n+1)[(n^2+n+1)^2+1]}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tim công thức số hạng tổng quát của u_n theo n .

Bài 3. (3,0 điểm)

Tim tất cả các đa thức $f(x)$ với hệ số thực thỏa mãn $x.f(x-1) = (x-4) \cdot f(x)$ với mọi số thực x .

Bài 4. (3,5 điểm)

Tim tất cả các số tự nhiên có ba chữ số, chia hết cho 11, sao cho thương số trong phép chia số ấy cho 11, bằng tổng bình phương các chữ số của số ấy.

Bài 5. (7,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC có $AB + AC = 2BC$. Gọi O, I, G lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, tâm đường tròn nội tiếp và trọng tâm của tam giác ABC . Chứng minh:

a) $AI \perp OI$.

b) $GI \parallel BC$.

2. Cho lăng trụ đứng $MNP.M'N'P'$, ΔMNP vuông cân tại M , $MN = h$, $MM' = h\sqrt{2}$. Giả sử R là một điểm bất kì trên cạnh MN với $RN = t$, $(0 \leq t < h)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua R và $(\alpha) \perp N'P$. Tim giá trị của t để thiết diện của lăng trụ $MNP.M'N'P'$ cắt bởi (α) có diện tích lớn nhất. Hãy xác định thiết diện nói trên tại vị trí mà nó có diện tích lớn nhất.

-----HẾT-----